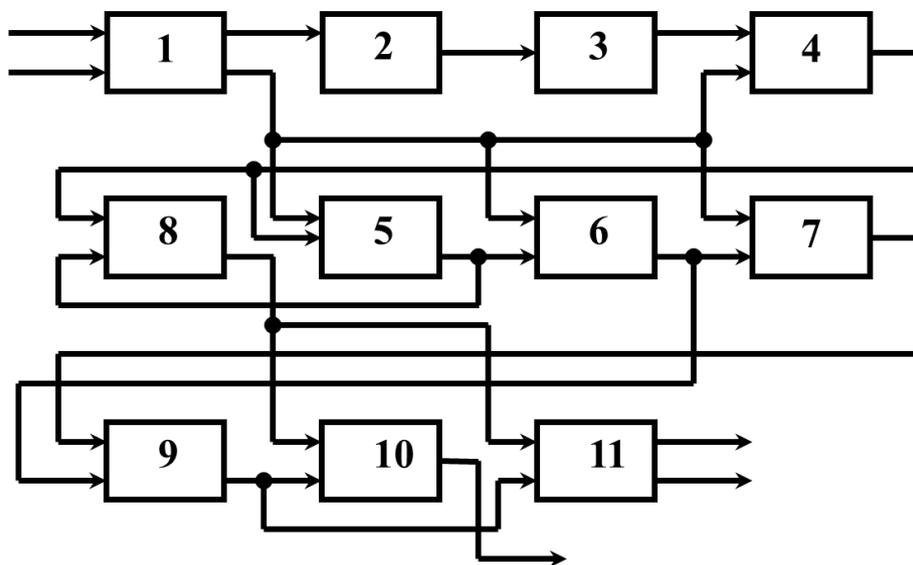


Задача №1

Для блока калибратора РЛС, логическая модель которого представлена ниже, заданы следующие исходные данные о надежности элементов логической модели и продолжительности проверок:

Номер элемента ЛМ, J	Интенсивность отказов элемента ЛМ, $\lambda_j \cdot 10^6$ 1/ч	Средняя продолжительность проверки, τ_j
1	1	3
2	5	5
3	1	5
4	2	4
5	10	15
6	10	15
7	10	15
8	2	3
9	1	5
10	8	5
11	8	5



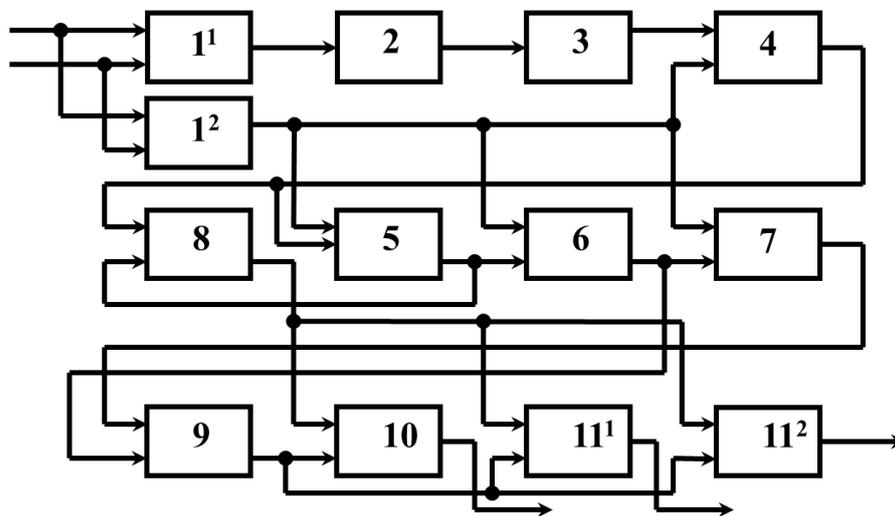
Необходимо:

- 1) Исправить ошибки в логической модели.
- 2) Для правильной логической модели построить МПТ.
- 3) Построить МТПН.
- 4) Построить оптимизированный УАПН с использованием критерия выбора оптимальных проверок.

5) Определить среднее время отыскания неисправности по построенному УАПН.

Решение:

1) Исправим ошибки в логической модели данного объекта руководствуясь правилами построения логических моделей объектов диагностирования. В итоге получим логическую модель следующего вида:



Для данной логической модели построим ТФН:

S	S ₀	S ₁ ¹	S ₁ ²	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈	S ₉	S ₁₀	S ₁₁ ¹	S ₁₁ ²
π														
π_1^1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
π_1^2	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
π_2	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
π_3	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
π_4	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
π_5	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
π_6	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
π_7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
π_8	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
π_9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
π_{10}	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
π_{11}^1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
π_{11}^2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

2) Построим минимальный проверяющий тест. Для этого построим усеченную ТФН, содержащую строки, соответствующие выходным проверкам ОД и в качестве МПТ выберем минимальную совокупность проверок, строки которых совместно покрывают нулями все столбцы неисправных состояний ОД.

π	S	S ₀	S ₁ ¹	S ₁ ²	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈	S ₉	S ₁₀	S ₁₁ ¹	S ₁₁ ²
π_{10}		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
π_{11}^1		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
π_{11}^2		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Так как нет строк, «покрывающих» нулями все столбцы усеченной ТФН, МПТ для данного случая образуют три выходные проверки:

$$\text{МПТ} = \{\pi_{10}, \pi_{11}^1, \pi_{11}^2\}$$

3) Построим минимальный тест поиска неисправности. Для этого используя ЛМ, определим множество обязательных проверок.

$$\pi_{\text{ОБ}} = \{\pi_1^1, \pi_2, \pi_3, \pi_7, \pi_{10}, \pi_{11}^1, \pi_{11}^2\}$$

Поскольку обратных связей на ЛМ калибратора нет, сразу приступим к построению усеченной ТФН для множества обязательных проверок:

π	S	S ₀	S ₁ ¹	S ₁ ²	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₆	S ₇	S ₈	S ₉	S ₁₀	S ₁₁ ¹	S ₁₁ ²
π_1^1		1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
π_2		1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
π_3		1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
π_7		1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
π_{10}		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
π_{11}^1		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
π_{11}^2		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

Анализ полученной усеченной ТФН показывает, что в ней имеются следующие пары неразличимых (одинаковых) столбцов (состояний ОД):

$$\{S_1^2, S_4\}, \{S_1^2, S_5\}, \{S_1^2, S_6\}, \{S_1^2, S_7\}, \{S_4, S_5\}, \{S_4, S_6\}, \{S_4, S_7\}, \{S_5, S_6\}, \{S_5, S_7\}, \{S_6, S_7\}, \{S_8, S_9\}.$$

Следовательно, обязательных проверок недостаточно для различения всех состояний ОД, и необходимо строить таблицу покрытий.

В **таблицу покрытий** должно быть включено столько столбцов, сколько имеется пар неразличимых состояний ОД, а число строк таблицы покрытий должно быть равно числу проверок, не вошедших в множество $\pi_{\text{ОБ}}$.

Заполнение таблицы покрытий проведем по полной ТФН по правилу: если проверка π_i различает состояние S_i и S_k , то в клетку на пересечении строки π_i и столбца (S_i, S_k) (стоят различные символы) записывается единица, в противном случае – 0.

π	S	$\{S_1^2, S_4\}$	$\{S_1^2, S_5\}$	$\{S_1^2, S_6\}$	$\{S_1^2, S_7\}$	$\{S_4, S_5\}$	$\{S_4, S_6\}$	$\{S_4, S_7\}$	$\{S_5, S_6\}$	$\{S_5, S_7\}$	$\{S_6, S_7\}$	$\{S_8, S_9\}$
π_1^2		1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
π_4		0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
π_5		0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
π_6		0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0
π_8		0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1
π_9		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

По построенной таблице покрытий определяется **множество дополнительных проверок** $\pi_{\text{ДОП}}$.

Для этого необходимо найти минимальную совокупность строк, которые совместно «покрывают» единицами все столбцы таблицы. Соответствующие этим строкам проверки образуют искомое множество дополнительных проверок. Из таблицы покрытий видим, что все столбцы покрываются единицами, принадлежащими совокупностям следующих строк:

$$\{\pi_1^2, \pi_4, \pi_5, \pi_6, \pi_8\}; \{\pi_1^2, \pi_4, \pi_6, \pi_8\}; \{\pi_1^2, \pi_4, \pi_5, \pi_6, \pi_9\}.$$

В качестве множества дополнительных проверок $\pi_{\text{ДОП}}$ выбираем: $\pi_{\text{ДОП}} = \{\pi_1^2, \pi_4, \pi_6, \pi_8\}$.

Определяем МТПН:

$$\text{МТПН} = \pi_{\text{ОБ}} \cup \pi_{\text{ДОП}} = \{\pi_1^1, \pi_1^2, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_6, \pi_7, \pi_8, \pi_{10}, \pi_{11}^1, \pi_{11}^2\}.$$

4) Построим оптимизированный УАПН, для чего вначале необходимо построить усеченную ТФН для проверок, входящих в МТПН.

π	S	S_0	S_1^1	S_1^2	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}^1	S_{11}^2
π_1^1		1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
π_1^2		1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
π_2		1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
π_3		1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
π_4		1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
π_6		1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
π_7		1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
π_8		1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1
π_{10}		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
π_{11}^1		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
π_{11}^2		1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0

В процессе построения оптимизированного УАПН будем заполнять в таблицу, приведенную ниже.

В первый столбец таблицы запишем исходное множество всех возможных состояний ОД (калибратора):

$$\{S_1^1, S_1^2, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}^1, S_{11}^2\}$$

Определим множество $\Pi(S)$ проверок, применимых к множеству состояний ОД S . Пользуясь ТФН, приведенной выше, убедимся, что для исходного множества S применимы все проверки, входящие в МТПН: в каждой из строк ТФН, соответствующих проверкам МТПН, имеются нули и единицы. Все применимые проверки одну под другой (в столбик) выпишем в столбце 2 таблицы.

Подмножества состояний ОД	$\Pi(S)$	Выделяемые подмножества		$C\pi_i(S)$	π^{opt}	$t\pi_i(S)$
		S_i^0	S_i^1			
1	2	3	4	5	6	7
$\{S_1^1, S_1^2, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7, S_8, S_9, S_{10}, S_{11}^1, S_{11}^2\}$	π_1^1	$\{S_1^1\}$	$\{S_1^2, S_2, \dots, S_{11}^2\}$	195		
	π_1^2	$\{S_1^2\}$	$\{S_1^1, S_2, \dots, S_{11}^2\}$	195		
	π_2	$\{S_1^1, S_2\}$	$\{S_1^2, S_3, \dots, S_{11}^2\}$	280		
	π_3	$\{S_1^1, S_2, S_3\}$	$\{S_1^2, S_4, \dots, S_{11}^2\}$	265		
	π_4	$\{S_1^1, \dots, S_4\}$	$\{S_5, \dots, S_{11}^2\}$	188		
	π_6	$\{S_1^1, \dots, S_6\}$	$\{S_7, \dots, S_{11}^2\}$	105		
	π_7	$\{S_1^1, \dots, S_7\}$	$\{S_8, \dots, S_{11}^2\}$	195		
	π_8	$\{S_1^1, \dots, S_5, S_8\}$	$\{S_6, S_7, S_9, \dots, S_{11}^2\}$	69	π_8	21,3
	π_{10}	$\{S_1^1, \dots, S_{10}\}$	$\{S_{11}^1, S_{11}^2\}$	175		
	π_{11}^1	$\{S_1^1, \dots, S_9, S_{11}^2\}$	$\{S_{10}, S_{11}^1\}$	175		
	π_{11}^2	$\{S_1^1, \dots, S_9, S_{11}^2\}$	$\{S_{10}, S_{11}^1\}$	175		

Подмножества состояний ОД	$\Pi(S)$	Выделяемые подмножества		$C\pi_i(S)$	π^{opt}	$t\pi_i(S)$
		S_i^0	S_i^1			
$\{S_1^1, S_1^2, S_2, S_3, S_4, S_5, S_8\}$	π_1^1	$\{S_1^1\}$	$\{S_1^2, \dots, S_5, S_8\}$	60		
	π_1^2	$\{S_1^2\}$	$\{S_1^1, S_2, \dots, S_5, S_8\}$	60		
	π_2	$\{S_1^1, S_2\}$	$\{S_1^2, S_3, \dots, S_5, S_8\}$	50		
	π_3	$\{S_1^1, S_2, S_3\}$	$\{S_1^2, S_4, S_5, S_8\}$	40		
	π_4	$\{S_1^1, \dots, S_4\}$	$\{S_5, S_8\}$	8	π_4	16,5
	π_6	$\{S_1^1, \dots, S_5\}$	$\{S_8\}$	270		
	π_7	$\{S_1^1, \dots, S_5\}$	$\{S_8\}$	270		
$\{S_6, S_7, S_9, S_{10}, S_{11}^1, S_{11}^2\}$	π_6	$\{S_6\}$	$\{S_7, S_9, \dots, S_{11}^2\}$	375		
	π_7	$\{S_6, S_7\}$	$\{S_9, \dots, S_{11}^2\}$	75		
	π_{10}	$\{S_6, S_7, S_9, S_{10}\}$	$\{S_{11}^1, S_{11}^2\}$	65	π_{10}	20,7
	π_{11}^1	$\{S_6, S_7, S_9, S_{11}^1\}$	$\{S_{10}, S_{11}^2\}$	65		
	π_{11}^2	$\{S_6, S_7, S_9, S_{11}^2\}$	$\{S_9, \dots, S_{11}^2\}$	135		

Подмножества состояний ОД	П(S)	Выделяемые подмножества		С π_i (S)	π^{opt}	t π_i (S)
		S $_i^0$	S $_i^1$			
1	2	3	4	5	6	7
{S $_1^1$, S $_1^2$, S $_2$, S $_3$, S $_4$ }	π_1^1	{S $_1^1$ }	{S $_1^2$, ... S $_4$ }	24		
	π_1^2	{S $_1^2$ }	{S $_1^1$, S $_2$, ... S $_4$ }	24		
	π_2	{S $_1^1$, S $_2$ }	{S $_1^2$, S $_3$, S $_4$ }	10	π_2	9,5
	π_3	{S $_1^1$, S $_2$, S $_3$ }	{S $_1^2$, S $_4$ }	20		
{S $_5$, S $_8$ }	π_6	{S $_5$ }	{S $_8$ }	120	π_6	15
	π_7	{S $_5$ }	{S $_8$ }	120		
{S $_6$, S $_7$, S $_9$, S $_{10}$ }	π_6	{S $_6$ }	{S $_7$, S $_9$, S $_{10}$ }	135		
	π_7	{S $_6$, S $_7$ }	{S $_9$, S $_{10}$ }	165		
	π_{11}^1	{S $_6$, S $_7$, S $_9$ }	{S $_{10}$ }	65	π_{11}^1	21,6
	π_{11}^2	{S $_6$, S $_7$, S $_9$ }	{S $_{10}$ }	65		
{S $_{11}^1$, S $_{11}^2$ }	π_{11}^1	{S $_{11}^1$ }	{S $_{11}^2$ }	0	π_{11}^1	5
	π_{11}^2	{S $_{11}^2$ }	{S $_{11}^1$ }	0		

Подмножества состояний ОД	П(S)	Выделяемые подмножества		С π_i (S)	π^{opt}	t π_i (S)
		S $_i^0$	S $_i^1$			
1	2	3	4	5	6	7
{S $_1^1$, S $_2$ }	π_1^1	{S $_1^1$ }	{S $_2$ }	---	π_1^1	3
{S $_1^2$, S $_3$, S $_4$ }	π_1^2	{S $_1^2$ }	{S $_3$, S $_4$ }	6	π_1^2	6,75
	π_3	{S $_3$ }	{S $_1^2$, S $_4$ }	10		
{S $_6$, S $_7$, S $_9$ }	π_6	{S $_6$ }	{S $_7$, S $_9$ }	15	π_6	22,9
	π_7	{S $_6$, S $_7$ }	{S $_9$ }	285		
{S $_3$, S $_4$ }	π_3	{S $_3$ }	{S $_4$ }	---	π_3	5
{S $_7$, S $_9$ }	π_7	{S $_7$ }	{S $_9$ }	---	π_7	15

Одновременно с определением применимости проверок в столбцах 3 и 4 записываем **выделяемые подмножества** для каждой из **применимых** проверок.

Если в ТФН на пересечении строки π_i и столбца S $_j$ стоит 0, то состояние S $_j$ включается в подмножество S $_j^0$. В противном случае, если на пересечении строки π_i и столбца S $_j$ в ТФН стоит 1, состояние S $_j$ включается в S $_j^1$.

Например, для проверки π_1^1 по ТФН находим:

$$S^0_1 = \{S_1^1\}; S^1_1 = \{S_1^2, S_2, \dots, S_{11}^2\}.$$

Для остальных проверок, применимых к множеству состояний S , выделяемые подмножества записаны в столбцах 3 и 4 таблицы.

Произведем расчет для каждой из применимых проверок значения функции предпочтения $C\pi_i(S)$. Эта функция имеет вид:

$$C\pi_i(S) = \tau_i |Q(S_i^0) - Q(S_i^1)|.$$

Если в исходных данных заданы не вероятности отказов элементов q_i , а интенсивности отказов λ_j , то в этом случае величины можно определить как суммарные интенсивности:

$$Q(S_i^0) = \sum_{S_j^a S_{0i}} \lambda_j; \quad Q(S_i^1) = \sum_{S_j^a S_{0i}} \lambda_j$$

При этом очевидно, что величины $Q(S_i^0)$ и $Q(S_i^1)$ утрачивают смысл вероятностей.

Расчет значений для различных проверок, применимых к множеству состояний S , произведем следующим образом.

Для проверки π_1^1 :

$$Q(S_i^0) = \lambda_1^1 = 1; \quad Q(S_i^1) = \lambda_1^2 + \lambda_2 + \dots + \lambda_{11}^2 = 66;$$

$$C\pi_1^1(S) = \tau_1^1 |Q(S_i^0) - Q(S_i^1)| = 3 |1 - 66| = 195.$$

Для проверки π_1^2 :

$$Q(S_i^0) = \lambda_1^2 = 1; \quad Q(S_i^1) = \lambda_1^1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_{11}^2 = 66;$$

$$C\pi_1^2(S) = \tau_1^2 |Q(S_i^0) - Q(S_i^1)| = 3 |1 - 66| = 195.$$

Для проверки π_2 :

$$S^0_2 = \{S_1^1, S_2\}; \quad S^1_2 = \{S_1^2, S_3, \dots, S_{11}^2\};$$

$$Q(S_2^0) = \lambda_1^1 + \lambda_2 = 1 + 5 = 6;$$

$$Q(S_2^1) = \lambda_1^2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_{11}^2 = 62;$$

$$C\pi_2(S) = \tau_2 |Q(S_i^0) - Q(S_i^1)| = 5 |6 - 62| = 280.$$

Для проверки π_3 :

$$S^0_3 = \{S_1^1, S_2, S_3\}; \quad S^1_3 = \{S_1^2, S_4, \dots, S_{11}^2\};$$

$$Q(S_3^0) = \lambda_1^1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 7;$$

$$Q(S_3^1) = \lambda_1^2 + \lambda_4 + \dots + \lambda_{11}^2 = 60;$$

$$C\pi_3(S) = 5 |7 - 60| = 265.$$

Продолжая аналогичные расчеты для остальных проверок, получаем:

$$C\pi_4(S) = 188; \quad C\pi_6(S) = 105; \quad C\pi_7(S) = 195; \quad C\pi_8(S) = 69; \quad C\pi_{10}(S) = 175; \\ C\pi_{11}^1(S) = 175; \quad C\pi_{11}^2(S) = 175.$$

Полученные значения $C\pi_i(S)$ запишем в соответствующих строках в столбце 5 таблицы.

В качестве оптимальной проверки π^{opt} для исходного множества S выбираем проверку π_8 , для которой функция предпочтения $S\pi_i(S)$ имеет минимальное значение. Символ проверки π_8 запишем в столбце 6.

Выделяемые проверкой π_8 подмножества $S^0_8 = \{S_1^1, \dots, S_5, S_8\}$ и $S^1_8 = \{S_6, S_7, S_9, \dots, S_{11}^2\}$ запишем одно под другим в столбце 1.

Теперь согласно методике построения оптимизированного УАПН в качестве множества S принимаем следующее выделяемое подмножество из записанных в столбце 1. В рассматриваемом примере $S = \{S_1^1, S_1^2, S_2, S_3, S_4, S_5, S_8\}$.

Далее для этого множества выполняются расчеты по изложенной выше методике.

После завершения расчетов и заполнения всей таблицы строится **граф** оптимизированного УАПН.

5) Произведем расчет **среднего времени отыскания неисправности**. Для двухэлементных выделяемых подмножеств в столбец 7 проставим значения продолжительностей соответствующих оптимальных проверок: для подмножества $S = \{S_7, S_9\} \rightarrow \tau_7 = 15$ мин, $S = \{S_3, S_4\} \rightarrow \tau_3 = 5$ мин. и т.д.

Для трех- и более элементных выделяемых подмножеств среднее время отыскания неисправностей рассчитываем следующим образом.

Для подмножества $S = \{S_6, S_7, S_9\}$

$$t\pi_6(S) = \tau_6 + t(S_6^0) (Q(S_6^0)/Q(S)) + t(S_6^1) (Q(S_6^1)/Q(S))$$

где $S_6^0 = \{S_6\}$, $S_6^1 = \{S_7, S_9\}$

Как и ранее, величины $Q(S_i^0)$ и $Q(S_i^1)$ будем определять как суммарные интенсивности переходов в состояния соответствующих подмножеств.

Для рассматриваемого подмножества

$$Q(S_6^1) = \lambda_7 + \lambda_9 = 10 + 1 = 11;$$

$$Q(S) = \lambda_6 + \lambda_7 + \lambda_9 = 10 + 10 + 1 = 21.$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$t\pi_6(S) = 15 + 0 + 15 (11/21) = 22,9 \text{ мин.}$$

Здесь второе слагаемое равно нулю, так как при отрицательном исходе проверки π_6 процесс поиска неисправности заканчивается обнаружением неисправного состояния S_6 (выделяется одноэлементное подмножество) $S_6^0 = \{S_6\}$.

Для подмножества $S = \{S_1^2, S_3, S_4\}$

$$t\pi_1^2(S) = 6,75 \text{ мин.}$$

Для подмножества $S = \{S_6, S_7, S_9, S_{10}\}$

$$t\pi_{11}^1(S) = 21,6 \text{ мин.}$$

Для подмножества $S = \{S_1^1, S_1^2, S_2, S_3, S_4\}$

$$t\pi_2(S) = 9,5 \text{ мин.}$$

Для подмножества $S = \{S_6, S_7, S_9, S_{10}, S_{11}^1, S_{11}^2\}$

$$t\pi_{10}(S) = 20,7 \text{ мин.}$$

Для подмножества $S = \{S_1^1, S_1^2, S_2, S_3, S_4, S_5, S_8\}$

$$t\pi_4(S) = 16,5 \text{ мин.}$$

Для исходного подмножества S : $t_{\pi_8}(S) = 21,3$ мин.

Итак, в данном примере мы получили, что среднее время отыскания неисправности в калибраторе при использовании оптимизированного УАПН равно 21,3 мин.