

# 1. РАСЧЁТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ИСТОЧНИКАМИ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА

## 1.1. Основные законы, преобразования и методы расчёта

### 1.1.1. Основные законы

Задачей анализа и расчёта электрических цепей является определение токов, напряжений и мощностей отдельных её участков. Часто возникает задача, когда для получения требуемого распределения токов, напряжений и мощностей нужно определить параметры цепи или её отдельных элементов. Основой расчёта электрических цепей являются закон Ома и два закона Кирхгофа [1, 2, 3, 5, 6].

*Закон Ома для участка цепи* в интегральной форме имеет вид

$$I = \frac{U}{R} \text{ или } I = GU, \quad (1.1)$$

где  $U$  – напряжение на участке цепи,  $U = \varphi_1 - \varphi_2 \pm E$ ;  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  – разность потенциалов на концах участка;  $E$  – ЭДС, действующая на участке;  $R$  – сопротивление участка цепи;  $G$  – проводимость ветви. ЭДС выбирают со знаком плюс, если источник работает в режиме генератора, т.е. направления ЭДС и тока на данном участке совпадают, со знаком минус для источника-потребителя, если направления ЭДС и тока противоположны [1, 2, 3, 5, 6].

Для неоднородного участка цепи 1 с источником ЭДС (рис. 1.1) закон Ома имеет вид

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E}{r_0}. \quad (1.2)$$

Для однородного участка цепи 2 с внешним сопротивлением  $R$  (см. рис. 1.1) закон Ома записывают в виде [3, 5]:

$$I = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{R}. \quad (1.3)$$

Для замкнутой одноконтурной электрической цепи (см. рис. 1.1), содержащей источник ЭДС, ток по закону Ома равен [3, 5]:

$$I = \frac{E}{R + r_0}. \quad (1.4)$$

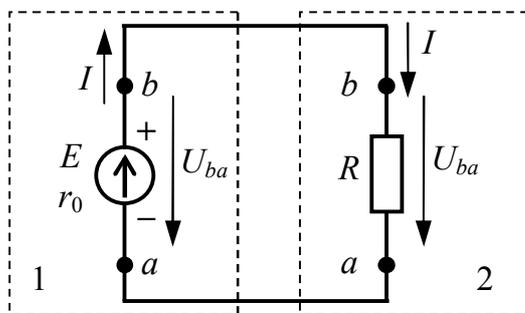


Рис. 1.1. Схема электрической цепи

Применение *законов Кирхгофа* к линейной электрической цепи позволяет получить систему линейных уравнений относительно токов или напряжений и найти значения токов во всех ветвях цепи.

Согласно *первому закону Кирхгофа*, алгебраическая сумма токов в любом узле электрической цепи равна нулю [3, 5]:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0, \quad (1.5)$$

где  $n$  – число токов, сходящихся в узле. Токи, входящие и выходящие из узла, в уравнении должны учитываться с разными знаками, например, входящие в узел токи – со знаком плюс, выходящие из узла токи – со знаком минус.

Согласно *второму закону Кирхгофа*, алгебраическая сумма напряжений участков любого контура электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^m U_k = 0, \quad (1.6)$$

где  $m$  – число участков контура. Со знаком плюс записываются напряжения, положительные направления которых совпадают с произвольно выбранным направлением обхода контура, и со знаком минус – противоположно направленными, или наоборот [3, 5].

В частности, для контура схемы замещения цепи, содержащего только источники ЭДС и резистивные элементы, алгебраическая сумма напряжений на резистивных элементах равна алгебраической сумме ЭДС [3, 5]:

$$\sum_{k=1}^m R_k I_k = \sum_{i=1}^n E_i, \quad (1.7)$$

где  $m$  – число резистивных элементов;  $n$  – число источников ЭДС в контуре. Со знаком плюс записываются ЭДС и токи, положительные направления которых совпадают с произвольно выбранным направлением обхода контура, и со знаком минус – противоположно направленными, или наоборот.

### ***1.1.2. Потенциальная диаграмма электрической цепи***

Для анализа электрических цепей постоянного тока используют *потенциальную диаграмму*  $\varphi(R)$  – график зависимости потенциалов точек цепи от величины сопротивлений участков между этими точками, выполненный в масштабе [1, 2, 3, 5, 6].

Потенциальную диаграмму строят для контура цепи: выбирают исходную точку, потенциал которой принимают равным нулю;

определяют потенциалы остальных точек контура, используя закон Ома для участка цепи.

Рассмотрим пример построения потенциальной диаграммы для схемы, изображённой на рис. 1.2, *а*. За исходную точку принимаем точку *a*,  $\varphi_a = 0$ . Относительно этой точки в произвольном направлении рассчитываются потенциалы всех точек контура.

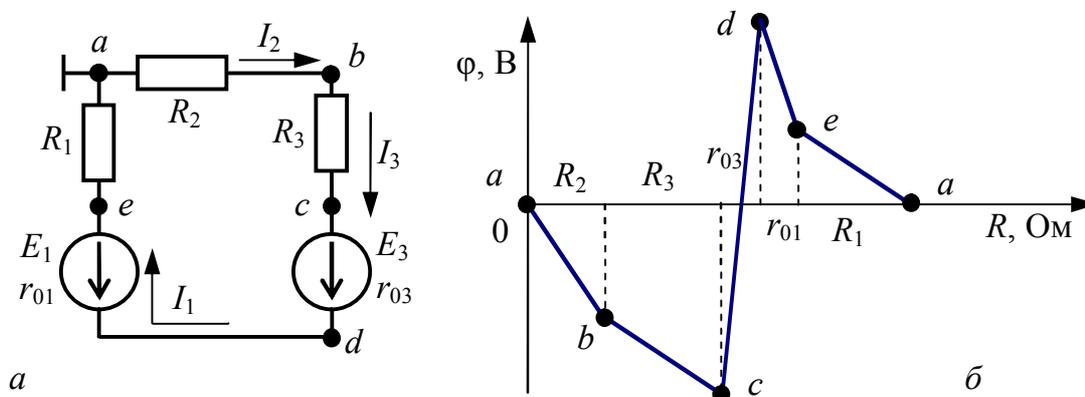


Рис. 1.2. Пример построения потенциальной диаграммы:  
*а* – контур сложной электрической цепи; *б* – потенциальная диаграмма

Потенциал точки, следующей за приёмником электрической энергии по направлению тока, будет меньше потенциала предыдущей на величину падения напряжения на этом участке:

$$\varphi_b = \varphi_a - I_2 R_2;$$

$$\varphi_c = \varphi_b - I_3 R_3.$$

Потенциал точки, следующей за источником-генератором по направлению тока, будет больше потенциала предыдущей на величину напряжения этого источника:

$$\varphi_d = \varphi_c + (E_3 - I_3 r_{03}).$$

Потенциал точки, следующей за источником-потребителем по направлению тока, будет меньше потенциала предыдущей на величину напряжения этого источника:

$$\varphi_e = \varphi_d - (E_1 + I_1 r_{01}).$$

Последняя расчётная точка контура является исходной, поэтому её значение должно получиться таким же, как исходно принятое:

$$\varphi_a = \varphi_e - I_1 R_1 = 0.$$

Потенциальная диаграмма представляет собой построенный в масштабе график зависимости потенциалов точек цепи от величины сопротивлений участков между этими точками (рис. 1.2, *б*).

Сопротивления откладываются последовательно друг за другом в порядке следования их по контуру, т.е. от точки до точки.

### 1.1.3. Эквивалентные преобразования в резистивных цепях

В электрических цепях резисторы соединяются последовательно, параллельно или смешанно [1, 2, 3, 5, 6].

Соединение резисторов называется *последовательным*, если каждый элемент соединён не более чем с двумя другими, причём так, что с каждым из них у него есть только одна общая точка. Это означает, что в последовательном соединении не может быть узлов и, как следствие, во всех элементах протекает один и тот же ток. Общее напряжение при последовательном соединении равно сумме напряжений на отдельных участках (рис. 1.3, а). В соответствии со вторым законом Кирхгофа и законом Ома

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I = (R_1 + R_2 + R_3) I = R I.$$

Поэтому

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

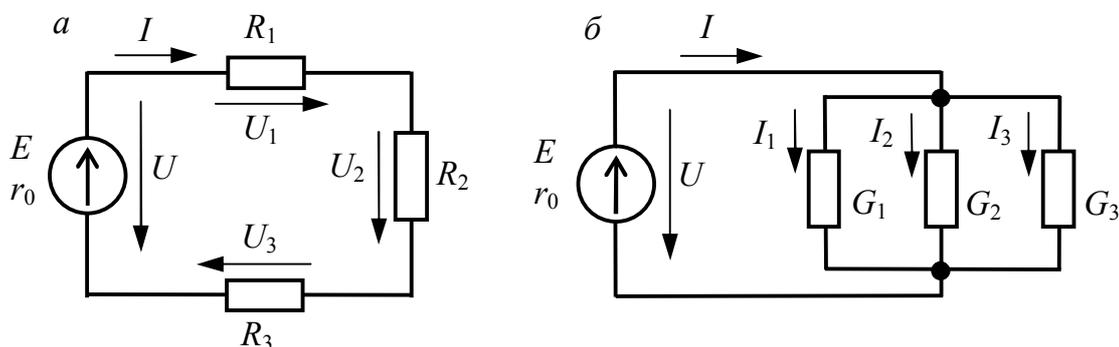


Рис. 1.3. Соединение резистивных элементов:  
а – последовательное; б – параллельное

Эквивалентное сопротивление цепи, состоящей из последовательно соединённых резисторов, равно сумме сопротивлений этих резисторов.

$$R = \sum_{k=1}^n R_k. \quad (1.8)$$

Резисторы включены *параллельно*, если они присоединены к одной и той же паре узлов (рис. 1.3, б).

Напряжения на параллельно соединённых резисторах одинаковы. Пользуясь первым законом Кирхгофа и законом Ома, можно записать

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = G_1 U + G_2 U + G_3 U = (G_1 + G_2 + G_3) U = G U.$$

Следовательно,

$$G = G_1 + G_2 + G_3.$$

При параллельном соединении складывают проводимости участков цепи

$$G = \sum_{k=1}^n G_k \quad \text{или} \quad \frac{1}{R} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}. \quad (1.9)$$

При параллельном соединении токи в ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей.

*Смешанное соединение* – это сочетание последовательного и параллельного соединений. Для каждого смешанного соединения можно найти эквивалентное сопротивление путём последовательных эквивалентных преобразований. Рассмотрим эту задачу на примере схемы рис. 1.4.

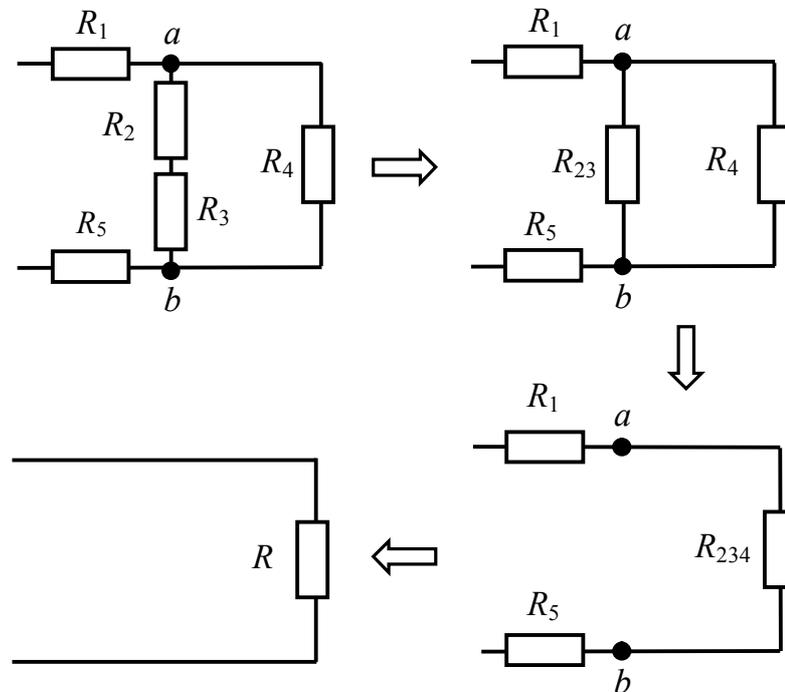


Рис. 1.4. Эквивалентное преобразование смешанного соединения

Здесь изображены четыре ветви. В первую входит резистор  $R_1$ ; во вторую резисторы  $R_2$  и  $R_3$ ; в третью резистор  $R_4$  и в четвёртую –  $R_5$ . Вторая и третья ветви включены параллельно, т.к. обе соединены с узлами  $a$  и  $b$ . Однако из этого не следует, что параллельно соединены между собой элементы этих ветвей. Это было бы справедливо только в том случае, если бы обе ветви состояли из одного элемента. На первом этапе эквивалентное преобразование возможно только для последовательного соединения  $R_2$  и  $R_3$  во второй ветви:  $R_{23} = R_2 + R_3$ . Теперь каждая из параллельных ветвей

состоит из одного элемента, они образуют параллельное соединение, для которого эквивалентное сопротивление

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_4} = \frac{R_{23} + R_4}{R_{23}R_4} = \frac{R_2 + R_3 + R_4}{(R_2 + R_3)R_4}, \quad R_{234} = \frac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

В результате получили последовательное соединение резисторов с эквивалентным сопротивлением

$$R = R_1 + R_5 + R_{234} = R_1 + R_5 + \frac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

В сложных цепях встречаются соединения, которые нельзя свести к комбинации последовательных и параллельных. К ним относятся соединения *звездой* и *треугольником*. Взаимное преобразование этих соединений часто позволяет получить более простые смешанные соединения.

В общем случае схему замещения цепи по схеме «*n*-лучевой звезды» из резистивных элементов можно заменить эквивалентной схемой в виде «*n*-стороннего треугольника». Обратное преобразование возможно в ограниченном числе случаев.

В частности, преобразования в обоих направлениях возможны для случая *треугольника* (рис. 1.5, *а*) и *трёхлучевой звезды* (рис. 1.5, *б*).

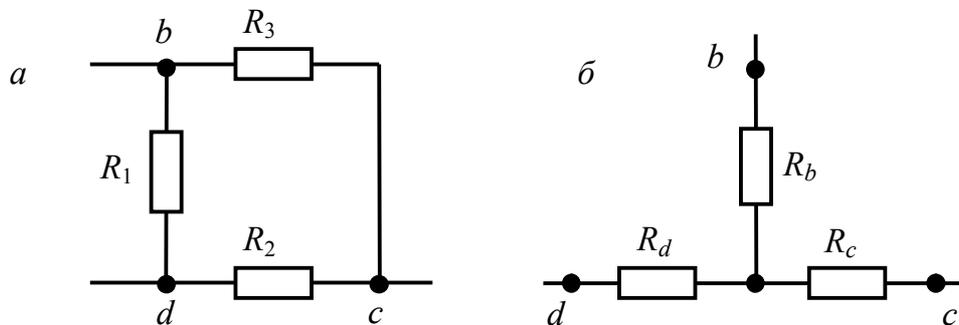


Рис. 1.5. Схемы соединения резистивных элементов:  
а – треугольник; б – звезда

Эквивалентность схем треугольника и звезды получается приравнением значений сопротивлений и проводимостей между одноимёнными узлами этих схем, отсоединённых от остальной части цепи. Поэтому при таком эквивалентном преобразовании токи в проводах, подходящих к преобразуемой схеме, и напряжения между узлами не меняют ни величин, ни направлений. Такой вид преобразования возможен только для участков, не содержащих источников электрической энергии.

При преобразовании треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду используют формулы

$$R_b = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_c = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_d = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (1.10)$$

Возможно обратное преобразование звезды сопротивлений в эквивалентный треугольник. Сопротивления ветви треугольника при таком преобразовании вычисляются следующим образом:

$$\begin{cases} R_1 = R_{bd} = R_b + R_d + \frac{R_b R_d}{R_c}; \\ R_2 = R_{cd} = R_c + R_d + \frac{R_c R_d}{R_b}; \\ R_3 = R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_d}. \end{cases} \quad (1.11)$$

#### 1.1.4. Методы расчёта цепей постоянного тока

*Применение законов Кирхгофа для расчёта электрических цепей.* Устанавливается число неизвестных токов  $p = p_B - p_T$ , где  $p_B$  – общее количество ветвей цепи,  $p_T$  – количество ветвей с источниками тока. Устанавливается число узлов  $q$ , число независимых контуров  $n = [p - (q - 1)]$ . Для каждой ветви задаются положительным направлением тока. Число уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, равно  $(q - 1)$ . Количество уравнений на единицу меньше числа узлов, потому что ток каждой ветви входит с разными знаками в уравнения для соединяемых ею узлов. Сумма слагаемых уравнений всех узлов тождественно равна нулю. Число уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, равно  $n$ . При их составлении следует выбирать независимые контуры, не содержащие источников тока. Общее количество уравнений, составленных по законам Кирхгофа, должно быть равно  $p$  [5, 6].

С помощью законов Ома и Кирхгофа можно рассчитать режим работы любой электрической цепи. Однако порядок системы уравнений может быть большим. Для упрощения вычислений применяют различные расчётные методы: контурных токов, узловых потенциалов, эквивалентного источника и т.д. Все эти методы основаны на законах Ома и Кирхгофа.

*Метод эквивалентных преобразований.* Сущность метода заключается в том, чтобы сложную разветвлённую цепь с помощью эквивалентных преобразований привести к простейшей одноконтурной цепи, включающей ветвь с искомым током, значение которого

определяется затем по закону Ома. К эквивалентным преобразованиям относятся [5, 6]:

- преобразование представления источников электрической энергии. Под этим преобразованием понимается переход от представления источника электрической энергии параллельным соединением источника тока и внутренней проводимости к последовательному соединению источника ЭДС и внутреннего сопротивления, а также обратное преобразование;

- замена последовательных и параллельных соединений однотипных элементов эквивалентными одиночными элементами;

- преобразование соединений звезда – треугольник и треугольник – звезда.

*Метод эквивалентного генератора.* Для нахождения тока в произвольной ветви всю внешнюю по отношению к ней электрическую цепь представляют в виде некоторого эквивалентного генератора с ЭДС  $E_{\text{Э}}$  и сопротивлением  $R_{\text{Э}}$ . Тогда ток в этой ветви можно определить по закону Ома [5, 6].

ЭДС эквивалентного генератора  $E_{\text{Э}}$  и его внутреннее сопротивление  $R_{\text{Э}}$  равны соответственно разности потенциалов и сопротивлению между точками (узлами) электрической цепи, к которым подключена ветвь с искомым током *в режиме холостого хода*, т.е. в режиме, когда эта ветвь отключена.

Искомую ЭДС можно вычислить любым методом анализа электрических цепей. При определении внутреннего сопротивления  $R_{\text{Э}}$  источники электрической энергии должны быть заменены эквивалентными сопротивлениями: источники ЭДС – нулевыми сопротивлениями, т.е. коротким замыканием точек подключения, а источники тока – бесконечно большими сопротивлениями, т.е. разрывом цепи между точками подключения.

*Метод контурных токов.* Метод основывается на том свойстве, что ток в любой ветви цепи может быть представлен в виде алгебраической суммы независимых контурных токов, протекающих по этой ветви. При использовании данного метода вначале выбирают и обозначают независимые контурные токи (по любой ветви цепи должен протекать хотя бы один контурный ток). Общее число независимых контурных токов равно  $[p_B - (q - 1)]$ . Рекомендуется выбирать  $p_T$  контурных токов так, чтобы каждый из них проходил через один источник тока (эти контурные токи можно считать совпадающими с соответствующими токами источников тока:  $J_1, J_2, \dots, J_{p_T}$ , и они обычно являются заданными условиями задачи), а оставшиеся  $n = [p - (q - 1)]$  контурных токов выбирать проходящими по ветвям, не



закрывающийся в том, что реакция электрической цепи на суммарное воздействие равна сумме реакций на элементарные воздействия. Под реакцией электрической цепи понимается режим работы, который устанавливается в результате действия ЭДС источников электрической энергии. Метод наложения непосредственно следует из принципа суперпозиции и заключается в том, что ток в любой ветви линейной электрической цепи можно определить в виде суммы токов, создаваемых каждым источником в отдельности. Очевидно, что этот метод целесообразно применять в цепях с небольшим количеством источников [5, 6].

Рассмотрим применение метода наложения на примере расчёта схемы на рис. 1.6, а.

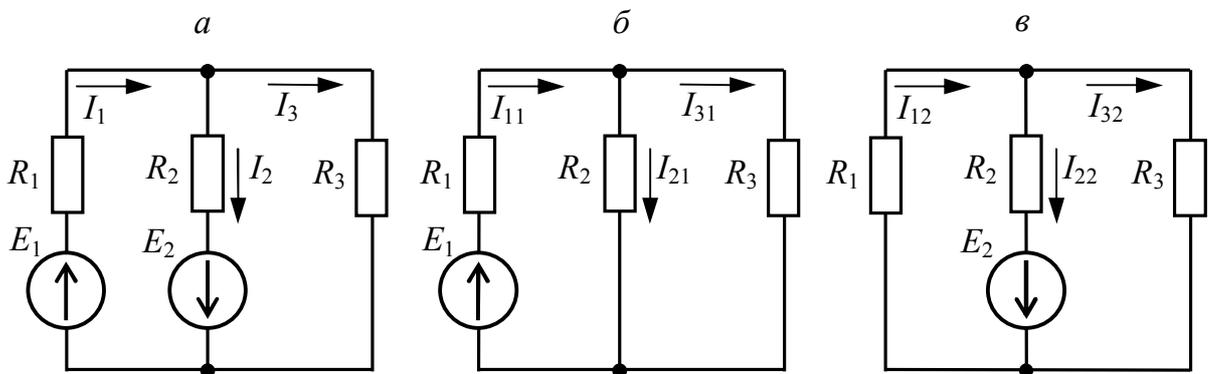


Рис. 1.6. Метод наложения

В цепи действуют два источника ЭДС. Отключим второй источник, заменив его нулевым внутренним сопротивлением ( $r = 0$ ). Тогда схема цепи будет соответствовать рис. 1.6, б, и для неё токи можно легко рассчитать, пользуясь, например, эквивалентным преобразованием и законом Ома:

$$I_{11} = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}};$$

$$U_{23} = I_{11} \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3};$$

$$I_{21} = \frac{U_{23}}{R_2} = \frac{I_{11} R_3}{R_2 + R_3};$$

$$I_{31} = I_{11} - I_{21}.$$

Ток  $I_{21}$  можно найти, используя правило распределения токов по двум параллельным ветвям: ток в каждой из ветвей пропорционален

отношению сопротивления другой ветви к суммарному сопротивлению обеих ветвей.

Отключим теперь первый источник и аналогичным методом определим токи в цепи (рис. 1.6, в):

$$I_{22} = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}; \quad I_{12} = \frac{I_{22} R_3}{R_1 + R_3}; \quad I_{32} = I_{12} - I_{22}.$$

Складывая токи, создаваемые отдельными источниками с учётом их направлений, получим искомые токи

$$I_1 = I_{11} + I_{12}; \quad I_2 = I_{21} + I_{22}; \quad I_3 = I_{31} + I_{32}.$$

### 1.1.5. Баланс мощностей

Для любой электрической цепи суммарная мощность  $P_{II}$ , развиваемая источниками электрической энергии (источниками тока и ЭДС), равна суммарной мощности  $P_{II}$ , расходуемой потребителями (резисторами) [5, 6]:

$$\sum_k P_{Ik} = \sum_m P_{Im}. \quad (1.13)$$

Мощность, рассеиваемая резистором [5, 6],

$$P_{II} = RI^2, \quad (1.14)$$

Суммарная мощность  $P_{II}$  источников электрической энергии включает мощность источника ЭДС [5, 6]:

$$P_E = \pm EI, \quad (1.15)$$

мощность источника тока [5, 6]:

$$P_J = \pm U_J J. \quad (1.16)$$

Мощности, рассеиваемые резисторами, всегда положительные, в то время как мощности источников электрической энергии в зависимости от соотношения направления падений напряжения и тока в них могут иметь любой знак. Если направление протекания тока через источник противоположно падению напряжения на нём, то мощность источника положительна, т.е. он отдаёт энергию в электрическую цепь. В противном случае мощность источника отрицательна и он является потребителем электрической энергии. Следует заметить, что направление падения напряжения всегда противоположно направлению

ЭДС, поэтому для источника ЭДС условием положительной мощности является совпадение направлений ЭДС и тока [5, 6].

## 1.2. Пример расчёта разветвлённой электрической цепи постоянного тока

Для схемы замещения электрической цепи, представленной на рис. 1.7, необходимо:

1. Рассчитать значения всех неизвестных токов, используя:
  - законы Кирхгофа;
  - метод контурных токов;
  - метод узловых потенциалов.
2. Рассчитать ток любой ветви, не содержащей источник тока:
  - методом эквивалентных преобразований;
  - методом эквивалентного генератора.
3. Рассчитать баланс мощностей цепи.
4. Построить потенциальную диаграмму для внешнего контура.

*Исходные данные* для расчёта:

Параметры источников энергии:  $E_3 = 10$  В,  $E_4 = 20$  В,  $J_6 = 2$  А.

Параметры потребителей:  $R_1 = 1$  Ом,  $R_2 = 2$  Ом,  $R_3 = 3$  Ом,  $R_4 = 4$  Ом,  $R_5 = 5$  Ом.

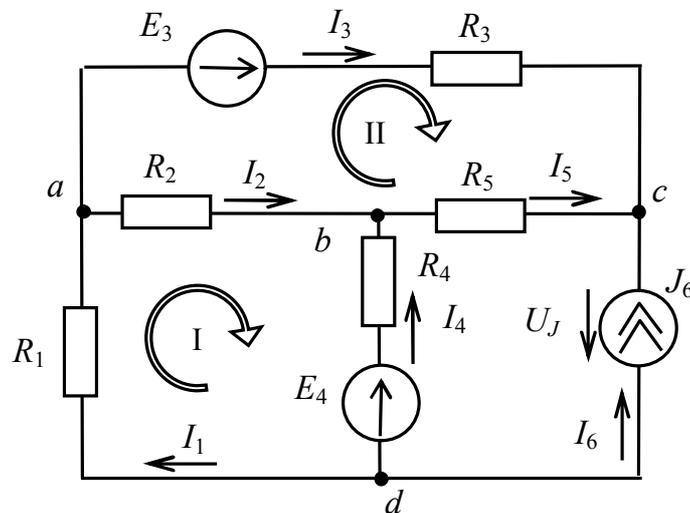


Рис. 1.7. Расчётная схема цепи постоянного тока

**Методика расчёта.** Всего в схеме шесть ветвей  $p_B = 6$ , ветвей с источниками тока  $p_T = 1$ , число неизвестных токов равно  $p = p_B - p_T = 5$ , количество узлов  $q = 4$ , число уравнений по первому закону Кирхгофа  $-(q - 1) = 4 - 1 = 3$ , число уравнений по второму закону Кирхгофа  $-n = [p - (q - 1)] = 2$ .

Выберем положительные направления токов и обозначим их стрелками. Выберем и обозначим стрелками направления обхода двух

независимых контуров: I, II. Составим *систему уравнений по законам Кирхгофа* согласно формулам (1.5) и (1.7).

Для узла *a*:  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ ;

для узла *b*:  $I_2 + I_4 - I_5 = 0$ ;

для узла *c*:  $I_3 + I_5 + I_6 = 0$  или  $I_3 + I_5 = -J_6$ ;

для контура I:  $R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_4 I_4 = -E_4$ ;

для контура II:  $-R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_5 I_5 = E_3$ .

Полученные уравнения после подстановки в них числовых значений будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0; \\ I_2 + I_4 - I_5 = 0; \\ I_3 + I_5 = -2; \\ I_1 + 2I_2 - 4I_4 = -20; \\ -2I_2 + 3I_3 - 5I_5 = 10. \end{cases}$$

Решение данной системы даёт числовые значения искомых токов  $I_1 = -4,24$  А;  $I_2 = -3,39$  А;  $I_3 = -0,85$  А;  $I_4 = 2,24$  А;  $I_5 = -1,15$  А.

Рассмотрим *применение метода контурных токов* для расчёта токов.

Выберем направления контурных токов (рис. 1.8), которые обозначим  $I_{11}$ ,  $I_{22}$  и  $J_6$  (последний известен).

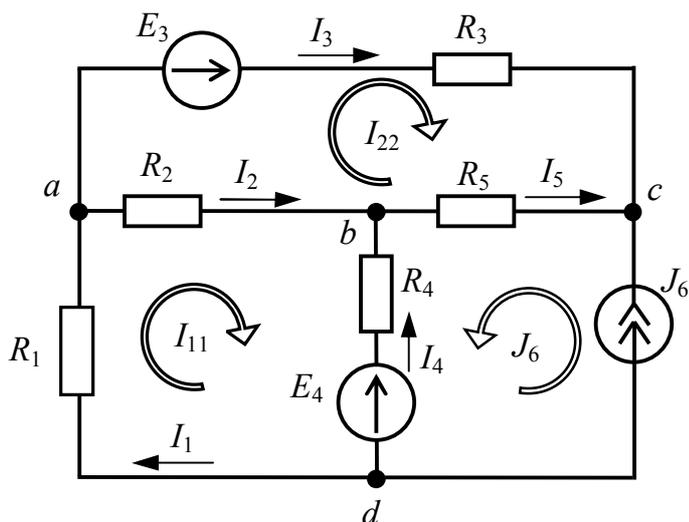


Рис. 1.8. Применение метода контурных токов

Составим систему уравнений по второму закону Кирхгофа для контуров с токами  $I_{11}$  и  $I_{22}$  (1.12):

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_4)I_{11} - R_2I_{22} + R_4J_6 = -E_4; \\ -R_2I_{11} + (R_2 + R_3 + R_5)I_{22} + R_5J_6 = E_3. \end{cases}$$

После подстановки числовых значений имеем

$$\begin{cases} 7I_{11} - 2I_{22} + 8 = -20; \\ -2I_{11} + 10I_{22} + 10 = 10. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7I_{11} - 2I_{22} = -28; \\ -2I_{11} + 10I_{22} = 0. \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений, найдём контурные токи

$$I_{11} = -4,24 \text{ А}, I_{22} = -0,85 \text{ А},$$

токи в ветвях определяем как алгебраическую сумму независимых контурных токов.

Ток  $I_1$  имеет направление контурного тока  $I_{11}$  и равен

$$I_1 = I_{11} = -4,24 \text{ А}.$$

Ток  $I_2$  получится от наложения контурных токов  $I_{11}$  и  $I_{22}$  и будет равен

$$I_2 = I_{11} - I_{22} = -4,24 + 0,85 = -3,39 \text{ А}.$$

Ток  $I_3$  совпадает с контурным током  $I_{22}$  и равен

$$I_3 = I_{22} = -0,85 \text{ А}.$$

Ток  $I_4$  получится от наложения контурных токов  $I_{11}$  и  $J_6$  и будет равен

$$I_4 = -(I_{11} + J_6) = 4,24 - 2 = 2,24 \text{ А}.$$

Ток  $I_5$  получится от наложения контурных токов  $I_{22}$  и  $J_6$  и будет равен

$$I_5 = -(I_{22} + J_6) = 0,85 - 2 = -1,15 \text{ А}.$$

*Составим баланс мощностей для схемы на рис. 1.7.*

Суммарная мощность источников тока и ЭДС

$$\sum P_{II} = E_3I_3 + E_4I_4 + J_6U_J.$$

Падение напряжения на источнике тока  $U_J$  определяем по второму закону Кирхгофа для контура, содержащего источник тока:

$$U_J + R_4I_4 + R_5I_5 = E_4;$$

$$U_J = E_4 - R_4I_4 - R_5I_5 = 16,79 \text{ В}.$$

Тогда  $\Sigma P_{II} = 69,88 \text{ Вт.}$

Суммарная мощность приёмников

$$\Sigma P_{II} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 = 69,81 \text{ Вт.}$$

$\Sigma P_{II} \approx \Sigma P_{II}$ , следовательно, баланс мощностей имеет место.

Построим потенциальную диаграмму для внешнего контура

За исходную точку принимаем точку  $d$ ,  $\varphi_d = 0$  (рис. 1.12, а). Относительно этой точки в произвольном направлении рассчитываются потенциалы всех точек контура по закону Ома (1.2), (1.3).

Ток первой ветви

$$I_1 = (\varphi_d - \varphi_a) / R_1.$$

Тогда потенциал точки  $a$

$$\varphi_a = \varphi_d - I_1 R_1 = 0 - (-4,24) \cdot 1 = 4,24 \text{ В.}$$

Ток первой ветви

$$I_3 = (\varphi_a - \varphi_c + E_3) / R_3.$$

Тогда потенциал точки  $c$

$$\varphi_c = \varphi_a + E_3 - I_3 R_3 = 4,24 + 10 - (-0,85) \cdot 3 = 16,79 \text{ В.}$$

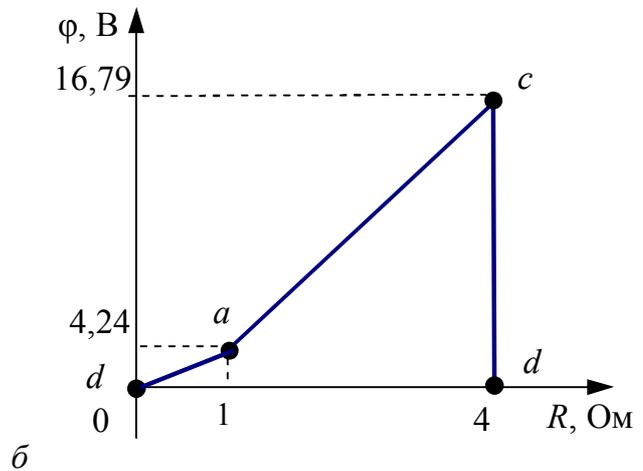
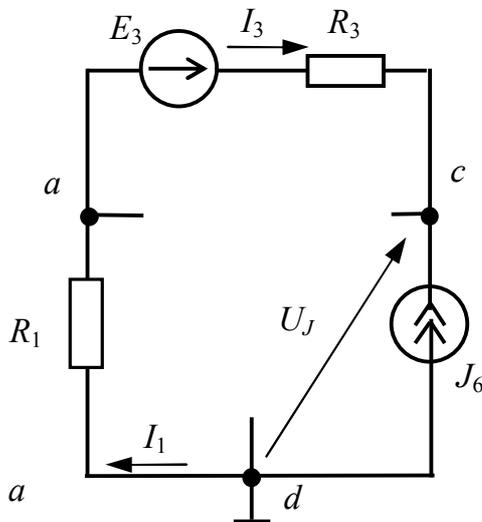


Рис. 1.12. Потенциальная диаграмма для внешнего контура

Так как сопротивление идеального источника тока  $J_6$  равно нулю, потенциал точки  $d$  определяем через падение напряжения  $U_J$  на источнике.

$$\varphi_d = \varphi_c - U_J = 16,79 - 16,79 = 0.$$

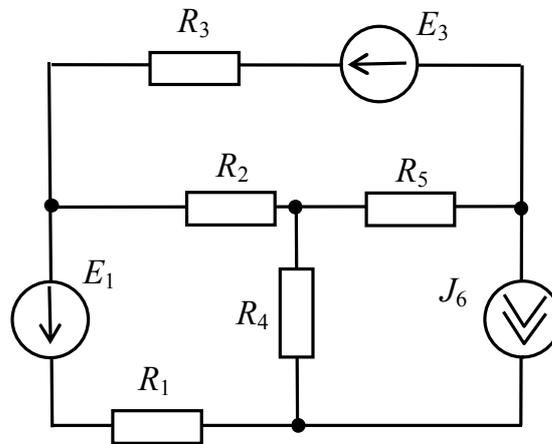
Так как рассчитанный потенциал  $\varphi_d$  оказался равным исходно принятому значению, то расчёт потенциалов точек цепи можно считать верным. Потенциальная диаграмма представлена на рис. 1.12, б.

### 1.3. Исходные данные для расчёта

Согласно примеру для своего варианта исходных данных необходимо:

1. Рассчитать значения всех неизвестных токов, используя:
  - законы Кирхгофа;
  - метод контурных токов.
2. Рассчитать баланс мощностей цепи.
3. Построить потенциальную диаграмму для внешнего контура.

Схема 6



| Вар.    | Параметры источников  | Параметры резисторов, Ом |       |       |       |       |
|---------|---|--------------------------|-------|-------|-------|-------|
|         |   | $R_1$                    | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ | $R_5$ |
| Схема 6 |   | $R_1$                    | $R_2$ | $R_3$ | $R_4$ | $R_5$ |
| 1       | $J_6 = 1,5 \text{ A}; E_1 = 50 \text{ B}; E_3 = 15 \text{ B}$ | 1                        | 8     | 7     | 4     | 6     |
| 2       | $J_6 = 1,6 \text{ A}; E_1 = 45 \text{ B}; E_3 = 20 \text{ B}$ | 6                        | 5     | 3     | 1     | 2     |
| 3       | $J_6 = 1,7 \text{ A}; E_1 = 40 \text{ B}; E_3 = 25 \text{ B}$ | 5                        | 1     | 3     | 9     | 3     |
| 4       | $J_6 = 1,8 \text{ A}; E_1 = 35 \text{ B}; E_3 = 30 \text{ B}$ | 5                        | 7     | 5     | 8     | 4     |
| 5       | $J_6 = 1,9 \text{ A}; E_1 = 30 \text{ B}; E_3 = 35 \text{ B}$ | 9                        | 5     | 8     | 4     | 2     |
| 6       | $J_6 = 2,0 \text{ A}; E_1 = 25 \text{ B}; E_3 = 40 \text{ B}$ | 6                        | 9     | 10    | 8     | 4     |
| 7       | $J_6 = 2,1 \text{ A}; E_1 = 20 \text{ B}; E_3 = 45 \text{ B}$ | 2                        | 6     | 7     | 1     | 9     |
| 8       | $J_6 = 2,2 \text{ A}; E_1 = 15 \text{ B}; E_3 = 50 \text{ B}$ | 8                        | 6     | 10    | 5     | 4     |
| 9       | $J_6 = 2,3 \text{ A}; E_1 = 10 \text{ B}; E_3 = 55 \text{ B}$ | 7                        | 5     | 4     | 3     | 10    |
| 10      | $J_6 = 2,4 \text{ A}; E_1 = 5 \text{ B}; E_3 = 60 \text{ B}$  | 4                        | 7     | 8     | 6     | 9     |

## 7. РАСЧЁТ И АНАЛИЗ ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

### 7.1. Основные понятия, параметры и характеристики

*Машина постоянного тока* (МПТ) – электрическая машина, предназначенная для преобразования механической энергии в электрическую постоянного тока и наоборот. Машины постоянного тока являются обратимыми машинами, т.е. они могут работать как в режиме генератора, так и в режиме двигателя [4, 5, 7].

Двигатели постоянного тока (ДПТ) стоят почти на каждом автомобиле – это стартер, электропривод стеклоочистителя, вентилятор отопителя салона и др. ДПТ большой мощности используются главным образом в качестве тяговых двигателей электровозов, буровых станков и горных экскаваторов. Двигатели малой мощности находят широкое применение в станкостроении, ручном инструменте, бытовой технике и др.

ДПТ (рис. 7.1) состоят из трех основных частей [4, 5, 7]:

- 1) индуктора;
- 2) якоря;
- 3) щёточно-коллекторного узла (ЩКУ).

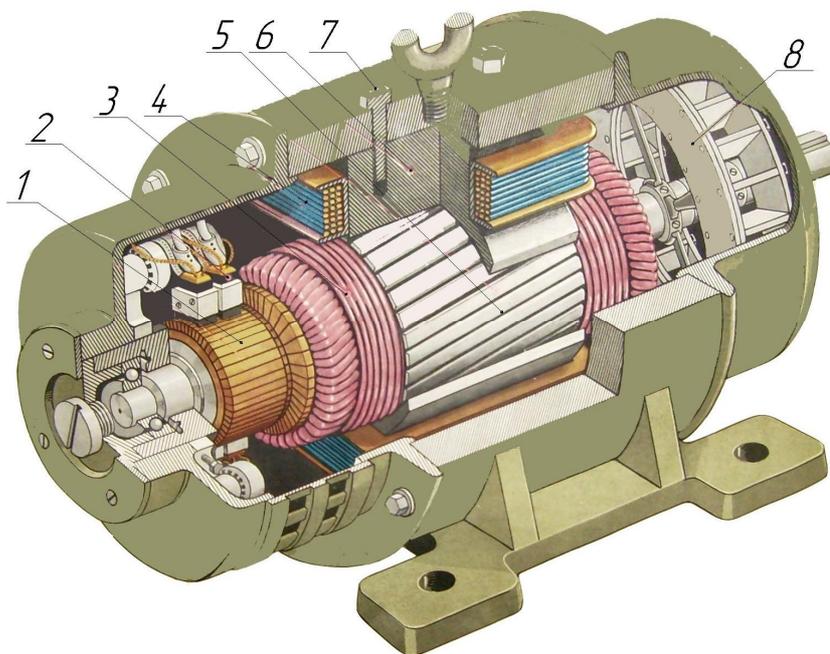


Рис. 7.1. Внешний вид коллекторной машины постоянного тока:

- 1 – коллектор; 2 – щеткодержатель со щетками; 3 – обмотка якоря;  
4 – полюсная катушка; 5 – сердечник якоря; 6 – сердечник полюсного наконечника; 7 – станина; 8 – вентилятор

*Индуктор* – это неподвижная часть, состоящая из станины 7 и полюсных наконечников, представляющих собой катушки 4 с литыми

или шихтованными сердечниками  $b$  и предназначенных для создания магнитного поля машины (см. рис. 7.1). От корпуса полюсного наконечника катушка отделена изоляционным материалом. Катушки всех полюсов соединяют в одну общую электрическую цепь, образующую обмотку возбуждения машины. Полюсные наконечники соединены так, чтобы главные магнитные полюсы  $N$  и  $S$  чередовались [4, 5, 7].

В передней и задней крышках корпуса МПТ установлены шариковые или роликовые подшипники, в которых вращается ротор машины, называемый якорем.

*Якорь* – это вращающаяся часть машины. Сердечник якоря 5 (см. рис. 7.1) собирается из тонких листов электротехнической стали (до 0,5 мм толщиной), имеющих вид дисков с вырезами, образующими при сборке пазы. Пластины сердечника якоря изолируются друг от друга электротехническим лаком. Такой способ изготовления снижает потери мощности на вихревые токи, возбуждающиеся в сердечнике при вращении в магнитном поле [4, 5, 7].

Обмотку якоря выполняют медным проводом круглого или прямоугольного сечения. Пазы сердечника якоря после заполнения их проводами обмотки обычно закрывают текстолитовыми клиньями. Концы катушек каждой секции обмотки после укладки в пазы припаивают к медным пластинам коллектора, которые расположены диаметрально противоположно по окружности якоря. Совокупность пар таких пластин образует коллектор барабанного типа 1. Пакет якоря и коллектор напрессовывают на вал [4, 5, 7].

ЩКУ осуществляет скользящий электрический контакт обмотки якоря с внешней цепью. При вращении якоря по коллектору скользят две графитовые щётки (см. рис. 7.1), установленные в специальные обоймы щёткодержателей 2, ось которых перпендикулярна оси главных полюсов индуктора. Обычно щётки устанавливаются на осях геометрических нейтралей индуктора. Щётки прижимаются к коллектору 1 спиральными или пластинчатыми пружинами. Щёткодержатели крепятся к траверсе, которую вместе со щётками можно поворачивать относительно индуктора на некоторый угол в ту или иную сторону.

Для более эффективного охлаждения в МПТ большой мощности устанавливают систему самообдува, состоящую из лопастного вентилятора 8 (см. рис. 7.1), посаженного на вал якоря, и вентиляционной решетки. Воздух поступает в машину обычно со стороны коллектора, омывает нагретые части (коллектор, обмотки и сердечники) и выбрасывается с противоположной стороны через решётку [4, 5, 7].

В большинстве ДПТ магнитное поле создаётся обмоткой возбуждения, питаемой постоянным током. Конструктивные свойства

ДПТ и их рабочие характеристики в значительной степени определяются способом включения обмотки возбуждения по отношению к цепи якоря, т. е. *способом электромагнитного возбуждения* [4, 5, 7].

В ДПТ с *параллельным возбуждением* (рис. 7.2, а) цепь обмотки возбуждения E1-E2 соединяется параллельно с цепью якоря A1-A2. В этом случае величина тока возбуждения  $I_B$  во много раз меньше величины тока якоря  $(0,05 \div 0,01)I_A$ , а напряжение  $U$  между выводами цепей якоря и возбуждения одно и то же. Следовательно, сопротивление обмотки возбуждения  $R_B$  должно быть относительно велико. Поэтому для получения необходимой МДС  $F = wI_A$  параллельная обмотка возбуждения машины имеет большое число витков  $w$  из тонкого провода и, следовательно, значительное сопротивление  $R_B$ . Для таких двигателей, работающих в системе большой мощности, характерно постоянство главного магнитного потока и его небольшая зависимость от условий нагрузки машины [4, 5, 7].

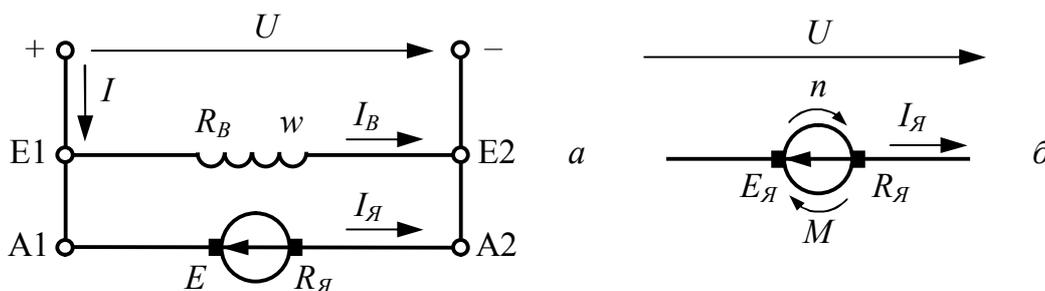


Рис. 7.2. Электрическая принципиальная схема ДПТ с параллельным возбуждением

Величинами, характеризующими работу ДПТ, являются: механическая мощность на валу  $P_2$ , вращающий электромагнитный момент  $M$ , величина тока якоря  $I_A$ , частота вращения якоря  $n$  [4, 5, 7].

Основными эксплуатационными (рабочими) характеристиками, по которым оцениваются рабочие свойства двигателей, являются:

- *скоростная (электромеханическая) характеристика* ДПТ – зависимость частоты вращения якоря от величины тока якоря  $n = f(I_A)$ ;
- *моментная характеристика* – зависимость электромагнитного момента от величины тока якоря  $M = f(I_A)$ ;
- *механическая характеристика* ДПТ – зависимость частоты вращения якоря от вращающего момента  $n = f(M)$ .

Все рабочие характеристики, полученные при отсутствии добавочных сопротивлений в цепи якоря, называют *естественными*.

Снятие рабочих характеристик ДПТ параллельного возбуждения производится при номинальном напряжении якоря двигателя  $U_H = \text{const}$  и номинальном токе возбуждения  $I_{BH} = \text{const}$ .

В процессе работы якорь двигателя потребляет ток  $I_{Я}$ , создаётся вращающий электромагнитный момент  $M$ , якорь вращается в магнитном поле индуктора с частотой  $n$ , и в его обмотке индуцируется противоЭДС  $E$ , направленная против тока  $I_{Я}$ , величина которой [4, 5, 7]:

$$E = C_e \Phi n, \quad (7.1)$$

где  $C_e$  – постоянный коэффициент по ЭДС, зависящий от конструкции машины;  $\Phi$  – магнитный поток машины, зависящий от величины тока возбуждения  $I_B$ ;  $n$  – частота вращения якоря в об/мин.

Под действием вращающего момента якорь преодолевает момент нагрузки на валу, при этом ЭДС якоря  $E_{Я}$  противодействует току в цепи якоря и направлена ему навстречу (рис. 7.2, б). В режиме двигателя эта ЭДС направлена противоположно по отношению к приложенному напряжению (противоЭДС), причем  $U_{Я} > E_{Я}$ . Уравнение электрического состояния цепи якоря ДПТ имеет вид [4, 5, 7]:

$$U = E + R_{Я} I_{Я}. \quad (7.2)$$

Увеличение механической нагрузки на валу ДПТ сопровождается снижением частоты вращения якоря  $n$ . Это, в свою очередь, прямо пропорционально влияет, согласно формуле (7.1), на ЭДС якоря  $E_{Я}$ . При уменьшении ЭДС якоря ток якоря  $I_{Я}$  возрастает, стремясь компенсировать величину падения напряжения  $R_{Я} I_{Я}$  снижение  $E_{Я}$  и тем самым уравновесить приложенное к якорю постоянное напряжение  $U_{Я}$ , согласно формуле (7.2). Это явление называют *саморегулированием потребляемой мощности* ДПТ.

С учётом формул (7.1), (7.2) общее уравнение *скоростной характеристики* ДПТ  $n = f(I_{Я})$  (рис. 7.3, а) [4, 5, 7]:

$$n = \frac{U - R_{Я} I_{Я}}{C_e \Phi}. \quad (7.3)$$

Взаимодействие тока якоря  $I_{Я}$  с главным магнитным полем создает вращающий электромагнитный момент двигателя [4, 5, 7]:

$$M = C_m \Phi I_{Я}, \quad (7.4)$$

где  $C_m$  – постоянный коэффициент по моменту, зависящий от конструкции машины.

Выражение (7.4) является *моментной характеристикой* ДПТ,  $M = f(I_{Я})$  связывающей электромагнитный момент  $M$  двигателя и величину тока якоря  $I_{Я}$  (рис. 7.3, б).

Выразив из формулы (7.4) ток якоря и подставив его выражение (7.3), получим уравнение *механической характеристики* ДПТ  $n = f(M)$  (рис. 7.3, в) [4, 5, 7]:

$$n = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{R_{\text{я}} M}{C_e C_m \Phi^2}. \quad (7.5)$$

Отношение двух постоянных по ЭДС и моменту  $C_e$  и  $C_m$  равно  $2\pi/60 \approx 0,105$ . Тогда уравнение механической характеристики (7.5) можно записать как [4, 5, 7]:

$$n = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{0,105 R_{\text{я}} M_{\text{д}}}{(C_e \Phi)^2} = n_0 - \frac{M}{h}. \quad (7.6)$$

Первое слагаемое  $n_0$  является частотой вращения идеального холостого хода, т.е. когда ток в цепи якоря  $I_{\text{я}}$  и электромагнитный момент двигателя  $M$  равны нулю, а  $h$  – жёсткость механической характеристики, определяющая величину изменения нагрузочного момента при изменении частоты вращения  $dM/dn$ .

Изменение частоты вращения двигателя при переходе от номинальной нагрузки к холостому ходу, выраженное в процентах, называют *номинальным изменением частоты вращения* [4, 5, 7]:

$$\Delta n_{\%} = \frac{n_0 - n_n}{n_n} \cdot 100\%. \quad (7.7)$$

Обычно для ДПТ параллельного возбуждения  $\Delta n_{\%} = 2-8\%$ , поэтому характеристику частоты вращения двигателя параллельного возбуждения называют «*жёсткой*».

Для расчёта частоты вращения холостого хода  $n_0$  пользуются уравнением (7.3), определив значение  $C_e \Phi$  при номинальных параметрах напряжения  $U$  и тока якоря  $I_{\text{ян}}$  [4, 5, 7]:

$$n_0 = \frac{U}{C_e \Phi} = \frac{U n_n}{U - R_{\text{я}} I_{\text{ян}}}. \quad (7.8)$$

Для расчёта номинального момента пользуются уравнением [5, 7]:

$$M_H = \frac{9550 \cdot P_{2H}}{n_n} \text{ [Н·м]}, \quad (7.9)$$

где  $P_{2H}$  – номинальная мощность на валу двигателя в кВт;  $n_n$  – номинальная частота вращения якоря в об/мин.

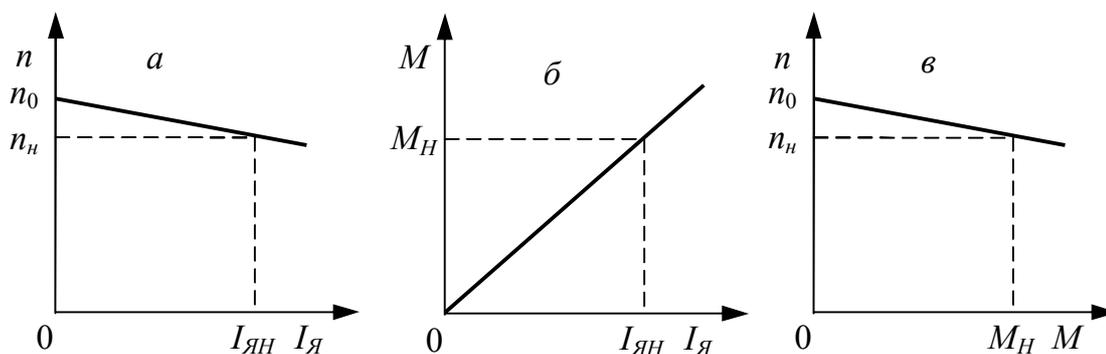


Рис.7.3. Характеристики двигателя с параллельным возбуждением:  
*a* – скоростная; *б* – моментная; *в* – механическая

Из уравнений (7.3) и (7.5) следует, что электрическое равновесие в цепи якоря при любом изменении подводимого напряжения  $U$ , падения напряжения  $R_{\text{я}}I_{\text{я}}$  или магнитного потока  $\Phi$  сохраняется за счёт изменения частоты вращения  $n$ . Причём связь между механическими воздействиями и электромагнитными процессами в цепи якоря, обеспечивающими устойчивость работы машины, осуществляется посредством противоЭДС якоря  $E$ . Если, например, механическая нагрузка на валу увеличилась, то частота вращения будет уменьшаться. Это вызовет, согласно формуле (7.1), уменьшение ЭДС  $E$ , что приведёт при неизменном значении подводимого напряжения  $U$ , согласно формуле (7.2), к увеличению величины тока якоря  $I_{\text{я}}$  и, следовательно, по формуле (7.4), электромагнитного момента двигателя  $M$ . Изменение частоты вращения будет продолжаться до тех пор, пока электромагнитный момент двигателя не уравнивает механический момент нагрузки на валу. Это явление называют *саморегулирование вращающего момента ДПТ* [4, 5, 7].

КПД ДПТ представляет собой отношение отдаваемой (полезной) мощности  $P_2$  к подводимой (потребляемой)  $P_1$ . Причем электрическая мощность для ДПТ является активной и в общем случае определяется произведением величин подводимого напряжения  $U$  и потребляемого тока  $I$  [4, 5, 7]:

$$P = UI, \quad (7.10)$$

а механическая мощность на валу машины в общем случае определяется произведением величин вращающего момента на валу  $M$  и угловой скорости вращения вала машины  $\omega$  [4, 5, 7]:

$$P = M\omega = \frac{M2\pi n}{60}. \quad (7.11)$$

Полезная механическая мощность на валу ДПТ  $P_2$  всегда меньше потребляемой электрической мощности  $P_1$ . Разница мощностей на выходе и входе ДПТ оценивается суммарными потерями мощности  $\Sigma P$ .

КПД двигателя постоянного тока [4, 5, 7]:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M\omega}{UI} = 1 - \frac{\Sigma P}{UI}. \quad (7.12)$$

В ДПТ, как и в других электрических машинах, имеют место магнитные, электрические и механические потери (составляющие группу основных потерь) и добавочные потери.

Таким образом, суммарные потери мощности  $\Sigma P$  в ДПТ [4, 5, 7]:

$$\Sigma P = P_M + P_{MECH} + P_B + P_Y + P_{ДОБ}, \quad (7.13)$$

где  $P_M$  – магнитные потери в сердечнике якоря машины;  $P_{MECH}$  – механические потери;  $P_B$  – электрические потери в цепи возбуждения машины;  $P_Y$  – электрические потери в цепи якоря машины;  $P_{ДОБ}$  – добавочные потери мощности.

Магнитные потери  $P_M$  происходят только в сердечнике якоря, так как только этот элемент магнитопровода машины постоянного тока подвергается перемагничиванию. Величина магнитных потерь, состоящих из потерь от гистерезиса и потерь от вихревых токов, зависит от частоты перемагничивания, значений магнитной индукции в зубцах и спинке якоря, толщины листов электротехнической стали, её магнитных свойств и качества изоляции этих листов в пакете якоря [4, 5, 7].

$$P_M \leq 0,015P_1. \quad (7.14)$$

Механические потери ДПТ кроме потерь в подшипниках якоря и вентиляционных потерь, свойственных всем вращающимся электрическим машинам, включают также потери на трение щёток о коллектор [4, 5, 7]:

$$P_{MECH} \leq 0,04P_1. \quad (7.15)$$

Механические и магнитные потери при стабильной частоте вращения ( $n = \text{const}$ ) можно считать постоянными.

Электрические потери ( $P_B + P_Y$ ) обусловлены нагревом обмоток и щёточного контакта. Потери в цепи возбуждения определяются тепловыми потерями на сопротивлении обмотки возбуждения и реостата, включенного в цепь возбуждения [4, 5, 7]:

$$P_B = UI_B = R_B I_B^2 \leq 0,015P_1, \quad (7.16)$$

где  $U$  – напряжение на зажимах цепи возбуждения;  $I_B$  – ток возбуждения;  $R_B$  – сопротивление цепи возбуждения.

Электрические потери в цепи якоря машины определяются потерями на сопротивлении якорной обмотки  $R_{OЯ}$  и потерями на щётчных контактах  $U_{Щ}I_{Я}$  [4, 5, 7]:

$$P_{Я} = R_{Я}I_{Я}^2 = R_{OЯ}I_{Я}^2 + U_{Щ}I_{Я} \leq 0,07P_1, \quad (7.17)$$

где  $U_{Щ}$  – падение напряжения на щётчных контактах коллектора.

Электрические потери в цепи якоря и в щётчном контакте  $P_{Я}$  зависят от величины тока якоря  $I_{Я}$  и, соответственно, от нагрузки машины, поэтому эти потери называют *переменными*.

Добавочные потери  $P_{ДОБ}$  составляют хотя и небольшую, но не поддающуюся точному учёту величину. Поэтому в машинах без компенсационной обмотки значение добавочных потерь  $P_{ДОБ}$  принимают равным 1% от полезной мощности.

## **7.2. Пример расчёта параметров и характеристик двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением**

Рассмотрим в качестве примера расчёт электрических и механических параметров различных режимов работы электродвигателя постоянного тока Д-12 с параллельным возбуждением, имеющего следующие рабочие параметры:

- напряжение питания  $U = 220$  В;
- мощность  $P_{2Н} = 2,5$  кВт;
- номинальная частота вращения якоря  $n_n = 1140$  об/мин;
- номинальный ток якоря  $I_{ЯН} = 14,6$  А;
- ток возбуждения  $I_B = 1,1$  А;
- максимальный пусковой момент  $M_{П} = 54$  Н·м;
- сопротивление обмотки якоря  $R_{OЯ} = 1,13$  Ом.

Для вышеперечисленных параметров необходимо:

1. Определить для номинального режима работы:
  - момент  $M_H$  на валу двигателя;
  - ток  $I_H$ , потребляемый электродвигателем из сети;
  - сопротивление цепи возбуждения;
  - ЭДС якоря  $E_H$ ;
  - мощность потерь: суммарную  $\Sigma P_H$ , в цепи якоря  $P_{ЯН}$  (потерями на щётчных контактах пренебречь), в цепи возбуждения  $P_B$ ; магнитных, механических и добавочных  $P_M + P_{МЕХ} + P_{ДОБ}$ ;
  - КПД электродвигателя  $\eta_n$ ;
  - максимальный пусковой ток якоря  $I_{ЯП}$ ;
  - сопротивление пускового реостата  $R_{ДП}$ .
2. Найти при значениях тока двигателя  $0,25; 0,5; 0,75; 1,25I_H$ :

– суммарную мощность потерь  $\Sigma P$  (принимая мощность механических, магнитных и добавочных потерь не зависящей от нагрузки);

– момент на валу двигателя  $M$ ;

– частоту вращения якоря  $n$ .

3. Определить частоту вращения якоря  $n'_n$  при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления пускового реостата.

4. Построить естественные скоростную  $n = f(I_A)$ , моментную  $M = f(I_A)$ , механическую  $n = f(M)$  характеристики и реостатную (искусственную) механическую характеристику  $n' = f(M)$ .

5. Определить жёсткости  $h$  и  $h'$  полученных естественной и искусственной механических характеристик.

6. Определить номинальные изменения частот вращения  $\Delta n\%$  и  $\Delta n'\%$  для естественной и искусственной механических характеристик.

#### Методика расчёта.

Схема замещения ДПТ с параллельным возбуждением представлена на рис. 7.4.

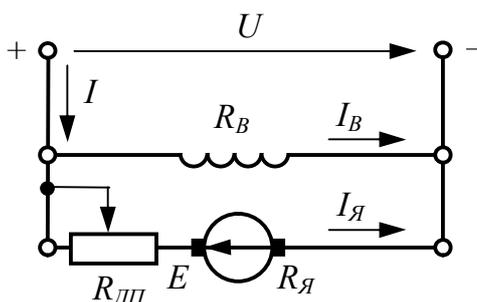


Рис. 7.4. Схема замещения ДПТ с параллельным возбуждением

1) Определим параметры для номинального режима работы.

Номинальный момент на валу ДПТ определяем по формуле (7.9):

$$M_H = \frac{9550 \cdot P_{2H}}{n_n} = \frac{9550 \cdot 2,5}{1140} = 21 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Ток, потребляемый электродвигателем из сети при номинальной нагрузке, определяем по первому закону Кирхгофа

$$I_H = I_B + I_{ЯH} = 15,7 \text{ А}.$$

Сопротивление цепи возбуждения найдём по закону Ома

$$R_B = \frac{U}{I_B} = 200 \text{ Ом}.$$

ЭДС якоря в номинальном режиме выразим из формулы (7.2):

$$E_H = U - R_{\text{я}} I_{\text{яН}} = 220 - 1,13 \cdot 14,6 = 203,5 \text{ В.}$$

Чтобы определить потери мощности, найдём мощность, потребляемую двигателем из сети  $P_{1H}$  по формуле (7.10):

$$P_{1H} = UI_H = 3454 \text{ Вт.}$$

Суммарные потери мощности

$$\Sigma P_H = P_{1H} - P_{2H} = 954 \text{ Вт.}$$

Потери мощности в цепи якоря определяем по формуле (7.17), пренебрегая потерями на щётчных контактах

$$P_{\text{яН}} = R_{\text{я}} I_{\text{яН}}^2 = R_{\text{оЯ}} I_{\text{яН}}^2 = 241 \text{ Вт.}$$

Потери мощности в цепи возбуждения в соответствии с выражением (7.16):

$$P_B = UI_B = 242 \text{ Вт.}$$

Магнитные, механические и добавочные потери

$$P_M + P_{\text{МЕХ}} + P_{\text{ДОБ}} = \Sigma P - P_B - P_{\text{яН}} = 471 \text{ Вт.}$$

КПД электродвигателя при номинальной нагрузке определяем по формуле (7.12):

$$\eta_n = \frac{P_{2H}}{P_{1H}} = 0,724.$$

Максимальный пусковой ток якоря определим, используя выражение (7.4), принимая постоянство магнитного потока,

$$\frac{M_{\text{п}}}{M_{\text{н}}} = \frac{I_{\text{яп}}}{I_{\text{яН}}},$$

получим 
$$I_{\text{яп}} = \frac{M_{\text{п}}}{M_{\text{н}}} I_{\text{яН}} = 37,5 \text{ А.}$$

Сопротивление пускового реостата определим из уравнения

$$I_{\text{яп}} = \frac{U}{R_{\text{я}} + R_{\text{дп}}};$$

$$R_{\text{дп}} = \frac{U}{I_{\text{яп}}} - R_{\text{я}} = 4,74 \text{ Ом.}$$

2) Определим параметры ДПТ в режимах работы, отличных от номинального (для токов двигателя 0,25; 0,5; 0,75; 1,25 $I_{\text{н}}$ ).

Суммарную мощность потерь  $\Sigma P$ , принимая мощность потерь в цепи возбуждения и мощность механических, магнитных и добавочных потерь не зависящих от нагрузки, вычисляем по формуле

$$\sum P = P_1 - P_{\text{Я}} - (P_{\text{В}} + P_{\text{М}} + P_{\text{МЕХ}} + P_{\text{ДОБ}}),$$

где

$$P_1 = UI;$$

$$P_{\text{Я}} = R_{\text{ОЯ}} I_{\text{Я}}^2;$$

$$I_{\text{Я}} = I - I_{\text{В}}.$$

Частоту вращения якоря  $n$  определяем по формуле (7.3), предварительно вычислив коэффициент  $C_e \Phi$ , используя данные номинального режима работы

$$C_e \Phi = \frac{U - R_{\text{Я}} I_{\text{ЯН}}}{n_{\text{Н}}} = 0,179 \text{ В/(об/мин)}.$$

Момент на валу двигателя  $M$  найдём по формуле (7.9):

$$M = \frac{9,55 \cdot P_2}{n},$$

где

$$P_2 = P_1 - \sum P \text{ в Вт.}$$

Числовые значения рассчитанных параметров ДПТ приведены в таблице.

#### Значения параметров ДПТ для ненормальных режимов

| $I, \text{ А}$     | $I_{\text{Я}}, \text{ А}$ | $P_1, \text{ Вт}$ | $P_{\text{Я}}, \text{ Вт}$ | $\Sigma P, \text{ Вт}$ | $P_2, \text{ Вт}$ | $n, \text{ об/мин}$ | $M, \text{ Н}\cdot\text{м}$ |
|--------------------|---------------------------|-------------------|----------------------------|------------------------|-------------------|---------------------|-----------------------------|
| $0,25I_{\text{Н}}$ | 3,9                       | 2,8               | 862                        | 9                      | 722               | 140                 | 1211                        |
| $0,5I_{\text{Н}}$  | 7,8                       | 6,8               | 1727                       | 52                     | 764               | 962                 | 1186                        |
| $0,75I_{\text{Н}}$ | 11,8                      | 10,7              | 2589                       | 129                    | 841               | 1747                | 1162                        |
| $1,25I_{\text{Н}}$ | 19,6                      | 18,5              | 4316                       | 435                    | 1148              | 3168                | 1112                        |

3) Определим частоту вращения якоря  $n'_n$  при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления пускового реостата.

$$n'_n = \frac{U - (R_{\text{Я}} + R_{\text{ДП}}) I_{\text{ЯН}}}{C_e \Phi} = 750 \text{ об/мин.}$$

Найдём частоту вращения холостого хода по формуле (7.8):

$$n_0 = \frac{U}{C_e \Phi} = \frac{U n_{\text{Н}}}{U - R_{\text{Я}} I_{\text{ЯН}}} = 1229 \text{ об/мин.}$$

4) Построим рабочие характеристики двигателя Д-12, используя рассчитанные значения номинального режима и табличные данные для ненормальных режимов работы ДПТ.

При расчёте и построении рабочих характеристик ДПТ принимают, что при холостом ходе ток якоря  $I_{\text{я}}$  и вращающий электромагнитный момент  $M$  стремятся к нулю ( $n \rightarrow n_0, I_{\text{я}} \rightarrow 0, M \rightarrow 0$ ).

Естественные скоростная  $n = f(I_{\text{я}})$  и моментная  $M = f(I_{\text{я}})$  характеристики ДПТ приведены на рис. 7.5 и 7.6.

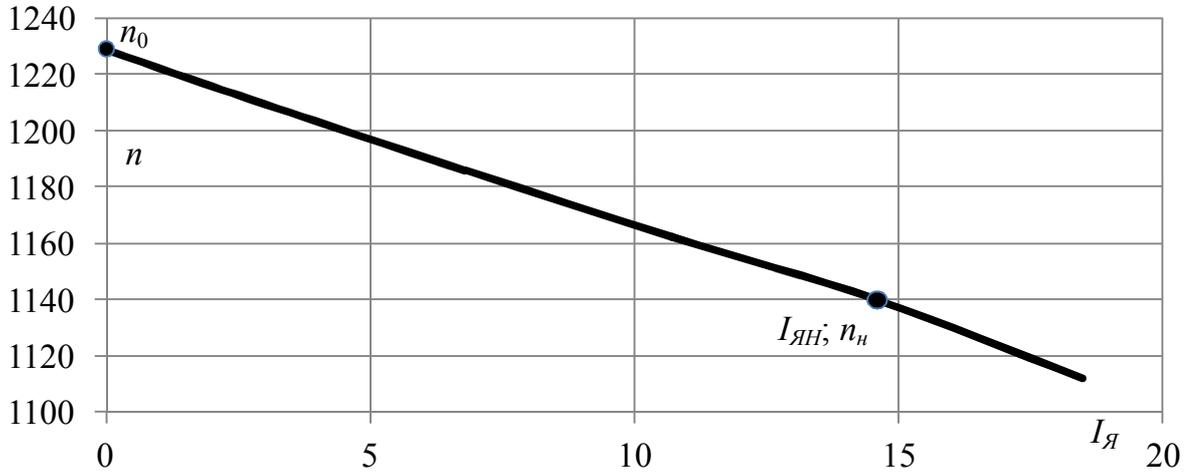


Рис. 7.5. Скоростная характеристика  $n = f(I_{\text{я}})$  ДПТ Д-12

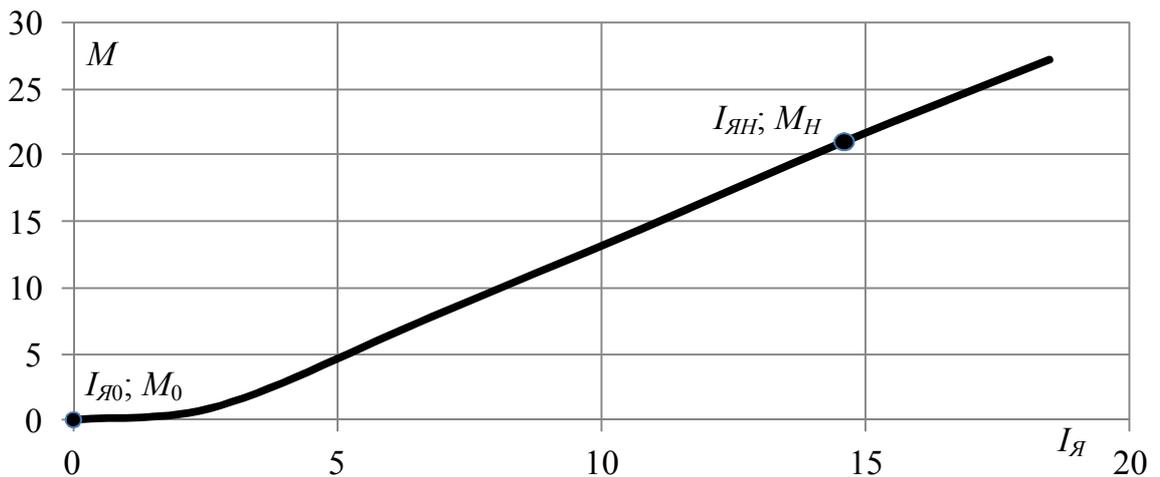


Рис. 7.6. Моментная характеристика  $M = f(I_{\text{я}})$  ДПТ Д-12

Естественная механическая характеристика  $n = f(M)$  1 строится по двум точкам:  $(n = n_0; M = 0)$ ;  $(n = n_n; M = M_H)$ , а искусственная  $n' = f(M)$  2 – по двум точкам  $(n = n_0; M = 0)$ ;  $(n = n'_n; M = M_H)$  (рис. 7.7).

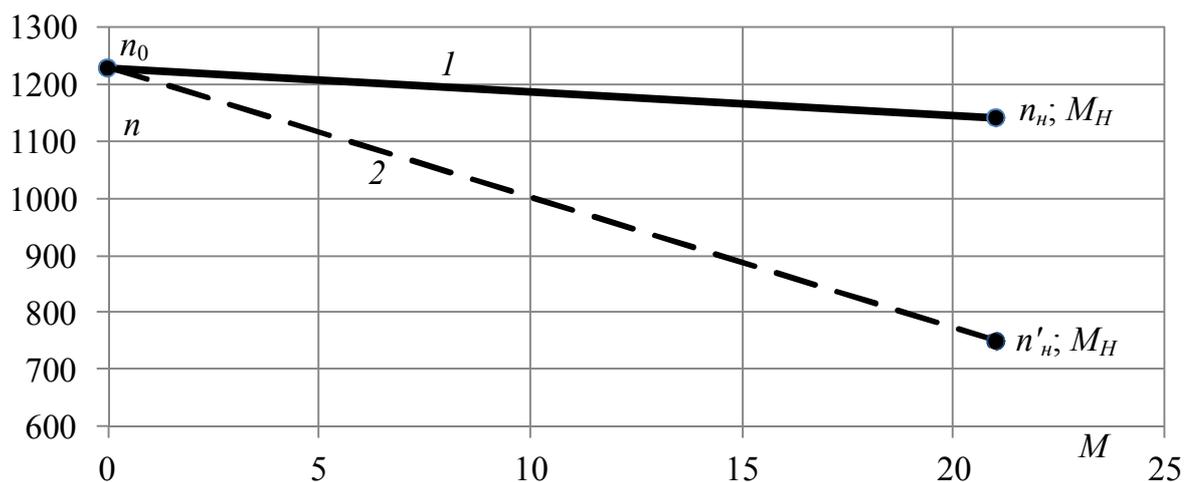


Рис. 7.7. Механические характеристика  $n = f(M)$  и  $n' = f(M)$  ДПТ Д-12

5) Жёсткость  $h$  характеристики  $n = f(M)$  определяется по числовым значениям параметров  $M$  и  $n$  при изменении частоты от точки холостого хода – ( $n = n_0; M = 0$ ) до точки номинального режима – ( $n = n_n; M = M_H$ ).

$$h = \frac{\Delta M}{\Delta n} = \frac{0 - 21}{1229 - 1140} = -0,236 \text{ Н}\cdot\text{м}/(\text{об}/\text{мин}).$$

Жёсткость  $h'$  для искусственной характеристики  $n' = f(M)$ :

$$h' = \frac{\Delta M}{\Delta n} = \frac{0 - 21}{1229 - 750} = -0,044 \text{ Н}\cdot\text{м}/(\text{об}/\text{мин}).$$

Жёсткость характеристики  $h$  в физическом смысле показывает численное значение приращения момента сопротивления на валу двигателя  $M$ , приводящее к снижению частоты вала  $n$  на 1 об/мин.

6) Номинальные изменения частот вращения  $\Delta n_{\%}$  и  $\Delta n'_{\%}$  определяем по формуле (7.7).

$$\text{Для } n = f(M): \quad \Delta n_{\%} = \frac{n_0 - n_n}{n_n} \cdot 100\% = \frac{1229 - 1140}{1140} \cdot 100\% = 7,8\% . \quad (7.7)$$

$$\text{Для } n' = f(M): \quad \Delta n'_{\%} = \frac{n_0 - n'_n}{n'_n} \cdot 100\% = \frac{1229 - 750}{750} \cdot 100\% = 63,8\% . \quad (7.7)$$

Так как номинальное изменение частоты вращения  $\Delta n'_{\%}$  искусственной характеристики более 10%, то она не является жёсткой.

### 7.3. Исходные данные для расчёта

Электродвигатели постоянного тока серии Д предназначены для работы в электроприводах подъёмно-транспортных машин, в горнодобывающей и металлургической промышленности, а так же для общепромышленного применения. Характеризуются высокой кратностью пусковых и максимальных моментов, широким диапазоном регулирования частоты вращения, а также длительным сроком службы и высокими показателями надежности.

В табл. 7.1 приведены варианты исходных данных в виде моделей двигателей постоянного тока серии Д со следующими параметрами:

- напряжение питания  $U$ ;
- мощность  $P_{2H}$ ;
- номинальная частота вращения якоря  $n_n$ ;
- номинальный ток якоря  $I_{ЯН}$ ;
- ток возбуждения  $I_B$ ;
- максимальный пусковой момент  $M_{П}$ ;
- сопротивление обмотки якоря  $R_{Я}$ .

Согласно примеру расчёта двигателя постоянного тока для своего варианта исходных данных необходимо:

1. Определить для номинального режима работы:
  - момент  $M_H$  на валу двигателя;
  - ток  $I_H$ , потребляемый электродвигателем из сети;
  - сопротивление цепи возбуждения;
  - ЭДС якоря  $E_H$ ;
  - мощность потерь: суммарную  $\Sigma P_H$ , в цепи якоря  $P_{ЯН}$  (потери на щётчных контактах пренебречь), в цепи возбуждения  $P_B$ ; магнитных, механических и добавочных  $P_M + P_{МЕХ} + P_{ДОБ}$ ;
  - КПД электродвигателя  $\eta_n$ ;
  - максимальный пусковой ток якоря  $I_{ЯП}$ ;
  - сопротивление пускового реостата  $R_{ДП}$ .
2. Найти при значениях тока двигателя  $0,25; 0,5; 0,75; 1,25I_H$ :
  - суммарную мощность потерь  $\Sigma P$  (принимая мощность механических, магнитных и добавочных потерь не зависящей от нагрузки);
  - момент на валу двигателя  $M$ ;
  - частоту вращения якоря  $n$ .
3. Определить частоту вращения якоря  $n'_n$  при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления пускового реостата.

4. Построить естественные скоростную  $n = f(I_{Я})$ , моментную  $M = f(I_{Я})$ , механическую  $n = f(M)$  характеристики и реостатную (искусственную) механическую характеристику  $n' = f(M)$ .

5. Определить жёсткости  $h$  и  $h'$  полученных естественной и искусственной механических характеристик.

6. Определить номинальные изменения частот вращения  $\Delta n\%$  и  $\Delta n'\%$  для естественной и искусственной механических характеристик.

Таблица 7.1

### Модели и параметры электродвигателей постоянного тока серии Д

| Вар. | Модель | $U$ , В | $P_{2H}$ , кВт | $n_H$ , об/мин | $I_{ЯH}$ , А | $I_B$ , А | $M_H$ , Н·м | $R_{OЯ}$ , Ом |
|------|--------|---------|----------------|----------------|--------------|-----------|-------------|---------------|
| 1    | Д-12   | 220     | 2,4            | 1230           | 14           | 1,1       | 54          | 1,13          |
| 2    | Д-12К  | 220     | 3              | 1120           | 19           | 1,1       | 87          | 1,13          |
| 3    | Д-21   | 220     | 4,5            | 1030           | 26           | 1,239     | 113         | 0,662         |
| 4    | Д-21   | 220     | 3,6            | 1080           | 20,5         | 1,239     | 113         | 0,662         |
| 5    | Д-21   | 220     | 5,5            | 1440           | 31           | 1,239     | 99          | 0,356         |
| 6    | Д-21   | 220     | 4,4            | 1500           | 24,5         | 1,239     | 99          | 0,356         |
| 7    | Д-21   | 440     | 4              | 1220           | 12           | 0,62      | 67          | 2,4           |
| 8    | Д-21   | 440     | 3,1            | 1300           | 9,5          | 0,62      | 75          | 2,4           |
| 9    | Д-21К  | 220     | 5,5            | 1000           | 32           | 1,24      | 113         | 0,662         |
| 10   | Д-21К  | 220     | 6,9            | 1330           | 40           | 1,24      | 100         | 0,356         |
| 11   | Д-21К  | 440     | 5,1            | 1220           | 15,5         | 0,62      | 67          | 2,4           |