



**Библиотека бакалавра**

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Т.П. Лумпиева, А.Ф. Волков**

# **Конспект лекций по физике**

**Часть 1**

- **ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ**
- **МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА**
- **ЭЛЕКТРОСТАТИКА**
- **ПОСТОЯННЫЙ ТОК**
- **ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

**2016**

УДК 53(071)

Конспект лекций по физике. Часть 1 / Т.П. Лумпиева, А.Ф. Волков – Донецк: ДонНТУ, 2016. – 123 с.

Конспект лекций по физике написан в соответствии с программой курса «Физика» для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Содержание первой части составляют разделы: физические основы механики, молекулярная физика и термодинамика, электростатика и постоянный ток, электромагнетизм.

Конспект предназначен для студентов заочной и очно-заочной формы обучения.

## СОДЕРЖАНИЕ

Условные обозначения . . . . .	7
§1 Предмет физики . . . . .	9
§2 Общие сведения . . . . .	9
<b>ЧАСТЬ 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ . . . . .</b>	<b>11</b>
§3 Кинематика материальной точки . . . . .	11
3.1 Основные понятия кинематики . . . . .	11
3.2 Система отсчёта. Траектория. Путь. Перемещение . . . . .	11
3.3 Способы задания положения тела в пространстве . . . . .	12
3.4 Скорость . . . . .	13
3.5 Ускорение . . . . .	14
§4 Кинематика вращательного движения . . . . .	16
4.1 Характеристики вращательного движения . . . . .	17
4.2 Связь между линейными и угловыми характеристиками . . . . .	18
§5 Динамика материальной точки и поступательного движения твёрдого тела . . . . .	19
5.1 Основные понятия динамики . . . . .	19
5.2 Виды взаимодействий . . . . .	20
5.3 Основные законы динамики материальной точки (законы Ньютона) . . . . .	22
5.3.1 Первый закон Ньютона . . . . .	22
5.3.2 Второй закон Ньютона . . . . .	23
5.3.3 Третий закон Ньютона . . . . .	24
5.4 Закон сохранения импульса . . . . .	24
§6 Динамика вращательного движения . . . . .	25
6.1 Основные характеристики динамики вращательного движения. . . . .	25
6.1.1 Момент инерции . . . . .	25
6.1.2 Момент импульса . . . . .	26
6.1.3 Момент силы . . . . .	27
6.2 Основное уравнение динамики вращательного движения . . . . .	28
6.3 Закон сохранения момента импульса . . . . .	29
§7 Механическая работа. Мощность . . . . .	30
7.1 Работа . . . . .	30
7.2 Графическое представление работы . . . . .	31
7.3 Мощность . . . . .	32
7.4 Работа и мощность при вращательном движении . . . . .	33
§8 Энергия. Закон сохранения энергии . . . . .	33
8.1 Кинетическая энергия . . . . .	33
8.2 Потенциальная энергия . . . . .	34
8.2.1 Консервативные и неконсервативные силы . . . . .	35
8.2.2 Работа и потенциальная энергия . . . . .	35
8.3 Закон сохранения механической энергии . . . . .	36
§9 Соударение тел . . . . .	36

§10	Элементы специальной теории относительности . . . . .	38
10.1	Принцип относительности Галилея . . . . .	38
10.2	Постулаты специальной теории относительности . . . . .	39
10.3	Преобразования Лоренца . . . . .	39
10.4	Следствия из преобразований Лоренца . . . . .	40
10.5	Основные соотношения релятивистской динамики . . . . .	41
<b>ЧАСТЬ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА . . . . .</b>		<b>43</b>
§11	Статистический и термодинамический методы исследования . . . . .	43
§12	Характеристики атомов и молекул . . . . .	43
§13	Параметры состояния . . . . .	44
§14	Уравнение состояния идеального газа . . . . .	45
§15	Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов . . . . .	47
§16	Молекулярно-кинетическая трактовка термодинамической температуры . . . . .	47
§17	Распределение Максвелла . . . . .	48
§18	Средние скорости . . . . .	50
§19	Идеальный газ в однородном поле тяготения . . . . .	51
19.1	Барометрическая формула . . . . .	51
19.2	Распределение Больцмана . . . . .	52
§20	Состояние термодинамической системы. Термодинамический процесс . . . . .	53
§21	Работа, совершаемая системой при изменении объёма . . . . .	54
§22	Внутренняя энергия термодинамической системы . . . . .	54
22.1	Число степеней свободы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы . . . . .	55
22.2	Внутренняя энергия идеального газа . . . . .	56
§23	Первое начало термодинамики . . . . .	56
§24	Теплоёмкость . . . . .	57
§25	Тепловые машины . . . . .	58
25.1	Круговые процессы (циклы) . . . . .	58
25.2	Тепловая машина. КПД тепловой машины . . . . .	58
25.3	Цикл Карно . . . . .	59
§26	Второе начало термодинамики . . . . .	60
26.1	Термодинамические формулировки второго начала термодинамики . . . . .	60
26.2	Приведённое количество тепла. Энтропия . . . . .	61
26.3	Энтропия и вероятность . . . . .	61
26.4	Границы применимости второго начала термодинамики . . . . .	62
§27	Термодинамическое описание процессов в идеальных газах . . . . .	62
27.1	Изохорный процесс . . . . .	62
27.2	Изобарный процесс . . . . .	63
27.3	Изотермический процесс . . . . .	64
27.4	Адиабатный процесс. . . . .	64

§28	Реальные газы . . . . .	66
	28.1 Силы межмолекулярного взаимодействия . . . . .	66
	28.2 Уравнение Ван-дер-Ваальса . . . . .	67
	28.3 Экспериментальные изотермы . . . . .	68
§29	Явления переноса . . . . .	69
	29.1 Среднее число столкновений молекул в единицу времени Средняя длина свободного пробега молекул . . . . .	69
	29.2 Явления переноса в газах . . . . .	70
	29.2.1 Теплопроводность газов . . . . .	70
	29.2.2 Диффузия в газах . . . . .	71
	29.2.3 Внутреннее трение (вязкость) газов . . . . .	72
<b>ЧАСТЬ 3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК . . . . .</b>		<b>74</b>
§30	Электрический заряд. Закон Кулона . . . . .	74
	30.1 Свойства заряженных тел . . . . .	74
	30.2 Закон Кулона . . . . .	74
§31	Электрическое поле. Характеристики электрического поля . . . . .	75
	31.1 Напряжённость электрического поля . . . . .	75
	31.2 Потенциал электростатического поля . . . . .	76
§32	Графическое изображение электростатических полей . . . . .	78
§33	Связь между напряжённостью электростатического поля и потенциалом . . . . .	79
§34	Расчёт электростатических полей . . . . .	80
	34.1 Теорема Гаусса . . . . .	80
	34.2 Примеры расчёта электростатических полей . . . . .	81
	34.2.1 Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити) . . . . .	81
	34.2.2 Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости . . . . .	82
	34.2.3 Поле равномерно заряженной сферической поверхности . . . . .	83
§35	Электрический диполь . . . . .	83
§36	Диэлектрики в электрическом поле . . . . .	84
	36.1 Классификация диэлектриков . . . . .	84
	36.2 Поляризация диэлектриков . . . . .	85
	36.3 Поле внутри диэлектрика . . . . .	86
§37	Проводники в электрическом поле . . . . .	87
§38	Емкость. Энергия электрического поля . . . . .	88
	38.1 Емкость уединённого проводника . . . . .	88
	38.2 Конденсаторы . . . . .	89
	38.3 Энергия электрического поля . . . . .	91
§39	Электрический ток. Характеристики тока . . . . .	92
§40	Электродвижущая сила. Напряжение . . . . .	93
§41	Закон Ома . . . . .	94
	41.1 Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление . . . . .	94
	41.2 Закон Ома для неоднородного участка . . . . .	96
	41.3 Закон Ома в дифференциальной форме . . . . .	97

§42	Разветвлённые цепи. Правила Кирхгофа . . . . .	97
§43	Работа и мощность тока. Закон Джоуля –Ленца . . . . .	98
<b>ЧАСТЬ 4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ . . . . .</b>		<b>100</b>
§44	Магнитное поле . . . . .	100
	44.1 Характеристики магнитного поля . . . . .	100
	44.2 Графическое изображение магнитных полей . . . . .	102
§45	Расчёт магнитных полей. Закон Био-Савара-Лапласа . . . . .	103
	45.1 Закон Био-Савара-Лапласа . . . . .	103
	45.2 Примеры расчета магнитных полей . . . . .	104
§46	Законы магнитного поля . . . . .	105
	46.1 Магнитный поток . . . . .	105
	46.2 Теорема Гаусса для магнитного поля . . . . .	106
	46.3 Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока . .	106
§47	Действие магнитного поля на проводник с током . . . . .	107
	47.1 Закон Ампера . . . . .	107
	47.2 Работа, совершаемая при перемещении проводника с током . . . .	108
§48	Магнитный момент. Контур с током в магнитном поле . . . . .	109
	48.1 Магнитный момент . . . . .	109
	48.2 Вращающий момент, создаваемый силами, приложенными к контуру . . . . .	109
§49	Сила Лоренца . . . . .	110
§50	Эффект Холла . . . . .	111
§51	Магнитное поле в веществе . . . . .	112
	51.1 Намагничивание магнетика . . . . .	112
	51.2 Классификация магнетиков . . . . .	113
	51.3 Диамагнетики. Парамагнетики . . . . .	113
	51.4 Ферромагнетики . . . . .	114
§52	Электромагнитная индукция . . . . .	116
	52.1 Явление электромагнитной индукции . . . . .	116
	52.2 Принцип работы генератора переменного тока . . . . .	117
	52.3 Токи Фуко . . . . .	118
§53	Самоиндукция . . . . .	119
	53.1 Индуктивность контура . . . . .	119
	53.2 ЭДС самоиндукции . . . . .	120
	53.3 Токи при замыкании и размыкании цепи . . . . .	121
§54	Взаимная индукция . . . . .	122
§55	Энергия магнитного поля . . . . .	123

## УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- $A$  – работа  
 $A_r$  – относительная атомная масса химического элемента  
 $\vec{a}$  – ускорение  
 $\vec{a}_n$  – нормальное ускорение  
 $\vec{a}_\tau$  – тангенциальное ускорение  
 $\vec{B}$  – магнитная индукция  
 $C$  – электрическая емкость (электроемкость)  
 $C_V$  – молярная теплоемкость при постоянном объеме  
 $C_P$  – молярная теплоемкость при постоянном давлении  
 $c_V$  – удельная теплоемкость при постоянном объеме  
 $c_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении  
 $c$  – скорость света в вакууме  
 $D$  – коэффициент диффузии  
 $\vec{D}$  – электростатическая индукция (электрическое смещение)  
 $d_{\text{эф}}$  – эффективный диаметр молекулы  
 $\vec{E}$  – напряженность электрического поля  
 $\vec{F}$  – сила  
 $G$  – постоянная всемирного тяготения  
 $g$  – ускорение свободного падения  
 $\vec{H}$  – напряженность магнитного поля  
 $I$  – сила постоянного тока  
 $i$  – индекс суммирования, число степеней свободы, сила тока  
 $J$  – момент инерции  
 $\vec{J}$  – намагниченность  
 $\vec{j}$  – плотность тока  
 $K$  – коэффициент теплопроводности  
 $k$  – коэффициент жесткости, постоянная Больцмана  
 $L$  – индуктивность  
 $\vec{L}$  – момент импульса  
 $M$  – молярная масса  
 $M_r$  – относительная молекулярная масса вещества  
 $\vec{M}$  – момент силы  
 $m$  – масса тела  
 $m_0$  – масса покоя, масса одной молекулы  
 $N$  – сила нормальной реакции опоры, число молекул, механическая мощность  
 $N_A$  – число Авогадро  
 $n$  – концентрация  
 $P$  – мощность электрического тока  
 $\vec{P}_V$  – поляризованность  
 $p$  – давление  
 $\vec{p}$  – импульс тела, дипольный момент диполя

- $\vec{p}_m$  – магнитный момент контура с током  
 $Q$  – количество тепла, тепло  
 $q$  – электрический заряд  
 $R$  – радиус окружности, универсальная газовая постоянная, электрическое сопротивление  
 $r$  – коэффициент сопротивления среды  
 $\vec{r}$  – радиус-вектор  
 $S$  – путь, энтропия, площадь  
 $T$  – период вращения, абсолютная температура  
 $t$  – время  
 $U$  – внутренняя энергия, напряжение  
 $V$  – объем  
 $\langle v \rangle$  – среднеарифметическая скорость молекул газа  
 $v_B$  – наиболее вероятная скорость молекул газа  
 $\langle v_{\text{кв}} \rangle$  – среднеквадратичная скорость молекул газа  
 $\vec{v}$  – скорость  
 $W$  – энергия, термодинамическая вероятность  
 $W_k$  – кинетическая энергия  
 $W_{\text{п}}$  – потенциальная энергия  
 $w$  – объемная плотность энергии  
 $\langle z \rangle$  – среднее число столкновений за единицу времени
- $\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления  
 $\gamma$  – коэффициент Пуассона  
 $\Delta \vec{r}$  – перемещение  
 $\epsilon$  – относительное удлинение, диэлектрическая проницаемость среды, электродвижущая сила  
 $\vec{\epsilon}$  – угловое ускорение  
 $\langle \epsilon \rangle$  – средняя кинетическая энергия молекулы  
 $\eta$  – коэффициент полезного действия, коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость).  
 $\langle \lambda \rangle$  – средняя длина свободного пробега  
 $\mu$  – коэффициент трения, магнитная проницаемость среды  
 $\nu$  – частота вращения, число молей  
 $\rho$  – плотность, удельное сопротивление  
 $\sigma$  – механическое напряжение, поверхностная плотность заряда, удельная электропроводность  
 $\tau$  – линейная плотность заряда  
 $\Phi$  – поток вектора напряженности электрического поля, магнитный поток  
 $\varphi$  – угол поворота, потенциал электростатического поля  
 $\Psi$  – полный магнитный поток (потокосцепление)  
 $\vec{\omega}$  – угловая скорость  
 $\omega$  – циклическая частота

## ЧАСТЬ 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Раздел физики, изучающий закономерности механического движения и взаимодействия тел, называется *механикой*. *Механическое движение* – изменение положения тела с течением времени относительно других тел или частей одного и того же тела.

### §3 Кинематика материальной точки и поступательного движения твёрдого тела

*Кинематика* математически описывает различные виды механического движения, не выясняя причин этого движения. Основная задача кинематики – определить положение тела в любой момент времени.

#### 3.1 Основные понятия кинематики

*Материальная точка* – тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

*Абсолютно твёрдое тело* – тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Абсолютно твёрдое тело можно рассматривать как систему материальных точек, жестко связанных между собой.

*Абсолютно упругое тело* – тело, которое после прекращения внешнего силового воздействия полностью восстанавливает свои первоначальные размеры и форму.

*Абсолютно неупругое тело* – тело, которое после прекращения внешнего силового воздействия полностью сохраняет деформированное состояние, вызванное этим воздействием.

#### 3.2 Система отсчёта. Траектория. Путь. Перемещение

Тело, относительно которого рассматривается движение, называется *телом отсчёта*. Чтобы определить положение исследуемого тела, с телом отсчёта жестко связывают систему координат, снабженную часами. Совокупность тела отсчёта, связанной с ним системы координат и часов, отсчитывающих время, называется *системой отсчёта*.

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Модель декартовой системы координат.

<http://youtube.com/watch?v=gmfiKFgy5WM>

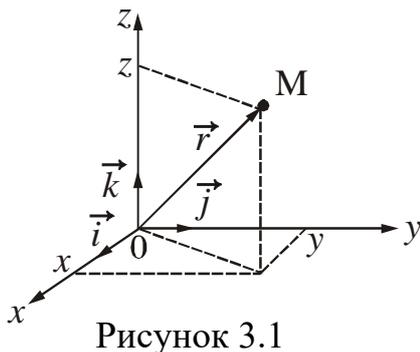


Рисунок 3.1

Положение точки в пространстве описывают с помощью радиус-вектора  $\vec{r}$ .

*Радиус-вектор*  $\vec{r}$  – это вектор, проведённый из начала координат в точку, где находится тело (рис. 3.1). Радиус-вектор можно разложить на составляющие:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

где  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  – единичные векторы (орты).

При перемещении в пространстве точка М занимает ряд последовательных положений. Линия, описываемая в пространстве движущейся точкой, называется **траекторией**. В зависимости от вида траектории движение делят на прямолинейное и криволинейное. Частным видом криволинейного движения является движение по окружности.

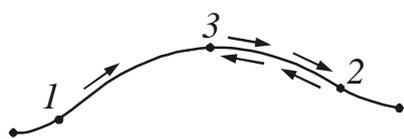


Рисунок 3.2

Пусть материальная точка, двигаясь по некоторой траектории (рис. 3.2), переместилась из точки 1 в точку 2. Расстояние  $S_{12}$  между точками 1 и 2, отсчитанное вдоль траектории, называется длиной пройденного пути или просто **пройденным путём**.

Если материальная точка повернёт обратно и дойдёт до точки 3, то полный путь равен:  $S=S_{12}+S_{23}$ . Путь всегда выражается положительным числом.

Вектор, соединяющий начальное и конечное положения точки, называется **перемещением**. Обозначается  $\Delta\vec{r}$ . (См. рис. 3.3).

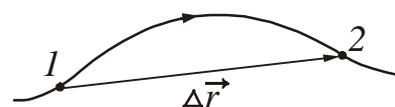


Рисунок 3.3

Обычно положение тела определяют с помощью координат. Движение точки считается полностью определенным, если заданы уравнения, описывающие изменение координат точки со временем:

$$x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t)$$

Эти уравнения называются кинематическими уравнениями движения точки.

**Поступательное движение** – это такое движение, при котором любая прямая, жёстко связанная с телом, перемещается, оставаясь параллельной самой себе. Поэтому кинематическое рассмотрение поступательного движения твёрдого тела сводится к изучению движения любой из его точек. В динамике обычно рассматривают движение центра инерции тела.

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Виды движений: поступательное и вращательное движения.

<http://youtube.com/watch?v=C1yGNCPw7BU>

### 3.3 Способы задания положения тела в пространстве

**Основная задача кинематики** – определить положение тела в любой момент времени. Обычно положение тела определяют с помощью координат. Движение точки считается полностью определенным, если заданы уравнения, описывающие изменение координат точки со временем:

$$x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t)$$

Эти уравнения называются кинематическими уравнениями движения точки.

Координаты тела можно задавать несколькими способами.

**1. Табличный способ.**

При этом способе для каждого момента времени указывают значение координаты тела и представляют эту зависимость в виде таблицы. Например:

$t, \text{с}$	0	2	4	6	8	10	12	14
$x, \text{м}$	2	6	18	38	66	102	146	198

**2. Графический способ.**

Зависимость координат от времени дается в виде графика. Например, для равномерного прямолинейного движения эта зависимость имеет вид, представленный на рис. 3.4.

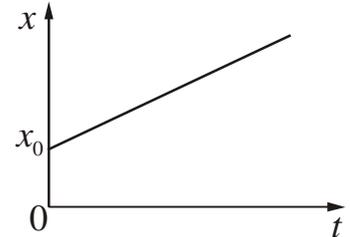


Рисунок 3.4

**3. Аналитический способ.**

Зависимость координат от времени задается в виде формул.

**Пример:** для равномерного прямолинейного движения координата зависит от времени:

$$x = x_0 + vt.$$

Если тело движется по плоскости, то можно описывать зависимость координаты  $y$  от координаты  $x$ , т.е.  $y = f(x)$ . При этом координаты  $y$  и  $x$  зависят от времени, т.е.  $y = f(t)$ ,  $x = f(t)$ . Зависимость  $y = f(x)$  называется уравнением траектории.

**3.4 Скорость**

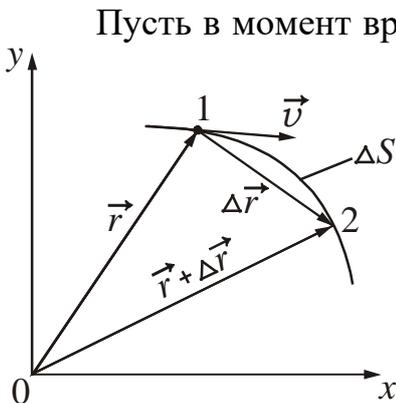


Рисунок 3.5

Пусть в момент времени  $t$  тело находилось в точке 1, положение которой задается радиус-вектором  $\vec{r}$ . За время  $\Delta t$  оно совершило перемещение  $\Delta \vec{r}$  и оказалось в точке 2 (рис. 3.5).

Скорость тела определяется как предел отношения перемещения  $\Delta \vec{r}$  к промежутку времени  $\Delta t$ , за который оно произошло, при условии, что  $\Delta t$  стремится к нулю:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}' \tag{3.1}$$

$$[v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

**Скорость** ( $\vec{v}$ ) – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения положения тела в пространстве и равная первой производной радиус-вектора по времени.

Вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения. Модуль скорости  $v$  определяется как производная пути по времени:

$$v = \frac{dS}{dt}, \quad (3.2)$$

### Посмотрите лекционную демонстрацию.

Вектор скорости: опыт с точилом.

<http://youtube.com/watch?v=k3SIL19D2rE>

Из (3.2) следует, что путь  $dS$ , пройденный за элементарно малое время  $dt$  будет определяться следующим образом:

$$dS = v(t)dt.$$

Путь, пройденный телом за конечный промежуток времени от  $t_1$  до  $t_2$ , находится интегрированием:

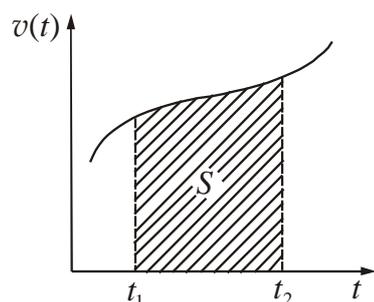


Рисунок 3.6

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt. \quad (3.3)$$

Пройденный путь численно равен площади заштрихованной криволинейной трапеции (рис. 3.6).

Если направление вектора скорости не изменяется, то движение называется прямолинейным.

Если модуль скорости не изменяется с течением времени, то движение называется равномерным.

При равномерном движении скорость тела постоянна:

$$v = \frac{S}{t} = \text{const}. \quad (3.4)$$

Путь, пройденный телом при равномерном движении, зависит от времени линейно:

$$S = vt. \quad (3.5)$$

Если тело движется неравномерно, то величина, равная отношению пройденного пути  $\Delta S$  к промежутку времени  $\Delta t$ , в течение которого был пройден путь, называется **средней скоростью** за этот промежуток времени

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}. \quad (3.6)$$

(Средние значения величин будем обозначать заключением этих величин в угловые скобки).

### 3.4 Ускорение

Пусть в момент времени  $t$  тело находилось в точке 1, имея скорость  $\vec{v}_1$ . Через время  $\Delta t$  оно переместилось в точку 2, при этом его скорость стала равной  $\vec{v}_2$  (рис. 3.7 а).

Приращение вектора скорости равно  $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$  (рис. 3.7 б). Чтобы охарактеризовать быстроту изменения скорости, используется величина:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}'.$$

$$[a] = \frac{M}{c^2}.$$

Принимая во внимание (3.1), можно записать:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \quad (3.7)$$

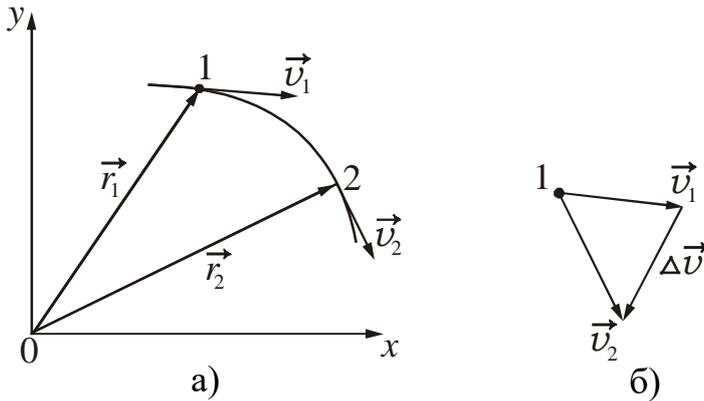


Рисунок 3.7

**Ускорение** ( $\vec{a}$ ) – это векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения вектора скорости и равная производной вектора скорости по времени.

Ускорение направлено по вектору приращения скорости  $\Delta \vec{v}$ .

При прямолинейном движении направление скорости

остается постоянным, поэтому вектор ускорения  $\vec{a}$  или совпадает с направлением скорости, или противоположен ему. Если модуль ускорения при этом не изменяется с течением времени, то в первом случае движение будет равноускоренным, во втором – равнозамедленным. Скорость движения в любой момент времени будет определяться соотношением:

$$v = v_0 \pm at \quad (3.8)$$

где  $v_0$  – начальная скорость тела, т.е. скорость в момент времени  $t=0$ . Знак «плюс» относится к равноускоренному движению, «минус» – к равнозамедленному.

Интегрируя функцию (3.8) в пределах от 0 до произвольного момента времени  $t$ , найдем формулу для расчёта пройденного пути (см. формулу (3.3)):

$$S = \int_0^t (v_0 \pm at) dt = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}. \quad (3.9)$$

Формула (3.9) дает правильный результат для пройденного пути только в том случае, если за время  $t$  направление движения точки (знак скорости) не изменяется.

Если скорость изменяется с течением времени произвольным образом, то величина, равная отношению изменения скорости  $\Delta v$  к промежутку времени  $\Delta t$ , в течение которого изменялась скорость, называется **средним ускорением** за этот промежуток времени

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \quad (3.10)$$

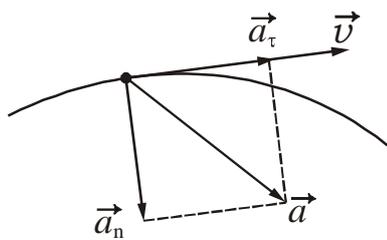


Рисунок 3.8

При криволинейном движении вектор скорости  $\vec{v}$  изменяет свое направление. При этом может изменяться и его численное значение, т.е. модуль.

В этом случае вектор ускорения  $\vec{a}$  удобно раскладывать на две составляющие. Одна из них  $\vec{a}_\tau$  – касательная к траектории, вторая  $\vec{a}_n$  – перпендикулярна этой касательной (рис. 3.8). Составляющая  $\vec{a}_\tau$  называется

**тангенциальным** (касательным) ускорением; составляющая  $\vec{a}_n$  – **нормальным** (центростремительным) ускорением. Из рис. 3.8 следует, что

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \quad (3.11)$$

Модуль полного ускорения равен

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (3.12)$$

**Тангенциальное ускорение** характеризует быстроту изменения скорости по величине и равно первой производной модуля скорости по времени:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (3.13)$$

Если скорость по величине не изменяется, то  $a_\tau = 0$ .

Если  $dv > 0$ , то тангенциальное ускорение  $\vec{a}_\tau$  направлено по вектору скорости, если  $dv < 0$ , то  $\vec{a}_\tau$  направлено в сторону, противоположную вектору скорости.

**Нормальное** (центростремительное) **ускорение** характеризует быстроту изменения скорости по направлению и направлено по радиусу к центру кривизны траектории. Численное значение нормального ускорения определяется формулой:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (3.14)$$

Если направление скорости не изменяется, то  $a_n = 0$ .

## §4 Кинематика вращательного движения

**Вращательное движение** – движение, при котором все точки абсолютно твёрдого тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой. Эта прямая называется осью вращения. Окружности, по которым движутся точки тела, лежат в плоскостях, перпендикулярных этой оси.

### 4.1 Характеристики вращательного движения

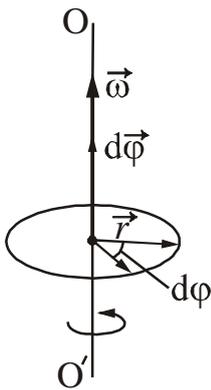


Рисунок 4.1

**Угловое перемещение** ( $d\vec{\phi}$ ) – вектор, модуль которого равен углу поворота, выраженному в радианах. Направлено угловое перемещение по оси вращения так, что если смотреть с конца вектора  $d\vec{\phi}$ , то направление вращения радиус-вектора происходит против часовой стрелки (рис. 4.1).

**Угловая скорость** ( $\vec{\omega}$ ) – векторная физическая величина, характеризующая быстроту вращения и равная первой производной углового перемещения по времени:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}, \quad (4.1)$$

$$[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Направление вектора угловой скорости совпадает с направлением вектора углового перемещения.

Вращение с постоянной угловой скоростью называется равномерным, при этом

$$\omega = \frac{\phi}{t}. \quad (4.2)$$

Равномерное вращение принято характеризовать периодом вращения и частотой вращения.

**Период вращения** ( $T$ ) – время, в течение которого совершается один полный оборот. За время, равное периоду, тело поворачивается на угол  $2\pi$ . Отсюда следует, что

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (4.3)$$

**Частота вращения** ( $\nu$ ) – число оборотов за единицу времени.

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \quad \omega = 2\pi\nu. \quad (4.4)$$

$$[\nu] = \frac{1}{\text{с}}.$$

Изменение вектора угловой скорости со временем характеризуют угловым ускорением.

**Угловое ускорение** ( $\vec{\varepsilon}$ ) – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости и равная первой производной угловой скорости по времени

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (4.5)$$

$$[\varepsilon] = \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

Рассмотрим случай, когда ось вращения неподвижна.

1. Если  $d\omega > 0$ , то движение ускоренное. При этом вектор углового ускорения  $\vec{\varepsilon}$  совпадает по направлению с вектором угловой скорости  $\vec{\omega}$  (рис. 4.2.а).
2. Если  $d\omega < 0$ , то движение замедленное. При этом вектор углового ускорения  $\vec{\varepsilon}$  направлен в сторону, противоположную вектору угловой скорости  $\vec{\omega}$  (рис. 5.2.б).

Векторы, направление которых связывается с направлением вращения ( $d\vec{\varphi}$ ,  $\vec{\omega}$ ,  $\vec{\varepsilon}$ ) называются **аксиальными** векторами или псевдовекторами.



Рисунок 4.2

При равнопеременном вращательном движении имеют место соотношения, аналогичные формулам, описывающим равнопеременное прямолинейное движение (см. (3.8) и (3.9)):

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \tag{4.6}$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}. \tag{4.7}$$

#### 4.2 Связь между линейными и угловыми характеристиками

Точка, отстоящая от оси вращения на расстоянии  $R$  (рис. 4.3), при повороте тела на угол  $\varphi$  за время  $dt$  проходит путь

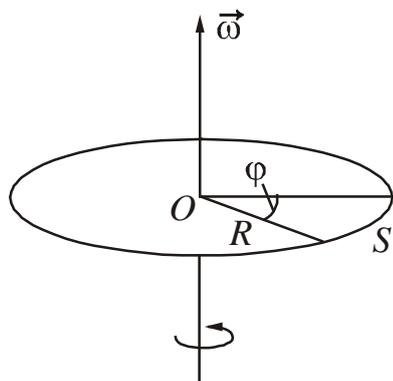


Рисунок 4.3

$$S = R\varphi. \tag{4.8}$$

Продифференцируем уравнение (4.8) по времени:

$$\frac{dS}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}. \tag{4.9}$$

Из него следует

$$v = R\omega. \tag{4.10}$$

Продифференцируем уравнение (4.10) по времени

$$\frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt}. \quad (4.11)$$

Отсюда следует

$$a_{\tau} = R\varepsilon. \quad (4.12)$$

Кинематические величины, характеризующие вращательное движение и формулы, описывающие это движение, аналогичны соответствующим величинам и формулам поступательного движения.

## §5 Динамика материальной точки и поступательного движения твёрдого тела

*Динамика* – раздел механики, изучающий движение тел с учетом причин, вызывающих это движение.

### 5.1 Основные понятия динамики

1. **Масса** ( $m$ ) – скалярная физическая величина, являющаяся мерой инертных и гравитационных свойств тела. Может служить мерой энергосодержания.

$[m] = \text{кг}$ .

Основные свойства массы:

- масса в классической механике не зависит от скорости движения;
- масса является величиной аддитивной, т.е. масса системы тел равняется сумме масс тел, входящих в систему;
- масса замкнутой системы остается величиной постоянной, т.е. выполняется закон сохранения массы.

**Плотность** ( $\rho$ ) – скалярная физическая величина, характеристика материала, численно равная массе единицы объема.

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (5.1)$$

$[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

2. **Импульс тела** ( $\vec{p}$ ) – векторная физическая величина, равная произведению массы тела на его скорость.

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (5.2)$$

$[p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$ .

Направление импульса тела совпадает с направлением скорости.

3. **Сила** ( $\vec{F}$ ) – векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело других тел или полей. Сила характеризуется модулем

(численным значением), направлением действия, точкой приложения. Прямая, вдоль которой направлена сила, называется *линией действия силы*.

$[F] = \text{Н}$  (ньютон)

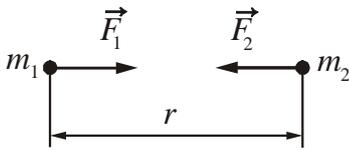
Вид формулы для расчёта силы зависит от природы взаимодействия.

## 5.2 Виды взаимодействий

### 1. Гравитационные взаимодействия. Закон всемирного тяготения.

Две материальные точки массами  $m_1$  и  $m_2$  притягиваются друг к другу с силой прямо пропорциональной массам этих точек и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними (рис. 5.1).

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (5.3)$$



где  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$  – гравитационная постоянная.

$$|\vec{F}_{1-2}| = |\vec{F}_{2-1}| = F$$

Рисунок 5.1

Если одно из взаимодействующих тел – Земля, а тело массой  $m$  находится на высоте  $h$  от поверхности Земли, то закон всемирного тяготения записывается в виде

$$F = G \frac{M m}{(R + h)^2},$$

где  $M$  – масса Земли;

$R$  – средний радиус Земли.

На поверхности Земли (или вблизи поверхности)  $h \approx 0$ . В этом случае

$$F = G \frac{M m}{R^2}.$$

Можно ввести обозначение  $G \frac{M}{R^2} = g$ ,

где  $g$  – ускорение свободного падения.

Величину

$$F_{\text{тяж}} = mg \quad (5.4)$$

называют силой тяжести.

### 2. Электромагнитные взаимодействия.

Частными случаями проявления электромагнитных взаимодействий являются силы упругости и силы трения. Для этих сил можно получить лишь приближенные, т.е. основанные на опыте формулы.

а) *Закон Гука.*

Под действием внешних сил возникают деформации (т.е. изменение размеров и формы тел). Если после прекращения действия сил восстанавливаются прежняя форма и размеры тела, то деформация называется упругой.

Для упругих деформаций справедлив закон Гука:

**Сила упругости пропорциональна абсолютному удлинению.**

$$F_x = -kx, \quad (5.5)$$

где  $F_x$  – проекция силы упругости на ось  $x$ ;

$k$  – жесткость пружины;

$x$  – абсолютное удлинение пружины.

Для однородных стержней также справедлив закон Гука, который принято формулировать следующим образом:

**Механическое напряжение прямо пропорционально относительному удлинению**

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (5.6)$$

Механическое напряжение:

$$\sigma = \frac{F_{\perp}}{S}, \quad (5.7)$$

где  $F_{\perp}$  – упругая сила, действующая перпендикулярно площади поперечного сечения стержня  $S$ .

Относительное удлинение:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (5.8)$$

где  $\Delta l$  – приращение длины;

$l_0$  – первоначальная длина;

$E$  – модуль Юнга,  $[E] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$ .

Модуль Юнга (модуль упругих деформаций) – это физическая величина, характеризующая упругие свойства материала. Зависит от природы материала.

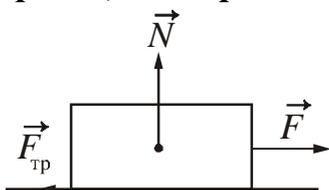
**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Закон Гука и нелинейные деформации.

<http://youtube.com/watch?v=sYjyAujrtmw>

б) **Закон сухого трения.**

**Сила трения скольжения пропорциональна модулю силы нормальной реакции опоры и не зависит от площади соприкосновения тел** (рис. 5.2)



$$|\vec{F}_{\text{тр}}| = \mu |\vec{N}|, \quad (5.9)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения скольжения. Он зависит от природы материалов и качества обработки соприкасающихся поверхностей.

Рисунок 5.2

щихся поверхностей. Значения коэффициентов трения определяют экспериментальным путём.

### Посмотрите лекционную демонстрацию.

Соскальзывание бруска с наклонной плоскости.

<http://youtube.com/watch?v=04gAToQ4r0U>

#### в) Закон вязкого трения.

На тело, движущееся в вязкой (жидкой или газообразной) среде, действует сила, тормозящая его движение. Эта сила называется силой вязкого трения

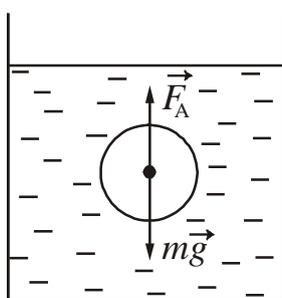


Рисунок 5.3

$$F = -rv, \quad (5.10)$$

где  $v$  – скорость движения тела;

$r$  – коэффициент сопротивления.

Коэффициент  $r$  зависит от формы и размеров тела, характера его поверхности, а также от свойств среды. Знак « $-$ » указывает на то, что сила трения направлена противоположно скорости.

#### г). Закон Архимеда.

*На тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости или газа* (рис. 5.3)

$$F_A = \rho_{\text{ж}} gV, \quad (5.11)$$

где  $\rho_{\text{ж}}$  – плотность жидкости;

$V$  – объем погруженной части тела.

## 5.3 Основные законы динамики материальной точки (законы Ньютона)

Динамика базируется на законах Ньютона, которые математически не выводятся, а являются обобщением опыта.

### 5.3.1 Первый закон Ньютона

Первый закон Ньютона устанавливает факт существования инерциальных систем отсчёта и описывает характер движения свободной материальной точки в инерциальной системе отсчёта.

*Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействия со стороны других тел не изменят этого состояния.*

Свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется *инерцией*. Система отсчёта, в которой выполняется первый закон Ньютона, называется инерциальной. Поэтому, первый закон Ньютона можно сформулировать и таким образом.

*Существуют такие системы отсчёта, относительно которых тело находится в состоянии покоя или движется прямолинейно и равномерно, если на это тело не действуют другие тела или действие этих тел скомпенсировано.*

Любая другая система отсчёта, движущаяся относительно инерциальной с постоянной скоростью также является инерциальной.

### 5.3.2 Второй закон Ньютона

*Скорость изменения импульса тела равна результирующей всех сил, действующих на тело:*

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (5.12)$$

Импульс тела равен  $\vec{p} = m\vec{v}$ . Формулу (6.13) можно преобразовать следующим образом:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (5.13)$$

1. Уравнение (5.13) можно применять как в тех случаях, когда масса меняется с течением времени (например, при полете ракеты), так и при изменении массы с изменением скорости.

2. Если масса тела остается постоянной  $m = \text{const}$ , т.е.  $\frac{dm}{dt} = 0$ , то уравнение (5.13) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}, \\ \vec{F} &= m\vec{a}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

*Результирующая всех сил, действующих на тело, равна произведению массы тела на его ускорение.*

3. Если  $\vec{F} = \text{const}$ , то, умножив обе части уравнения (5.12) на  $dt$ , получим:

$$\vec{F}dt = d\vec{p}.$$

Проинтегрировав полученное уравнение, получим:

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}. \quad (5.15)$$

Величина, равная произведению силы на время действия этой силы  $\vec{F}\Delta t$ , называется *импульсом силы*. Таким образом:

*Импульс силы равен изменению импульса тела.*

Из второго закона Ньютона следует, что изменения скоростей материальных точек или тел происходят не мгновенно, а в течение конечных промежутков времени.

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Опыт с инерцией гири.

[http://youtube.com/watch?v=f7Aahv7\\_3Is](http://youtube.com/watch?v=f7Aahv7_3Is)

2. Выдергивание скатерти из-под сосуда с водой.

<http://youtube.com/watch?v=xVSWuvZ8aQA>

**5.3.3 Третий закон Ньютона**

*Силы, с которыми взаимодействуют два тела, равны по величине и противоположны по направлению.*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (5.16)$$

Таким образом, силы всегда возникают попарно. Силы, фигурирующие в третьем законе Ньютона, приложены к разным телам, поэтому они не уравновешивают друг друга.

Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчёта.

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Взаимодействие тележек. Два мотора.

[http://youtube.com/watch?v=bAp0pWg\\_iDI](http://youtube.com/watch?v=bAp0pWg_iDI)

2. Взаимодействие тележек. Один мотор.

<http://youtube.com/watch?v=exPXElwAcM>

3. Взаимодействие тележек. Разные массы.

<http://youtube.com/watch?v=14LizsP4CGo>

**5.4 Закон сохранения импульса**

Совокупность материальных точек (тел), выделенных для рассмотрения, называется *механической системой*. Силы, которые действуют на тела системы, делят на внешние и внутренние. *Внутренние силы* обусловлены взаимодействием тел, входящих в систему. *Внешние силы* обусловлены взаимодействием с телами, не входящими в систему.

Система называется *замкнутой*, если на неё не действуют внешние силы.

Второй закон Ньютона, записанный для одного тела, можно применить и к системе тел. Если система является замкнутой (внешних сил нет), то из второго закона Ньютона следует, что

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0. \quad (5.17)$$

Если производная некоторой величины равна нулю, то эта величина постоянна. Поэтому из последнего уравнения следует, что  $\vec{p} = \text{const}$ .

*Импульс замкнутой системы материальных точек (тел) остается постоянным.*

Закон сохранения импульса можно записать в развернутом виде:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_n = \text{const}, \quad (5.18)$$

или

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{const}. \quad (5.19)$$

Закон сохранения импульса выполняется и для незамкнутых систем в следующих частных случаях.

1. На систему действуют внешние силы, но их векторная сумма равна нулю.

2. Векторная сумма внешних сил не равна нулю, но равна нулю сумма проекций этих сил на какое-либо направление, например, на направление оси  $x$ . Полный импульс системы при этом не сохраняется, но сохраняется проекция импульса на направление оси  $x$ .

2. Время действия сил очень мало. При этом изменение импульса  $d\vec{p}$  будет стремиться к нулю:  $d\vec{p} \rightarrow 0$ . В этом случае  $\vec{p} = \text{const}$  – импульс системы сохраняется. Примером является взаимодействие тел при ударе, взрыве.

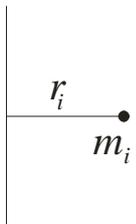
**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Выстрел назад с движущейся тележки.  
<http://youtube.com/watch?v=HzHAj62yn5o>
2. Выстрел вперёд с движущейся тележки.  
<http://youtube.com/watch?v=-Hd8UEIFD0M>

## §6 Динамика вращательного движения

### 6.1 Основные характеристики динамики вращательного движения

#### 6.1.1 Момент инерции



Рассмотрим материальную точку массой  $m_i$ , которая находится на расстоянии  $r_i$  от неподвижной оси (рис. 6.1). **Моментом инерции** ( $J$ ) материальной точки относительно оси называется скалярная физическая величина, равная произведению массы  $m_i$  на квадрат расстояния  $r_i$  до этой оси:

Рисунок 6.1

$$J_i = m_i r_i^2. \quad (6.1)$$

$$[J] = \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$

Момент инерции системы материальных точек будет равен сумме моментов инерции отдельных точек

$$J = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2. \quad (6.2)$$

Момент инерции тела является мерой инертности тела во вращательном движении, подобно тому, как масса тела является мерой его инертности при поступательном движении. Таким образом:

**Момент инерции** – это мера инертных свойств твёрдого тела при вращательном движении, зависящая от распределения массы относительно оси вра-

щения. Иными словами, момент инерции зависит от массы, формы, размеров тела и положения оси вращения.

Момент инерции некоторых однородных тел правильной геометрической формы относительно оси, проходящей через центр масс:

$$\text{Диск} - J = \frac{1}{2} mR^2. \quad (6.3)$$

$$\text{Шар} - J = \frac{2}{5} mR^2. \quad (6.4)$$

$$\text{Стержень} - J = \frac{1}{12} ml^2. \quad (6.5)$$

$$\text{Обруч} - J = mR^2. \quad (6.6)$$

Момент инерции тела относительно произвольной оси рассчитывается с помощью *теоремы Штейнера*.

*Момент инерции тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции относительно оси, проходящей через центр масс параллельно данной, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями.*

$$J = J_c + md^2. \quad (6.7)$$

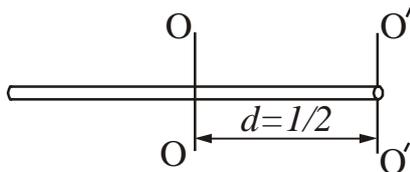


Рисунок 6.2

*Пример:* Расчёт момента инерции стержня относительно оси, проходящей через конец перпендикулярно ему (рис. 6.2).

$$J_{O'O'} = J_c + md^2, \quad d = \frac{l}{2},$$

$$J_{O'O'} = \frac{1}{12} ml^2 + m \frac{l^2}{4} = \frac{ml^2}{3}. \quad (6.8)$$

Всякое тело, независимо от того, вращается оно или покоится, обладает моментом инерции относительно любой оси, подобно тому, как тело обладает массой независимо от того, движется оно или находится в покое. Аналогично массе момент инерции является величиной аддитивной.

### 6.1.2 Момент импульса

а) Момент импульса материальной точки относительно точки O.

*Моментом импульса* ( $\vec{L}$ ) материальной точки относительно точки O называется векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора  $\vec{r}$ , проведённого из точки O в место нахождения материальной точки, на вектор ее импульса  $\vec{p}$ .

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad (6.9)$$

Модуль момента импульса материальной точки:

$$L = rp \sin \alpha. \quad (6.10)$$

$$[L] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}.$$

Направлен вектор  $\vec{L}$  перпендикулярно плоскости, в которой лежат перемножаемые векторы. Если смотреть из конца вектора  $\vec{L}$ , то кратчайший поворот от  $\vec{r}$  к  $\vec{p}$  происходит против часовой стрелки (рис. 6.3).

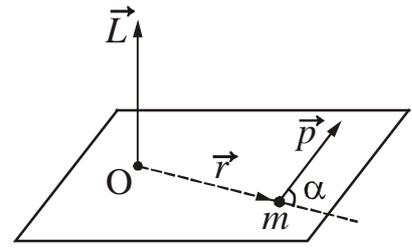


Рисунок 6.3

Если материальная точка движется по окружности радиусом  $r$ , то модуль момента импульса относительно центра окружности равен

$$L = mvr, \tag{6.11}$$

так как угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{r}$  равен  $\alpha=90^\circ$ .

б) Момент импульса тела относительно неподвижной оси вращения  $z$ .

**Момент импульса** ( $L_z$ ) тела относительно оси  $z$  будет равен сумме проекций моментов импульсов отдельных точек на эту ось:

$$L_z = \sum_{i=1}^N L_{iz}. \tag{6.12}$$

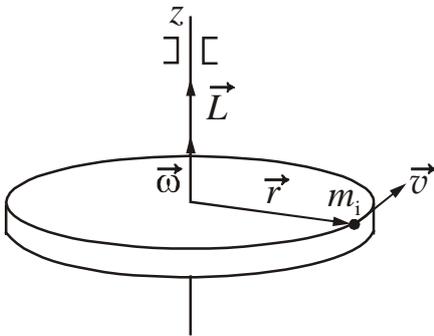


Рисунок 6.4

Любое твёрдое тело можно разбить на систему материальных точек. Просуммировав моменты инерции точек, можно получить выражение для расчёта момента инерции твёрдого тела относительно оси  $z$ :

$$L_z = J_z \omega. \tag{6.13}$$

Так как вектор  $\vec{\omega}$  направлен по оси вращения (рис. 6.4), то вектор  $\vec{L}$  также будет направлен по оси вращения. Тогда формулу (6.13) можно переписать в векторном виде

$$\vec{L} = J \vec{\omega}. \tag{6.14}$$

### 6.1.3 Момент силы

а) Момент силы относительно неподвижной точки.

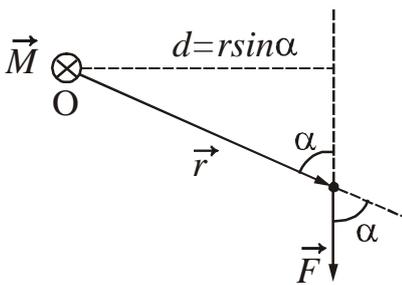


Рисунок 6.5

**Моментом силы** ( $\vec{M}$ ) относительно точки  $O$  называется векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора  $\vec{r}$ , проведённого из точки  $O$  в точку приложения силы, на силу  $\vec{F}$  (рис. 6.5).

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}. \tag{6.15}$$

Модуль момента силы определяется соотношением:

$$M = rF \sin \alpha = Fd. \tag{6.16}$$

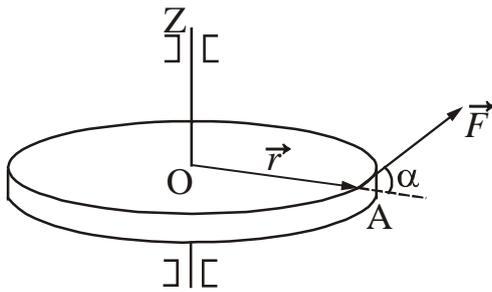
$$[M] = \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Величина  $d = r \sin \alpha$  называется плечом силы. **Плечо силы** – это длина перпендикуляра, опущенного из точки О на линию действия силы (рис. 6.5).

Направлен вектор  $\vec{M}$  перпендикулярно к плоскости, в которой лежат перемноженные векторы, причем так, что направление вращения, обусловленного силой, и направление вектора  $\vec{M}$  образуют правовинтовую систему.

б) Момент силы относительно неподвижной оси z.

Рассмотрим тело, вращающееся вокруг неподвижной оси z под действием силы  $\vec{F}$ . Сила  $\vec{F}$  лежит в плоскости, перпендикулярной оси вращения (рис. 6.6).



**Моментом силы (M)** относительно оси называется скалярная физическая величина, равная произведению модуля силы на плечо силы.

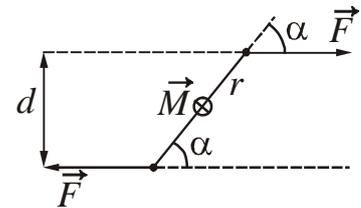
$$M_z = Fd, \quad (6.17)$$

Рисунок 6.6

где  $d = r \sin \alpha$  – плечо силы.

в) момент пары сил

Две равные по модулю противоположно направленные силы, не действующие вдоль одной прямой, называются **парой сил**. Расстояние  $d$  между прямыми, вдоль которых действуют силы, называется **плечом пары** (рис 6.7). Модуль момента пары сил равен произведению модуля силы на плечо пары



$$M = rF \sin \alpha = Fd. \quad (6.18)$$

Рисунок 6.7

Вектор момента  $\vec{M}$  пары сил перпендикулярен к плоскости, в которой лежат силы.

## 6.2 Основное уравнение динамики вращательного движения

Во вращательном движении момент силы аналогичен силе, момент импульса – импульсу, момент инерции – массе. Поэтому основное уравнение динамики вращательного движения по форме записи тождественно второму закону Ньютона:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (6.19)$$

**Скорость изменения момента импульса материальной точки равна суммарному моменту сил, действующих точку.**

Твёрдое тело является системой материальных точек. Для твёрдого тела будет выполняться аналогичное соотношение:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{M}_{\text{внешн}}. \quad (6.20)$$

**Скорость изменения момента импульса тела равна суммарному моменту внешних сил, действующих на тело.**

Полученное выражение называется основным уравнением динамики вращательного движения. Спроецируем уравнение (6.20) на ось  $z$ . Тогда

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z,$$

$$L_z = J_z \omega,$$

Если  $J_z = \text{const}$ , то можно записать

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = M_z.$$

Учитывая, что производная угловой скорости по времени дает угловое ускорение  $\varepsilon$ , получим:

$$J_z \varepsilon = M_z. \quad (6.21)$$

Уравнение (6.21) называется основным законом динамики твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

### **Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Зависимость углового ускорения от момента сил 1.

<http://youtube.com/watch?v=P5BpHr-b6qg>

2. Зависимость углового ускорения от момента сил 2.

<http://youtube.com/watch?v=3toovcYtKCw>

3. Зависимость углового ускорения от момента инерции.

<http://youtube.com/watch?v=msfnzjkoVws>

### **6.3 Закон сохранения момента импульса**

Основное уравнение динамики вращательного движения, записанное в виде

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

может быть применено как к телу, момент инерции которого меняется в процессе движения, так и к системе тел, вращающихся вокруг данной неподвижной оси.

Если на твёрдое тело не действуют внешние силы или равнодействующая этих сил не создает вращающего момента относительно оси вращения, то  $M=0$ .

В этом случае изменение момента импульса  $dL = d(J\omega)$  равно нулю. Отсюда вытекает закон сохранения момента импульса твёрдого тела.

*Если на тело не действуют внешние силы или действуют так, что равнодействующая этих сил не создает вращающего момента относительно оси вращения, то момент импульса тела относительно этой оси сохраняется.*

$$J \vec{\omega} = \text{const} \quad (6.22)$$

Уравнению (6.22) можно придать следующую форму:

$$J_1 \vec{\omega}_1 = J_2 \vec{\omega}_2. \quad (6.23)$$

Из (6.23) следует, что угловая скорость тела в этом случае обратно пропорциональна его моменту инерции.

Закон сохранения момента импульса можно записать для системы тел. Если система тел, вращающихся относительно некоторой оси, замкнута, то внешние силы не действуют. В этом случае  $M=0$ . Изменение момента импульса системы тел тоже будет равно нулю. Это означает, что момент импульса системы тел остается постоянным. Мы получили закон сохранения момента импульса для системы тел.

*Момент импульса замкнутой системы тел остается постоянным.*

$$\vec{L} = \text{const}. \quad (6.24)$$

Соотношение (6.24) означает, что в замкнутой системе сумма моментов импульсов всех тел системы в любые два момента времени одинакова:

$$J_1 \vec{\omega}_1 + J_2 \vec{\omega}_2 + \dots + J_n \vec{\omega}_n = J'_1 \vec{\omega}'_1 + J'_2 \vec{\omega}'_2 + \dots + J'_n \vec{\omega}'_n, \quad (6.25)$$

где  $J$  и  $J'$  – моменты инерции тел в произвольные моменты времени  $t$  и  $t'$ ,  $\omega$  и  $\omega'$  – соответствующие им угловые скорости.

Закон сохранения момента импульса можно применять и для незамкнутых систем, если алгебраическая сумма моментов внешних сил относительно оси вращения равна нулю.

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Человек с гантелями на скамье Жуковского.  
<http://youtube.com/watch?v=8BB5sWXBKos>
2. Человек на скамье Жуковского с велосипедным колесом.  
[http://youtube.com/watch?v=nR\\_E-Zmqg4M](http://youtube.com/watch?v=nR_E-Zmqg4M)

## §7 Механическая работа. Мощность

### 7.1 Работа

Пусть в некоторый момент времени на тело действует сила  $\vec{F}$ , под действием которой тело совершает перемещение  $d\vec{r}$  (рис. 7.1).

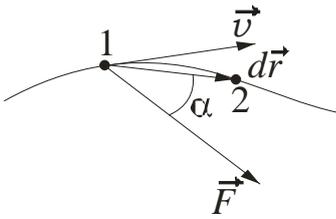


Рисунок 7.1

**Элементарной работой** ( $\delta A$ ) называется скалярная физическая величина, равная скалярному произведению силы  $\vec{F}$  на элементарное перемещение  $d\vec{r}$  точки приложения силы

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r}. \quad (7.1)$$

В скалярном виде:

$$\delta A = F dr \cos \alpha, \quad (7.2)$$

где  $\alpha$  – угол между направлениями силы и перемещения.

$[A] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$  (джоуль).

Работа на конечном перемещении равна

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} d\vec{r}. \quad (7.3)$$

Если движение прямолинейное, а сила не меняется ни по модулю, ни по направлению ( $\vec{F} = \text{const}$ ), то работа рассчитывается по формуле:

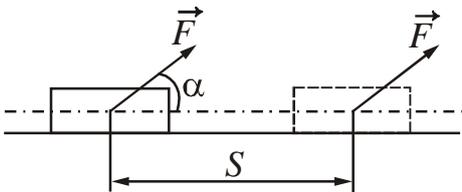


Рисунок 7.2

$$A = FS \cos \alpha. \quad (7.4)$$

Проанализируем уравнение (7.2).

1. Работа может быть положительной и отрицательной. Если угол  $\alpha$  между  $\vec{F}$  и  $d\vec{r}$  острый ( $0 < \alpha < \pi/2$ ), то работа положительна, если угол  $\alpha$  тупой ( $\pi/2 < \alpha < \pi$ ), то работа отрицательна.

Например, работа силы трения отрицательна, так как сила трения направлена против перемещения.

2. Сила не совершает работы: а) если тело покоится ( $d\vec{r} = 0$ ); б) если направление силы  $\vec{F}$  перпендикулярно направлению перемещения  $d\vec{r}$  ( $\alpha = \pi/2$ ).

Например, центростремительные силы работы не совершают, так как  $\vec{F} \perp d\vec{r}$ .

## 7.2 Графическое представление работы

Работу можно вычислить графически.

1. Рассмотрим случай, когда  $\vec{F} = \text{const}$ . Проекция силы  $\vec{F}$  на заданное направление  $\vec{r}$  (рис. 7.3) равна:

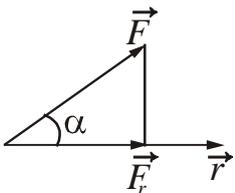


Рисунок 7.3

$$F \cos \alpha = F_r$$

График зависимости проекции  $F_r$  от  $r$  представляет собой прямую линию (рис.7.4). Найдем работу

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r \cdot dr = F_r (r_2 - r_1) = F_r \cdot S.$$

Очевидно, что работа постоянной силы равна площади заштрихованного прямоугольника (рис. 7.4).

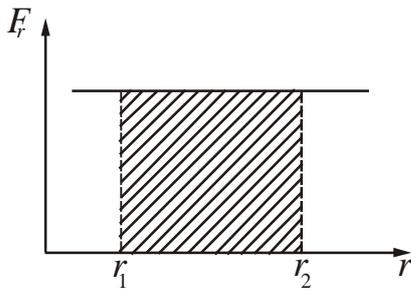


Рисунок 7.4

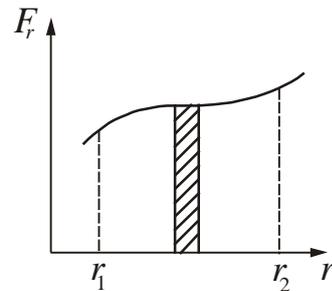


Рисунок 7.5

2. Если  $\vec{F} \neq \text{const}$ , то график зависимости проекции  $F_r$  от  $r$  представляет собой некоторую кривую (рис.7.5). Элементарная работа  $\delta A$  равна площади узкой заштрихованной полоски

$$\delta A = F_r dr .$$

Работа на конечном перемещении

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r dr$$

будет изображаться площадью криволинейной трапеции (рис. 7.5).

### 7.3 Мощность

**Мощность** ( $N$ ) – скалярная физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы и численно равная работе, совершаемой за единицу времени.

$$N = \frac{dA}{dt} . \tag{7.5}$$

$$[N] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт} .$$

Формула (7.5) дает значение мгновенной мощности. Подставив в (7.5)  $\delta A = \vec{F} d\vec{r}$ , получим

$$N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v} . \tag{7.6}$$

Мгновенная мощность равна скалярному произведению силы на скорость тела.

Если работа совершается за время  $t$ , то средняя мощность

$$\langle N \rangle = \frac{A}{t} \tag{7.7}$$

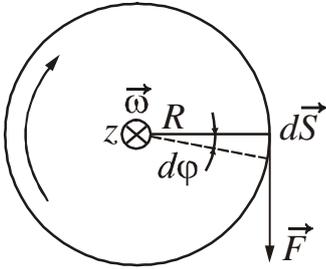
Эффективность работы принято характеризовать коэффициентом полезного действия (кпд).

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100\% , \tag{7.8}$$

где  $A_{\text{п}}$  – полезная работа;  
 $A_{\text{затр}}$  – затраченная работа.

### 7.4 Работа и мощность при вращательном движении

Рассмотрим вращение твёрдого тела относительно неподвижной оси под действием силы, направленной по касательной к окружности (рис. 7.6). Элементарная работа, совершаемая при повороте на угол  $d\varphi$



$$\delta A = Md\varphi, \quad (7.9)$$

Проинтегрировав формулу (8.9), можно найти работу, совершаемую при повороте вращающегося тела на угол  $\varphi_2 - \varphi_1$

Рисунок 7.6

$$A_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} Md\varphi. \quad (7.10)$$

Если  $M = \text{const}$ , то

$$A = M\varphi. \quad (7.11)$$

Разделив работу на время  $dt$ , за которое тело повернулось на угол  $d\varphi$ , получим мощность, развиваемую силой  $F$ :

$$N = \frac{\delta A}{dt} = M \frac{d\varphi}{dt} = M\omega, \quad (7.12)$$

$$N = M\omega,$$

где  $\omega$  – угловая скорость.

## §8 Энергия. Закон сохранения энергии

**Энергия** – это единая мера всех форм движения материи и типов взаимодействия материальных объектов. Понятие энергии связывает воедино все явления природы. В соответствии с различными формами движения материи рассматривают различные виды энергии: механическую, внутреннюю, электромагнитную, ядерную.

Механическая энергия бывает двух видов: кинетическая и потенциальная.

### 8.1 Кинетическая энергия

**Кинетическая энергия** (или энергия движения) – часть механической энергии, которая определяется массой и скоростью материальной точки (тела). Обозначается кинетическая энергия через  $W_{\text{к}}$  и численно равна половине произведения массы тела на квадрат скорости:

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} \quad (8.2)$$

**Изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил, действующих на тело.**

$$A = \Delta W_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \quad (8.3)$$

Выражение (8.3) называется теоремой об изменении кинетической энергии.

Свойства кинетической энергии:

1. Кинетическая энергия – величина скалярная.
2. Кинетическая энергия – величина положительная.
3. Кинетическая энергия – величина относительная, т.к. скорость зависит от выбора системы отсчёта.
4. Кинетическая энергия – величина аддитивная. Это означает, что кинетическая энергия системы равна сумме кинетических энергий частиц (тел), входящих в систему.

Энергия, которой обладает твёрдое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс тела, называется **кинетической энергией вращательного движения** этого тела. Эта энергия складывается из кинетических энергий материальных точек, составляющих тело, и определяется соотношением:

$$W_k^{вп} = \frac{J\omega^2}{2} \quad (8.4)$$

где  $J$  – момент инерции тела,  $\omega$  – угловая скорость вращения.

Для вращательного движения также справедлива теорема об изменении кинетической энергии:

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}. \quad (8.5)$$

При плоском движении тело участвует в двух движениях: поступательном и вращательном. В этом случае полная кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий поступательного и вращательного движений и рассчитывается по формуле:

$$W_k = W_k^{пост} + W_k^{вп} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \quad (8.6)$$

где  $v$  – скорость поступательного движения центра масс;

$\omega$  – угловая скорость относительно оси, проходящей через центр масс.

## 8.2 Потенциальная энергия

**Потенциальная энергия** – это та часть механической энергии, которая зависит от взаимного расположения тел или частей тела, а также от природы сил, действующих между телами.

### 8.2.1 Консервативные и неконсервативные силы

Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а определяется лишь конечным и начальным положением тела, называют **консервативными**, а их поля – **потенциальными**.

Примеры консервативных сил: гравитационные, упругие, кулоновские.

Силы, работа которых зависит от формы траектории, называют **неконсервативными** или **диссипативными**, а их поля – **непотенциальными**.

Примеры неконсервативных сил: силы сухого и вязкого трения, силы сопротивления, силы давления газа, силы вихревого электрического поля; силы, развиваемые какими-либо «источниками» сил (машинами, двигателями и т.д.).

### 8.2.2 Работа и потенциальная энергия

Тела взаимодействуют между собой с различными силами. Понятие потенциальной энергии применимо только к консервативным силам. В курсе механики рассматривают следующие виды потенциальной энергии.

1. Потенциальная энергия упруго деформированной пружины (тела).

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}. \quad (8.7)$$

где  $k$  – жесткость пружины (коэффициент жесткости);  
 $x$  – абсолютное удлинение пружины (величина деформации).

При упругой деформации совершается работа:

$$A = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right). \quad (8.8)$$

2. Потенциальная энергия материальной точки в поле силы тяжести Земли.

Материальная точка (тело) массой  $m$ , находящееся на высоте  $h$  над поверхностью Земли, обладает потенциальной энергией:

$$W_{\text{п}} = mgh. \quad (8.9)$$

При перемещении материальной точки по произвольной траектории из точки 1 в точку 2 (рис. 8.1) совершается работа

$$A = mg(h_1 - h_2) = -(mgh_2 - mgh_1) \quad (8.10)$$

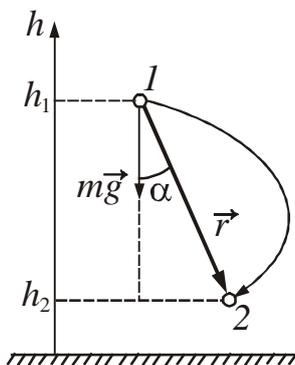


Рисунок 8.1

Свойства потенциальной энергии:

1. Потенциальная энергия может быть только взаимной: она в одинаковой степени характеризует оба взаимодействующих тела. Однако эту энергию часто приписывают одному из тел. Например, говорят о потенциальной энергии поднятого над Землей тела. Так поступают для удобства анализа.
2. Численное значение потенциальной энергии зависит от

выбора начала ее отсчёта

3. Потенциальная энергия может иметь как положительное, так и отрицательное значение. Это связано с произвольностью выбора начала отсчёта.
4. Состояние взаимодействующих тел можно описать потенциальной энергией только в том случае, если между телами действуют консервативные силы.

### 8.3 Закон сохранения механической энергии

Материальная точка может одновременно обладать и кинетической, и потенциальной энергией. Сумма кинетической и потенциальной энергий точки называется ее *полной механической энергией*  $W$ .

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} \quad (8.11)$$

Согласно закону сохранения механической энергии

*Полная механическая энергия замкнутой системы материальных точек (тел), между которыми действуют только консервативные силы, остается постоянной.*

$$W_{\text{к}} + W_{\text{п}} = \text{const} . \quad (8.12)$$

Действие неконсервативных сил (например, сил трения) уменьшает механическую энергию системы. Такой процесс называется *диссипацией* энергии («диссипация» означает «рассеяние»). Силы, приводящие к диссипации энергии, называются диссипативными. При диссипации энергии механическая энергия системы преобразуется в другие виды энергии (например, во внутреннюю энергию). Преобразование идёт в соответствии со всеобщим законом природы – законом сохранения энергии.

Закон сохранения энергии применим ко всем без исключения процессам в природе. Его можно сформулировать следующим образом.

*Полная энергия изолированной системы всегда остается постоянной, энергия лишь переходит из одной формы в другую.*

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Маятник Максвелла.

<http://youtube.com/watch?v=4ynUF1Jy2sE>

2. Шарик в мертвой петле.

<http://youtube.com/watch?v=roFrbTwvKxg>

## §9 Соударение тел

Предельными, идеализированными видами соударений являются абсолютно неупругий и абсолютно упругий удары.

*Абсолютно неупругим* называется удар, при котором потенциальная энергия упругой деформации не возникает; кинетическая энергия тел частично или полностью переходит во внутреннюю. После удара тела движутся с одинаковой скоростью (т.е. как одно тело) или покоятся. При таком ударе выполня-

ется только закон сохранения импульса. Механическая энергия не сохраняется – она частично или полностью переходит во внутреннюю.

**Абсолютно упругим** называется удар, при котором полная механическая энергия тел сохраняется. Сначала кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкивая друг друга. В итоге потенциальная энергия снова переходит в кинетическую и тела разлетаются. При таком ударе выполняются закон сохранения механической энергии и закон сохранения импульса.

Рассмотрим **центральный удар** двух однородных шаров. Удар называется центральным, если шары до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры (рис. 9.1).

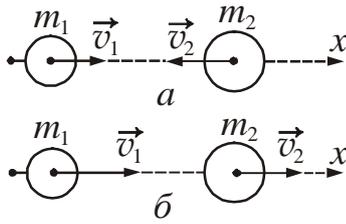


Рисунок 9.1

Предположим, что шары движутся поступательно (т.е. не вращаясь), и что они образуют замкнутую систему. Обозначим массы шаров через  $m_1$  и  $m_2$ , скорости шаров до удара  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$ , после удара  $\vec{u}_1$  и  $\vec{u}_2$ .

1. Абсолютно неупругий удар.

По закону сохранения импульса

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u} \quad (9.1)$$

где  $\vec{u}$  – общая скорость шаров после удара.

Отсюда

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \quad (9.2)$$

2. Абсолютно упругий удар.

Запишем закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \quad (9.3 \text{ а})$$

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1u_1^2}{2} + \frac{m_2u_2^2}{2} \quad (9.3 \text{ б})$$

Решив полученную систему уравнений, найдем скорости шаров после удара.

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2\vec{v}_2 + (m_1 - m_2)\vec{v}_1}{m_1 + m_2} \quad (9.4)$$

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1\vec{v}_1 + (m_2 - m_1)\vec{v}_2}{m_1 + m_2} \quad (9.5)$$

Чтобы выполнить расчёты, необходимо спроецировать векторы скоростей на ось  $x$  (рис. 9.1). Если при расчёте какая-то проекция скорости окажется от-

рицательной, то это означает, что вектор этой скорости направлен в сторону, противоположную направлению оси  $x$ .

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Удар шаров (абсолютно упругий).  
[http://youtube.com/watch?v=\\_0y\\_J5KqQA8](http://youtube.com/watch?v=_0y_J5KqQA8)
2. Удар шаров (абсолютно неупругий).  
<http://youtube.com/watch?v=RWeF1r-Epbw>

**§10 Элементы специальной теории относительности**

*Теория относительности* – это физическая теория, рассматривающая пространственно-временные закономерности, справедливые для любых физических процессов.

*Специальная теория* относительности изучает свойства пространства и времени в инерциальных системах отсчёта при отсутствии полей тяготения. Специальную теорию относительности также называют релятивистской теорией.

**10.1 Принцип относительности Галилея**

Сопоставим описания движения частицы в инерциальных системах отсчёта  $K$  и  $K'$ . Система  $K'$  движется относительно  $K$  с постоянной скоростью  $v$  в направлении оси  $x$  (рис. 10.1). Координаты точки  $M$  в системе  $K$  и  $K'$  будут связаны соотношениями (10.1).

Совокупность этих уравнений называется *преобразованиями Галилея*. Равенство  $t' = t$ , означает, что время в обеих системах течет одинаково.

Таким образом, преобразования Галилея позволяют, зная координаты в одной инерциальной системе отсчёта, определить координаты в другой инерциальной системе отсчёта.

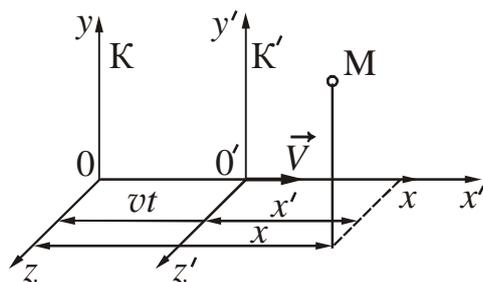


Рисунок 10.1

Законы Ньютона выполняются только при условии, что движение рассматривается относительно инерциальных систем отсчёта.

$$\begin{aligned}
 x &= x' + vt & x' &= x - vt \\
 y &= y' & y' &= y \\
 z &= z' & z' &= z \\
 t &= t' & t' &= t
 \end{aligned}
 \tag{10.1}$$

Если законы Ньютона верны при рассмотрении движения относительно одной системы отсчёта, то они верны и относительно любой другой системы отсчёта, движущейся относительно первой равномерно и прямолинейно. Таких систем отсчёта бесчисленное множество. Это означает следующее:

1. Законы механики одинаково формулируются во всех инерциальных системах отсчёта.

2. Все механические явления во всех инерциальных системах отсчёта протекают одинаково при одинаковых начальных условиях.

Эти утверждения называются **принципом относительности Галилея**. Из принципа относительности следует, что никакими механическими опытами, проведёнными внутри инерциальной системы отсчёта, невозможно установить покоится она или движется прямолинейно и равномерно.

Величины, которые имеют одно и то же численное значение во всех системах отсчёта, называются **инвариантными** (invariants– «неизменяющийся»). В преобразованиях Галилея инвариантными величинами являются масса, ускорение, сила, время. Неинвариантные: скорость, импульс, кинетическая энергия.

### 10.2 Постулаты специальной теории относительности

В основе специальной теории относительности лежат два постулата: принцип относительности Эйнштейна и принцип постоянства скорости света. Принцип относительности Эйнштейна является распространением механического принципа Галилея на все без исключения физические явления.

1. В любых инерциальных системах отсчёта все физические явления (механические, оптические, тепловые и т.д.) протекают одинаково (при одинаковых условиях). Это означает, что уравнения, выражающие законы природы, инвариантны по отношению к преобразованиям координат и времени при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой.

2. Скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчёта, не зависит от скорости движения источника и приемника света, является предельным значением скорости передачи сигнала.  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.

### 10.3 Преобразования Лоренца

Преобразования, которые удовлетворяют постулатам Эйнштейна, называются преобразованиями Лоренца. Если система  $K'$  движется относительно системы  $K$  со скоростью  $v$ , направленной вдоль оси  $x$  (рис.10.1), то эти преобразования имеют вид:

$$\begin{cases} x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \quad \begin{cases} x' = \frac{x - vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \quad (10.2)$$

Проанализируем преобразования Лоренца:

1. Если  $v \ll c$ , то  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1$ .

Преобразования Лоренца при этом перейдут в преобразования Галилея. Это означает, что выполняется **принцип соответствия**. Принцип соответствия состоит в том, что всякая новая теория содержит в себе старую теорию в качестве частного случая.

2. Предположим, что  $v > c$ . При этом  $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) < 0$ .

Это означает, что преобразования не имеют смысла. Отсюда следует, что движение со скоростью  $v > c$  невозможно.

3. Из преобразований Лоренца видно, что временные и пространственные координаты взаимосвязаны.

Используя преобразования Лоренца можно получить релятивистский закон сложения скоростей:

$$V = \frac{v' + v}{1 + \frac{v}{c^2} v'} \quad (10.3)$$

Если  $v$  и  $v'$  много меньше скорости света, то уравнение (10.3) переходит в классический закон сложения скоростей.

$$V = v' + v$$

#### 10.4 Следствия из преобразований Лоренца

1. Понятие одновременности событий относительно, а не абсолютно, как это считается в классической механике. Это означает, что события, одновременные, но происходящие в разных точках пространства системы  $K'$ , будут неодновременными в системе  $K$ .

2. Собственное время меньше времени, отсчитанного по часам, движущимся относительно тела:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (10.4)$$

где  $\Delta\tau_0$  – промежуток времени, измеренный по часам, движущимся вместе с телом (собственное время);

$\Delta\tau$  – промежуток времени в системе отсчёта, движущейся со скоростью  $v$ .

3. Сокращение линейных размеров в направлении движения (лоренцево сокращение)

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (10.5)$$

где  $l_0$  – длина тела в системе отсчёта, относительно которой оно покоится (собственный размер);

$l$  – длина тела в системе отсчёта, относительно которой оно движется со скоростью  $v$ .

### 10.5 Основные соотношения релятивистской динамики

#### 1 Зависимость массы тела от скорости движения.

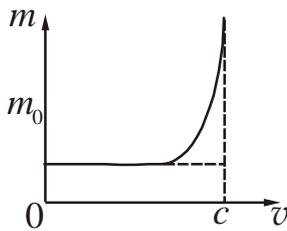


Рисунок 10.2

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (10.6)$$

где  $m_0$  – масса тела в покоящейся системе отсчёта (масса покоя);

$m$  – масса движущегося тела.

График зависимости массы тела от скорости представлен на рис. 10.2. Если скорость тела стремится к скорости света ( $v \rightarrow c$ ), то его масса устремляется к бесконечности.

#### 2. Релятивистский импульс.

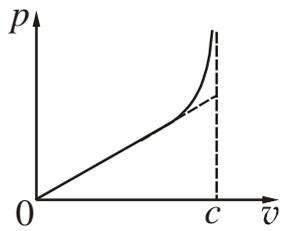


Рисунок 10.3

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (10.7)$$

График зависимости импульса от скорости представлен на рис. 10.3.

#### 3. Взаимосвязь массы и энергии.

Величину

$$E = mc^2 \quad (10.8)$$

называют полной (релятивистской) энергией, а величину

$$E_0 = m_0 c^2 \quad (10.9)$$

энергией покоя.

Выражение (10.9) представляет собой закон взаимосвязи энергии и массы.

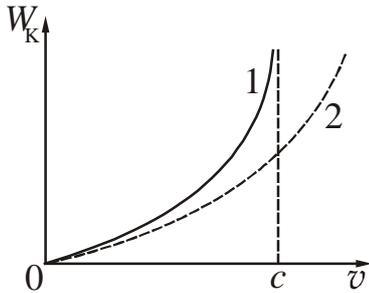
**Полная энергия материального объекта равна произведению его релятивистской массы на квадрат скорости света в вакууме.**

Изменение массы тела на  $\Delta m$  сопровождается изменением его энергии на величину

$$\Delta E = \Delta mc^2. \quad (10.10)$$

**4. Релятивистское выражение для кинетической энергии имеет вид:**

$$W_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2,$$



$$W_k = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (10.11)$$

Рисунок 10.4

На рис. 10.4 график 1 соответствует релятивистской зависимости, график 2 – классической.

**5. Связь кинетической энергии с импульсом релятивистской частицы:**

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{W_k (W_k + 2E_0)}. \quad (10.12)$$

Релятивистские эффекты для обычных макроскопических тел и обычных скоростей незначительны. В большинстве отраслей техники классическая физика «работает» также хорошо, как и прежде.

## ЧАСТЬ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

*Молекулярная физика* – раздел физики, изучающий свойства тел в различных агрегатных состояниях на основе рассмотрения их молекулярного строения. Задачи молекулярной физики решаются методами статистической физики и физической кинетики.

### §11 Статистический и термодинамический методы исследования

Поведение отдельного атома (молекулы) не может быть изучено методами классической механики, так как число атомов (молекул) в любом теле огромно.

Материальный объект (тело), состоящее из большого количества частиц, называется *макроскопической системой* или просто *макросистемой*. В термодинамике макросистему называют термодинамической системой, в статистической физике – статистической системой. Для описания процессов, происходящих в макросистемах, используют два метода *статистический* и *термодинамический*.

При применении статистического метода учитывается внутреннее строение системы. В системе, состоящей из большого количества частиц, существуют некоторые средние значения физических величин, характеризующих всю совокупность частиц в целом. В газе существуют средние значения скоростей теплового движения молекул и их энергий, в твердом теле – средняя энергия, приходящаяся на одну степень свободы колебательного движения частицы. Свойства тел, непосредственно наблюдаемые на опыте (такие как давление и температура) рассматриваются как суммарный, усредненный результат действия отдельных молекул.

Нахождение средних и наиболее вероятных величин, характеризующих движение частиц системы, является важной задачей, так как между этими величинами и макроскопическими свойствами системы имеется прямая связь.

С помощью термодинамического метода изучаются свойства системы, без учета её внутреннего строения. Раздел физики, изучающий физические свойства макросистем с помощью термодинамического метода, называется термодинамикой. Термодинамика основана на трех началах, которые не выводятся, а получены на основе экспериментальных данных.

### §12 Характеристики атомов и молекул

1. *Относительная атомная масса ( $A_r$ ) химического элемента* – отношение массы атома этого элемента к  $1/12$  массы атома  $^{12}_6\text{C}$  (изотопа углерода с массовым числом 12).

2. *Относительная молекулярная масса ( $M_r$ ) вещества* – отношение массы молекулы этого вещества к  $1/12$  массы атома  $^{12}_6\text{C}$ .

Относительные атомная и молекулярная массы являются величинами безразмерными. Масса, равная  $1/12$  массы  $^{12}_6\text{C}$ , называется атомной единицей массы (а.е.м.).  $1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

3. **Моль** – количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов, молекул, ионов, электронов или других структурных единиц), равное числу атомов в  $0,012 \text{ кг}$  изотопа углерода  $^{12}_6\text{C}$ .

Число частиц, содержащихся в 1 моле вещества, называется постоянной Авогадро  $N_A$ . Численное значение постоянной Авогадро –  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ .

4. **Молярная масса** ( $M$ ) – масса одного моля.  $M$  измеряется в  $\text{кг/моль}$ . Молярная масса и относительная молекулярная масса связаны соотношением:

$$M = M_r \cdot 10^{-3} \text{ (кг/моль)} \quad (12.1)$$

Число молей, содержащихся в массе  $m$  вещества, определяется формулой:

$$\nu = \frac{m}{M}. \quad (12.2)$$

Если вещество представляет собой смесь, то молярная масса смеси рассчитывается как отношение массы смеси к количеству вещества всех компонентов, входящих в состав этой смеси:

$$M_{\text{см}} = \frac{m_{\text{см}}}{\nu_{\text{см}}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n}, \quad (12.3)$$

где  $n$  – число компонентов.

5. Размеры атомов и молекул принято характеризовать эффективным диаметром  $d_{\text{эф}}$ , зависящим от химической природы вещества ( $d_{\text{эф}} \approx 10^{-10} \text{ м}$ ).

**Эффективный диаметр** – это наименьшее расстояние, на которое сближаются центры двух молекул при столкновении. Его наличие говорит о том, что между молекулами действуют силы взаимного отталкивания.

### §13 Параметры состояния

Для описания поведения макросистем вводят физические величины, которые называют **параметрами состояния системы**. Основными параметрами являются давление ( $p$ ), объём ( $V$ ), температура ( $T$ ).

**Давление** – скалярная физическая величина, равная отношению нормальной составляющей силы давления  $F_{\perp}$  к площади поверхности  $S$ .

$$p = \frac{F_{\perp}}{S}, \quad (13.1)$$

$$[p] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па (паскаль)}.$$

В технике широко используется внесистемная единица измерения давления – техническая атмосфера (ат):

$$1 \text{ ат} = 98066,5 \text{ Па} \approx 9,81 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Для практических целей (измерение атмосферного давления, в медицине) используют миллиметры ртутного столба (мм рт. ст.):

$$1 \text{ мм рт. ст.} = 133,322 \text{ Па,}$$

а также физическую атмосферу (атм):

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Измеряют давление манометрами, барометрами, вакуумметрами, а также различными датчиками давления.

**Объём** – область пространства, занимаемая системой.

$$[V] = \text{м}^3$$

Понятие температуры имеет смысл для равновесных состояний системы. Равновесным состоянием (состоянием термодинамического равновесия) называется состояние системы, не изменяющееся с течением времени.

**Температура** равновесного состояния – это мера интенсивности теплового движения её молекул (атомов, ионов). В термодинамике температура – это физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы.

Температурные шкалы устанавливаются опытным путём. В международной стоградусной шкале температура измеряется в градусах Цельсия ( $^{\circ}\text{C}$ ) и обозначается  $t$ . Считается, что при нормальном давлении в  $1,01325 \cdot 10^5$  Па температура плавления льда равна  $0^{\circ}\text{C}$ , кипения воды –  $100^{\circ}\text{C}$ .

В термодинамической шкале температур температура измеряется в кельвинах (К) и обозначается  $T$ .

Абсолютная температура  $T$  и температура  $t$  по стоградусной шкале связаны соотношением:

$$T = t + 273,15.$$

Температура  $T = 0$  ( $t = -273,15^{\circ}\text{C}$ ) называется абсолютным нулем температуры. За абсолютный нуль температуры принимается температура, при которой прекращается тепловое движение молекул.

Параметры состояния равновесной системы зависят друг от друга. Соотношение, устанавливающее зависимость давления  $p$  в системе от объёма  $V$  и температуры  $T$ , называется **уравнением состояния**.

## §14 Уравнение состояния идеального газа

Простейшей макроскопической системой является идеальный газ. Идеальный газ – это физическая модель. Чем разреженнее газ, тем он ближе по своим свойствам к идеальному.

В идеальном газе отсутствует взаимодействие между молекулами, поэтому они движутся равномерно и прямолинейно до тех пор, пока не произойдет столкновения между данной и какой-либо другой молекулой или соударения со стенкой сосуда. При столкновениях молекулы можно считать недеформируемыми. Это означает, что столкновения между молекулами происходят по законам упругих соударений. В процессе столкновения между молекулами газа, а

также между молекулами газа и молекулами вещества стенок сосуда происходит обмен кинетической энергией и импульсом.

Таким образом, с точки зрения молекулярно-кинетической теории **идеальный газ – это система молекул, которые можно считать материальными точками, взаимодействующими друг с другом только в процессе столкновений.**

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Хаотичность движения в газе. Модель газа.

<http://www.youtube.com/watch?v=kXT73kEgVKQ>

2. Хаотичность движения в газе. Распространение молекул на весь сосуд через отверстие в перегородке.

<http://www.youtube.com/watch?v=cMu84YJSzrE>

Параметры состояния идеального газа связаны между собой соотношением:

$$pV = \frac{m}{M}RT, \quad (14.1)$$

где  $p$  – давление, производимое газом;  $V$  – объём газа;  $m$  – масса газа;  $M$  – молярная масса;  $T$  – термодинамическая температура;  $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  – молярная газовая постоянная.

Уравнение (15.1) называется уравнением состояния идеального газа или уравнением Менделеева–Клапейрона. Уравнение (15.1) можно свести к виду:

$$p = nkT. \quad (14.2)$$

Величина  $k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К называется постоянной Больцмана.  $N_A$  – число Авогадро. Величина  $n = \frac{N}{V}$  дает число молекул в единице объёма и называется **концентрацией** молекул.

Из (14.2) следует, что **давление идеального газа пропорционально его абсолютной температуре и концентрации молекул.**

Если имеется несколько газов, то давление, производимое газом, будет равно:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^n p_i \quad (14.3)$$

где  $p_1$  – давление, которое было бы в сосуде, если бы в нем находились только молекулы первого газа;  $p_2$  – давление, которое было бы при наличии в сосуде только молекул второго газа и т.д.

Давление, которое производил бы газ, при условии, что он один присутствует в сосуде в том количестве, в каком он содержится в смеси, называется **парциальным**.

Уравнение (14.3) представляет собой закон Дальтона:

**Давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений газов, образующих смесь.**

## §15 Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов связывает макроскопический параметр системы – давление, с характеристиками частиц. При выводе этого уравнения предполагается, что массы всех молекул одинаковы, скорости всех молекул одинаковы по модулю, а все направления движения молекул равновероятны. В результате получается уравнение следующего вида:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \langle v^2 \rangle. \quad (15.1)$$

где  $m_0$  – масса одной молекулы;  $n$  – концентрация молекул;  $\langle v^2 \rangle$  – средний квадрат скорости молекул.

Понятие среднего квадрата скорости вводится в связи с тем, что реально все частицы обладают разными скоростями. Он определяется следующим образом:

$$\langle v^2 \rangle = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}, \quad (15.2)$$

где  $N$  – число молекул.

Уравнение (15.1) называется основным уравнением молекулярно-кинетической теории газов. Величина

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2} \quad (15.3)$$

является средней кинетической энергией теплового движения одной молекулы. С учетом этого уравнение (15.3) можно переписать в виде:

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle. \quad (15.4)$$

*Давление, производимое идеальным газом, равно двум третьим средней кинетической энергии поступательного теплового движения всех молекул, содержащихся в единице объёма.*

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Модель давления газа на стенку сосуда.

[http://www.youtube.com/watch?v=ts\\_h2vuU2x0](http://www.youtube.com/watch?v=ts_h2vuU2x0)

2. "Мы Вас приветствуем!": опыт с перчаткой.

<http://www.youtube.com/watch?v=4amkKu21nq4>

## §16 Молекулярно-кинетическая трактовка термодинамической температуры

Приравняем правые части уравнений (14.2) и (15.4)

$$\frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle = nkT,$$

и выразим среднюю энергию теплового движения молекулы:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad (16.1)$$

Отсюда следует: *термодинамическая температура – это величина, пропорциональная средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа.*

Средняя энергия  $\langle \varepsilon \rangle$  зависит только от температуры и не зависит от массы молекулы. Если  $\langle \varepsilon \rangle = 0$ , то  $T = 0$ . Температура, при которой прекращается тепловое движение частиц вещества, называется *абсолютным нулем*.

### §17 Распределение Максвелла

При столкновении молекулы газа изменяют свои скорости. Изменение скорости молекул происходит случайным образом. Нельзя заранее предсказать, какой численно скоростью будет обладать данная молекула: эта скорость случайна.

Распределение молекул по модулям скоростей описывают с помощью функции распределения  $f(v)$ :

$$\frac{dN_v}{N dv} = f(v), \quad (17.1)$$

где отношение  $\frac{dN_v}{N}$  равно доле молекул, скорости которых лежат в интервале от  $v$  до  $v+dv$ .  $dv$  – ширина интервала (рис. 17.1).

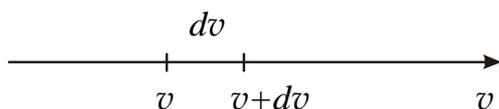


Рисунок 17.1

Зная вид  $f(v)$ , можно найти число молекул  $\Delta N_v$  из числа данных молекул  $N$ , скорости которых попадают внутрь интервала скоростей от  $v$  до  $v+\Delta v$ . Отношение

$$\frac{dN_v}{N} = f(v) dv \quad (17.2)$$

дает вероятность того, что скорость молекулы будет иметь значение в пределах данного интервала скоростей  $dv$ .

Функция  $f(v)$  должна удовлетворять условию нормировки, то есть должно выполняться условие:

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1 \quad (17.3)$$

Левая часть выражения (17.3) дает вероятность того, что молекула обладает скоростью в интервале от 0 до  $\infty$ . Поскольку скорость молекулы обязательно имеет какое-то значение, то указанная вероятность есть вероятность достоверного события и, следовательно, равна 1.

Функция распределения была найдена теоретически Максвеллом. Она имеет следующий вид:

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} v^2. \quad (17.4)$$

где  $m_0$  – масса молекулы.

Выражение (17.4) называется **функцией распределения Максвелла**.

Из (17.4) следует, что вид распределения молекул по скоростям зависит от природы газа (массы молекулы) и температуры  $T$ . Давление и объём на распределение молекул по скоростям не влияют.

Схематичный график функции распределения Максвелла дан на рис. 17.2. Проведем анализ графика.

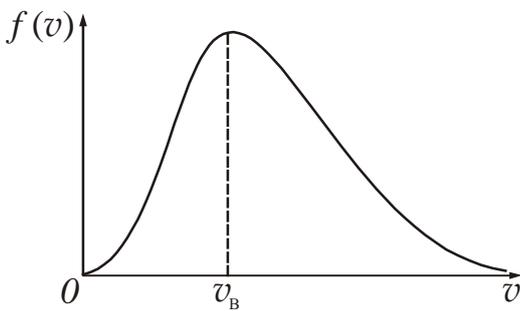


Рисунок 17.2

1. При скоростях стремящихся к нулю ( $v \rightarrow 0$ ) и к бесконечности ( $v \rightarrow \infty$ ) функция распределения также стремится к нулю. Это означает, что очень большие и очень маленькие скорости молекул маловероятны.
2. Скорость  $v_B$ , отвечающая максимуму функции распределения, будет наиболее вероятной. Это означает, что основная часть молекул обладает скоростями близкими к вероятной.

Можно получить формулу для расчета наиболее вероятной скорости:

$$v_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}, \quad (17.5)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  
 $m_0$  – масса молекулы.

3. В соответствии с условием нормировки (17.3) площадь, ограниченная кривой  $f(v)$  и осью абсцисс равна единице.

4. Кривая распределения имеет асимметричный характер. Это означает, что доля молекул, имеющих скорости больше наиболее вероятной, больше доли молекул, имеющих скорости меньше наиболее вероятной.

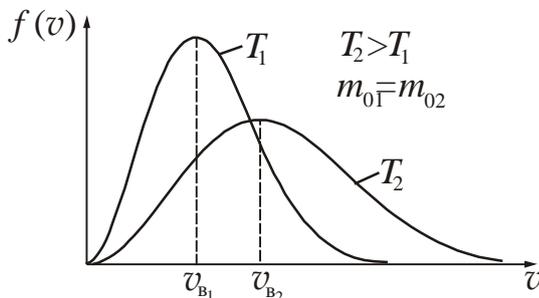


Рисунок 17.3

5. Вид кривой зависит от температуры и природы газа. На рис. 17.3 приведена функция распределения для одного и того же газа, находящегося при разных температурах. При нагревании максимум кривой понижается и смещается вправо, так как

доля «быстрых» молекул возрастает, а доля «медленных» – уменьшается. Площадь под обеими кривыми остается постоянной и равной единице.

Установленный Максвеллом закон распределения молекул по скоростям и вытекающие из него следствия справедливы только для газа, находящегося в равновесном состоянии. Закон Максвелла – статистический, применять его можно только к большому числу частиц.

### §18 Средние скорости

Пользуясь функцией распределения Максвелла  $f(v)$ , можно найти ряд средних величин, характеризующих состояние молекул.

**Средняя арифметическая скорость** – сумма скоростей всех молекул, деленная на число молекул:

$$\langle v \rangle = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_N}{N}. \quad (18.1)$$

**Средняя квадратичная скорость**, определяющая среднюю кинетическую энергию молекул (см. §15, формулу (15.3)), по определению равна

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}}, \quad (18.2)$$

Расчет с использованием распределения Максвелла дает следующие формулы для расчета:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}. \quad (18.3)$$

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \quad (18.4)$$

Если учесть, что масса одной молекулы равна  $m_0 = \frac{M}{N_A}$ , где  $M$  – молярная масса;

$N_A$  – число Авогадро, а также то, что  $kN_A = R$ , то выражения для наиболее вероятной, средней арифметической и средней квадратичной скоростей можно переписать следующим образом:

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}; \quad (18.5)$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \quad (18.6)$$

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (18.7)$$

Сопоставляя (18.5), (18.6) и (18.7), можно заметить, что  $v_{\text{в}}$ ,  $\langle v \rangle$ ,  $\langle v_{\text{кв}} \rangle$  одинаково зависят от температуры газа и молярной массы, отличаясь только множителем. Их отношение выглядит следующим образом:

$$v_{\text{в}} : \langle v \rangle : \langle v_{\text{кв}} \rangle = 1 : 1,13 : 1,22.$$

## §19 Идеальный газ в однородном поле тяготения

Молекулы любого газа всегда находятся в поле тяготения Земли. На распределение молекул атмосферного воздуха влияют два фактора: тепловое движение молекул и земное тяготение. Если бы не было теплового движения, то все молекулы упали бы на Землю; если бы не было тяготения, то молекулы рассеялись бы по всей Вселенной.

Совместные действия теплового движения и земного тяготения приводят к такому состоянию атмосферы, при котором концентрация молекул и давление газа убывают с возрастанием высоты над Землей.

### 19.1 Барометрическая формула

Закон изменения давления  $p$  идеального газа с высотой  $h$  в однородном поле тяготения описывается **барометрической формулой** Лапласа

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}, \quad (19.1)$$

где  $p_0$  – атмосферное давление на высоте  $h=0$ , т.е. высоте, принятой за начало отсчета;

$M$  – молярная масса газа.

Данная формула получена в предположении, что газ находится в состоянии термодинамического равновесия, т.е. его температура  $T = \text{const}$ .

Таким образом, давление идеального газа, находящегося в однородном поле тяготения в состоянии статистического равновесия, убывает с высотой по экспоненциальному закону.

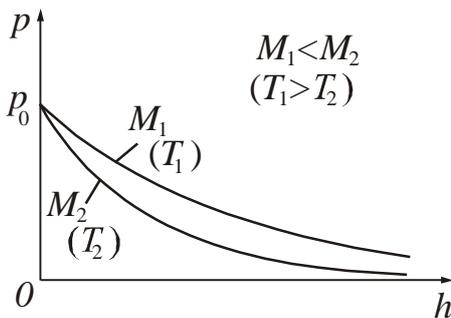


Рисунок 19.1

Из (19.1) следует, что давление убывает с высотой тем быстрее, чем тяжелее газ (чем больше молярная масса  $M$ ) и чем ниже температура. На рис. 19.1 представлены две кривые, описанные уравнением (19.1). Их можно рассматривать, как соответствующие разным  $M$  (при одинаковой температуре  $T$ ), или как соответствующие разным  $T$  (при одинаковой молярной массе  $M$ ).

Формулу (19.1) можно преобразовать. Для этого сделаем следующие замены:

$$M = m_0 N_A, \quad R = k N_A,$$

где  $m_0$  – масса молекулы;

$N_A$  – число Авогадро;

$k$  – постоянная Больцмана.

Преобразуем показатель экспоненты

$$\frac{Mgh}{RT} = \frac{m_0 N_A g h}{k N_A T} = \frac{m_0 g h}{k T}.$$

Барометрическая формула после этого примет вид:

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}, \quad (19.2)$$

где  $m_0 g h$  – потенциальная энергия молекулы на высоте  $h$ .

## 19.2 Распределение Больцмана

Согласно барометрической формуле (19.2)

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}.$$

Произведем замену в соответствии с формулой (14.2):

$$p = nkT, \quad p_0 = n_0 kT,$$

где  $n_0$  – концентрация молекул при  $h = 0$ ;  
 $n$  – концентрация молекул на высоте  $h$ .

Получим:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}. \quad (19.3)$$

Из анализа формулы (19.3) можно сделать следующие выводы.

1. С понижением температуры концентрация молекул на высотах, отличных от нуля, убывает. При  $T=0$  концентрация молекул в пространстве равна нулю, т.е.  $n=0$ . Это значит, что при абсолютном нуле все молекулы под действием сил притяжения расположились бы на поверхности Земли.
2. Чем выше температура, тем равномернее распределяются молекулы. При  $T \rightarrow \infty$ ,  $n=n_0$ . Это означает, что при высоких температурах молекулы распределились бы по высоте равномерно.

На разной высоте молекулы обладают разным запасом потенциальной энергии  $\epsilon_{\text{п}} = m_0 g h$ , следовательно, распределение молекул по высоте является вместе с тем распределением их по значениям потенциальной энергии.

С учетом этого формулу (19.3) можно записать следующим образом:

$$n = n_0 e^{-\frac{\epsilon_{\text{п}}}{kT}}, \quad (19.4)$$

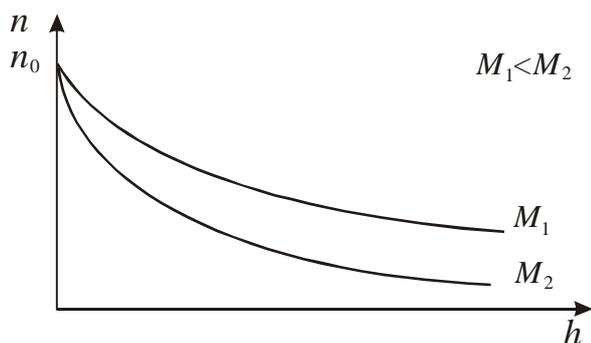


Рисунок 19.2

где  $n_0$  – концентрация молекул, соответствующая тем точкам пространства, в которых потенциальная энергия равна нулю:  $\epsilon_{\text{п}} = 0$ ;

$n$  – концентрация молекул, соответствующая тем точкам пространства, где потенциальная энергия равна  $\epsilon_{\text{п}}$ .

Распределение (19.4) называют *распределением Больцмана*. Из (19.4) следует, что молекулы располагаются с большей концентрацией там, где меньше их потенциальная энергия, и, наоборот, с меньшей концентрацией в местах, где их потенциальная энергия больше.

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Модель распределения Больцмана.

<http://www.youtube.com/watch?v=lgp4RoKcMpg>

## Физические основы термодинамики

Термодинамика опирается на основные законы (начала), установленные экспериментально.

Первое начало термодинамики является законом сохранения энергии, примененным к тепловым процессам, т.е. оно устанавливает количественные соотношения между превращениями энергии из одних видов в другие.

Второе начало определяет условия, при которых эти превращения возможны, т.е. определяет возможные направления этого процесса.

### §20 Состояние термодинамической системы. Термодинамический процесс

*Термодинамическая система* – это совокупность макроскопических тел, которые могут обмениваться энергией между собой и с другими телами. Примером системы является жидкость и находящийся с ней в соприкосновении пар или газ.

Состояние системы характеризуют параметрами состояния (давлением  $p$ , объемом  $V$ , температурой  $T$  и т.д.). Состояние, в котором все параметры состояния имеют определенные значения, не изменяющиеся с течением времени, называется *равновесным*.

Состояние системы называется *неравновесным*, если оно без всякого воздействия извне самопроизвольно меняется со временем. В неравновесном состоянии всем или некоторым параметрам нельзя приписать определенные значения. Система, находящаяся в неравновесном состоянии и предоставленная самой себе, постепенно переходит в равновесное состояние.

*Термодинамический процесс* – это переход системы из одного состояния в другое. Процесс, состоящий из последовательности равновесных состояний, называют *равновесным*. Равновесный процесс – это физическая модель. Процессы будут равновесными, если они протекают бесконечно медленно и при этом внешние воздействия изменяются непрерывно, без скачков.

Равновесный процесс, который допускает возможность возвращения системы в первоначальное состояние через ту же последовательность промежуточных состояний, что и в прямом процессе, называется *обратимым*. При этом в окружающих телах не должно оставаться никаких изменений (не изменяется взаимное расположение тел, окружающих систему, их термодинамическое состояние и т.д.).

Процесс называется **необратимым**, если по его завершении систему нельзя вернуть в исходное состояние так, чтобы в окружающих телах не осталось каких-либо изменений.

Все реальные процессы необратимы. Необратимы смешение жидкостей, газов; передача тепла от нагретого тела к холодному; диффузия и т. д.

## §21 Работа, совершаемая системой при изменении объёма

Рассмотрим газ, находящийся в цилиндрическом сосуде, закрытом плотно пригнанным поршнем. Допустим, что газ начал медленно расширяться и переместил поршень на расстояние  $dh$  (рис. 21.1). Элементарная работа, совершаемая газом при перемещении поршня на величину  $dh$  равна

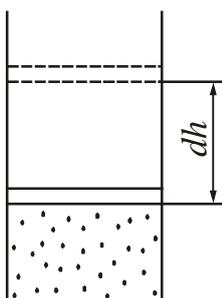


Рисунок 21.1

$$\delta A = F dh,$$

где  $F$  – сила, с которой газ давит на поршень. Заменив силу произведением давления  $p$  на площадь  $S$  поршня, получим:

$$\delta A = p dV. \quad (21.1)$$

Если газ расширяется, то  $dV > 0$ . Работа будет положительной. Если газ сжимается, то  $dV < 0$ . Работа будет отрицательной.

Если давление газа при изменении объёма не остается постоянным, то работа, совершаемая при изменении объёма от  $V_1$  до  $V_2$ , вычисляется интегрированием:

$$A_{12} = \int_1^2 \delta A = \int_1^2 p dV. \quad (21.2)$$

Процесс изменения объёма можно представить на диаграмме  $(pV)$ . Элементарной работе  $\delta A = p dV$  соответствует площадь узкой заштрихованной полоски (рис. 21.2). Площадь фигуры, ограниченной осью  $V$ , кривой  $p = f(V)$  и ординатами  $V_1$  и  $V_2$ , численно равна работе, совершаемой газом при изменении его объёма от  $V_1$  до  $V_2$ .

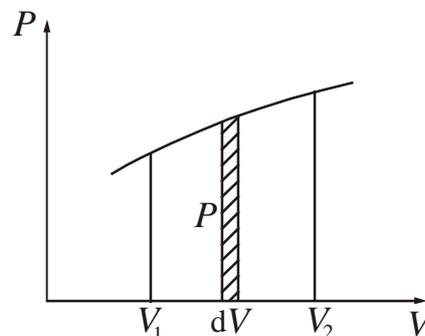


Рисунок 21.2

## §22 Внутренняя энергия термодинамической системы

**Внутренняя энергия** ( $U$ ) тела определяется как энергия этого тела за вычетом кинетической энергии тела как целого и потенциальной энергии этого тела в различных силовых полях. Следовательно, внутренняя энергия складывается из:

- 1) кинетической энергии хаотического движения молекул;
- 2) потенциальной энергии взаимодействия между молекулами;

3) внутримолекулярной энергии (т.е. энергии электронных оболочек атомов и внутриядерной энергии).

Внутренняя энергия является функцией состояния системы. Это означает, что энергия в данном состоянии имеет присущее этому состоянию значение. Приращение внутренней энергии при переходе системы из одного состояния в другое всегда равно разности значений внутренней энергии в конечном и начальном состояниях и не зависит от процесса, которым осуществляется переход.

### 22.1 Число степеней свободы. Закон равнораспределения энергии по степеням свободы

**Числом степеней свободы** ( $i$ ) механической системы называется количество независимых величин, с помощью которых может быть задано положение системы в пространстве.

Экспериментально установлено, что при определении числа степеней свободы молекул, атомы нужно рассматривать как материальные точки.

1. Одноатомная молекула (He, Ne, Ar и т.д.).  $i = 3$ .

Положение одноатомной молекулы задается тремя пространственными координатами ( $x, y, z$ ). Степени свободы одноатомной молекулы называют поступательными степенями свободы.

2. Двухатомная молекула с жесткой связью ( $H_2, O_2, N_2$  и т.д.).  $i = 5$ .

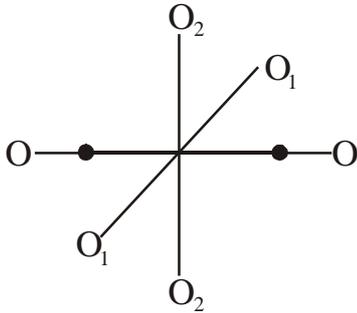


Рисунок 22.1

Такая молекула кроме трех степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени свободы вращательного движения вокруг взаимно перпендикулярных осей  $O_1-O_1$  и  $O_2-O_2$  (рис. 22.1). Вращение вокруг третьей оси  $O-O$  рассматривать не надо, так как момент инерции атомов относительно этой оси ничтожно мал. Следовательно, ничтожно мала и кинетическая энергия молекулы, связанная с этим вращением. Таким образом, для двухатомной молекулы  $i=3+2=5$  (3 – поступательные степени свободы; 2 – вращательные степени свободы).

3. Если число атомов в молекуле с жесткой связью три и больше трех ( $NH_3, CH_4$ ), то число степеней свободы  $i = 6$ .  $i=3+3=6$  (3 – поступательные степени свободы; 3 – вращательные степени свободы).

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы согласно формуле (16.1)

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT .$$

Так как поступательных степеней свободы три, то в соответствии с законом равнораспределения энергии хаотического движения молекул по степеням свободы на одну степень свободы приходится энергия

$$\varepsilon = \frac{1}{2}kT. \quad (22.1)$$

*На каждую степень свободы (поступательную, вращательную) в среднем приходится одинаковая кинетическая энергия, равная  $\frac{1}{2}kT$ .*

Из закона равнораспределения энергии по степеням свободы вытекает, что средняя кинетическая энергия молекулы определяется формулой:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2}kT, \quad (22.2)$$

### 22.2 Внутренняя энергия идеального газа

Молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом, поэтому его внутренняя энергия складывается из кинетических энергий отдельных молекул:

$$U = \langle \varepsilon \rangle N, \quad (22.3)$$

где  $N$  – число молекул.

$\langle \varepsilon \rangle$  – средняя кинетическая энергия одной молекулы.

Заменив в (22.3) энергию молекулы по формуле (22.2) и число молекул по формуле  $N = \frac{m}{M}N_A$  ( $N_A$  – число Авогадро), получим:

$$U = \frac{i}{2}kT \frac{m}{M}N_A. \quad (22.4)$$

Произведение постоянной Больцмана на число Авогадро даст молярную газовую постоянную:  $kN_A = R$ . Тогда

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M}RT. \quad (22.5)$$

Из (22.5) следует, что *внутренняя энергия идеального газа не зависит от давления и объёма, а определяется природой газа и его температурой*. На практике важно знать изменение внутренней энергии

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2} \frac{m}{M}R(T_2 - T_1). \quad (22.6)$$

### §23 Первое начало термодинамики

Изменить внутреннюю энергию системы можно за счёт совершения над телом работы  $A'$  и передачи ему тепла  $Q$ .

**Тепло** ( $Q$ ) – количество энергии, переданное от одного тела к другому посредством теплопередачи. Количество тепла измеряется в джоулях.

Из закона сохранения энергии следует, что

$$Q = \Delta U + A, \quad (23.1)$$

где  $A = -A'$  – работа, которую совершает система над внешними телами. Этот закон в термодинамике называется первым началом термодинамики. Формулируется он следующим образом:

**Количество тепла, сообщённое системе, идёт на приращение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними телами.**

Первое начало можно также формулировать следующим образом:

**Невозможен вечный двигатель первого рода, то есть такой периодически действующий двигатель, который совершал бы работу в большем количестве, чем полученная им извне энергия.**

Для элементарного процесса первое начало термодинамики записывается в виде:

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (23.2)$$

где  $dU$  – элементарно малое приращение внутренней энергии.

## §24 Теплоёмкость

1. **Теплоёмкость тела** – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить телу, чтобы нагреть его на один кельвин:

$$C_{\text{тела}} = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (24.1)$$

$$[C_{\text{тела}}] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

2. **Удельная теплоёмкость** – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить 1 кг вещества, чтобы нагреть его на один кельвин:

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}. \quad (24.2)$$

$$[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

3. **Молярная теплоёмкость** – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить одному молю вещества, чтобы нагреть его на один кельвин:

$$C = \frac{\delta Q}{\nu dT}. \quad (24.3)$$

$$[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Удельная и молярная теплоёмкости связаны соотношением:

$$c = \frac{C}{M}, \quad (24.4)$$

где  $M$  – молярная масса.

Теплоёмкость газов зависит от условий, при которых производилось нагревание тела. Если нагревание производилось при постоянном объёме, то теплоёмкость называется теплоёмкостью при постоянном объёме и обозначается  $C_V$ . Если нагревание производилось при постоянном давлении, то теплоёмкость называется теплоёмкостью при постоянном давлении и обозначается  $C_P$ .

## §25 Тепловые машины

### 25.1 Круговые процессы (циклы)

**Круговым процессом** (или **циклом**) называется такой процесс, при котором система после ряда изменений возвращается в исходное состояние. На графике (рис. 25.1) цикл изображается замкнутой кривой. На участке 1–2 (расширение от объёма  $V_1$  до объёма  $V_2$ ) работа положительна и равна площади, отмеченной наклоненной вправо штриховкой. На участке 2–1 (сжатие от  $V_2$  до  $V_1$ ) работа отрицательна и равна площади, отмеченной наклоненной влево штриховкой. Следовательно, работа за цикл численно равна площади, охватываемой кривой.

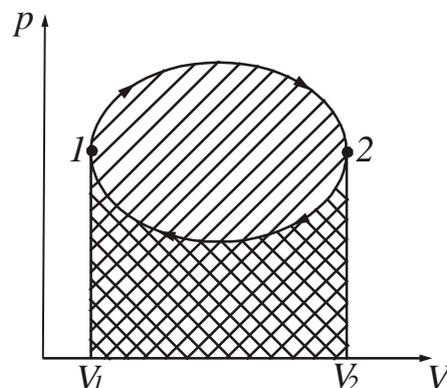


Рисунок 25.1

После совершения цикла система возвращается в исходное состояние, поэтому изменение внутренней энергии системы равно нулю.

### 25.2 Тепловая машина. Кпд тепловой машины

**Тепловая машина** – периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет получаемого извне тепла.

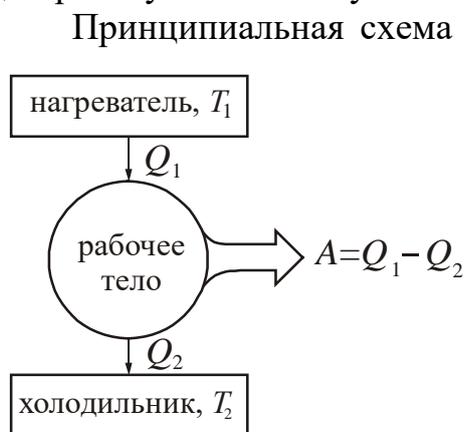


Рисунок 25.2

**Рабочим телом** называется термодинамическая система, совершающая круговой процесс и обменивающаяся энергией с другими телами. Обычно таким рабочим телом является газ.

Сначала газ приводят в контакт с нагревателем, т.е. телом, температура которого  $T_1$  выше температуры газа. Газ получит от нагревателя тепло  $Q_1$  и расширится от объёма  $V_1$  до объёма  $V_2$ . Затем газ надо сжать до объёма  $V_1$ , т.е. вернуть его в исходное состояние. Для этого его приводят в контакт с холодильником, т.е. телом, температура которого  $T_2$  ниже температуры газа. При этом газ отдает холодильнику тепло  $Q_2$ .

Совершаемая за цикл работа равна

$$A = Q_1 - Q_2, \quad (25.1)$$

так как изменение внутренней энергии в круговом процессе равно нулю.

Коэффициент полезного действия (кпд) тепловой машины равен отношению совершаемой за один цикл работы  $A$  к получаемому от нагревателя за цикл количеству тепла  $Q_1$ :

$$\eta = \frac{A}{Q_1}. \quad (25.2)$$

С учетом формулы (25.1) выражение для КПД можно записать в виде:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (25.3)$$

Из определения КПД следует, что он не может быть больше единицы.

### 25.3 Цикл Карно

**Цикл Карно** – это обратимый цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Изотермический процесс – это процесс, происходящий при постоянной температуре, адиабатный – это процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой. Этот цикл впервые введен в рассмотрение французским инженером Сади Карно. Если рабочим телом является идеальный газ, то цикл Карно имеет вид, изображенный на рис. 25.3.

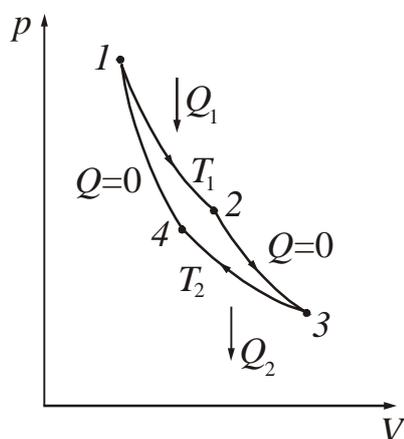


Рисунок 25.3

В процессе 1–2 газ находится в тепловом контакте и равновесии с нагревателем (теплоотдатчиком). Температура нагревателя  $T_1$ . От нагревателя газ получит тепло  $Q_1$  ( $Q_1 > 0$ ). Температура нагревателя при этом не изменится. В процессе 2–3 газ теплоизолируется, и работа по его расширению происходит за счет изменения внутренней энергии. В процессе 3–4 газ приводится в контакт с холодильником (теплоприемником), температура которого  $T_2$  не меняется ( $T_2 < T_1$ ). При этом газ сжимается и передает холодильнику тепло  $Q_2$ .

В процессе 4–1 газ снова теплоизолируется и сжимается до первоначального состояния 1.

КПД цикла Карно определяется следующим образом:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (25.4)$$

**Теорема Карно:** *КПД всех обратимых машин, работающих при одних и тех же температурах нагревателя и холодильника, одинаков и определяется только температурами нагревателя и холодильника и не зависит от природы рабочего тела.*

Для увеличения КПД тепловой машины необходимо увеличивать температуру нагревателя и уменьшать температуру холодильника. КПД необратимой машины всегда меньше, чем КПД обратимой машины, работающей с тем же нагревателем и холодильником.

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (25.5)$$

Знак равенства относится к обратимым машинам, знак неравенства – к необратимым.

## §26 Второе начало термодинамики

### 26.1 Термодинамические формулировки второго начала термодинамики

Второе начало термодинамики определяет возможные направления процессов превращения энергии из одного вида в другой. Также как и первое начало, оно имеет несколько формулировок.

***Невозможен процесс, единственным конечным результатом которого была бы передача тепла от менее нагретого тела к более нагретому.***

Это не означает, что второе начало вообще запрещает переход тепла от тела, менее нагретого, к телу, более нагретому. Такой переход возможен, но он не будет единственным результатом процесса. Это значит, что одновременно произойдут изменения в окружающих телах, так как для осуществления этого перехода над системой должна совершиться работа.

***Невозможен такой процесс, единственным конечным результатом которого явилось бы отнятие от какого-то тела некоторого количества теплоты и превращение этой теплоты полностью в работу.***

Рассмотрим, например, расширение газа при постоянной температуре. По первому началу термодинамики  $Q = \Delta U + A$ . Температура газа не меняется, значит  $\Delta T = 0$ . Из соотношения (22.6) следует, что изменение внутренней энергии  $\Delta U = 0$ . Получается, что все полученное тепло перешло в работу:  $Q = A$ . Но получение тепла и превращение его в работу не единственный конечный результат процесса. Кроме того, в результате изотермического процесса происходит изменение объёма газа.

Периодически действующий двигатель, который основан на первом начале термодинамики и совершает работу за счет охлаждения одного источника тепла (например, внутренней энергии больших водоемов), называется ***вечным двигателем второго рода***. Следующая формулировка второго начала термодинамики утверждает невозможность создания такого двигателя.

***Невозможен вечный двигатель второго рода, то есть периодически действующий двигатель, который получал бы теплоту от одного резервуара и превращал бы её полностью в работу.***

## 26.2 Приведённое количество тепла. Энтропия

Чтобы определить возможные направления процессов, необходимо ввести физическую величину, которая количественно охарактеризовала бы эту возможность. Такую термодинамическую функцию ввёл Клаузиус и назвал её *энтропия* (в переводе с греч. – одностороннее направление).

*Энтропия* ( $S$ ) – скалярная физическая величина, являющаяся функцией состояния системы, элементарное изменение которой при переходе системы из одного состояния в другое определяется соотношением:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \quad (26.1)$$

Для обратимого процесса

$$\frac{\Delta Q_{\text{обр}}}{T} = \Delta S. \quad (26.2)$$

Отношение количества тепла, полученного системой от какого-либо тела, к температуре этого тела, называется *приведённым количеством тепла*.

Энтропия величина аддитивная. Это значит, что энтропия системы равна сумме энтропий отдельных её частей.

Клаузиусом были сформулированы следующие свойства энтропии изолированной (замкнутой) системы:

1. Энтропия замкнутой системы остается постоянной, если в системе протекает обратимый процесс.

$$\Delta S_{\text{обр}} = 0$$

2. Энтропия замкнутой системы возрастает, если в системе протекает необратимый процесс.

$$\Delta S_{\text{необр}} > 0$$

Данные свойства являются статистической формулировкой второго начала термодинамики. Их можно обобщить:

*Энтропия изолированной системы при любых происходящих в ней процессах не убывает*

$$\Delta S \geq 0. \quad (26.3)$$

Знак « $\geq$ » относится к обратимому процессу, знак « $>$ » – к необратимому.

## 26.3 Энтропия и вероятность

Л. Больцман дал статистическое толкование понятия «энтропия» и предложил измерять энтропию логарифмом термодинамической вероятности  $W$  состояния с коэффициентом пропорциональности  $k$  – постоянной Больцмана.

$$S = k \log W. \quad (26.4)$$

**Энтропия** – это скалярная физическая величина, равная произведению постоянной Больцмана на логарифм термодинамической вероятности.

**Термодинамическая вероятность** ( $W$ ) – число различных способов, которыми реализуется данное состояние.

Соотношение (26.4) означает: чем более вероятно состояние, тем больше энтропия этого состояния. Энтропия является мерой неупорядоченности системы. Все процессы в изолированной системе идут так, чтобы перевести систему из менее вероятного состояния в более вероятное, то есть перевести систему из состояния порядка в состояние беспорядка.

#### 26.4 Границы применимости второго начала термодинамики

Второе начало термодинамики, будучи статистическим законом, описывает закономерности хаотического движения большого числа частиц, составляющих замкнутую систему. Если система состоит из небольшого числа частиц, то будут наблюдаться отклонения от второго начала.

Второе начало, установленное для замкнутых систем на Земле, нельзя распространять на всю Вселенную. Такое распространение приводит к неправильному, с физической и философской точек зрения, выводу о том, что температура всех тел во Вселенной должна выровняться. В действительности, в связи с её бесконечностью, Вселенная является незамкнутой системой, и в некоторых её частях неизбежны флуктуации (отклонения), нарушающие тепловое равновесие.

### §27 Термодинамическое описание процессов в идеальных газах

Термодинамические процессы, происходящие в системе с постоянной массой при каком-либо одном постоянном параметре, называются *изопроцессами*.

#### 27.1 Изохорный процесс

Изохорный процесс происходит при постоянном объёме, т.е.  $V = \text{const}$  и  $m = \text{const}$  (рис. 27.1). Описывается законом Шарля:

$$\frac{P}{T} = \text{const}. \quad (27.1)$$

Для двух состояний уравнение (27.1) запишется в

виде

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}.$$

Сформулируем первое начало термодинамики для изохорного процесса. Согласно (23.1):

$$Q = \Delta U + A.$$

Так как  $V = \text{const}$ , то изменение объёма равно нулю. Работа по расширению газа также будет равной нулю.

В этом случае

$$Q = \Delta U. \quad (27.2)$$

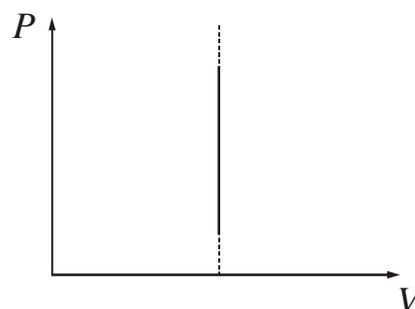


Рисунок 27.1

**Количество тепла, сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии.**

Молярная теплоёмкость при  $V = \text{const}$ .

$$C_V = \frac{i}{2}R. \quad (27.3)$$

Изменение энтропии.

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (27.4)$$

### 27.2 Изобарный процесс

Изобарный процесс происходит при постоянном давлении, т.е.  $p = \text{const}$  и  $m = \text{const}$  (рис. 27.2). Описывается законом Гей-Люссака:

$$\frac{V}{T} = \text{const}. \quad (27.5)$$

Для двух состояний уравнение (27.5) запишется в виде

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

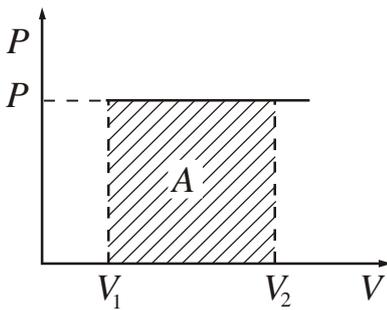


Рисунок 27.2

Запишем первое начало термодинамики для изобарного процесса:

$$Q = \Delta U + A. \quad (27.6)$$

**Количество тепла, сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии и совершение системой работы над внешними телами.**

Найдем работу, которая совершается системой при изобарном процессе.

$$A = \int_1^2 p dV = p(V_2 - V_1). \quad (27.7)$$

Работа численно равна площади заштрихованного прямоугольника (рис. 27.2).

Молярная теплоёмкость при  $p = \text{const}$ :

$$C_p = C_V + R. \quad (27.8)$$

Полученное выражение называют **уравнением Майера**. Выразим молярную теплоёмкость при постоянном давлении через число степеней свободы. Для этого заменим в (27.8)  $C_V$  по формуле (27.3) и получим:

$$C_p = \frac{(i+2)}{2}R. \quad (27.9)$$

Изменение энтропии:

$$\Delta S = \nu C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = \nu C_p \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (27.10)$$

### 27.3 Изотермический процесс

Изотермический процесс происходит при постоянной температуре, т.е.  $T = \text{const}$  и  $m = \text{const}$  (рис. 27.3). Описывается законом Бойля – Мариотта:

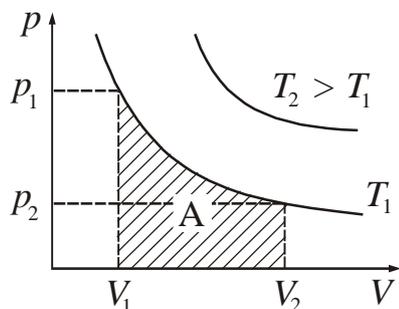


Рисунок 27.3

$$pV = \text{const}. \quad (27.11)$$

Для двух состояний уравнение (27.11) запишется в виде

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

Сформулируем первое начало термодинамики для изотермического процесса:

Так как  $T = \text{const}$ , то изменение температуры и, следовательно, внутренней энергии равно нулю.

Следовательно,

$$Q = A. \quad (27.12)$$

**Количество тепла, сообщенное системе, идет на совершение системой работы над внешними телами.**

Работу, которая совершается системой при изотермическом процессе:

$$A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (27.13)$$

Молярная теплоёмкость при  $T = \text{const}$

$$C_T = \frac{\delta Q_T}{\nu dT} = \infty. \quad (27.14)$$

Это означает, что понятие теплоёмкости при изотермическом процессе смысла не имеет.

Изменение энтропии

$$\Delta S = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu R \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (27.15)$$

### 27.4 Адиабатный процесс

**Адиабатным** называется процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой. Это означает, что  $\delta Q = 0$ , т.е.  $Q = 0$ . Адиабатный процесс описывается следующим уравнением:

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (27.16)$$

Для двух состояний оно записывается в следующем виде:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma. \quad (27.17)$$

Соотношение (27.17) называется уравнением Пуассона.

Буквой  $\gamma$  обозначают величину, называемую **показателем адиабаты**. Показатель адиабаты равен отношению молярной теплоёмкости при постоянном давлении к молярной теплоёмкости при постоянном объёме:

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma. \quad (27.18)$$

Показатель адиабаты можно рассчитывать через число степеней свободы:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{(i+2)2R}{2iR} = \frac{i+2}{i}. \quad (27.19)$$

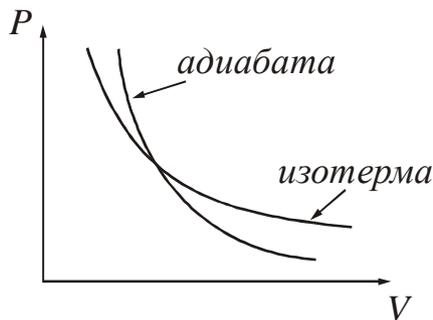


Рисунок 27.4

Уравнение адиабаты можно записывать в переменных  $T$  и  $V$ .

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad (27.20)$$

Для двух состояний:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}.$$

Сравнительные диаграммы изотермы и адиабаты приведены на рис. 27.4.

Количество тепла, которым обменивается тело с внешней средой, будет тем меньше, чем быстрее протекает процесс. Следовательно, близкими к адиабатному, могут быть достаточно быстро протекающие процессы.

Первое начало для адиабатного процесса будет иметь вид:

$$A = -\Delta U. \quad (27.21)$$

**При адиабатном процессе работа совершается за счет убыли внутренней энергии.**

Если газ расширяется, то внутренняя энергия уменьшается, при этом газ охлаждается. Если газ сжимается, то внутренняя энергия увеличивается, при этом газ нагревается.

Молярная теплоёмкость газа при адиабатном процессе равна нулю:

$$C_{\text{ад}} = \frac{\delta Q}{\nu dT} = 0, \quad \text{так как} \quad \delta Q = 0.$$

Работа, совершаемая газом, при адиабатном процессе:

$$A = -\nu C_v (T_2 - T_1) = \nu C_v (T_1 - T_2). \quad (27.22)$$

Сделав замену с использованием уравнения Менделеева – Клапейрона, можно получить еще одну формулу для расчета работы:

$$A = \frac{C_V}{R}(p_1 V_1 - p_2 V_2). \quad (27.23)$$

Изменение энтропии:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = 0, \quad \text{так как} \quad \delta Q = 0.$$

Если  $\Delta S = 0$ , то  $S = \text{const}$  (для обратимого процесса). Так как значение энтропии  $S$  для обратимого адиабатного процесса остается постоянным, то его также называют *изоэнтропийным*.

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Адиабатическое охлаждение: образование тумана.

<http://www.youtube.com/watch?v=4KEp5RxxwYf0>

## §28 Реальные газы

### 28.1. Силы межмолекулярного взаимодействия

**Реальным** называется газ, между молекулами которого действуют силы межмолекулярного взаимодействия. Законы идеальных газов, примененные к реальным газам, выполняются очень приближенно. Отступления от них проявляются в том, что реальные газы могут быть переведены в жидкое и твердое состояние, а идеальные – нет. Уравнение состояния  $pV = \nu RT$  соблюдается для реальных газов приближенно.

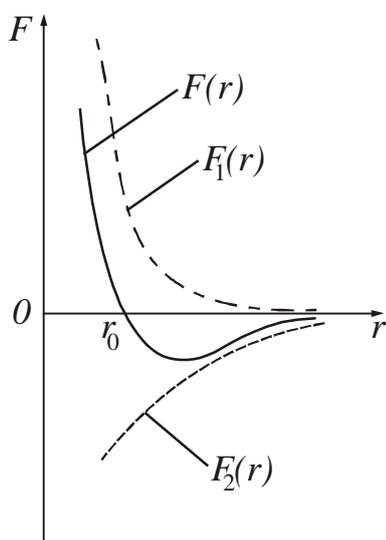


Рисунок 28.1

Во всех телах (твердых, жидких, газообразных) молекулы **взаимодействуют** друг с другом. Способность твердых тел сопротивляться растяжению говорит о том, что между молекулами действуют силы взаимного **притяжения**. Малая сжимаемость сильно уплотненных газов, а также способность твердых и жидких тел сопротивляться сжатию, указывают на то, что между молекулами также действуют силы взаимного **отталкивания**. Эти силы действуют **одновременно**. Иначе тела не были бы устойчивыми: молекулы или разлетались бы в разные стороны, или «слипались» бы. На очень близких расстояниях преобладают силы отталкивания, на более далеких – силы взаимного притяжения. Примерный характер зависимости сил от расстояния  $r$  между взаимодействующими молекулами показан на рис. 28.1.

Силы отталкивания  $F_1(r)$  условлено считать положительными, силы притяжения  $F_2(r)$  – отрицательными.  $F(r)$  – результирующая этих сил. Из графика видно, что существует некоторое расстояние  $r=r_0$ , при котором силы уравновешивают друг друга, т.е.  $F_1=F_2$ . При  $r<r_0$  преобладают силы отталкивания, при  $r>r_0$  – силы притяжения.

## 28.2 Уравнение Ван-дер-Ваальса

Из большого числа уравнений, предложенных для описания реальных газов, самым простым и вместе с тем дающим достаточно хорошие результаты, оказалось уравнение Ван-дер-Ваальса. Это уравнение получено путем внесения поправок в уравнение состояния идеального газа и имеет следующий вид:

$$\left(p + \frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{M} b\right) = \frac{m}{M} RT, \quad (28.1)$$

где  $p$  – давление, оказываемое на газ извне (равное давлению газа на стенки сосуда);  $a$  и  $b$  – постоянные Ван-дер-Ваальса, имеющие для разных газов различные значения и определяемые опытным путем.

$$[a] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^4}{\text{моль}^2}, \quad [b] = \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}.$$

Поправка  $\frac{m^2}{M^2} \frac{a}{V^2}$  характеризует добавку к внешнему давлению, обусловленную взаимодействием между молекулами. Если бы взаимодействие между молекулами прекратилось, то для того, чтобы удержать газ в пределах того же объема, понадобилось бы увеличить внешнее давление на величину, равную этой поправке.

Поправка  $\frac{m}{M} b$  характеризует ту часть объема, которая недоступна для движения молекул, так как молекулы обладают собственными размерами. Она равна учетверенному объему молекул, содержащихся в данном объеме  $V$ .

На рис. 28.2 представлены изотермы реального газа, подчиняющегося уравнению Ван-дер-Ваальса, при различных температурах:  $T' < T'' < T_{\text{кр}} < T'''$ .

При некоторой температуре  $T_{\text{кр}}$  все три точки  $V_1'$ ,  $V_2'$ ,  $V_3'$ , соответствующие решению уравнения (28.1), сливаются в одну точку К. Точка К называется критической. Соответствующие критической точке температура  $T_{\text{кр}}$ , давление  $p_{\text{кр}}$ , объем  $V_{\text{кр}}$  называются критическими параметрами. По известным постоянным Ван-дер-Ваальса  $a$  и  $b$  можно рассчитать значения критических параметров:

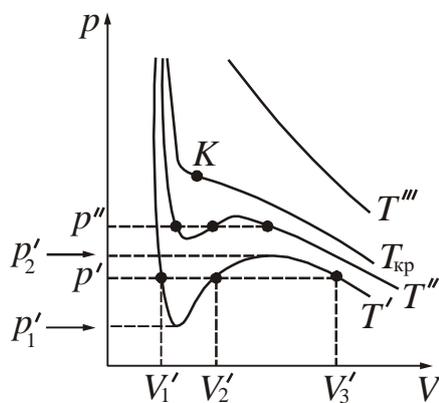


Рисунок 28.2

$$T_{\text{кр}} = \frac{8}{27} \frac{a}{bR} \quad (28.2)$$

$$p_{\text{кр}} = \frac{1}{27} \frac{a}{b^2} \quad (28.3)$$

$$V_{\text{кр}} = 3b \quad (28.4)$$

Изотерма, снятая при  $T_{\text{кр}}$  называется критической изотермой.

### 28.3 Экспериментальные изотермы

Первые экспериментальные изотермы были получены Т. Эндрюсом. Он исследовал зависимость объёма одного моля углекислого газа от давления. Полученная кривая изображена на рис. 28.3. Вначале с уменьшением объёма давление газа растёт, подчиняясь уравнению Ван-дер-Ваальса. Начиная с объёма  $V_{\Gamma}$ , изотерма перестаёт следовать уравнению (28.1): давление перестаёт расти с уменьшением объёма (горизонтальный участок изотермы). Само вещество при этом перестаёт быть однородным: часть газа конденсируется в жидкость. Иначе говоря, вещество расслоилось на две **фазы**: жидкую и газообразную. Фазой в термодинамике называют часть системы, обладающей одинаковым химическим составом и находящуюся в одном состоянии.

По мере уменьшения давления все большая часть вещества переходит в жидкую фазу. Давление при этом не изменяется и равно  $p_{\text{н.п.}}$ . При достижении объёма  $V_{\text{ж}}$  конденсация заканчивается. Дальнейшее уменьшение объёма приводит к резкому росту давления. Ход изотермы на этом участке соответствует уравнению (28.1). Вещество на этом участке будет однородным, но это уже не газ, а жидкость.

Сопоставление экспериментальной изотермы с изотермой Ван-дер-Ваальса показывает, что они хорошо совпадают на участках, которые отвечают однофазным состояниям вещества и не совпадают на участке двухфазного состояния.

В состояниях, соответствующих горизонтальному участку изотермы, наблюдается равновесие между жидкой и газообразной фазой вещества. Газ (пар), находящийся в равновесии со своей жидкостью, называется **насыщенным паром**. Давление  $p_{\text{н.п.}}$ , при котором существует равновесие при данной температуре, называется давлением насыщенного пара.  $V_{\Gamma}$  – это объём, занимаемый газом,  $V_{\text{ж}}$  – это объём, занимаемый жидкостью.

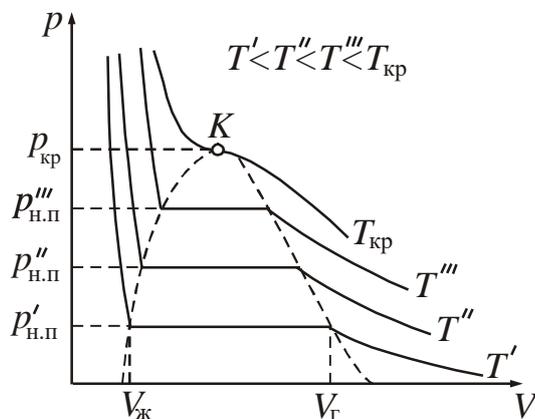


Рисунок 28.4

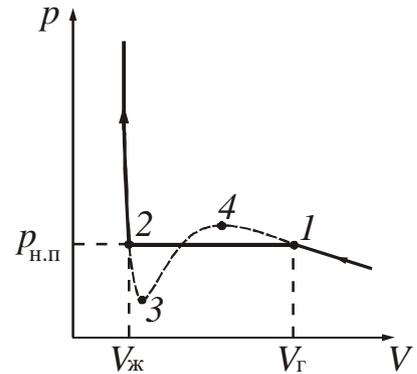


Рисунок 28.3

На рис. 28.4 приведены экспериментальные изотермы для нескольких температур. С повышением температуры горизонтальные участки уменьшаются. Это означает, что уменьшается разница между объёмами  $V_{\Gamma}$  и  $V_{\text{ж}}$ . При критической температуре  $T_{\text{кр}}$  горизонтальный участок стягивается в точку. Это означает, что исчезает всякое различие между жидкостью и паром. При температуре выше критической понятие насыщенного пара теряет смысл.

Если соединить крайние точки горизонтальных участков изотермы, то получится кривая, которая делит диаграмму  $pV$  на три части (рис. 28.5). Левая часть (ж) кривой соответствует жидкому состоянию, правая часть (п) – парообразному. Область под кривой (ж-п) соответствует двухфазному состоянию жидкость – пар. Любое состояние в области (п) отличается от остальных газообразных состояний тем, что при изотермическом сжатии вещество, находящееся в этом состоянии, сжижается. Если вещество находится в одном из состояний при температуре выше критической, то оно не может быть сжато никаким сжатием (область г).

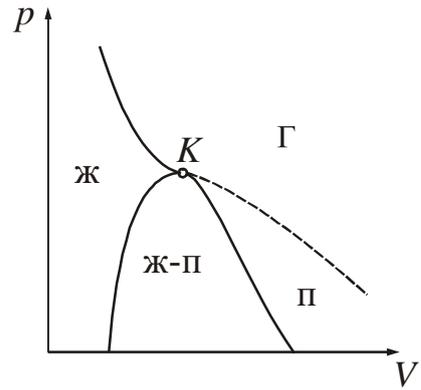


Рисунок 28.5

Волнообразный участок изотермы Ван-дер-Ваальса (рис. 28.3) более точно описывает переход вещества из газообразного состояния в жидкое, чем горизонтальные участки экспериментальных изотерм. Состояния, соответствующие участкам 2-3 и 1-4 могут реализоваться, но только при определенных условиях, так как они являются неустойчивыми (метастабильными). Участок 1-4 соответствует состоянию *пересыщенного пара*, возникающего при медленном изотермическом сжатии в отсутствие центров конденсации. Если такие центры (пылинки, ионы) вводятся в пересыщенный пар, то происходит быстрая конденсация.

Участок 2-3 соответствует *перегретой жидкости*, которую можно получить, если задержать начало кипения в точке 2. На участке 3-4 с ростом давления растет объём. Такие состояния вещества невозможны.

## §29 Явления переноса

### 29.1 Среднее число столкновений молекул в единицу времени.

#### Средняя длина свободного пробега молекул

Минимальное расстояние  $d$ , на которое сближаются при столкновении центры молекул, называют *эффективным диаметром молекулы* (рис. 29.1). Площадь круга радиусом  $d$  называется эффективным сечением молекулы:

$$\sigma = \pi d^2.$$

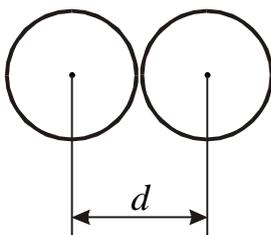


Рисунок 29.1

При движении молекула сталкивается с другими молекулами газа. За единицу времени рассматриваемая молекула испытывает число столкновений с другими молекулами, равное

$$\langle z \rangle = \pi d^2 \langle v \rangle n,$$

где  $n$  – концентрация молекул, т.е. число молекул в единице объёма.  $\langle v \rangle$  – средняя арифметическая скорость молекулы.

Если учесть распределение Максвелла, то появится дополнительный множитель  $\sqrt{2}$ , т.е.

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 \langle v \rangle n. \quad (29.1)$$

Расстояние, которое молекула пролетает за время свободного пробега от одного столкновения до следующего, называется **длиной свободного пробега**. Длина свободного пробега является случайной величиной, поэтому вводится **средняя длина свободного пробега**  $\langle \lambda \rangle$  – среднее расстояние, проходимое молекулой между двумя последовательными столкновениями.

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}. \quad (29.2)$$

Состояние газообразной среды, в котором средняя длина свободного пробега молекул соизмерима с размерами сосуда, называется **вакуумом**.

Низкий вакуум – давление меняется от атмосферного до  $10^{-3}$  мм рт. ст.

Средний вакуум – давление меняется от  $10^{-3}$  мм рт. ст. до  $10^{-6}$  мм рт. ст.

Высокий вакуум – давление меняется от  $10^{-6}$  мм рт. ст. до  $10^{-9}$  мм рт. ст.

## 29.2 Явления переноса в газах

Участвуя в тепловом движении, молекулы переходят из одних точек пространства в другие. При этом они переносят присущую им энергию, массу и импульс. Это приводит к возникновению процессов, которые называются **явлениями переноса**. К ним относятся: теплопроводность (обусловленная переносом энергии в виде тепла), диффузия (обусловленная переносом массы) и внутреннее трение или вязкость (обусловленная переносом импульса).

### 29.2.1 Теплопроводность газов

**Теплопроводность** – это направленный перенос тепла от более нагретых частей тела к менее нагретым, приводящий к выравниванию их температуры.

Перенос тепла описывается законом Фурье (1822 г.):

$$\delta Q = -K \frac{dT}{dx} dS_{\perp} dt, \quad (29.3)$$

где  $\delta Q$  – количество тепла, переносимого за время  $dt$  через площадку  $dS_{\perp}$ , расположенную перпендикулярно направлению переноса тепла;

$\frac{dT}{dx}$  – градиент температуры (величина, показывающая, на сколько отличаются температуры двух точек, отстоящих друг от друга на единицу длины);

$K$  – коэффициент теплопроводности.

Знак «минус» указывает на то, что перенос тепла происходит в направлении убывания температуры.

**Коэффициент теплопроводности** ( $K$ ) характеризует способность вещества проводить тепло и показывает, какое количество тепла переносится через единичную площадку за единицу времени при градиенте температуры равном единице.

В кинетической теории газов показано, что коэффициент теплопроводности газов можно рассчитывать по формуле:

$$K = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho c_V, \quad (29.4)$$

где  $\langle \lambda \rangle$  – средняя длина свободного пробега молекул,  $\langle v \rangle$  – средняя арифметическая скорость,  $\rho$  – плотность газа,  $c_V$  – удельная теплоёмкость при постоянном объёме.

Единица измерения коэффициента теплопроводности в СИ

$$[\hat{E}] = \frac{\hat{A} \cdot \hat{\rho}}{\hat{v} \cdot \hat{c}_V}.$$

Газы являются наихудшими проводниками тепла. Коэффициент теплопроводности газов зависит от температуры. С повышением температуры он возрастает.

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Теплопроводность газов: бутан-воздух. При одинаковом давлении, бутан при наименьшем давлении.  
<http://www.youtube.com/watch?v=frGYUB31mbY>
2. Теплопроводность газов: неон-воздух. При одинаковом давлении.  
<http://www.youtube.com/watch?v=3msku99Gw10>
3. Теплопроводность газов: воздух-воздух. При разном давлении.  
<http://www.youtube.com/watch?v=RaE1BmvkGA4>

### 29.2.2 Диффузия в газах

**Диффузия в газе** – процесс перемешивания молекул, сопровождающийся переносом массы из мест с бóльшей концентрацией данных молекул в места с меньшей концентрацией этих молекул.

В химически чистом газе при постоянной температуре диффузия возникает вследствие неодинаковой плотности в разных частях объёма газа и заключается в переносе массы газа из мест с бóльшей плотностью в места с меньшей плотностью.

В химически однородном газе перенос вещества при диффузии подчиняется закону Фика (1855 г.)

$$dm = -D \frac{d\rho}{dx} dS_{\perp} dt, \quad (29.5)$$

где  $dm$  – масса вещества, диффундировавшего за время  $dt$  через площадку  $dS_{\perp}$ , расположенную перпендикулярно направлению переноса вещества;

$\frac{d\rho}{dx}$  – градиент плотности (величина, показывающая, на сколько отличаются плотности двух точек, отстоящих друг от друга на единицу длины);

$D$  – коэффициент диффузии.

Знак «минус» указывает на то, что перенос массы осуществляется в сторону убывания плотности.

**Коэффициент диффузии ( $D$ )** показывает, какая масса вещества переносится через единичную площадку за единицу времени при градиенте плотности, равном единице.

Единица измерения коэффициента диффузии в СИ

$$[D] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

В кинетической теории газов показано, что коэффициент диффузии можно рассчитывать по формуле:

$$D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle, \quad (29.6)$$

Коэффициент диффузии газов растет с температурой пропорционально  $\sqrt{T}$ , а с ростом давления коэффициент диффузии уменьшается.

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Диффузия аммиака.

<http://www.youtube.com/watch?v=BBGo0Qh0i8s>

### 29.2.3 Внутреннее трение (вязкость) газов

**Внутреннее трение (вязкость)** – взаимодействие между слоями газа, движущимися с различными скоростями, сопровождающееся переносом импульса направленного движения из более быстрых слоев в более медленные.

Для явления внутреннего трения справедлив закон Ньютона (1687 г.):

$$dp = -\eta \frac{dv}{dx} dS_{\perp} dt, \quad (29.7)$$

где  $dp$  – импульс, переносимый за время  $dt$  через площадку  $dS_{\perp}$ , расположенную перпендикулярно направлению переноса импульса;

$\frac{dv}{dx}$  – градиент скорости;

$\eta$  – коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость).

Знак «минус» указывает на то, что перенос импульса происходит в направлении убывания скорости.

**Коэффициент внутреннего трения** ( $\eta$ ) показывает, какой импульс переносится через единичную площадку за единицу времени при градиенте скорости равном единице.

Единица измерения коэффициента внутреннего трения (вязкости) в СИ

$$[\eta] = \frac{\text{Па} \cdot \text{с}}{\text{м} \cdot \text{с}^{-1}} = \text{Па} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-1}, \text{ (читается: "паскаль-секунда").}$$

В кинетической теории газов показано, что коэффициент внутреннего трения можно рассчитывать по формуле:

$$\eta = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho. \quad (29.8)$$

Коэффициент внутреннего трения газов не зависит от давления, но увеличивается с ростом температуры пропорционально  $\sqrt{T}$ .

Сопоставляя формулы (29.4), (29.6) и (29.8), можно получить связь между коэффициентами переноса:

$$\eta = D\rho, \quad (29.9)$$

$$K = \eta c_V = D\rho c_V. \quad (29.10)$$

### Посмотрите лекционную демонстрацию

Вязкость газов: опыт с дисками.

<http://www.youtube.com/watch?v=qG3-xKrr-QQ>

## ЧАСТЬ 3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК

**Электростатика** – раздел электродинамики, в котором рассматриваются свойства и взаимодействие неподвижных в инерциальной системе отсчёта электрически заряженных тел или частиц, обладающих электрическим зарядом.

### §30 Электрический заряд. Закон Кулона

**Электрический заряд** ( $q$ ) – неотъемлемое свойство некоторых элементарных частиц (протонов, электронов и т.д.), определяющее их взаимодействие с внешним электромагнитным полем.

$[q] = \text{Кл}$  (кулон);  $1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}$ .

#### 30.1 Свойства электрического заряда

1. Электрический заряд существует в двух видах: положительный и отрицательный. Одноимённые заряды отталкиваются, разноимённые – притягиваются.
2. Существует минимальный электрический заряд, который называют элементарным. Носитель элементарного отрицательного заряда – электрон, положительного – протон. Заряд элементарных частиц одинаков по величине.

$$q_e = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

3. Электрический заряд дискретен, т.е. заряд любого тела образуется совокупностью элементарных зарядов и является величиной, кратной  $e$ .

$$q = eN, \quad N = 1, 2, 3 \dots \quad (30.1)$$

4. Электрический заряд подчиняется закону сохранения заряда: Алгебраическая сумма зарядов электрически изолированной системы заряженных тел остается величиной постоянной.

$$q_1 + q_2 + \dots + q_N = \text{const} \quad (30.2)$$

5. Электрический заряд инвариантен, т.е. его величина не зависит от того, движется заряд или нет.

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Два вида зарядов: притяжение и отталкивание.

<http://www.youtube.com/watch?v=f8Z1gnDSUq8>

#### 30.2 Закон Кулона

Закон, который позволяет найти силу взаимодействия точечных зарядов, установлен экспериментально в 1785 году Ш. Кулоном.

**Точечный заряд** – это заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием от этого тела до других заряженных тел.

**Сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величине этих зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и зависит от среды, в которой находятся заряды:**

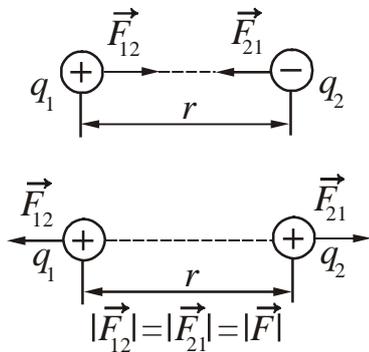


Рисунок 30.1

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}, \quad (30.3)$$

где  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$  – коэффициент пропорциональности в СИ.

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$  – электрическая постоянная.

$\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость – характеристика среды. Для вакуума  $\epsilon=1$ .

Сила направлена по прямой, соединяющей заряды

(рис. 30.1).

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Два вида зарядов: модель весов Кулона.

<http://www.youtube.com/watch?v=62fBGijR09w>

### §31 Электрическое поле. Характеристики электрического поля

**Электрическое поле** – это материальная среда, существующая вокруг заряженных тел и проявляющая себя силовым действием на заряды. Если электрически заряженные тела или частицы неподвижны в данной системе отсчёта, то их взаимодействие осуществляется посредством электростатического поля. Электростатическое поле является не изменяющимся во времени (стационарным) электрическим полем.

#### 31.1 Напряжённость электрического поля

Для того, чтобы обнаружить и исследовать электрическое поле, используют точечный положительный заряд, который называют пробным –  $q_{\text{пр}}$ . Если брать разные по величине пробные заряды, то и силы, которые действуют на эти заряды в данной точке поля, будут разными. Однако отношение силы к величине заряда для данной точки поля для всех пробных зарядов будет одним и тем же.

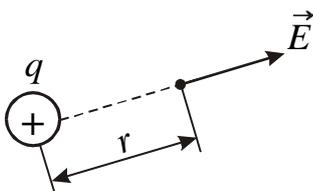


Рисунок 31.1

**Напряжённость электрического поля ( $\vec{E}$ )** – векторная физическая величина, силовая характеристика электрического поля, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещённый в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}. \quad (31.1)$$

$$[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Направление вектора напряжённости совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд (рис. 31.1).

Если величина и направление вектора напряжённости поля в каждой точке одинаковы, то поле называется **однородным**.

Исходя из закона Кулона, можно рассчитать напряжённость электрического поля, создаваемого точечным зарядом.

$$E = \frac{F}{q_{\text{пр}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r^2}. \quad (31.2)$$

Если поле создается несколькими зарядами, то напряжённость результирующего поля равна векторной сумме напряжённостей полей, которые создавал бы каждый из зарядов системы в отдельности (рис. 31.2).

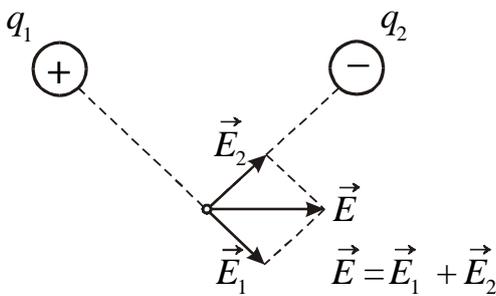


Рисунок 31.2

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i. \quad (31.3)$$

Данное утверждение называется **принципом суперпозиции** (наложения) **полей**.

На любой заряд  $q$ , внесённый в электрическое поле, действует электрическая сила

$$\vec{F}_{\text{эл}} = q\vec{E}. \quad (31.4)$$

### 31.2 Потенциал электростатического поля

Пусть пробный заряд  $q_{\text{пр}}$  под действием сил поля перемещается относительно заряда  $q$  вдоль некоторой линии (рис. 31.3). При перемещении из точки 1 в точку 2 совершается работа

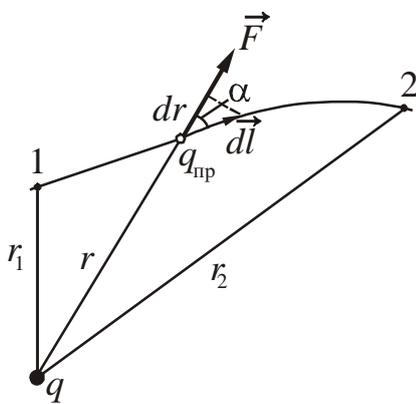


Рисунок 31.3

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F dr = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{qq_{\text{пр}}}{\epsilon r^2} dr = - \left( k \frac{qq_{\text{пр}}}{\epsilon r_2} - k \frac{qq_{\text{пр}}}{\epsilon r_1} \right) \quad (31.5)$$

Из формулы (31.5) следует, что работа по перемещению заряда в электростатическом поле определяется только начальным и конечным положением заряда. Следовательно, кулоновские силы являются консервативными, а электростатическое поле – потенциальным. Работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии.

Величину  $k \frac{qq_{\text{пр}}}{r}$  можно назвать потенциальной энергией заряда  $q_{\text{пр}}$  в поле заряда  $q$ .

$$W_{\text{п}} = k \frac{qq_{\text{пр}}}{\epsilon r} \quad (31.6)$$

Отношение потенциальной энергии к величине пробного заряда для данной точки поля будет одним и тем же.

**Потенциал** ( $\varphi$ ) – скалярная физическая величина, энергетическая характеристика электростатического поля, численно равная потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля единичный положительный заряд:

$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q_{\text{пр}}}. \quad (31.7)$$

$$[\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В (вольт)}.$$

Потенциал может быть положительным или отрицательным.

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = k \frac{q}{\epsilon r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r}, \quad (31.8)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности;

$q$  – заряд, создающий поле;

$r$  – расстояние от заряда до точки, в которой определяется потенциал.

Если  $r$  стремится к бесконечности ( $r \rightarrow \infty$ ), то потенциал  $\varphi$  стремится к нулю. Это означает, что потенциал поля точечного заряда обращается в нуль в бесконечно удаленной точке.

Работа  $A$ , совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда  $q$  из точки 1 с потенциалом  $\varphi_1$  в точку 2 с потенциалом  $\varphi_2$ :

$$A = -(q\varphi_2 - q\varphi_1) = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (31.9)$$

Величину  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  называют разностью потенциалов. Таким образом

$$A = q\Delta\varphi. \quad (31.10)$$

Если заряд  $q$  из точки с потенциалом  $\varphi$  удаляется на бесконечность (там, где по условию потенциал равен нулю) то работа сил поля равна

$$A_{\infty} = q\varphi.$$

Отсюда следует, что **потенциал численно равен работе, совершаемой силами электростатического поля при перемещении единичного положительного заряда из этой точки на бесконечность.**

$$\varphi = \frac{A_{\infty}}{q}.$$

На практике за нулевой потенциал обычно принимают потенциал Земли.

Если поле создается системой зарядов, то, в соответствии с принципом суперпозиции, потенциал результирующего поля равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_N = \sum_{i=1}^N \varphi_i. \quad (31.11)$$

### §32 Графическое изображение электростатических полей

Графически электростатическое поле изображают с помощью силовых линий и эквипотенциальных поверхностей.

**Эквипотенциальная поверхность** – это геометрическое место точек электростатического поля, потенциалы которых одинаковы. Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении электрического заряда по одной и той же эквипотенциальной поверхности, равна нулю.

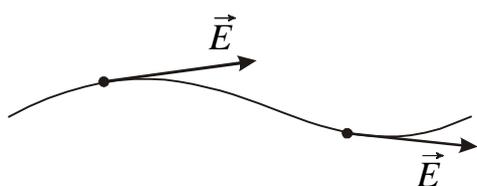


Рисунок 32.1

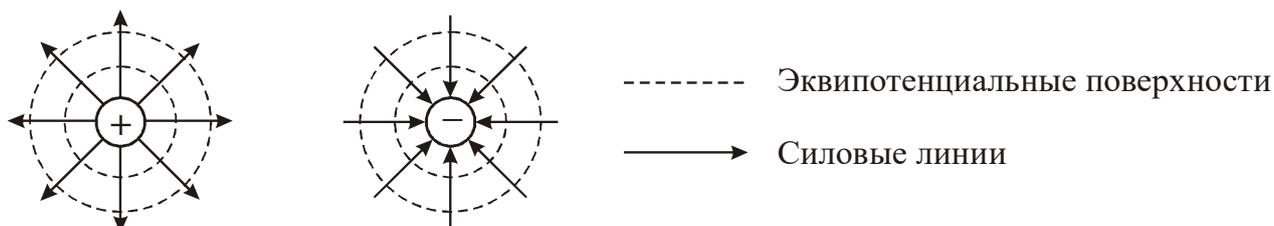
**Силовая линия (линия напряжённости)** – это линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора напряжённости  $\vec{E}$  (рис. 32.1).

Свойства силовых линий:

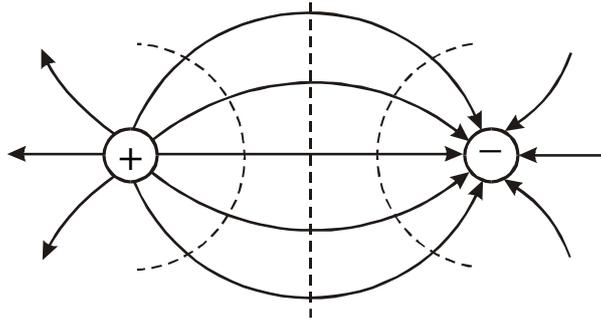
1. Силовые линии начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных или уходят в бесконечность.
2. Силовые линии не пересекаются.
3. По густоте силовых линий судят о величине напряжённости электростатического поля.
4. Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

Эквипотенциальные поверхности обычно чертят так, что при переходе от одной эквипотенциальной поверхности к соседней потенциал меняется на одну и ту же величину  $\Delta\varphi$ .

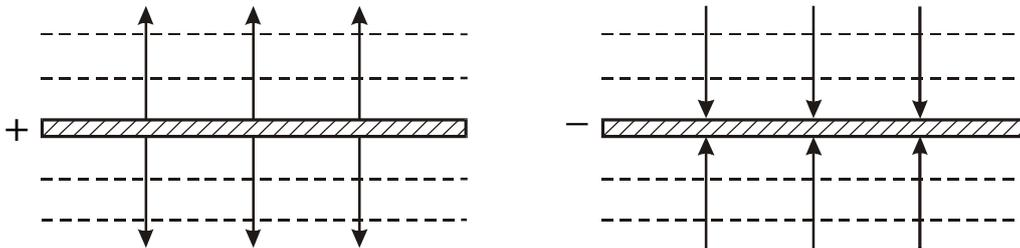
1. Поле точечного заряда.



2. Система точечных зарядов.



3. Поле равномерно заряженной плоскости.



**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Демонстрация электрического поля на султанах.

<http://www.youtube.com/watch?v=pgELH03uXdg>

2. Поле вблизи поверхности проводника.

<http://www.youtube.com/watch?v=eZj3jimsXkE>

**§33 Связь между напряжённостью электрического поля и потенциалом**

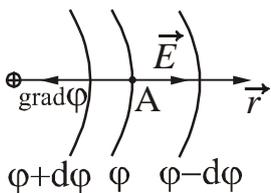


Рисунок 33.1

Найдем связь потенциала с напряжённостью электрического поля на примере электрического поля точечного заряда. Такое поле является неоднородным, так как численное значение и направление вектора напряжённости  $\vec{E}$  меняются при переходе из одной точки поля в другую. Изобразим три эквипотенциальные поверхности поля этого заряда с потенциалами  $\varphi + d\varphi$ ,  $\varphi$ ,  $\varphi - d\varphi$ , где  $d\varphi$  – бесконечно малое изменение потенциала (рис. 33.1). Эти поверхности находятся на разном расстоянии друг от друга.

Изменение потенциала в заданном направлении  $\vec{r}$  характеризует производная по направлению  $\frac{d\varphi}{dr}$ . С уменьшением расстояния от заряда потенциал поля увеличивается. Это означает, что численное значение производной будет возрастать в сторону, противоположную вектору  $\vec{E}$ . Для того, чтобы указать направление наиболее быстрого возрастания потенциала, вводят векторную величину, которая называется градиентом потенциала.

Изменение потенциала в заданном направлении  $\vec{r}$  характеризует производная по направлению  $\frac{d\varphi}{dr}$ . С уменьшением расстояния от заряда потенциал поля увеличивается. Это означает, что численное значение производной будет возрастать в сторону, противоположную вектору  $\vec{E}$ . Для того, чтобы указать направление наиболее быстрого возрастания потенциала, вводят векторную величину, которая называется градиентом потенциала.

**Градиент потенциала** (обозначается  $\text{grad}\phi$ ) – это вектор, направленный в сторону максимального возрастания потенциала и численно равный изменению потенциала, приходящемуся на единицу длины в этом направлении.

Поместим в точку А указанного электрического поля пробный положительный заряд  $q_{\text{пр}}$ . Пусть под действием поля он смещается из точки с потенциалом  $\phi$  в точку с потенциалом  $\phi - d\phi$ . При этом совершается работа

$$\delta A = Fdr = q_{\text{пр}} E dr, \quad (33.1)$$

где  $dr$  – расстояние между эквипотенциальными поверхностями  $\phi$  и  $\phi - d\phi$ .

С другой стороны

$$\delta A = -q_{\text{пр}} d\phi. \quad (33.2)$$

Приравнявая (33.1) и (33.2) и сокращая на  $q_{\text{пр}}$ , получим

$$E = -\frac{d\phi}{dr}. \quad (33.3)$$

Это означает, что напряжённость электрического поля численно равна изменению потенциала, приходящемуся на единицу длины. Формулу (33.3) можно записать в векторном виде

$$\vec{E} = -\text{grad}\phi. \quad (33.4)$$

Знак « $\rightarrow$ » говорит о том, что вектор напряжённости направлен в сторону убывания потенциала. Формула (33.4) справедлива для любого электростатического поля.

Если поле однородное, то вектор  $\vec{E}$  сохраняет свое численное значение и направление. В случае однородного поля

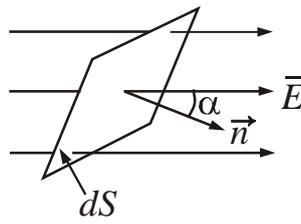
$$E = \frac{U}{d}, \quad (33.5)$$

где  $d$  – расстояние между эквипотенциальными плоскостями с потенциалами  $\phi_1$  и  $\phi_2$ ,  $U = \phi_1 - \phi_2$  – разность потенциалов (напряжение).

## §34 Расчёт электростатических полей

### 34.1 Теорема Гаусса

**Потоком вектора напряжённости электрического поля** через элементарный участок поверхности  $dS$  называется величина



$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = EdS \cos \alpha. \quad (34.1)$

где  $d\vec{S} = \vec{n}dS$ ,  $\vec{n}$  – единичный вектор, перпендикулярный площадке  $dS$ ;

Рисунок 34.1

$\alpha$  – угол между направлением  $\vec{n}$  и  $\vec{E}$  (рис. 34.1).

Поток вектора напряжённости  $\Phi$  через любую поверхность  $S$  равен алгебраической сумме потоков напряжённости сквозь все малые участки этой поверхности.

$$\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S}. \quad (34.2)$$

$$[\Phi] = \frac{В}{М} \cdot м^2 = В \cdot м.$$

Согласно теореме Гаусса для электростатического поля:

**Поток вектора напряжённости электростатического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на произведение  $\epsilon_0\epsilon$ .**

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon} \cdot \sum_{i=1}^N q_{\text{охв.}}. \quad (34.3)$$

Введем дополнительную характеристику электростатического поля

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}, \quad (34.4)$$

которую называют **вектором электростатической индукции (электрическим смещением)**.

В этом случае теорему Гаусса можно записать следующим образом:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^N q_{\text{охв.}}. \quad (34.5)$$

### 34.2 Примеры расчёта электростатических полей

При расчёте электростатических полей в этом разделе предполагается, что проводники находятся в вакууме, т.е.  $\epsilon=1$ .

#### 34.2.1 Поле равномерно заряженной бесконечно длинной нити

Пусть бесконечно длинная нить заряжена равномерно с линейной плотностью заряда  $\tau$ . **Линейной плотностью заряда** называется величина, численно равная заряду, приходящемуся на единицу длины. При равномерном распределении заряда

$$\tau = \frac{q}{l}. \quad (34.6)$$

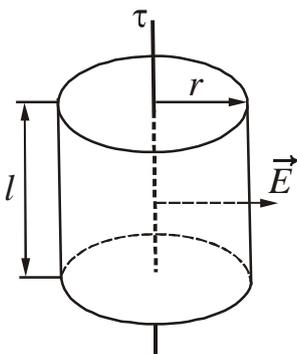


Рисунок 34.2

$$[\tau] = \frac{Кл}{М}.$$

В качестве замкнутой поверхности выберем коаксиальный цилиндр радиуса  $r$  и высоты  $l$  (рис. 34.2). Из соображений симметрии следует, что напряжённость поля в

любой точке должна быть направлена по радиальной прямой, перпендикулярной оси нити (заряд считается положительным). Поток  $\Phi$  через торцы цилиндра равен нулю, так как линии напряжённости перпендикулярны оси. Поток через боковую поверхность

$$\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S} = E \cdot 2\pi r l.$$

По теореме Гаусса (см. формулу (34.3)):

$$E \cdot 2\pi r l = q \cdot \frac{1}{\epsilon_0} = \frac{\tau l}{\epsilon_0},$$

Отсюда:

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}. \quad (34.7)$$

Поле отрицательно заряженной нити отличается только направлением вектора напряжённости  $\vec{E}$ .

### 34.2.2 Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

Пусть плоскость заряжена равномерно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ . **Поверхностной плотностью заряда** называется величина, численно равная заряду, приходящемуся на единицу площади. При равномерном распределении заряда

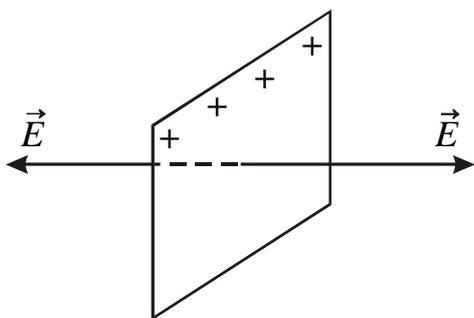


Рисунок 34.3

$$\sigma = \frac{q}{S}. \quad (34.8)$$

$$[\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

Напряжённость поля равномерно заряженной бесконечной плоскости определяется следующим образом:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (34.9)$$

Это означает, что на любых расстояниях от бесконечной плоскости напряжённость поля одинакова по величине (рис. 34.3).

Две равномерно, с одинаковой плотностью  $\sigma$ , разноимённо заряженные бесконечные параллельные плоскости создают однородное электрическое поле. Напряжённость  $E$  поля между плоскостями определяется соотношением:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (34.10)$$

### 34.2.3 Поле равномерно заряженной сферической поверхности

Поле, создаваемое сферической поверхностью радиуса  $R$ , заряженной с постоянной поверхностной плотностью заряда  $\sigma$ , будет центрально-симметричным (рис. 35.4). Это означает, что направление вектора  $\vec{E}$  в любой точке проходит через центр сферы, а величина напряжённости зависит от расстояния  $r$  от центра сферы.

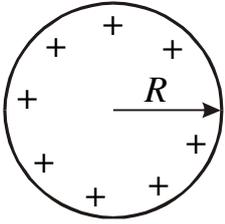


Рисунок 35.4

Напряжённость поля равномерно заряженной сферической поверхности:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}. \quad (34.11)$$

Сферическая поверхность радиуса  $r < R$  не будет содержать зарядов, поэтому внутри сферы, заряженной с постоянной поверхностной плотностью, поле отсутствует, т.е.  $E = 0$ .

### §35 Электрический диполь

**Электрическим диполем** называется система двух одинаковых по величине разноимённых точечных зарядов  $+q$  и  $-q$ , расстояние  $l$  между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы.

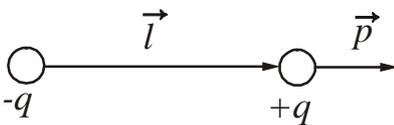


Рисунок 35.1

Прямая, проходящая через оба заряда, называется **осью диполя**. Вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между ними, называется **плечом диполя**  $\vec{l}$  (рис. 35.1).

Вектор, совпадающий по направлению с плечом диполя и численно равный произведению модуля заряда  $|q|$  на плечо  $\vec{l}$ , называется **электрическим моментом диполя** или **дипольным моментом** (рис. 35.1).

$$\vec{p} = |q|\vec{l}. \quad (35.1)$$

$$[p] = \text{Кл} \cdot \text{м}.$$

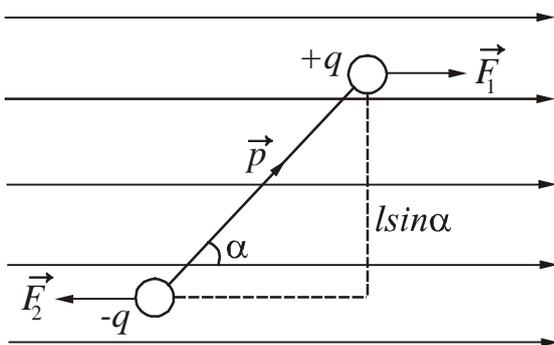


Рисунок 35.2

Если диполь поместить во внешнее электрическое поле напряжённостью  $\vec{E}$  (рис. 35.2), то заряды  $+q$  и  $-q$  окажутся под действием равных по величине, но противоположных по направлению сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$ . Модуль каждой силы  $F = qE$ .

Плечо этой пары сил равно  $l \sin \alpha$ . Вращающий момент сил  $\vec{F}_1$  и  $\vec{F}_2$  стре-

мится развернуть диполь вдоль поля. Величина момента: равна:

$$M = Fl \sin \alpha = qEl \sin \alpha.$$

Так как  $ql = p$ , то

$$M = pE \sin \alpha. \quad (35.2)$$

Данное выражение можно представить в векторном виде

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}. \quad (35.3)$$

Таким образом, поведение диполя в электрическом поле определяется его дипольным моментом.

### §36 Диэлектрики в электрическом поле

**Диэлектрики** (изоляторы) – это вещества, не способные проводить электрический ток. Идеальных изоляторов в природе не существует. Все вещества хотя бы в ничтожной степени проводят электрический ток. Однако, вещества, которые называются диэлектриками, проводят ток в  $10^{15} - 10^{20}$  раз хуже, чем вещества, которые называются проводниками.

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Проводимость проводников и изоляторов.

<http://www.youtube.com/watch?list=PLWM8IO-3TQjPep7daowLe6lYQzw4d2eQm>

Согласно молекулярно-кинетической теории все вещества состоят из атомов или молекул. В свою очередь, атомы состоят из положительно заряженных ядер и отрицательно заряженных электронов, расстояние между которыми очень мало ( $\sim 10^{-10}$  м), поэтому атомы и молекулы, находящиеся в электрическом поле, можно рассматривать как диполи. Если диэлектрик внести в электрическое поле, то это поле и сам диэлектрик претерпевают существенные изменения.

#### 36.1 Классификация диэлектриков

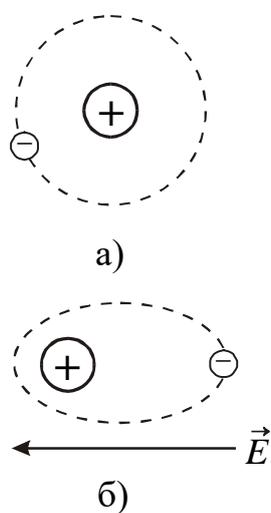


Рисунок 36.1

По своей структуре диэлектрики можно разделить на три группы.

1. Вещества, молекулы которых имеют симметричное строение ( $N_2$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $CH_4$ ,  $CO_2$ ).

Если внешнее поле отсутствует ( $\vec{E} = 0$ ), то центр тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадает (рис. 36.1 а). Дипольный момент молекулы  $\vec{p} = 0$ . Такие молекулы называются **неполярными**. Если напряжённость внешнего поля не равна нулю ( $\vec{E} \neq 0$ ), то заряды неполярных молекул смещаются (рис. 36.1 б). Молекула приобретает дипольный момент  $\vec{p}$ , величина которого пропорциональна напряжённости электрического поля  $\vec{E}$ .

2. Вещества, молекулы которых имеют асимметричное строение ( $\text{NH}_3$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{SO}_2$ ,  $\text{CO}$ ).

Центры тяжести положительных и отрицательных зарядов не совпадают (рис. 36.2). Такие молекулы называют *полярными*. Если напряжённость внешнего электрического поля равна нулю ( $\vec{E} = 0$ ), то молекулы все равно обладают дипольным моментом. Действие внешнего поля на полярную молекулу сводится в основном к стремлению повернуть молекулу так, чтобы ее дипольный момент установился по направлению поля.

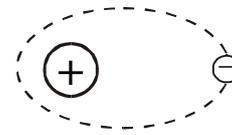


Рисунок 36.2

3. Вещества, молекулы которых имеют ионное строение ( $\text{NaCl}$ ,  $\text{KCl}$ ,  $\text{KBr}$  и др.).

При наложении на кристалл электрического поля происходит некоторая деформация решетки. При этом возникает дипольный момент.

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Модель неполярного диэлектрика.  
<http://www.youtube.com/watch?v=Usst7xzdEg>
2. Модель полярного диэлектрика: стеклянная палочка между пластинами конденсатора.  
<http://www.youtube.com/watch?v=6iK3vwH0DnE>

### 36.2 Поляризация диэлектриков

Заряды, входящие в состав диэлектрика, называются связанными. Покинуть пределы молекулы связанные заряды не могут. Под действием электрического поля связанные заряды могут лишь смещаться относительно положений равновесия.

Если внешнее электрическое поле отсутствует, то дипольные моменты молекул диэлектрика или равны нулю (неполярные молекулы), или распределены по направлениям в пространстве хаотическим образом (полярные молекулы). В обоих случаях суммарный дипольный момент диэлектрика равен нулю.

При помещении диэлектрика во внешнее электрическое поле его молекулы приобретают дипольные моменты или поворачиваются так, что их дипольные моменты устанавливаются по направлению поля. В результате диэлектрик приобретает дипольный момент

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i, \tag{36.1}$$

где  $\vec{p}_i$  – дипольный момент одной молекулы.

Это означает, что в диэлектрике под действием электрического поля возникают *поляризационные заряды*.

Возникновение в диэлектрике поляризационного заряда под действием электрического поля называется *поляризацией диэлектрика*.

Для количественного описания поляризации диэлектрика вводят векторную величину, которую называют поляризованностью.

**Поляризованность** ( $\vec{P}_V$ ) – векторная физическая величина, численно равная дипольному моменту единицы объёма диэлектрика:

$$\vec{P}_V = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i, \quad (36.2)$$

где  $\Delta V$  – физически бесконечно малый объём, взятый вблизи рассматриваемой точки.

$$[P_V] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

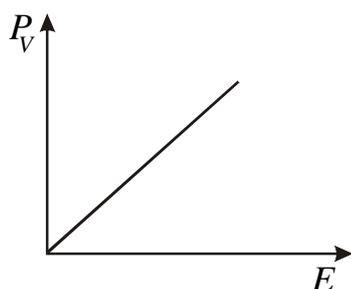


Рисунок 36.4

В слабых полях поляризованность изотропных диэлектриков пропорциональна напряжённости электрического поля (рис. 36.4) в той же точке:

$$\vec{P}_V = \chi \epsilon_0 \vec{E}, \quad (36.3)$$

где  $\chi$  – диэлектрическая восприимчивость среды – величина, характеризующая электрические свойства диэлектрика.

Диэлектрическая восприимчивость  $\chi$  величина безразмерная, всегда положительная, для большинства диэлектриков численное значение составляет несколько единиц.

### Посмотрите лекционную демонстрацию:

Притяжение предметов к наэлектризованному телу.

<http://www.youtube.com/watch?v=RSBB8kfWXaM>

### 36.3 Поле внутри диэлектрика

Рассмотрим две бесконечные параллельные плоскости с равными по величине, но разными по знаку зарядами. Между пластинами возникает однородное электрическое поле напряжённостью  $\vec{E}_0$ . Напряжённость поля в вакууме будет определяться зарядами на пластинах (см. формулу 34.10)

$$E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0},$$

где  $\sigma$  – поверхностная плотность заряда на пластинах.

Внесем в это поле пластинку из диэлектрика (рис. 36.5). В результате поляризации на левой грани диэлектрика образуется избыток отрицательных поляризационных (связанных) зарядов с поверхностной плотностью  $-\sigma'$ . На правой грани – избыток положительных с поверхностной плотностью  $+\sigma'$ . Связанные заряды создают дополнительное электрическое поле напряжённостью  $\vec{E}_i$

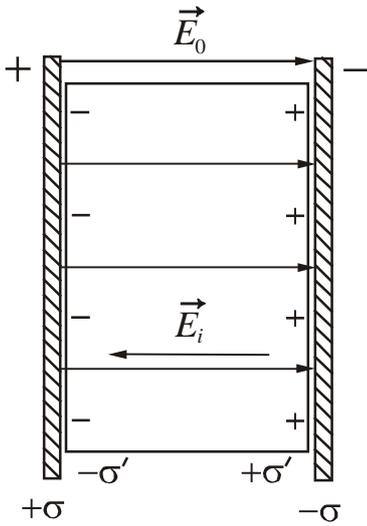


Рисунок 36.5

Напряжённость  $\vec{E}_i$  поля связанных зарядов направлена против внешнего поля  $\vec{E}_0$ . Результирующее поле внутри диэлектрика

$$E = E_0 - E_i. \quad (36.4)$$

Учитывая то, что поляризованность пропорциональна напряжённости электрического поля (см. формулу (36.3)), можно получить следующее соотношение:

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi}. \quad (36.5)$$

Безразмерная величина

$$\varepsilon = 1 + \chi \quad (36.7)$$

называется диэлектрической проницаемостью среды. Тогда напряжённость поля внутри диэлектрика

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}. \quad (36.8)$$

Таким образом, диэлектрик всегда ослабляет электрическое поле.

**Диэлектрическая проницаемость среды** – это характеристика вещества, которая показывает, во сколько раз поле внутри однородного диэлектрика меньше, чем в вакууме.

### §37 Проводники в электрическом поле

**Проводники** – вещества, в которых имеются носители заряда, способные перемещаться под действием сколь угодно малой силы.

Внесем проводник в электрическое поле. Под действием поля носители заряда в проводнике начинают перемещаться. В результате их перемещения концы проводника приобретают заряды противоположно знака (рис. 37.1). Их называют

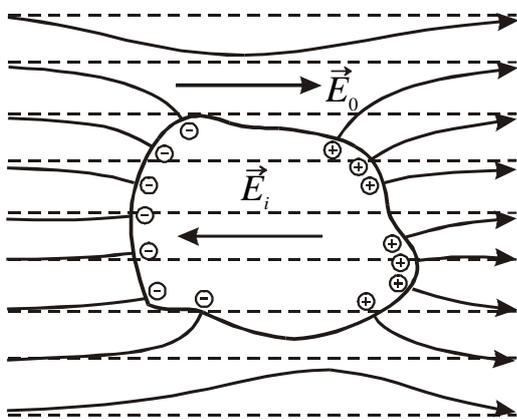


Рисунок 37.1

**индуцированными**. Поле индуцированных зарядов  $\vec{E}_i$  противоположно направлению внешнего поля  $\vec{E}_0$ . Перераспределение зарядов происходит до тех пор, пока напряжённость поля внутри проводника не станет равной нулю

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i,$$

$$E = E_0 - E_i = 0,$$

а линии напряжённости вне проводника – перпендикулярными к поверхности. Поэтому в случае равновесия зарядов потенциал  $\varphi$  во всех точках проводника будет иметь одно и то же значение.

Индукцированные заряды распределяются по внешней поверхности проводника. Если внутри проводника сделать полость, то напряжённость поля в этой полости равна нулю, независимо от того, какое поле имеется снаружи.

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Сетка Кольбе.

<http://www.youtube.com/watch?v=NMb3E2Ar4L0>

2. Клетка Фарадея.

<http://www.youtube.com/watch?v=63TtyTc9flo>

**§38 Электроёмкость. Энергия электрического поля**

**38.1 Электроёмкость уединённого проводника**

Если уединённому проводнику сообщить заряд  $dq$ , то потенциал этого проводника изменится. Изменение потенциала  $d\varphi$  пропорционально сообщённому заряду:

$$d\varphi = \frac{1}{C} dq, \tag{38.1}$$

где  $C$  – коэффициент пропорциональности, называемый электрической ёмкостью.

**Электрическая ёмкость (электроёмкость)** – это скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника накапливать электрический заряд и численно равная заряду, сообщенному проводнику изменяет его потенциал на один вольт:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \tag{38.2}$$

$$[C] = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \text{Ф} \quad (\text{фарад}).$$

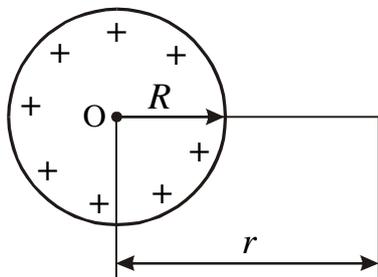


Рисунок 38.1

Фарад – это очень большая величина. Такой ёмкостью обладал бы шар радиуса  $9 \cdot 10^9$  м, т.е. радиуса в 1500 раз больше радиуса Земли.

На практике ёмкость измеряют в миллифарадах (мФ), микрофарадах (мкФ), нанофарадах (нФ) и пикофарадах (пФ).

Электроёмкость зависит от геометрии проводника и диэлектрической проницаемости среды, окружающей проводник.

*Пример.* Электроёмкость уединённой проводящей сферы (рис. 38.1).

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R. \tag{38.3}$$

**Посмотрите лекционную демонстрацию:**

Влияние диэлектрика на электроёмкость.

<http://www.youtube.com/watch?v=ERsFC-sXfho>

**38.2 Конденсаторы**

Уединённые проводники имеют небольшую ёмкость. Например, шар размером с Землю имеет ёмкость 700 мкФ. На практике необходимы устройства, способные накапливать на себе («конденсировать») большие заряды. Их называют конденсаторами.

**Конденсатор** – это система из двух проводников, заряженных разноимённо, равными по абсолютному значению зарядами. Проводники расположены близко друг к другу и разделены диэлектриком.

Условное обозначение на схемах: 

Образующие конденсатор проводники называют обкладками. Чтобы внешние тела не оказывали влияния на ёмкость конденсатора, обкладкам придают такую форму и так их располагают, чтобы поле было сосредоточено внутри конденсатора. Этому условию отвечают:

- две пластины, расположенные близко друг к другу;
- два коаксиальных цилиндра;
- две концентрические сферы.

Соответственно, по форме конденсаторы бывают:

- плоские;
- цилиндрические;
- сферические.

Основной характеристикой конденсатора является электроёмкость  $C$ . По определению, электроёмкость равна отношению заряда на конденсаторе к разности потенциалов между обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \tag{38.4}$$

где  $\varphi_1 - \varphi_2 = U$  – напряжение между обкладками;

$q$  – заряд положительной обкладки.

Величина электроёмкости конденсатора определяется формой и размерами обкладок и величиной зазора между ними, а также диэлектрическими свойствами среды, заполняющей пространство между обкладками.

Формулы для расчёта электроёмкости некоторых видов конденсаторов.

1. Плоский конденсатор (рис. 38.2).

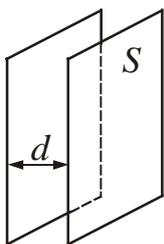


Рисунок 38.2

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \tag{38.5}$$

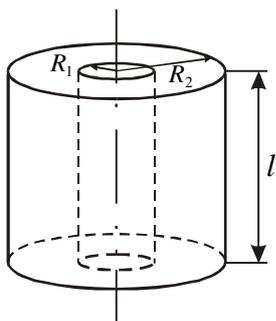
где  $S$  – площадь обкладки;  
 $d$  – расстояние между обкладками;  
 $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды (диэлектрика), которая находится между обкладками.

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Зависимость электроёмкости плоского конденсатора от его геометрических параметров.

<http://www.youtube.com/watch?v=1N9Xkl-dd8k>

2. Цилиндрический конденсатор (рис. 38.3).



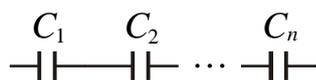
$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}, \quad (38.6)$$

где  $l$  – длина конденсатора;

$R_1$  и  $R_2$  – радиусы внутренней и внешней обкладок.

Помимо ёмкости каждый конденсатор характеризуется предельным напряжением  $U_{\max}$ , которое можно прикладывать к обкладкам конденсатора, не опасаясь пробоя. При превышении этого напряжения между обкладками проскакивает искра, в результате чего разрушается диэлектрик и конденсатор выходит из строя.

При последовательном соединении конденсаторов (рис. 38.4) они соединяются разноимённо заряженными обкладками. При этом выполняются следующие соотношения:

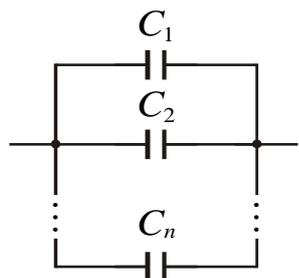


$$\begin{aligned} q_{\text{общ}} &= q_1 = q_2 = \dots = q_n \\ U &= U_1 + U_2 + \dots + U_n \\ \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \end{aligned} \quad (38.7)$$

Рисунок 38.4

Результирующая ёмкость всегда меньше минимальной электроёмкости, входящей в батарею. При последовательном соединении уменьшается возможность пробоя конденсаторов, потому что на каждом конденсаторе имеется лишь часть общей разности потенциалов, поданной на всю батарею.

При параллельном соединении конденсаторов (рис. 38.5) соединяются одноимённые обкладки. При этом выполняются соотношения:



$$\begin{aligned} q_{\text{общ}} &= q_1 + q_2 + \dots + q_n \\ U &= U_1 = U_2 = \dots = U_n \\ C &= C_1 + C_2 + \dots + C_n \end{aligned} \quad (38.8)$$

Рисунок 38.5

Параллельное соединение конденсаторов используют для получения больших ёмкостей.

### 38.3 Энергия электрического поля

1. Энергия заряженного уединённого проводника.

Пусть имеется уединённый проводник. Обозначим:

$q$  – заряд проводника,  $C$  – ёмкость,  $\varphi$  – потенциал.

Если перенести заряд  $q$  из бесконечности на незаряженный уединённый проводник, то он приобретет энергию

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}. \quad (38.9)$$

2. Энергия заряженного конденсатора.

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией. Энергия заряженного конденсатора определяется соотношениями:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}. \quad (38.10)$$

Формулу для энергии поля конденсатора можно преобразовать, используя величины, характеризующие электрическое поле.

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V, \quad (38.11)$$

где  $V = Sd$  – объём конденсатора.

Если поле однородно (что имеет место в плоском конденсаторе), то заключенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной плотностью.

Величина, равная отношению энергии поля к занимаемому объёму, называется **объёмной плотностью энергии**.

$$w = \frac{W}{V}. \quad (38.12)$$

Для электрического поля:

$$w_{\text{эл}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \quad (38.13)$$

Формула (38.10) связывает энергию с ёмкостью конденсатора, а формула (38.13) – плотность энергии с напряжённостью электрического поля.

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Энергия заряженного конденсатора.

<https://www.youtube.com/watch?v=4HPhCLOWAAs&index=1>

### §39 Электрический ток. Характеристики тока

**Электрическим током** называется упорядоченное движение электрических зарядов.

Для протекания тока необходимо наличие в проводнике (или в данной среде) **носителей заряда** – заряженных частиц, которые могут перемещаться в пределах всего проводника. Ими могут быть электроны, ионы или макроскопические частицы, несущие на себе заряд. Ток возникает при условии, что внутри проводника существует электрическое поле.

Ток, возникающий в проводящих средах, называется **током проводимости**. Примером тока проводимости является ток в металлах. Для существования постоянного электрического тока проводимости необходимо выполнение следующих условий:

1. Наличие свободных носителей заряда.
2. Наличие внешнего электрического поля, энергия которого должна расходоваться на упорядоченное перемещение электрических зарядов.
3. Цепь постоянного тока проводимости должна быть замкнутой.

Количественной характеристикой электрического тока является сила тока.

**Сила тока** ( $i$ ) – скалярная физическая величина, численно равная заряду, переносимому через поперечное сечение проводника за единицу времени.

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (39.1)$$

$[i] = \text{A}$  (ампер).

За направление тока принимается направление перемещения положительных зарядов. Если сила тока и его направление не изменяются, то ток называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}. \quad (39.2)$$

Другой характеристикой тока является плотность тока.

**Плотность тока** ( $\vec{j}$ ) – векторная физическая величина, численно равная электрическому заряду, переносимому за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению движения носителей тока.

$$j = \frac{dq}{dtdS_{\perp}} = \frac{di}{dS_{\perp}}; \quad (39.3)$$

Для постоянного тока

$$j = \frac{I}{S}, \quad (39.4)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения проводника.

$$[j] = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

За направление вектора плотности тока принимается направление движения положительных носителей тока.

$$\vec{j} = j \cdot \frac{\vec{v}}{v}, \quad (39.5)$$

где  $\vec{v}$  – скорость движения положительных частиц.

Зная вектор плотности тока в каждой точке пространства, можно найти силу тока через произвольное сечение  $S$ :

$$i = \int_S \vec{j} d\vec{S}. \quad (39.6)$$

### §40 Электродвижущая сила. Напряжение

Если в цепи на носители заряда действуют только силы электростатического поля, то потенциал всех точек поля выравнивается, и электростатическое поле внутри проводника исчезает. Чтобы поддерживать ток длительное время, в цепи должно работать устройство, которое способно создавать и поддерживать разность потенциалов за счёт работы сил неэлектростатического происхождения. Это устройство называют *источником тока*. Работа совершается за счёт некоторого запаса механической, тепловой или химической энергии.

Силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называются *сторонними*.

Полная работа по перемещению заряда

$$A = A_{\text{кул}} + A_{\text{стор}}. \quad (40.1)$$

Разделим обе части на величину переносимого заряда  $q$ :

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{\text{кул}}}{q} + \frac{A_{\text{стор}}}{q}. \quad (40.2)$$

Величина, равная отношению полной работы, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении заряда, к величине заряда называется *напряжением* на данном участке.

$$U = \frac{A}{q}. \quad (40.3)$$

Величина, равная отношению работы, совершаемой сторонними силами при перемещении заряда, к величине этого заряда называется *электродвижущей силой (эдс)*

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q}. \quad (40.4)$$

$$\frac{A_{\text{кул}}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (40.5)$$

Подставив записанные выражения в (40.2), получим:

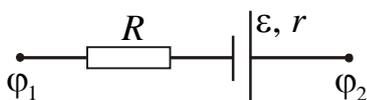


Рисунок 40.1

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \quad (40.6)$$

Напряжение на участке цепи (рис. 40.1) равно сумме разности потенциалов и электродвижущей силы.

Участок, на котором на носители заряда действуют сторонние силы, называют *неоднородным*. Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называют *однородным*.

Для однородного участка ( $\varepsilon = 0$ ):

$$U = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (40.7)$$

т.е. напряжение на однородном участке совпадает с разностью потенциалов на концах участка.

## §41 Закон Ома

### 41.1 Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление

Немецкий физик Г. Ом экспериментально установил закон, согласно которому *сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению на этом проводнике*.

$$I = \frac{U}{R}, \quad (41.1)$$

где  $R$  – электрическое сопротивление.

$[R] = \text{Ом}$ .

*Электрическое сопротивление* ( $R$ ) – скалярная физическая величина, характеризующая свойство проводника противодействовать пропусканию электрического тока и равная отношению напряжения  $U$  на концах проводника к силе тока  $I$ , протекающего по нему:

$$R = \frac{U}{I}. \quad (41.2)$$

Сопротивление проводника зависит от материала проводника и его геометрических размеров. Для однородного цилиндрического проводника оно может быть рассчитано по формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (41.3)$$

где  $l$  – длина проводника,

$S$  – площадь поперечного сечения проводника;

$\rho$  – удельное электрическое сопротивление.

**Удельное электрическое сопротивление проводника** – величина, характеризующая материал проводника и численно равная сопротивлению однородного цилиндрического проводника единичной длины и единичной площади поперечного сечения.

$$[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}.$$

Сопротивление металлов линейно возрастает с ростом температуры.

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (41.4)$$

где  $R$  – сопротивление при температуре  $t^\circ\text{C}$ ,

$R_0$  – сопротивление при  $0^\circ\text{C}$ ,

$\alpha$  – температурный коэффициент сопротивления.

**Температурный коэффициент** характеризует температурную стабильность материала и численно равен относительному изменению сопротивления проводника при изменении температуры на 1 К. Для чистых металлов температурный коэффициент представляет величину порядка  $\alpha \approx 0,004 \text{ К}^{-1}$ .

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Зависимость сопротивления металлов от температуры.

<http://www.youtube.com/watch?v=NL1vjrwQNX8>

2. Опыты с жидким азотом: уменьшение сопротивления металла.

<http://www.youtube.com/watch?v=kjhNxoMrN7c>

Величина  $G$ , обратная сопротивлению, называется **электропроводимостью**.

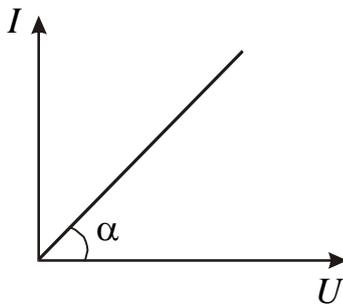


Рисунок 41.1

$$G = \frac{1}{R}. \quad (41.5)$$

$$[G] = \frac{1}{\text{Ом}} = \text{См} \text{ (сименс)}.$$

**Удельная электрическая проводимость (электропроводность)**  $\sigma$  связана с удельным электрическим сопротивлением  $\rho$  соотношением:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (41.6)$$

$$[\sigma] = \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}} = \frac{\text{См}}{\text{м}}.$$

Зависимость силы тока от напряжения называется **вольт-амперной характеристикой (ВАХ)**. Для металлов эта зависимость имеет линейный характер (рис. 41.1).

При последовательном соединении проводников конец предыдущего проводника соединяется с началом последующего и между проводниками ток не разветвляется (рис. 41.2).

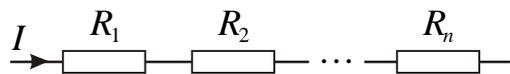


Рисунок 41.2

$$\begin{aligned}
 I &= I_1 = I_2 = \dots = I_n \\
 U &= U_1 + U_2 + \dots + U_n \\
 R &= R_1 + R_2 + \dots + R_n
 \end{aligned}
 \tag{41.7}$$

Если  $n$  проводников сопротивлением  $R_1, R_2, \dots, R_n$  соединены между собой последовательно, то через проводники течет одинаковый ток и напряжение на концах соединения равно сумме напряжений на отдельных проводниках.

Если начала проводников соединены в одной точке (узле), а концы в другой, то соединение называют параллельным (рис. 41.3).

При параллельном соединении проводников сила тока в неразветвлённой части цепи равна сумме сил токов, текущих в разветвлённых участках цепи, напряжение на параллельно соединённых участках цепи одинаково.

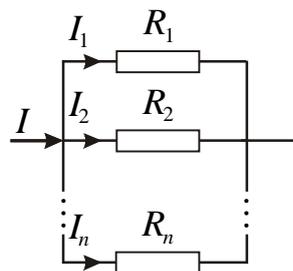


Рисунок 41.3

$$\begin{aligned}
 I &= I_1 + I_2 + \dots + I_n \\
 U &= U_1 = U_2 = \dots = U_n \\
 \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}
 \end{aligned}
 \tag{41.8}$$

### 41.2 Закон Ома для неоднородного участка

Напряжение между двумя точками электрической цепи равно сумме разности потенциалов и электродвижущей силы:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon.$$

Тогда

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R}, \tag{41.9}$$

или

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \tag{41.10}$$

Выражение (41.10) называется законом Ома для неоднородного участка.

При отсутствии сторонних сил величины  $U$  и  $\varphi_1 - \varphi_2$  совпадают. Поэтому в задачах электростатики и задачах на ток, где рассматриваются участки цепи, не содержащие эдс, понятия напряжения и разности потенциалов часто отождествляют.

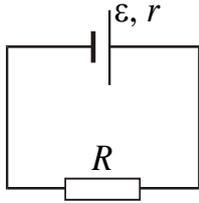


Рисунок 41.4

Если цепь содержит источник тока, эдс которого  $\varepsilon$ , и при этом замкнута, то  $\varphi_1 = \varphi_2$ . Для замкнутой цепи (рис. 41.4) закон Ома примет вид:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \tag{41.11}$$

где  $r$  – сопротивление источника тока;  
 $R$  – сопротивление нагрузки;  
 $(R+r)$  – полное сопротивление цепи.

### 41.3 Закон Ома в дифференциальной форме

Преобразуем закон Ома для участка цепи. Заменим силу тока через плотность тока:

$$I = jS;$$

напряжение на концах проводника – через напряжённость поля:

$$U = El;$$

сопротивление – через геометрические размеры проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Сделаем подстановку в формулу (41.1). Проведя сокращения, получим

$$j = \frac{E}{\rho}. \tag{41.12}$$

С учетом формулы (41.6) выражение (41.12) можно переписать в виде:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \tag{41.13}$$

**Плотность тока пропорциональна напряжённости поля в данной точке проводника.** Это выражение называется законом Ома в дифференциальной форме.

### §42 Разветвлённые цепи. Правила Кирхгофа

Для расчёта разветвлённых электрических цепей постоянного тока используют правила Кирхгофа. Этих правил два. Первое относится к узлам цепи. **Узлом** называется точка, в которой сходится более чем два проводника – точка А на рис. 42.1.

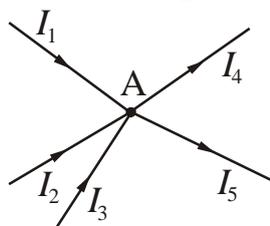


Рисунок 42.1

**Первое правило:** алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю, т.е.

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots = \sum_{i=1}^N I_i = 0. \tag{42.1}$$

Токи считаются положительными, если они подходят к узлу. Токи, отходящие от узла, считаются отрицательными.

Для узла А, изображённого на рис. 42.1, первое правило запишется следующим образом:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

**Второе правило:** в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвлённой электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов  $I_i$  на сопротивления  $R_i$  соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме имеющихся в контуре эдс:

$$\sum_{i=1}^N I_i R_i = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i, \quad (42.2)$$

где  $I_i$  – сила тока на  $i$ -м участке;  $R_i$  – активное сопротивление  $i$ -го участка;  $\varepsilon_i$  – эдс источников тока на  $i$ -м участке;  $N$  – число участков, содержащих активное сопротивление;  $k$  – число источников тока.

Расчёт разветвлённой цепи постоянного тока проводится в такой последовательности:

- 1) произвольно выбираются направления токов во всех участках цепи и направление обхода контура;
- 2) записываются  $(n-1)$  независимых уравнений правила узлов, где  $n$  – число узлов в цепи;

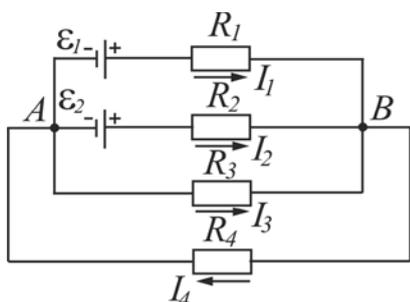


Рисунок 42.2

- 3) произвольные замкнутые контуры выделяются так, чтобы каждый новый контур содержал, по крайней мере, один участок цепи, не входящий в ранее рассмотренные контуры;
- 4) если токи совпадают с выбранным направлением обхода контура, то они считаются положительными. Эдс считаются положительными, если они повышают потенциал в направлении обхода контура.

Для контура  $AR_1BR_2A$  (рис. 42.2) второе правило Кирхгофа запишется следующим образом:

$$I_1(R_1 + r_1) - I_2(R_2 + r_2) = \varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$

где  $r_i$  – сопротивление  $i$ -го источника. Контур обходили по часовой стрелке.

### §43 Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

При упорядоченном движении заряженных частиц в проводнике электрическое поле совершает работу. Её принято называть **работой тока**.

Рассмотрим произвольный участок цепи постоянного тока, к концам которого приложено напряжение  $U$ . За время  $t$  через сечение проводника проходит заряд  $q = It$ . Это равносильно тому, что заряд  $It$  переносится за время  $t$  из одного конца проводника в другой. При этом силы электростатического поля и сторонние силы, действующие на данном участке, совершают работу:

$$A = Uq = UI t . \quad (43.1)$$

Разделив работу  $A$  на время  $t$ , за которое она совершается, получим мощность, развиваемую током на рассматриваемом участке цепи:

$$P = UI . \quad (43.2)$$

Эта мощность может расходоваться на совершение рассматриваемым участком цепи работы над внешними телами, на протекание химических реакций, на нагревание данного участка цепи и т.д.

Если проводник неподвижен и в нем не происходит химических превращений, то работа поля по перемещению зарядов идет на изменение внутренней энергии проводника, т.е. проводник нагревается. При этом выделяется количество тепла:

$$Q = A = IU t .$$

По закону Ома  $U = IR$ . Сделав замену, получаем

$$Q = I^2 R t . \quad (43.3)$$

Данное выражение называется законом Джоуля – Ленца.

**Посмотрите лекционные демонстрации:**

1. Плавкий предохранитель. Пережигание проволоки.

[http://www.youtube.com/watch?v=1SJ\\_NFRYPjg](http://www.youtube.com/watch?v=1SJ_NFRYPjg)

2. Закон Джоуля – Ленца. Цепочка из различных металлов.

<http://www.youtube.com/watch?v=N638UEoSRY0>

## ЧАСТЬ 4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

**Магнетизм** – особая форма взаимодействия между электрическими токами, между электрическими токами и магнитами и между магнитами. Магнитные свойства присущи в той или иной степени всем без исключения телам, поэтому при рассмотрении магнитных свойств веществ введен общий термин – *магнетики*.

### §44 Магнитное поле

#### 44.1 Характеристики магнитного поля

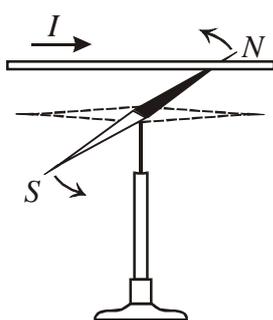


Рисунок 44.1

В 1820 году датский физик Эрстед обнаружил, что магнитная стрелка, расположенная параллельно прямолинейному проводнику, при пропускании через него постоянного тока  $I$  стремится расположиться перпендикулярно проводнику (рис. 44.1). При изменении направления тока стрелка поворачивалась на  $180^\circ$ . То же самое происходило, когда стрелка переносилась вверх и располагалась над проводом.

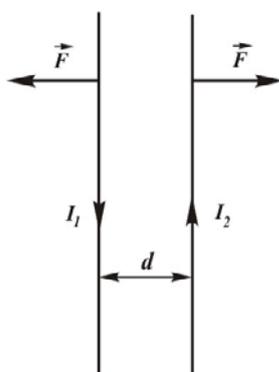


Рисунок 44.2

В том же году А. Ампер установил, что два проводника, расположенные параллельно друг другу, испытывают взаимное притяжение при пропускании через них тока в одном направлении и отталкиваются, если токи имеют противоположные направления (рис. 44.2). Сила взаимодействия проводников пропорциональна величине токов и обратно пропорциональна расстоянию между ними:

$$F \sim \frac{I_1 I_2}{d}.$$

Если проводник с током поместить между полюсами подковообразного магнита, то он будет или втягиваться, или выталкиваться из него в зависимости от направления тока (рис. 44.3). Сила действия со стороны магнитного поля пропорциональна силе тока и длине проводника:  $F \sim I \cdot l$ .

#### Посмотрите лекционные демонстрации.

1. Опыт Эрстеда со стрелкой.  
<http://www.youtube.com/watch?v=F4JL2vvYd8c>
2. Опыт Эрстеда с рамкой.  
<http://www.youtube.com/watch?v=PSrP8084urk>
3. Взаимодействие параллельных токов.  
<http://www.youtube.com/watch?v=g37PEIxgCVs>

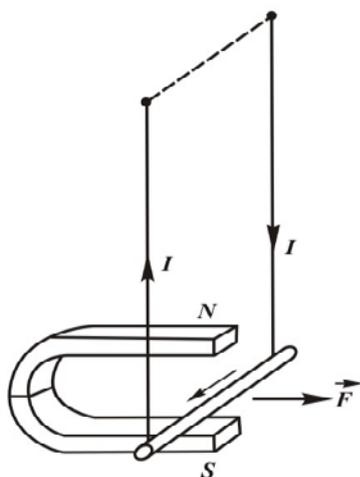


Рисунок 44.3

Таким образом, эксперименты показали, что вокруг проводников с током и постоянных магнитов существует **магнитное поле**, которое обнаруживается по его силовому действию на другие проводники с током, постоянные магниты, движущиеся электрические заряды. В отличие от электрического поля магнитное поле не оказывает действия на покоящийся заряд.

Для характеристики способности магнитного поля оказывать силовое действие на проводники с током вводится физическая величина, называемая **вектором магнитной индукции**.

Магнитное поле исследуют с помощью замкнутого контура с током. Контур должен иметь малые размеры по сравнению с расстояниями, на которых магнитное поле заметно изменяется (рис. 44.4 а). Подводящие проводники сплетают вместе, чтобы результирующая сила, действующая на них со стороны магнитного поля, была равна нулю.

Если пропустить ток через рамку и провод, то рамка поворачивается и располагается так, что провод оказывается в плоскости рамки (рис. 44.4 б). Тело поворачивается под действием момента сил. Если брать разные по площади рамки с разными токами, то моменты сил, действующие на эти рамки в данной точке поля, будут разными. Однако, отношение максимального момента сил к произведению силы тока в рамке на ее площадь будет для данной точки поля одним и тем же. Это отношение принимают в качестве величины, характеризующей магнитное поле, и называют индукцией магнитного поля в данной точке.

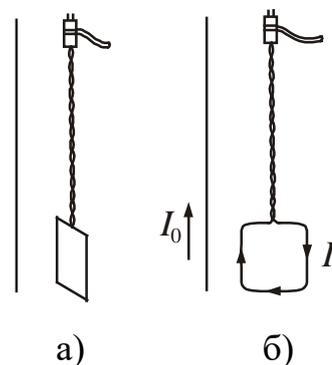


Рисунок 44.4

**Магнитная индукция ( $\vec{B}$ )** – векторная физическая величин, силовая характеристика магнитного поля, численно равная отношению максимального момента сил  $M_{\max}$ , действующего на рамку с током со стороны магнитного поля, к произведению силы тока  $I$  в рамке на ее площадь  $S$ :

$$B = \frac{M_{\max}}{IS}. \quad (44.1)$$

Из опытов Ампера следует, что на проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила, пропорциональная силе тока в проводнике и длине проводника. Поэтому можно дать другое определение магнитной индукции.

**Магнитная индукция ( $\vec{B}$ )** – векторная физическая величин, силовая характеристика магнитного поля, численно равная отношению максимального значения силы, действующей на проводник с током, к произведению силы тока  $I$  в нем на длину проводника  $l$ :

$$B = \frac{F_{\max}}{Il}. \quad (44.2)$$

$$[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{А} \cdot \text{с}^2} = \text{Тл (тесла)}$$

Кроме вектора магнитной индукции для характеристики магнитного поля используют вспомогательную величину  $\vec{H}$ , называемую напряжённостью магнитного поля. Магнитная индукция и напряжённость связаны между собой соотношением:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (44.3)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная;

$\mu$  – относительная магнитная проницаемость среды;

$H$  – напряжённость магнитного поля.

**Магнитная проницаемость среды**  $\mu$  – это физическая величина, показывающая, во сколько раз магнитная индукция поля в данной среде отличается от магнитной индукции поля в вакууме. Для вакуума  $\mu=1$ .

**Напряжённость магнитного поля**  $\vec{H}$  – векторная величина, являющаяся количественной характеристикой магнитного поля. Напряжённость магнитного поля определяет тот вклад в магнитную индукцию, который дают внешние источники поля.

$[H] = \text{А/м}$ .

#### 44.2 Графическое изображение магнитных полей

Графически магнитные поля можно изображать с помощью линий магнитной индукции (силовых линий магнитного поля).

Линия, в любой точке которой вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  направлен по касательной к ней, называется **линией магнитной индукции (силовой линией магнитного поля)**.

Линии индукции магнитного поля ни в одной точке поля не обрываются, т.е. они всегда непрерывны. Они не имеют ни начала, ни конца. Векторное поле, имеющее непрерывные силовые линии, называется **вихревым полем**. Магнитное поле – это вихревое поле.

Линии индукции прямого проводника с током, кругового тока, поля, создаваемого постоянным магнитом, представлены на рис. 44.5, 44.6, 44.7.

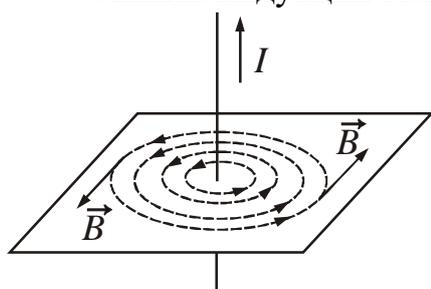


Рисунок 44.5

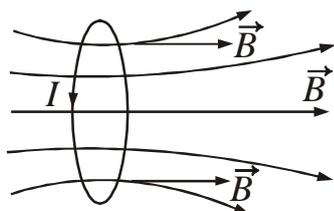


Рисунок 44.6

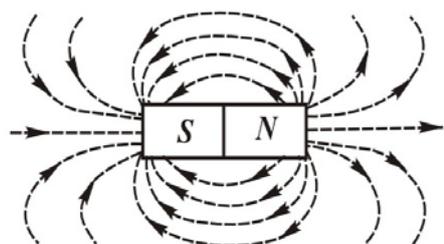


Рисунок 44.7

Если во всех точках некоторой части пространства вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  не изменяет своего направления и численного значения, то магнитное поле в этой части пространства называется *однородным*. В противном случае магнитное поле является неоднородным.

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Магнитное поле токов различных конфигураций. Силовые линии магнитного поля.

<http://www.youtube.com/watch?v=xPic6xzv6wc>

**§45 Расчёт магнитных полей. Закон Био-Савара-Лапласа**

**45.1 Закон Био – Савара – Лапласа**

В 1820 году французскими учеными Био, Саваром и Лапласом был установлен закон, позволяющий определить магнитную индукцию  $d\vec{B}$  поля, создаваемого элементом тока. Под элементом тока понимают произведение тока  $I$  на элемент длины  $d\vec{l}$  проводника.

По закону Био – Савара – Лапласа индукция  $d\vec{B}$  магнитного поля, создаваемого элементом тока  $I d\vec{l}$  в произвольной точке А, определяется выражением:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \tag{45.1}$$

В скалярном виде:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}, \tag{45.2}$$

где  $\alpha$  – угол между направлениями элемента тока и радиус-вектора  $\vec{r}$ , идущего от элемента тока к точке, в которой определяется индукция (рис. 45.1).

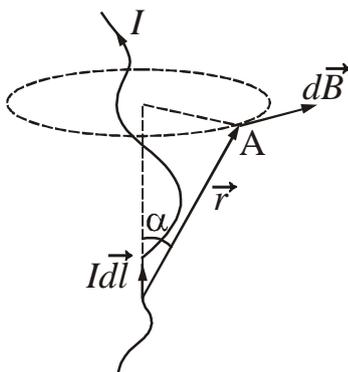


Рисунок 45.1

Аналогичные формулы можно записать для напряжённости магнитного поля:

$$d\vec{H} = \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}, \tag{45.3}$$

$$dH = \frac{I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \tag{45.4}$$

Магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма полей, создаваемых элементарными участками токов:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}.$$

Если магнитное поле создается системой проводников с током, то индукция результирующего поля в любой его точке также равна векторной сумме индукций магнитных полей, создаваемых каждым током в отдельности:

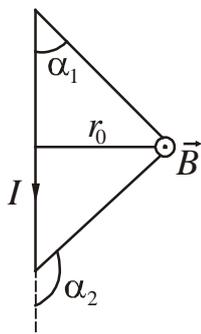
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n. \quad (45.5)$$

Данное утверждение носит название принципа суперпозиции полей.

Закон Био – Савара – Лапласа применяют для расчёта полей, создаваемых проводниками правильной геометрической формы в вакууме.

### 45.2 Примеры расчёта магнитных полей

#### 1. Магнитное поле, создаваемое отрезком проводника с током



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (45.6)$$

Углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  обозначены на рис. 45.2.  $r_0$  – кратчайшее расстояние от проводника до точки. Вектор индукции  $\vec{B}$  перпендикулярен плоскости чертежа, направлен к нам и, поэтому, изображен точкой.

Для бесконечно длинного проводника ( $r_0 \ll l$ ,  $l$  – длина проводника) можно считать, что  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = \pi$ . Тогда:

Рисунок 45.2

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}, \quad (45.7)$$

где  $r_0$  – расстояние от проводника с током до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Аналогичную формулу можно записать для напряжённости магнитного поля:

$$H = \frac{I}{2\pi r_0}. \quad (45.8)$$

#### 2. Магнитное поле, создаваемое круговым током на его оси.

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}, \quad (45.9)$$

$R$  – радиус витка,  $x$  – расстояние от центра витка до точки А, расположенной на оси кругового тока.

Аналогичную формулу можно записать для напряжённости магнитного поля:

$$H = \frac{IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (45.10)$$

При  $x=0$  получим выражение для расчёта индукции в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (45.11)$$

Напряжённость магнитного поля в центре кругового тока:

$$H = \frac{I}{2R}. \quad (45.12)$$

### 3. Магнитное поле соленоида конечной длины.

Соленоид представляет собой провод, навитый на круглый цилиндрический каркас. На рис. 45.3 показано сечение соленоида. Внутри соленоида направление индукции  $\vec{B}$  совпадает с направлением оси.

Индукция магнитного поля в произвольной точке А, лежащей на его оси соленоида конечной длины рассчитывается по формуле:

$$B = \frac{\mu_0 I n}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (45.13)$$

где  $n = \frac{N}{l}$  – число витков на единицу длины соленоида (плотность намотки);  
 $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  – углы, под которыми из точки А видны концы соленоида (рис. 45.3).

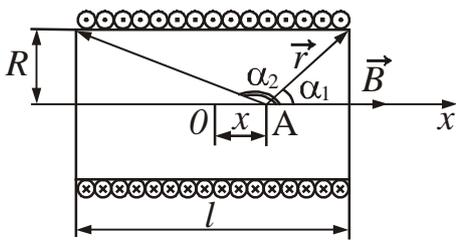


Рисунок 45.3

Напряжённость магнитного поля в произвольной точке на оси соленоида конечной длины

$$H = \frac{I n}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (45.14)$$

Если  $l \gg R$ , то соленоид считается бесконечно длинным. Для бесконечно длинного соленоида  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = \pi$ . Тогда:

$$B = \mu_0 I n. \quad (45.15)$$

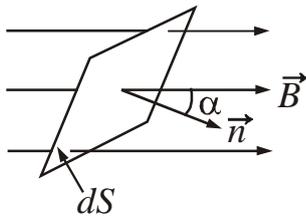
Соответственно, напряжённость магнитного поля внутри бесконечно длинного соленоида:

$$H = I n. \quad (45.16)$$

## §46 Законы магнитного поля

### 46.1 Магнитный поток

**Потоком вектора магнитной индукции или магнитным потоком ( $d\Phi$ )** **сквозь площадку  $dS$  называется скалярная физическая величина**



$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = BdS \cos \alpha, \quad (46.1)$$

где  $d\vec{S} = \vec{n}dS$ ,  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к площадке;  $\alpha$  – угол между направлением нормали  $\vec{n}$  и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$  (рис. 46.1).

Рисунок 46.1

$$[\Phi] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб} \text{ (вебер)}.$$

Магнитный поток сквозь произвольную поверхность  $S$ :

$$\Phi = \iint_S \vec{B}d\vec{S}. \quad (46.2)$$

Если поле однородно ( $\vec{B} = \text{const}$ ), а поверхность плоская, то

$$\Phi = BS \cos \alpha. \quad (46.3)$$

### 46.2 Теорема Гаусса для магнитного поля

Теорема Гаусса для магнитного поля является обобщением опытных данных. Согласно теореме Гаусса:

**Поток вектора  $\vec{B}$  сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю:**

$$\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0. \quad (46.4)$$

Теорема Гаусса отражает тот экспериментальный факт, что линии вектора  $\vec{B}$  не имеют ни начала, ни конца. Поэтому число линий вектора  $\vec{B}$ , выходящих из любого объёма, ограниченного **замкнутой** поверхностью  $S$ , всегда равно числу линий, входящих в этот объём.

Формула (46.4) выражает также и тот факт, что в природе не существуют единичные магнитные заряды, на которых начинались бы или заканчивались линии вектора  $\vec{B}$ .

### 46.3 Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока

**Циркуляцией** вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  по замкнутому контуру  $l$  называется интеграл вида:

$$\oint_l \vec{B}d\vec{l} = \oint_l Bdl \cos(\vec{B}, d\vec{l}), \quad (46.5)$$

где  $l$  – замкнутый контур произвольной формы,

$d\vec{l}$  – вектор элементарной длины контура, направленный по обходу контура.

Согласно закону полного тока:

**Циркуляция вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  в вакууме по произвольному замкнутому контуру  $l$  равна произведению магнитной постоянной  $\mu_0$  на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром.**

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k, \quad (46.6)$$

где  $N$  – число проводников с током, охватываемых контуром  $l$  произвольной формы.

Закон справедлив для проводников с током любой формы и любых размеров. При вычислении алгебраической суммы токов ток считается положительным, если его направление связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта. Ток противоположного направления считается отрицательным.

Закон полного тока можно сформулировать для напряжённости магнитного поля:

**Циркуляция вектора напряжённости магнитного поля  $\vec{H}$  по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром.**

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^N I_k. \quad (46.7)$$

## §47 Действие магнитного поля на проводник с током

### 47.1 Закон Ампера

Обобщив экспериментальные данные по исследованию действия магнитного поля на различные проводники с током, Ампер установил, что **сила  $d\vec{F}$ , с которой магнитное поле действует на элемент тока, равна векторному произведению элемента тока  $Id\vec{l}$  на магнитную индукцию  $\vec{B}$ .**

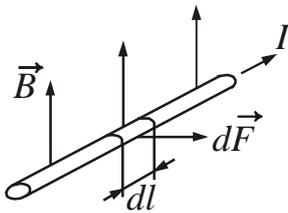


Рисунок 47.1

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}, \quad (47.1)$$

$$dF = IBdl \sin \alpha, \quad (47.2)$$

где  $\alpha$  – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$  (рис. 47.1).

Направление силы  $d\vec{F}$  определяют по правилу векторного произведения. На практике чаще применяют мнемоническое правило левой руки: если расположить ладонь левой руки так, чтобы вектор магнитной индукции входил в ладонь, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока, то отставленный на  $90^\circ$  большой палец укажет направление силы, действующей на проводник с током в магнитном поле (рис. 47.1).

Если проводник имеет конечные размеры, то

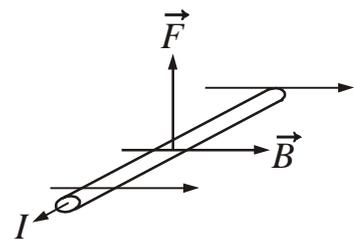


Рисунок 47.2

$$F = \int_l d\vec{F} = \int_l Id\vec{l} \times \vec{B}. \quad (47.3)$$

Примеры:

1. Сила, действующая на прямолинейный проводник с током в однородном магнитном поле (рис. 47.2). Для однородного поля  $\vec{B} = \text{const}$ .

$$F = IBl \sin \alpha, \quad (47.4)$$

где  $l$  – длина проводника.

$\alpha$  – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции.

2. Сила взаимодействия двух бесконечно длинных прямых токов (рис. 47.3).

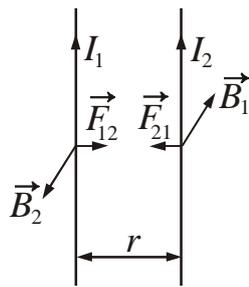


Рисунок 47.3

Из опытов Ампера следует, что

- параллельные токи одного направления притягиваются;
- параллельные токи противоположных направлений отталкиваются.

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}. \quad (47.5)$$

Можно показать, что сила  $F_{21}$ , с которой первый ток действует на второй, равна и противоположна силе  $F_{12}$ , с которой второй ток действует на первый.

Сила, действующая на единицу длины проводника:

$$F_l = \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}. \quad (47.6)$$

На основании формулы (47.6) дается определение единицы силы тока – амперу.

*Ампер – это сила такого неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызывал бы между этими проводниками силу взаимодействия, равную  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на каждый метр длины проводника.*

**Посмотрите лекционную демонстрацию.**

Тележка Эйхенвальда (Сила Ампера).

<http://www.youtube.com/watch?v=YBiWiNcLQQI>

**47.2 Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле**

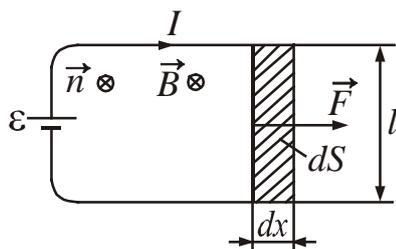


Рисунок 47.4

Рассмотрим цепь с током, образованную неподвижными проводами и скользящим по ним подвижным проводником длиной  $l$  (рис. 47.4). Цепь находится в однородном магнитном поле ( $\vec{B} = \text{const}$ ), направленном перпендикулярно к плоскости чертежа. По закону Ампера на проводник действует сила, которая совершает работу по перемещению проводника. Если

ток в проводнике постоянный ( $I = \text{const}$ ). то

$$A = I\Delta\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1), \quad (47.7)$$

где  $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$  – изменение магнитного потока.

## §48 Магнитный момент. Контур с током в магнитном поле

### 48.1 Магнитный момент

*Магнитным моментом ( $\vec{p}_m$ ) плоского замкнутого контура с током  $I$  называется векторная физическая величина, численно равная произведению тока  $I$  на площадь контура  $S$ :*

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS, \quad (48.1)$$

где  $\vec{n}$  – единичный вектор положительной нормали к поверхности, ограниченной этим контуром. Положительной называется нормаль, направление которой связано с направлением тока в контуре правилом правого винта. Поэтому вектор  $\vec{p}_m$  направлен перпендикулярно плоскости контура так, что из его конца ток в контуре виден идущим против часовой стрелки (рис. 48.1).

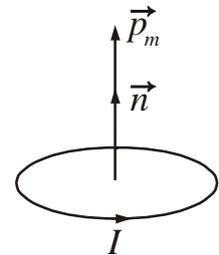


Рисунок 48.1

$$[p_m] = A \cdot \text{м}^2.$$

Магнитным моментом определяется как поле, создаваемое контуром, так и поведение контура во внешнем магнитном поле.

### 48.2 Вращающий момент, создаваемый силами, приложенными к контуру

Рассмотрим плоский контур, находящийся в однородном магнитном поле ( $\vec{B} = \text{const}$ ). Пусть контур ориентирован так, что линии магнитной индукции параллельны плоскости контура (рис. 48.2). На стороны 1–2 и 3–4 контура по закону Ампера действуют равные по величине силы  $\vec{F}_{12}$  и  $\vec{F}_{34}$ .

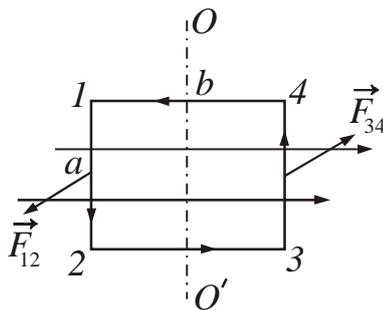


Рисунок 48.2

Силы, приложенные к противоположным сторонам, образуют пару сил. В результате контур поворачивается относительно оси  $OO'$ .

Вектор вращающего момента  $\vec{M}$  равен

$$M = IB S \sin \varphi. \quad (48.2)$$

где  $\varphi$  – угол между направлением вектора  $\vec{B}$  и нормалью  $\vec{n}$  к контуру,  $S$  – площадь контура.

Выражение (48.2) можно преобразовать, воспользовавшись понятием магнитного момента. Заменив произведение  $IS$  через магнитный момент, получим

$$M = p_m B \sin \varphi . \tag{48.3}$$

Формулу (48.3) можно записать в векторном виде:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} \tag{48.4}$$

Вектор вращающего момента  $\vec{M}$  направлен вдоль оси вращения  $OO'$  так, что из его конца вращение рамки под действием пары сил видно происходящим против часовой стрелки.

Если магнитное поле направлено перпендикулярно к плоскости контура, то векторы  $\vec{p}_m$  и  $\vec{B}$  будут сонаправлены. В этом случае вращающий момент  $\vec{M}$  (см. формулу (48.3)) равен нулю.

Силы, действующие на разные элементы контура, будут либо растягивать его (рис. 48.3 а), либо сжимать (рис. 48.3 б) в зависимости от направления поля и тока.

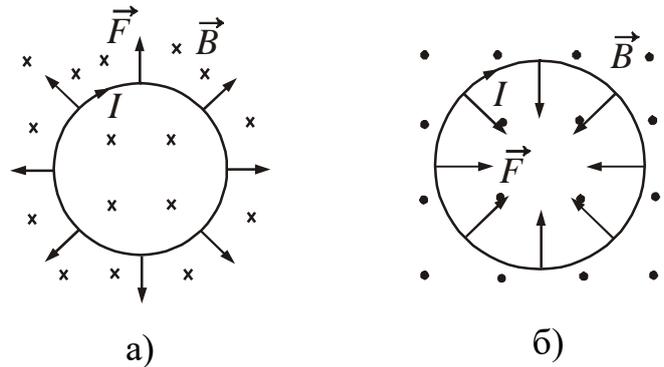


Рисунок 48.3

В неоднородном магнитном поле контур не только сжимается (растягивается), но и втягивается (выталкивается) в область неоднородного поля.

### §49 Сила Лоренца

Магнитное поле действует на отдельные заряженные частицы, движущиеся в магнитном поле. Сила  $\vec{F}_L$ , действующая на электрический заряд, движущийся в магнитном поле, называется **силой Лоренца**. Сила Лоренца рассчитывается по формуле:

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} . \tag{49.1}$$

Модуль силы Лоренца равен:

$$F_L = qBv \sin \alpha , \tag{49.2}$$

где  $q$  – заряд частицы;

$B$  – индукция магнитного поля, в котором движется заряд;

$v$  – скорость заряда;

$\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Направление силы Лоренца определяется по правилу векторного произведения. На практике можно использовать правило левой руки, при этом надо учитывать знак заряда. Для отрицательных частиц направление силы меняется на противоположное.

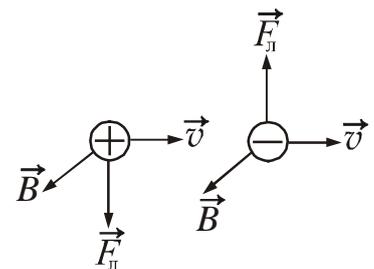


Рисунок 49.1

Взаимные расположения векторов  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$  и  $\vec{F}_L$  для

положительного ( $q > 0$ ) и отрицательного ( $q < 0$ ) зарядов показаны на рис. 49.1.

Сила Лоренца направлена всегда перпендикулярно скорости движения заряженной частицы и сообщает ей центростремительное ускорение. Не изменяя модуля скорости, а лишь изменяя ее направление, сила Лоренца не совершает работы и кинетическая энергия заряженной частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

### §50 Эффект Холла

*Если металлическую пластинку, вдоль которой течет постоянный электрический ток, поместить в перпендикулярное к ней магнитное поле, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов.*

Это явление было обнаружено Э. Холлом в 1879 году и называется эффектом Холла.

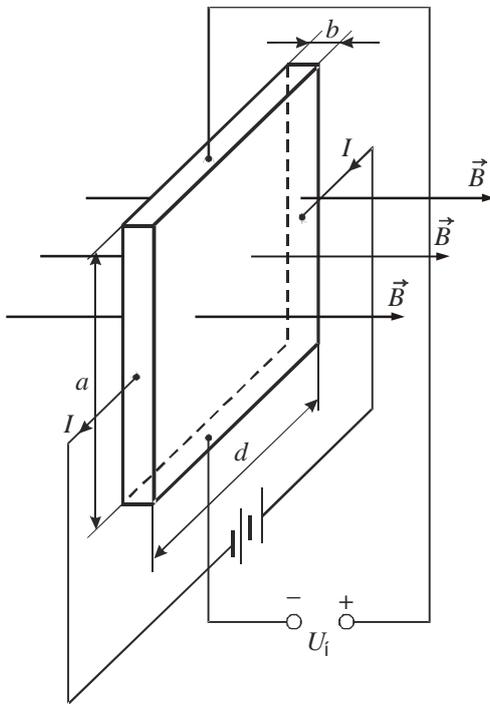


Рисунок 50.1

Величина разности потенциалов  $U$  зависит от тока  $I$ , индукции магнитного поля  $B$  и толщины пластинки  $b$ :

$$U_H = R_H \frac{IB}{b}, \quad (50.1)$$

где  $R_H$  – постоянная Холла. Ее значение и знак определяются природой проводника.

Направления магнитной индукции  $\vec{B}$ , тока  $I$  указаны на рис. 50.1. Одной из основных причин эффекта Холла является отклонение носителей заряда, движущихся в магнитном поле, под действием силы Лоренца. Наблюдается эффект Холла во всех проводниках и полупроводниках, независимо от материала.

Для металлов и примесных полупроводников с одним типом проводимости постоянная Холла равна:

$$R_H = \frac{1}{nq}, \quad (50.2)$$

где  $q$  – заряд;

$n$  – концентрация носителей тока.

Эффект Холла является одним из эффективных методов исследования носителей заряда, особенно в полупроводниках. Он позволяет оценивать концентрацию носителей и определять их знак, судить о количестве примесей в полупроводниках и характере химических связей. Кроме этого эффект Холла применяется для измерения величины магнитной индукции (датчики Холла), определения величины сильных разрядных токов.

## §51 Магнитное поле в веществе

### 51.1 Намагничивание магнетика

Эксперименты показывают, что все вещества являются магнетиками, т.е. способны под действием магнитного поля намагничиваться. Для объяснения намагничивания тел А. Ампер выдвинул гипотезу, согласно которой **в молекулах вещества циркулируют круговые (молекулярные) токи**. Каждый такой ток обладает магнитным моментом  $\vec{p}_m$  и создает в окружающем пространстве магнитное поле. Магнитное поле намагниченного тела складывается из магнитных полей этих круговых токов.

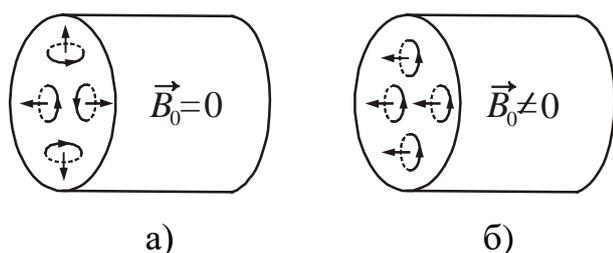


Рисунок 51.1

В ненамагниченном теле все элементарные токи расположены хаотически (рис. 51.1 а), поэтому во внешнем пространстве не наблюдается никакого магнитного поля. Процесс намагничивания тела заключается в том, что под влиянием внешнего магнитного поля его элементарные токи в большей или

меньшей степени устанавливаются параллельно друг другу (рис. 51.1 б). Суммарный магнитный момент магнетика становится отличным от нуля.

В веществе различают два вида токов, создающих магнитное поле – макротоки и микротоки. Макротоками называются токи проводимости. Микротоками (молекулярными) называются токи, обусловленные движением электронов в атомах, молекулах и ионах. Магнитное поле в веществе является векторной суммой двух полей: внешнего магнитного поля, создаваемого макротоками, и внутреннего или собственного магнитного поля, которое создается микротоками.

Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  магнитного поля в веществе характеризует результирующее магнитное поле и равен геометрической сумме магнитных индукций внешнего  $\vec{B}_0$  и внутреннего  $\vec{B}'$  магнитных полей:

$$\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0. \quad (51.1)$$

Первичным источником магнитного поля в магнетиках являются макротоки. Их магнитные поля являются причиной намагничивания вещества, помещенного во внешнее магнитное поле.

Количественно намагничивание характеризуется вектором намагниченности.

**Намагниченность ( $\vec{J}$ ) – векторная физическая величина, численно равная суммарному магнитному моменту молекул, заключенных в единице объёма.**

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{m_i}, \quad (51.2)$$

где  $\Delta V$  – физически бесконечно малый объём, взятый вблизи рассматриваемой точки;

$\vec{p}_{m_i}$  – магнитный момент отдельной молекулы.

$$[J] = \frac{\text{А} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3} = \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

Отметим, что единица измерения намагниченности совпадает с единицей измерения напряжённости магнитного поля.

### 51.2 Классификация магнетиков

По характеру зависимости намагниченности  $\vec{J}$  от напряжённости магнитного поля  $\vec{H}$  магнетики делятся на три группы:

- диамагнетики
- парамагнетики
- ферромагнетики

Намагниченность изотропных парамагнетиков и диамагнетиков, находящихся в слабых магнитных полях, прямо пропорциональна напряжённости магнитного поля:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (51.3)$$

где  $\chi$  – *магнитная восприимчивость*. Магнитная восприимчивость зависит от физико-химических свойств материала. Для вакуума  $\chi=0$ .

Безразмерная величина

$$\mu = 1 + \chi \quad (51.4)$$

называется *магнитной проницаемостью* вещества. Она является характеристикой магнитных свойств вещества. Для вакуума  $\mu=1$ .

### 51.3 Диамагнетики. Парамагнетики

1. *Диамагнетики* – вещества, у которых магнитная восприимчивость  $\chi$  отрицательна:  $\chi < 0$ . Численное значение  $\chi$  находится в пределах  $10^{-4} \div 10^{-5}$ . Вектор намагниченности  $\vec{J}$  диамагнетиков направлен противоположно направлению напряжённости намагничивающего поля  $\vec{H}$ . Если диамагнетик поместить в неоднородное магнитное поле, то он выталкивается из поля.

Магнитная проницаемость диамагнетиков  $\mu < 1$ , но отличие от единицы невелико. К диамагнетикам относятся инертные газы, водород, кремний, висмут, олово, медь, цинк, вода, кварц и многие органические соединения.

2. *Парамагнетики* – вещества, у которых магнитная восприимчивость положительна:  $\chi > 0$ . Численное значение  $\chi$  находится в пределах  $10^{-3} \div 10^{-4}$ . Направление намагниченности  $\vec{J}$  парамагнетиков совпадает с направлением напряжённости намагничивающего поля  $\vec{H}$ . Парамагнетики втягиваются в неоднородное магнитное поле.

Магнитная восприимчивость парамагнетиков зависит от температуры и подчиняется закону Кюри:

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (51.5)$$

где  $C$  – постоянная Кюри;  
 $T$  – абсолютная температура.

Магнитная проницаемость парамагнетиков  $\mu > 1$ , но отличие от единицы очень невелико. К парамагнетикам относятся алюминий, марганец, палладий, платина, растворы железных и никелевых солей, кислород, воздух и др.

Для парамагнитных и диамагнитных веществ магнитная проницаемость  $\mu$  *не зависит* от напряжённости внешнего намагничивающего поля, т.е. представляет собой постоянную величину, характеризующую данное вещество.

**Посмотрите лекционные демонстрации.**

1. Модель намагничивания парамагнетика.  
<http://www.youtube.com/watch?v=nOjBP1MA89o>
2. Диа- и парамагнетики в неоднородном поле.  
<http://www.youtube.com/watch?v=Jf4xb4GjjEU>

**51.4 Ферромагнетики**

**Ферромагнетики** – вещества, способные обладать намагничённостью в отсутствие внешнего магнитного поля. Свое название они получили по наиболее распространённому представителю – железу.

К ферромагнетикам кроме железа, принадлежат никель, кобальт, гадолиний, их сплавы и соединения, некоторые сплавы и соединения марганца и хрома с неферромагнитными элементами. Ферромагнетики являются сильномагнитными веществами. Их намагничённость в огромное число раз (до  $10^{10}$ ) превосходит намагничённость диа- и парамагнетиков, принадлежащих к категории слабомагнитных веществ.

Ферромагнетики обладают следующими характерными свойствами:

1. Имеют очень большие значения  $\mu$  и  $\chi$  ( $\mu$  достигает значений  $10^4 \div 10^5$ ). Это означает, что ферромагнетики создают сильное добавочное магнитное поле.

2. Величины  $\mu$  и  $\chi$  не остаются постоянными, а являются функциями напряжённости внешнего поля. Поэтому намагничённость  $J$  и магнитная индукция  $B$  также не пропорциональны напряжённости  $H$  магнитного поля, а зависят от нее сложным образом (рис. 51.2).

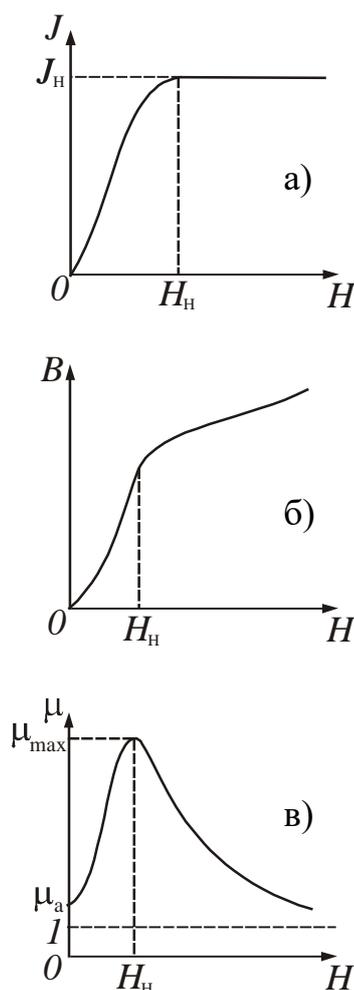


Рисунок 51.2

Зависимость намагниченности  $J$  от напряжённости  $H$  внешнего магнитного поля характеризуется наличием магнитного насыщения  $J_n$ , наступающего при  $H > H_n$  (рис. 51.2 а).  $H_n$  – напряжённость насыщения.

Магнитная индукция  $B$  растёт с возрастанием поля  $H$  и при  $H \geq H_n$  кривая переходит в прямую (рис. 51.2 б).

Зависимость магнитной проницаемости  $\mu$  от  $H$  имеет сложный характер.  $\mu_a$  – начальная магнитная проницаемость. При стремлении напряжённости  $H$  к бесконечности магнитная проницаемость  $\mu$  асимптотически стремится к единице (рис. 51.2 в).

3. Ферромагнетикам свойственно явление магнитного гистерезиса. **Гистерезис** – явление отставания изменения  $B$  индукции магнитного поля от изменения напряжённости  $H$  переменного по величине и направлению внешнего магнитного поля.

На рис. 51.3 кривая 0–1 соответствует основной кривой намагничивания. Если довести намагничивание до насыщения (точка 1), а затем уменьшать напряжённость намагничивающего поля, то индукция  $B$  следует не по первоначальной кривой 0–1, а изменяется по кривой 1–2.

При  $H = 0$  сохраняется остаточная намагниченность, которая характеризуется **остаточной индукцией** –  $B_r$ .

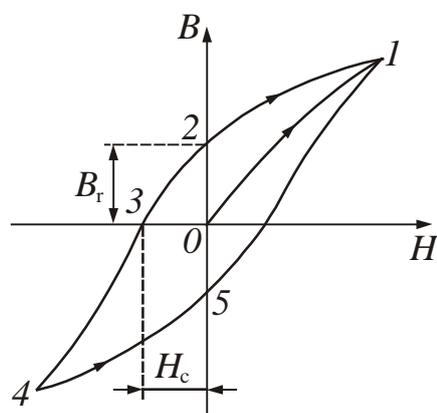


Рисунок 51.3

Индукция обращается в нуль лишь под действием поля  $H_c$ , имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничивание. Напряжённость  $H_c$  называется **коэрцитивной силой**. Увеличивая обратное поле, затем уменьшая его и накладывая вновь положительное поле, получим, что индукция изменяется в соответствии с кривой 1–2–3–4–5–1, которая называется петлей гистерезиса.

Перемагничивание ферромагнетика связано с изменением ориентации областей спонтанной намагниченности (см. п. б) и требует совершения работы за счёт энергии внешнего магнитного поля. Количество теплоты, выделившееся при перемагничивании, пропорционально площади петли гистерезиса. В зависимости от формы и площади петли ферромагнетика делят на:

- магнитномягкие (узкая петля гистерезиса,  $H_c \sim 1 \div 100$  А/м);
- магнитножёсткие (широкая петля гистерезиса,  $H_c \sim 10^3 \div 10^5$  А/м).

Для изготовления постоянных магнитов используют магнитножёсткие ферромагнетики, для сердечников трансформаторов – магнитномягкие.

4. При намагничивании ферромагнетиков происходит изменение их линейных размеров и объёма. Это явление называется **магнитострикцией**. Относительное удлинение ферромагнетиков достигает величины  $\sim 10^{-5} - 10^{-2}$ . Магнитострикция используется в гидроакустике, в ультразвуковых технологиях, акустоэлектронике и других областях техники.

5. Перечисленные выше свойства ферромагнитных веществ обнаруживаются при температурах, меньших точки Кюри. Точка Кюри ( $T_c$ ) – температура, при которой ферромагнетик теряет свои ферромагнитные свойства и становится парамагнетиком. Магнитная восприимчивость при температурах  $T \geq T_c$  подчиняется закону Кюри – Вейса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c}, \quad (51.6)$$

где  $C$  – постоянная Кюри.

Точка Кюри для железа 1063 К, для никеля 623 К, для кобальта 1423 К, для сплава пермаллоя – 823 К. При понижении температуры ниже точки Кюри ферромагнитные свойства восстанавливаются.

6. Ответственными за магнитные свойства ферромагнетиков являются собственные (их также называют спиновыми) магнитные моменты электронов. При определенных условиях в кристаллах возникают силы, которые заставляют магнитные моменты электронов выстраиваться параллельно друг другу. Эти силы называются обменными. В результате возникают области спонтанного (самопроизвольного) намагничивания, которые называют **доменами**. Домены имеют размеры порядка  $1 \div 10$  мкм. В пределах каждого домена ферромагнетик спонтанно намагничен до насыщения и обладает определенным магнитным моментом. Направления этих моментов для разных доменов различны, поэтому при отсутствии внешнего поля суммарный момент образца равен нулю и образец в целом представляется макроскопически ненамагниченным.

При включении внешнего магнитного поля домены, ориентированные по полю, растут за счёт доменов, ориентированных против поля. Такой рост в слабых полях имеет обратимый характер. В более сильных полях происходит одновременная переориентация магнитных моментов в пределах всего домена. Этот процесс является необратимым и служит причиной гистерезиса и остаточного намагничивания.

**Посмотрите лекционные демонстрации:**

1. Точка Кюри.

[http://www.youtube.com/watch?v=ERWR8\\_qSmEI](http://www.youtube.com/watch?v=ERWR8_qSmEI)

2. Эффект Баркгаузена. Хруст костей ферромагнетика.

[http://www.youtube.com/watch?v=YiW\\_YFuHE3w](http://www.youtube.com/watch?v=YiW_YFuHE3w)

## §52 Электромагнитная индукция

### 52.1 Явление электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции открыто в 1831 году М. Фарадеем.

*Электромагнитной индукцией называется явление возникновения электродвижущей силы в проводящем контуре при любом изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур.*

Возникшая эдс называется электродвижущей силой электромагнитной индукции  $\varepsilon_i$ . Если проводник замкнут, то возникает ток, который называют **индукционным**.

Эдс электромагнитной индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур.

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (52.1)$$

При этом несущественно, чем вызвано изменение магнитного потока. Это может быть деформация или перемещение контура во внешнем поле, или изменение магнитного поля во времени.

Выражение (52.1) называется законом Фарадея для электромагнитной индукции. Знак « $-$ » введен в формулу в соответствии с правилом Ленца. Правило Ленца:

***Индукционный ток имеет такое направление, что созданный им магнитный поток противодействует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.***

Если замкнутый контур состоит из  $N$  последовательно соединенных витков (например, соленоид), то закон электромагнитной индукции записывается следующим образом:

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(N\Phi)}{dt}.$$

Величину  $\Psi = N\Phi$  называют **полным магнитным потоком** или **потокосцеплением**. С учетом этого:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (52.2)$$

### **Посмотрите лекционные демонстрации:**

1. Закон Фарадея. Гибкий контур.

<http://www.youtube.com/watch?v=JbYaeOYOMTQ>

2. Вихревое электрическое поле. Включение - выключение.

<http://www.youtube.com/watch?v=XccVfkMxjZ8>

3. Перемещение проводника в магнитное поле.

<http://www.youtube.com/watch?v=xZjBqwXxiRw>

4. Закон Фарадея. Потокосцепление.

[http://www.youtube.com/watch?v=OnoA59bW\\_XI](http://www.youtube.com/watch?v=OnoA59bW_XI)

## **52.2 Принцип работы генератора переменного тока**

Одним из важнейших применений явления электромагнитной индукции является преобразование механической энергии в электрическую.

Рассмотрим рамку, состоящую из  $N$  витков, которая вращается в магнитном поле ( $\vec{B} = \text{const}$ ) с постоянной угловой скоростью  $\omega$  (рис. 52.4).

Полный магнитный поток, пронизывающий рамку, в любой момент времени определяется соотношением:

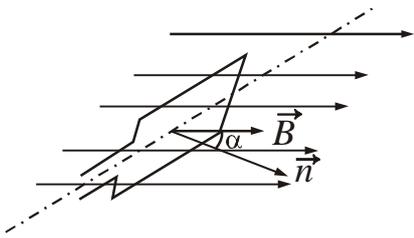


Рисунок 53.4

$$\Psi = NBS \cos \alpha,$$

где  $S$  – площадь рамки,

$\alpha$  – угол между векторами нормали  $\vec{n}$  и  $\vec{B}$ .

При равномерном вращении  $\alpha = \omega t$ .

Найдем эдс индукции, возникающую в рамке при ее вращении, используя закон Фарадея (см. формулу 52.2):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(NBS \cos \omega t)}{dt} = NBS\omega \sin \omega t$$

или

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t = \varepsilon_{\max} \sin \omega t, \quad (52.3)$$

где величину  $\varepsilon_{\max} = NBS\omega$  можно рассматривать как амплитудное значение переменной эдс.

Возникновение эдс индукции во вращающейся в магнитном поле рамке явилось основой для создания генераторов переменного тока. Если концы витка присоединить к вращающимся вместе с ним двум медным кольцам, соприкасающимся с двумя неподвижными угольными щетками, а к щеткам присоединить электрическую цепь, то по цепи потечёт переменный ток  $i$ , изменяющийся так же, как изменяется эдс  $\varepsilon$ .

По закону Ома:

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{NBS\omega}{R} \sin \omega t,$$

$$i = i_{\max} \sin \omega t, \quad (52.4)$$

где  $i_{\max} = \frac{NBS\omega}{R}$  – максимальное (амплитудное) значение силы тока;

$i$  – мгновенное значение тока.

### Посмотрите лекционную демонстрацию.

Динамо-машина (генератор переменного тока).

<http://www.youtube.com/watch?v=xDCVTFMWfU8>

## 52.3 Токи Фуко

Индукционные токи, которые возникают в сплошных массивных проводниках, находящихся в переменных магнитных полях, называют **вихревыми токами или токами Фуко**.

В соответствии с правилом Ленца токи Фуко выбирают внутри проводника такие направления, чтобы своим действием возможно сильнее противить-

ся причине, которая их вызывает. Поэтому движущиеся в сильном магнитном поле хорошие проводники испытывают сильное торможение, обусловленное взаимодействием токов Фуко с магнитным полем. Это используют для демпфирования (успокоения) подвижных частей гальванометров, сейсмографов и др. приборов.

Тепловое действие токов Фуко используются в индукционных печах. Таким способом осуществляют плавление металлов в вакууме, это дает возможность получать материалы исключительно высокой чистоты.

Токи Фуко бывают и нежелательными. В электрических машинах и трансформаторах они приводят к значительным потерям энергии. Поэтому сердечники трансформаторов набирают из тонких пластин разделенных изолирующими прослойками. Пластины располагают так, чтобы возможные направления токов Фуко были к ним перпендикулярными.

### Посмотрите лекционные демонстрации:

1. Электромагнитное торможение: маятник.  
<http://www.youtube.com/watch?v=fSOQGed92Yk>
2. Парение катушки с током. "Гроб Магомеда".  
<http://www.youtube.com/watch?v=zPCEBVyUAI8>
3. Парящий магнит. Постоянный магнит над сверхпроводником.  
<http://www.youtube.com/watch?v=p3tsHuua00k>

## §53 Самоиндукция

*Самоиндукция – это явление возникновения электродвижущей силы в проводящем контуре при изменении электрического тока, идущего по этому контуру.*

### 53.1 Индуктивность контура

Электрический ток, текущий в проводящем контуре, создает в окружающем пространстве магнитное поле. Полный магнитный поток  $\Psi$ , пронизывающий контур (сцепленный с ним), будет прямо пропорционален току:

$$\Psi = LI. \quad (53.1)$$

Коэффициент пропорциональности  $L$  между полным магнитным потоком (потокосцеплением) и силой тока называется индуктивностью контура или коэффициентом самоиндукции контура.

*Индуктивность ( $L$ ) – это скалярная физическая величина, характеризующая магнитные свойства электрической цепи и равная отношению полного магнитного потока, сцепленного с контуром, к силе тока, текущему по контуру и создающему этот поток:*

$$L = \frac{\Psi}{I}. \quad (53.2)$$

Линейная зависимость  $\Psi$  от  $I$  наблюдается только в том случае, если магнитная проницаемость  $\mu$  среды, которой окружён контур, не зависит от напряжённости поля  $H$ . Это означает, что среда должна быть неферромагнитная.

Индуктивность зависит от геометрической формы и размеров контура, а также магнитных свойств среды, в которой он находится. Если контур жёсткий и вблизи него нет ферромагнетиков, то индуктивность является величиной постоянной.

За единицу индуктивности в СИ принимается индуктивность такого проводника (контура), у которого при силе тока в нём 1 А возникает сцепленный с ним полный проток  $\Psi$ , равный 1 Вб. Эту единицу называют генри (Гн).

$$[L] = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \text{Гн (генри)}.$$

Индуктивность можно рассчитывать на основе геометрии проводника.

*Пример.* Индуктивность бесконечно длинного соленоида (рис. 53.1) рассчитывается по следующей формуле:

$$L = \mu_0 \mu n^2 S l = \mu_0 \mu n^2 V, \quad (53.3)$$

или 
$$L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l}, \quad (53.4)$$

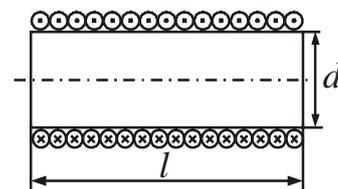


Рисунок 53.1

где  $n = \frac{N}{l}$  – плотность намотки;  $N$  – число витков соленоида,  $S$  – площадь поперечного сечения соленоида,  $lS = V$  – объём соленоида.

### 53.2. ЭДС самоиндукции

Самоиндукция является частным случаем явления электромагнитной индукции. Воспользуемся законом Фарадея для электромагнитной индукции (см. формулу (52.2)):

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

Согласно (53.1) полный магнитный поток:

$$\Psi = LI.$$

Сделаем замену, получим:

$$\varepsilon_s = -\frac{d(LI)}{dt}. \quad (53.5)$$

Если контур жесткий и вблизи него нет ферромагнетиков, то индуктивность  $L$  является величиной постоянной и ее называют статической. В этом случае:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (53.6)$$

**Эдс самоиндукции пропорциональна скорости изменения силы тока.** Знак «−» обусловлен правилом Ленца, согласно которому индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине его вызывающей.

### 53.3 Токи при замыкании и размыкании цепи

При замыкании цепи, содержащей постоянную эдс, сила тока за счёт эдс самоиндукции устанавливается не мгновенно, а через некоторый промежуток времени. При выключении источника (размыкании цепи) ток не прекращается мгновенно. Это объясняется тем, что в контуре появляется индукционный ток, который по правилу Ленца противодействует изменению тока в цепи, вызвавшего явление самоиндукции. Индукционный ток, накладываясь на основной ток, замедляет его возрастание или препятствует его убыванию.

#### а) Замыкание цепи

К параллельно соединённым сопротивлению  $R$  и индуктивности  $L$  с помощью переключателя  $\Pi$  может быть подключён источник, эдс которого  $\varepsilon$  (рис. 53.2).  $L = \text{const}$ .

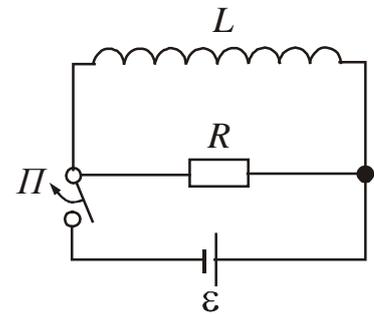


Рисунок 53.2

После подключения источника эдс до тех пор, пока сила тока не достигнет установившегося значения  $I_0$ , в цепи кроме эдс  $\varepsilon$  будет действовать эдс самоиндукции  $\varepsilon_s$ . По закону Ома:

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}$$

Решив данное линейное неоднородное дифференциальное уравнение и, учитывая, что в момент времени  $t=0$  сила тока равна нулю, получим:

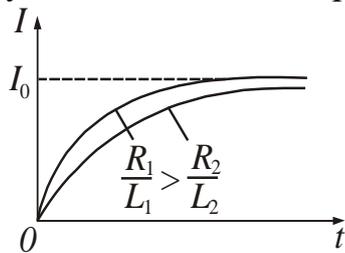


Рисунок 53.3

$$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right). \quad (53.7)$$

График возрастания силы тока приведен на рис. 53.3. Из графика следует, что чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление, тем быстрее нарастает ток.

#### б) Размыкание цепи.

В момент времени  $t=0$  отключим источник переключателем  $\Pi$  (рис. 53.2). Сила тока начнет убывать, в цепи возникает эдс самоиндукции. По закону Ома:

$$IR = \varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Решив данное линейное однородное дифференциальное уравнение и учитывая, что при  $t=0$  сила тока имела значение  $I_0$ , получим:

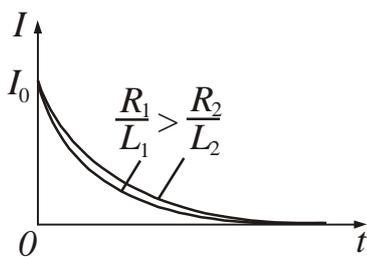


Рисунок 53.4

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \tag{53.8}$$

После отключения источника сила тока в цепи убывает по экспоненциальному закону. График зависимости  $I = f(t)$  приведен на рис. 53.4. Из графика следует, что чем больше индуктивность и чем меньше сопротивление, тем медленнее спадает ток в цепи.

**Посмотрите лекционную демонстрацию:**

Ток при замыкании и размыкании цепи с индуктивностью. Можно ли, выключая прибор, сжечь его?

<http://www.youtube.com/watch?v=r8fE65jvWEo>

**§54 Взаимная индукция**

*Взаимной индукцией называется явление возникновения электродвижущей силы в одном из контуров при изменении тока в другом.*

Рассмотрим два близко расположенных контура 1 и 2 (рис. 54.1). Контур характеризуется коэффициентом взаимной индуктивности.

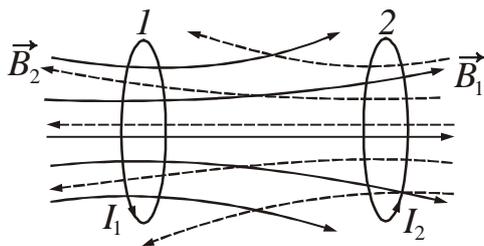


Рисунок 54.1

**Взаимная индуктивность** – это скалярная физическая величина, характеризующая магнитную связь двух или более контуров. Взаимная индуктивность зависит от размеров и формы контуров 1 и 2, расстояния между ними, от их взаимного расположения, а также от магнитной проницаемости окружающей их среды. Измеряется взаимная индуктивность в генри.

Согласно закону электромагнитной индукции при изменении тока  $I_1$  в контуре 2 индуцируется эдс:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} \tag{54.1}$$

При изменении тока  $I_2$  в контуре 1 индуцируется эдс:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt} \tag{54.2}$$

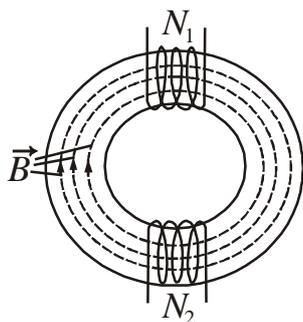


Рисунок 54.2

Если контуры находятся в неферромагнитной среде, то  $L_{12} = L_{21}$ . Поэтому можно не делать различия между  $L_{12}$  и  $L_{21}$  и просто говорить о взаимной индуктивности двух контуров.

Взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный железный сердечник (рис. 54.2).

$$L_{21} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l} \tag{54.3}$$

$$L_{12} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l}. \quad (54.4)$$

где  $l$  – длина сердечника;

В данном случае нельзя утверждать, что  $L_{12}$  равно  $L_{21}$ , т.к. величина  $\mu$ , входящая в формулы, зависит от напряжённости  $H$  поля в сердечнике.

На явлении взаимной индукции основана работа трансформатора, который служит для повышения или понижения напряжения переменного тока.

### §55 Энергия магнитного поля

Если замкнуть переключатель  $\Pi$ , то по цепи, изображенную на рис. 55.1, потечет ток, который создает в катушке (соленоиде) магнитное поле. Если разомкнуть переключатель, то через сопротивление  $R$  будет течь убывающий ток, поддерживаемый возникающей в соленоиде эдс самоиндукции.

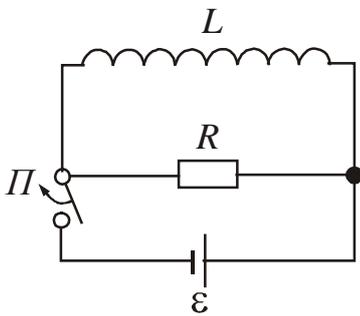


Рисунок 55.1

Работа, совершаемая в цепи за всё время, в течение которого исчезает магнитное поле, идёт на нагревание сопротивления  $R$ , соленоида и соединительных проводов. Так как никаких других изменений не происходит, можно сделать вывод, что магнитное поле является носителем энергии, за счёт которой совершается работа.

Используя закон сохранения энергии можно, получить следующее выражение для расчёта энергии магнитного поля:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (55.1)$$

Энергию магнитного поля можно выразить через величины, характеризующие само поле.

$$W = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} V, \quad (55.2)$$

где  $H$  – напряжённость магнитного поля.

Объёмная плотность  $w$  энергии магнитного поля равна отношению энергии к объёму:

$$w_m = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2}. \quad (55.3)$$

Формуле (61.5) можно придать вид:

$$w_m = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}. \quad (55.4)$$