Теоретический материал

Функцию $y = F(x)$, заданную на промежутке X, называют *первообразной для функции* $y = f(x)$, заданной на том же промежутке, если для всех $x \in X$ выполняется равенство $F'(x) = f(x)$.

Если функция $F(x)$ является первообразной функции $f(x)$, то множество всех первообразных для $f(x)$ задается формулой $F(x)+C$, где C – постоянное число.

Совокупность всех первообразных $F(x)+C$ для заданной функции $f(x)$ называется *неопределенным интегралом* этой функции и обозначается так: $\int f(x)dx = F(x)+C$.

Операция нахождения первообразной по её производной или неопределённого интеграла по заданной подынтегральной функции называется интегрированием этой функции. Интегрирование является операцией, обратной дифференцированию.

Примеры. $\int x^2 dx = \dfrac{x^3}{3} + C$, так как $\left(\dfrac{x^3}{3} + C\right)' = x^2$.

$\int \sin x dx = -\cos x + C$, так как $(-\cos x + C)' = \sin x$.

$\int e^x dx = e^x + C$, так как $(e^x + C)' = e^x$.

Свойства неопределенного интеграла

1. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$;
2. $d\int f(x)dx = f(x)dx$;
3. $\int df(x)dx = f(x) + C$;
4. $\int kf(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$; (k–постоянная);
5. $\int [f(x) \pm g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$.

Заметим, что последнее свойство справедливо для любого числа слагаемых в подынтегральной функции.

Таблица основных неопределенных интегралов

I. $\int x^n dx = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} + C,$ где $n \neq -1$; $\int dx = x$

II. $\int \dfrac{dx}{x} = \ln|x| + C$;

III. $\int a^x dx = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$;

IV. $\int e^x\,dx = e^x + C$;

V. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C$;

VI. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \begin{cases} \operatorname{arctg} x + C \\ -\operatorname{arctg} x + C \end{cases}$;

VII. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm a}\right| + C$;

VIII. $\int \sin x\,dx = -\cos x + C$;

IX. $\int \cos x\,dx = \sin x + C$;

X. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$;

XI. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$;

XII. $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + C$

XIII. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a} + C$.

XIV. $\int (\sqrt{x^2 + a})dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2 + a} + \frac{a}{2}\ln\left|x + \sqrt{x^2 + a}\right| + C$;

XV. $\int f\left(ax+b\right)dx = \frac{1}{a}F\left(ax+b\right)$.

Интегралы этой таблицы принято называть табличными.

Пример 1(Пример выполнения задания 2-а)) Вычислить:

$$\int \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^3}{\sqrt[3]{x}}dx.$$

Решение. $\int \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^3}{\sqrt[3]{x}}dx = \int \frac{\sqrt{x^3} + 3x + 3\sqrt{x} + 1}{\sqrt[3]{x}}dx$

Здесь воспользовались известным разложением $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3$.

Разделив числитель на знаменатель, получим

$$\int \frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^3}{\sqrt[3]{x}}dx = \int x^{7/6}dx + 3\int x^{2/3}dx + 3\int x^{1/6}dx + \int x^{-1/3}dx =$$

$$= \frac{x^{7/6\,+1}}{7/6+1} + 3\cdot\frac{x^{2/3\,+1}}{2/3+1} + 3\cdot\frac{x^{1/6\,+1}}{1/6+1} + \frac{x^{-1/3+1}}{-1/3+1} + C =$$

$$= \frac{6}{13}\sqrt[6]{x^{13}} + 3\cdot\frac{3}{5}\cdot\sqrt[3]{x^5} + 3\cdot\frac{6}{7}\cdot\sqrt[6]{x^7} + \frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{x^2} + C =$$

$$=\frac{6}{13}\cdot x^2\cdot\sqrt[6]{x}+\frac{9}{5}\cdot x\cdot\sqrt[3]{x^2}+\frac{18}{7}\cdot x\cdot\sqrt[6]{x}+\frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{x^2}+C.$$

Пример 2. Найти (Пример выполнения задания 2-а)) $\int(\frac{2}{1+x^2}+6x-3x^2+7)dx$.

Решение. Преобразуем данный интеграл к табличному виду, воспользовавшись свойствами 4 и 5:

$$\int(\frac{2}{1+x^2}+6x-3x^2+7)dx=2\int\frac{dx}{1+x^2}+6\int xdx-3\int x^2dx+7\int dx=$$

$$=2\mathrm{arctg}x+6\cdot\frac{x^2}{2}-3\cdot\frac{x^3}{3}+7x+C.$$

Пример 3. Найти (Пример выполнения задания 2-а)) $\int\frac{2x^2+x-3}{x^3}dx.$

Решение. Разложим подынтегральную функцию на слагаемые, деля числитель на знаменатель. Затем интегрируем каждое слагаемое отдельно:

$$\int\frac{2x^2+x-3}{x^3}dx=2\int\frac{dx}{x}.+\int x^{-2}dx-3\int x^{-3}dx=2\ln|x|-\frac{1}{x}+\frac{3}{2x^2}+C.$$

Пример 4. Найти $\int\cos 3xdx$.

Решение. Умножаем и делим интеграл на 3 и вносим множитель 3 под знак интеграла, затем под знак дифференциала:

$$\int\cos 3xdx=\frac{1}{3}\int\cos 3xd(3x)=\frac{1}{3}\sin 3x+C.$$

Замена переменной в неопределенном интеграле

Теоретический материал

Замена переменной интегрирования является одним из самых эффективных приёмов сведения неопределённого интеграла к табличному. Такой приём называется также методом подстановки.

Теорема 1. Пусть функция $x=\varphi(t)$ определена и дифференцируема на некотором промежутке T, а X – некоторое множество значений этой функции, на котором определена функция $f(x)$. Тогда если функция $f(x)$ имеет первообразную на множестве X, то на множестве T справедлива формула

$$\int f(x)\,dx=\int f(\varphi(t))\,\varphi'(t)\,dt. \qquad (1.1)$$

Выражение (1.1) называется формулой замены переменной в неопределённом интеграле.

Пример 5. Вычислить $\int(7x-5)^4\,dx$

Решение. Этот интеграл можно найти двумя способами. Так как $\int x^4dx=\frac{x^5}{5}+C$, по свойству XV при $a=7$ и $в=-5$ находим

$$\int(7x-5)^4dx=\frac{1}{7}\cdot\frac{(7x-5)^5}{5}+C=\frac{1}{35}\cdot(7x-5)^5+C.$$

Другой способ. Полагая здесь $t=7x-5, t=(7x-5)'dx=7dx$, получим

$$\int(7x-5)^4dx=\frac{1}{7}\int(7x-5)^4 7dx=\frac{1}{7}\int(7x-5)^4d(7x-5)=\frac{1}{7}\cdot\frac{(7x-5)^5}{5}+C=$$

$$=\frac{1}{35}(7x-5)^5+C.$$

Пример 5. Найти (Пример выполнения задания 2-б)) $\int(3-2x)^7dx$.

Решение. Применим метод замены переменной. Обозначим $t=(3-2x)$, тогда $dt=-2dx$ или $dx=-\frac{1}{2}dt$. Получим

$$\int(3-2x)^7dx=-\frac{1}{2}\int t^7dt=-\frac{1}{2}\cdot\frac{t^8}{8}+C=-\frac{1}{2}\cdot\frac{(3-2x)^8}{8}+C.$$

Пример 6. Найти $\int\sin(3x+1)dx$.

Решение. Целесообразно ввести новую переменную $t=3x+1$. Тогда $dt=3dx$ или $dx=\frac{1}{3}dt$. Отсюда по формуле (1.1) получаем

$$\int\sin(3x+1)dx=\frac{1}{3}\int\sin t dt=-\frac{1}{3}\cos t=-\frac{1}{3}\cos(3x+1)+C.$$

Все решенные ниже задания для задачи 2-б)

Пример 7. Найти $\int\frac{\sin x\,dx}{\cos^2 x}$.

Решение. Введём новую переменную $t=\cos x$. Тогда $dt=-\sin xdx$ или $\sin x\,dx=-dt$. В результате подстановки исходный интеграл преобразуется к табличному виду

$$\int\frac{\sin x\,dx}{\cos^2 x}=-\int\frac{dt}{t^2}=-\int t^{-2}dt=-\frac{t^{-2+1}}{-2+1}+C=-\frac{t^{-1}}{-1}+C=\frac{1}{\cos x}+C.$$

Пример 8. Найти $\int x\sqrt{x-3}\,dx$.

Решение. С целью упрощения подынтегрального выражения положим $x-3=t^2$. Отсюда $x=t^2+3$, $dx=d(t^2+3)$, $dx=d(t^2+3)'\,dt$, $dx=[(t^2)'+3']dt$, $dx=[2t+0]dt$, $dx=2t\,dt$. Заменим под знаком интеграла x, $x-3$ и dx, затем выполним преобразования и получаем

$$\int x(\sqrt{x-3})dx=\int(t^2+3)\cdot\sqrt{t^2}\cdot 2t\,dt=\int(2t^4+6t^2)dt=2\int t^4dt+6\int t^2dt=$$

$$=2\int t^4dt+6\int t^2dt=2\frac{t^{4+1}}{4+1}+6\frac{t^{2+1}}{2+1}+C=\frac{2}{5}t^5+2t^3+C=\frac{2}{5}(\sqrt{x-3})^5+$$

$$+2(\sqrt{x-3})^3+C.$$

Пример 9. Найти $\int \frac{3e^{2x}dx}{\sqrt{e^{4x}+C}}$.

Решение. Заметим, что $e^{4x}=\left(e^{2x}\right)^2$. Целесообразно ввести переменную $e^{2x}=t$. Тогда $de^{2x}=dt$, $\left(e^{2x}\right)'dx=dt$, $e^{2x}2dx=dt$. Заменив всюду под интегралом $e^{2x}dx$ на $\frac{dt}{2}$, e^{2x}на t, получим

$$\int \frac{3dt}{2\sqrt{t^2+5}}=\frac{3}{2}\int \frac{dt}{\sqrt{t^2+5}}=\frac{3}{2}\ln\left|t+\sqrt{t^2+5}\right|+C=\frac{3}{2}\ln\left|e^{2x}+\sqrt{e^{4x}+5}\right|+C.$$

Пример 10. Найти $\int \frac{2\sin x\,dx}{\sqrt{3+\cos^2 x}}$.

Решение. Введём переменную $t=\cos x$. Тогда $dt=-\sin xdx$. Заменив всюду под интегралом $\sin x\,dx$ на $-dt$, $\cos x$ на t, получим

$$\int \frac{2\sin x\,dx}{\sqrt{3+\cos^2 x}}=-2\int \frac{dt}{\sqrt{3+t^2}}=-2\ln\left|t+\sqrt{3+t^2}\right|+C=$$
$$-2\ln\left|\cos x+\sqrt{3+\cos^2 x}\right|+C.$$

Интегрирование по частям

Теоретический материал

Теорема 2. Пусть функции $u(x)$ и $v(x)$ определены и дифференцируемы на некотором промежутке X и функция $u'(x)v(x)$ имеет первообразную на этом промежутке. Тогда функция $u(x)v'(x)$ также имеет первообразную на промежутке X, причем справедлива формула

$$\int u(x)v'(x)\,dx=u(x)v(x)-\int v(x)u'(x)dx. \qquad (1.2)$$

С учётом определения дифференциалов функций равенство (1.2) можно переписать в виде

$$\int u\,dv=uv-\int v\,du. \qquad (1.3)$$

Равенство (1.2) или (1.3) называется формулой интегрирования по частям.

Формулу интегрирования по частям можно применять многократно.

Рекомендации по использованию метода интегрирования по частям

В интегралах вида

$$\int P(x)e^{ax}\,dx,\ \int P(x)\sin ax\,dx,\ \int P(x)\cos ax\,dx,$$

где $P(x)$– многочлен относительно x, a – некоторое число, полагают $u=P(x)$, а все остальные сомножители принимают за dv.

В интегралах вида

$$\int P(x)\ln|ax|\,dx,\ \int P(x)\arcsin ax\,dx,\ \int P(x)\arccos ax\,dx,$$

$$\int P(x)\operatorname{arctg} ax\,dx,\ \int P(x)\operatorname{arcctg} ax\,dx$$

полагают $P(x)dx = dv$, а остальные сомножители полагают равной функции u.

Все решенные ниже задания для задачи 2-в)

Пример 11. Найти $\int (x-3)\sin x\,dx$.

Решение. Применяем формулу интегрирования по частям. Положим $u = x-3,\ dv = \sin x\,dx$, тогда $du = dx,\ v = \int \sin x\,dx = -\cos x$, по формуле (1.3) получим

$$\int (x-3)\sin x\,dx = -(x-3)\cos x + \int \cos x\,dx = (3-x)\cos x + \sin x + C.$$

Пример 12. Найти $\int \left(5x^3 + 2x^2 + 3\right)\ln|x|\,dx$.

Решение. Положим $u = \ln|x|,\ dv = \left(5x^3 + 2x^2 + 3\right)dx$, тогда

$du = \left(\ln|x|\right)'\,dx = \dfrac{1}{x}dx, \int dv = \int\left(5x^3 + 2x^2 + 3\right)dx$, откуда

$$v = \int\left(5x^3 + 2x^2 + 3\right)dx = 5\int x^3\,dx + 2\int x^2\,dx + 3\int dx = 5\frac{x^{3+1}}{3+1} + 2\frac{x^{2+1}}{2+1} + 3x =$$

$$= \frac{5}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 3x.$$

Следовательно,

$$\int\left(5x^3 + 2x^2 + 3\right)\ln|x|\,dx = \left(\frac{5}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 3x\right)\ln|x| - \int\left(\frac{5}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 3x\right)\frac{1}{x}dx =$$

$$= \left(\frac{5}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 3x\right)\ln|x| - \left[\frac{5}{4}\int\frac{x^4}{x}dx + \frac{2}{3}\int\frac{x^3}{x}dx + 3\int\frac{x}{x}dx\right] == \left(\frac{5}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 3x\right)\ln|x|$$

$$-\left[\frac{5}{4}\int x^3\,dx + \frac{2}{3}\int x^2\,dx + 3\int dx\right] =$$

$$= \left(\frac{5}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 3x\right)\ln|x| - \frac{5}{4}\cdot\frac{x^{3+1}}{3+1} - \frac{2}{3}\cdot\frac{x^{2+1}}{2+1} - 3x + C =$$

$$= \left(\frac{5}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 3x\right)\ln|x| - \frac{5}{16}x^4 - \frac{2}{9}x^3 - 3x + C.$$

Контрольные варианты к задаче 1.

1.Найти интегралы.

1.1. а) $\displaystyle\int\left(\frac{x^2 - 3\sqrt{x}}{x^3} + \frac{1}{x^2 - 5}\right)dx;$ б) $\displaystyle\int\frac{3x^2\,dx}{\left(1-5x^3\right)^3};$

в) $\int (7x-3)e^{2x}dx;$ г) $\int \cos^2 5x\,dx$.

1.2. а) $\int\left(\frac{\sqrt[3]{x}+2}{x}-\frac{2}{x^2+3}\right)dx$;

б) $\int y\sqrt{3y^2+1}\,dy$;

в) $\int \operatorname{arctg} x\,dx$;

г) $\int \sin^2\frac{3}{4}x\,dx$.

1.3. а) $\int\left(\frac{2-\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}+\frac{7}{\sqrt{8-x^2}}\right)$;

б) $\int(1-3x)e^{2x-3x^2}dx$;

в) $\int(2x-3)\cos 4x\,dx$;

г) $\int\sin 2x\cos 4x dx$.

1.4. а) $\int\left(\frac{1-x^5}{x^4}+\frac{2}{x^2-5}\right)dx$;

б) $\int\frac{x\,dx}{(x^2+9)^3}$;

в) $\int\sqrt{x^3}\ln x dx$;

г) $\int\sin\frac{2}{3}x\cos\frac{3}{2}xdx$.

1.5. а) $\int\left(\frac{1-x}{\sqrt{x}}+3^{x+1}+\frac{1}{10-x^2}\right)dx$;

б) $\int x\cos(5x^2-3)dx$;

в) $\int(3x-2)\cos 5xdx$;

г) $\int\sin^2\frac{2x}{5}dx$.

1.6. а) $\int\left(\frac{3}{\sqrt{5-x^2}}+\frac{1}{\cos^2 x}-\frac{2}{x^3}\right)dx$;

б) $\int\frac{2x^2\,dx}{5-2x^3}$;

в) $\int(x^5+2x-1)\ln xdx$;

г) $\int\sin\frac{3}{5}x\cos 3xdx$.

1.7. а) $\int\left(\frac{1}{\sqrt[5]{x^2}}-\frac{3}{\sqrt{x^2+2}}\right)dx$;

б) $\int\frac{dx}{(x^2+1)\sqrt{\operatorname{arctg} x}}$;

в) $\int\frac{\ln x}{\sqrt{x^3}}dx$;

г) $\int\sin\frac{x}{2}\cos\frac{2x}{3}dx$.

1.8. а) $\int\left(\frac{x+x^2\cos x-5}{x^2}+\frac{1}{3-x^2}\right)dx$;

б) $\int\frac{1-\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$;

в) $\int(3x^2-2x)\ln xdx$;

г) $\int\sin\frac{x}{3}\sin\frac{2x}{5}dx$.

1.9. а) $\int\left(\frac{1}{\sqrt{5-x^2}}+\frac{3}{x+2}-x\sqrt{x}\right)dx$;

б) $\int\frac{3\ln^5 x+5x-2}{x}dx$;

в) $\int(3-2x)\cos 7xdx$;

г) $\int\cos^2\frac{3x}{5}\cdot\sin\frac{x}{5}dx$.

1.10. а) $\int\left(\frac{1}{x^2-7}+3\cdot 2^x-\frac{1}{\sqrt{x^5}}\right)dx$;

б) $\int\frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} x+3}-x}{x^2+1}dx$;

в) $\int(4\sqrt{x}+3)\ln xdx$;

г) $\int\cos 2x\cos\frac{3x}{4}dx$.

1.11. а) $\int\left(\frac{3x^3-xe^x+2}{x}-\frac{1}{\sqrt{7-x^2}}\right)dx$; б) $\int\frac{3x-\sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}}dx$;

в) $\int\frac{3-\ln x}{\sqrt[5]{x^3}}dx$; г) $\int\cos\frac{2x}{7}\cos\frac{3x}{5}dx$.

1.12. а) $\int\left(\frac{3-x\cdot 7^x}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{3}{x^2+3}\right)dx$; б) $\int e^{2x^3-5}\cdot x^2dx$;

в) $\int(3-4x)\sin\frac{x}{5}dx$; г) $\int(\sin 3x+\cos^2\frac{3x}{4})dx$.

1.13.а) $\int\left(\frac{3-2\cos^3 x}{\cos^2 x}+\frac{1}{8-x^2}-\sqrt[7]{x^3}\right)dx$; б) $\int 3^{5x^2+2x-3}(5x+1)dx$;

в) $\int(1-3x)e^{-3x}dx$; г) $\int\sin\frac{3}{2}x\sin\frac{2}{7}xdx$.

1.14. а) $\int\left(\frac{2x-5}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x^2-6}}-4^{x+1}\right)dx$; б) $\int\frac{3-\sqrt[3]{\mathrm{tg}^2 x}}{\cos^2 x}dx$;

в) $\int(\sqrt{x^3}+3)\ln xdx$; г) $\int\sin^2 2x\cos^2 2xdx$.

1.15. а) $\int\left(\frac{(x+1)^2}{x^2}+\frac{1}{8-x^2}-5^{x+1}dx\right)$; б) $\int e^{3x}(e^{3x}+5)^7dx$;

в) $\int(2-5x)\sin 5xdx$; г) $\int\cos\frac{2x}{9}\cos\frac{3x}{5}dx$.

1.16. а) $\int\left(\frac{x\cdot 3^x+2\sqrt{x}-5}{x}+\frac{3}{x^2+11}\right)dx$; б) $\int\frac{x^5dx}{\sqrt[3]{1-5x^6}}$;

в) $\int e^x(x^2+3x+2)dx$; г) $\int\sin 3x\cos\frac{2x}{5}\mathrm{tg}\frac{2x}{5}dx$.

1.17. а) $\int\left(\frac{2}{\sqrt{2-x^2}}+(\sqrt[3]{x}-2)^3-\frac{1}{x^3}\right)dx$; б) $\int\frac{\mathrm{tg}^3 x+5}{\cos^2 x}dx$;

в) $\int(3x^2-4x+3)\ln xdx$; г) $\int(\cos\frac{x}{4}+\cos^2\frac{3x}{8})dx$.

1.18. а) $\int\left(\frac{5}{x^2+7}-x\cdot\sqrt[3]{x}+2^{x+1}\right)dx$; б) $\int\frac{3x^2-2+e^{1/x}}{x^2}dx$;

в) $\int\frac{\ln x}{\sqrt[7]{x^4}}dx$; г) $\int\sin 2x\cos 3x\cos 5xdx$.

1.19. а) $\int\left(\frac{2-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^4}}+\frac{1}{\sqrt{x^2-2}}+\frac{1}{\sin^2 x}\right)dx$; б) $\int\frac{\sin xdx}{(3\cos x-5)^5}$;

в) $\int(x-\pi)\cos\pi xdx$; г) $\int\sin\frac{2x}{5}\sin\frac{5x}{3}dx$.

1.20. а) $\int\left(\frac{2-\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}+\frac{3}{\sqrt{2-x^2}}+2^{x+2}\right)dx;$ б) $\int\frac{3+(5ctgx-3)^{10}}{\sin^2 x}dx;$

в) $\int(3-8x)e^{-2x}dx;$ г) $\int\sin\frac{3x}{2}\sin\frac{5x}{7}dx.$

1.21.а) $\int\left(\frac{x^2-9}{3-x}+\frac{1}{x^2-9}+2x\sqrt{x}-3^{x+1}\right)dx;$ б) $\int\frac{\cos xdx}{\sqrt{3\sin x-5}};$

в) $\int(2x-3)e^{4x}dx;$ г) $\int\sin 2x\cos^2\frac{3x}{4}dx.$

1.22. а) $\int\left(\frac{(2x+3)^2}{x\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{3-x^2}}+\frac{5}{x}\right)dx;$ б) $\int\frac{2e^{\sqrt{x}}+3\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx;$

в) $\int(x^2-x+3)\ln xdx;$ г) $\int\sin\frac{x}{3}\cos^2 xdx.$

1.23. а) $\int\left(\frac{2}{x^2-2}+(2\sqrt{x}-5)^2-\frac{1}{\sqrt[3]{x^5}}\right)dx$; б) $\int x\sin(3-5x^2)dx;$

в) $\int(2-x^2)e^{2x}dx;$ г) $\int\cos\frac{x}{5}\cos\frac{4x}{5}dx.$

1.24. а) $\int\left(\frac{1}{\sqrt{4-9x^2}}+\frac{3x-2}{\sqrt[3]{x}}-2^{x+3}\right)dx;$ б) $\int\frac{\sin xdx}{\cos^2 x+5};$

в) $\int(3x^2-1)\ln xdx;$ г) $\int\sin 2x\cos 2x\sin\frac{x}{2}dx.$

1.25. а) $\int\left(\frac{1-5x}{x^2}-\frac{1}{\sqrt{4x^2+1}}-\frac{2^{x+1}}{3^x}\right)dx;$ б) $\int\frac{2x-1}{\sqrt[5]{x^2-x}}dx;$

в) $\int(x+1)^2\ln(x+1)dx;$ г) $\int\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}\cos\frac{2x}{3}dx.$