Занятие№3. Выборка из генеральной совокупности. Вариационный ряд. Гистограмма относительных частот

Пусть с испытанием связана случайная величина X и пусть в результате серии n независимых испытаний получен набор значений X:

$$x_1, \quad x_2, \ldots, \; x_n. \tag{3.1}$$

Пусть $G-$ *генеральная совокупность,* т.е. множество всех возможных значений случайной величины X. Набор чисел (3.1) называется *выборкой* из генеральной совокупности, число n называется *объемом выборки*, числа (3.1) называются *элементами выборки* или *вариантами*. Расположенные в порядке возрастания значения $x_1, \quad x_2, \ldots, \; x_n$ образуют ряд, называемый *вариационным рядом:*

$x_{\min}, \quad \ldots \quad, x_{\max}$ – вариационный ряд.

Число $R = x_{\max} - x_{\min}$ называется *размахом выборки.*

Для построения вариационного ряда выполним действия:

1. Разделим отрезок $[x_{\min}, \quad x_{\max}]$ на некоторое число l интервалов одинаковой длины $\Delta = \left(\frac{R}{k}\right)$. Величину k приближенно вычисляют по формуле $l = [1 + 3{,}2 \lg n]$, где n – объём выборки.

$$x_i = x_{i-1} + i\Delta.$$

2. Подсчитаем число элементов выборки, попадающих в каждый интервал:

$$n_1, n_2, \quad \ldots \quad, n_m. \tag{3.2}$$

Очевидно, $n_1 + n_2 + \ldots + n_m = n$.

Числа (3.2) называются *частотами попадания в интервал.* Составим табл. 6.

Таблица 6

$x_0 - x_1$	$x_1 - x_2$		$x_{n-1} - x_n$
n_i	n_1		n_m
$\omega_i = \frac{n_i}{n}$	$\frac{n_1}{n}$		$\frac{n_m}{n}$

Элементы третей строки называются *относительными частотами попадания в интервал.* Очевидно, $\frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n} + \ldots + \frac{n_m}{n} = 1$.

Полученная таблица называется *выборочным распределением случайной величины* X.

3) Изобразим выборочное распределение на графике (рис. 3.1). Для этого на оси OX отложим интервалы $x_i - x_{i+1}$ и на каждом из них как на

основании построим прямоугольник, площадь которого ω_i, т.е. высота i-го прямоугольника $\frac{\omega_i}{\Delta}$.

Построенный график называется *гистограммой относительных частот* и представляет собой *выборочный аналог* плотности вероятности случайной величины. Площадь гистограммы равна единице.

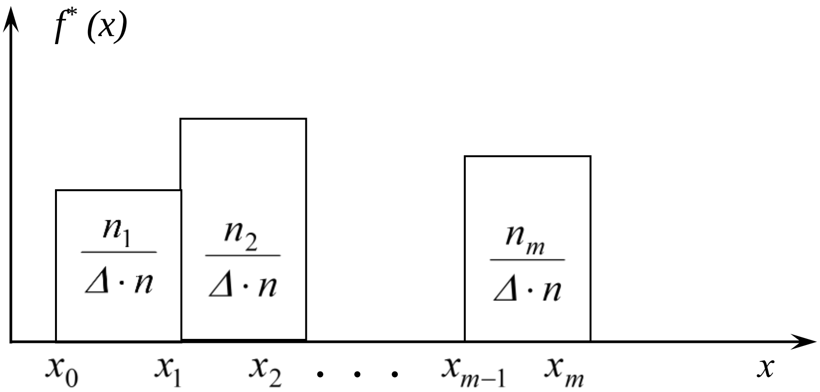

Рис. 3.1. Гистограмма относительных частот

Пример 1.

При проведении 20-ти серий из 10-ти бросков игральной кости число выпадений шести очков оказалось равным 1,1,4,0,1,2,1,2,2,0,5,3,3,1,0,2,2,3,4,1.Составим вариационный ряд: 0,1,2,3,4,5. Статистический ряд для абсолютных и относительных частот имеет вид табл. 1.

Таблица1

x_i	0	1	2	3	4	5
n_i	3	6	5	3	2	1
$\omega_i = \frac{n_i}{n}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{5}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$

Построить гистограмму.