

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

1. Дана функция двух переменных $z = \varphi(x, y)$ и точка D .
 - а) найти градиент функции $z = \varphi(x, y)$ в точке D ;
 - б) составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \varphi(x, y)$ в точке D ;
 - в) исследовать функцию $z = \varphi(x, y)$ на экстремум.
2. Найти неопределенные интегралы.
3. Вычислить определенные интегралы.
4. Определить площадь фигуры, ограниченной графиками данных функций.
5. Решить дифференциальные уравнения первого порядка. В тех задачах, в которых заданы начальные условия, найти решения, удовлетворяющие этим условиям.
6. Найти общее решение однородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. В тех задачах, в которых заданы начальные условия, найти решения, удовлетворяющие этим условиям.
7. Найти общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
8. Вычислить двойной интеграл.
9. Представить комплексное число в тригонометрической форме.

Вариант 1

1. $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$; $D(1; -1)$.
2. а) $\int \left(\frac{x^2 - 3\sqrt{x}}{x^3} + \frac{1}{x^2 - 5} \right) dx$; б) $\int \frac{3x^2 dx}{(1 - 5x^3)^3}$; в) $\int (7x - 3)e^{2x} dx$.
3. а) $\int_0^1 \left(3x^2 - x\sqrt{x} + \frac{3}{x^2 + 5} \right) dx$; б) $\int_4^9 \frac{y-1}{\sqrt{y+1}} dy$; в) $\int_0^\pi (x + \pi) \sin x dx$.
4. $y = (x+1)^2$, $y = -x + 1$.

5. а) $(xy^2 + x)dx = (y - x^2y)dy$;

б) $(1 + x^2)y' - xy = 2x$, если $y = 0$ при $x = 0$.

6. а) $y'' + 5y' + 6y = 0$, если $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$;

б) $y'' + 16y = 0$;

в) $y'' + 6y' + 9y = 0$.

7. $y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x)$.

8. $\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3) dx dy$; $D: x = 1, y = -\sqrt{x}, y = x^2$.

9. $1 + i$.

Вариант 2

1. $z = 2xy - y^2 + x^2$; $D(3; 1)$.

2. а) $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x} + 2}{x} - \frac{2}{x^2 + 3} \right) dx$; б) $\int y\sqrt{3y^2 + 1} dy$; в) $\int \arctg x dx$.

3. а) $\int_0^1 \left(3x^5 - 9\sqrt{x^7} + \frac{5}{x + 4} \right) dx$; б) $\int_1^e \frac{\ln^3 y + 3}{y} dy$; в) $\int_0^{\pi/2} \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \sin x dx$.

4. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$, $y = \frac{1}{2}x^2$.

5. а) $\sqrt{1 - x^2} dy - \sqrt{1 - y^2} dx = 0$;

б) $y' - \frac{3}{x}y = x$, если $y = 1$ при $x = 1$.

6. а) $y'' - 2y' = 0$, если $y(0) = \frac{3}{2}$, $y'(0) = 1$;

$$\text{б) } y'' + 8y' + 16y = 0;$$

$$\text{в) } y'' + 6y' + 25y = 0.$$

$$7. \quad y'' - 4y' + 4y = 3 \cdot e^x$$

$$8. \quad \iint_D (9x^2 y^2 + 48x^3 y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=\sqrt{x}, y=-x^2$$

$$9. \quad 1-i.$$

Вариант 3

$$1. \quad z = xy + 2x - y; \quad D(2; 2).$$

$$2. \text{ а) } \int \left(\frac{2 - \sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} + \frac{7}{\sqrt{8-x^2}} \right); \quad \text{б) } \int (1-3x)e^{2x-3x^2} dx; \quad \text{в) } \int (2x-3) \cos 4x dx.$$

$$3. \text{ а) } \int_0^1 (\sqrt{x} - 2)^2 dx; \quad \text{б) } \int_1^2 \frac{e^y}{y^2} dy; \quad \text{в) } \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x dx}{\sin^2 x}.$$

$$4. \quad y = x^2 / 2, \quad y = x^3 / 8.$$

$$5. \text{ а) } (xy + x) \frac{dx}{dy} = 1;$$

$$\text{б) } xy' - y = x^2 \cos x, \text{ если } y = \frac{\pi}{2} \text{ при } x = \frac{\pi}{2}.$$

$$6. \text{ а) } y'' + 8y' + 15y = 0, \text{ если } y(0) = 1, y'(0) = 0;$$

$$\text{б) } y'' + 2y' + 5y = 0, \text{ если } y(0) = y'(0) = 1;$$

$$\text{в) } y'' - 10y' + 25y = 0.$$

$$7. \quad y'' + 6y' + 34y = 5 \cdot e^{-3x}.$$

8. $\iint_D (36x^2y^2 - 96x^3y^3) dx dy; D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3.$

9. $-1+i.$

Вариант 4

1. $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y; D(-1; 1).$

2. а) $\int \left(\frac{1-x^5}{x^4} + \frac{2}{x^2-5} \right) dx;$ б) $\int \frac{x dx}{(x^2+9)^3};$ в) $\int \sqrt{x^3} \ln x dx.$

3. а) $\int_1^2 \left(\frac{4+3x^2-2x^3}{x^2} + \frac{1}{x+2} \right) dx;$ б) $\int_0^1 \frac{x^2}{(2x^3+1)^5} dx;$ в) $\int_0^1 (4-3x)e^{-3x} dx.$

4. $y = 3 - 2x - x^2, y = 0.$

5. а) $e^x(1+e^y)dx + e^y(1+e^x)dy = 0;$

б) $\frac{dy}{dx} - 2xy = e^{x^2},$ если $y = 0$ при $x = 2.$

6. а) $y'' + 3y' = 0;$

б) $y'' + 9y = 0,$ если $y(0) = 1, y'(0) = 6;$

в) $y'' + 12y' + 36y = 0.$

7. $9y'' + 24y' + 16y = -5 \cdot e^{3x}.$

8. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy; D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt[3]{x}.$

9. $-1-i.$

Вариант 5

1. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$; $D(2; 1)$.

2. а) $\int \left(\frac{1-x}{\sqrt{x}} + 3^{x+1} + \frac{1}{10-x^2} \right) dx$; б) $\int x \cos(5x^2 - 3) dx$; в) $\int (3x - 2) \cos 5x dx$.

3. а) $\int_1^2 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 dx$; б) $\int_{-2}^{-1} \frac{dx}{(11+5x)^3}$; в) $\int_1^e x^3 \cdot \ln x dx$.

4. $y^2 = x + 1$ и $y^2 = 9 - x$.

5. а) $(xy + x) \frac{dx}{dy} = 1$;

б) $xy' - y = x^2 \cos x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

6. а) $y'' + 14y' + 49y = 0$;

б) $y'' + 4y' = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

в) $y'' - 4y' + 4y = 0$.

7. $y'' + 2y' + 2y = 1 + x$.

8. $\iint_D (27x^2 y^2 + 48x^3 y^3) dx dy$; $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}$.

9. $\sqrt{3} + i$.

Вариант 6

1. $z = x^2 + xy + y^2 - x - 2y$; $D(4; 1)$.

2. а) $\int \left(\frac{x \cdot 3^x + 2\sqrt{x} - 5}{x} + \frac{3}{x^2 + 11} \right) dx$; б) $\int \frac{x^5 dx}{\sqrt[3]{1-5x^6}}$; в) $\int e^x (x^2 + 3x + 2) dx$.

$$3. \text{ а) } \int_{-1}^1 \left(4x^3 - 5\sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{x^2 + 2} \right) dx; \text{ б) } \int_0^1 \frac{3 - \operatorname{arctg}^3 x}{1 + x^2} dx; \text{ в) } \int_0^{\pi/2} (2x - \pi) \sin 2x dx$$

$$4. y = 3 + 2x - x^2 \text{ и } y = x^2 - 4x + 3.$$

$$5. \text{ а) } (1 + x^2) dy - (xy + x) dx = 0;$$

$$\text{ б) } xy' + y = \sin x, \text{ если } y = \frac{1}{\pi} \text{ при } x = \frac{\pi}{2}.$$

$$6. \text{ а) } y'' + 4y = 0;$$

$$\text{ б) } y'' - 2y' - 8y = 0;$$

$$\text{ в) } y'' - 8y' + 16y = 0, \text{ если } y(0) = y'(0) = 1.$$

$$7. y'' - 3y' + 2y = 5 \cdot e^x.$$

$$8. \iint_D (18x^2 y^2 + 32x^3 y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^2.$$

$$9. 3 - 3i.$$

Вариант 7

$$1. z = xy + x + y; D(3; 4).$$

$$2. \text{ а) } \int \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x^2}} - \frac{3}{\sqrt{x^2 + 2}} \right) dx; \quad \text{ б) } \int \frac{dx}{(x^2 + 1)\sqrt{\operatorname{arctg} x}}; \quad \text{ в) } \int \frac{\ln x}{\sqrt{x^3}} dx.$$

$$3. \text{ а) } \int_0^3 \left(3x^2 - \sqrt{x^3} + \frac{5}{x^2 - 4} \right) dx; \quad \text{ б) } \int_1^e \frac{\ln^2 x + 2}{x} dx; \quad \text{ в) } \int_0^{\pi/2} (x - \pi) \cos 2x dx.$$

$$4. y = \frac{6}{x}, \quad x + y = 7.$$

5. а) $x^2 y' = 3y + 2xy$;

б) $x^2 y' + 2xy = -4$, если $y = -\frac{1}{2}$ при $x = -1$.

6. а) $y'' + 3y' + 2y = 0$, если $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$;

б) $y'' + 8y' + 16y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

в) $y'' + 16y = 0$.

7. $y'' - 3y' + 2y = 10 \cdot e^{-x}$.

8. $\iint_D (54x^2 y^2 + 150x^4 y^4) dx dy$; $D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}$.

9. $-\sqrt{3} + i$.

Вариант 8

1. $z = x^2 + xy - y^2 - x - 2y$; $D(1; -1)$.

2. а) $\int \left(\frac{x + x^2 \cos x - 5}{x^2} + \frac{1}{3 - x^2} \right) dx$; б) $\int \frac{1 - \sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$; в) $\int (3x^2 - 2x) \ln x dx$.

3. а) $\int_0^1 \left((\sqrt{x^3} + 4)^2 + \frac{3}{x^2 + 2} \right) dx$; б) $\int_0^1 \frac{x^3}{x^8 + 16} dx$; в) $\int_0^1 (\pi - 2x) \cos \frac{\pi}{2} x dx$.

4. $3x - y = 0, y = 4 - x^2$.

5. а) $y' \operatorname{tg} x = 1 + y$, если $y = -\frac{1}{2}$ при $x = \frac{\pi}{6}$;

б) $xy^2 y' = x^3 + y^3$.

6. а) $y'' + 2y' + 5 = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

б) $y'' - 2y = 0$;

в) $y'' - 14y' + 49y = 0$.

7. $y'' - 2y' + y = x^2 + 2x$.

8. $\iint_D (18x^2y^2 + 32x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=x^3, y=-\sqrt{x}$.

9. $-\sqrt{2} - \sqrt{2}i$.

Вариант 9

1. $z = -3x^2 + 4xy + 14x - 5y^2 - 22y$; $D(2; 1)$.

2. а) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{5-x^2}} + \frac{3}{x+2} - x\sqrt{x} \right) dx$; б) $\int \frac{3\ln^5 x + 5x - 2}{x} dx$;

в) $\int (3 - 2x) \cos 7x dx$.

3. а) $\int_1^2 \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2} dx$; б) $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; в) $\int_0^1 e^{2x} (2x - 3) dx$.

4. $y = 4 - x^2$ и $x + y = 2$.

5. а) $(1 + y^2) dx = xy dy$, если $y = 1$ при $x = 1$;

б) $xy' - 3y = x^4$.

6. а) $y'' - y = 0$, если $y(0) = 2, y'(0) = 1$;

б) $y'' + 64y = 0$;

в) $y'' - 20y' + 100y = 0$.

7. $y'' + 6y' + 34y = 5 \cdot e^{-x}$

8. $\iint_D (27x^2y^2 + 48x^3y^3) dx dy; D: x=1, y=\sqrt{x}, y=-x^3$.

9. $\sqrt{3} + i$.

Вариант 10

1. $z = x^2 + xy + y^2 - x + 2y; D(0,5; 0,5)$.

2. а) $\int \left(\frac{1}{x^2 - 7} + 3 \cdot 2^x - \frac{1}{\sqrt{x^5}} \right) dx$; б) $\int \frac{\sqrt[3]{\arctg x + 3} - x}{x^2 + 1} dx$; в) $\int (4\sqrt{x} + 3) \ln x dx$.

3. а) $\int_0^1 \left(5x^4 + 7\sqrt{x^5} + \frac{2}{x^2 + 9} \right) dx$; б) $\int_0^1 \frac{e^x}{(2e^x + 5)^2} dx$; в) $\int_1^e (3x^2 + 4x) \ln x dx$.

4. $y = \frac{x^3}{4}, y = 2x$.

5. а) $(1 - x^2)y' + xy = 0$, если $y = 4$ при $x = 0$;

б) $\frac{dy}{dx} + 2y = e^x$.

6. а) $y'' - 8y' + 20y = 0$, если $y(0) = 2, y'(0) = 8$;

б) $y'' - 7y' + 12y = 0$;

в) $y'' - 2y' + y = 0$.

7. $y'' + y' = 2x - 3$

8. $\iint_D (4xy + 3x^2y^2) dx dy$; $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$.

9. $0,5 + 0,5\sqrt{3}i$.

Вариант 11

1. $z = -4x^2 + 2xy + 14x - 3y^2 + 2y$; $D(1; -1)$.

2. а) $\int \left(\frac{3x^3 - xe^x + 2}{x} - \frac{1}{\sqrt{7-x^2}} \right) dx$; б) $\int \frac{3x - \sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$; в) $\int \frac{3 - \ln x}{\sqrt[5]{x^3}} dx$.

3. а) $\int_0^2 \left(4x^3 - 2^x + \frac{5}{x^2 + 4} \right) dx$; б) $\int_0^1 \frac{\arctg^3 x}{1+x^2} dx$; в) $\int_0^{\pi/2} (2x+1) \cos 3x dx$.

4. $y = (x+1)^2, y = (x-1)^2$.

5. а) $dy + y \operatorname{tg} x dx = 0$, если $y = 1$ при $x = 0$;

б) $y' - 3y = e^{-x}$.

6. а) $y'' + 3y' - 4y = 0$;

б) $y'' + 2y' + 5y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

в) $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$.

7. $y'' - 4y' + 4y = \sin 6x$.

8. $\iint_D (12xy + 3x^2y^2) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt{x}, y=-x^2$.

9. $-\sqrt{3} + \sqrt{3}i$.

Вариант 12

1. $z = xy + 4y^2 - 2x$; $D(2; 1)$.

2. а) $\int \left(\frac{3 - x \cdot 7^x}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^2 + 3} \right) dx$; б) $\int e^{2x^3 - 5} \cdot x^2 dx$; в) $\int (3 - 4x) \sin \frac{x}{5} dx$.

3. а) $\int_1^2 \left(\frac{2x^2 - 5xe^x + 1}{x} + \frac{1}{3 - x^2} \right) dx$; б) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(2 \sin x + 1)^2} dx$;

в) $\int_1^e (2 - 3x^2) \ln x dx$.

4. $y = 2x - x^2$, $y = -x + 2$, $x = 0$.

5. а) $\cos x \sin y dy = \cos y \sin x dx$, если $y = \pi$ при $x = \pi$;

б) $y' + 2xy = 2xe^{x^2}$.

6. а) $y'' - 9y' + 14y = 0$;

б) $y'' - y = 0$;

в) $y'' - 10y' + 25y = 0$, если $y(0) = 2$, $y'(0) = 8$.

7. $y'' + 2y' = -2e^x$.

8. $\iint_D (8xy + 9x^2y^2) dx dy$; $D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^3$.

9. $3\sqrt{3} - 3i$.

Вариант 13

1. $z = xy + x - y$; $D(1,5; 2,3)$.

$$2. \text{ a) } \int \left(\frac{3 - 2 \cos^3 x}{\cos^2 x} + \frac{1}{8 - x^2} - \sqrt[7]{x^3} \right) dx; \text{ б) } \int 3^{5x^2 + 2x - 3} (5x + 1) dx;$$

$$\text{в) } \int (1 - 3x) e^{-3x} dx.$$

$$3. \text{ a) } \int_0^1 \left(6x^5 - 5\sqrt{x^3} + \frac{5}{x^2 - 4} \right) dx; \text{ б) } \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\arcsin^3 x}{1 - x^2}} dx; \text{ в) } \int_0^1 e^{3x} (3 - 2x) dx.$$

$$4. y = 3x^2 + 1, \quad y = 3x + 7.$$

$$5. \text{ a) } 3y' = \frac{1 + x^2}{y^2};$$

$$\text{б) } \frac{1}{x} \cdot \frac{dy}{dx} - 2y = (1 - x^2) \cdot e^{x^2}.$$

$$6. \text{ a) } y'' + 3y' + 2y = 0, \text{ если } y(0) = -1, y'(0) = 3;$$

$$\text{б) } y'' + 9y = 0;$$

$$\text{в) } y'' + 22y' + 121y = 0.$$

$$7. y'' + y' - 2y = x^2 - 5.$$

$$8. \iint_D (24xy + 18x^2y^2) dx dy; \quad D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}$$

$$9. 0,5 - 0,5i.$$

Вариант 14

$$1. z = 2x^2 + 4xy - 3y^2 - 10y; D(1; -1).$$

$$2. \text{ a) } \int \left(\frac{2x - 5}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 6}} - 4^{x+1} \right) dx; \text{ б) } \int \frac{3 - \sqrt[3]{\operatorname{tg}^2 x}}{\cos^2 x} dx; \text{ в) } \int (\sqrt{x^3} + 3) \ln x dx.$$

3. а) $\int_1^4 \left(\frac{(2x+1)^2}{x} - \frac{1}{x^2-2} \right) dx$; б) $\int_0^1 \frac{x}{(3x^2-2)^3} dx$; в) $\int_0^1 (3x-2)e^{5x} dx$.

4. $y = 3x - x^2$, $y + x = 3$, $x = 0$.

5. а) $\sqrt{y} dx + x^2 dy = 0$;

б) $y' \cos x + y \sin x = 1$.

6. а) $y'' - y = 0$;

б) $y'' - 6y' + 45y = 0$;

в) $y'' + 6y' + 9y = 0$, если $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$.

7. $y'' + y = 2\cos 7x + 3\sin 7x$

8. $\iint_D (12xy + 27x^2y^2) dx dy$; $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt[3]{x}$

9. 4i.

Вариант 15

1. $z = y^2 - xy - x^2$; $D(-4; 5)$.

2. а) $\int \left(\frac{(x+1)^2}{x^2} + \frac{1}{8-x^2} - 5^{x+1} \right) dx$; б) $\int e^{3x} (e^{3x} + 5)^7 dx$;

в) $\int (2 - 5x) \sin 5x dx$.

3. а) $\int_0^1 \left(\frac{3}{x+1} - 5x\sqrt{x} + \frac{2}{x^2-9} \right) dx$; б) $\int_0^1 \frac{x}{2x^2+5} dx$; в) $\int_1^e (x^5 + 3) \ln x dx$.

4. $y = 5 - x^2$, $y = 3 - x$.

5. а) $y' = xe^{-y}$, если $y = 0$ при $x = 1$;

б) $(x+1)\frac{dy}{dx} - 2y = (x+1)^4$.

6. а) $y'' - 2y' + 2y = 0$, если $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$;

б) $y'' + 2y' = 0$;

в) $y'' + 2y' + y = 0$.

7. $y'' - y' = x + 2$.

8. $\iint_D (8xy + 18x^2y^2) dx dy$; $D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2$.

9. $-0,7 + 0,7i$.

Вариант 16

1. $z = x^2 + y^2 - 6x + 8y$; $D(1; 1)$.

2. а) $\int \left(\frac{x \cdot 3^x + 2\sqrt{x} - 5}{x} + \frac{3}{x^2 + 11} \right) dx$; б) $\int \frac{x^5 dx}{\sqrt[3]{1 - 5x^6}}$; в) $\int e^x (x^2 + 3x + 2) dx$.

3. а) $\int_1^8 \left((2\sqrt[3]{x} - 1)^3 + \frac{2}{\sqrt{2 - x^2}} \right) dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x e^{3\sin x - 2} dx$; в) $\int_1^e (\sqrt{x} + 1) \ln x dx$.

4. $y = 4 - x^2, y = 8 - 2x^2$.

5. а) $y' = 2x(y - 1)^3$;

б) $(x + 1)y' + y = \cos x$.

6. а) $y'' + 6y' + 8y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

$$\text{б) } y'' + 16y = 0;$$

$$\text{в) } y'' + y' + \frac{1}{4}y = 0.$$

$$7. y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x.$$

$$8. \iint_D (xy - 9x^5 y^5) dx dy; \quad D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^2.$$

$$9. 1 - \sqrt{3}i.$$

Вариант 17

$$1. z = x^2 + y^2 - x - y; \quad D(1; -3).$$

$$2. \text{а) } \int \left(\frac{2}{\sqrt{2-x^2}} + (\sqrt[3]{x} - 2)^3 - \frac{1}{x^3} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{\operatorname{tg}^3 x + 5}{\cos^2 x} dx; \quad \text{в) } \int \frac{\ln x}{\sqrt{x^3}} dx.$$

$$3. \text{а) } \int_1^2 \left(\frac{x^2 - 5}{x^2} + 2x - 2 \right) dx; \quad \text{б) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - 2 \sin x}{\sin^3 x} dx; \quad \text{в) } \int_0^1 (5-x)e^{-2x} dx.$$

$$4. xy = 4, x + 4y - 10 = 0.$$

$$5. \text{а) } x^2 + x^2 y = y^2 y';$$

$$\text{б) } xy' - y = -x.$$

$$6. \text{а) } y'' + 4y' + 8y = 0;$$

$$\text{б) } y'' - 9y = 0, \text{ если } y(0) = 2, y'(0) = 6;$$

$$\text{в) } 9y'' + 6y' + 1 = 0.$$

$$7. y'' + 6y' + 34y = 5x^2.$$

$$8. \iint_D (24xy - 48x^3 y^3) dx dy; \quad D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}.$$

9. $-2 + 2i$.

Вариант 18

1. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$; $D(1; 1)$.

2. а) $\int \left(\frac{5}{x^2 + 7} - x \cdot \sqrt[3]{x} + 2^{x+1} \right) dx$; б) $\int \frac{3x^2 - 2 + e^{1/x}}{x^2} dx$; в) $\int \frac{\ln x}{\sqrt[7]{x^4}} dx$.

3. а) $\int_0^1 \left(4x - 10\sqrt{x^3} + \frac{x+3}{x+1} \right) dx$; б) $\int_0^1 \frac{y-4}{(y^2+3)} dy$; в) $\int_0^\pi (3x - \pi) \cos \frac{1}{2} x dx$.

4. $y = x^2 + 2x, y = 2 - x; x = 0; x = -2$.

5. а) $x\sqrt{5+y^2} dx + y\sqrt{4+x^2} dy = 0$;

б) $y' + y = e^{-x}$.

6. а) $y'' - y' - 2y = 0$, если $y(0) = 3, y'(0) = 0$;

б) $16y'' + 8y' + y = 0$;

в) $y'' + 25y = 0$.

7. $y'' - 4y' + 8y = 5 \sin x - 3 \cos x$.

8. $\iint_D (6xy + 24x^3y^3) dx dy$; $D: x = 1, y = -x^2, y = \sqrt{x}$.

9. $3i$.

Вариант 19

1. $z = -x^2 + xy + 8x - 5$; $D(2; -3)$.

2. а) $\int \left(\frac{2 - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^4}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2}} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$; б) $\int \frac{\sin x dx}{(3 \cos x - 5)^5}$;

в) $\int (x - \pi) \cos \pi x dx$;

3. а) $\int_1^4 \left(\frac{(2-x)^2}{x\sqrt{x}} - \frac{3}{x+1} \right) dx$; б) $\int_0^1 \frac{x}{(x^2 + 2)^2} dx$; в) $\int_0^1 (x + \pi) \sin \frac{\pi x}{2} dx$.

4. $y = 2x - x^2, y = 5x - 4$.

5. а) $xyy' = 1 - x^2$;

б) $xy' + y = \sin x$.

6. а) $y'' - 8y' + 7 = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

б) $y'' + 16y = 0$;

в) $25y'' - 10y' + y = 0$.

7. $y'' + 2y' + y = x^2 - 1$.

8. $\iint_D (4xy + 16x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3$.

9. $-1, 2i$.

Вариант 20

1. $z = 3x + 9y - x^2 - xy - y^2 - 4$; $D(1; 2)$.

2. а) $\int \left(\frac{2 - \sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{2-x^2}} + 2^{x+2} \right) dx$; б) $\int \frac{3 + (5 \operatorname{ctg} x - 3)^{10}}{\sin^2 x} dx$;

в) $\int (3 - 8x)e^{-2x} dx$.

$$3. \text{ a) } \int_0^1 \left((3\sqrt{x} - 2)^2 + \frac{x^2}{x^2 - 5} \right) dx; \quad \text{б) } \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{(\cos x + 2) dx}{\sin^2 x}; \quad \text{в) } \int_1^e \frac{1 - \ln x}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$$

$$4. y = 2 - \frac{x^2}{2}, y + x = 2.$$

$$5. \text{ a) } (xy^2 + x) dx + (y - x^2 y) dy = 0;$$

$$\text{б) } xy' + y = \sin x, \text{ если } y = 1 \text{ при } x = \frac{\pi}{2}.$$

$$6. \text{ a) } y'' - 5y' + 4y = 0, \text{ если } y(0) = y'(0) = 1;$$

$$\text{б) } 49y'' + 14y' + y = 0;$$

$$\text{в) } y'' + 121y = 0.$$

$$7. y'' + 2y' = 3e^x.$$

$$8. \iint_D (4xy + 16x^3 y^3) dx dy; \quad D: x = 1, y = x^3, y = -\sqrt[3]{x}.$$

$$9. \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i.$$

Вариант 21

$$1. z = 4x + 5y - x^2 - xy - y^2 + 4; D(2; 2).$$

$$2. \text{ a) } \int \left(\frac{x^2 - 9}{3 - x} + \frac{1}{x^2 - 9} + 2x\sqrt{x} - 3^{x+1} \right) dx; \quad \text{б) } \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{3 \sin x - 5}};$$

$$\text{в) } \int (2x - 3)e^{4x} dx.$$

$$3. \text{ a) } \int_1^2 \left(2x - \frac{4}{x^2} + \ln 2 \cdot 2^x \right) dx; \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(\sin x + 1)^2} dx; \quad \text{в) } \int_1^e (\sqrt[3]{x} - 2) \ln x dx.$$

4. $y = \sqrt{x}$, $x + y = 2$, $y = 0$.

5. а) $yy' + xe^y = 0$, если $y = 1$ при $x = 0$;

б) $y' - y \operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} x$.

6. а) $y'' + 2y' - y = 0$;

б) $y'' + 6y' + 9y = 0$, если $y(0) = y(0)' = 1$;

в) $y'' - 2y' + 2y = 0$.

7. $y'' - y' = 2x + 3$.

8. $\iint_D (44xy + 16x^3y^3) dx dy$; $D: x = 1, y = x^2, y = -\sqrt[3]{x}$.

9. $-\sqrt{2} - \sqrt{6}i$.

Вариант 22

1. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$; $D(1; 2)$.

2. а) $\int \left(\frac{(2x+3)^2}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{3-x^2}} + \frac{5}{x} \right) dx$; б) $\int \frac{2e^{\sqrt{x}} + 3 \sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$;

в) $\int (x^2 - x + 3) \ln x dx$;

3. а) $\int_1^2 \left(\frac{(x^2+2)^2}{x^3} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \right) dx$; б) $\int_1^e \frac{\ln^5 y + 3}{y} dy$; в) $\int_0^{\pi} \left(3x + \frac{\pi}{2} \right) \cos \frac{x}{2} dx$.

4. $y = x^2 + 1$; $y = 9 - x^2$.

5. а) $x(y^2 + 1)dx + (1 + x^2)dy = 0$, если $y = 1$ при $x = 0$;

б) $x^2y' - 2xy = 3$.

6. а) $2y'' - 3y' - 5y = 0$;

б) $y'' + 4y = 0$, если $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2$;

в) $64y'' - 16y' + y = 0$.

7. $y'' - 4y' + 4y = 3e^x$.

8. $\iint_D (4xy + 176x^3y^3) dx dy$; $D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2$.

9. $\sqrt{3} - i$.

Вариант 23

1. $z = 13y + 11x - xy - x^2 - y^2 + 5$; $D(-1; -1)$.

2. а) $\int \left(\frac{2}{x^2 - 2} + (2\sqrt{x} - 5)^2 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}} \right) dx$; б) $\int x \sin(3 - 5x^2) dx$;

в) $\int (2 - x^2)e^{2x} dx$.

3. а) $\int_0^1 \left(4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{x} + \frac{2}{x^2 + 16} \right) dx$; б) $\int_0^2 \frac{y^2}{\sqrt{y^3 + 1}} dy$; в) $\int_0^\pi (3x - \pi) \cos x dx$.

4. $y = x, y = \frac{1}{8}x, y = \frac{1}{x^2}$.

5. а) $(x^2 + 1)y' + 4xy = 0$, если $y = 1$ при $x = 0$;

б) $xy' - xy = (1 + x^2)e^x$.

6. а) $y'' + 6y' + 5y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

б) $y'' + 81y = 0$;

в) $4y'' + 4y' + y = 0.5$.

7. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}$.

8. $\iint_D (xy - 9x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2$.

9. $-\frac{2\sqrt{3}}{3} + 2i$.

Вариант 24

1. $z = 3y^2 - 9xy + x^2$; $D(1; 3)$.

2. а) $\int \left(\frac{1}{\sqrt{4-9x^2}} + \frac{3x-2}{\sqrt[3]{x}} - 2^{x+3} \right) dx$; б) $\int \frac{\sin x dx}{\cos^2 x + 5}$; в) $\int (3x^2 - 1) \ln x dx$.

3. а) $\int_0^1 \left(2\sqrt{x} - \frac{3 - \sqrt{x^2 + 2}}{x^2 + 2} + 3^x \right) dx$; б) $\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{\arctg^4 x}}{1+x^2} dx$; в) $\int (5x - 2)e^{-5x} dx$.

4. $y = x^2 + 2x - 3, y = 1 - x$.

5. а) $x\sqrt{9-y^2} dx - y\sqrt{4+x^2} dy = 0$, если $y = 0$ при $x = 0$;

б) $(x+1)y' - 2y = (x+1)^4$.

6. а) $y'' + 8y' + 7y = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

б) $y'' + 4y = 0$;

в) $16y'' + 8y' + y = 0$.

7. $3y'' + y' = 6x - 1$.

8. $\iint_D (xy - 4x^3y^3) dx dy$; $D: x=1, y = x^3, y = -\sqrt{x}$.

9. $-5i$.

Вариант 25

1. $z = 2x^2 + 6xy - 4y^2 - 12y$; $D(2; -1)$.

2. а) $\int \left(\frac{1-5x}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{4x^2+1}} - \frac{2^{x+1}}{3^x} \right) dx$; б) $\int \frac{2x-1}{\sqrt[5]{x^2-x}} dx$;

в) $\int (x+1)^2 \ln(x+1) dx$.

3. а) $\int_0^1 \left((x\sqrt{x}+2)^2 + \frac{1}{x^2+1} \right) dx$; б) $\int_{-1}^1 \frac{2y + \arctg^5 y}{y^2+1} dy$; в) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x dx}{\cos^2 x}$.

4. $y = x^3 + 2$, $y = 2 - x^2$.

5. а) $\sqrt{1 + \ln y} dy + xy dx = 0$, если $y = 1$ при $x = 1$;

б) $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$.

6. а) $y'' + y' = 0$, если $y(0) = y'(0) = 1$;

б) $y'' + 16y = 0$;

в) $y'' + 26y' + 169y = 0$.

7. $y'' - 6y' + 9y = x^2 + 2x$.

8. $\iint_D (4xy + 176x^3y^3) dx dy$; $D: x = 1, y = \sqrt[3]{x}, y = -x^2$.

9. $3 - 3\sqrt{3}i$.