



АТОМЭНЕРГОПРОЕКТ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

А. Н. БИРБРАЕР
А. Ю. РОЛЕДЕР

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА СООРУЖЕНИЯ

Санкт-Петербург
Издательство Политехнического университета
2009



АТОМЭНЕРГОПРОЕКТ
САНКТ • ПЕТЕРБУРГ

**A. N. BIRBRAER
A. J. ROLEDER**

**EXTREME
ACTIONS
ON STRUCTURES**

**Saint Petersburg
Publishing House of the Politechnical University
2009**

А. Н. БИРБРАЕР

А. Ю. РОЛЕДЕР

**ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ
ВОЗДЕЙСТВИЯ
НА СООРУЖЕНИЯ**

Санкт-Петербург

Издательство Политехнического университета

2009



АТОМЭНЕРГОПРОЕКТ
САНКТ•ПЕТЕРБУРГ

**A. N. BIRBRAER
A. J. ROLEDER**

**EXTREME
ACTIONS
ON STRUCTURES**

**Saint Petersburg
Polytechnic University Publishing House
2009**

**А. Н. БИРБРАЕР
А. Ю. РОЛЕДЕР**

**ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ
ВОЗДЕЙСТВИЯ
НА СООРУЖЕНИЯ**

Санкт-Петербург
Издательство Политехнического университета
2009

УДК 624.04
ББК 38.112
Б 64

Рецензент – Заслуженный деятель науки и техники РФСР,
доктор технических наук, профессор СПб ГПУ А. В. Тананаев

Бирбраер А. Н. Экстремальные воздействия на сооружения /
А. Н. Бирбраер, А. Ю. Роледер. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2009. –
594 с.

Книга посвящена вопросам проектирования сооружений на экстремальные воздействия. Описаны способы динамических расчетов конструкций на кратковременные нагрузки в упругой и неупругой стадиях деформирования. Приведены методы определения нагрузок при экстремальных воздействиях, таких как удары летящих тел различной природы, взрывы, торнадо и ураганы, падение грузов, обрушение сооружений. Излагаются принципы учета экстремальных воздействий при проектировании атомных электростанций, включая вероятностные методы оценки их опасности и риска. Приведены многочисленные примеры расчетов.

Книга предназначена для инженерно-технических и научных работников. Она также может быть использована студентами и аспирантами строительных специальностей.

Табл. 72. Ил. 269. Библиогр. : 143 назв.

Birbraer A. N. Extreme Actions on Structures / A. N. Birbraer,
A. J. Roleder. – St. Petersburg. : Publishing House of the Politechnical University, 2009. – 594 p.

The book deals with problems of designing structures intended to withstand extreme actions. Techniques for dynamic analysis of structures subjected to short-term loads in elastic and inelastic deformation stages is described. The book presents methods for determining loads caused by extreme actions, i.e. impacts from missiles of various nature, explosions, tornados and hurricanes, load drop, structure collapse. Principles of considering extreme actions in design of nuclear power plants, including probabilistic assessment of their hazard and risk, are defined. The book contains numerous examples of calculations. Table of contents, which provide a deeper inside in the book contents, is given at the end of the book.

The book is for use by design engineers and scientists. It may also be used by civil engineering students and postgraduates.

© Бирбраер А. Н., Роледер А. Ю., 2009

© Санкт-Петербургский государственный
политехнический университет, 2009

ISBN 978-5-7422-2370-2

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	13
Список сокращений	16

Часть I

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ НА УДАРНЫЕ И ИМПУЛЬСИВНЫЕ НАГРУЗКИ

Глава 1. Предельные состояния и прочность конструкций при динамических нагрузках	17
1.1. Прочность материалов при динамическом нагружении	17
1.1.1. Нормативные обозначения прочности	17
1.1.2. Диаграммы деформирования материалов	18
1.2. Предельные состояния конструкций	21
1.2.1. Характеристика предельных состояний	21
1.2.2. Нормирование предельных состояний железобетонных и стальных конструкций	23
1.2.3. О критериях отказа железобетонных конструкций при неупругих перемещениях	30
Глава 2. Линейные дискретные системы	33
2.1. Система с одной степенью свободы («линейный осциллятор»)	33
2.1.1. Свободные колебания	33
2.1.2. Вынужденные колебания	35
2.2. Свободные колебания дискретной системы	37
2.2.1. Выбор дискретной расчетной модели	37
2.2.2. Дифференциальные уравнения движения	38
2.2.3. Собственные частоты и моды системы	38
2.2.4. Свойства мод	41
2.2.5. Решение уравнений свободных колебаний методом модальной суперпозиции	43
2.3. Вынужденные колебания дискретной системы при силовом возмущении	47
2.3.1. Дифференциальные уравнения движения	47
2.3.2. Решение системы дифференциальных уравнений методом прямого пошагового интегрирования	48
2.3.3. Решение методом модальной суперпозиции	49
2.4. Вынужденные колебания дискретной системы при кинематическом возмущении	53
2.4.1. Дифференциальные уравнения движения	53
2.4.2. Интегрирование системы методом модальной суперпозиции	54
2.4.3. Сумма нормированных векторов мод	55
2.5. Вычисление матриц масс и податливости с помощью мод	55
Глава 3. Линейные континуальные системы	57
3.1. Изгибные колебания стержней	57
3.1.1. Свободные колебания	57

3.1.2. Вынужденные поперечные колебания стержня при силовом возмущении	66
3.1.3. Вынужденные колебания стержня при кинематическом возмущении	70
3.1.4. Переходный процесс при колебаниях стержня	72
3.1.5. О точности моделирования конструкции в виде стержня	73
3.2. Изгибные колебания прямоугольных пластинок	77
3.2.1. Предварительные замечания	77
3.2.2. Свободные колебания	77
3.2.3. Вынужденные колебания пластинок при силовом возмущении	79
3.2.4. Вынужденные колебания пластинок при кинематическом возмущении	80
3.2.5. Об уточненной теории поперечных колебаний пластинок	82
3.3. Приближенное определение динамических характеристик конструкций	82
3.3.1. Однопролетные балки и плиты с постоянными характеристиками	82
3.3.2. Многопролетные балки	83
3.3.3. Трубы	84
3.3.4. Многоэтажное здание высотой более 50 м	84
3.3.5. Первые моды сооружений	85
3.3.6. Эквивалентная погонная масса конструкции	85
3.4. Изгибная жесткость железобетонных элементов	86
Глава 4. Квазистатические методы расчета конструкций	88
4.1. Схематизация конструкции как системы с одной степенью свободы	88
4.1.1. Способы схематизации	88
4.1.2. Параметры эквивалентного линейного осциллятора	89
4.1.3. Задание приближенной функции прогиба в виде перемещений при статических нагрузках	95
4.1.4. Замечания по поводу схематизации конструкций в виде эквивалентного линейного осциллятора	98
4.1.5. Параметры эквивалентных линейных осцилляторов для некоторых простейших конструкций	101
4.2. Квазистатический расчет конструкции при действии силы	104
4.2.1. Коэффициенты динамичности	104
4.2.2. Законы движения осцилляторов	104
4.2.3. Квазистатический расчет конструкции как системы с одной степенью свободы	108
4.2.4. Квазистатический расчет конструкции как системы с n степенями свободы	108
4.3. Квазистатический расчет при кинематическом возмущении	110
4.3.1. Спектры отклика	110
4.3.2. Процедура расчета по линейно-спектральной теории	112
4.3.3. Модальные отклики конструкции	113
4.3.4. Вычисление суммарного («расчетного») отклика	116

4.3.5. Ограничение числа учитываемых мод при расчетах под- систем	118
4.3.6. Проверка прочности конструкции	128
4.4. Достоинства и недостатки квазистатических методов расчета	129
Глава 5. Расчет конструкций за пределами упругих деформаций	130
5.1. О неупругих расчетах по методу конечных элементов	130
5.2. Схемы с шарнирами пластичности	131
5.3. Неупругий расчет балок	132
5.3.1. Железобетонная шарнирно опертая балка	132
5.3.2. Железобетонная балка с заделкой и шарнирной опорой	136
5.3.3. Железобетонная балка с двумя заделками	138
5.3.4. Неупругий расчет металлических балок	140
5.4. Неупругий расчет железобетонных плит	142
5.4.1. О расчетах железобетонных плит с применением пласти- ческих шарниров	142
5.4.2. Шарнирно опертая железобетонная плита при равномерно распределенной нагрузке	143
5.4.3. Защемленная по контуру железобетонная плита при равно- мерно распределенной нагрузке	149
5.4.4. Свободно опертая по контуру железобетонная плита при сосредоточенной нагрузке	150
5.4.5. Защемленная по контуру железобетонная плита при сосре- доточенной нагрузке	151
5.4.6. Железобетонные плиты иной формы и с другими гранич- ными условиями	154
5.5. Расчеты при схематизации конструкции в виде упругопласти- ческого осциллятора	154
5.5.1. Предварительные замечания	154
5.5.2. Шарнирно опертая балка	155
5.5.3. Балка с заделкой и шарнирной опорой	159
5.5.4. Балка с двумя заделками	162
5.5.5. Железобетонная шарнирно опертая плита при равномерно распределенной нагрузке	163
5.5.6. Железобетонная защемленная по контуру плита при равно- мерно распределенной нагрузке	168
5.5.7. Железобетонная шарнирно опертая по контуру плита при сосредоточенной нагрузке	168
5.5.8. Железобетонная защемленная по контуру плита при сосре- доточенной нагрузке	168
5.6. Заключительные замечания	169
Глава 6. Энергетический метод расчета строительных конструк- ций на кратковременные нагрузки	170
6.1. Скорости точек системы при действии кратковременной силы	170
6.2. Процедура расчета конструкций энергетическим методом	173
6.3. Примеры расчета с использованием схематизации в виде ос- циллятора	174
6.3.1. Предварительные замечания	174

6.3.2. Шарнирно опертая балка	174
6.3.3. Балка с защемленными концами	177
6.3.4. Шарнирно опертая плита	181
6.3.5. Защемленная по контуру плита	185
6.4. Заключительные замечания	187

Часть II

НАГРУЗКИ НА СООРУЖЕНИЯ ПРИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Глава 7. Расчет конструкций на удары жестких тел	188
7.1. Удар абсолютно твердого тела в недеформируемую преграду	189
7.2. Удары линейно- и нелинейно-упругих тел в недеформируемую преграду	189
7.3. Локальные повреждения железобетонных конструкций	194
7.3.1. Виды повреждений бетонной преграды	194
7.3.2. Оценка локальных повреждений железобетонной конструкции	195
7.3.3. Последовательное пробивание жестким снарядом нескольких барьеров	210
7.3.4. Нагрузка на железобетонную преграду при внедрении жесткого тела	212
7.4. Локальные повреждения стальных конструкций	214
Глава 8. Нагрузки на строительные конструкции при ударах разрушающихся летящих тел	216
8.1. Удар в недеформируемую преграду	216
8.1.1. Удар по нормали к преграде	216
8.1.2. Решение уравнения движения тела в квадратурах	219
8.1.3. Удар тела с постоянной по длине массой и прочностью	222
8.1.4. Удар тела с линейно изменяющимися массой и прочностью	224
8.2. Удар в податливую преграду	225
8.2.1. Удар по нормали к преграде	226
8.2.2. Удар под углом к нормали меньше угла трения	230
8.2.3. Удар в плоскую преграду под углом к нормали больше угла трения	236
8.2.4. Удар в сферическую или цилиндрическую преграду под углом к нормали больше угла трения	238
8.3. Нагрузки и воздействия при падении на АЭС самолета	239
8.3.1. Виды учитываемых самолетов	239
8.3.2. Самолеты авиации общего назначения	240
8.3.3. Военные самолеты	243
8.3.4. Самолеты коммерческой авиации	249
8.3.5. Особенности нагрузок при ударе самолетов	254
8.4. Летящие тела при торнадо	256
8.4.1. Общая характеристика летящих тел	256
8.4.2. Удар деревянного бруса	256
8.4.3. Удар автомобиля	258

Глава 9. Воздействие взрывов на сооружения	260
9.1. Классификация взрывов	261
9.1.1. Виды взрывов	261
9.1.2. Характер взрыва облаков газо- и паро-воздушных смесей	262
9.2. Детонационный взрыв	266
9.2.1. Детонация концентрированных взрывчатых веществ	266
9.2.2. Детонация облака взрывоопасной смеси	268
9.2.3. Нагрузки на строительные конструкции при детонационном взрыве в неограниченном пространстве	274
9.2.4. Нагрузки при затекании ВУВ через проемы в ограждающих конструкциях	281
9.2.4. Нагрузки на строительные конструкции при детонационных взрывах в закрытых и частично открытых помещениях	281
9.3. Дефлаграционный взрыв	287
9.3.1. Определение избыточного давления при дефлаграции	287
9.3.2. Нагрузки на строительные конструкции при дефлаграционных взрывах	295
9.4. Разрыв резервуаров со сжатым газом	299
9.4.1. Разрушение наземного резервуара со сжатым газом	299
9.4.2. Разрушение подземного резервуара	308
Глава 10. Поражающее действие взрыва	309
10.1. Оценка поражающего действия воздушной ударной волны	309
10.1.1. Степень поражения людей и строительных конструкций	309
10.1.2. Оценка зоны поражения	318
10.2. Разлет осколков	318
10.2.1. Первичные осколки	319
10.2.2. Нагрузка на тело при его обтекании взрывной волной	322
10.2.3. Движение вторичных осколков	325
10.2.4. Дальность полета осколков	328
10.3. Защита от взрывов с помощью проникаемых экранов	331
Глава 11. Падение грузов и обрушение строительных конструкций	334
11.1. Падение грузов	334
11.1.1. Предварительные замечания	334
11.1.2. Падение абсолютно твердого тела на упругую конструкцию	334
11.1.3. Падение разрушающегося груза на недеформируемую преграду	347
11.1.4. Падение разрушающегося груза на податливую преграду	352
11.1.5. Сравнение расчетных нагрузок на конструкцию при разных исходных предположениях	353
11.2. Падение грузов в резервуары и бассейны	355
11.2.1. Постановка задачи	355
11.2.2. Гидродинамические нагрузки	356

11.2.3. Движение груза в воде	358
11.2.4. Динамическая нагрузка при ударе о дно	359
11.2.5. Эквивалентные статические нагрузки	360
11.2.6. Перелив и всплеск воды	360
11.2.7. Пример. Падение транспортного контейнера в колодец перегрузки отработавшего топлива	361
11.3. Нагрузки от завала при полном обрушении здания	367
Глава 12. Ветровые нагрузки на сооружения	370
12.1. Общие сведения об аэродинамике плохообтекаемых тел	370
12.2. Задание ветровых нагрузок по российским нормам	373
12.2.1. Скорость ветра	373
12.2.2. Виды ветровых нагрузок	376
12.2.3. Средняя составляющая ветровой нагрузки	377
12.2.4. Пульсационная составляющая ветровой нагрузки	380
12.2.5. Расчет сооружений на ветровую нагрузку по вычислительной программе SCAD Office	388
12.3. Аэроупругие колебания конструкций	389
12.3.1. Аэроупругость	389
12.3.2. Вихревое возбуждение колебаний конструкций	390
12.3.3. Галопирование гибких конструкций	407
12.3.4. Дивергенция и флаттер	412
12.3.5. Логарифмический декремент колебаний	417
Глава 13. Экстремальные метеорологические явления	423
13.1. Виды экстремальных ветровых нагрузок	423
13.2. Торнадо	423
13.2.1. Общая характеристика и интенсивность торнадо	423
13.2.2. Учет торнадо в проекте АЭС по нормам России	428
13.2.3. Физическая модель торнадо	429
13.2.4. Нагрузки и воздействия на конструкции	431
13.3. Ураганы	439

Часть III

ПРОЕКТИРОВАНИЕ АЭС НА ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Глава 14. Общие принципы проектирования АЭС на экстремальные воздействия	442
14.1. Основные понятия	442
14.2. Включение событий в проектные основы	445
14.3. Классификация элементов АЭС по отношению к экстремальным воздействиям	448
14.4. Особенности проектирования АЭС на экстремальные воздействия	453
14.5. Последовательность проектирования	457
14.6. Задание нагрузок	459

14.7. Сочетания нагрузок и характеристики пригодности	460
14.8. Общие требования к расчетным моделям	461
14.9. Характеристики материалов	462
14.10. Вторичные воздействия	463
14.11. Методы расчетов конструкций АЭС на экстремальные воз- действия	464
14.11.1. Предварительные замечания	464
14.11.2. Детерминистический расчет конструкций	464
14.11.3. Вероятностный анализ надежности	466
Глава 15. Включение экстремальных воздействий в проектные основы АЭС	471
15.1. Падение самолета	471
15.1.1. Предварительные замечания	471
15.1.2. Процедура анализа	472
15.1.3. Величина дистанции отбора	472
15.1.4. Вероятность падения самолета на площадку АЭС	474
15.1.5. Вероятность удара самолета в здание АЭС	481
15.1.6. Вероятность удара самолета в конкретную конструкцию здания	484
15.2. Воздействие взрыва	494
15.3. Летящие тела при авариях	497
15.3.1. Причины образования летящих тел при авариях	497
15.3.2. Анализ опасности летящих тел	499
15.3.3. Методы и средства защиты АЭС от летящих тел	506
Глава 16. Прочность строительных конструкций при ударе самолета и взрыве	509
16.1. Предварительные замечания	509
16.2. Общие положения учета падения самолета на АЭС	510
16.2.1. Нагрузки и воздействия при падении самолета	510
16.2.2. Задачи и методы защиты АЭС от авиакатастрофы	510
16.2.3. Требования к расчетам на удар самолета	511
16.3. Динамический расчет железобетонной защитной оболочки на удар самолета	513
16.4. Учет неупругих деформаций конструкций при ударе само- лета	522
16.5. Прочность строительных конструкций при взрыве	524
Глава 17. Колебания зданий и нагрузки на вторичные системы при ударе самолета и взрыве	526
17.1. Предварительные замечания	526
17.2. Поэтажные спектры отклика	527
17.2.1. Процедура расчета поэтажных спектров отклика	527
17.2.2. Моделирование зданий для расчета поэтажных спектров отклика	528
17.3. Поэтажные спектры отклика при ударе самолета	538

17.4. Поэтажные спектры отклика при действии ВУВ	544
17.5. Способы снижения динамических нагрузок на оборудование	546
Глава 18. Вероятностный анализ прочности и колебаний зданий АЭС при ударе самолета	551
18.1. Вероятностный анализ прочности строительных конструкций	551
18.1.1. Вероятность отказа конструкции	551
18.1.2. Вероятность отказа с учетом угла и места удара самолета	552
18.1.3. Учет случайности места, угла удара, скорости и массы самолета	554
18.1.4. Учет случайности нагрузки при проектировании конструкций	560
18.2. Вероятностный анализ вынужденных колебаний зданий	566
18.2.1. Предварительные замечания	566
18.2.2. Рассматриваемые случайные параметры	567
18.2.3. Распределение вероятности поэтажных спектров отклика	567
18.2.4. Допускаемая вероятность превышения спектральных ускорений	569
18.2.5. Примеры вероятностного расчета поэтажных спектров отклика	570
18.3. Заключительные замечания	571
Библиографический список	573
Предметный указатель	581
Contents	587

ПРЕДИСЛОВИЕ

При проектировании любых промышленных или гражданских сооружений учитывают особые нагрузки и воздействия, как природные, так и техногенные, т.е. создаваемые в результате деятельности человека. Их состав и интенсивность зависят от ответственности объекта, характеризующейся тяжестью социальных, экономических и экологических последствий, которые повлечет за собой его разрушение. Для таких опасных промышленных объектов, как крупные химические заводы, предприятия нефтехимии, хранилища и системы транспортировки газа и нефтепродуктов, высокие плотины и тому подобное, предусматривают защиту даже от весьма редко повторяющихся и тяжелых нагрузок и воздействий.

Особое место среди опасных промышленных объектов занимают предприятия, связанные с использованием радиоактивных веществ, в частности, атомные электростанции (АЭС). Непременным требованием к ним является гарантия сохранения ядерной и радиационной безопасности. Это означает, что при любых нормальных и аварийных режимах работы, любых внутренних и внешних воздействиях должен быть предотвращен выход радиоактивных продуктов за установленные пределы.

Одним из важнейших вопросов, решаемых при обеспечении безопасности АЭС, является учет экстремальных природных и техногенных воздействий. К первым относятся землетрясения, ураганы, торнадо (смерчи), цунами, экстремальные климатические температуры, снег, обледенение, лесные пожары и пр. Техногенные воздействия делят на внутренние и внешние. Внутренние возникают при нарушении нормальных условий эксплуатации и аварийных режимах работы АЭС: повышение температуры и давления в помещениях, удары разлетающихся обломков оборудования, падение транспортируемых грузов. Примерами внешних техногенных воздействий являются падение на станцию летательного аппарата, взрывы, распространение токсичных и коррозионно-опасных веществ и газов с близлежащих предприятий или транспортных путей, затопление территории вследствие прорыва водохранилищ и пр.

Важнейшим экстремальным воздействием, обязательно учитываемым в проекте любой АЭС, является землетрясение. Однако в данной книге оно не рассматривается, так как вопросы обеспечения сейсмостойкости АЭС достаточно подробно описаны в литературе (библиографию можно найти, например, в [12]). Из остальных указанных выше воздействий в книге рассмотрены падение на АЭС летательного аппарата, внешние взрывы, удары разлетающихся при авариях тел, ветровые нагрузки, ураганы и торнадо. Такой выбор воздействий обусловлен тем, что они приводят к очень большим нагрузкам на строительные конструкции и оборудование АЭС.

Особенностью этих воздействий является очень малая вероятность реализации. Поэтому выполнять проектирование «по наихудшему варианту», как при обычных нагрузках и воздействиях, – это излишне ос-

торожный подход. Редкость экстремальных воздействий оправдывает использование специальных методов проектирования: применение вероятностных методов анализа, задание прочностных характеристик материалов с меньшей вероятностью превышения (т.е. их более высоких значений), уменьшение запасов прочности конструкций и т.п. Исходя из концепции риска, вычисляемого на основе вероятностного анализа, устанавливают также требования к надежности наиболее ответственного оборудования.

Защита АЭС от экстремальных воздействий включает разные аспекты. Сюда входят анализ самой необходимости учета воздействия в проекте; расчет прочности и колебаний строительных конструкций; методы проектирования, конструкционные и объемно-планировочные способы защиты; требования к технологическому оборудованию, гарантирующие сохранение его работоспособности; организация работ, качество строительства; организационные мероприятия и гражданская оборона. Однако в книге рассмотрена только часть из этих проблем: анализ необходимости учета экстремальных воздействий, определение создаваемых ими нагрузок, методы расчета строительных конструкций и оборудования и, в меньшей степени, объемно-планировочные решения и способы защиты АЭС. При этом рассматривается только механическое действие на сооружения, а опасность, создаваемая, например, тепловым воздействием, выделением токсичных газов, образованием пыли и т.д., не рассматривается.

Книга разделена на три части, каждая из которых посвящена в основном какому-то одному кругу вопросов. Однако, поскольку указанные выше проблемы тесно переплетены друг с другом, полностью разделить их не удается. Поэтому в каждой из частей затрагиваются вопросы, рассматриваемые в других частях.

В I части книги излагаются методы динамических расчетов конструкций, причем особое внимание уделено импульсивным и ударным нагрузкам, характерным для рассматриваемых воздействий. Отметим, что по этой тематике существует множество печатных трудов. Тем не менее авторы сочли полезным включить в книгу сводку необходимых сведений и формул, на которые даются ссылки. Значительное внимание уделено также упрощенным и эмпирическим способам расчета. Это оправдано тем, что хотя сегодня прочностные расчеты конструкций обычно выполняют с применением компьютера, но при проектировании на очень интенсивные экстремальные воздействия часто необходимо учитывать нелинейную работу конструкций, а позволяющие сделать это вычислительные программы очень дороги и малодоступны.

Во II части изложены методы определения нагрузок, создаваемых экстремальными воздействиями. Рассмотрены нагрузки при ударах летящих тел различной природы, взрывах, авариях, ветре, ураганах и торнадо.

Заключительная III часть посвящена проектированию АЭС на экстремальные воздействия. Прежде всего, изложены общие принципы их учета. Далее рассматриваются проблемы, связанные с двумя наиболее

интенсивными воздействиями: падением на АЭС самолета и взрывами. Описаны методы задания их расчетных параметров; проверка прочности строительных конструкций; расчет колебаний зданий АЭС с целью определения нагрузок на находящееся в них оборудование. В последней главе книги изложена методика вероятностного расчета сооружения и оборудования на удар самолета.

Книга была задумана как практическое пособие для проектировщиков. Поэтому в нее включено большое количество справочного материала, а также примеров, по аналогии с которыми можно самостоятельно выполнить подобные расчеты. Но в то же время книга не является чисто справочным изданием: в ней приведены доказательства многих положений, чтобы читатель мог понять исходные предпосылки и пределы применимости описанных методов расчета.

По роду своей деятельности авторы связаны с проектированием АЭС. Поэтому в книге в первую очередь затронуты вопросы, актуальные для ядерно- и радиационноопасных объектов, описаны методики и нормативные документы, используемые в этой отрасли (хотя привлекались документы и других отраслей). В то же время книга может представлять интерес и для специалистов из других отраслей промышленности и строительства, сталкивающихся с необходимостью учета экстремальных воздействий. Она также может быть полезна студентам и аспирантам строительных специальностей при изучении курса динамики сооружений. Предполагается, что читатель имеет подготовку в области математики и механики в объеме, обычном для строительных специальностей высших учебных заведений. Отдельные вопросы, выходящие за эти пределы, разъясняются в тексте.

В книге освещена отечественная и зарубежная практика проектирования АЭС и, прежде всего, большой опыт, накопленный в Санкт-Петербургском институте «Атомэнергопроект» (СПб АЭП). В то же время количество публикаций по затронутым вопросам настолько велико, что отразить их все в ограниченном объеме невозможно. Поэтому список литературы является далеко не полным.

Большинство описанных в книге расчетов выполнено сотрудниками научно-исследовательского и расчетно-теоретического сектора СПб АЭП. В написании разделов 8.1, 8.2, 11.1 и 16.4 принимал участие И. А. Волкодав, а 2.3, 3.1 и 4.3 – Ю. В. Волкодав.

Авторы искренне признательны рецензенту, Заслуженному деятелю науки, доктору технических наук, профессору А. В. Тананаеву за полезные замечания, которые были с благодарностью учтены.

Авторы также благодарят руководство СПб АЭП за финансовую поддержку, обеспечившую выход книги в свет.

Список сокращений

АЭС	–	атомная электростанция
БР	–	безопасное расстояние
ВВ	–	взрывчатое вещество
ВВЭР	–	водо-водяной энергетический реактор
ВДО	–	величина дистанции отбора (то же, что БР)
ВПО	–	вероятность для проектных основ
ВУВ	–	воздушная ударная волна
ГВС	–	газовоздушная смесь
ГПВС	–	газо- и паровоздушная смесь
ККСК	–	квадратный корень из суммы квадратов
КИП	–	контрольно-измерительные приборы
КЭ	–	конечный элемент
ЛСТ	–	линейно-спектральная теория
МАГАТЭ	–	Международное агентство по атомной энергии
МКЭ	–	метод конечных элементов
МПА	–	максимальная проектная авария
ПА	–	поэтажная акселерограмма
ПВС	–	паровоздушная смесь
ПВ	–	продукты взрыва
ПС	–	поэтажный спектр отклика
СНиП	–	Строительные Нормы и Правила
ТВЭЛ	–	тепловыделяющий элемент
ТНТ	–	тринитротолуол (тротил)
УВНР	–	условная вероятность нарушения работы
УНП	–	ускорение нулевого периода
УОВ	–	уровень отбора событий по вероятности
ЭВ	–	экстремальное воздействие
ЯППУ	–	ядерная паропроизводящая установка
CPV	–	Conditional Probability Value (то же, что УВНР)
CQC	–	Complete Quadratic Combination
DBPV	–	Design Basis Probability Value (то же, что ВПО)
MSK-64	–	Шкала сейсмической активности Медведева–Спонхойера–Карника, версия 1964 г.
SDV	–	Screening Distance Value (то же, что БР)
SPL	–	Screening Probability Level (то же, что УОВ)
SRSS	–	Square Root of the Sum of the Squares (то же, что ККСК)
ZPA	–	Zero Period Acceleration (то же, что УНП)

Часть I

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ НА УДАРНЫЕ И ИМПУЛЬСИВНЫЕ НАГРУЗКИ

Глава 1

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ И ПРОЧНОСТЬ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

Прочность строительных материалов (бетона и арматурной стали) зависит от скорости изменения нагрузки на конструкцию. При действии динамических, быстроизменяющихся нагрузок (например, удар самолета, ВУВ) должны использоваться иные характеристики материалов, чем при обычных, статических. Кроме того, при экстремальных воздействиях допускаются другие предельные состояния конструкций, в частности, повышенные неупругие деформации. Рассмотрению этих вопросов и посвящена настоящая глава.

1.1. Прочность материалов при динамическом нагружении

1.1.1. Нормативные обозначения прочности

Прежде чем изложить вопросы прочности строительных материалов, остановимся на их нормативных обозначениях. До 1985 г. расчет железобетонных конструкций регламентировался нормами [3], которые были заменены нормами [4], а затем [5], в которых использованы новые обозначения материалов. К сожалению, в некоторых документах, продолжающих действовать сегодня, в том числе в нормах [29], регулирующих методы проектирования на воздействие взрывов, по-прежнему используются обозначения из норм [3]. Поэтому ниже приведено сопоставление старых и новых обозначений.

В старых нормах использовались **марки** бетона по прочности на сжатие, обозначавшиеся М 150, М 200 и т.п. В новых они заменены **классами**, для которых применяются обозначения В 12,5, В 15 и пр. Соотношение между ними вычисляется по формуле [77]

$$M = \frac{B}{0.098(1 - 1.64V)}, \quad (1.1)$$

где V – номинальное значение коэффициента вариации прочности бетона; для всех бетонов, кроме ячеистых, $V = 0.135$, а для ячеистых $V = 0.18$.

Изменились также обозначения арматурных сталей. В [3] они маркировались как А-I, А-III и т.д, а в новых нормах А-240, А-400 и т.д. Приблизительное соответствие между этими обозначениями показано в табл. 1.1

В настоящей главе применены обозначения из [3], т.е. старые, поскольку они, как указано выше, используются в нормах [29], представляющих особый интерес при проектировании конструкций на импульсивные и ударные нагрузки. Их необходимо также знать при проверке безопасности действующих АЭС, спроектированных по старым нормам.

Таблица 1.1. **Приблизительное соответствие по прочности между старыми и новыми обозначениями марок арматурной стали**

Старое	Новое	Старое	Новое	Старое	Новое
А-I	А 240	А-III	А 400	А-V	> В 500
А-II	А 300	А-IV	> В 500	Вр-I	В 500

Имеются отличия в задании прочностных характеристик бетона в Российских и зарубежных нормах. Эти характеристики определяются путем испытания образцов и зависят от формы последних. В нашей стране используются образцы в виде призмы, и в результате получают «призменную прочность» бетона на сжатие, обозначаемую в [3] как $R_{пр}$. Во многих зарубежных странах используются цилиндрические образцы, и получают «цилиндрическую прочность» f_c . Их значения связаны соотношением

$$f_c = 1.07R_{пр}. \quad (1.2)$$

Отметим, что в современных отечественных нормах по проектированию железобетонных конструкций [5, 6] призменная прочность бетона обозначается R_b . Кроме того, в старых нормах прочность арматурной стали обозначалась R_a , а в новых – R_s .

1.1.2. Диаграммы деформирования материалов

Виды диаграмм деформирования. Большинство строительных материалов можно разделить на три группы, различающиеся видом диаграммы деформирования, т.е. зависимости между деформацией ε и напряжением σ (рис. 1.1).

1. *Материалы с физическим пределом текучести* (рис. 1.1,а). К ним относятся малоуглеродистые стали, в том числе арматурные А-I – А-III. На их диаграмме деформирования сначала следует участок упругой деформации, где напряжения σ линейно возрастают при увеличении ε , пока не достигнут предела текучести материала σ_T . Затем идет «площадка текучести», на которой σ остается постоянным, несмотря на увеличение деформации. Наконец, при дальнейшем увеличении ε напряжения снова увеличиваются, пока не

достигнут максимума σ_B (временное сопротивление), после чего происходит разрушение. При изменении направления деформации разгрузка происходит по линии, параллельной участку упругой деформации (пунктир со стрелкой). Значение ε при пересечении линии разгрузки с горизонтальной осью представляет собой остаточную деформацию.

Приведенная диаграмма является упрощенной: в действительности перед достижением σ_T имеется небольшой криволинейный участок. Поэтому считают, что материал деформируется линейно вплоть до напряжения $\sigma_{0.2}$, соответствующего величине остаточной деформации 0.2 %.

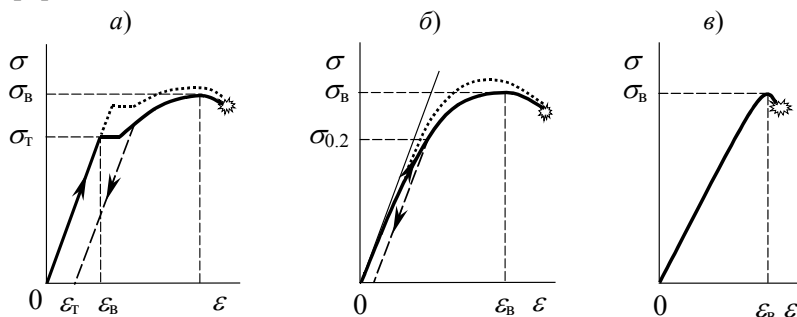


Рис. 1.1. Типы диаграмм деформирования материалов: а – с физическим пределом текучести; б – с условным пределом текучести; в – хрупкий

..... быстрое нагружение; — медленное нагружение

2. *Материалы с условным пределом текучести* (рис. 1.1,б). К ним относятся бетон при статическом сжатии, а также стали с повышенным содержанием углерода и термически упрочненные. У них с увеличением ε напряжения плавно нарастают до значения σ_B , площадка текучести отсутствует. Разгрузка – по линии, параллельной касательной в нулевой точке. Для таких материалов устанавливают условный предел текучести, равный $\sigma_{0.2}$.

3. *Хрупкий материал* (рис. 1.1,в). К ним относятся чугун, дерево, которые деформируются практически линейно вплоть до момента разрушения.

Диаграммы деформирования, приведенные на рис. 1.1, соответствуют статическому нагружению. Однако при большой скорости нагружения характер деформирования и прочностные характеристики материалов изменяются. Имеется большое количество исследований, посвященных изучению прочностных и динамических характеристик строительных материалов, в том числе их зависимости от скорости деформации. Их подробный обзор можно найти в [66]. В нормах [29] предусмотрен упрощенный способ задания этих ха-

характеристик для бетона и арматурной стали при быстром нагружении, который описан далее.

Арматурная сталь. В настоящее время при практических расчетах конструкций обычно считают, что общий характер кривой $\varepsilon - \sigma$ при медленном и быстром нагружении одинаков, но изменяются количественные значения ее параметров.

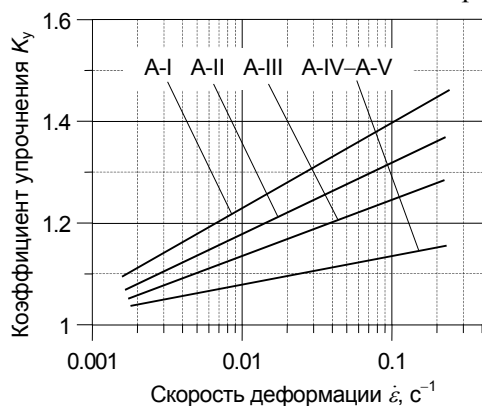


Рис. 1.2. Зависимость коэффициента упрочнения арматурных сталей от скорости деформации [29]

У малоуглеродистых сталей классов А-I – А-III с диаграммой $\varepsilon - \sigma$, показанной на рис. 1,а, скорость деформирования наиболее сильно сказывается на пределе текучести, в меньшей степени – на пределе прочности, а модуль упругости изменяется мало. Поэтому увеличивается ширина площадки текучести.

У высокопрочных сталей А-IV – А-V с диаграммой $\varepsilon - \sigma$, показанной на рис. 1,б, увеличение скорости деформирования также

приводит к повышению условного предела текучести $\sigma_{0.2}$ и временного сопротивления, но в меньшей степени, чем у малоуглеродистых сталей.

Таблица 1.2. Коэффициенты динамического упрочнения арматурной стали [29]

Зона сечения, в которой расположена арматура	Обозначение коэффициента	Значения K_{yp} и K_{yc} для арматурных классов			
		А-I	А-II	А-III	А-IV
Растянутая	K_{yp}	1.35	1.3	1.25	1.05
Сжатая	K_{yc}	1.1	1.1	1.1	1.0

В нормах [29] для получения *расчетного динамического сопротивления* арматурной стали R_a^d следует умножить расчетное сопротивление R_a (заданное с учетом коэффициента надежности по арматуре) на коэффициент динамического упрочнения K_y :

$$R_a^d = R_a K_y. \quad (1.3)$$

На рис. 1.2 показана экспериментальная зависимость коэффициента K_y от скорости деформации $\dot{\varepsilon}$. В течение действия нагрузки эта скорость изменяется, поэтому можно задавать ее приближенно, разделив максимальную деформацию на время ее достижения. Со-

гласно [29], при проектировании конструкций на ВУВ для продольной арматуры используются постоянные значения K_y , приведенные в табл. 1.2. Такие же прочностные характеристики арматуры принимают при расчетах конструкций АЭС на удар самолета [50].

Бетон. При медленном нагружении бетон деформируется неупруго, и диаграмма его деформирования имеет вид, показанный на рис. 1.1,б. Но при быстром нагружении он ведет себя, как хрупкий материал, т.е. характер кривой $\varepsilon - \sigma$ приближается к виду на рис. 1.1,в. При этом почти до самого момента разрушения бетон деформируется практически линейно. Опыты показывают, что предел прочности σ_b повышается, но деформация ε_b , при которой он достигнут, изменяется мало.

В соответствии с [29] расчетная динамическая прочность бетона $R_{пр}^д$ равна призменной прочности $R_{пр}$ (заданной с учетом коэффициента надежности по бетону), умноженной на коэффициент динамического упрочнения бетона $K_{y,б}$:

$$R_{пр}^д = R_{пр} K_{y,б} . \quad (1.4)$$

Коэффициент упрочнения, в принципе, зависит от скорости деформации (рис. 1.3). Однако в нормах [29], регламентирующих прежде всего нагрузки от ВУВ, используются постоянные значения $K_{y,б}$, соответствующие средней скорости деформации при этом воздействии и зависящие от предельного состояния конструкции (виды предельных состояний описаны в разд.1.2):

$$K_{y,б} = \begin{cases} 1.2 \text{ для предельного состояния Ia;} \\ 1.3 \text{ для предельного состояния Ib.} \end{cases}$$

Согласно нормам проектирования АЭС [50], такие же прочностные характеристики бетона должны использоваться при расчете конструкций на удар самолета.

1.2. Предельные состояния конструкций

1.2.1. Характеристика предельных состояний

Согласно нормам [6], расчеты бетонных и железобетонных конструкций следует производить по методу предельных состояний. Рассматриваются два их вида:

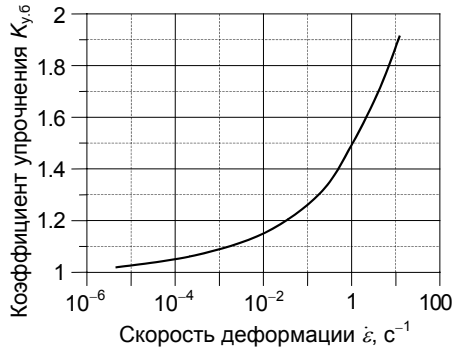


Рис. 1.3. Зависимость коэффициента упрочнения бетона от скорости деформации [61]

предельные состояния **I группы** (или **I предельное состояние**), развитие которых может привести к полной невозможности эксплуатации конструкций;

предельные состояния **II группы** (или **II предельное состояние**), которые не приводят к полной непригодности конструкции, но затрудняют ее нормальную эксплуатацию или уменьшают долговечность по сравнению с предусмотренной.

Расчеты по I предельному состоянию включают проверку прочности конструкции, устойчивости ее формы (для тонкостенных конструкций) и положения (опрокидывание, скольжение, всплывание). Расчет стальных конструкций в соответствии с нормами [80] следует, как правило, выполнять с учетом неупругих деформаций, т.е. они проектируются по I предельному состоянию. Для статически неопределимых конструкций, методика расчета которых при неупругих деформациях не разработана, расчетные усилия (изгибающие и крутящие моменты, продольные и поперечные силы) следует определять в предположении упругих деформаций стали по недеформированной схеме конструкции, т.е. без учета влияния на эти усилия ее перемещений под нагрузкой. При наличии обоснования допускается производить расчет по деформируемой схеме.

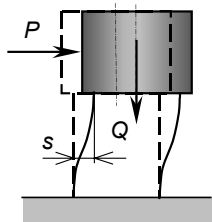


Рис. 1.4. Деформированная расчетная схема

Отметим, что деформируемую расчетную схему следует использовать, в частности, при расчете на горизонтальные нагрузки гибких сооружений с тяжелыми массами наверху. Например, у конструкции на рис. 1.4 к изгибающему моменту в стойке за счет горизонтальной силы добавляется момент от веса $Qs/2$, вклад которого может оказаться существенным.

При проектировании конструкции по II предельному состоянию выполняются проверки по образованию трещин, величине их раскрытия, по деформации конструкции.

Железобетонные конструкции при динамических воздействиях (взрывах, ударе самолета и других летящих тел и т.п.) согласно нормам [29, 50] должны рассчитываться по I предельному состоянию, которое подразделяется на следующие две подгруппы.

Предельное состояние Ia предполагает развитие упругопластических деформаций в конструкции. При этом в наиболее напряженных сечениях напряжения в бетоне сжатой зоны не превышают предельную прочность, а в растянутой зоне сечения арматура претерпевает неупругие (пластические) деформации. Допускается возникновение остаточных перемещений и наличие раскрытых трещин в бетоне растянутой зоны. Для конструкций АЭС при этом должно быть гарантировано отсутствие неконтролируемых протечек радиоактивных жидкостей и газов.

Предельное состояние Ib означает упругую стадию работы конструкции и отсутствие в ней остаточных деформаций. Напряжения в бетоне и арматуре не превосходят величин расчетной динамической прочности.

Отметим, что железобетонная конструкция может находиться в предельном состоянии Ia (т.е. в ней могут появиться неупругие перемещения) только в том случае, если она не переармирована. В противном случае она остается упругой до момента разрушения (предельное состояние Ib). Для того чтобы могло реализоваться состояние Ia, относительная высота сжатой зоны сечения ξ^d не должна превосходить граничное значение ξ_R^d . Вычисление этих величин рассмотрено ниже.

1.2.2. Нормирование предельных состояний железобетонных и стальных конструкций

Расчет конструкций на действие взрыва производится по нормам [29]. Согласно нормам [50] такие же требования предъявляются при ударе самолета и других летящих тел, а также иных динамических воздействиях на АЭС. Отдельные положения этих норм кратко воспроизведены ниже.

Как было указано, работа **железобетонных конструкций по предельному состоянию Ib** предполагает, что они остаются в пределах упругости. Нормирование этого предельного состояния производится по прочности. Методы расчета в упругой стадии приведены в нормах [29]. Они не отличаются от обычного расчета железобетонных конструкций по нормам [4, 6], за исключением использования динамических (т.е. повышенных) прочностных характеристик материалов.

Если **конструкция находится в стадии Ia**, то критерий отказа установлен по величине ее неупругих перемещений. Связь между перемещениями конструкции Y и нагрузкой Q чаще всего принимают в виде идеальной упругопластической зависимости, показанной на рис. 1.5 («диаграмма Прандтля»). В диапазоне $0 \leq Y \leq Y_0$ эта связь линейна, а при $Y \geq Y_0$ перемещения увеличиваются при неизменной нагрузке.

Ниже описаны способы задания предельных перемещений по нормам [29]. Они зависят от типа конструкции.

Для **шарнирно опертых изгибаемых элементов и внецентренно сжатых элементов с малым эксцентриситетом сжимаю-**

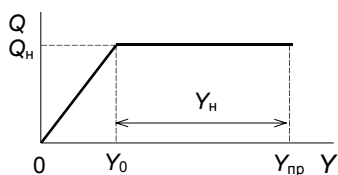


Рис. 1.5. Упругопластическая зависимость между нагрузкой и перемещением конструкции («диаграмма Прандтля»)

щей силы (т.е. если сила приложена в пределах поперечного сечения [4, 6]) максимально допустимые перемещения задаются величиной *коэффициента пластичности* K . Он представляет собой отношение полного прогиба конструкции $Y_{\text{пр}}$, равного сумме неупругого прогиба $Y_{\text{н}}$ и упругого прогиба Y_0 , при котором напряжение в арматуре растянутой зоны достигло расчетного динамического сопротивления, к упругому прогибу Y_0 :

$$K = \frac{Y_{\text{пр}}}{Y_0} = \frac{Y_0 + Y_{\text{н}}}{Y_0}. \quad (1.5)$$

Для элементов названных типов, которые рассчитываются по предельному состоянию Ia, это отношение следует принимать равным $K = 3$ и соблюдать условие $Y_i \leq Y_{\text{пр}}$. Очевидно, что для элементов, рассчитываемых по предельному состоянию Ib, следует принимать $K = 1$ и соблюдать условие $Y_i \leq Y_0$.

Величины прогибов конструкций определяются следующим образом:

а) для изгибаемых элементов упругий прогиб, при котором напряжения в растянутой зоне достигают значений $R_a^{\text{л}}$,

$$Y_0 = \left(\frac{R_a^{\text{л}}}{E_a} + \frac{0.003 M_p^{\text{л}}}{M_{\text{пр}}^{\text{л}}} \right) S I_0^2; \quad (1.6)$$

б) предельный прогиб, при котором начинается раздробление бетона на верхней грани сжатой зоны балочных элементов,

$$Y_{\text{пр}} = \frac{0.003}{h_0(\mu - \mu')} \frac{0.75 R_{\text{пр}}^{\text{л}}}{R_a^{\text{л}}} S I_0^2; \quad (1.7)$$

в) для внецентренно сжатых элементов предельный прогиб, при котором начинается разрушение сжатой зоны,

$$Y'_{\text{пр}} = \frac{0.003 \cdot 0.75 R_{\text{пр}}^{\text{л}} b}{N + R_a^{\text{л}} F_a - R_{\text{а.с}}^{\text{л}} F'_a} S I_0^2. \quad (1.8)$$

Для элементов с защемленными опорами, неразрезных изгибаемых и внецентренно сжатых элементов с малым эксцентриситетом сжимающей силы, находящихся в предельном состоянии Ia, максимальное перемещение нормируется величиной *углов раскрытия трещин в шарнирах пластич-*

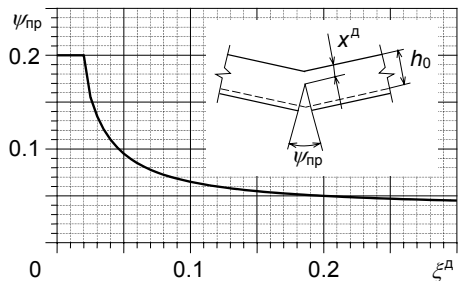


Рис. 1.6. Предельный угол поворота в шарнире пластичности

ности, которые возникают только в пластической стадии работы конструкции. Эти углы не должны превышать предельного значения

$$\psi_i \leq \psi_{\text{нр}}, \quad (1.9)$$

$$\psi_{\text{нр}} = \begin{cases} 0.035 + \frac{0.003}{\xi^{\text{л}}} & \text{при } \xi^{\text{л}} \geq 0.02, \\ 0.2 & \text{при } \xi^{\text{л}} < 0.02. \end{cases} \quad (\text{рад}). \quad (1.10)$$

Эта зависимость показана на рис. 1.6.

Допускаемые неупругие перемещения **железобетонных плит** также задаются предельной величиной угла поворота в шарнире пластичности, т.е. формулами (1.9)–(1.10), где ширину сечения следует принимать равной $b = 1$ м.

В формулах (1.5)–(1.10) использованы следующие обозначения:

$R_a^{\text{л}}, R_{\text{а.с}}^{\text{л}}$ – расчетные динамические сопротивления арматуры растяжению (сжатию), Па;

$R_{\text{нр}}^{\text{л}}$ – расчетная динамическая призмная прочность бетона, Па;

E_a – модуль упругости арматуры, Па;

μ, μ' – коэффициенты армирования сечения растянутой (сжатой) арматуры

$$\mu = F_a / (bh_0); \quad \mu' = F'_a / (bh_0); \quad (1.11)$$

F_a, F'_a – площадь растянутой (сжатой) арматуры, м^2 ;

b – ширина прямоугольного сечения, м;

h_0 – рабочая высота сечения, м;

l_0 – расчетная длина элементов, м;

a' – расстояние от равнодействующей усилий в сжатой арматуре до ближайшей грани сечения, м;

N – продольная сжимающая сила, Н;

$M_{\text{п}}^{\text{л}}$ – изгибающий момент, при котором напряжение в арматуре достигает $R_a^{\text{л}}$,

$$M_{\text{п}}^{\text{л}} = F_a^{\text{л}} R_a^{\text{л}} (h_0 - 0.5x^{\text{л}}) + F'_a R_{\text{а.с}}^{\text{л}} (0.5x^{\text{л}} - a'); \quad (1.12)$$

$M_{\text{нр}}^{\text{л}}$ – максимальный изгибающий момент, воспринимаемый нормальным сечением при условии $\xi^{\text{л}} = \xi_R^{\text{л}}$; для прямоугольного сечения

$$M_{\text{п}}^{\text{л}} = 0.5bh_0^2 R_{\text{нр}}^{\text{л}}; \quad (1.13)$$

$x^{\text{л}}$ – высота сжатой зоны бетона при эквивалентной статической нагрузке

$$x^{\text{л}} = F_a R_a^{\text{л}} / (bR_{\text{нр}}^{\text{л}}); \quad (1.14)$$

ξ^d – относительная высота сжатой зоны бетона; для изгибаемых элементов

$$\xi^d = x^d/h_0 \text{ или } \xi^d = \mu R_a^d/R_{np}^d, \quad (1.15)$$

а для внецентренно сжатых с малым эксцентриситетом сжимающей силы

$$\xi^d = \mu R_a^d/R_{np}^d + N/(bh_0 R_{np}^d); \quad (1.16)$$

ξ_R^d – граничное значение относительной высоты сжатой зоны бетона, при котором предельное состояние элемента наступает одновременно с достижением растянутой арматуры расчетного динамического сопротивления:

$$\xi_R^d = \frac{\xi_0^d}{1 + \frac{R_a^d}{0.4 \cdot 10^9} \left(1 - \frac{\xi^d}{1.1}\right)}; \quad (1.17)$$

ξ_0^d – характеристика сжатой зоны бетона,

$$\xi_0^d = 0.85 - 8 \cdot 10^{-9} R_{np}^d. \quad (1.18)$$

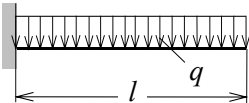
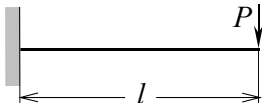
При расчете изгибаемой конструкции в стадии *Ia* значение ξ_0^d , найденное по этой формуле, следует, во избежание хрупкого разрушения, уменьшить на 10 %;

S – коэффициент, зависящий от схемы нагружения элементов и условий на опорах. Для отдельных схем нагружения и условий на опорах коэффициент S приведен в табл. 1.3. В случае нагружения элемента одновременно по нескольким схемам

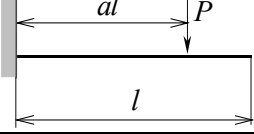
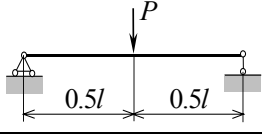
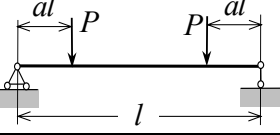
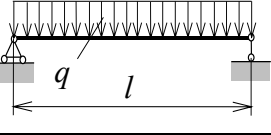
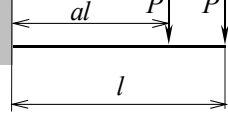
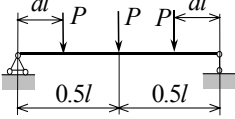
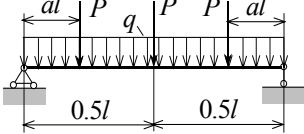
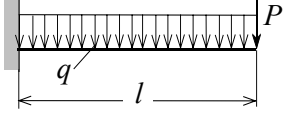
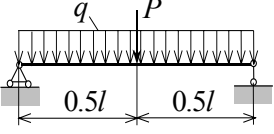
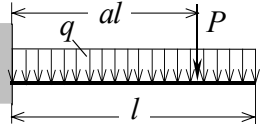
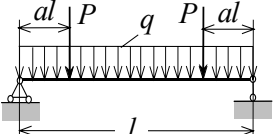
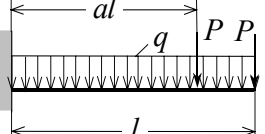
$$S = \frac{S_1 M_1 + S_2 M_2 + \dots + S_n M_n}{M_1 + M_2 + \dots + M_n}, \quad (1.19)$$

где S_1 и M_1 , S_2 и M_2 , ..., S_n и M_n – соответственно коэффициент S и наибольший изгибающий момент M для каждой схемы нагружения. В этом случае в формуле прогиба $f = St_0^2/\rho$ величина $1/\rho$ определяется при значении M , равном сумме наибольших изгибающих моментов, определенных для каждой схемы нагружения.

Таблица 1.3. Коэффициент S для отдельных схем нагружения и условий на опорах [29]

	$S = \frac{1}{4}$		$S = \frac{1}{3}$
---	-------------------	---	-------------------

Окончание табл. 1.3

 $S = a \left(\frac{1}{2} - \frac{a}{6} \right)$	 $S = \frac{1}{12}$
 $S = \frac{1}{8} - \frac{a^2}{6}$	 $S = \frac{5}{48}$
 $S = \frac{a^2(3-a)+2}{6(1+a)}$	 $S = \frac{1+2a(3-4a^2)}{12(1+4a)}$
 $S = \frac{8+16a(3+4a^2)+5K}{48(2+8a+K)}, K = \frac{ql}{P}$	 $S = \frac{8+3K}{12(2+K)}, K = \frac{ql}{P}$
 $S = \frac{8+5K}{48(2+K)}, K = \frac{ql}{P}$	 $S = \frac{4a^2(3-a)+3K}{12(2a+K)}, K = \frac{ql}{P}$
 $S = \frac{16a(3-4a^2)+5K}{48(8a+K)}, K = \frac{ql}{P}$	 $S = \frac{8+4a^2(3-a)+3K}{12(2+2a+K)}, K = \frac{ql}{P}$

Подобным образом нормируются допускаемые неупругие перемещения и в других странах. Для примера в табл. 1.4 приведены до-

пускаемые коэффициенты пластичности для железобетонных и стальных конструкций, принятые в США [127, 135].

Таблица 1.4. Допускаемые значения коэффициента пластичности K , принятые в США [127, 135]

Тип конструкции и характер деформации	K
<i>I. Армированные железобетонные конструкции</i>	
1. Изгиб:	
а) балки	$\psi_{пр} l / (4Y_0)$
б) плиты	$\psi_{пр}^{cp} l / (4Y_0)$
2. Сжатие (стены и колонны)	1.3
3. Сдвиг (балки и плиты):	
а) сдвиг воспринимается только бетоном	1.0
б) сдвиг воспринимается и бетоном, и хомутами	1.3
в) сдвиг воспринимается только хомутами	3.0
<i>II. Стальные конструкции</i>	
4. Изгиб (если обеспечена местная и поперечная устойчивость):	
а) открытое сечение (U, V, T-образное и т.п.)	12.5
б) замкнутое сечение (труба, короб и т.п.)	20
5. Колонны:	
а) если $\lambda < 10$ и обеспечена местная устойчивость	5
б) если $\lambda \geq 10$	≤ 1
6. Сдвиг	5
7. Элементы при осевом растяжении	$\varepsilon_{пр} = \varepsilon_y / 2$

В табл. 1.4 использованы следующие обозначения (для приведения в соответствие с Российскими нормами [29] они частично изменены по сравнению с оригиналом):

Y_0 – упругий прогиб [то же, что в формуле (1.5)];

l – длина балки;

λ – гибкость колонны, определяемая по нормам [80];

$\varepsilon_{пр}$ – предельная величина продольной деформации;

ε_u – продольная деформация, соответствующая достижению временного сопротивления;

$\psi_{пр}$ – предельное раскрытие трещины в шарнире пластичности,

$$\psi_{пр} = 0.0065 \frac{d}{c} \leq 0.07, \quad (1.20)$$

где d – расстояние от наружной поверхности сжатой зоны сечения до растянутой арматуры; c – расстояние от этой поверх-

ности до нейтрального сечения при предельной прочности (при вычислении s должна учитываться внешняя облицовка);

$\psi_{пр}^{ср}$ – для плиты – среднее значение $\psi_{пр}$ с учетом армирования в обоих направлениях.

При применении коэффициентов пластичности, приведенных в табл. 1.4, необходимо учитывать следующее [135]:

1. Для железобетонных конструкций эти коэффициенты получены на основании экспериментов с образцами, армированными обычными методами. Имеются некоторые специальные методы армирования, значительно повышающие способность конструкций к большим неупругим деформациям, и на них эти значения K не распространяются.

2. Для того чтобы в железобетонной конструкции реально могли развиваться неупругие деформации, указанные в табл. 1.4, должны соблюдаться следующие соотношения:

$$\frac{1.4\sqrt{R_b}}{R_s} \cdot \frac{t^2}{d} \leq \frac{A_s}{bd}; \quad \frac{A_s - A'_s}{bd} \leq 0.25 \frac{R_b}{R_s}, \quad (1.21)$$

где R_b – призмная прочность бетона; R_s – прочность арматурной стали; A_s – площадь растянутой арматуры; A'_s – площадь сжатой арматуры; t – толщина плиты или высота сечения балки; b – ширина балки или единица ширины плиты; d – расстояние от наружной зоны сжатой зоны сечения до растянутой арматуры.

3. Кроме выполнения соотношений (1.21), следует убедиться, что ширина раскрытия трещины в шарнире пластичности не превосходит допустимую величину (1.20). Надо иметь в виду, что эксперименты, на основе которых установлена последняя, производились на балках с высотой сечения от 150 до 500 мм. Если толщина конструктивного элемента существенно выходит за эти пределы, то формула (1.20) может приводить к значительному консерватизму.

4. Для стальных балок коэффициент пластичности $K = 20$, приведенный в табл. 1.4, является консервативным: в экспериментах его среднее значение составило 26.4. В то же время следует убедиться, что изгиб балки не будет сопровождаться неупругими деформациями и потерей устойчивости фланцев, стенок, а также общей устойчивости в поперечном направлении. Правила конструирования для исключения таких деформаций приведены в нормах [80].

5. При осевом растяжении стальных элементов неупругая деформация может, в принципе, достигать величины, соответствующей временному сопротивлению. Однако в табл. 1.4 введен коэффициент запаса 2.

6. При расчетах на повторяющиеся или длительно действующие

импульсивные нагрузки следует с осторожностью использовать значения, приведенные в табл. 1.4, так как небольшое занижение нагрузки при отдельном импульсе может привести к значительному занижению суммарной деформации конструкции. Поэтому рекомендуется расчетный отклик конструкции на каждый импульс в запас повышать на 20 %.

1.2.3. О критериях отказа железобетонных конструкций при неупругих перемещениях

При динамических нагрузках неупругие перемещения в железобетонных конструкциях образуются за счет пластических деформаций арматуры. Поэтому логично было бы определять отказ конструкции по критерию достижения этими деформациями предельной величины. Это можно сделать при выполнении неупругого расчета по методу конечных элементов, который позволяет найти распределение по конструкции деформаций в бетоне и арматуре.

Но при неупругом расчете конструкции с использованием схематизации с шарнирами пластичности (таким расчетам посвящена гл. 5) применение такого критерия отказа затруднительно. Дело в том, что в этом случае, с одной стороны, предполагается, что линейный размер шарнира равен нулю, а с другой – что в нем полностью сосредоточены неупругие деформации арматуры. При таких условиях расчетное относительное удлинение арматуры оказывается бесконечно большим. В действительности же шарнир пластичности – это математическая абстракция, а на самом деле в конструкции образуется область конечной величины, в которой происходят интенсивное растрескивание бетона и неупругие деформации арматуры. Однако размеры этой области существенно зависят от геометрических размеров конструкции и прочностных характеристик материалов, поэтому на практике достоверно определить их можно лишь экспериментально [61].

По этой причине, как указано выше, при использовании шарниров пластичности критерий отказа изгибаемых железобетонных элементов устанавливаются не по величине деформаций, а по неупругим перемещениям конструкции: либо по величине коэффициента пластичности K , либо по углу раскрытия трещины в шарнире $\psi_{пр}$. При этом имеется отличие в задании предельной величины неупругих перемещений по Российским нормам [29] и по документам США [127, 135] (табл. 1.4). В нормах [29] коэффициент пластичности K используется только для шарнирно опертых балок, а при других краевых условиях предельные неупругие перемещения нормируются углом $\psi_{пр}$. В отличие от этого, в табл. 1.4 коэффициент пластичности используется во всех случаях [правда, при условии контроля величины $\psi_{пр}$ – см. (1.20)].

Применение коэффициента пластичности K оправдано при рас-

четах железобетонных конструкций, подверженных сжатию или сдвигу: в этих случаях величина K обычно задается малой, а вычисление действительных максимальных перемещений не практикуется. Такой подход целесообразен также при расчетах металлических конструкций, так как для них можно с достаточной точностью найти упругий прогиб Y_0 , через который вычисляется коэффициент пластичности. Но при изгибе железобетонных балок и плит (особенно последних) использование этого критерия осложняется тем, что для них расчетный упругий прогиб Y_0 зависит от того, как учитывается снижение жесткости сечения из-за растрескивания бетона.

На рис. 1.7 в качестве примера приведена заимствованная из [127] зависимость между перемещением и силой сопротивления, полученная при расчете железобетонной плиты. Ее максимальное неупругое перемещение $Y_n = 6.7$ см вычислено через предельный угол поворота в шарнирах пластичности. Величина силы неупругого сопротивления $Q_n = 25.1$ МН найдена по теории предельного равновесия (подробнее об этой теории см. гл. 4). Упругое перемещение Y_0 вычислялось с использованием трех разных значений момента инерции: $I_1 = I_{\text{спл}}$ — для сплошного бетонного сечения (без учета армирования); $I_2 = I_{\text{тр}}$ — для сечения с трещинами, как описано в разд. 3.4; $I_3 = (I_1 + I_2)/2$ — среднее значение.

Расчет показал, что при моменте инерции, равном I_1 , коэффициент пластичности $K = 61.9$, при I_2 — 34.5, а при I_3 — 7.7, т.е. он изменяется в восемь раз. В то же время площадь под кривой, т.е. работа деформации плиты, изменилась всего на 5 %.

В рассмотренном примере зависимость «перемещение–сила» имеет один перелом («диаграмма Прандтля»). Это справедливо для шарнирно опертой балки, в которой образуется единственный шарнир пластичности в пролете. Но, скажем, в балке с заделкой и шарнирной опорой образуется два шарнира: в пролете и в заделке, а с двумя заделками — три: в пролете и на обеих опорах (см. разд. 5.5). В случае их одновременного образования зависимость «перемещение–сила» будет иметь не один, а соответственно два или три перелома. При расчете таких балок иногда используют эквивалент-

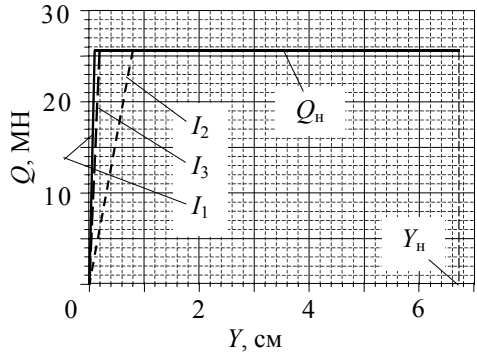


Рис. 1.7. Влияние расчетной жесткости сечения на зависимость между перемещением и силой сопротивления плиты

ное упругое перемещение $Y_{0,экв}$ (см. рис. 5.22), но при этом коэффициент K становится еще более условным.

Из изложенного следует вывод, что коэффициент пластичности K очень чувствителен к особенностям выбранной математической модели железобетонной конструкции, в то время как энергия ее деформации – нет, поэтому допускаемую неупругую деформацию предпочтительно нормировать по величине энергии. Критерием отказа, удовлетворяющим этому требованию, служит предельная величина угла поворота в шарнире пластичности $\psi_{пр}$.

По этой причине в Российских нормах [29] допускаемая величина неупругой деформации всех балок, кроме шарнирно опертых, задается через угол $\psi_{пр}$. Более того, во внимание принимаются только неупругие перемещения, а упругие исключаются из рассмотрения.

Глава 2

ЛИНЕЙНЫЕ ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ

В настоящей главе описаны методы выполнения расчетов дискретных линейных систем на динамические нагрузки. Помимо изложения общих принципов расчета, специальное внимание уделено действию кратковременных нагрузок, в том числе возникающих при экстремальных воздействиях на АЭС. Такие нагрузки иногда разделяют на *ударные* и *импульсивные*.

Первые возникают за счет кинетической энергии летящих тел («снарядов»), взаимодействующих с конструкцией. Они ограничены исходным количеством энергии тела, а их величина и закон изменения зависят от механических параметров тела и преграды (их массы, жесткости, прочности). Примерами могут служить нагрузки при ударах самолета и других «снарядов».

Импульсивными называют кратковременные нагрузки, создаваемые внешними по отношению к конструкции источниками и не зависящие от ее динамических свойств. Примером является нагрузка от воздушной ударной волны.

При проектировании на импульсивные и ударные нагрузки зданий и сооружений АЭС требуется решить две задачи: первая – анализ прочности строительных конструкций, вторая – расчет вынужденных колебаний здания с целью определения динамических нагрузок на расположенное в нем оборудование.

Далее изложение доведено до определения перемещений конструкции. По ним затем обычными методами строительной механики могут быть найдены внутренние усилия и произведена проверка прочности. Имеется обширная литература, посвященная этим вопросам, и здесь они не затрагиваются.

2.1. Система с одной степенью свободы («линейный осциллятор»)

2.1.1. Свободные колебания

Рассматривается простейшая линейно-упругая система с одной степенью свободы («линейный осциллятор»), показанная на рис. 2.1. Способы приведения сложной конструкции к такой расчетной схеме будут рассмотрены в разд. 4.1.

Свободные колебания осциллятора с затуханием, пропорциональным скорости (*вязкое трение*, или *затухание** по Фойгту–Кельвину) описываются дифференциальным уравнением

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = 0, \quad (2.1)$$

* Кроме термина *затухание*, используют термины *трение*, *демпфирование*, *диссипация энергии*, *потери энергии*, *рассеяние энергии*, имеющие тот же смысл.

где m – масса, кг; b – коэффициент затухания, Н/(м/с); k – жесткость, Н/м; \ddot{x} , \dot{x} и x – ускорение, скорость и перемещение массы.

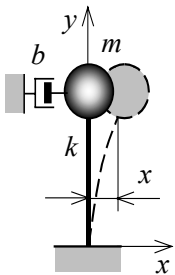


Рис. 2.1. Линейный осциллятор

После деления на m уравнение (2.1) приобретает вид

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = 0, \quad (2.2)$$

где ω – круговая частота осциллятора без демпфирования,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \text{рад/с}; \quad (2.3)$$

ζ – безразмерный коэффициент демпфирования,

$$\zeta = \frac{b}{2m\omega} = \frac{b}{2\sqrt{km}}. \quad (2.4)$$

Круговую частоту можно выразить иначе. Предположим, что к массе осциллятора горизонтально приложена сила веса mg . Полученное перемещение Δx связано с ней соотношением

$$mg = k \cdot \Delta x. \quad (2.5)$$

Выразив отсюда жесткость k и подставив в (2.3), получим для круговой частоты выражение

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta x}}, \quad \text{рад/с}. \quad (2.6)$$

Если начальные условия (перемещение и скорость осциллятора в нулевой момент времени) равны

$$x(0) = x_0; \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0, \quad (2.7)$$

а $\zeta < 1$, то перемещение осциллятора подчиняется закону

$$x = Ae^{-\zeta\omega t} \sin(\omega_D t + \alpha), \quad (2.8)$$

где ω_D – круговая частота с учетом демпфирования,

$$\omega_D = \omega\sqrt{1 - \zeta^2}; \quad (2.9)$$

A – амплитуда колебаний,

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{(\dot{x}_0 + x_0\omega\zeta)^2}{\omega_D^2}}; \quad (2.10)$$

α – начальная фаза,

$$\alpha = \frac{\dot{x}_0 + x_0\omega\zeta}{x_0\omega_D}. \quad (2.11)$$

Круговая частота ω показывает темп колебаний. Он может также измеряться числом циклов колебаний в секунду f , герц (Гц), или периодом колебаний T , с (продолжительностью цикла). Эти три величины связаны между собой соотношениями

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (2.12)$$

Из формулы (2.9) видно, что с увеличением затухания частота колебаний ω_D убывает и при $\zeta = 1$ обращается в ноль. Значение $\zeta = 1$ называется *критическим затуханием*. Оно представляет собой пороговый уровень, начиная с которого движение осциллятора перестает быть колебательным, а его масса аperiодически стремится к положению равновесия. В уравнении (2.2) затухание выражено в долях критического (*относительное затухание*). В строительных конструкциях и оборудовании затухание обычно составляет малые доли критического, т.е. $\zeta \ll 1$. В этом случае $\omega_D \approx \omega$.

Кроме относительного затухания, применяются и иные количественные характеристики потерь энергии. Наиболее употребительные из них – *логарифмический декремент колебаний* δ , равный натуральному логарифму отношения двух последовательных отклонений массы осциллятора в одну сторону, и *коэффициент поглощения* Ψ , представляющий собой отношение количества энергии, рассеиваемой за один цикл колебаний, к полному количеству перед его началом. Эти три характеристики затухания вычисляются одна через другую:

$$\delta = \frac{\Psi}{2} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}. \quad (2.13)$$

При обычных малых значениях относительного затухания $\delta \approx 2\pi\zeta$.

Как видно из (2.3) и (2.4), собственная частота и коэффициент демпфирования зависят только от свойств самой системы (массы, жесткости, потерь энергии), но не зависят от начальных условий, т.е. от того, как она выведена из положения равновесия. Таким образом, они являются параметрами самой системы (именно поэтому частота и называется *собственной*). Напротив, амплитуда и начальная фаза не могут рассматриваться как параметры системы, поскольку зависят от начальных условий.

2.1.2. Вынужденные колебания

Силовое возмущение. Так называют вынужденные колебания осциллятора, вызванные действием силы $R(t)$, приложенной к массе (рис. 2.2). Движение массы описывается дифференциальным уравнением

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = R(t), \quad (2.14)$$

которое после деления на m приобретает вид

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = \frac{1}{m} R(t). \quad (2.15)$$

Общее решение уравнения (закон перемещений массы) при нулевых начальных условиях выражается *интегралом Дюамеля*

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_D} \int_0^t R(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau, \quad (2.16)$$

который надо вычислить в последовательные моменты времени t . При этом для получения достаточной точности решения шаг по времени Δt должен быть в несколько раз меньше периода синуса в

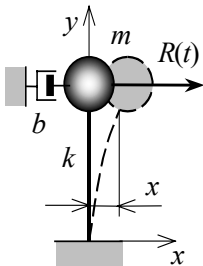


Рис. 2.2. Силовое возмущение осциллятора

подынтегральной функции $T_D = 2\pi/\omega_D$ [обычно принимают $\Delta t \leq T_D/(8 \div 10)$]. Если закон $R(t)$ задан не аналитически, а «оцифровкой», т.е. таблицей значений с определенным шагом, то при вычислении интеграла должен быть использован меньший из двух шагов – оцифровки и указанного Δt .

Решение дифференциального уравнения (2.15) можно также найти путем его непосредственного пошагового интегрирования каким-либо численным методом (Рунге–Кутта, Ньюмарка, Вильсона и др.). Чтобы обеспечить достаточную точность, шаг интегрирования должен удовлетворять приведенным выше требованиям (даже если используются неявные методы, сходимость которых обеспечена при любом шаге). При действии кратковременной нагрузки максимальный отклик осциллятора обычно достигается через короткое время, в течение которого демпфирование сказывается мало. Поэтому если интересует только максимальный отклик осциллятора, а не закон его колебаний, то демпфированием можно пренебречь и рассматривать уравнение

$$m\ddot{x} + kx = R(t), \quad (2.17)$$

или

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \frac{1}{m} R(t). \quad (2.18)$$

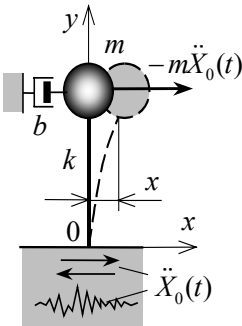


Рис. 2.3. Кинематическое возмущение

Кинематическое возмущение. В этом случае вынужденные колебания осциллятора возбуждаются не действием силы, а движением опоры, заданным законом *переносного*

ускорения $\ddot{X}_0(t)$ (рис.2.3). Такие колебания рассматриваются, в частности, при сейсмическом воздействии [12]. В качестве возмущающей силы выступает переносная сила инерции $R(t) = -m\ddot{X}_0(t)$. Ее подстановка в (2.14) приводит к дифференциальному уравнению *относительных* колебаний, которое описывает перемещения массы в координатах x_0y , связанных с движущимся основанием

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = -m\ddot{X}_0(t). \quad (2.19)$$

После деления на m получаем

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = -\ddot{X}_0(t). \quad (2.20)$$

Интеграл Дюамеля, дающий общее решение уравнения (2.20) при нулевых начальных условиях,

$$x(t) = -\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{X}_0(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \sin[\omega_D(t-\tau)] d\tau. \quad (2.21)$$

Решение (2.20) и (2.21) находят так же, как (2.15) и (2.16).

Абсолютное ускорение осциллятора при кинематическом возмущении равно сумме переносного и относительного ускорений:

$$\ddot{x}_a(t) = \ddot{x}(t) + \ddot{X}_0(t). \quad (2.22)$$

В процессе колебаний на массу действует инерционная сейсмическая нагрузка, пропорциональная абсолютному ускорению:

$$F_{\text{сейсм}}(t) = -m\ddot{x}_a. \quad (2.23)$$

2.2. Свободные колебания дискретной системы

2.2.1. Выбор дискретной расчетной модели

В настоящее время статические и динамические расчеты строительных конструкций чаще всего производятся с использованием *дискретных* расчетных схем (математических моделей), т.е. таких, которые имеют конечное число точек и, соответственно, координат (степеней свободы). Их колебания описываются системами обыкновенных дифференциальных уравнений.

Разумеется, все реальные тела являются сплошными, и при построении модели производится их дискретизация тем или иным методом. Сегодня для этого чаще всего используется метод конечных элементов (МКЭ). Сложность расчетной модели и число степеней свободы зависят от многих факторов: имеющихся вычислительных возможностей; целей расчета, требований к его точности; ограничений, связанных с его трудоемкостью, стоимостью, сроками; законов изменения и максимальных значений учитываемых нагрузок и т.д. Выбор оптимальной модели, адекватной решаемой задаче, представляет собой самостоятельную, причем достаточно непростую

проблему. Он зависит от опыта и интуиции инженера и в значительной степени является искусством. В принципе, современные компьютеры и программное обеспечение позволяют использовать модели с очень большим, доходящим до многих тысяч числом степеней свободы. Но иногда разумно выбранная простая модель может дать лучшие результаты, чем сложная. Подробное и содержательное обсуждение проблемы выбора схематизации можно найти в [56]. Отдельные вопросы применительно к сейсмическим расчетам рассмотрены также в [12]. Некоторую оценку необходимого числа степеней свободы модели можно получить, сопоставив частоты воздействия и собственные частоты конструкции. Для вычисления с приемлемой точностью ее вынужденного движения необходимо, чтобы наивысшая достоверно определенная собственная частота была не меньше наивысшей частоты воздействия (способ ее определения по спектру отклика рассмотрен в разд. 4.4.1). При этом часто считают, что число достоверно определяемых собственных частот и мод конструкции (эти понятия разъясняются далее) составляет примерно половину от числа степеней свободы модели.

2.2.2. Дифференциальные уравнения движения

Далее предполагается, что строительная конструкция схематизирована как линейная дискретная система с n степенями свободы. Если потери энергии в системе отсутствуют (в этом случае она называется *консервативной*), то дифференциальные уравнения, описывающие ее *свободные колебания*, имеют вид

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\}, \quad (2.24)$$

где $\{\ddot{x}\}$ и $\{x\}$ – векторы-столбцы ускорений и перемещений (размерность $n \times 1$); $[M]$ и $[K]$ – соответственно матрицы масс и жесткостей ($n \times n$); $\{0\}$ – нулевой (т.е. состоящий из нулей) вектор ($n \times 1$).

Движение системы определяется начальными условиями, представляющими собой векторы перемещений и скоростей ее точек в нулевой момент времени:

$$\{x(0)\} = \{x_0\}; \quad \{\dot{x}(0)\} = \{\dot{x}_0\}. \quad (2.25)$$

2.2.3. Собственные частоты и моды системы

Динамическими характеристиками линейных систем являются *собственные частоты и моды* (иное наименование мод – *собственные формы*). Они имеют следующий физический смысл.

Если система выведена из положения равновесия произвольным образом [т.е. при произвольных начальных условиях (2.25)], то в процессе колебаний движение по каждой из степеней свободы происходит по закону, отличающемуся от гармонического (синусоидального). Но можно задать такие специальные начальные условия,

при которых колебания по всем степеням свободы будут гармоническими, причем с одной и той же частотой. При таком движении вектор перемещений системы можно представить в виде

$$\{x\} = \{\phi\} \sin(\omega t + \alpha), \quad (2.26)$$

где $\{\phi\}$ – вектор амплитуд ($n \times 1$); ω – круговая частота, рад/с; α – начальная фаза.

Чтобы найти частоту ω и вектор амплитуд $\{\phi\}$, подставим (2.26) в уравнение (2.24). После простых преобразований получим

$$(-\omega^2[M] + [K])\{\phi\} \sin(\omega t + \alpha) = \{0\}. \quad (2.27)$$

Синус не равен тождественно нулю, поэтому его можно сократить:

$$(-\omega^2[M] + [K])\{\phi\} = \{0\}. \quad (2.28)$$

Данное выражение представляет собой записанную в матричной форме систему n однородных линейных алгебраических уравнений относительно элементов ϕ_k вектора $\{\phi\}$. Матрица этой системы – это сумма матриц в круглых скобках. Она зависит от квадратов неизвестных пока собственных частот ω^2 . Чтобы найти их, воспользуемся следующим свойством однородной линейной алгебраической системы. Как известно, она имеет решение только в двух случаях. Первый – если все $\phi_k = 0$, что, очевидно, не представляет интереса, так как означает отсутствие движения. Второй случай – если определитель (детерминант) матрицы системы равен нулю:

$$\det(-\omega^2[M] + [K]) = 0 \quad (2.29)$$

(значок «det» означает детерминант). Развернув этот определитель, получим уравнение n -й степени* относительно квадратов частот ω^2 . Его решение дает n значений частот ω_j , которые называются *собственными частотами* системы. Их число равно числу степеней свободы, все они положительны и ниже будут считаться разными**. Их принято нумеровать в порядке возрастания величины:

$$\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_n. \quad (2.30)$$

Каждой собственной частоте соответствует свой вектор амплитуд $\{\phi_j\}$, называемый j -й *модой* (или j -й *собственной формой*) системы. Для его нахождения надо подставить ω_j в (2.28). В результате получим систему линейных алгебраических уравнений, из которой определяются элементы ϕ_{jk} вектора $\{\phi_j\}$. Но согласно (2.29) опреде-

* Оно называется *вековым уравнением*. Это наименование связано с тем, что аналогичные уравнения служат в астрономии для вычисления периодических отклонений движения планет от эллиптических орбит, периоды которых исчисляются сотнями лет.

** Иногда система имеет и одинаковые (*кратные*) частоты, но этот случай здесь рассматриваться не будет.

литель матрицы этой системы равен 0. Это означает, что одно из уравнений системы не является независимым, т.е. его можно получить, сложив остальные с соответствующими коэффициентами. Иными словами, фактически для нахождения n неизвестных элементов ϕ_{jk} мы располагаем только $n-1$ уравнением. Поэтому какой-либо один из элементов ϕ_{jk} можно задать произвольно, а значения остальных будут пропорциональны ему. Таким образом, элементы вектора $\{\phi_j\}$ представляют собой не численные значения перемещений по координатам, а *соотношения* между ними. Если система совершает колебания по какой-либо моде, то перемещения по координатам изменяются, но их отношения остаются неизменными.

Поскольку элемент вектора моды, через который вычислены остальные, может быть задан произвольно, то мода определяется с *точностью до постоянного множителя* k , т.е. вектор $k\{\phi_j\}$ является модой, так же как и вектор $\{\phi_j\}$. Задание конкретного значения множителя k называется *нормированием* моды. Например, иногда его задают таким образом, чтобы максимальный элемент вектора $\{\phi_j\}$ был равен 1. Другой способ нормирования будет рассмотрен ниже в связи с обсуждением формул (2.36) и (2.37).

Отметим, что если система совершает колебания по одной из мод, то для определения координат всех ее точек достаточно знать координату только какой-либо одной точки, так как все остальные можно вычислить через найденные соотношения. Это означает, что в процессе таких колебаний система имеет *одну* степень свободы.

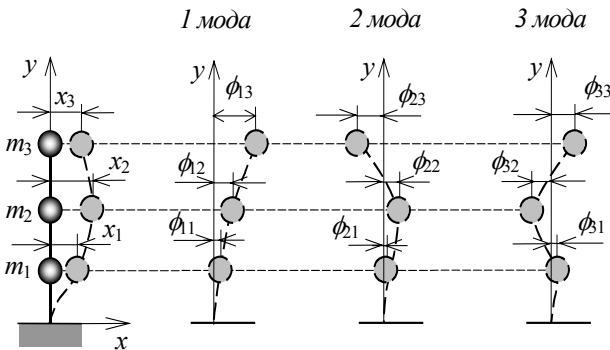


Рис. 2.4. Моды (собственные формы) системы с тремя степенями свободы

На рис. 2.4 в качестве примера изображен стержень с тремя сосредоточенными массами, совершающими горизонтальные колебания. В любой момент времени положение системы в пространстве задается тремя координатами x_1 , x_2 , x_3 . Следовательно, она имеет

три степени свободы и, соответственно, три собственные частоты и три моды, которые изображены справа.

Из описания процедуры нахождения собственных частот и мод видно, что они зависят только от динамических параметров системы (распределения масс и жесткостей, т.е. матриц $[M]$ и $[K]$), но не от начальных условий, т.е. способа возбуждения колебаний по данной моде (это можно сделать по-разному). Таким образом, собственные частоты и моды являются естественными, внутренними характеристиками самой системы (именно поэтому они и именуются *собственными*).

Совокупность квадратов собственных частот и мод называют *собственными значениями* матрицы $(-\omega_j^2[M] + [K])$. При их нахождении различают *частную* и *общую* проблемы собственных значений. Первая (наиболее часто используемая) означает вычисление только требуемого количества низших, а вторая – всех n значений.

Сложность вычисления собственных значений существенно зависит от порядка системы n . Для простейшей системы с 2 степенями свободы процедура сводится к элементарным алгебраическим формулам (см., например, [12]). Но с повышением порядка системы вычислительные трудности быстро возрастают. Классические методы таких вычислений излагаются во многих работах по теории колебаний и динамике сооружений (например, [54, 84] и др.) и здесь не рассматриваются. Заметим, что эти методы рассчитаны на «ручной» счет. В настоящее время собственные значения вычисляются с помощью компьютера, и соответствующие процедуры имеются в большинстве современных вычислительных программ. Но изложение их алгоритмов не входит в задачи настоящей книги.

2.2.4. Свойства мод

Моды обладают следующими свойствами:

1. Совокупность мод $\{\phi_j\}$ представляет собой *полную систему векторов* в n -мерном пространстве. Это означает, что любой n -мерный вектор может быть разложен по векторам $\{\phi_j\}$ (т.е. представлен как их сумма с определенными коэффициентами).

2. Моды удовлетворяют двум *условиям ортогональности*, которые доказываются следующим образом.

Рассмотрим уравнение (2.28), соответствующее j -й моде. Раскроем скобки и умножим слева на транспонированный вектор другой, i -й моды $\{\phi_i\}^T$:

$$-\omega_j^2 \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} + \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\} = \{\phi_i\}^T \{0\}. \quad (2.31)$$

Произведения матриц и векторов в левой и правой частях уравнения представляют собой числа. В правой части оно равно 0, т.е.

$$-\omega_j^2 \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} + \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\} = 0. \quad (2.32)$$

Прделаем аналогичную процедуру с уравнением (2.28), соответствующим i -й моде, которое умножим слева на транспонированный вектор j -й моды $\{\phi_j\}^T$. Получим

$$-\omega_i^2 \{\phi_j\}^T [M] \{\phi_i\} + \{\phi_j\}^T [K] \{\phi_i\} = 0. \quad (2.33)$$

Транспонируем обе части (2.33). Как известно, при транспонировании произведения матриц получается произведение транспонированных матриц, записанных в обратном порядке. Кроме того, поскольку матрицы масс и жесткостей симметричны, $[M]^T = [M]$ и $[K]^T = [K]$. Таким образом, транспонирование (2.33) дает

$$-\omega_i^2 \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} + \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\} = 0. \quad (2.34)$$

Почленно вычтем уравнения (2.32) из (2.34). Так как вторые слагаемые в их левых частях одинаковы, получим

$$(\omega_i^2 - \omega_j^2) \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} = 0. \quad (2.35)$$

Если $i \neq j$, то собственные частоты различны, т.е. $(\omega_i^2 - \omega_j^2) \neq 0$, и, следовательно, произведение $\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} = 0$. Если же $i = j$, то $(\omega_i^2 - \omega_j^2) = 0$, и это произведение равно не нулю, а положительно-му числу $\|\phi_i\|^2$, именуемому квадратом нормы вектора моды.

Таким образом, из (2.35) следует *первое условие ортогональности мод*:

$$\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j; \\ \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\} = \|\phi_i\|^2 > 0 & \text{при } i = j. \end{cases} \quad (2.36)$$

Подставив его в (2.34), получим *второе условие ортогональности*:

$$\{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\} = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j; \\ \omega_i^2 \|\phi_i\|^2 > 0 & \text{при } i = j. \end{cases} \quad (2.37)$$

Отметим, что условия ортогональности выполняются только для мод с разными собственными частотами, а в случае кратных частот они не справедливы.

Иногда моды нормируют исходя из условия $\|\phi_i\|^2 = 1$ (полученные таким образом моды $\{\tilde{\phi}_i\}$ называются *ортонормированными*). Для этого следует каждую моду разделить на ее норму:

$$\{\tilde{\phi}_i\} = \frac{\{\phi_i\}}{\|\phi_i\|} = \frac{\{\phi_i\}}{\sqrt{\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\}}}. \quad (2.38)$$

В этом случае условия ортогональности упрощаются:

$$\{\tilde{\phi}_i\}^T [M] \{\tilde{\phi}_j\} = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j; \\ 1 & \text{при } i = j. \end{cases} \quad (2.39)$$

$$\{\tilde{\phi}_i\}^T [K] \{\tilde{\phi}_i\} = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j; \\ \omega_i^2 & \text{при } i = j. \end{cases} \quad (2.40)$$

2.2.5. Решение уравнений свободных колебаний методом модальной суперпозиции

Теперь перейдем к нахождению закона свободных колебаний дискретной системы (конструкции) при произвольных начальных условиях (2.25). Как было указано, в этом случае колебания точек не будут гармоническими. В принципе, их можно определить путем прямого пошагового интегрирования системы дифференциальных уравнений (2.24). Краткие сведения о методах таких расчетов приведены в разд. 2.3.2. Найдя законы перемещений точек конструкции, внутренние усилия в ней в каждый момент времени вычисляются по обычным формулам строительной механики.

Но часто применяется другой способ интегрирования уравнений движения – *метод модальной суперпозиции*, или *разложение колебаний по модам*, который основан на использовании условий ортогональности (2.36)–(2.37). Его суть сводится к тому, что сначала связанную систему дифференциальных уравнений (2.24) раскладывают на совокупность независимых дифференциальных уравнений, каждое из которых описывает движение по одной из мод. После этого вычисляют законы движения по всем интересующим модам, а затем складывают их в каждый момент времени (*суперпозиция*, или *наложение*). В результате этого получают движение системы в исходных координатах. Опишем эту процедуру подробнее.

Чтобы разложить движение по модам, ищем решение системы (2.24) в виде

$$\{x(t)\} = \sum_{j=1}^n \{x_j(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} q_j(t), \quad (2.41)$$

где $\{x_j(t)\}$ – вектор перемещений по j -й моде (*модальных*), равный произведению вектора моды на *нормальную* или *обобщенную* координату $q_j(t)$ – неизвестную пока функцию времени*, которая подлежит определению. Остальные обозначения в (2.41) прежние. Подставив (2.41) в (2.24) и опустив для краткости обозначение зависимости q_j от времени t , получим

$$[M] \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} \ddot{q}_j + [K] \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} q_j = \{0\}. \quad (2.42)$$

Воспользуемся условиями ортогональности. Для этого умножим (2.41) слева на транспонированный вектор i -й моды $\{\phi_i\}^T$:

* Обращаем внимание читателя, что координата $q_j(t)$ – это функция времени, а не пространственное положение точки, как это привычно понимать.

$$\{\phi_i\}^T [M] \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} \ddot{q}_j + \{\phi_i\}^T [K] \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} q_j = \{\phi_i\}^T \{0\}. \quad (2.43)$$

В силу (2.36)–(2.37) все члены сумм, кроме i -го, равны нулю, а единственный оставшийся член

$$\|\phi_i\|^2 \ddot{q}_i + \omega_i^2 \|\phi_i\|^2 q_i = 0. \quad (2.44)$$

Сравнивая (2.44) и (2.1), видим, что множитель перед \ddot{q}_i играет роль массы, а перед q_i – жесткости. Поэтому иногда для них используют следующие наименования:

– i -я модальная (или обобщенная) масса

$$m_i = \|\phi_i\|^2 = \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\}; \quad (2.45)$$

– i -я модальная жесткость

$$k_i = \omega_i^2 \|\phi_i\|^2. \quad (2.46)$$

Сократив (2.44) на $\|\phi_i\|^2$, получим уравнение

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = 0, \quad (2.47)$$

из которого определяется i -я нормальная координата. Это дифференциальное уравнение не содержит члена, отражающего потери энергии. Их можно было бы учесть, введя в (2.24) матрицу диссипации, однако модальное разложение такой системы возможно только при специальных видах этой матрицы [12]. Чаше затухание учитывают, добавляя соответствующий член в каждое из уравнений (2.47). В случае вязкого трения они приобретают вид

$$\ddot{q}_i + 2\omega_i \zeta_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = 0. \quad (2.48)$$

В дальнейшем будем рассматривать это уравнение.

Определение начальных условий для уравнений движения по модам. Уравнение (2.48) аналогично уравнению свободных колебаний линейного осциллятора (2.2). Способ определения начальных условий к нему по условиям (2.25) подобен процедуре модального разложения системы (2.24). Разложим $\{x_0\}$ и $\{\dot{x}_0\}$ по модам:

$$\{x_0\} = \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} q_{0j}; \quad \{\dot{x}_0\} = \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} \dot{q}_{0j}. \quad (2.49)$$

Коэффициенты q_{0j} и \dot{q}_{0j} представляют собой начальные перемещения и скорости для уравнения колебаний по j -й моде. Для их вычисления домножим слева обе части равенств (2.49) на $\{\phi_i\}^T [M]$:

$$\begin{aligned}\{\phi_i\}^T [M] \{x_0\} &= \sum_{j=1}^n \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} q_{0j}; \\ \{\phi_i\}^T [M] \{\dot{x}_0\} &= \sum_{j=1}^n \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} \dot{q}_{0j}.\end{aligned}\quad (2.50)$$

В силу условия ортогональности (2.36) единственные не равные нулю члены сумм в правых частях соответствуют $i = j$:

$$\{\phi_i\}^T [M] \{x_0\} = \|\phi_i\|^2 q_{0i}; \quad \{\phi_i\}^T [M] \{\dot{x}_0\} = \|\phi_i\|^2 \dot{q}_{0i}. \quad (2.51)$$

Отсюда находим

$$q_{0i} = \frac{\{\phi_i\}^T [M] \{x_0\}}{\|\phi_i\|^2}; \quad \dot{q}_{0i} = \frac{\{\phi_i\}^T [M] \{\dot{x}_0\}}{\|\phi_i\|^2}. \quad (2.52)$$

Решение уравнения (2.48) с этими начальными условиями аналогично (2.8):

$$x_i = A_i e^{-\zeta_i \omega_{Di} t} \sin(\omega_{Di} t + \alpha_i), \quad (2.53)$$

где ω_{Di} – i -я собственная частота с учетом демпфирования,

$$\omega_{Di} = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}; \quad (2.54)$$

A_i – амплитуда колебаний по i -й моде,

$$A_i = \sqrt{q_{0i}^2 + \frac{(\dot{q}_{0i} + q_{0i} \omega_i \zeta_i)^2}{\omega_{Di}^2}}; \quad (2.55)$$

α_i – i -я начальная фаза,

$$\alpha_i = \frac{\dot{q}_{0i} + q_{0i} \omega_i \zeta_i}{q_{0i} \omega_{Di}}. \quad (2.56)$$

Как видно, амплитуда и начальная фаза зависят от начальных условий. Поэтому их, в отличие от мод и собственных частот, рассматривать как характеристики самой системы нельзя.

Вектор перемещений системы. Для получения этого вектора вернемся к (2.41):

$$\{x(t)\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} A_i e^{-\zeta_i \omega_{Di} t} \sin(\omega_{Di} t + \alpha_i). \quad (2.57)$$

Таким образом, сложные, не синусоидальные колебания точек системы представлены как сумма (суперпозиция) синусоидальных колебаний.

Достаточную точность решения можно получить, учитывая в сумме (2.57) не все n , а только $s < n$ мод. Этот вопрос особенно актуален, если порядок системы n очень велик. Количество мод, которое необходимо учесть, можно определить на основе следующих энергетических соображений.

Энергия системы в момент начала колебаний

$$E_0 = U_0 + T_0, \quad (2.58)$$

где U_0 – начальная потенциальная энергия,

$$U_0 = \frac{1}{2} \{x_0\}^T [K] \{x_0\}; \quad (2.59)$$

T_0 – начальная кинетическая энергия,

$$T_0 = \frac{1}{2} \{\dot{x}_0\}^T [M] \{\dot{x}_0\}. \quad (2.60)$$

Если система консервативная, т.е. в (2.57) все $\zeta_i = 0$, то в любой момент времени ее энергия равна начальной энергии E_0 . Вычислим кинетическую энергию системы. Для этого сначала найдем вектор скоростей, проинтегрировав (2.57):

$$\{\dot{x}(t)\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} A_i \omega_i \cos(\omega_i t + \alpha_i). \quad (2.61)$$

Кинетическая энергия

$$T(t) = \frac{1}{2} \{\dot{x}(t)\}^T [M] \{\dot{x}(t)\} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\} A_i^2 \omega_i^2 \cos^2(\omega_i t + \alpha_i). \quad (2.62)$$

С учетом (2.36)

$$T(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \|\phi_i\|^2 A_i^2 \omega_i^2 \cos^2(\omega_i t + \alpha_i). \quad (2.63)$$

Число учтенных мод s можно считать достаточным, если максимальное значение кинетической энергии T_{\max} , рассчитанное с учетом s первых членов суммы в (2.63), отличается от начальной энергии E_0 не более чем на заданную величину (например, на 5 %).

Независимость решения от масштаба мод. Как указано ранее, вектор моды задается с точностью до произвольного множителя (масштаба). Остановимся на вопросе о влиянии этого масштаба на результаты расчета. Обозначим i -ую масштабированную моду тильдой:

$$\{\tilde{\phi}_i\} = k_i \{\phi_i\}. \quad (2.64)$$

Квадрат ее нормы равен

$$\|\tilde{\phi}_i\|^2 = \{\tilde{\phi}_i\}^T [M] \{\tilde{\phi}_i\} = k_i^2 \|\phi_i\|^2. \quad (2.65)$$

Подставив (2.64) и (2.65) в (2.52), видим, что начальное перемещение и скорость, вычисленные с использованием масштабированной моды, уменьшаются в k_i раз. Из (2.55) следует, что во столько же раз уменьшается амплитуда колебаний:

$$\tilde{A}_i = \frac{1}{k_i} A_i. \quad (2.66)$$

Начальная фаза α_i не изменяется.

После подстановки (2.64) и (2.66) в (2.57) получается

$$\begin{aligned} \{x(t)\} &= \sum_{i=1}^n \{\tilde{\phi}_i\} \tilde{A}_i e^{-\zeta_i \omega_i t} \sin(\omega_{Di} t + \alpha_i) = \\ &= \sum_{i=1}^n k_i \{\phi_i\} \frac{1}{k_i} A_i e^{-\zeta_i \omega_i t} \sin(\omega_{Di} t + \alpha_i). \end{aligned} \quad (2.67)$$

Масштабный множитель k_i сокращается. Сравнив с (2.57), видим, что перемещение не изменилось, т.е. закон колебаний системы не зависит от масштаба мод. Это естественно, так как этот масштаб выбирается произвольно, т.е. зависит от нашей воли, а перемещения точек системы являются реальными физическими величинами, не зависящими от нашей воли.

Тем не менее иногда моды нормируют согласно (2.38). В этом случае их нормы равны 1, и все формулы соответствующим образом упрощаются.

2.3. Вынужденные колебания дискретной системы при силовом возмущении

2.3.1. Дифференциальные уравнения движения

Обратимся к рассмотрению *вынужденных колебаний* линейной дискретной системы с n степенями свободы под действием зависящей от времени нагрузки $R(t)$. Перемещения системы описываются дифференциальными уравнениями

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{J\}R(t), \quad (2.68)$$

где вектор $\{J\}$ показывает распределение нагрузки по конструкции:

$$\{J\} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ a_k \\ \vdots \\ a_{k+s} \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} 1\text{-й элемент;} \\ \vdots \\ k\text{-й элемент;} \\ \vdots \\ (k+s)\text{-й элемент;} \\ \vdots \\ n\text{-й элемент.} \end{array} \end{cases} \quad (2.69)$$

Такой вид вектора $\{J\}$ означает, что нагрузка приложена по s степеням свободы системы с номерами $k, k+1, \dots, k+s$ и распределена между ними с постоянными коэффициентами $a_k, a_{k+1}, \dots, a_{k+s}$,

$$a_k + a_{k+1} + \dots + a_{k+s} = 1.$$

Это означает, что в любой момент времени нагрузки по всем степеням свободы остаются пропорциональными друг другу.

2.3.2. Решение системы дифференциальных уравнений методом прямого пошагового интегрирования

При пошаговом интегрировании перемещения и скорости точек системы определяются в дискретные моменты времени, интервал между которыми называется шагом интегрирования Δt . Перемещения и скорости точек системы в каждый момент времени находят по их значениям в предыдущий момент.

Существует большое количество методов пошагового интегрирования. Их часто используют при расчетах на ударные и импульсивные воздействия. Это удобно потому, что во многих случаях длительность нагрузки измеряется десятymi и даже сотыми долями секунды (см., например, гл. 8 и 9), и поэтому количество шагов интегрирования оказывается небольшим.

Например, на рис. 9.7,*a* приведена нагрузка при ударе самолета *Phantom RF-4E*. Ее длительность составляет 0.07 с, и после окончания ее действия необходимо рассмотреть свободные колебания конструкции еще примерно в течение такого же времени. Таким образом, общая продолжительность рассчитываемых колебаний составит $0.15 \div 0.2$ с. Шаг интегрирования должен быть не более $1/10 \div 1/12$ периода колебаний по наивысшей моде, дающей существенный вклад в динамический отклик системы. На рис. 9.7,*б* видно, что выше частоты 80 Гц график коэффициента динамичности для этой нагрузки мало отличается от 1, т.е. отклик необходимо достоверно определить примерно до этой частоты. Значит, период равен 0.0125 с, а шаг интегрирования

$$\Delta t \leq (1/10 \div 1/12) \cdot 0.0125 \approx 0.0012 \div 0.001 \text{ с.}$$

Если принять $\Delta t = 0.001$ с, то окажется, что при указанной длительности колебаний потребуется сделать всего $150 \div 200$ расчетных шагов.

Возможность выполнения пошагового интегрирования предусмотрена во многих современных вычислительных комплексах (например, в MSC/NASTRAN [123–125]). При подробной конечно-элементной схематизации конструкции период ее колебаний по наивысшей моде обычно оказывается меньше шага интегрирования Δt , выбранного так, как описано ранее. Поэтому используются неявные методы интегрирования, обеспечивающие сходимость решения независимо от величины Δt (методы Вильсона, Ньюмарка и др.). Их подробное рассмотрение не входит в задачи настоящей книги, а описание можно найти в [2, 37] и др.

2.3.3. Решение методом модальной суперпозиции

Процедура решения. Интегрирование системы уравнений движения можно выполнить *методом модальной суперпозиции*. Для этого, как и в случае свободных колебаний, решение системы отыскивается в виде (2.41). Его подстановка в (2.68) дает

$$[M] \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} \ddot{q}_j(t) + [K] \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} q_j(t) = \{J\} R(t). \quad (2.70)$$

Умножим (2.70) слева на произведение $\{\phi_i\}^T [M]$:

$$\{\phi_i\}^T [M] \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} \ddot{q}_j(t) + \{\phi_i\}^T [K] \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} q_j(t) = \{\phi_i\}^T \{J\} R(t). \quad (2.71)$$

В силу условий ортогональности (2.36)–(2.37) все члены сумм равны нулю, кроме i -го:

$$\|\phi_i\|^2 \ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 \|\phi_i\|^2 q_i(t) = \{\phi_i\}^T \{J\} R(t). \quad (2.72)$$

Разделив на квадрат нормы (модальную массу), получим

$$\ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \frac{\{\phi_i\}^T \{J\}}{\|\phi_i\|^2} R(t). \quad (2.73)$$

Мы получили дифференциальное уравнение вынужденных колебаний по i -й моде, интегрирование которой дает i -ю обобщенную координату $q_i(t)$. Оно не учитывает потери энергии в системе, которые можно включить в рассмотрение, добавив в уравнение соответствующий диссипативный член. При вязком трении

$$\ddot{q}_i + 2\omega_i \zeta_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \frac{\{\phi_i\}^T \{J\}}{\|\phi_i\|^2} R(t). \quad (2.74)$$

В дальнейшем будет рассматриваться это уравнение. Впрочем, как было указано в разд. 2.1.2, при импульсивных и кратковременных нагрузках величины максимальных перемещений слабо зависят от затухания, и в этом случае им иногда в запас пренебрегают.

Коэффициенты участия. Обозначим

$$\Gamma_i = \frac{\{\phi_i\}^T \{J\}}{\|\phi_i\|^2}. \quad (2.75)$$

Число Γ_i называется *коэффициентом участия* i -й моды. Оно показывает, какая часть возмущающей силы расходуется на возбуждение вынужденных колебаний по ней. С использованием этого обозначения уравнение (2.75) приобретает вид

$$\ddot{q}_i + 2\omega_i \zeta_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \Gamma_i R(t). \quad (2.76)$$

Это – дифференциальное уравнение вынужденных колебаний линейного осциллятора с круговой частотой ω_i при действии силы

$R(t)$, аналогичное (2.15). Методы его интегрирования рассматривались ранее. Оно еще более упрощается, если сделать подстановку

$$q_i = \psi_i \Gamma_i. \quad (2.77)$$

Тогда

$$\ddot{\psi}_i + 2\omega_i \zeta_i \dot{\psi}_i + \omega_i^2 \psi_i = R(t). \quad (2.78)$$

Подставив (2.78) в разложение (2.41), с учетом всех обозначений получим вектор перемещений в виде

$$\{x(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} \Gamma_j \psi_j(t). \quad (2.79)$$

Произведение $\{\phi_i\} \Gamma_i$ представляет собой нормированный вектор i -й моды. Обозначим

$$\{\phi_j\} \Gamma_j = \{\eta_j\}. \quad (2.80)$$

Тогда окончательный вид вектора перемещений

$$\{x(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\eta_j\} \psi_j(t). \quad (2.81)$$

Независимость решения от масштабирования мод. Как и в случае свободных колебаний, результат расчета не зависит от масштаба мод. Чтобы показать это, вычислим коэффициент участия $\{\tilde{\Gamma}_j\}$ с модой $\{\tilde{\phi}_j\}$, масштабированной согласно (2.64):

$$\tilde{\Gamma}_i = \frac{\{\tilde{\phi}_{ji}\}^T \{J\}}{\|\tilde{\phi}_{ji}\|^2} = \frac{k \{\phi_i\}^T \{J\}}{k^2 \|\phi_i\|^2} = \frac{\{\phi_i\}^T \{J\}}{k \|\phi_i\|^2} = \frac{1}{k} \Gamma_i. \quad (2.82)$$

В формуле (2.81) должна стоять нормированная мода $\{\tilde{\eta}_j\}$, вычисленная по формуле (2.80):

$$\{\tilde{\eta}_j\} = \{\tilde{\phi}_j\} \tilde{\Gamma}_j = k \{\phi_j\} \frac{1}{k} \Gamma_j = \{\phi_j\} \Gamma_j = \{\eta_j\}. \quad (2.83)$$

Как видно, при любом масштабе моды вектор $\{\eta_j\}$, а следовательно, и перемещение $\{x(t)\}$ не изменяется.

Ограничение числа учитываемых мод и оценка погрешности. Преимущество динамического расчета методом модальной суперпозиции заключается в том, что в действительности в сумму (2.81) можно включить не все n мод системы, а только ограниченное число $r < n$ низших. Погрешность за счет отбрасывания высших мод можно следующим образом оценить с помощью выведенного далее соотношения между векторами $\{\eta_i\}$.

Домножим (2.73) на $[M] \{\phi_i\}$:

$$[M] \{\phi_i\} \ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 [M] \{\phi_i\} q_i(t) = [M] \{\phi_i\} \Gamma_i R(t). \quad (2.84)$$

Из условий ортогональности (2.36)–(2.37) следует, что

$$\omega_i^2 \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} = \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\}, \quad (2.85)$$

и, следовательно,

$$\omega_i^2 [M] \{\phi_j\} = [K] \{\phi_j\}. \quad (2.86)$$

С учетом этого запишем (2.84) в виде

$$[M] \{\phi_i\} \ddot{q}_i(t) + [K] \{\phi_i\} q_i(t) = [M] \{\phi_i\} \Gamma_i R(t). \quad (2.87)$$

Просуммируем уравнения (2.87) для всех n мод:

$$[M] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} \ddot{q}_i(t) + [K] \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} q_i(t) = [M] R(t) \sum_{i=1}^n \{\eta_i\}. \quad (2.88)$$

Сравнивая (2.70) и (2.88), видим, что их левые части аналогичны, а следовательно, равны и правые:

$$[M] R(t) \sum_{i=1}^n \{\eta_i\} = \{J\} R(t). \quad (2.89)$$

Поскольку множитель $R(t) \neq 0$, сократим его, и тогда

$$[M] \sum_{i=1}^n \{\eta_i\} = \{J\}. \quad (2.90)$$

Отсюда получаем следующее равенство для суммы векторов $\{\eta_i\}$:

$$\sum_{i=1}^n \{\eta_i\} = [M]^{-1} \{J\}. \quad (2.91)$$

С помощью этого «контрольного соотношения» можно оценить погрешность, вносимую отбрасыванием высших мод. Для этого оно должно использоваться в сочетании с коэффициентом динамичности $k_d(\omega)$ для нагрузки $R(t)$, который представляет собой максимальное перемещение линейного осциллятора с собственной частотой ω при действии этой нагрузки. При некоторой частоте $\omega \geq \omega_{r+1}$ значения $k_d(\omega)$ становятся постоянными, или его изменения достаточно малы, чтобы ими можно было пренебречь. В теории сейсмостойкости коэффициент динамичности именуется «спектром отклика» $S(\omega)$. Подробнее он рассматривается в гл. 4.

Оценка указанной погрешности основана на следующих соображениях. Допустим, что в сумме (2.81) учтено только $r < n$ низших мод с частотами до ω_r включительно. Тогда для суммы остальных векторов $\{\eta_i\}$ получаем равенство

$$\sum_{i=r+1}^n \{\eta_i\} = \{J\} - \sum_{i=1}^r \{\eta_i\}. \quad (2.92)$$

Назовем сумму в левой части «остаточным вектором»

$$\{\tilde{\eta}\} = \sum_{i=r+1}^n \{\eta_i\}. \quad (2.93)$$

Низшая из неучтенных частот равна ω_{r+1} . Предположим, что при более высоких частотах коэффициент динамичности можно считать постоянным:

$$k_d(\omega) \approx k_d(\omega_{r+1}) \approx \text{const при } \omega > \omega_{r+1}. \quad (2.94)$$

Поскольку коэффициент динамичности представляет собой максимальное перемещение при данной частоте, то выполняется следующее неравенство:

$$\sum_{j=1}^r \{\eta_j\} \psi_j(t) < \{x(t)\} < \sum_{j=1}^r \{\eta_j\} \psi_j(t) + \{\tilde{\eta}\} k_d(\omega_{r+1}). \quad (2.95)$$

Полученное двойное неравенство задает «вилку», в пределах которой лежит истинное перемещение: левая часть – это его оценка снизу, а правая – сверху. Величина

$$\Delta = \{\tilde{\eta}\} k_d(\omega_{r+1}) \quad (2.96)$$

показывает наибольшую величину ошибки за счет отбрасывания высших мод.

Запишем «контрольное соотношение» (2.91) для случая, когда нагрузка приложена по s степеням свободы с номерами $k, k+1, \dots, k+s$, которым соответствуют сосредоточенные массы m_k, \dots, m_{k+s} . В этом случае вектор $\{J\}$ выражается согласно (2.69). Произведя умножение векторов в числителе (2.75), получим

$$\Gamma_i = \frac{a_k \phi_{ik} + \dots + a_{k+s} \phi_{i,k+s}}{\|\phi_i\|^2}. \quad (2.97)$$

Обозначим

$$[M]^{-1} \{J\} = \{J^{(s)}\}, \quad (2.98)$$

где $\{J^{(s)}\}$ – вектор, элементы которого с k -го по $(k+s)$ -й равны соответственно $a_k/m_k, \dots, a_{k+s}/m_{k+s}$, а остальные – нулю:

$$\{J^{(s)}\} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ a_k/m_k \\ \vdots \\ a_{k+s}/m_{k+s} \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1\text{-й элемент} \\ \vdots \\ k\text{-й элемент} \\ \vdots \\ (k+s)\text{-й элемент} \\ \vdots \\ n\text{-й элемент} \end{matrix} \quad (2.99)$$

Тогда «контрольное соотношение» (2.91) запишется в виде

$$\sum_{i=1}^n \frac{a_k \phi_{ik} + \dots + a_{k+s} \phi_{i,k+s}}{\|\phi_i\|^2} \{\phi_i\} = \{J^{(s)}\}. \quad (2.100)$$

В простейшем случае, когда нагрузка приложена в одной, k -й точке, в которой сосредоточена масса m_k , соотношение (2.100) упрощается:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\phi_{ik}}{\|\phi_i\|^2} \{\phi_i\} = \{J^{(1)}\}, \quad (2.101)$$

где вектор $\{J^{(1)}\}$ равен:

$$\{J^{(1)}\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \vdots \\ 1/m_k \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1\text{-й элемент} \\ \vdots \\ k\text{-й элемент} \\ \vdots \\ n\text{-й элемент} \end{array} \quad (2.102)$$

Приведенные ранее формулы упрощаются, если векторы мод ортонормированы. Так, коэффициент участия (2.75)

$$\Gamma_i = \{\tilde{\phi}_i\}^T \{J\}. \quad (2.103)$$

Соответственно этому, контрольное условие (2.100) имеет вид

$$\sum_{i=1}^n (a_k \tilde{\phi}_{ik} + \dots + a_{k+s} \tilde{\phi}_{i,k+s}) \{\tilde{\phi}_i\} = \{J^{(s)}\}, \quad (2.104)$$

а формула (2.101)

$$\sum_{i=1}^n \tilde{\phi}_{ik} \{\tilde{\phi}_i\} = \{J^{(1)}\}. \quad (2.105)$$

2.4. Вынужденные колебания дискретной системы при кинематическом возмущении

2.4.1. Дифференциальные уравнения движения

В предыдущем разделе рассматривались вынужденные колебания системы под действием силы (*силовое возмущение*). Но колебания могут происходить также под действием инерционной нагрузки при колебаниях основания (*кинематическое возмущение*). Эта проблема возникает, во-первых, при проверке сейсмостойкости конструкций. Кроме того, такие расчеты необходимо выполнять для проверки прочности и работоспособности вторичных систем (оборудования, строительных конструкций), находящихся внутри зданий, совершающих колебания под действием экстремальных динамиче-

ских нагрузок (например, удара самолета или ВУВ). Вопросы расчета конструкций на сейсмическое воздействие, т.е. при кинематическом возмущении, подробно рассмотрены в [12]. Поэтому здесь они будут изложены кратко и в основном без доказательств.

Считаем, что конструкция линейная и в ней отсутствуют потери энергии. Закон ускорений ее основания (переносное ускорение) $\ddot{X}(t)$. Как и ранее, матрица масс равна $[M]$, а матрица жесткостей $[K]$. Вектор инерционных сейсмических нагрузок, действующих на конструкцию,

$$R(t) = -[M]\{J\}\ddot{X}_0(t), \quad (2.106)$$

где $\{J\}$ – вектор, компонентами которого являются косинусы углов между направлением колебаний основания и перемещениями по степеням свободы (для степеней свободы, соответствующих угловым колебаниям, его компоненты равны 0). Подставив (2.106) в (2.68), получим уравнение вынужденных колебаний системы при кинематическом возмущении:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = -[M]\{J\}\ddot{X}_0(t). \quad (2.107)$$

2.4.2. Интегрирование системы методом модальной суперпозиции

Будем, как и ранее, искать решение системы в виде (2.41). Подставим его в (2.107) и умножим обе части слева на транспонированный вектор i -й моды $\{\phi_i\}^T$:

$$\{\phi_i\}^T [M] \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} \ddot{q}_j(t) + \{\phi_i\}^T [K] \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} q_j(t) = \{\phi_i\}^T [M] \{J\} \ddot{X}_0(t). \quad (2.108)$$

В силу условий ортогональности (2.36) и (2.37) все члены сумм, кроме $i = j$, равны нулю. Единственный оставшийся член

$$\|\phi_j\|^2 \ddot{q}_j(t) + \omega_j^2 \|\phi_j\|^2 q_j(t) = \{\phi_j\}^T [M] \{J\} \ddot{X}_0(t). \quad (2.109)$$

После деления на квадрат нормы получаем дифференциальное уравнение, из которого определяется координатная функция $q_j(t)$:

$$\ddot{q}_j(t) + \omega_j^2 q_j(t) = \frac{\{\phi_j\}^T [M] \{J\}}{\|\phi_j\|^2} \ddot{X}_0(t). \quad (2.110)$$

Оно отличается от дифференциального уравнения колебаний линейного осциллятора (2.20) множителем в правой части, который называется *коэффициентом участия* j -й моды. Обозначим его

$$\Gamma_j = \frac{\{\phi_j\}^T [M] \{J\}}{\|\phi_j\|^2}. \quad (2.111)$$

Он показывает, какая часть инерционной нагрузки расходуется на возбуждение колебаний именно по данной моде. Если $\Gamma_j = 0$, то колебания по ней отсутствуют.

Дальнейшее решение аналогично (2.77)–(2.81). С учетом (2.77)–(2.80) закон перемещений системы имеет вид

$$\{x(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\eta_j\} \psi_j(t). \quad (2.112)$$

2.4.3. Сумма нормированных векторов мод

Векторы $\{\eta_j\}$ удовлетворяют равенству

$$\sum_{j=1}^n \{\eta_j\} = \{J\}. \quad (2.113)$$

Это соотношение используется для определения необходимого числа учитываемых мод и оценки погрешности (этот вопрос будет подробнее рассмотрен в гл. 4). Приведем его доказательство.

Как известно [22], моды $\{\phi_j\}$ образуют базис в n -мерном векторном пространстве, т.е. любой вектор такой размерности может быть разложен по векторам мод. Выполним это для вектора $\{J\}$:

$$\{J\} = \sum_{j=1}^n a_j \{\phi_j\}, \quad (2.114)$$

где a_j – коэффициенты, подлежащие определению. Чтобы найти их, умножим слева обе части (2.114) на произведение транспонированного вектора i -й моды и матрицы масс:

$$\{\phi_i\}^T [M] \{J\} = \{\phi_i\}^T [M] \sum_{j=1}^n a_j \{\phi_j\}. \quad (2.115)$$

В силу условия ортогональности (2.36) все члены суммы равны 0, кроме $i = j$:

$$\{\phi_i\}^T [M] \{J\} = a_i \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\} = a_i \|\phi_i\|^2. \quad (2.116)$$

Отсюда получаем

$$a_i = \frac{\{\phi_i\}^T [M] \{J\}}{\|\phi_i\|^2}, \quad (2.117)$$

т.е. коэффициент a_i равен коэффициенту участия Γ_i . Подставив это в (2.116), с учетом (2.113) получаем искомое соотношение (2.115).

2.5. Вычисление матриц масс и податливости с помощью мод

Большинство вычислительных программ позволяет найти собственные частоты системы и моды, но получение матриц масс и жесткостей может быть затруднительно. Ниже показано, как, пользу-

ьясь условиями ортогональности мод, можно вычислить по ним матрицы масс и жесткостей.

Образует матрицу $[\Phi]$, составленную *по столбцам* из мод. С ее применением условие ортогональности (2.36) запишется следующим образом:

$$[\Phi]^T [M][\Phi] = [||\phi_i ||^2], \quad (2.118)$$

где $[||\phi_i ||^2]$ – диагональная матрица, i -й элемент на диагонали которой равен квадрату нормы i -й моды.

Вычислим обратные матрицы от обеих частей равенства (напомним, что обратная матрица от произведения матриц равна произведению обратных матриц в обратном порядке):

$$[\Phi]^{-1} [M]^{-1} ([\Phi]^T)^{-1} = [||\phi_i ||^2]^{-1}. \quad (2.119)$$

Умножив обе части равенства (2.119) слева на $[\Phi]$, а справа на $[\Phi]^T$, получим

$$[M]^{-1} = [\Phi] [||\phi_i ||^2]^{-1} [\Phi]^T. \quad (2.120)$$

Матрица $[||\phi_i ||^2]^{-1}$ – диагональная, составленная из чисел, обратных квадратам норм мод.

Аналогичным образом можно вычислить матрицу податливостей $[\Lambda] = [K]^{-1}$. Запишем условие ортогональности (2.37) в виде:

$$[\Phi]^T [K][\Phi] = [\omega_i^2] [||\phi_i ||^2], \quad (2.121)$$

где $[\omega_i^2]$ – диагональная матрица, i -й элемент на диагонали которой равен квадрату i -й собственной круговой частоты. Вычислив обратные матрицы от обеих частей равенства и домножив обе части слева на $[\Phi]$, а справа на $[\Phi]^T$, получим

$$[\Lambda] = [K]^{-1} = [\Phi] [||\phi_i ||^2]^{-1} [\omega_i^2]^{-1} [\Phi]^T, \quad (2.122)$$

где $[\omega_i^2]^{-1}$ – диагональная матрица, составленная из обратных чисел к квадратам собственных круговых частот.

Если моды ортонормированны, то

$$[||\phi_i ||^2] = [E], \quad (2.123)$$

где $[E]$ – единичная матрица. Тогда соотношения (2.120) и (2.122) приобретают более простой вид

$$[M]^{-1} = [\Phi][\Phi]^T; \quad (2.124)$$

$$[\Lambda] = [K]^{-1} = [\Phi][\omega_i^2]^{-1}[\Phi]^T. \quad (2.125)$$

Глава 3

ЛИНЕЙНЫЕ КONTИНУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

Континуальными, т.е. *непрерывными* или *сплошными*, называют системы с непрерывным распределением масс. К ним относятся балки, пластинки, оболочки, объемные тела, которые имеют бесконечно большое число точек сосредоточения масс, а следовательно, и степеней свободы. Их колебания описываются дифференциальными уравнениями в частных производных.

Исследованию колебаний континуальных систем посвящены многие классические работы, являющиеся фундаментом науки о динамике конструкций. Сегодня, несмотря на появление мощной вычислительной техники и программного обеспечения, классические методы не утратили своей актуальности. На них основаны алгоритмы вычислительных программ. Кроме того, они позволяют понять характер и взаимосвязь динамических параметров системы (собственных частот и мод) и предварительно оценить их величины, что позволяет более обоснованно выбирать параметры конечно-элементных моделей конструкций (число степеней свободы, размеры сетки, необходимое число учитываемых частот и пр.). Наконец, аналитическая «прикидка» результатов с применением простейших схематизаций позволяет оценить достоверность результатов компьютерного расчета, а во многих случаях – и получить требуемые данные о динамических нагрузках и перемещениях конструкции.

В данной главе излагаются методы анализа колебаний простейших континуальных систем – стержней и пластинок [53, 54, 63, 85].

3.1. Изгибные колебания стержней

3.1.1. Свободные колебания

Дифференциальное уравнение движения. При поперечных колебаниях стержня перемещения его точек $y(x,t)$ зависят от координаты x и времени t (рис. 3.1). Его *свободные колебания* описываются дифференциальным уравнением в частных производных

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(E(x) I(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + \mu(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (3.1)$$

где $E(x)$ – модуль упругости материала, Па; $I(x)$ – момент инерции сечения, м^4 ; $\mu(x)$ – масса единицы длины стержня, кг/м .

Если жесткость и распределение массы по длине стержня l постоянны, то уравнение имеет более простой вид

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (3.2)$$

Уравнения (3.1) и (3.2) не отражают потери энергии. Способ их учета будет рассмотрен далее.

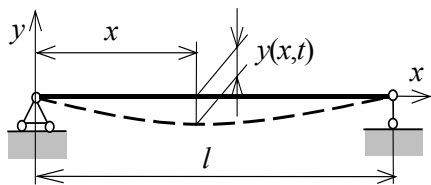


Рис. 3.1. Поперечные колебания стержня

Краевые и начальные условия. Совместно с уравнением движения должны быть заданы условия двух видов.

Во-первых, это *краевые* или *граничные* условия, которые показывают, как закреплены концы $x = 0$ и $x = l$. Для примера они приведены для $x = 0$:

в заделке отсутствует перемещение и угол поворота, т.е.

$$y(0) = 0 \text{ и } \frac{\partial y(0)}{\partial x} = 0; \quad (3.3)$$

при шарнирном опирании равны нулю перемещение и момент, следовательно

$$y(0) = 0 \text{ и } \frac{\partial^2 y(0)}{\partial x^2} = 0; \quad (3.4)$$

на свободном конце равны нулю момент и перерезывающая сила, следовательно

$$\frac{\partial^2 y(0)}{\partial x^2} = 0 \text{ и } \frac{\partial^3 y(0)}{\partial x^3} = 0. \quad (3.5)$$

Существуют и более сложные граничные условия: упруго опертый конец, сила и момент на конце и пр. [22]. В данной работе они для краткости не рассматриваются.

Второй вид задаваемых условий – *начальные*. Они показывают распределение перемещений и скоростей точек стержня при $t = 0$:

$$y(x,0) = y_0(x); \quad \frac{\partial y(x,0)}{\partial t} = \dot{y}_0(x). \quad (3.6)$$

Решение уравнения методом Фурье. Согласно этому методу, называемому также *методом разделения переменных*, решение уравнения движения отыскивается в виде

$$y(x,t) = \phi(x)q(t), \quad (3.7)$$

т.е. как произведение двух функций, одна из которых зависит только от x , а вторая – от t . Для простоты изложения ниже будем рассматривать стержень с постоянными по длине характеристиками, т.е. уравнение (3.2). Подставив в него (3.7) и выполнив дифференцирование, после простого преобразования получим

$$\frac{\ddot{q}(t)}{q(t)} = -\frac{EI}{\mu} \cdot \frac{\phi^{IV}(x)}{\phi(x)}. \quad (3.8)$$

Функции в числителе и знаменателе левой части этого равенства зависят только от t , а в правой – только от x . Следовательно, обе

части не зависят от этих аргументов, т.е. являются постоянным числом. Обозначив его через $-\omega^2$, получим для нахождения $\phi(x)$ и $q(t)$ два обыкновенных дифференциальных уравнения:

$$\phi^{IV}(x) - \frac{\mu\omega^2}{EI}\phi(x) = 0; \quad (3.9)$$

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0. \quad (3.10)$$

Частотное уравнение и моды системы. Рассмотрим сначала первое из этих уравнений. Оно имеет четвертый порядок, и, соответственно, его решение содержит четыре постоянные. Оно может быть записано в виде

$$\phi(x) = C_1 S(kx) + C_2 T(kx) + C_3 U(kx) + C_4 V(kx), \quad (3.11)$$

где

$$k = \sqrt[4]{\frac{\mu\omega^2}{EI}}; \quad (3.12)$$

правая часть выражена через функции А.Н. Крылова:

$$S = \frac{1}{2}(\cos kx + \operatorname{ch} kx); \quad T = \frac{1}{2}(\cos kx - \operatorname{ch} kx); \quad (3.13)$$

$$U = \frac{1}{2}(\operatorname{sink} x + \operatorname{sh} kx); \quad V = \frac{1}{2}(\operatorname{sink} x - \operatorname{sh} kx).$$

Дальнейший ход решения продемонстрируем на примере шарнирно опертой балки. Постоянные в (3.11) определяются из граничных условий (3.4), которые после подстановки в них (3.3) преобразуются в следующие условия относительно функции $\phi(x)$:

$$\phi(0) = 0; \quad \phi''(0) = 0; \quad \phi(l) = 0; \quad \phi''(l) = 0. \quad (3.14)$$

Подстановка в (3.11) первых двух условий дает $C_1 = C_3 = 0$. Два остальных условия приводят к системе однородных алгебраических уравнений относительно C_2 и C_4 :

$$\begin{cases} C_2 T(kl) + C_4 V(kl) = 0; \\ C_2 V(kl) + C_4 T(kl) = 0. \end{cases} \quad (3.15)$$

Чтобы решение этой системы не было тождественно равно нулю, равняться нулю должен ее определитель:

$$\begin{vmatrix} T(kl) & V(kl) \\ V(kl) & T(kl) \end{vmatrix} = 0. \quad (3.16)$$

Раскрывая его, получим частотное уравнение, из которого определяется параметр k :

$$T^2(kl) - V^2(kl) = 0. \quad (3.17)$$

После подстановки в него функций из (3.13) оно принимает вид

$$\operatorname{sh} kl \sin kl = 0. \quad (3.18)$$

Если считать, что первый из сомножителей $\operatorname{sh} kl = 0$, то из (3.12) следует, что $\omega = 0$, т.е. колебания отсутствуют. Этот случай не представляет интереса. Поэтому считаем, что $\operatorname{sh} kl \neq 0$, и, следовательно,

$$\sin kl = 0. \quad (3.19)$$

Это уравнение имеет бесконечное число корней:

$$k_n l = n\pi \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (3.20)$$

С их помощью можно определить *моды* системы. Подставив n -й корень в (3.15), найдем зависимость между постоянными:

$$C_4 = -\frac{V(k_n l)}{T(k_n l)} C_2. \quad (3.21)$$

Следовательно, уравнение (3.11) имеет вид

$$\phi_n(x) = \frac{C_2}{2T(k_n l)} (\sin k_n x \operatorname{sh} k_n l + \sin k_n l \operatorname{sh} k_n x). \quad (3.22)$$

С учетом (3.19) получается, что для шарнирно опертой балки n -я мода (*собственная форма*) равна:

$$\phi_n(x) = C_n \sin k_n x, \quad (3.23)$$

где C_n – новая постоянная,

$$C_n = C_2 \frac{\operatorname{sh} k_n l}{2T(k_n l)}. \quad (3.24)$$

Поскольку значение коэффициента C_2 произвольно, то и множитель C_n произволен. Таким образом, как и в случае дискретных систем, моды $\phi_n(x)$ определяются с точностью до произвольного множителя. Далее будет показано, что его величина не влияет на результаты расчета перемещений балки.

Свойства мод. Для краткости эти свойства приведены ниже без доказательств [22].

1. Моды зависят только от краевых условий, но не зависят от начальных.

2. Моды попарно ортогональны по кинетической и потенциальной энергии. Для стержней с постоянными по длине характеристиками условия ортогональности имеют вид:

а) по кинетической энергии:

$$\int_0^l \phi_n(x) \phi_m(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{при } n \neq m; \\ \|\phi_n\|^2 & \text{при } n = m, \end{cases} \quad (3.25)$$

где $\|\phi_n\|^2$ – число, называемое квадратом нормы,

$$\|\phi_n\|^2 = \int_0^l \phi_n^2(x) dx. \quad (3.26)$$

(его величина зависит от масштаба моды);

б) по потенциальной энергии:

$$\int_0^l \phi_n''(x) \phi_m''(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{при } n \neq m; \\ k_n^2 \|\phi_n\|^2 & \text{при } n = m. \end{cases} \quad (3.27)$$

В случае переменных по длине характеристик стержня условия ортогональности несколько усложняются:

$$\int_0^l \mu(x) \phi_n(x) \phi_m(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{при } n \neq m; \\ \|\phi_n\|^2 & \text{при } n = m, \end{cases} \quad (3.28)$$

$$\int_0^l E(x) I(x) \phi_n''(x) \phi_m''(x) dx = \begin{cases} 0 & \text{при } n \neq m; \\ k_n^2 \|\phi_n\|^2 & \text{при } n = m, \end{cases} \quad (3.29)$$

где

$$\|\phi_n\|^2 = \int_0^l \mu(x) \phi_n^2(x) dx. \quad (3.30)$$

3. Моды образуют полную систему функций (или полный базис). Это означает, что практически любая функция $f(x)$, встречающаяся в реальных задачах расчета конструкций, может быть разложена на интервале $0 \leq x \leq l$ в сходящийся ряд Фурье по функциям $\phi_n(x)$:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi_n(x). \quad (3.31)$$

Собственные частоты и уравнения движения по модам. Обратимся к рассмотрению уравнения (3.10). Прежде всего, отметим, что оно не учитывает потери энергии в системе. Их можно включить в рассмотрение, добавив в левую часть диссипативный член. В случае вязкого трения оно примет вид

$$\ddot{q}_n(t) + 2\omega_n \zeta_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = 0. \quad (3.32)$$

Оно аналогично уравнению (2.2), описывающему свободные колебания осциллятора. Каждому значению k_n , а следовательно, и каждой моде $\phi_n(x)$ соответствует собственная частота ω_n , которая определяется из (3.12) и может быть записана в виде

$$\omega_n = \frac{\lambda_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}}, \quad \text{рад/с}, \quad (3.33)$$

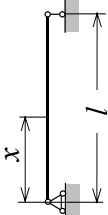
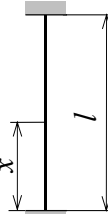

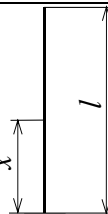
где для шарнирно опертой балки

$$\lambda_n = n\pi, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

Таким образом, стержень (как и все непрерывные системы) имеет бесконечно большое количество собственных частот и мод.

Отметим, что так же, как и моды, *собственные частоты зависят только от условий закрепления концов балки, но не зависят от начальных условий.* Таким образом, собственные частоты и моды являются внутренними характеристиками системы, которые не зависят от того, как она выведена из положения равновесия.

Таблица 3.1. Динамические характеристики

Условия закрепления концов	Моды $\phi_n(\xi)$, где $\xi = \frac{x}{l}$	Номер моды n	D_n	λ_n
	$\sin \lambda_n \xi$	1 2 3 4 $n \geq 5$	– – – –	π 2π 3π 4π $n\pi$
	$\sin \lambda_n \xi - \text{sh} \lambda_n \xi +$ $+ D_n (\text{ch} \lambda_n \xi - \cos \lambda_n \xi),$ где $D_n = \frac{\text{sh} \lambda_n - \sin \lambda_n}{\text{ch} \lambda_n - \cos \lambda_n}$	1 2 3 4 $n \geq 5$	1.0178 0.9992 1.0000 1.0000	4.730 7.853 10.996 14.137 $\frac{(2n+1)\pi}{2}$
	$\text{ch} \lambda_n \xi - \cos \lambda_n \xi +$ $+ D_n (\sin \lambda_n \xi - \text{sh} \lambda_n \xi),$ где $D_n = \frac{\text{ch} \lambda_n + \cos \lambda_n}{\text{sh} \lambda_n + \sin \lambda_n}$	1 2 3 4 $n \geq 5$	1.0000 1.0000 1.0000 1.0000	3.927 7.069 10.210 13.352 $\frac{(4n+1)\pi}{4}$
	$\sin \lambda_n \xi - \text{sh} \lambda_n \xi +$ $+ D_n (\text{ch} \lambda_n \xi - \cos \lambda_n \xi)$ где $D_n = \frac{\text{sh} \lambda_n + \sin \lambda_n}{\text{ch} \lambda_n + \cos \lambda_n}$	1 2 3 4 $n \geq 5$	1.3622 0.9817 1.0008 0.9999	1.875 4.694 7.855 10.996 $\frac{(2n-1)\pi}{2}$

* Примечание. Коэффициент участия Γ_n дан для случая

Решение уравнения (3.32) выражается формулой (2.6)

$$q_n(t) = A_n e^{-\zeta_n \omega_n t} \sin(\omega_{Dn} t + \alpha_n), \quad (3.34)$$

где A_n – амплитуда колебаний по n -й моде; α_n – начальная фаза; ω_{Dn} – n -я круговая частота с учетом демпфирования:

$$\omega_{Dn} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2}. \quad (3.35)$$

стержней с различными закреплениями концов

Коэффициент участия*) Γ_n	$\phi_n''(\xi)$	$\phi_n'''(\xi)$
1.2732 0 0.4424 0 $\frac{2[1 - (-1)^n]}{n\pi}$	$-\lambda_n^2 \sin \lambda_n \xi$	$-\lambda_n^3 \cos \lambda_n \xi$
0.8152 0 0.3637 0	$\lambda_n^2 [-\sin \lambda_n \xi - \text{sh} \lambda_n \xi + D_n (\text{ch} \lambda_n \xi + \cos \lambda_n \xi)]$	$\lambda_n^3 [-\cos \lambda_n \xi - \text{ch} \lambda_n \xi + D_n (\text{sh} \lambda_n \xi - \sin \lambda_n \xi)]$
1.2304 -0.1170 0.4728 -0.0620	$\lambda_n^2 [\text{ch} \lambda_n \xi + \cos \lambda_n \xi - D_n (\sin \lambda_n \xi + \text{sh} \lambda_n \xi)]$	$\lambda_n^3 [\text{sh} \lambda_n \xi - \sin \lambda_n \xi - D_n (\cos \lambda_n \xi + \text{ch} \lambda_n \xi)]$
0.57485 0.44112 0.35454 0.1819	$\lambda_n^2 [-\sin \lambda_n \xi - \text{sh} \lambda_n \xi + D_n (\text{ch} \lambda_n \xi + \cos \lambda_n \xi)]$	$\lambda_n^3 [-\cos \lambda_n \xi - \text{ch} \lambda_n \xi + D_n (\text{sh} \lambda_n \xi - \sin \lambda_n \xi)]$

кинематического (сейсмического) возмущения (см. разд. 3.1.3).

Собственные частоты и моды стержней с различными закреплениями концов. Аналогичным образом рассчитываются свободные колебания стержней с иными закреплениями концов. Им соответствует другое частотное уравнение, а следовательно, другие собственные частоты и моды [84]. При этом собственные частоты вычисляются по формуле (3.33), но с иными значениями λ_n . Эти значения, а также моды приведены в табл. 3.1.

Определение движения по начальным условиям. Подставив (3.23) и (3.34) в (3.7), получим общее решение уравнения (3.2), т.е. закон перемещений произвольной точки балки, в виде ряда

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) A_n e^{-\zeta_n \omega_n t} \sin(\omega_{Dn} t + \alpha_n) \quad (3.36)$$

(множитель C_n перед модой пока принят равным 1). Скорости точек

$$\dot{y}(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) A_n e^{-\zeta_n \omega_n t} [\omega_{Dn} \cos(\omega_{Dn} t + \alpha_n) - \omega_n \zeta_n \sin(\omega_n t + \alpha_n)]. \quad (3.37)$$

Амплитуды A_n и начальные фазы α_n в (3.37) зависят от начальных условий, т.е. от того, каким именно образом балка выведена из положения равновесия. Они определяются посредством следующей процедуры.

Подставим в (3.36) и (3.37) значение $t = 0$ и будем для простоты считать затухание $\zeta_n = 0$. Полученные выражения [см. (3.38)] равны начальному перемещению и скорости, найденным согласно (3.6),

$$y_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) A_n \sin \alpha_n; \quad \dot{y}_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \omega_n A_n \cos \alpha_n. \quad (3.38)$$

Умножим оба эти равенства на $\phi_m(x)$ и проинтегрируем их левые и правые части от 0 до l . В силу условия ортогональности (3.25) все члены рядов, кроме $m = n$, обратятся в нуль. Оставшиеся члены

$$\int_0^l \phi_n(x) y_0(x) dx = \|\phi_n\|^2 A_n \sin \alpha_n; \quad \int_0^l \phi_n(x) \dot{y}_0(x) dx = \|\phi_n\|^2 \omega_n A_n \cos \alpha_n. \quad (3.39)$$

Обозначим

$$I_{1n} = \int_0^l \phi_n(x) y_0(x) dx; \quad I_{2n} = \int_0^l \phi_n(x) \dot{y}_0(x) dx. \quad (3.40)$$

С учетом этих обозначений

$$A_n \sin \alpha_n = I_{1n} / \|\phi_n\|^2; \quad A_n \cos \alpha_n = I_{2n} / (\omega_n \|\phi_n\|^2). \quad (3.41)$$

Отсюда

$$A_n = \frac{1}{\|\phi_n\|^2} \sqrt{(I_{1n})^2 + \left(\frac{I_{2n}}{\omega_n}\right)^2}; \quad (3.42)$$

$$\alpha_n = \operatorname{arctg} \frac{\omega_n I_{1n}}{I_{2n}}. \quad (3.43)$$

Выражения (3.42) и (3.43) для амплитуды и начальной фазы полностью определяют закон перемещений (3.36) при заданных начальных условиях. Таким образом, колебания балки представлены в виде суммы синусоидальных колебаний по модам. Этот способ решения называется *методом модальной суперпозиции* (сравни с разд. 2.2, где этот метод был использован для дискретных систем).

Внутренние усилия в стержне. Пользуясь законом перемещений (3.36), можно по обычным формулам строительной механики найти усилия в каждом сечении стержня. Они изменяются как по его длине, так и во времени. Изгибающий момент

$$M(x, t) = EIy''(x, t) = EI \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n''(x) A_n e^{-\zeta_n \omega_n t} \sin(\omega_{Dn} t + \alpha_n), \quad (3.44)$$

а перерезывающая сила

$$Q(x, t) = EIy'''(x, t) = EI \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n'''(x) A_n e^{-\zeta_n \omega_n t} \sin(\omega_{Dn} t + \alpha_n). \quad (3.45)$$

Функции $\phi_n''(x)$ и $\phi_n'''(x)$ приведены в табл. 3.1. С помощью (3.36) можно также определить зависимость от времени опорных нагрузок и прочих параметров.

Следует учитывать, что ряд (3.36), описывающий перемещения точек стержня, сходится хорошо, ряд для моментов (3.44) – значительно хуже, а ряд для перерезывающей силы (3.45) при некоторых начальных условиях может вообще расходиться. В частности, он расходится, если функция начальных скоростей $\dot{y}_0(x)$ имеет разрыв по координате x [53]. Примером являются свободные колебания стержня под действием распределенного по длине мгновенного импульса силы S (так иногда моделируют нагрузку от ВУВ). В этом случае во всех точках стержня, кроме опорных, начальные скорости равны S/μ , а на опорах – нулю, т.е. здесь имеет место разрыв (скачок) скорости.

Причиной плохой сходимости рядов является то, что в исходных уравнениях (3.1) и (3.2) не учитываются инерция поворота сечения и влияние перерезывающих сил. Более точная теория, предложенная С.П. Тимошенко, кратко изложена в разд. 3.2.4. При использовании технической теорией сходимость можно улучшить, если искусственно «сгладить» функции начальных условий. Например, при действии импульса можно принять, что скорость на опоре возрастает от 0 до максимума не скачком, а на малом интервале вблизи опоры. Такое допущение, по-видимому, мало скажется на результатах расчета.

Независимость решения от масштаба мод. Покажем, что закон перемещений балки не зависит от масштаба моды [множителя C_n в (3.23)]. Обозначим масштабированную моду

$$\tilde{\phi}_n(x) = C_n \phi_n(x). \quad (3.46)$$

Подставив ее в (3.25), (3.40), (3.42) и (3.43), можно убедиться, что амплитуда колебаний по n -й моде уменьшится в C_n раз,

$$\tilde{A}_n = A_n / C_n, \quad (3.47)$$

а начальная фаза останется прежней. Подставляя (3.46) и (3.47) в (3.36), получим

$$\begin{aligned} y(x,t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\phi}_n(x) \tilde{A}_n \sin(\omega_n t + \alpha_n) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \phi_n(x) \frac{1}{C_n} A_n \sin(\omega_n t + \alpha_n) = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) A_n \sin(\omega_n t + \alpha_n). \end{aligned} \quad (3.48)$$

Сравнивая с (3.36), видим, закон перемещений действительно не изменился.

3.1.2. Вынужденные поперечные колебания стержня при силовом возмущении

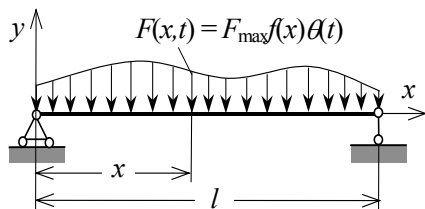


Рис. 3.2. Вынужденные колебания стержня при силовом возмущении

Дифференциальное уравнение движения. Рассмотрим стержень с постоянными по длине характеристиками, совершающий *вынужденные* поперечные колебания под действием *распределенной* силы $F(x,t)$, т.е. при *силовом возмущении*, показанный на рис. 3.2.

Дифференциальное уравнение движения стержня

$$EI \frac{\partial^4 y_B}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 y_B}{\partial t^2} = F(x,t), \quad (3.49)$$

где $y_B(x,t)$ – частное решение, соответствующее вынужденным колебаниям. Будем считать, что в любой момент времени отношение нагрузок в разных точках остается постоянным. В этом случае нагрузку можно выразить в виде произведения двух функций, каждая из которых зависит только от одного аргумента:

$$F(x,t) = F_{\max} f(x) \theta(t), \quad (3.50)$$

где функции $\theta(t)$ и $f(x)$ – безразмерные с максимальными значениями, равными 1, а F_{\max} – максимальное значение нагрузки, имеющее размерность Н/м.

В этом случае дифференциальное уравнение движения записывается в виде

$$EI \frac{\partial^4 y_B}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 y_B}{\partial t^2} = F_{\max} f(x) \theta(t). \quad (3.51)$$

Решение уравнения методом модальной суперпозиции. Будем отыскивать решение в виде разложения в ряд по модам:

$$y_B(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \varphi_n(t), \quad (3.52)$$

где $\phi_n(x)$ – n -я мода, соответствующая условиям закрепления концов балки; $\varphi_n(t)$ – неизвестная функция времени, подлежащая определению. Подставим (3.52) в (3.51):

$$EI \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n^{IV}(x) \varphi_n(t) + \mu \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \ddot{\varphi}_n(t) = F_{\max} f(x) \theta(t). \quad (3.53)$$

Моды удовлетворяют дифференциальному уравнению (3.9), из которого следует

$$\phi_n^{IV}(x) = \frac{\mu \omega_n^2}{EI} \phi_n(x). \quad (3.54)$$

Подставив это в (3.53), после несложных преобразований получим

$$\sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \mu [\ddot{\varphi}_n(t) + \omega_n^2 \varphi_n(t)] = F_{\max} f(x) \theta(t). \quad (3.55)$$

Разложим функцию $f(x)$ в ряд по модам:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi_n(x) \quad (3.56)$$

(коэффициенты a_n будут вычислены далее). Тогда уравнение (3.55) приобретает вид

$$\sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \mu [\ddot{\varphi}_n(t) + \omega_n^2 \varphi_n(t)] = F_{\max} \theta(t) \sum_{n=1}^{\infty} a_n \phi_n(x). \quad (3.57)$$

Приравняв коэффициенты при $\phi_n(x)$ в обеих частях, найдем, что функция $\varphi_n(t)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\ddot{\varphi}_n(t) + \omega_n^2 \varphi_n(t) = \frac{a_n}{\mu} F_{\max} \theta(t). \quad (3.58)$$

Обозначим коэффициент в правой части:

$$\frac{a_n}{\mu} = \Gamma_n. \quad (3.59)$$

С учетом этого

$$\ddot{\varphi}_n(t) + \omega_n^2 \varphi_n(t) = F_{\max} \Gamma_n \theta(t). \quad (3.60)$$

Γ_n – это коэффициент участия n -й моды, показывающий, какая часть нагрузки расходуется на возбуждение колебаний по ней.

Уравнение (3.60) не учитывает потери энергии в балке. Их можно принять в рассмотрение, добавив в левую часть диссипативный член. При вязком трении получим

$$\ddot{\varphi}_n(t) + 2\omega_n \zeta_n \dot{\varphi}_n(t) + \omega_n^2 \varphi_n(t) = F_{\max} \Gamma_n \theta(t). \quad (3.61)$$

Это уравнение можно упростить посредством подстановки

$$\varphi_n(t) = F_{\max} \Gamma_n \psi_n(t). \quad (3.62)$$

Тогда

$$\ddot{\psi}_n(t) + 2\omega_n \zeta_n \dot{\psi}_n(t) + \omega_n^2 \psi_n(t) = \theta(t). \quad (3.63)$$

Мы получили дифференциальное уравнение вынужденных колебаний линейного осциллятора с круговой частотой ω_n при действии силы $\theta(t)$, которое аналогично (2.13). Методы интегрирования обсуждались при рассмотрении последнего уравнения.

Подставив (3.62) в разложение (3.52), с учетом всех обозначений получим закон перемещений в виде

$$y_b(x, t) = F_{\max} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \Gamma_n \psi_n(t). \quad (3.64)$$

Вычисление коэффициентов участия. Вернемся к вычислению коэффициентов a_n в разложении (3.56), фигурирующих в выражении для коэффициента участия. Для этого умножим обе части (3.56) на $\phi_n(x)$ и проинтегрируем по длине стержня:

$$\int_0^l f(x) \phi_n(x) dx = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^l \phi_n(x) \phi_i(x) dx. \quad (3.65)$$

В силу условия ортогональности (3.25), члены ряда при $i \neq n$ равны 0, а при $i = n$

$$\int_0^l f(x) \phi_n(x) dx = a_n \|\phi_n\|^2. \quad (3.66)$$

Отсюда получаем

$$a_n = \frac{1}{\|\phi_n\|^2} \int_0^l f(x) \phi_n(x) dx. \quad (3.67)$$

Следовательно, n -й коэффициент участия

$$\Gamma_n = \frac{1}{\mu \|\phi_n\|^2} \int_0^l f(x) \phi_n(x) dx. \quad (3.68)$$

Если нагрузка приложена не на всей длине стержня, а только на интервале $a \leq x \leq b$ (рис. 3.3,а), то за его пределами подинтегральная функция в (3.68) равна 0, т.е. интеграл вычисляется не от 0 до l , а от a до b .

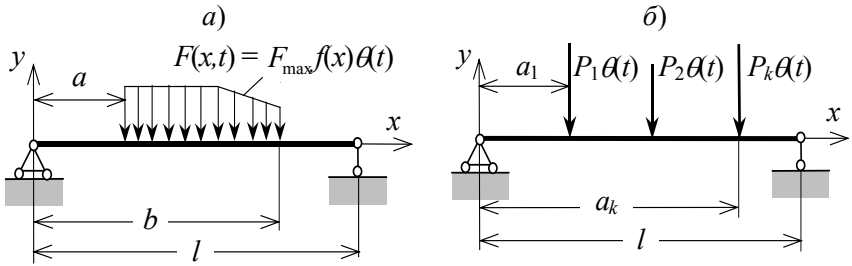


Рис. 3.3. Варианты нагрузок на стержень:

a – задание нагрузки на части пролета; *б* – сосредоточенные силы

Если в точках $x = a_1, \dots, a_k$ балки действуют *сосредоточенные силы* $P_1\theta(t), \dots, P_k\theta(t)$, имеющие разные максимальные значения, но изменяющиеся по одному закону (рис. 3.3,б), то для вычисления Γ_n их удобно представить с помощью δ -функции Дирака. Как известно [30], она обладает следующими свойствами:

$$1) \delta(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \neq 0; \\ \infty & \text{при } x = 0; \end{cases} \quad (3.69)$$

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1. \quad (3.70)$$

Из (3.69) и (3.70) следует, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \xi(x) \delta(x - a) dx = \xi(a). \quad (3.71)$$

С помощью δ -функции можно следующим образом записать совокупность сил P_1, \dots, P_k в виде функции x :

$$P(x) = P_1\delta(x - a_1) + P_2\delta(x - a_2) + \dots + P_k\delta(x - a_k). \quad (3.72)$$

Поэтому с учетом (3.71) получим, что в (3.68) интеграл равен:

$$\int_0^l [P_1\delta(x - a_1) + \dots + P_k\delta(x - a_k)] \phi_n(x) dx = P_1\phi_n(a_1) + \dots + P_k\phi_n(a_k). \quad (3.73)$$

Следовательно, при действии сосредоточенных сил коэффициент участия

$$\Gamma_n = \frac{P_1\phi_n(a_1) + \dots + P_k\phi_n(a_k)}{\mu \|\phi_n\|^2}. \quad (3.74)$$

Наконец, если на балку действуют и сосредоточенные силы, и распределенная нагрузка, то коэффициент участия равен сумме правых частей (3.68) и (3.74).

Независимость закона колебаний от масштабов мод. Выше было сказано, что мода $\phi_n(x)$ определяется с точностью до произвольного множителя (масштаба) C_n . Покажем, что его выбор не влияет на результаты расчета. Обозначим масштабированную моду

$$\tilde{\phi}_n(x) = C_n \phi_n(x). \quad (3.75)$$

Из (3.25) следует, что $\|\tilde{\phi}_n(x)\|^2 = C_n^2 \|\phi_n(x)\|^2$. Следовательно, коэффициент участия

$$\tilde{\Gamma}_n = \frac{1}{C_n} \Gamma_n. \quad (3.76)$$

Подстановка (3.75) и (3.76) в (3.64) дает

$$\begin{aligned} y_B(x,t) &= F_{\max} \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{\phi}_n(x) \tilde{\Gamma}_n \psi_n(t) = \\ &= F_{\max} \sum_{n=1}^{\infty} C_n \phi_n(x) \frac{1}{C_n} \Gamma_n \psi_n(t) = F_{\max} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \Gamma_n \psi_n(t). \end{aligned} \quad (3.77)$$

Видим, что закон вынужденных колебаний не изменился.

Внутренние усилия в стержне. Внутренние усилия при вынужденных колебаниях обычным образом вычисляются по закону перемещений (3.64). Изгибающий момент

$$M_B(x,t) = EI y_B''(x,t) = F_{\max} EI \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n''(x) \Gamma_n \psi_n(t). \quad (3.78)$$

Перерезывающая сила

$$Q_B(x,t) = EI y_B'''(x,t) = F_{\max} EI \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n'''(x) \Gamma_n \psi_n(t). \quad (3.79)$$

Функции $\phi_n''(x)$ и $\phi_n'''(x)$ для стержней с различными краевыми условиями приведены в табл. 3.1

3.1.3. Вынужденные колебания стержня при кинематическом возмущении

Дифференциальное уравнение движения. Допустим, что опоры стержня с постоянной по длине жесткостью EI и погонной массой μ колеблются поперек его оси с ускорением $\ddot{X}_0(t)$ (кинематическое возмущение). В этом случае он совершает вынужденные колебания под действием инерционной нагрузки $\mu \ddot{X}_0(t)$ (рис. 3.4). Движение описывается дифференциальным уравнением

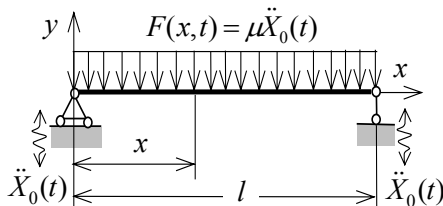


Рис. 3.4. Кинематическое возмущение

В этом случае он совершает вынужденные колебания под действием инерционной нагрузки $\mu \ddot{X}_0(t)$ (рис. 3.4). Движение описывается дифференциальным уравнением

$$EI \frac{\partial^4 y_B}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 y_B}{\partial t^2} = -\mu \ddot{X}_0(t). \quad (3.80)$$

Решение уравнения методом модальной суперпозиции. Процедура решения не отличается от ранее использованной при силовом возмущении. Будем отыскивать решение в виде разложения в ряд по модам:

$$y_B(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \varphi_n(t), \quad (3.81)$$

где $\phi_n(x)$ – n -я мода, соответствующая условиям закрепления концов балки; $\varphi_n(t)$ – неизвестная функция времени, подлежащая определению. Подставим данное выражение в (3.80):

$$EI \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n^{IV}(x) \varphi_n(t) + \mu \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \ddot{\varphi}_n(t) = -\mu \ddot{X}_0(t). \quad (3.82)$$

Воспользовавшись соотношением (3.54) между модами и их четвертыми производными, после преобразований получим

$$\mu \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) [\ddot{\varphi}_n(t) + \omega_n^2 \varphi_n(t)] = -\mu \ddot{X}_0(t), \quad (3.83)$$

или, после сокращения на μ ,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) [\ddot{\varphi}_n(t) + \omega_n^2 \varphi_n(t)] = -\ddot{X}_0(t). \quad (3.84)$$

Правую часть можно формально записать как произведение $f(x) \ddot{X}_0(t)$, где $f(x) = 1$ на интервале от 0 до l и $f(x) = 0$ вне его. Разложим $f(x)$ в ряд по модам:

$$f(x) = 1 = \sum_{i=1}^{\infty} \Gamma_i \phi_i(x). \quad (3.85)$$

Чтобы найти коэффициенты Γ_i , умножим обе части (3.85) на $\phi_n(x)$ и проинтегрируем по длине стержня:

$$\int_0^l \phi_n(x) dx = \sum_{i=1}^{\infty} \Gamma_i \int_0^l \phi_i(x) \phi_n(x) dx. \quad (3.86)$$

В силу условия ортогональности (3.25) все члены ряда, кроме $i = n$, равны 0, а единственный оставшийся член

$$\int_0^l \phi_n(x) dx = \Gamma_n \int_0^l \phi_n^2(x) dx = \Gamma_n \|\phi_n\|^2, \quad (3.87)$$

где $\|\phi_n\|^2$ – квадрат нормы n -й моды [см. (3.26)]. Отсюда

$$\Gamma_n = \frac{1}{\|\phi_n\|^2} \int_0^l \phi_n(x) dx. \quad (3.88)$$

Возвращаясь к уравнению (3.84), с учетом (3.85) и (3.88) запишем его в виде

$$\sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) [\ddot{\varphi}_n(t) + \omega_n^2 \varphi_n(t)] = -\Gamma_n \phi_n(x) \ddot{X}_0(t). \quad (3.89)$$

Приравняем коэффициенты при $\phi_n(x)$ в обеих частях. Получим, что функция $\varphi_n(t)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\ddot{\varphi}_n(t) + \omega_n^2 \varphi_n(t) = -\Gamma_n \ddot{X}_0(t). \quad (3.90)$$

Это уравнение подобно дифференциальному уравнению (2.18), описывающему вынужденные колебания линейного осциллятора при кинематическом возмущении, за двумя исключениями. Во-первых, в правой части фигурирует множитель Γ_n , являющийся *коэффициентом участия n -й моды*. Он показывает, какая часть нагрузки расходуется на возбуждение колебаний по ней. Во-вторых, в левой части отсутствует слагаемое, описывающее потери энергии в балке (они при выводе уравнения не учитывались). Для того чтобы учесть их, можно добавить в левую часть диссипативный член. При вязком трении получим

$$\ddot{q}_n(t) + 2\omega_n \zeta_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = -\Gamma_n \ddot{X}_0(t). \quad (3.91)$$

Если сделать подстановку

$$q_n(t) = \Gamma_n \psi_n(t), \quad (3.92)$$

то уравнение упростится:

$$\ddot{\psi}_n(t) + 2\omega_n \zeta_n \dot{\psi}_n(t) + \omega_n^2 \psi_n(t) = -\ddot{X}_0(t). \quad (3.93)$$

В таком виде оно полностью совпадает с уравнением вынужденных колебаний линейного осциллятора (2.18).

Подставив (3.92) в разложение (3.81), найдем закон перемещений в виде

$$y_b(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \Gamma_n \psi_n(t). \quad (3.94)$$

3.1.4. Переходный процесс при колебаниях стержня

Переходный процесс представляет собой наложение свободных колебаний при заданных начальных условиях и вынужденных колебаний, вызванных действием внешней нагрузки. В случае стержня при силовом возмущении переходный процесс описывается суммой уравнений (3.36) и (3.64). Соответственно этому внутренние усилия равны: момент – сумме (3.44) и (3.77), а перерезывающая сила – сумме (3.45) и (3.78).

Если учитываются потери энергии в системе, а длительность нагрузки достаточно велика, то в течение ее действия свободные

колебания затухают, и начиная с какого-то момента времени движение описывается только решением (3.64).

На практике нагрузка часто прикладывается к недеформированной и неподвижной конструкции (стержню), т.е. начальные условия являются нулевыми. Поэтому в течение времени ее действия перемещения описываются только формулой (3.64). В момент окончания ее действия точки конструкции имеют перемещения и скорости, которые служат начальными условиями при ее дальнейших свободных колебаниях, описываемых (3.36).

3.1.5. О точности моделирования конструкции в виде стержня

Дифференциальные уравнения колебаний стержня (3.1) и (3.2) получены в предположении, что его поперечные сечения при перемещениях остаются плоскими и перпендикулярными к недеформированной оси. Это так называемая *техническая теория* поперечных колебаний стержня. Моды, полученные с ее помощью, приведены в табл. 3.1. Начиная со второй, они представляют собой знакопеременные функции с узловыми точками, в которых они равны нулю и которые при колебаниях по данной моде неподвижны. Техническая теория дает хорошие результаты, если основной вклад в перемещения дают моды с расстоянием между узловыми точками, достаточно большим по сравнению с высотой поперечного сечения стержня в плоскости колебаний. Если же эти величины сопоставимы, то помимо поперечных перемещений точек стержня необходимо учитывать инерцию поворота сечений и влияние усилий сдвига. Соответствующая теория была разработана С.П. Тимошенко и носит его имя («балка Тимошенко»).

Уравнение свободных поперечных колебаний стержня с независимыми от длины характеристиками приведено в [84]. После небольших преобразований оно получает вид

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \rho I \left(1 + \frac{E}{f_{\text{сдв}} G} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{\kappa G} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} = 0, \quad (3.95)$$

где ρ – плотность материала стержня; G – модуль сдвига,

$$G = \frac{E}{1(1+\nu)}, \quad (3.96)$$

ν – коэффициент Пуассона; $f_{\text{сдв}}$ – коэффициент сдвига, зависящий от формы поперечного сечения (см. разд. 3.3.1).

Первые два члена уравнения (3.95) совпадают с (3.1), третий учитывает инерцию вращения, четвертый – прогибы, вызываемые сдвигом. Решение этого уравнения здесь рассматривать не будем (для случая шарнирного опирания концов его можно найти в [54, 84]). Укажем только, что влияние инерции вращения и сдвига

тем существеннее, чем выше номер моды, т.е. чем больше высота поперечного сечения по сравнению с расстоянием между узлами. При этом основной вклад дает поправка на сдвиг [84].

Выше было сказано, что при использовании технической теории стержней ряды (3.44) и (3.45), выражающие изгибающий момент и перерезывающую силу, могут плохо сходиться и даже расходиться. При использовании уравнения (3.95) проблем со сходимостью рядов не возникает.

Резюмируя, можно заключить, что схематизацию конструкции в виде балки Тимошенко следует применять, если характер действующей на нее нагрузки требует учета отклика по высшим модам. Кроме того, такая схематизация необходима, если высота поперечного сечения стержня достаточно велика по сравнению с расстоянием между опорами. Иногда считают, что погрешность технической теории заметна, если эта высота больше $1/8 \div 1/10$ пролета.

Для демонстрации влияния факторов, учитываемых теорией Тимошенко, далее приведено сравнение моментов в шарнирно опертой железобетонной балке прямоугольного поперечного сечения с постоянными по длине характеристиками, вычисленными по этой и технической теориям. Длина балки l , ширина сечения $b = 1$. На нее действует кратковременная равномерно распределенная нагрузка с суммарным импульсом I . Импульс давления

$$i_+ = \frac{I}{l}. \quad (3.97)$$

Будем считать, что нагрузка создана воздействием детонационной воздушной ударной волны с давлением на фронте Δp_ϕ и продолжительностью фазы сжатия τ_+ (см. разд. 9.1). Считая профиль волны (закон изменения давления) треугольным, получим, что

$$i_+ = \frac{\Delta p_\phi \tau_+}{2}. \quad (3.98)$$

По технической теории изгибающий момент в балке выражается в виде ряда [53]:

$$M(x, t) = \frac{4I}{\pi l} \sqrt{\frac{EJ}{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n x}{l} \sin \omega_n t, \quad (3.99)$$

или, с учетом (3.97) и (3.98),

$$M(x, t) = \frac{2\Delta p_\phi i_+}{\pi} \sqrt{\frac{EJ}{\rho}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n x}{l} \sin \omega_n t. \quad (3.100)$$

Для получения значений изгибающих моментов были просуммированы 100 членов ряда в различные моменты времени с шагом $T_1/32$, где T_1 – период колебаний по 1 моде. Наибольший изгибающий момент достигается в середине пролета в момент времени

$$t = \frac{13}{32} T_1. \quad (3.101)$$

Он равен:

$$M_{\max} = 1.477 \frac{2\Delta p_{\phi} i_+}{\pi} \sqrt{\frac{EJ}{\rho}}. \quad (3.102)$$

Преобразуем выражение (3.102). Первая собственная круговая частота шарнирно опертой балки

$$\omega_1 = \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EJ}{\rho}}. \quad (3.103)$$

С учетом этого

$$M_{\max} = 1.477 \frac{16}{\pi^3} \tau_+ \omega_1 \frac{\Delta p_{\phi} l^2}{8}. \quad (3.104)$$

Вторая дробь в правой части представляет собой момент в середине пролета при статическом приложении равномерно распределенной нагрузки Δp_{ϕ} :

$$M_{\text{ст}} = \frac{\Delta p_{\phi} l^2}{8}. \quad (3.105)$$

Таким образом,

$$M_{\max} = 1.477 \frac{16}{\pi^3} \tau_+ \omega_1 M_{\text{ст}} = 0.762 \tau_+ \omega_1 M_{\text{ст}}. \quad (3.106)$$

Будем называть отношение максимального динамического и статического моментов *коэффициентом динамичности*:

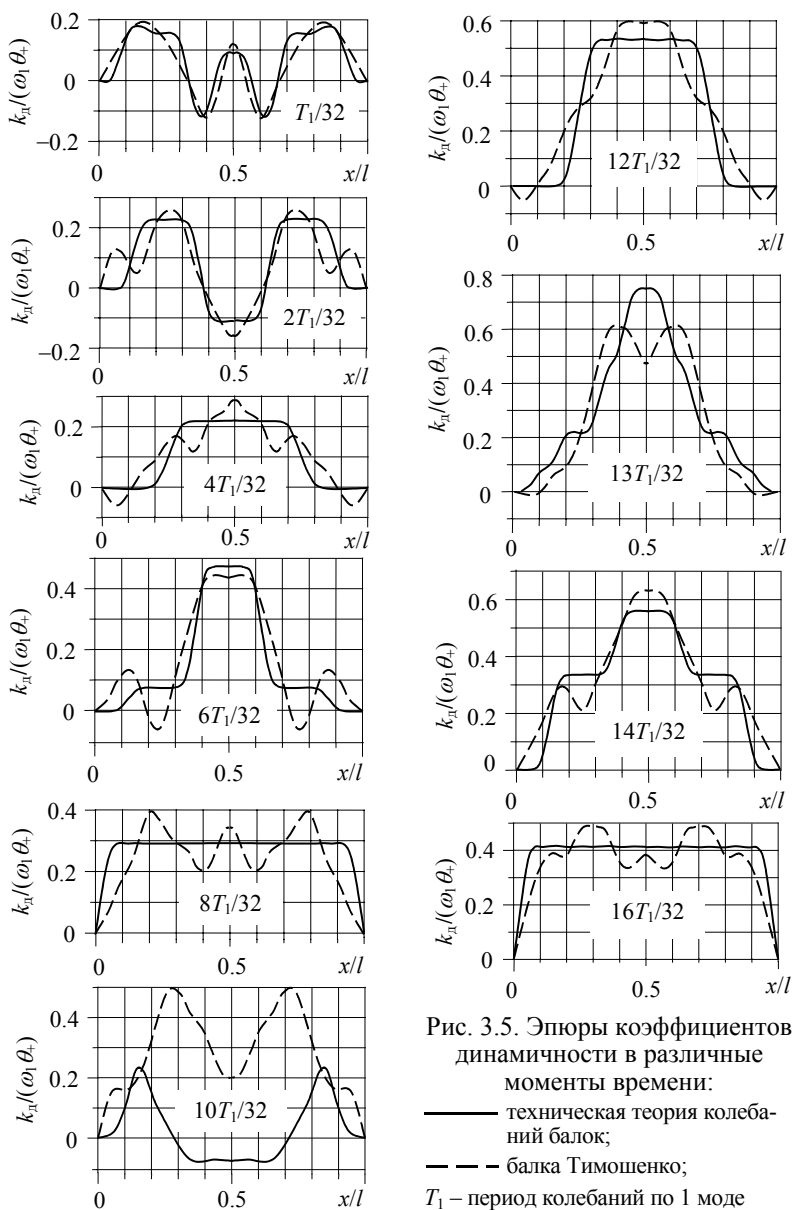
$$k_d = \frac{M_{\max}}{M_{\text{ст}}} = 0.762 \tau_+ \omega_1. \quad (3.107)$$

Напомним, что это значение соответствует середине пролета балки и моменту времени (3.101). Для других точек и моментов времени значения отличаются только числовым множителем в правой части (3.107). На рис. 3.5 приведены значения этих числовых множителей, т.е. дроби

$$\frac{k_d}{\tau_+ \omega_1}. \quad (3.108)$$

Для сравнения на рис. 3.5 приведены коэффициенты динамичности для моментов, вычисленных по теории Тимошенко. Они также выражаются с помощью тригонометрического ряда по координатам x и l , который здесь для краткости не приводится (при желании его можно найти в [53]). Суммировались 100 первых членов ряда. На рисунке видно, что при учете одинакового числа членов ряда техническая теория дает более грубое распределение усилий

по длине балки. При этом отличие от теории Тимошенко может оказаться очень значительным, как, например, при $t = 10T_1/32$.



Приведенный анализ также показывает, что при кратковременной нагрузке важен учет высших собственных частот и мод конструкции. Рис. 3.5 показывает, что хотя нагрузка в любой момент времени равномерно распределена по длине балки, но, тем не менее, возбуждаются ее высокочастотные колебания, а потому максимумы моментов в различных точках достигаются не одновременно.

3.2. Изгибные колебания прямоугольных пластинок

3.2.1. Предварительные замечания

Теория изгибных колебаний пластинок значительно сложнее, чем стержней, и сколько-нибудь подробно изложить ее в рамках настоящей книги невозможно. Кроме того, как уже было указано в начале главы, практические расчеты конструкций сегодня редко выполняют аналитическими методами, а чаще используют конечно-элементные вычислительные программы (разумеется, основанные на этих методах). Поэтому далее будут приведены только основные сведения об изгибных колебаниях пластинок и указаны их принципиальные особенности, которые надо иметь в виду при выполнении и интерпретации результатов конечно-элементных расчетов. Рассматривается так называемая *техническая* теория поперечных колебаний пластинок, в основе которой лежит ряд упрощающих допущений, называемых гипотезами Кирхгофа–Лява.

3.2.2. Свободные колебания

Дифференциальное уравнение движения. Свободные поперечные колебания однородной прямоугольной пластинки постоянной толщины h , стороны которой параллельны осям координат x и y (рис. 3.6), описываются дифференциальным уравнением

$$D\Delta\Delta w + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (3.109)$$

где $w(x, y, t)$ – перемещение пластинки, зависящее от координат точки x и y и времени t ; Δ – оператор Лапласа,

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \quad (3.109)$$

μ – масса единицы площади, кг/м^2 ; D – цилиндрическая жесткость пластинки,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}; \quad (3.110)$$

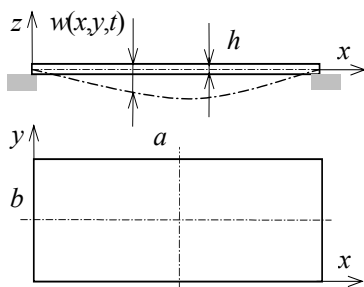


Рис. 3.6. Прямоугольная пластинка

где E – модуль упругости материала; ν – коэффициент Пуассона.

Краевые и начальные условия. Как и для балки, совместно с уравнением движения задаются условия двух видов.

Во-первых, это *краевые (граничные)* условия, которые показывают, как пластинка закреплена по контуру. Их аналитические выражения имеются, например, в [22, 63] и для краткости здесь не приводятся. Наиболее часто рассматривают шарнирное опирание края (при котором равны нулю его перемещение и момент в перпендикулярной краю плоскости), заделку (отсутствуют перемещение и угол поворота), свободный край (отсутствуют момент и поперечная сила). Могут рассматриваться также упругое опирание, скользящая заделка и пр.

Второй вид условий – *начальные*, представляющие собой перемещения и скорости точек пластинки при $t = 0$:

$$w(x, y, 0) = w_0(x, y); \quad \frac{\partial w(x, y, 0)}{\partial t} = \dot{w}_0(x, y). \quad (3.111)$$

Решение уравнения колебаний. Решение уравнения (3.109) можно найти *методом разделения переменных* (методом Фурье). Процедура решения, в принципе, такая же, как и для балки, и здесь подробно рассматриваться не будет. Ограничимся ее описанием.

Закон свободных колебаний (при отсутствии затухания) получается в виде двойного ряда

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{mn}(x, y) A_{mn} \sin(\omega_{mn} t + \alpha_{mn}), \quad (3.112)$$

где $\phi_{mn}(x, y)$ – мода; ω_{mn} – собственная частота; A_{mn} – амплитуда; α_{mn} – начальная фаза.

Моды и собственные частоты зависят от граничных условий и не зависят от начальных. Амплитуды и начальные фазы, напротив, зависят от начальных условий и не зависят от граничных. Так же, как для стержня, они определяются путем разложения начальных условий в ряд по модам с использованием условий ортогональности последних, которые приведены далее.

Моды *шарнирно опертой по контуру* пластинки

$$\phi_{mn}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}, \quad (3.113)$$

а ее и собственные круговые частоты

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\mu}}. \quad (3.114)$$

Для пластинок с другими краевыми условиями моды и собственные частоты приведены, например, в [63].

Свойства мод [22].

1. Моды попарно *ортогональны*:

а) по кинетической энергии:

$$\int_0^a \int_0^b \mu \phi_{mn}(x, y) \phi_{ij}(x, y) dx dy = 0, \quad (3.115)$$

если хотя бы один из индексов m, n отличается от соответствующего индекса i, j ;

б) по потенциальной энергии:

$$\int_0^a \int_0^b D \left\{ \Delta \phi_{mn} \Delta \phi_{ij} - 2(1-\nu) \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \phi_{mn}}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \phi_{ij}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_{mn}}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \phi_{ij}}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial^2 \phi_{mn}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \phi_{ij}}{\partial x \partial y} \right] \right\} dx dy = 0. \quad (3.116)$$

2. Моды образуют *полную систему функций* (или *полный базис*). Это означает, что функцию $f(x, y)$ можно разложить в области $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b$ в двойной ряд Фурье по функциям $\phi_{mn}(x, y)$.

3.2.3. Вынужденные колебания пластинок при силовом возмущении

Дифференциальное уравнение движения. *Вынужденные колебания* пластинки под действием силы $R(x, y, t)$ (*силовое возмущение*) описываются дифференциальным уравнением

$$D \Delta \Delta w + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = R(x, y, t). \quad (3.117)$$

Будем считать, что нагрузка может быть представлена в виде

$$R(x, y, t) = R_{\max} f_1(t) f_2(x, y), \quad \text{Н/м}^2, \quad (3.118)$$

где R_{\max} – максимальное значение нагрузки, Н; $f_2(x, y)$ – закон ее распределения по пластинке, $1/\text{м}^2$, при суммарной внешней нагрузке, равной 1; $f_1(t)$ – безразмерный закон изменения силы во времени, нормированный так, чтобы его максимум равнялся единице*. При этом считаем, что нагрузка распределена по «пятну» площадью S_1 , положение и размеры которого не изменяются (рис. 3.7).

В этом случае уравнение (3.117) принимает вид

$$D \Delta \Delta w + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = R_{\max} f_1(t) f_2(x, y). \quad (3.119)$$

* Например, для нагрузки на рис. 9.7,а, максимальное значение которой равно 110 МН, следует считать, что $R_{\max} = 110$ МН, а функция $f_1(t)$ получается путем деления всех значений графика на это число.

По определению,

$$\int_{S_1} f_2(x, y) dx dy = 1. \quad (3.120)$$

В случае, если нагрузки равномерно распределена по «пятну» удара, функция $f_2(x, y)$ выражается в виде

$$f_2(x, y) = \begin{cases} 1/S_1, & \text{если } x, y \in S_1; \\ 0, & \text{если } x, y \notin S_1. \end{cases} \quad (1/\text{м}^2) \quad (3.121)$$

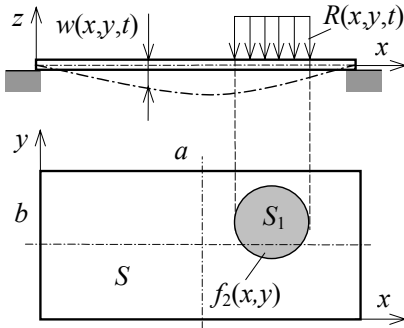


Рис. 3.7. Нагрузка на пластинку

В настоящее время решение чаще находят численно, методом конечных элементов. Для этого пластинка моделируется как дискретная система с n степенями свободы. Определение перемещений такой дискретной системы обсуждалось в разд. 2.2.

С применением уравнения (3.119) можно также привести пластинку к системе с одной степенью свободы методом Релея–Ритца или Бубнова–Галеркина (см. разд. 4.1.3).

3.2.4. Вынужденные колебания пластинок при кинематическом возмущении

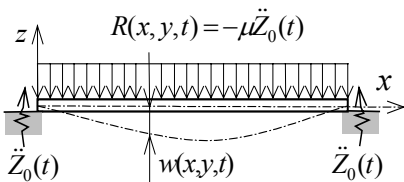


Рис. 3.8. Нагрузка на пластинку при кинематическом возмущении

Решение дифференциального уравнения. Дифференциальное уравнение (3.117) может быть, в принципе, решено методом модальной суперпозиции, подобно тому, как это было сделано для стержня. Для этого следует разложить функцию $f_2(x, y)$ в ряд по модам, и в результате будет получено уравнение движения по каждой из них. Суммируя их решения, получим уравнение вынужденных колебаний всей пластинки.

Вынужденные колебания пластинки возникают вследствие движения ее опор перпендикулярно средней плоскости пластинки (рис. 3.8) (кинематическое возмущение). Инерционная нагрузка

$$R(x, y, t) = -\mu \ddot{Z}_0(t), \quad (3.122)$$

где $\ddot{Z}_0(t)$ – закон изменения ускорения. Подставим (3.122) в (3.117):

$$D\Delta\Delta w + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\mu \ddot{Z}_0(t). \quad (3.123)$$

Решение этого дифференциального уравнения движения можно найти *методом модальной суперпозиции*. Перемещения получаются в виде двойного ряда

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{mn}(x, y) \varphi_{mn}(t). \quad (3.124)$$

Координатная функция $\varphi_{mn}(t)$ является решением уравнения

$$\ddot{\varphi}_{mn} + \omega_{mn}^2 \varphi = -\Gamma_{mn} \ddot{Z}_0(t), \quad (3.125)$$

где Γ_{mn} – коэффициент участия,

$$\Gamma_{mn} = \frac{1}{\|\phi_{mn}\|} \iint_{(S)} \phi_{mn}(x, y) dx dy, \quad (3.126)$$

$$\|\phi_{mn}\| = \iint_{(S)} \phi_{mn}^2(x, y) dx dy. \quad (3.127)$$

Интегрирование в (3.126) и (3.127) выполняется по площади пластинки S . С помощью подстановки

$$\varphi_{mn}(t) = \Gamma_{mn} \psi_{mn}(t) \quad (3.128)$$

получим перемещения пластинки в виде

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{mn}(x, y) \Gamma_{mn} \psi_{mn}(t), \quad (3.129)$$

где $\psi_{mn}(t)$ – вынужденные колебания линейного осциллятора с собственной круговой частотой ω_{mn} при возмущении, заданном переносным движением с ускорением $\ddot{Z}_0(t)$.

Для шарнирно опертой по контуру прямоугольной пластинки мода $\varphi_{mn}(x, y)$ представляет собой произведение балочных функций [см. (3.113)]. Поэтому для нее коэффициент участия равен произведению коэффициентов участия, найденных, как для балок по направлениям x и y :

$$\Gamma_{mn} = \Gamma_{m,x} \Gamma_{n,y}. \quad (3.130)$$

Так же можно найти коэффициенты участия для прямоугольных пластинок с другими краевыми условиями, приближенно задав прогиб в виде произведения балочных функций.

Приведенное решение применимо только в элементарных случаях – прямоугольные пластинки при простейших граничных условиях. Поэтому сегодня при проектировании сложных конструкций колебания пластинок чаще всего рассчитывают по методу конечных элементов. Это позволяет рассматривать пластинки любых очертаний, с любыми граничными условиями, переменной толщиной и пр.

3.2.5. Об уточненной теории поперечных колебаний пластинок

Если толщина пластинки h соизмерима с характерным масштабом изменения напряженно-деформированного состояния, то техническая теория поперечных колебаний пластинок дает существенную погрешность. Как и для стержней (см. разд. 3.1.5), это важно при рассмотрении высших мод. В этом случае следует пользоваться уточненной теорией, которая учитывает влияние деформаций сдвига и инерцию поворота сечений [22].

3.3. Приближенное определение динамических характеристик конструкций

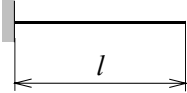
Часто при определении нагрузок на сооружения при динамических воздействиях, таких как ВУВ, ветер и т.п., достаточно знать только их низшие собственные частоты и моды. Далее описаны способы приближенного определения этих динамических параметров при некоторых простейших схематизациях конструкций.

3.3.1. Однопролетные балки и плиты с постоянными характеристиками

Формулы для точного определения собственных частот и мод однопролетных балок приведены в табл. 3.1. Первую собственную частоту балки, плиты и других конструкций можно найти по формулам (2.3) или (2.6), сведя их к эквивалентному осциллятору по методике, которая будет описана далее в разд. 4.1. В табл. 4.2, содержащейся в этом разделе, даны выражения для эквивалентной жесткости m_3 и массы k_3 при изгибных колебаниях однопролетных балок и плит с постоянными характеристиками.

В случае сдвиговых колебаний консольной балки эквивалентная жесткость m_3 и масса k_3 приведены в табл. 3.2, где использованы следующие обозначения: E и G – соответственно модули упругости и сдвига материала; I – момент инерции сечения; F – площадь сечения; m – масса балки; $f_{сд}$ – коэффициент сдвига, который зависит от формы сечения и равен: для сплошного прямоугольника – 1.3; для сплошного круга – 1.11; для тонкостенного кольца – 2; для коробчатого сечения, двутавра и т.п. – отношению суммарной площади $F_{ст}$ стенок, параллельных сдвигу, к общей площади сечения F .

Таблица 3.2. Эквивалентный осциллятор при сдвиговых колебаниях консольной балки

Схема балки	Эквивалентная система	k_3 , Н/м	m_3 , кг
		$\frac{GF}{f_{сд} l}$	0.405m

Далее приведены формулы для приближенного определения динамических параметров конструкций, которые заимствованы, главным образом, из [111], где они используются при расчетах азроупругих колебаний.

3.3.2. Многопролетные балки

Первые собственные частоты изгибных колебаний многопролетных балок приближенно определяются по формуле

$$f_1 = \frac{K}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI_b}{m}}, \text{ Гц}, \quad (3.131)$$

где l – длина главного пролета, м; E – модуль упругости материала, Н/м²; I_b – момент инерции сечения в середине главного пролета, м⁴; m – масса единицы длины в середине главного пролета с учетом приложенной внешней массы, кг/м; K – безразмерный коэффициент. Для 2- и 3-пролетных балок на рис. 3.9 он определяется следующим образом:

для 2-пролетных балок коэффициент K приведен на рис. 3.11;

для 3-пролетных балок, у которых наибольшую длину l имеет главный (центральный) пролет, и при этом $l \geq l_1 \geq l_2$, коэффициент K определяется по рис. 3.10. Если $l \leq l_1$, то можно найти K по кривой для 2-пролетной балки, пренебрегая самым коротким пролетом и приняв l_1 за главный пролет;

для 4-пролетной балки, симметричной относительно центральной опоры, K можно определить, рассматривая каждую из половин как эквивалентную 2-пролетную балку;

для несимметричных 4-пролетных балок, а также в случае, когда число пролетов больше четырех, коэффициент K можно задать, как для 3-пролетной балки, приняв самый длинный пролет в качестве главного.

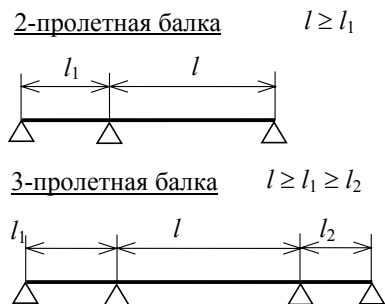


Рис. 3.9. Геометрические параметры 2- и 3-пролетных балок

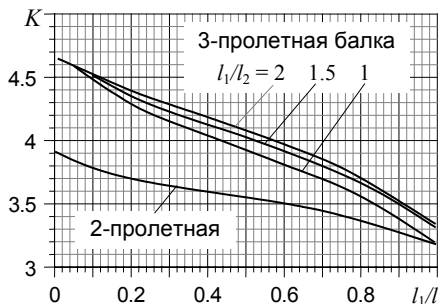


Рис. 3.10. Коэффициент K

Если величина $\sqrt{EI/m}$ на опоре вдвое больше значения в середине пролета или составляет менее 80 % от него, то формула (3.131) дает большую погрешность и может использоваться только для нахождения грубого приближения.

3.3.3. Трубы

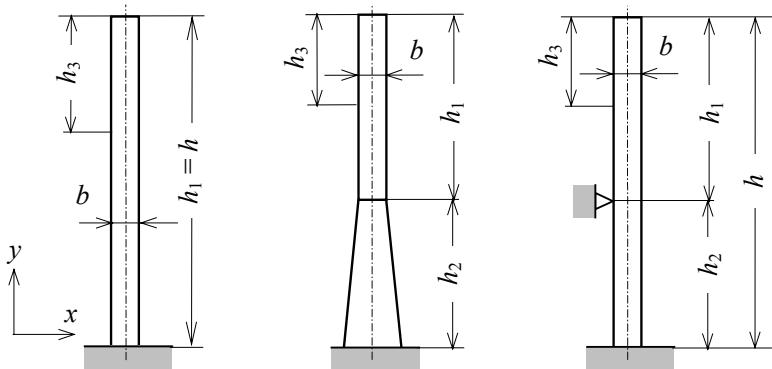


Рис. 3.11. Геометрические параметры труб

Первая собственная частота трубы (рис. 3.11) приближенно вычисляется по формуле

$$f_1 = \frac{\varepsilon_1 b}{h_3^2} \sqrt{\frac{M_3}{M}}, \text{ Гц}, \quad (3.132)$$

где b – диаметр верха трубы, м; h_3 – эквивалентная длина трубы,

$$h_3 = h_1 + h_2/3; \quad (3.133)$$

$M_{3\text{эф}}$ – эквивалентная масса трубы, равная массе участка h_3 ,

$$h_3 = h_1/3; \quad (3.134)$$

M – масса всей трубы; ε_1 – коэффициент, равный: для бетонных и кирпичных труб $\varepsilon_1 = 700$; для стальных труб $\varepsilon_1 = 1000$.

3.3.4. Многоэтажное здание высотой более 50 м

Первая частота изгибных колебаний здания приближенно равна

$$f_1 = 46/h, \text{ Гц}, \quad (3.135)$$

где h – высота, м [111]. Это выражение можно также применить для предварительной оценки первой частоты одноэтажных зданий и башен. Отметим, что эта зависимость, по-видимому, предназначена для достаточно гибких (каркасных) зданий. Кроме того, в [111], очевидно, не учитывается влияние податливости основания, которая для жестких и массивных зданий может существенно влиять на величину первой частоты.

3.3.5. Первые моды сооружений

Для зданий, башен и труб, опирающихся на грунт, первая мода $\phi_1(x)$ может быть приближенно найдена по формуле

$$\phi_1(x) = (x/h)^\xi. \quad (3.136)$$

Первые моды для сооружений различных типов показаны на рис. 3.12.

Показатель степени ξ принимается по табл. 3.3.

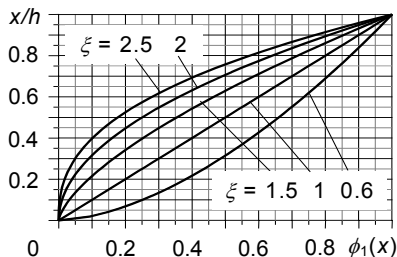


Рис. 3.12. Первые моды сооружений

Таблица 3.3. Коэффициенты ξ для сооружений различных типов

Тип сооружения	ξ	Тип сооружения	ξ
Решетчатые стальные башни	2.5	Здания с центральным ядром и периферийными колоннами или с большими колоннами и сдвиговыми связями	1.0
Башни и трубы	2.0		
Гибкие рамные сооружения со стенами, не распределяющими нагрузку	0.6	Гибкие консольные здания, а также здания, опертые на железобетонное ядро	1.5

3.3.6. Эквивалентная погонная масса конструкции

В некоторых случаях (например, при расчете аэроупругих колебаний конструкций, схематизированных в виде стержня; см. разд. 12.3) необходимо заменить переменную по длине погонную массу $m(x)$ на эквивалентную постоянную погонную массу m_3 . При колебаниях стержня по 1 моде

$$m_3 = \frac{\int_0^l m(x)\phi_1^2(x)dx}{\int_0^l \phi_1^2(x)dx}, \quad (3.137)$$

где $\phi_1(x)$ — первая мода; l — высота или пролет сооружения или его конструкционного элемента. Очевидно, что если погонная масса m постоянна, то $m_3 = m$.

Для консольных сооружений с изменяющейся по длине погонной массой можно приближенно принять эквивалентную массу m_3 равной массе в верхней трети сооружения h_3 [см. рис. 3.9 и экспликацию к формуле (3.132)].

Для опертой на концах конструкции длиной l , имеющей переменную погонную массу $m(x)$, в качестве эквивалентной массы m_3

можно принять среднее значение $m(x)$ на отрезке длиной $l/3$ с центром в точке, где находится максимум моды $\phi_1(x)$.

3.4. Изгибная жесткость железобетонных элементов

При изгибе железобетонного элемента на растянутой грани образуются трещины, снижающие жесткость. Иногда этим обстоятельством пренебрегают и определяют жесткость, как для сплошного бетонного сечения. Более точный подход – принять во внимание снижение жесткости за счет образования трещин. Так, нормы [6] требуют определять жесткость сечений железобетонных элементов с учетом возможного образования трещин, а также нелинейных деформаций в бетоне и арматуре, отвечающих кратковременным и длительным нагрузкам. На предварительных стадиях проектирования, когда армирование еще неизвестно, нелинейную работу рекомендуется учитывать, понижая жесткость путем умножения на условные обобщенные коэффициенты. В первом приближении нормы [6] рекомендуют при определении внутренних усилий умножать модуль упругости материала на следующие понижающие коэффициенты: для вертикальных сжатых элементов – 0.6; для плит перекрытий (покрытий) с учетом длительности действия нагрузки – 0.3. При расчете вертикальных перемещений перекрытий и покрытий рекомендовано умножать модуль упругости бетона на коэффициен-

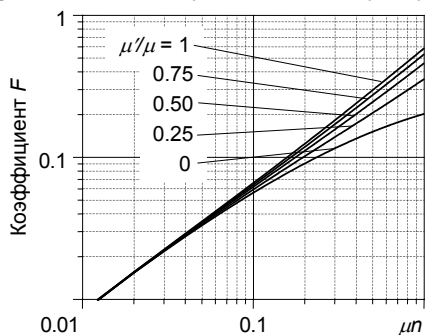


Рис. 3.13. Коэффициент F

ты: для вертикальных несущих элементов – 0.6; для плит перекрытий (покрытий) при отсутствии трещин – 0.3, а при их наличии – 0.2. Такой способ учета снижения жесткости можно использовать как для балок, так и для плит. Он является приближенным, так как не учитывает величину внутренних усилий в конструкции.

Несколько более точный способ снижения жесткости сечений балок применяют в США [127, 135], где для этого задают среднее значение между моментами инерции сплошного бетонного сечения $I_{\text{спл}}$ (без учета армирования) и сечения с трещинами $I_{\text{тр}}$:

$$I = \frac{1}{2}(I_{\text{спл}} + I_{\text{тр}}) = \frac{1}{2} \left(\frac{bh^3}{12} + Fbd \right), \quad (3.138)$$

где b и h – соответственно ширина и высота бетонного сечения; d – расстояние от края сжатой зоны сечения до оси растянутой арматуры; F – коэффициент, показанный на рис. 3.13. Он определяется в

зависимости от значения μn , где n – отношение модулей упругости арматурной стали E_a и бетона E_b ,

$$n = \frac{E_a}{E_b}; \quad (3.139)$$

μ – коэффициент армирования растянутой зоны сечения, т.е. отношение площади арматуры в этой зоне к полной площади поперечного сечения.

Коэффициент F вычислен по формуле

$$F = \frac{K^3}{3} + \mu n (1 - K)^2 + 1.9 \frac{\mu'}{\mu} (K - 0.1)^2, \quad (3.140)$$

где μ' – коэффициент армирования сжатой зоны сечения;

$$K = -m + \sqrt{m^2 + 2q}; \quad (3.141)$$

$$m = \mu n \left[1 + 1.9 \frac{\mu'}{\mu} \right]; \quad (3.142)$$

$$q = \mu n \left[1 + 0.19 \frac{\mu'}{\mu} \right]. \quad (3.143)$$

Еще более точный, но и более сложный способ определения жесткости сечения с трещинами можно найти в [61]. В настоящей работе он рассматриваться не будет.

Глава 4

КВАЗИСТАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ

В предыдущих главах были рассмотрены способы динамических расчетов, которые позволяют определить движение конструкции и внутренние усилия в ней в любой интересующий момент времени. Однако на практике часто бывает необходимо знать только максимальные значения перемещений и усилий. Их можно найти с помощью упрощенных квазистатических расчетов, рассмотрению которых посвящена настоящая глава.

4.1. Схематизация конструкции как системы с одной степенью свободы

4.1.1. Способы схематизации

Динамические расчеты конструкций с использованием подробных конечно-элементных схематизаций, описанные в гл. 2, требуют наличия достаточных вычислительных возможностей. Но часто внутренние усилия в конструкции можно с приемлемой точностью определить квазистатическим методом, т.е. с помощью коэффициента динамичности. Но для этого необходимо свести конструкцию к эквивалентной системе с одной степенью свободы («эквивалентному линейному осциллятору»).

В принципе, это можно сделать, ограничившись одним членом в разложении движения по модам, описанном в гл. 2, но одна мода может плохо отображать действительную конфигурацию системы при перемещениях. Той же цели можно достигнуть многими другими способами – методами Бубнова–Галеркина, Релея–Ритца, с помощью уравнений Лагранжа второго рода, принципа возможных перемещений, вариационных принципов механики и др.

Все эти способы предполагают задание приближенного закона перемещений системы с точностью до одного неизвестного параметра, который и выступает в качестве эквивалентной координаты. В результате для описания движения эквивалентной системы получаем обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$m_3 \ddot{y}_3 + k_3 y_3 = F_3(t), \quad (4.1)$$

где y_3 – эквивалентная координата; m_3 , k_3 и $F_3(t)$ – соответственно эквивалентная масса, жесткость и нагрузка. В это дифференциальное уравнение может быть включено еще слагаемое, отражающее потери энергии [см. уравнение (2.2)]. Заметим, однако, что реакция конструкции на импульсивные воздействия слабо зависит от затухания и при расчете на них затуханием часто пренебрегают.

Если при действии импульсивной или ударной нагрузки в конструкции могут быть допущены неупругие деформации, то ее также можно свести к эквивалентной системе с одной степенью свободы, но параметры эквивалентных систем в упругой и неупругой стадиях деформации различны. В настоящем разделе будут описаны способы схематизации в виде эквивалентного линейного осциллятора при работе конструкции в упругой стадии. Эквивалентные неупругие системы будут рассмотрены в гл. 5.

4.1.2. Параметры эквивалентного линейного осциллятора

Процедуру нахождения параметров эквивалентной системы с одной степенью свободы («эквивалентного линейного осциллятора») продемонстрируем на заимствованном из [37] примере, который показан на рис. 4.1. Изображенная конструкция содержит элемент с распределенными параметрами – балку длиной l с постоянной жесткостью EJ и погонной массой μ ; кроме того, имеются элементы с сосредоточенными параметрами: масса m и жесткость k . Нагрузки на систему: сосредоточенная сила $F(t)$ и распределенная нагрузка $p(x)\varphi(t)$.

Вывод параметров эквивалентного линейного осциллятора в целом аналогичен [37], но используется не вариационный принцип Гамильтона, как там, а уравнение Лагранжа второго рода. Зададимся приближенной формой перемещений конструкции в виде произведения двух функций, каждая из которых зависит только от одной переменной – x или t :

$$y(x, t) = y_3(t)f(x). \quad (4.2)$$

Обобщенной координатой является y_3 . Для вывода дифференциального уравнения воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_3} - \frac{\partial T}{\partial y_3} = Q, \quad (4.3)$$

где T – кинетическая энергия системы; Q – обобщенная сила.

Кинетическая энергия системы

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \mu \int_0^l [\dot{y}(x, t)]^2 dx + \frac{1}{2} m [\dot{y}(l, t)]^2 = \\ &= \frac{1}{2} \mu [\dot{y}_3(t)]^2 \int_0^l f^2(x) dx + \frac{1}{2} m f^2(l) [\dot{y}_3(t)]^2. \end{aligned} \quad (4.4)$$

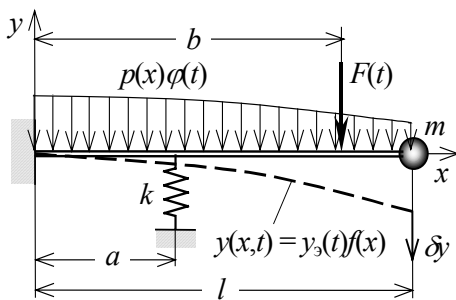


Рис. 4.1. К определению эквивалентной системы с 1 степенью свободы

Подставим ее в левую часть (4.3). Поскольку она не зависит от перемещения, второе слагаемое в (4.3) равно нулю. Выполнив дифференцирование, получим первое слагаемое

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_3} = \ddot{y}_3(t) \left[\mu \int_0^l f^2(x) dx + m f^2(l) \right]. \quad (4.5)$$

Вычислим обобщенную силу Q . Она представляет собой коэффициент в выражении работы на возможном перемещении δy . Запишем возможное перемещение функции $y(x, t)$ в виде

$$\delta y = \delta y_3 f(x). \quad (4.6)$$

Работа силы $F(t)$ и распределенной нагрузки $p(x)\varphi(t)$ на нем

$$\begin{aligned} \delta A_{\text{нагр}} &= F(t) \delta y(b, t) + \int_0^l p(x) \varphi(t) \delta y(x, t) dx = \\ &= \delta y_3 \left[F(t) f(b) + \varphi(t) \int_0^l p(x) f(x) dx \right]. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Работа реакции пружины равна разности работ на перемещении $[y(a, t) + \delta y(a)]$ и на исходном перемещении $y(a, t)$

$$\delta A_k = -\frac{k}{2} \left[(y(a, t) + \delta y(a))^2 - y^2(a, t) \right] = -\frac{k}{2} \left[2\delta y(f) \cdot y(a, t) + (\delta y(a))^2 \right]. \quad (4.8)$$

Второе слагаемое в квадратной скобке имеет более высокий порядок малости, чем первое. Пренебрегая им, получим

$$\delta A_k = -k \delta y_3 f(a) \cdot y_3(t) f(a) = -\delta y_3 k y_3(t) f^2(a). \quad (4.9)$$

Работа упругой деформации балки при перемещении $y(x, t)$

$$A_6 = -\frac{1}{2} EJ \int_0^l [y''(x, t)]^2 dx. \quad (4.10)$$

Штрихами обозначено дифференцирование по координате x . Так же, как и выше,

$$\begin{aligned} \delta A_6 &= -\frac{1}{2} EJ \int_0^l [(y''(x, t) + \delta y'')^2 - (y''(x, t))^2] dx \approx \\ &\approx -\frac{1}{2} EJ \int_0^l 2\delta y'' y''(x, t) dx = -\delta y_3 y_3(t) EJ \int_0^l [f''(x)]^2 dx. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Сложив все найденные работы, получим

$$\delta A = \delta y_3 \left\{ F(t) f(b) + \varphi(t) \int_0^l p(x) f(x) dx - y_3(t) EJ \int_0^l [f''(x)]^2 dx \right\}. \quad (4.12)$$

Обобщенная сила равна сумме слагаемых в фигурных скобках:

$$Q = F(t)f(b) + \varphi(t) \int_0^l p(x)f(x)dx - y_3(t) \left[kf^2(a) + EJ \int_0^l [f''(x)]^2 dx \right]. \quad (4.13)$$

Подставив (4.5) и (4.13) в (4.3), приходим к дифференциальному уравнению движения

$$\begin{aligned} \ddot{y}_3(t) \left[\mu \int_0^l f^2(x)dx + mf^2(l) \right] + y_3(t) \left[kf^2(a) + EJ \int_0^l [f''(x)]^2 dx \right] = \\ = F(t)f(b) + \varphi(t) \int_0^l p(x)f(x)dx. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Таким образом, эквивалентная масса для рассматриваемой конструкции

$$m_3 = \mu \int_0^l f^2(x)dx + mf^2(l), \quad (4.15)$$

эквивалентная жесткость

$$k_3 = kf^2(a) + EJ \int_0^l [f''(x)]^2 dx, \quad (4.16)$$

а эквивалентная нагрузка

$$F_3 = F(t)f(b) + \varphi(t) \int_0^l p(x)f(x)dx. \quad (4.17)$$

~~Прогиб балки и момент связаны соотношением~~

$$f''(x) = \frac{M(x)}{EJ}. \quad (4.18)$$

~~Поэтому эквивалентная жесткость может быть записана иначе:~~

$$k_3 = kf^2(a) + \frac{1}{EJ} \int_0^l [M(x)]^2 dx. \quad (4.19)$$

Пример 1. Определим параметры эквивалентного осциллятора для балки длиной l с двумя заделками, постоянной жесткостью EJ и погонной массой μ , на которую действует равномерно распределенная нагрузки (рис. 4.2). Общая масса балки составляет $\mu l = M$.

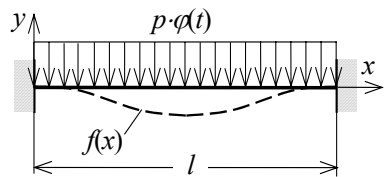


Рис. 4.2. Приближенный закон перемещений балки

Примем приближенный закон перемещений в виде

$$f(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{l} \right).$$

На концах балки перемещения и углы поворота равны нулю, т.е. этот закон удовлетворяет граничным условиям.

Согласно (4.15) находим эквивалентную массу:

$$m_3 = \mu \int_0^l f^2(x) dx = \frac{1}{4} \mu \int_0^l \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{l} \right)^2 dx = \frac{3}{8} \mu l = \frac{3}{8} M.$$

Эквивалентная жесткость вычисляется в соответствии с (4.16):

$$k_3 = EJ \int_0^l [f''(x)]^2 dx = EJ \frac{1}{4} \left(\frac{2\pi}{l} \right)^4 \int_0^l \cos^2 \frac{2\pi x}{l} dx = \frac{2\pi^4 EJ}{l^3}.$$

Наконец, эквивалентную нагрузку найдем по формуле (4.17):

$$F_3 = p \varphi(t) \int_0^l f(x) dx = \frac{p}{2} \varphi(t) \int_0^l \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{l} \right) dx = \frac{pl}{2} \varphi(t).$$

Конструкция, изображенная на рис. 4.1, содержала одну сосредоточенную массу и сосредоточенную жесткость, на нее действовала одна сила, балка имела постоянную погонную массу и жесткость. В более общем случае возможны следующие отличия:

1) могут иметься s упругих опор с жесткостями k_s , расположенных в точках x_s ; r сосредоточенных масс m_r в точках x_r ; n сил $F_n(t)$ в точках x_n ;

2) помимо точечных сосредоточенных масс могут иметься элементы в точках x_d , обладающие моментами инерции I_{0d} ;

3) масса и жесткость упругого элемента могут зависеть от координаты x ;

4) кроме сосредоточенных жесткостей (пружин), может иметься распределенная жесткость $k(x)$ (например, упругое основание);

5) на конструкцию, помимо сосредоточенных и распределенных нагрузок, могут также действовать изгибающие моменты $M_j(t)$, приложенные в точках x_j .

При таких изменениях параметры эквивалентного осциллятора вычисляются с помощью следующих соотношений [37]:

$$m_3 = \int_0^l \mu(x) f^2(x) dx + \sum m_r f^2(x_r) + \sum I_{0d} [f'(x_d)]^2, \quad (4.20)$$

$$k_3 = \sum k_s f^2(x_s) + \int_0^l EJ(x) [f''(x)]^2 dx + \int_0^l k(x) f^2(x) dx, \quad (4.21)$$

или

$$k_3 = \sum k_s f^2(x_s) + \int_0^l \frac{[M(x)]^2}{EJ(x)} dx + \int_0^l k(x) f^2(x) dx, \quad (4.22)$$

$$F_3 = \sum F_n(t) f(x_n) + \varphi(t) \int_0^l p(x) f(x) dx + \sum M_j(t) f'(x_j). \quad (4.23)$$

Ранее не принимались во внимание потери энергии в системе. Их можно учесть обычным образом, добавив в дифференциальное уравнение (4.1) диссипативный член [см. уравнение (2.2)]. Если в точках x_m расположены сосредоточенные демпферы с коэффициентами относительного затухания ζ_m , а кроме того, имеется распределенное затухание $\zeta(x)$ (например, в основании), то эквивалентный коэффициент относительного затухания [37]

$$\zeta_3 = \sum \zeta_m f^2(x_m) + \int_0^l \zeta(x) f^2(x) dx. \quad (4.24)$$

Аналогичные выражения для параметров эквивалентного осциллятора можно записать для двумерных систем, например, для прямоугольной плиты с толщиной h и массой единицы площади $\mu(x,y)$ (рис. 4.3). В точках с координатами x_i, y_i с плитой соединены массы m_i . На плиту действует распределенная нагрузка $p(x,y)\varphi(t)$, а также силы $F_n(t)$ в точках x_n, y_n .

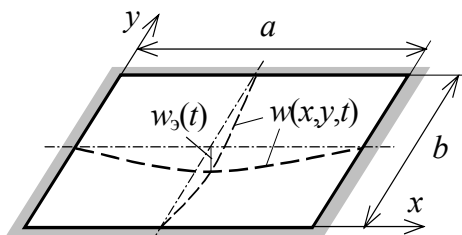


Рис. 4.3. Приближенный закон перемещений пластинки

Если принять за обобщенную координату перемещение в центре $w_3(t)$, то прогибы плиты можно приближенно выразить в виде

$$w(x, y, t) = w_3(t) f(x, y). \quad (4.25)$$

Функцию $f(x,y)$ можно задать в виде произведения одномерных функций, удовлетворяющих граничным условиям на опорах, например, уравнений изогнутой линии балки при статическом действии нагрузки.

Параметры эквивалентного осциллятора определяются по приведенным далее соотношениям, заимствованным из [37].

Эквивалентная масса

$$m_3 = \iint_S \mu(x, y) f^2(x, y) dx dy + \sum m_i f^2(x_i, y_i); \quad (4.26)$$

эквивалентная жесткость

$$k_3 = D \iint_S \left[\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right) \right] dx dy, \quad (4.27)$$

где D – цилиндрическая жесткость плиты,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad (4.28)$$

где E – модуль упругости, а ν – коэффициент Пуассона материала.
Эквивалентная нагрузка

$$F_3 = \sum F_n(t) f(x_n, y_n) + \varphi(t) \iint_S p(x, y) f(x, y) dx dy. \quad (4.29)$$

В (4.26)–(4.29) интегрирование производится по площади плиты S .

Пользуясь эквивалентной массой и жесткостью конструкции, можно по обычной формуле для линейного осциллятора вычислить ее эквивалентную частоту ω_3 . Например, для балки с двумя заделками, рассмотренной в примере выше,

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{k_3}{m_3}} = \frac{4\pi^2}{l^2 \sqrt{3}} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}} = \frac{22.79}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\mu}}.$$

Это менее чем на 2 % отличается от точного значения (у него коэффициент равен 22.37). Поскольку задание закона перемещений конструкции равносильно наложению на нее дополнительных связей, эквивалентная частота всегда выше точной.

После того, как путем интегрирования дифференциального уравнения движения эквивалентного осциллятора (4.1) или квазистатическими методами, описанными далее в настоящей главе, будет найдено эквивалентное перемещение y_3 , по формуле (4.2) вычисляется действительное перемещение конструкции, а по нему – внутренние усилия в ней. Подчеркнем, что точность получаемых при этом результатов самым существенным образом зависит от точности задания функции прогиба $f(x)$. Ее вид достаточно мало сказывается на величине y_3 и значении эквивалентной частоты, но для внутренних усилий, которые получают путем дифференцирования $f(x)$, ошибка может оказаться существенной.

Обратим внимание еще на одно обстоятельство. В качестве $f(x)$ может быть задана любая функция, удовлетворяющая граничным условиям. В приведенном выше примере она была подобрана так [см. (4.18)], чтобы ее максимальное значение равнялось 1. Но, в принципе, $f(x)$ можно умножить на произвольное число, скажем, удвоить. Проследим, как это скажется на результатах расчета перемещений. Эквивалентная масса и жесткость увеличатся в четыре раза, а эквивалентная нагрузка удвоится. При этом эквивалентная

частота ω , останется прежней, а значение y_3 , найденное с помощью дифференциального уравнения (4.1), уменьшится вдвое. Следовательно, перемещение конструкции $y(x,t)$, вычисленное согласно (4.2), останется неизменным. Как видим, масштабирование функции $f(x)$ не влияет на получаемую величину перемещений. Но в то же время отметим, что, скажем, при удвоении функции (4.18) эквивалентная масса, вычисленная согласно (4.19), окажется больше общей массы балки, что физически невозможно.

Таким образом, параметры эквивалентного осциллятора, во-первых, определяются не однозначно. Во-вторых, их следует рассматривать как некоторые условные величины, которые позволяют вычислить с определенной точностью перемещения конструкции, но при этом сами они могут не иметь реального физического смысла. Чтобы избежать такого неудобства, предпочтительно масштабировать функцию $f(x)$ так, чтобы ее максимум равнялся 1.

Те же самые методы можно, в принципе, применить и к более сложным, в том числе трехмерным, конструкциям. Однако если для простейших конструкций подобрать функцию $f(x)$ относительно просто, то с возрастанием их сложности это становится все более трудной задачей, что понижает точность результатов.

4.1.3. Задание приближенной функции прогиба в виде перемещений при статических нагрузках

Для приведения конструкции к системе с одной степенью свободы можно задать приближенную функцию прогиба в виде перемещений при статическом действии приложенных к ней нагрузок.

Продемонстрируем эту процедуру на примере поперечных колебаний плиты, которая была рассмотрена в разд. 3.2.3 (рис. 3.7). Ее вынужденные колебания описываются дифференциальным уравнением (3.118). Исползованные в этом уравнении обозначения были разъяснены в экспликациях к формулам (3.118) и (3.119), но для ясности изложения повторим их. Полная площадь плиты равна S . На ее участок площадью S_1 действует нагрузка

$$R(x, y, t) = R_{\max} f_1(t) f_2(x, y), \text{ Н/м}^2, \quad (4.30)$$

где R_{\max} – максимальное безразмерное значение, Н; $f_1(t)$ – безразмерный, нормированный к единице закон изменения силы во времени; $f_2(x, y)$ – закон распределения нагрузки по пластинке, $1/\text{м}^2$, при суммарной внешней нагрузке, равной 1. Если считать, что положение и размеры участка S_1 не изменяются и нагрузка $f_2(x, y)$ распределена по нему равномерно, то

$$f_2(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{S_1}, & \text{если } x, y \in S_1; \\ 0, & \text{если } x, y \notin S_1. \end{cases} \quad (1/\text{м}^2) \quad (4.31)$$

Воспользуемся методом Бубнова–Галеркина. Примем, что в любой момент времени прогиб пластинки $w(x, y, t)$ пропорционален прогибу при статическом действии максимальной нагрузки:

$$w(x, y, t) = R_{\max} w_{\text{ст}}(x, y) T(t), \quad (4.32)$$

где $w_{\text{ст}}(x, y)$ – статический прогиб при единичной суммарной нагрузке; он удовлетворяет соотношению

$$D\Delta w_{\text{ст}}(x, y) = f_2(x, y); \quad (4.33)$$

$T(t)$ – зависящий от времени коэффициент пропорциональности, который требуется определить.

Поскольку выражение (4.32) является приближенным, то при его подстановке в дифференциальное уравнение (3.124) оно не будет удовлетворено точно. Разность левой и правой частей («невязка») составит:

$$L(x, y, t) = R_{\max} [D\Delta w_{\text{ст}}(x, y) T(t) + \mu w_{\text{ст}}(x, y) \ddot{T}(t) - f_1(t) f_2(x, y)], \quad (4.34)$$

или, с учетом (4.33),

$$L(x, y, t) = R_{\max} [\mu w_{\text{ст}}(x, y) \ddot{T}(t) + T(t) f_2(x, y) - f_1(t) f_2(x, y)]. \quad (4.35)$$

Следуя методу Бубнова–Галеркина, потребуем, чтобы функция $L(x, y, z)$ в любой момент времени была ортогональна функции статического прогиба, т.е. удовлетворяла условию

$$\iint_{(S)} L(x, y, t) w_{\text{ст}}(x, y) dx dy = 0, \quad (4.36)$$

где интегрирование выполняется по всей площади пластинки S . Подставим сюда (4.35):

$$\begin{aligned} \ddot{T}(t) \iint_{(S)} \mu w_{\text{ст}}^2(x, y) dx dy + T(t) \iint_{(S)} f_2(x, y) w_{\text{ст}}(x, y) dx dy = \\ = f_1(t) \iint_{(S)} f_2(x, y) w_{\text{ст}}(x, y) dx dy. \end{aligned} \quad (4.37)$$

Отсюда получаем дифференциальное уравнение, из которого определяется функция $T(t)$:

$$\ddot{T} + \omega_3^2 T = \omega_3^2 f_1(t), \quad (4.38)$$

где ω_3 – эквивалентная круговая частота,

$$\omega_3^2 = \frac{\iint_{(S)} w_{\text{ст}}(x, y) f_2(x, y) dx dy}{\mu \iint_{(S)} w_{\text{ст}}^2(x, y) dx dy}. \quad (4.39)$$

Уравнение (4.38) аналогично уравнению вынужденных колебаний линейного осциллятора. Но следует подчеркнуть, что эквивалент-

ная частота ω_3 не является собственной частотой системы, так как зависит от формы и места расположения «пятна удара», т.е. от внешней нагрузки (например, по мере приближения удара к опорному краю пластинки эквивалентная частота повышается). Собственная же частота полностью определяется только свойствами системы и не зависит от нагрузки и начальных условий движения.

Если функция $f_2(x,y)$ подчиняется условию (4.31), то эквивалентная частота

$$\omega_3^2 = \frac{\frac{1}{S_1} \iint_{(S_1)} w_{\text{ст}}(x,y) dx dy}{\mu \iint_{(S)} w_{\text{ст}}^2(x,y) dx dy}. \quad (4.40)$$

В случае, когда размеры «пятна удара» S_1 малы по сравнению с размерами пластинки S , можно приближенно считать, что в его пределах прогиб равен прогибу в центре (x_0, y_0) :

$$w_{\text{ст}}(x,y) \approx w_{\text{ст}}(x_0, y_0). \quad (4.41)$$

Тогда получаем

$$\omega_3^2 = \frac{w_{\text{ст}}(x_0, y_0)}{\mu \iint_{(S)} w_{\text{ст}}^2(x,y) dx dy}. \quad (4.42)$$

Эту формулу можно использовать и в том случае, если нагрузка сосредоточена в одной точке (x_0, y_0) .

Иногда нагрузка приложена не по площади, а по линии. Для определенности будем считать ее параллельной оси Ox , x_1 и x_2 – координаты ее начала и конца. Тогда

$$\omega_3^2 = \frac{\frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} w_{\text{ст}}(x) dx}{\mu \iint_{(S)} w_{\text{ст}}^2(x,y) dx dy}. \quad (4.43)$$

В формулах (4.39), (4.42) и (4.43) числитель должен быть умножен на 1 Н.

Изложенный вывод не учитывает рассеяние энергии. Это можно сделать, добавив в (4.38) диссипативный член:

$$\ddot{T} + 2\zeta\omega_3\dot{T} + \omega_3^2 T = \omega^2 f_1(t), \quad (4.44)$$

где ζ – коэффициент относительной диссипации энергии. В случае расчета на интенсивную динамическую нагрузку, например, на удар самолета, внутренние усилия в железобетонной конструкции могут оказаться очень большими. Поэтому в данном случае можно при-

нимать потери энергии не меньше, чем при максимальном расчетном землетрясении ($\zeta = 0.05 \div 0.10$).

Можно представить пластинку как эквивалентный линейный осциллятор. Примем за эквивалентное перемещение w_3 среднее перемещение в пределах области приложения нагрузки S_1 при ее статическом действии. Для нахождения параметров осциллятора заметим, что интеграл в числителе (4.40) представляет собой среднее перемещение в области S_1 при суммарной нагрузке 1 Н:

$$w_{cp} = \frac{1}{S_1} \iint_{(S_1)} w_{ct}(x, y) dx dy. \quad (4.45)$$

Если в пределах «пятна удара» различия в прогибах незначительны, то так же, как и в (4.41), можно принять, что

$$w_{cp} \approx w_{ct}(x_0, y_0). \quad (4.46)$$

Эквивалентная жесткость осциллятора k_3 , равна отношению силы 1 Н к вызванному ею перемещению, т.е.

$$k_3 = \frac{1}{w_{cp}}. \quad (4.47)$$

Эквивалентную массу m_3 , найдем через квадрат эквивалентной круговой частоты линейного осциллятора:

$$m_3 = \frac{k_3}{\omega_3^2}. \quad (4.48)$$

Эквивалентная нагрузка F_3 , определяется согласно (4.29)

$$F_3 = f_1(t) R_{max} \iint_{(S)} f_2(x, y) w_{ct}(x, y) dx dy. \quad (4.49)$$

Возвращаясь к выражению для эквивалентной частоты (4.39), отметим, что числитель дроби представляет собой удвоенную работу внешних сил, которая равна потенциальной энергии системы, а знаменатель – ее удвоенную кинетическую энергию. Таким образом, эта формула представляет собой не что иное, как выражение для квадрата круговой частоты по методу Релея–Ритца. Такая трактовка удобна потому, что некоторые вычислительные программы (например, широко распространенный вычислительный комплекс SCAD Office [35]) непосредственно выдают величину работы внешних сил.

4.1.4. Замечания по поводу схематизации конструкций в виде эквивалентного линейного осциллятора

Представление строительных конструкций в виде эквивалентного линейного осциллятора чаще всего используют для упрощенного квазистатического расчета на импульсивные и ударные на-

грузки (воздействие воздушной ударной волны, удары летящих тел и т.п.), выполняемого с применением коэффициентов динамичности. Такие расчеты будут рассмотрены в следующих разделах настоящей главы. Но при использовании указанной расчетной схемы следует принимать во внимание ряд обстоятельств.

1. Определение параметров эквивалентного линейного осциллятора основано на задании приближенного закона перемещений конструкции, и точность результатов зависит от близости принятого закона к действительному.

Можно задать такой закон аналитически, после чего использовать формулы, приведенные в разд. 4.1.2. Это более или менее просто сделать для простейших конструкций – балок, пластинок. Но для более сложных конструкций, например поперечных рам зданий, точность задания приближенного закона неизбежно будет значительно меньше, что соответствующим образом отразится на достоверности результатов их расчета.

В этом смысле более рационально принять приближенный закон перемещений пропорциональным перемещениям при статическом действии нагрузок, как это описано в разд. 4.1.3, так как для сложной конструкции эти перемещения можно вычислить с помощью какой-либо вычислительной программы. Однако здесь имеется следующая проблема. Предположение о том, что при локальном приложении нагрузки форма динамических и статических перемещений конструкции одинакова, оправдано, если строительная конструкция не слишком велика по сравнению с «пятном» приложения нагрузки и имеет четко выраженные граничные условия (например, если рассматривается часть наружной стены, ограниченная двумя примыкающими поперечными стенами и перекрытиями). Но при больших размерах строительной конструкции (например, защитная оболочка АЭС, поперечная рама здания и т.п.) локальные динамические перемещения вблизи места приложения нагрузки могут иметь характер «вмятины» (см. рис. 16.3) и сильно отличаться от перемещений всей конструкции при статической нагрузке. Это обстоятельство вносит определенную погрешность в результат.

2. В описанных ранее методах нахождения параметров линейного осциллятора предполагается, что динамические перемещения пропорциональны статическим в течение всего времени движения конструкции. Но даже если это верно в начальный момент времени, то в последующие может оказаться несправедливым. Это было показано в разд. 3.1.5 на примере шарнирно опертой балки при равномерно распределенной нагрузке, длительность которой мала по сравнению с периодом колебаний по первой моде. Если бы перемещения этой балки были все время пропорциональны статическим, то и эпюра моментов оставалась бы пропорциональной эпюре

при статическом приложении нагрузки. Но, как показывает рис. 3.5, в действительности форма эпюры изменяется со временем. Таким образом, названное допущение близко к истине только при достаточно длительных и медленно нарастающих (по сравнению с периодом колебаний по 1 моде) нагрузках. В противном случае предпочтительно использовать динамические методы расчета перемещений, описанные в предыдущих главах.

3. При численном задании функции прогиба необходимо вычислять однократные и двойные интегралы, фигурирующие в формулах. Для однократных интегралов имеются общеизвестные квадратурные формулы (методы прямоугольников, трапеций, парабол), которые можно найти в справочной литературе. Описание способов вычисления двойного интеграла встречается реже, поэтому приведем его здесь.

Такой интеграл можно вычислить путем последовательного интегрирования по координатам: сначала найти «частные интегралы» при фиксированных значениях одной координаты, а затем вычислить интеграл по второй координате, где «частные интегралы» выступают в качестве значений подынтегральной функции.

Таблица 4.1. Процедура вычисления двойного интеграла

Координата	x_1	$x_2 = x_1 + \Delta x$...	$x_{n-1} = x_{n-2} + \Delta x$	$x_n = x_{n-1} + \Delta x$	«Частный интеграл» по x
y_1	$f(x_1, y_1)$	$f(x_2, y_1)$...	$f(x_{n-1}, y_1)$	$f(x_n, y_1)$	$\Sigma_1(y_1)$
$y_2 = y_1 + \Delta y$	$f(x_1, y_2)$	$f(x_2, y_2)$...	$f(x_{n-1}, y_2)$	$f(x_n, y_2)$	$\Sigma_2(y_2)$
...
$y_{k-1} = y_{k-2} + \Delta y$	$f(x_1, y_{k-1})$	$f(x_2, y_{k-1})$...	$f(x_{n-1}, y_{k-1})$	$f(x_n, y_{k-1})$	$\Sigma_k(y_{k-1})$
$y_k = y_{k-1} + \Delta y$	$f(x_1, y_k)$	$f(x_2, y_k)$...	$f(x_{n-1}, y_k)$	$f(x_n, y_k)$	$\Sigma_k(y_k)$

Пусть, например, требуется вычислить интеграл

$$I = \int_{y_1}^{y_k} \int_{x_1}^{x_n} f(x, y) dx dy .$$

Для этого область интегрирования следует разбить сеткой с шагом Δx , Δy и в ее узлах вычислить значения подынтегральной функции $f(x, y)$. Они записаны в табл. 4.1 размером $n \times k$ (по числу узлов в каждом направлении). В ее правой колонке записаны «частные интегралы» $\Sigma_i(y_i)$, представляющие собой результат численного интегрирования функции $f(x, y_i)$ по координате x при фиксированном значении $y = y_i$. Для их нахождения может быть применена любая

квадратурная формула. Например, если использовать метод трапеций, то получится

$$\Sigma_1(y_1) = [f(x_1, y_1) + 2f(x_2, y_1) + \dots + 2f(x_{n-1}, y_1) + f(x_n, y_1)]\Delta x/2;$$

$$\Sigma_2(y_2) = [f(x_1, y_2) + 2f(x_2, y_2) + \dots + 2f(x_{n-1}, y_2) + f(x_n, y_2)]\Delta x/2;$$

$$\Sigma_k(y_k) = [f(x_1, y_k) + 2f(x_2, y_k) + \dots + 2f(x_{n-1}, y_k) + f(x_n, y_k)]\Delta x/2.$$

После этого вычисляем двойной интеграл, интегрируя по y правую колонку таблицы, т.е. рассматривая «частные интегралы» в качестве значений подинтегральной функции:

$$I = [\Sigma_1(y_1) + 2\Sigma_2(y_2) + \dots + 2\Sigma_{k-1}(y_{k-1}) + \Sigma_k(y_k)]\Delta y/2.$$

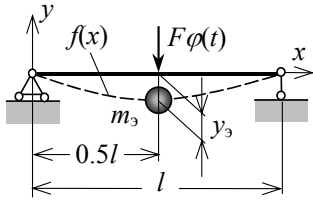
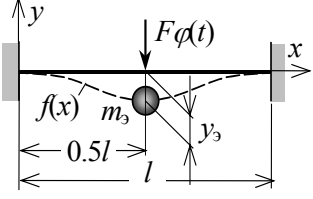
Разумеется, вычисления можно производить и в другой последовательности, т.е. сначала при фиксированных значениях x , а затем суммировать по y .

4.1.5. Параметры эквивалентных линейных осцилляторов для некоторых простейших конструкций

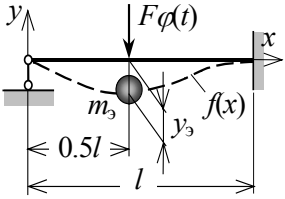
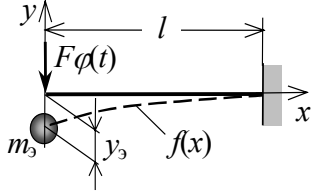
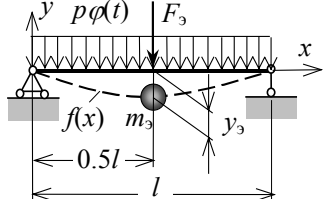
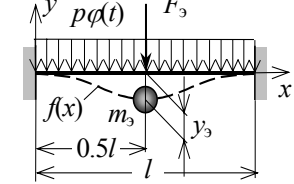
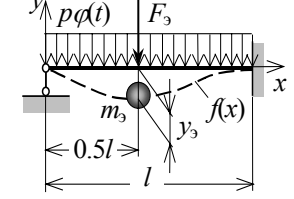
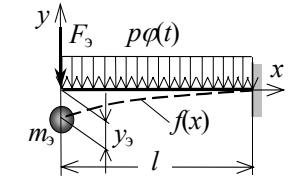
В табл. 4.2 приведены эквивалентные массы m_3 , жесткости k_3 и силы F_3 для балок и плит при сосредоточенной и равномерно распределенной нагрузках.

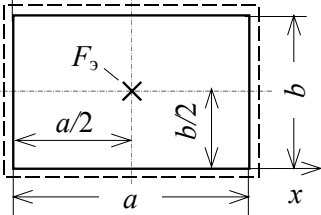
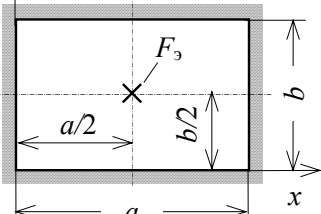
Сечения балок и толщины плит являются постоянными. При вычислении эквивалентной жесткости железобетонных балок и плит следует учитывать снижение их изгибной жесткости из-за растрескивания бетона в растянутой зоне сечения (см. разд. 3.1.6).

Таблица 4.2. Параметры эквивалентных осцилляторов для балок и плит

Схематизация	Функция прогиба $f(x)$, эквивалентная масса m_3 , жесткость k_3 , сила F_3
	$f(x) = \begin{cases} 3\frac{x}{l} - 4\frac{x^3}{l^3} & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ 3\left(1 - \frac{x}{l}\right) - 4\left(1 - \frac{x}{l}\right)^3 & \text{при } \frac{l}{2} \leq x \leq l \end{cases}$ $m_3 = 0.486\mu l; k_3 = 48\frac{EJ}{l^3}; F_3 = F\varphi(t)$
	$f(x) = \begin{cases} 12\frac{z^2}{l^2} - 16\frac{z^3}{l^3} & \text{при } 0 \leq z \leq \frac{l}{2} \\ 12\left(1 - \frac{z}{l}\right)^2 - 16\left(1 - \frac{z}{l}\right)^3 & \text{при } \frac{l}{2} \leq z \leq l \end{cases}$ $m_3 = 0.371\mu l; k_3 = 192\frac{EJ}{l^3}; F_3 = F\varphi(t)$

Продолжение табл. 4.2

Схематизация	Функция прогиба $f(x)$, эквивалентная масса m_3 , жесткость k_3 , сила F_3
	$f(x) = \begin{cases} 3\frac{x}{l} - 5\frac{x^3}{l^3} & \text{при } 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ 3\frac{x}{l} - 5\frac{x^3}{l^3} + 2\left(2\frac{x}{l} - 1\right)^3 & \text{при } \frac{l}{2} \leq x \leq l \end{cases}$ $m_3 = 0.445\mu l; k_3 = 109.71 \frac{EJ}{l^3}; F_3 = F\varphi(t)$
	$f(x) = \frac{1}{2} \left(2 - 3\frac{x}{l} + \frac{x^3}{l^3} \right)$ $m_3 = 0.236\mu l; k_3 = 3 \frac{EJ}{l^3}; F_3 = F\varphi(t)$
	$f(x) = \frac{16}{5} \left(\frac{x}{l} - 2\frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right)$ $m_3 = 0.504\mu l; k_3 = 49.15 \frac{EJ}{l^3}; F_3 = 0.64pl\varphi(t)$
	$f(x) = 16 \frac{x^2}{l^2} \left(1 - \frac{x}{l} \right)^2$ $m_3 = 0.406\mu l; k_3 = 204.8 \frac{EJ}{l^3}; F_3 = 0.533pl\varphi(t)$
	$f(x) = 4 \left(\frac{x}{l} - 3\frac{x^3}{l^3} + 2\frac{x^4}{l^4} \right)$ $m_3 = 0.483\mu l; k_3 = 115.2 \frac{EJ}{l^3}; F_3 = 0.6pl\varphi(t)$
	$f(x) = \frac{1}{3} \left(3 - 4\frac{x}{l} + \frac{x^4}{l^4} \right)$ $m_3 = 0.257\mu l; k_3 = 3.2 \frac{EJ}{l^3}; F_3 = 0.4pl\varphi(t)$

Схематизация	Функция прогиба $f(x)$, эквивалентная масса m_3 , жесткость k_3 , сила F_3
<p data-bbox="142 226 397 290">Шарнирно опертая плита</p>  <p data-bbox="116 545 366 577">Собственная частота</p> $f_3 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\mu}}, \text{ Гц}$	$f(x, y) = \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$ $m_3 = 0.25 \mu ab; k_3 = \frac{\pi^4 D ab}{4} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2$ <p data-bbox="480 373 954 437">Эквивалентная нагрузка F_3 (приложена в центре плиты):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="480 440 954 504">– при нагрузке $F\varphi(t)$, сосредоточенной в центре плиты, $F_3 = F\varphi(t)$; <li data-bbox="480 507 954 596">– при нагрузке $p\varphi(t)$, равномерно распределенной по поверхности плиты, $F_3 = 0.405 ab p\varphi(t)$;
<p data-bbox="163 673 360 737">Защемленная по контуру плита</p>  <p data-bbox="116 1011 418 1043">Собственная частота, Гц,</p> $f_3 = \frac{1.134\pi}{ab} \sqrt{\frac{D}{\mu} \left(\frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2} + 0.606 \right)}$	$f(x, y) = \frac{1}{4} \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \left(1 - \cos \frac{2\pi y}{b} \right)$ $m_3 = \frac{9}{64} \mu ab$ $k_3 = \frac{0.723\pi^4 D}{ab} \left(\frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2} + 0.606 \right)$ <p data-bbox="480 900 926 963">Эквивалентная нагрузка F_3 (приложена в центре плиты):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li data-bbox="480 967 943 1031">– при нагрузке $F\varphi(t)$, сосредоточенной в центре плиты, $F_3 = F\varphi(t)$; <li data-bbox="480 1034 943 1123">– при нагрузке $p\varphi(t)$, равномерно распределенной по поверхности плиты, $F_3 = 0.25 ab p\varphi(t)$

В формулах для балок использованы обозначения: l – длина балки; μ – погонная масса, кг/м; EJ – жесткость; F – сосредоточенная сила, Н; q – распределенная нагрузка, Н/м. Помимо параметров эквивалентного осциллятора, для каждой расчетной схемы приведена функция $f(x)$, по которой они вычислены. Она принималась пропорциональной упругой линии балки при статическом действии нагрузки, масштабированной так, чтобы ее максимальное значение равнялось 1. По ней можно найти перемещение балки $y(x) = y_3 f(x)$, а затем обычным образом – эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил. Иначе динамические внутренние усилия можно найти, умножив на y_3 их значения при статическом действии нагрузки.

Для плит использованы обозначения: D – цилиндрическая жесткость плиты, Н·м [см. (4.28)]; μ – масса единицы площади, кг/м². Эквивалентное перемещение w_3 равно перемещению центра плиты. Приближенная функция прогибов $f(x,y)$ приведена в таблице. Эквивалентная масса m_3 и нагрузка F_3 найдены согласно (4.26) и (4.29), а эквивалентная жесткость k_3 найдена из условия равенства собственной частоты осциллятора f_3 первой собственной частоте пластинки, приведенной в [63, 84]. Сила F_3 прикладывается в центре плиты. Путем расчета эквивалентного осциллятора определяется w_3 . После этого динамические внутренние усилия в плите вычисляются как их значения при статическом действии нагрузки, умноженные на w_3 .

4.2. Квазистатический расчет конструкции при действии силы

4.2.1. Коэффициенты динамичности

Если конструкция работает в пределах упругих деформаций, то проверку ее прочности при зависящей от времени нагрузке можно заменить квазистатическим расчетом. Из (4.1) видно, что перемещения линейного осциллятора равны его статическому перемещению при максимальной нагрузке R_{\max} , умноженному на $T(t)$. Поэтому максимальное значение перемещений можно найти, умножив перемещение при статическом действии этой силы на коэффициент динамичности k_d , равный максимальному значению функции $T(t)$. Его значение зависит от эквивалентной собственной частоты и потери энергии в конструкции.

На рис. 4.4 приведены коэффициенты динамичности при воздействии импульсов различной формы. Аналитические выражения для их вычисления приведены в табл. 4.3 [78]. Номера импульсов и обозначения в ней те же, что на рис. 4.4. Поскольку при действии импульса потери энергии в осцилляторе мало сказываются на величине его максимального отклонения, приведенные коэффициенты динамичности вычислены при отсутствии затухания.

Для других законов нагрузок их можно найти, например, в [26, 61, 68, 78, 135]. Для нагрузок при ударах различных самолетов коэффициенты динамичности приведены в гл. 8 настоящей книги.

4.2.2. Законы движения осцилляторов

При действии импульсов, рассмотренных в разд. 4.2.1, осцилляторы движутся по законам, приведенным в табл. 4.4. Номера соответствуют рис. 4.4; через $f(t)$ обозначен закон изменения нагрузки (форма импульса), а $\psi(t)$ – отношение динамического перемещения к максимальному статическому; остальные обозначения – прежние.

На интервалах времени $0 \leq t \leq \tau$ (т.е. в течение действия импульса) выражения для перемещений $\psi(t)$ заимствованы из [78], где

они в запас вычислены без учета затухания. При $\tau \leq t$ (т.е. по окончании действия импульса) осциллятор совершает свободные колебания, и на этом интервале следует учесть затухание. Закон перемещений на этом промежутке времени

$$\psi(t) = e^{-\zeta\omega t} \left[\psi(\tau) \cos \omega_D(t - \tau) + \frac{\dot{\psi}(\tau) + \zeta\omega\psi(\tau)}{\omega_D} \sin \omega_D(t - \tau) \right], \quad (4.50)$$

где ζ – относительное затухание; ω_D – частота с учетом затухания.

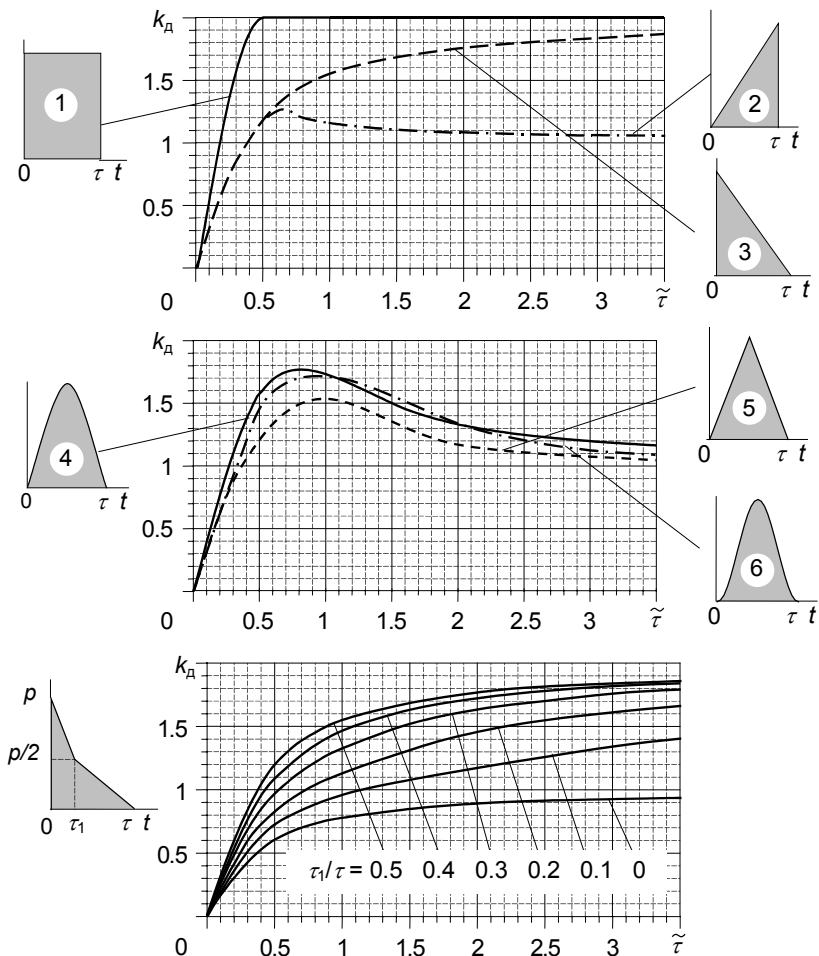


Рис. 4.4. Коэффициенты динамичности при действии импульсов различной формы

$\tilde{\tau} = \omega\tau/(2\pi) = \tau/T$, где τ – длительность импульса; ω и T – круговая частота и период осциллятора

**Таблица 4.3. Коэффициенты динамичности
при действии импульсов**

Номер импульса	Безразмерное время $\tilde{\tau}$	Коэффициент динамичности k_d
1	$0 \leq \tilde{\tau} \leq 0.5$ $0.5 \leq \tilde{\tau}$	$2 \sin \pi \tilde{\tau}$ 2
2.	$0 \leq \tilde{\tau} \leq 0.795$ $0.795 \leq \tilde{\tau}$	$\sqrt{(2\pi\tilde{\tau} - \sin 2\pi\tilde{\tau})^2 + (1 - \cos 2\pi\tilde{\tau})^2} / (2\pi\tilde{\tau})$; $k_d = 1 + 1/(2\pi\tilde{\tau})$
3	$0 \leq \tilde{\tau} \leq 0.375$ $0.375 \leq \tilde{\tau}$	$\sqrt{(1 - \cos 2\pi\tilde{\tau})^2 + (2\pi\tilde{\tau} - \sin 2\pi\tilde{\tau})^2} / (2\pi\tilde{\tau})$; $2[1 - (\arctg 2\pi\tilde{\tau}) / (2\pi\tilde{\tau})]$
4	$0 \leq \tilde{\tau} \leq 0.5$ $0.5 \leq \tilde{\tau} \leq 1.5$ $1.5 \leq \tilde{\tau}$	$(4\tilde{\tau} \cos \pi\tilde{\tau}) / (1 - 4\tilde{\tau})$; $\frac{2\tilde{\tau}}{1 - 4\tilde{\tau}} \left(\sin \frac{4\pi\tilde{\tau}}{2\tilde{\tau} + 1} - 2\tilde{\tau} \sin \frac{2\pi}{2\tilde{\tau} + 1} \right)$; $\frac{2\tilde{\tau}}{1 - 4\tilde{\tau}} \left(\sin \frac{4\pi\tilde{\tau}}{2\tilde{\tau} - 1} - 2\tilde{\tau} \sin \frac{2\pi}{2\tilde{\tau} - 1} \right)$
5	$0 \leq \tilde{\tau} \leq 0.5$ $0.5 \leq \tilde{\tau} \leq 2$ $2 \leq \tilde{\tau}$	$2(1 - \cos \pi\tilde{\tau}) / (\pi\tilde{\tau})$; $[2\pi\tilde{\tau} - \hat{\xi} + 2 \sin(\hat{\xi} - \pi\tilde{\tau}) - \sin \hat{\xi}] / (\pi\tilde{\tau})$; $1 + 2 / (\pi\tilde{\tau})$,
	где $\hat{\xi}$ – корень уравнения $2 \cos(\hat{\xi} - \pi\tilde{\tau}) = 1 + \cos \hat{\xi}$; $\bar{\xi}$ – корень уравнения $\sin \bar{\xi} = \tilde{\tau} \sin(\bar{\xi} / \tilde{\tau})$; при $\tilde{\tau} = 1$ $\bar{\xi} = 1.703$	
6	$0 \leq \tilde{\tau} \leq 0.5$ $0.5 \leq \tilde{\tau} \leq 2$ $2 \leq \tilde{\tau}$	$(\sin \pi\tilde{\tau}) / (1 - \tilde{\tau})$; $\{1 - \cos \bar{\xi} - \tilde{\tau}^2 [1 - \cos(\bar{\xi} / \tilde{\tau})]\} / (1 - \tilde{\tau}^2)$; $\tilde{\tau}^2 / (\tilde{\tau}^2 - 1)$

**Таблица 4.4. Законы перемещений осцилляторов
при действии импульсов**

Номер и форма импульса $f(t)$	Закон перемещений $\psi(t)$	
	При $0 \leq t \leq \tau$	При $\tau \leq t$ перемещение вычисляется согласно (4.50), где
1 1	$1 - \cos \omega t$	$\psi(\tau) = 1 - \cos \omega \tau$; $\dot{\psi}(\tau) = \omega \sin \omega \tau$.
2 $\frac{t}{\tau}$	$\frac{\omega t - \sin \omega t}{\omega \tau}$	$\psi(\tau) = 1 - (\sin \omega \tau) / (\omega \tau)$; $\dot{\psi}(\tau) = (1 - \cos \omega \tau) / \tau$.

Окончание табл. 4.4

Номер и форма импульса $f(t)$	Закон перемещений $\psi(t)$	
	При $0 \leq t \leq \tau$	При $\tau \leq t$ перемещение вычисляется согласно (4.50), где
3 $1 - \frac{t}{\tau}$	$1 - \frac{t}{\tau} + \frac{\sin \omega t}{\omega \tau} - \cos \omega t$	$\psi(\tau) = (\sin \omega \tau) / \omega \tau - \cos \omega \tau$; $\dot{\psi}(\tau) = -\frac{1}{\tau} + \frac{\cos \omega \tau}{\tau} + \omega \sin \omega \tau$.
4 $\sin \frac{\pi t}{\tau}$	$\frac{\omega \tau}{\pi^2 - (\omega \tau)^2} \times$ $\times \left(\pi \sin \omega t - \omega \tau \sin \frac{\pi \omega t}{2} \right)$	$\psi(\tau) = \left[\omega \tau / (\pi^2 - (\omega \tau)^2) \right] \times$ $\times (\pi \sin \omega \tau - \omega \tau \sin(\pi \omega \tau / 2))$; $\dot{\psi}(\tau) = \left[\pi \omega^2 \tau / (\pi^2 - (\omega \tau)^2) \right] \times$ $\times (\cos \omega \tau - (\omega \tau / 2) \cos(\pi \omega \tau / 2))$.

Для импульсов 5 и 6 на рис. 4.4 законы перемещений $\psi(t)$ являются следующими:

$$\text{Импульс 5: } f(t) = \begin{cases} \frac{2t}{\tau} & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{\tau}{2}; \\ 2 - \frac{2t}{\tau} & \text{при } \frac{\tau}{2} \leq t \end{cases} \quad (4.51)$$

$$\psi(t) = \begin{cases} \text{при } 0 \leq t \leq \frac{\tau}{2} & 2(\omega t - \sin \omega t); \\ \text{при } \frac{\tau}{2} \leq t \leq \tau & \frac{2}{\omega \tau} \left[\omega(\tau - t) + 2 \sin \omega \left(t - \frac{\tau}{2} \right) - \sin \omega t \right]; \\ \text{при } \tau \leq t & \text{Вычисляется согласно (4.50), где} \\ & \psi(\tau) = \frac{4}{\omega \tau} \left(1 - \cos \frac{\omega \tau}{2} \right) \sin \frac{\omega \tau}{2}, \\ & \dot{\psi}(\tau) = \frac{4}{\tau} \cos \frac{\omega \tau}{2} \left(1 - \cos \frac{\omega \tau}{2} \right). \end{cases} \quad (4.52)$$

$$\text{Импульс 6: } f(t) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{\tau} \right); \quad (4.53)$$

$$\psi(t) = \begin{cases} \text{при } 0 \leq t \leq \tau & \frac{4\pi^2(1 - \cos \omega t) - (\omega \tau)^2 \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{\tau} \right)}{2[4\pi^2 - (\omega \tau)^2]} \\ \text{при } \tau \leq t & \text{Вычисляется согласно (4.50), где} \\ & \psi(\tau) = \frac{2\pi^2}{4\pi^2 - (\omega \tau)^2} (1 - \cos \omega \tau), \\ & \dot{\psi}(\tau) = \frac{2\pi^2 \omega}{4\pi^2 - (\omega \tau)^2} \sin \omega \tau \end{cases} \quad (4.54)$$

4.2.3. Квазистатический расчет конструкции как системы с одной степенью свободы

Наиболее простой способ выполнения квазистатического расчета сложной конструкции (при деформациях в пределах упругости) – свести ее к эквивалентной системе с одной степенью свободы, как описано в разд. 4.1. После этого по собственной частоте эквивалентного осциллятора определяется коэффициент динамичности. Умножив на него максимальное значение приложенной нагрузки, получим эквивалентную статическую нагрузку. Затем производится статический расчет конструкции на эту нагрузку.

Пример 2. Найдем эквивалентную статическую нагрузку при ударе самолета *Lear Jet*. Динамическая нагрузка и коэффициент динамичности при его ударе приведены в гл. 8. Удар нанесен в вертикальную стену, эквивалентная частота которой $\omega_3 = 54$ 1/с (8.6 Гц), относительное затухание в конструкции $\zeta = 0.07$. Максимальная величина нагрузки $R_{\max} = 12$ МН (см. рис. 8.14,а); коэффициент динамичности при частоте ω_3 (рис. 8.14,б) $k_d = 1.25$. Следовательно, эквивалентная нагрузка при квазистатическом расчете

$$F_3 = k_d R_{\max} = 12 \cdot 1.25 = 15 \text{ МН.}$$

4.2.4. Квазистатический расчет конструкции как системы с n степенями свободы

Недостатки квазистатического расчета с использованием схематизации конструкции как системы с одной степенью свободы были названы в разд. 4.1.4. Расчет можно уточнить, воспользовавшись разложением движения конструкции по модам, как при решении методом модальной суперпозиции. Для дискретных систем такое разложение описано в гл. 2, а для непрерывных в гл. 3. Далее этот способ решения изложен применительно к дискретной системе.

Как было сказано в гл. 2, в процессе колебаний конструкции по j -й моде в любой момент времени сохраняется пропорциональность перемещений всех ее точек, т.е. она представляет собой линейный осциллятор с круговой частотой ω_j (j -й собственной частотой системы). Если на конструкцию действует сила $R(t)$ с максимальным значением R_{\max} , то согласно методу модальной суперпозиции вектор перемещений системы

$$\{x(t)\} = \sum_{j=1}^n \{x_j(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\phi_j\} q_j(t), \quad (4.55)$$

где $\{x_j(t)\}$ – j -й вектор модальных перемещений; $\{\phi_j\}$ – вектор j -й моды; $q_j(t)$ – функция времени (обобщенная координата), являющаяся решением дифференциального уравнения (2.75).

Для того чтобы с помощью коэффициента динамичности $k_d(\omega_i)$, зависящего от частоты, найти максимальное значение обобщенной

координаты $q_{i,\max}$, надо заменить силу $R(t)$ статической нагрузкой $k_d(\omega_i)R_{\max}$. Поскольку при этом правая часть (2.75) не зависит от времени, производные в левой части равны нулю. Отсюда находим

$$q_{i,\max} = \frac{\{\phi_i\}^T \{J\}}{\omega_i^2 \|\phi_i\|^2} k_d(\omega_i) R_{\max}. \quad (4.56)$$

С учетом (4.55) находим максимальное i -е модальное перемещение:

$$\{x_{i,\max}\} = \{\phi_i\} \frac{\{\phi_i\}^T \{J\}}{\omega_i^2 \|\phi_i\|^2} k_d(\omega_i) R_{\max}. \quad (4.57)$$

Отметим, что выражение для модальных перемещений при действии постоянной силы R можно получить не из уравнения движения, а непосредственно из уравнения равновесия

$$[K]\{x\} = \{J\}R. \quad (4.58)$$

Для этого разложим вектор перемещений по модам:

$$\{x\} = \sum_{j=1}^n \{x_j\} = \sum_{j=1}^n a_j \{\phi_j\}. \quad (4.59)$$

Чтобы найти коэффициенты a_i , подставим это равенство в (4.58) и домножим слева на транспонированный вектор i -й моды:

$$\{\phi_i\}^T [K] \sum_{j=1}^n a_j \{\phi_j\} = \{\phi_i\}^T \{J\} R. \quad (4.60)$$

С учетом условия ортогональности мод (2.37) находим, что

$$a_i = \frac{\{\phi_i\}^T \{J\}}{\omega_i^2 \|\phi_i\|^2} R. \quad (4.61)$$

Подставив (4.61) в (4.59), получим выражение, аналогичное (4.57).

В (4.58) коэффициент динамичности $k_d(\omega_i)$ представляет собой максимальное *перемещение* $q_{i,\max}$ линейного осциллятора при действии силы $R(t)$. Будем называть его *коэффициентом динамичности по перемещениям*. Однако можно вычислить максимальное *ускорение* осциллятора $\ddot{q}_{i,\max}$ при действии этой силы. Это *коэффициент динамичности по ускорениям*, который обозначим как $k_d^y(\omega_i)$.

Эти два коэффициента аналогичны так называемым спектрам отклика соответственно по перемещениям и ускорениям, используемым в расчетах конструкций на кинематическое возмущение, которые будут рассмотрены далее в разд. 4.3. В [12] показано, что между ними выполняется соотношение

$$k_d^y(\omega_i) = \omega_i^2 k_d(\omega_i). \quad (4.62)$$

Подставив его в (4.57), найдем

$$\ddot{q}_{i,\max} = \frac{\{\phi_i\}^T \{J\}}{\|\phi_i\|^2} k_d^y(\omega_i) R_{\max} . \quad (4.63)$$

Вектор максимальных модальных ускорений

$$\{\ddot{x}_{i,\max}\} = \{\phi_i\} \frac{\{\phi_i\}^T \{J\}}{\|\phi_i\|^2} k_d^y(\omega_i) R_{\max} . \quad (4.64)$$

Если умножить слева обе части (4.64) на матрицу масс $[M]$, то получим вектор максимальных инерционных нагрузок, соответствующих колебаниям системы по i -й моде,

$$\{F_{i,\text{ин}}\} = [M] \{\ddot{x}_{i,\max}\} = [M] \{\phi_i\} \frac{\{\phi_i\}^T \{J\}}{\|\phi_i\|^2} k_d^y(\omega_i) R_{\max} . \quad (4.65)$$

Для проверки прочности конструкции следует по перемещением $\{x_i\}$ или инерционным нагрузкам $\{F_{i,\text{ин}}\}$ вычислить *модальные отклики* конструкции (например, максимальные напряжения, моменты, перерезывающие силы).

Для получения максимального отклика надо сложить модальные отклики. Однако просто алгебраически просуммировать их нельзя, так как максимумы слагаемых, соответствующих разным модам, достигаются не одновременно. Более того, по этой же причине вообще невозможно говорить о векторе максимальных суммарных откликов (например, моментов), так как в разных точках конструкции максимумы также сдвинуты по времени. Поэтому суммирование модальных откликов производят по специальным формулам, которые будут приведены в разд. 4.3.

4.3. Квазистатический расчет конструкций при кинематическом возмущении

4.3.1. Спектры отклика

При кинематическом возмущении вынужденные колебания конструкции происходят под действием переносного движения – колебаний ее основания (см. разд. 2.4). Примером является, прежде всего, сейсмическое воздействие. Таков же характер воздействия на *вторичные системы* (технологическое оборудование, трубопроводы, строительные конструкции), расположенные внутри здания, которое само совершает колебания в результате экстремального внешнего воздействия (землетрясения, удара самолета, взрыва).

Нагрузки на системы при кинематическом возмущении часто определяют с использованием так называемой «линейно-спектральной теории» (ЛСТ) (в зарубежной литературе она именуется «*Response Spectrum Method*»). Ее подробное изложение можно найти в книге [12], поэтому здесь будет приведена только ее общая характеристика. Все соотношения даны без доказательств и лишь с краткими пояснениями.

Колебания основания (переносное движение) можно описать законом его перемещений (*сейсмограмма*), скоростей (*велосигрма*) или ускорений (*акселерограмма*). Но при расчетах по ЛСТ воздействие задают не непосредственно этими законами, а рассчитанными по ним зависимостями, именуемыми спектрами отклика.

Для расчета конструкций, опирающихся на грунт, при сейсмическом воздействии используют спектры отклика, рассчитанные по записям землетрясений. Для проверки работоспособности вторичных систем используют так называемые *поэтажные спектры отклика* (ПС) (в зарубежной литературе их называют «*response spectra*»). Их отличие заключается в том, что в качестве возмущения выступают колебания не грунта, а отметки здания, на которой расположена рассчитываемая система.

Метод расчета ПС при землетрясении описан в [12], а при других экстремальных воздействиях (ударе самолета, ВУВ) будет изложен в гл. 17.

При расчетах по ЛСТ чаще всего используют спектр ускорений $S_a(f, \zeta)$. Его общий характер объясняется рис. 4.5, *а*. При частоте $f=0$ он равняется нулю. Затем идет диапазон частот, где спектр достигает максимальных значений. Это резонансная зона, в которой частота осциллятора совпадает с преобладающими частотами возмущающего движения. Пики на кривой соответствуют этим частотам.

При дальнейшем увеличении частоты спектр убывает и, начиная с некоторой частоты $f_{\text{унп}}$, превращается в горизонтальную линию, а значения спектра становятся практически равными максимальному ускорению переносного движения A_{max} . Это означает, что ускорения массы осциллятора и основания равны между собой, т.е. осциллятор движется, как абсолютно твердое тело. Это отражено в обозначении частоты $f_{\text{унп}}$, где индекс расшифровывается как «частота нулевого периода», т.е. осциллятора с периодом колебаний, равным нулю, иначе говоря, абсолютно твердого тела. Это наименование является дословным переводом термина, используемого в зарубежной литературе, где ускорение A_{max} называют «*Zero Period Acceleration*» (ZPA), т.е. ускорение нулевого периода. Оно обозначается как A_{ZPA} , а соответствующая частота как f_{ZPA} .

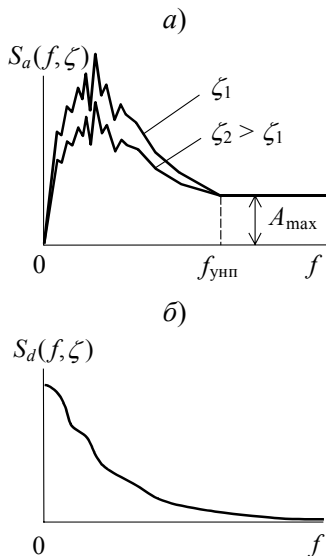


Рис. 4.5. Спектры отклика: *а* – ускорений; *б* – перемещений

При увеличении затухания осциллятора ζ спектр ускорений понижается, но, независимо от затухания, при $f=0$ он равен нулю, а при $f \geq f_{\text{унп}}$ равен A_{max} .

Максимальные перемещения системы определяются с помощью спектра перемещений $S_d(f, \zeta)$. Его характер виден на рис. 4.5,б: при $f=0$ он равен максимальному перемещению основания (переносного движения), а с увеличением частоты быстро стремится к нулю.

При обычных значениях затухания спектры $S_a(f, \zeta)$, $S_v(f, \zeta)$ и $S_d(f, \zeta)$ связаны соотношениями [12]:

$$S_a(f, \zeta) = 2\pi f S_v(f, \zeta) = (2\pi f)^2 S_d(f, \zeta), \quad (4.66)$$

где f – частота, Гц.

По своему смыслу спектр ускорений $S_a(f, \zeta)$ – это коэффициент динамичности по ускорениям, так как он показывает, во сколько раз максимум модуля абсолютных ускорений, достигаемых при вынужденных колебаниях осциллятора с собственной частотой f и затуханием ζ , превышает максимальное по модулю ускорение основания A_{max} . Поскольку переносное движение задается акселерограммой колебаний основания, то A_{max} – это максимальное по модулю значение этой акселерограммы. Аналогично спектры перемещений $S_d(f, \zeta)$ и скоростей $S_v(f, \zeta)$ представляют собой коэффициенты динамичности по перемещениям и скоростям.

Принимая во внимание зависимость значений $S_a(f, \zeta)$ от соотношения частоты осциллятора и преобладающих частот возмущающего воздействия, спектр ускорений можно также рассматривать как характеристику частотного состава движения основания.

4.3.2. Процедура расчета по линейно-спектральной теории

Прежде всего, отметим, что данный метод основан на модальном разложении системы дифференциальных уравнений движения. Поэтому он применим только к линейным системам (см. гл. 2 и 3), чем и объясняется его наименование.

Расчет конструкции производится в следующем порядке:

1. Вычисляют ее собственные частоты и моды.
2. С помощью спектра отклика вычисляют модальные (т.е. соответствующие движению по каждой из мод) отклики конструкции (перемещения, ускорения, инерционные нагрузки, внутренние усилия и пр.), которые зависят от собственной частоты и моды.
3. Посредством суммирования модальных откликов по специальным формулам вычисляют суммарный («расчетный») отклик.
4. С использованием суммарного отклика, который рассматривается как статический, в соответствующей комбинации с другими нагрузками, действующими на конструкцию, оценивают ее прочность и работоспособность.

Как можно видеть, при расчете по ЛСТ величина и распределение откликов конструкции зависят от ее собственных частот и мод, но затем отклики рассматривают как статические. Поэтому данный метод является квазистатическим.

Способы вычисления собственных частот и мод (1 этап расчета по ЛСТ) были описаны в гл. 2 и 3. Рассмотрим остальные этапы.

4.3.3. Модальные отклики конструкции

Как было сказано ранее, спектр отклика $S_a(f, \zeta)$ – это максимальное абсолютное ускорение осциллятора с собственной частотой f и затуханием ζ . Если оно выражено в м/с^2 , то максимальное значение инерционной силы, действующей на осциллятор с массой m (кг),

$$F_{\text{ин}} = mS_a(f, \zeta), \text{ Н.} \quad (4.67)$$

Для дискретных систем со многими степенями свободы и непрерывных систем вычисление инерционных нагрузок основано на разложении по модам. При движении конструкции по j -й моде она представляет собой систему с одной степенью свободы (см. гл. 2), так как координаты всех ее точек однозначно определяются через координату одной из них. Поэтому для определения инерционных нагрузок, соответствующих движению по этой моде, можно использовать тот же спектр отклика, что для осциллятора.

Сначала рассмотрим определение модального отклика **дискретной** системы. Ее вынужденные колебания при кинематическом возмущении были рассмотрены в гл. 2. Перемещения системы выражаются формулой (2.115). Для ясности изложения повторим ее:

$$\{x(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\eta_j\} \psi_j(t), \quad (4.68)$$

где $\{\eta_j\}$ – нормированная j -я мода,

$$\{\eta_j\} = \{\phi_j\} \Gamma_j, \quad (4.69)$$

$\{\phi_j\}$ – j -я мода; $\psi_j(t)$ – перемещение осциллятора с j -й собственной частотой системы f_j и модальным затуханием ζ_j ; Γ_j – коэффициент участия j -й моды, показывающий, какой вклад она вносит в общий отклик системы,

$$\Gamma_j = \frac{\{\phi_j\}^T [M] \{J\}}{\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\}}, \quad (4.70)$$

где $[M]$ – матрица масс системы; $\{J\}$ – вектор, компонентами которого являются косинусы углов между перемещениями по степеням свободы системы и направлением колебаний ее опорных точек.

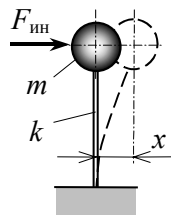


Рис. 4.6. Сила инерции, действующая на осциллятор

В (4.68) j -й член суммы представляет собой закон перемещений по соответствующей моде. Спектр перемещений $S_d(f, \zeta)$ показывает максимальное перемещение линейного осциллятора. Поэтому **вектор максимальных модальных перемещений** по j -й моде

$$\{x_{j,\max}\} = \{\eta_j\} S_d(f_j, \zeta_j). \quad (4.71)$$

Дважды продифференцировав перемещения (4.68) по времени, получим вектор ускорений системы

$$\{\ddot{x}(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\eta_j\} \ddot{\psi}_j(t), \quad (4.72)$$

где j -й член суммы – это ускорения при движении по данной моде. Так же, как и выше, **вектор максимальных модальных ускорений** по j -й моде выражается через спектр ускорений:

$$\{\ddot{x}_{j,\max}\} = \{\eta_j\} S_a(f_j, \zeta_j), \quad (4.73)$$

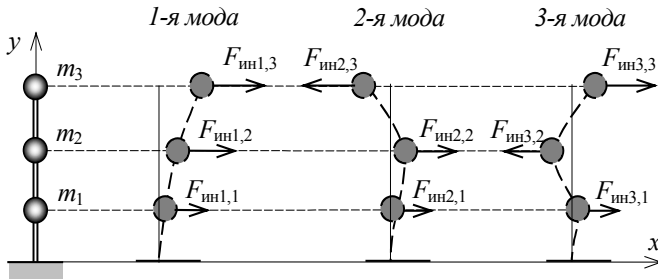


Рис. 4.7. Инерционные нагрузки на систему с 3 степенями свободы

Вектор инерционных нагрузок на систему

$$\{F_{\text{ин}}\} = [M] \{\ddot{x}(t)\} = \sum_{j=1}^n [M] \{\eta_j\} \ddot{\psi}_j(t), \quad (4.74)$$

где j -й член суммы представляет собой **вектор модальных инерционных нагрузок** (т.е. нагрузок за счет колебаний по j -й моде):

$$\{F_{\text{ин},j}\} = [M] \{\eta_j\} S_a(f_j, \zeta_j). \quad (4.75)$$

Этот вектор можно также выразить через спектр перемещений и матрицу жесткостей. Из (2.26) следует:

$$[M] \{\eta_j\} = \frac{1}{(2\pi f_j)^2} [K] \{\eta_j\}. \quad (4.76)$$

Отсюда с учетом соотношения между спектрами (4.66) получаем

$$\{F_{\text{ин},j}\} = [K] \{\eta_j\} S_d(f_j, \zeta_j). \quad (4.77)$$

Отметим, что это равенство непосредственно следует из (4.71).

На рис. 4.7 в качестве примера показаны модальные инерционные нагрузки на систему с тремя степенями свободы. Их величины

пропорциональны массам и значениям $S_d(f_j, \zeta_j)$, знаки (направления) зависят от перемещений по моде.

Модальные инерционные нагрузки зависят от динамических характеристик конструкции (ее собственных частот и мод). Но для анализа прочности конструкции их прикладывают к ней *как статические* (именно поэтому ЛСТ является квазистатическим методом расчета). В результате определяют компоненты j -го вектора **модальных внутренних усилий** $\{R_j\}$ (напряжений, моментов, продольных и поперечных сил). Его компонента R_{jk} – это усилие, соответствующее j -й моде и k -й степени свободы системы.

Следует подчеркнуть, что по ЛСТ можно найти модальные отклики (перемещения, ускорения и пр.) только с точностью до знака, т.е. их направления могут быть изменены на противоположные. Однако при этом должны быть одновременно изменены направления *всех компонент* данного вектора модального отклика.

Подобным образом определяются модальные отклики **континуальных систем**. Продемонстрируем это на примере балки. Для ясности повторим формулу (3.94) для ее перемещений:

$$y_b(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n(x) \Gamma_n \psi_n(t), \quad (4.78)$$

где $\phi_n(x)$ – n -я мода; $\psi_n(t)$ – перемещение осциллятора с n -й собственной частотой системы f_n и затуханием ζ_n ; Γ_n – коэффициент участия n -й моды,

$$\Gamma_n = \frac{1}{\|\phi_n\|^2} \int_0^l \phi_n(x) dx; \quad (4.79)$$

где $\|\phi_n\|^2$ – квадрат нормы моды,

$$\|\phi_n\|^2 = \int_0^l \phi_n^2(x) dx. \quad (4.80)$$

Значения коэффициентов участия для балок с различными краевыми условиями при низших модах приведены в табл. 3.1.

Обозначим n -ю нормированную моду

$$\eta_n(x) = \phi_n(x) \Gamma_n. \quad (4.81)$$

С учетом этого обозначения перемещения

$$y_b(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n(x) \psi_n(t). \quad (4.82)$$

Члены ряда в (4.82) представляют собой перемещения по соответствующим модам. **Максимальные перемещения по n -й моде** вычисляются через спектр перемещений:

$$y_n(x) = \eta_n(x) S_d(f_n, \xi_n). \quad (4.83)$$

Максимальные модальные внутренние усилия обычным образом вычисляются через перемещения. Момент равен

$$M_n(x) = EIy_n''(x) = EI\eta_n''(x)S_d(f_n, \xi_n), \quad (4.84)$$

а перерезывающая сила

$$Q_n(x) = EIy_n'''(x) = EI\eta_n'''(x)S_d(f_n, \xi_n), \quad (4.85)$$

где

$$\eta_n''(x) = \phi_n''(x)\Gamma_n; \quad \eta_n'''(x) = \phi_n'''(x)\Gamma_n. \quad (4.86)$$

Функции $\phi_n''(x)$ и $\phi_n'''(x)$ для балок с различными краевыми условиями приведены в табл. 3.1.

Таким же образом вычисляются перемещения для более сложных континуальных систем. Так, в разд. 3.2.4 приведены перемещения прямоугольной пластинки

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{mn}(x, y)\Gamma_{mn}\psi_{mn}(t). \quad (4.87)$$

Следовательно, максимальное модальное перемещение

$$w_{mn}(x, y) = \phi_{mn}(x, y)\Gamma_{mn}S_d(f_{mn}, \xi_{mn}). \quad (4.88)$$

По перемещениям методами теории пластин и оболочек вычисляются **модальные внутренние усилия**.

4.3.4. Вычисление суммарного («расчетного») отклика

В предыдущем разделе с помощью спектров ускорений или перемещений были найдены максимальные значения модальных откликов, соответствующие колебаниям конструкции по отдельным модам. Для того чтобы вычислить максимальный суммарный («расчетный») отклик конструкции, их необходимо сложить. Но максимумы модальных откликов достигаются в разные моменты времени, а поскольку при расчетах по ЛСТ зависимость откликов от времени неизвестна, непосредственно определить их сдвиг по времени невозможно. Поэтому суммарный отклик вычисляют по специальным полумпирическим формулам.

Обозначим суммарный отклик в k -й точке конструкции через R_k , а модальный отклик в этой точке по j -й моде через R_{jk} . Простейший способ определить суммарный отклик – принять, что все модальные отклики, за исключением j -го, взаимно уничтожаются, т.е. *учитывать только одну j -ю моду*. В этом случае $R_k = R_{jk}$. Такой подход дает *нижнюю оценку* суммарного отклика.

Для более точной оценки необходимо учесть вклад более чем одной моды. Простейший из способов такого учета – суммирование откликов по модулю:

$$R_k = \pm \sum_{j=1}^s |R_{jk}|, \quad (4.89)$$

где s – число учитываемых мод, которое может быть меньше числа степеней свободы n (этот вопрос подробнее обсуждается далее). Знак \pm показывает, что направление усилий может быть произвольным и должно приниматься наиболее неблагоприятным для конструкции. Такое суммирование равносильно предположению, что максимумы всех модальных откликов достигаются одновременно и совпадают по знаку. В общем случае формула (4.89) дает *верхнюю оценку* для R_k .

В [12] приведены некоторые другие способы суммирования модальных откликов. Наиболее часто применяется метод «квадратный корень из суммы квадратов» (ККСК):

$$R_k = \pm \sqrt{\sum_{j=1}^s R_{jk}^2}. \quad (4.90)$$

В зарубежной литературе этот способ именуется «*Square-Root-of-the-Sum-of-the-Squares Method*» (SRSS). Он дает хорошую точность, если любые две последовательные собственные частоты системы отличаются не менее чем на 10 % (говорят, что все частоты являются «далеко расположенными»).

Если имеются собственные частоты, отличающиеся меньше чем на 10 % («близко расположенные»), то отклик по ним следует суммировать алгебраически. Это приводит к «правилу 10 %», которое за рубежом именуется «*Ten Percent Method*». Суммирование производится по формуле

$$R_k = \pm \sqrt{\sum_{j=1}^s R_{jk}^2 + 2 \sum_{l=1}^m \sum_{r=1}^m |R_{lk} R_{rk}|}, \quad (4.91)$$

где первая сумма под радикалом соответствует далеко расположенным, а вторая – близко расположенным частотам, а также всем частотам, превышающим $f_{\text{унп}}$.

Имеется более точный способ суммирования модальных откликов с учетом близко расположенных частот – «метод *CQC*» (эта аббревиатура означает «*Complete Quadratic Combination*»). При одинаковом затухании по всем модам, равном ζ , суммарный отклик

$$R_k = \pm \sqrt{\sum_{j=1}^s \sum_{k=1}^s \varepsilon_{jk} R_j R_k}, \quad (4.92)$$

где

$$\varepsilon_{jk} = \frac{8\zeta^2(1+r)r^{3/2}}{(1-r^2)^2 + 4\zeta^2 r(1+r)^2}; \quad r = \frac{f_j}{f_k} \leq 1.$$

Коэффициенты $\varepsilon_{jk} = \varepsilon_{kj}$ и положительны.

В мировой практике используется также «метод *NRL*» [128] (аббревиатура *NRL* означает *US Naval Research Laboratory*):

$$R_k = |R_{km}| + \sqrt{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq m}}^s R_{jk}^2}, \quad (4.93)$$

где R_{km} – максимальный отклик в k -й точке по s учитываемым модам, который соответствует m -й моде; R_{jk} – отклики в этой точке по остальным $s-m$ модам.

Относительно приведенных способов суммирования необходимо отметить следующее.

Во-первых, при суммировании аннулируются знаки откликов. Кроме того, максимумы моментов и перерезывающих сил по разным модам достигаются не одновременно. Поэтому все способы суммирования дают огибающую модулей максимальных усилий в разных точках конструкции, которая ни в один из моментов времени не совпадает с действительным законом распределения усилий.

Во-вторых, приведенные способы суммирования разработаны для сейсмического воздействия и существенно используют его особенности (частотный состав, длительность). Более того, они предназначены для расчета сооружений, расположенных на грунте. Но при ударе самолета и ВУВ, да и при землетрясении, колебания строительных конструкций зданий имеют существенно иной частотный состав, чем колебания грунта. Поэтому, хотя эти способы суммирования применяют для расчета вторичных систем, вопрос о корректности их использования требует дальнейшего исследования.

4.3.5. Ограничение числа учитываемых мод при расчетах подсистем

Число мод s , учитываемых при суммировании модальных откликов, может быть меньше их общего количества n , равного числу степеней свободы системы. Это число должно быть достаточным для получения суммарного отклика с необходимой точностью. Что именно рассматривать в качестве отклика (перемещения, внутренние усилия и пр.), зависит от проектных требований к системе. Далее будут изложены способы оценки необходимого числа учитываемых мод исходя из различных критериев, а именно: точности вычисления перемещений, внутренних усилий в конструкции, энергии системы. Отметим, что эти способы во многом подобны соотношениям, приведенным в гл. 2 для случая силового возмущения.

1. Задание требуемого числа мод исходя из точности определения суммарного перемещения заданной точки системы.

Сначала решим эту задачу для *континуальной системы*, в качестве которой рассмотрим балку, поскольку для нее оценку точности можно выполнить аналитически.

Допустим, что с помощью (4.83) найдены модальные перемещения для первых s мод. Чтобы найти максимальное расчетное пе-

ремещение, их необходимо сложить по какому-либо из способов, описанных в разд. 4.3.4. Отметим, что все приведенные там формулы суммирования имеют одинаковую структуру, а именно: квадратный корень из суммы квадратов модальных откликов с различными коэффициентами. Потому полученные далее результаты будут справедливы при использовании любого из способов суммирования. Для краткости ниже используется простейший из них – метод ККСК. Строго говоря, для балок с граничными условиями, приведенными в табл. 3.1, суммирование откликов по методу ККСК дает хорошую точность только для первых 20 мод, так как более высокие собственные частоты являются близко расположенными. Но далее показано, что вклад высших мод в суммарное перемещение мал, а потому погрешность из-за использования этого метода несутсущественна.

Поскольку суммируется отклик только по s модам, максимальные перемещения системы получатся с *недостатком* (они обозначаются верхним индексом « \leftarrow »)

$$y_{\max}^-(x) = \sqrt{\sum_{j=1}^s [\eta_j(x) S_d(f_j)]^2}. \quad (4.94)$$

Для краткости здесь и далее затухание в системе не учитывается (т.е. считается, что спектр зависит только от частоты), а кроме того, отброшен знак \pm .

При поперечных колебаниях балки справедливо соотношение (3.85), которое с учетом обозначения (4.81) имеет вид

$$\sum_{j=1}^{\infty} \eta_j(x) = 1. \quad (4.95)$$

Пользуясь им, найдем остаточный член ряда при суммировании только первых s слагаемых («остаточную» нормированную моду):

$$\tilde{\eta}(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \eta_j(x) - \sum_{j=1}^s \eta_j(x) = 1 - \sum_{j=1}^s \eta_j(x). \quad (4.96)$$

Если в диапазоне частот $f \geq f_s$, т.е. выше максимальной частоты в (4.94), наибольшее значение спектра перемещений достигается на частоте f_r и равно $S_d(f_r)$, то часть суммарного перемещения системы, потерянная вследствие отбрасывания высших мод,

$$\tilde{y}_{\max}(x) \leq \tilde{\eta}(x) S_d(f_r). \quad (4.97)$$

Добавив ее в качестве дополнительного слагаемого в формулу суммирования модальных перемещений, получим *максимальные перемещения с избытком* (верхний индекс « \rightarrow »)

$$y_{\max}^+(x) = \sqrt{\sum_{n=1}^s [\eta_n(x) S_d(f_j)]^2 + [\tilde{\eta}(x) S_d(f_r)]^2}. \quad (4.98)$$

Таким образом, действительные максимальные перемещения балки лежат в диапазоне

$$y_{\max}^{-}(x) \leq y_{\max}(x) \leq y_{\max}^{+}(x). \quad (4.99)$$

С помощью соотношений (4.66) максимальные перемещения можно записать через спектр ускорений $S_a(f_j)$:

$$y_{\max}^{-}(x) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^s [\eta_j(x) S_a(f_j) / f_j^2]^2}, \quad (4.100)$$

$$y_{\max}^{+}(x) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^s [\eta_j(x) S_a(f_j) / f_j^2]^2 + [\tilde{\eta}(x) S_a(f_r) / f_r^2]^2}. \quad (4.101)$$

Величина $y_{\max}^{+}(x)$ получится с запасом, если учесть, что при любой частоте $f > f_s$ справедливо неравенство

$$S_d(f) \leq S_{a,\max} / (2\pi f)^2, \quad (4.102)$$

где $S_{a,\max}$ – максимальное значение спектра ускорений в этом диапазоне частот. Если принять частоту $f_r = f_{s+1}$, т.е. равной первой отброшенной частоте, то

$$\tilde{y}_{\max}(x) \leq \tilde{\eta}(x) S_{a,\max} / (2\pi f_{s+1})^2, \quad (4.103)$$

и перемещение с избытком равно

$$y_{\max}^{+}(x) = \frac{1}{(2\pi)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^s [\eta_j(x) S_a(f_j) / f_j^2]^2 + [\tilde{\eta}(x) S_{a,\max} / f_{s+1}^2]^2}. \quad (4.104)$$

Значение $y_{\max}^{+}(x)$ получится с еще большим запасом, если в качестве $S_{a,\max}$ принять наибольшее значение спектра ускорений во всем диапазоне частот.

Приведенное выше аналитическое решение удается использовать только для простейших конструкций (балок, плит и т.п.). Более сложные конструкции сегодня рассчитывают по методу конечных элементов, согласно которому они рассматриваются как дискретные системы. Поэтому рассмотрим определение достаточного числа мод при расчете перемещений **дискретной системы**.

При расчете вынужденных колебаний методом модальной суперпозиции вектор перемещений получается в виде суммы модальных перемещений [см. (2.82)]

$$\{x(t)\} = \sum_{j=1}^n \{x_j(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\eta_j\} \psi_j(t), \quad (4.105)$$

где $\{\eta_j\}$ – j -я мода, нормированная согласно (2.81); $\psi_j(t)$ – закон вынужденных колебаний по j -й моде; n – число степеней свободы.

Вектор максимальных перемещений по j -й моде вычисляется через спектр перемещений $S_d(f_i)$:

$$\{x_j\} = \{\eta_j\} S_d(f_j). \quad (4.106)$$

Дальнейшие рассуждения – те же, что для балки. Для нахождения перемещения системы по какой-либо координате надо просуммировать соответствующие компоненты векторов модальных перемещений. Будем считать, что можно использовать метод ККСК.

Пусть рассчитаны модальные перемещения для первых s мод (меньше числа степеней свободы n). Просуммировав их, получим перемещение s *недостатком* (как и выше, оно обозначено верхним индексом « \leftarrow »). Для k -й координаты

$$x_k^- = \sqrt{\sum_{j=1}^s [\eta_{jk} S_d(f_j)]^2}. \quad (4.107)$$

Для векторов $\{\eta_j\}$ выполняется соотношение (2.114), а именно:

$$\sum_{j=1}^n \{\eta_j\} = \{J\}; \quad (4.108)$$

смысл вектора $\{J\}$ разъяснен в экспликации к формуле (2.107). Будем называть «остаточным вектором» $\{\tilde{\eta}\}$ сумму всех векторов $\{\eta_j\}$, начиная с $(s+1)$ -го:

$$\{\tilde{\eta}\} = \sum_{j=s+1}^n \{\eta_j\} = \{J\} - \sum_{j=1}^s \{\eta_j\}. \quad (4.109)$$

Если в диапазоне частот $f \geq f_s$, т.е. выше максимальной частоты в (4.107), наибольшее значение спектра перемещений достигается на частоте f_r и равно $S_d(f_r)$, то часть вектора суммарных перемещений, потерянная из-за отбрасывания высших мод,

$$\{\tilde{x}\} \leq \{\tilde{\eta}\} S_d(f_r), \quad (4.110)$$

а потерянная часть перемещения в k -й точке

$$\tilde{x}_k \leq \tilde{\eta}_k S_d(f_r), \quad (4.111)$$

где $\tilde{\eta}_k$ – k -й элемент вектора $\{\tilde{\eta}\}$. Добавив эту величину в качестве дополнительного слагаемого в формулу суммирования модальных перемещений, получим *перемещение с избытком* (индекс « \rightarrow »)

$$x_k^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^s [\eta_{jk} S_d(f_j)]^2} + \tilde{x}_k = \sqrt{\sum_{j=1}^s [\eta_{jk} S_d(f_j)]^2} + [\tilde{\eta}_k S_d(f_r)]^2}. \quad (4.112)$$

С помощью соотношения (4.66) можно выразить x_k^- и x_k^+ не через спектр перемещений $S_d(f_j)$, а через спектр ускорений $S_a(f_j)$:

$$x_k^- = \frac{1}{(2\pi)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^s [\eta_{jk} S_a(f_j) / f_j^2]^2}. \quad (4.113)$$

$$x_k^+ = \frac{1}{(2\pi)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^s [\eta_{jk} S_a(f_j)/f_j^2]^2 + [\tilde{\eta}_k S_d(f_r)/f_r^2]^2}. \quad (4.114)$$

По тем же соображениям, которые приведены при выводе формулы (4.103), справедливо неравенство

$$\tilde{x}_k \leq \tilde{\eta}_k S_{a,\max} / (2\pi f_{s+1})^2, \quad (4.115)$$

где $S_{a,\max}$ – максимальное значение спектра ускорений в диапазоне частот $f \geq f_s$. С учетом этого перемещение с избытком

$$x_k^+ = \frac{1}{(2\pi)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^{s-1} [\eta_{jk} S_a(f_j)/f_j^2]^2 + [\tilde{\eta}_k S_{a,\max}/f_{s+1}^2]^2}. \quad (4.116)$$

Если за $S_{a,\max}$ принять максимальное значение спектра ускорений во всем диапазоне частот, то получим x_k^+ с еще большим запасом.

2. Задание требуемого числа мод исходя из точности определения внутренних усилий в конструкции. Сначала рассмотрим простейший случай – колебания шарнирно опертой балки.

Модальные моменты выражаются формулой (4.84). Для ясности изложения приведем ее здесь:

$$M_j(x) = EI \eta_j''(x) S_d(f_j) = EI \phi_j''(x) \Gamma_j S_d(f_j). \quad (4.117)$$

Подставив сюда выражения для $\phi_j''(x)$ и Γ_j из табл. 3.1, собственной частоты (4.108), коэффициента участия (4.106) и воспользовавшись зависимостью между $S_d(f_j)$ и $S_a(f_j)$, получим

$$M_j(x) = \frac{1}{j^3} \cdot \frac{2[(-1)^j - 1]}{\pi^3} \mu l^2 S_a(f_j) \sin \frac{j\pi x}{l}. \quad (4.118)$$

Отметим, что моменты с четными индексами равны нулю.

Суммарный момент с недостатком

$$M^-(x) = \sqrt{\sum_{j=1}^s M_j^2(x)}. \quad (4.119)$$

Найдем суммарный момент с избытком. Как и ранее, будем считать, что в диапазоне частот $f \geq f_s$ наибольшее значение спектра перемещений достигается на частоте f_r . Тогда «остаточный момент»

$$\begin{aligned} \tilde{M}(x) &= EI \tilde{\eta}''(x) S_d(f_r) = \\ &= EI \left(- \sum_{j=1}^s \eta_j''(x) \right) \Gamma_j S_d(f_r) = - \sum_{j=1}^s M_j(x) \frac{S_d(f_r)}{S_d(f_j)}. \end{aligned} \quad (4.120)$$

Момент с избытком

$$M^+(x) = \sqrt{\sum_{j=1}^s M_j^2(x) + \tilde{M}^2(x)}. \quad (4.121)$$

Таким же образом определяется необходимое число мод при вычислении **суммарной перерезывающей силы**. Модальная перерезывающая сила

$$Q_j(x) = EIy_j'''(x) = \phi_j'''(x)\Gamma_j S_d(f_j). \quad (4.122)$$

Аналогично (4.118), она приводится к виду

$$Q_j(x) = -\frac{1}{j^2} \cdot \frac{2[1 - (-1)^j]}{\pi^2} \mu l S_d(f_j) \cos \frac{j\pi x}{l}. \quad (4.123)$$

Суммарная перерезывающая сила с недостатком

$$Q^-(x) = \sqrt{\sum_{j=1}^s Q_j^2(x)}, \quad (4.124)$$

а с избытком

$$Q^+(x) = \sqrt{\sum_{j=1}^s Q_j^2(x) + \tilde{Q}^2(x)}, \quad (4.125)$$

где

$$\tilde{Q}(x) = \sum_{j=1}^s Q_j(x) \frac{S_d(f_r)}{S_d(f_j)}. \quad (4.126)$$

Теперь выполним оценку необходимого числа учитываемых мод при определении внутренних усилий в конструкции, схематизированной **как дискретная система с n степенями свободы**. Используем общее обозначение N для любых внутренних усилий – напряжений, моментов, перерезывающих сил и пр.

Вектор максимальных перемещений по j -й моде $\{x_{j,\max}\}$ вычисляется по формуле (4.71). Модальные внутренние усилия в конструкции, отвечающие этой моде, вычисляются посредством линейного преобразования перемещений с помощью матрицы $[T]$:

$$\{N_j\} = [T]\{x_{j,\max}\} = [T]\{\eta_j\} S_d(f_j, \zeta_j). \quad (4.127)$$

Модальное усилие в k -й точке конструкции выражается соответствующим элементом этого вектора N_{jk} . Суммарное усилие N_k будем, как и выше, находить по методу ККСК. Если сложить не все n мод, а только s низших, то получится усилие с *недостатком*

$$N_k^- = \sqrt{\sum_{j=1}^s N_{jk}^2}. \quad (4.128)$$

Усилие с избытком можно получить с помощью «остаточного» вектора перемещений $\{\tilde{\eta}\}$, вычисляемого согласно (4.109). «Остаточное» внутреннее усилие

$$\{\tilde{N}\} = [T]\{\tilde{\eta}\} S_d(f_r) = [T] \left(\{J\} - \sum_{j=1}^s \{\eta_j\} \right) S_d(f_r), \quad (4.129)$$

где $S_d(f_r)$ – наибольшее значение спектра перемещений в диапазоне частот $f \geq f_s$, которое достигается на частоте f_r .

Выразим вектор остаточного внутреннего усилия через уже найденные усилия по первым s модам. Для этого почленно умножим слагаемые в скобках правой части (4.129) на матрицу $[T]$:

$$\begin{aligned} \{\tilde{N}\} &= \left([T]\{J\} - [T] \sum_{j=1}^s \{\eta_j\} \right) S_d(f_r) = \\ &= \left([T]\{J\} - \sum_{j=1}^s \frac{1}{S_d(f_j)} \{N_j\} \right) S_d(f_r). \end{aligned} \quad (4.130)$$

Добавив k -й элемент этого вектора в виде слагаемого в формулу ККСК, найдем усилие s *избытком*

$$N_k^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^s N_{jk}^2 + \tilde{N}_k^2}. \quad (4.131)$$

Если, как и ранее, считать, что в (4.130)

$$S_d(f_r) = \frac{S_{a,\max}}{(2\pi f_{s+1})^2}, \quad (4.132)$$

где $S_{a,\max}$ – наибольшее значение спектра ускорений, то усилие получится с запасом,

3. Определение требуемого числа мод по энергии системы.

Необходимое число мод можно установить исходя из требования, чтобы энергия, потерянная за счет неучтенных мод, была мала по сравнению с полной энергией системы. Сначала продемонстрируем этот способ на простейшей **континуальной** системе – шарнирно опертой балке.

Определим требуемое число мод по величине потенциальной энергии деформации системы. При движении балки по j -й моде ее потенциальная энергия

$$\Pi_j = \frac{1}{2EI} \int_0^l M_j^2(x) dx, \quad (4.133)$$

где $M_j(x)$ – модальный момент, вычисляемый согласно (4.118). Подставив его, получим

$$\Pi_j = \frac{\mu^2 l^5}{\pi^6 EI} \frac{[(-1)^j - 1]^2}{j^6} S_a^2(f_j). \quad (4.134)$$

Для четных мод значения Π_j равны 0.

В процессе колебаний максимумы перемещений по разным модам и, следовательно, потенциальной энергии достигаются не одновременно. Поэтому общую потенциальную энергию системы вычислим по правилу ККСК:

$$\Pi = \frac{4\mu^2 l^5}{\pi^6 EI} \sqrt{\sum_{j=1}^{\infty} \frac{S_a^4(f_{2j-1})}{(2j-1)^{12}}}. \quad (4.135)$$

Если учесть только s первых членов ряда, то получим потенциальную энергию балки *с недостатком*

$$\Pi^- = \frac{4\mu^2 l^5}{\pi^6 EI} \sqrt{\sum_{j=1}^s \frac{S_a^4(f_{2j-1})}{(2j-1)^{12}}}. \quad (4.136)$$

«Остаточная» потенциальная энергия (отброшенных мод)

$$\tilde{\Pi} = \frac{4\mu^2 l^5}{\pi^6 EI} \sqrt{\sum_{j=s+1}^{\infty} \frac{S_a^4(f_{2j-1})}{(2j-1)^{12}}}. \quad (4.137)$$

Как и выше, в запас будем считать, что при всех частотах $f_{2j-1} > f_s$ значения спектра ускорений $S_a(f_{2j-1})$ равны его максимальному значению $S_{a,\max}$. Тогда

$$\tilde{\Pi} = \frac{4\mu^2 l^5 S_{a,\max}^2}{\pi^6 EI} \sqrt{\sum_{j=s+1}^{\infty} \frac{1}{(2j-1)^6}}. \quad (4.138)$$

Сумма под радикалом быстро сходится [16]:

$$\sum_{j=s+1}^{\infty} \frac{1}{(2j-1)^6} < \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(2j-1)^6} = \frac{\pi^6 (2^6 - 1)}{2 \cdot 6!} B_3 = 1.001145, \quad (4.139)$$

где $B_3 = 1/42$ – число Бернулли третьего порядка. Таким образом, радикал в (4.138) практически равен единице, т.е.

$$\tilde{\Pi} = \frac{4\mu^2 l^5 S_{a,\max}^2}{\pi^6 EI}. \quad (4.140)$$

Более точная оценка «остаточной» потенциальной энергии получится, если считать, что $S_a(f_{2j-1})$ равно максимальному значению спектра не при любых частотах, а в диапазоне частот $f > f_s$.

Добавив $\tilde{\Pi}$ в виде слагаемого в формулу ККСК, найдем потенциальную энергию системы *с избытком*

$$\Pi^+ = \frac{4\mu^2 l^5}{\pi^6 EI} \sqrt{\sum_{j=1}^s \frac{S_a^4(f_{2j-1})}{(2j-1)^{12}} + S_{a,\max}^4}. \quad (4.141)$$

Теперь приведем такую же оценку точности для **дискретной системы с n степенями свободы**. Максимум потенциальной энергии деформации при колебаниях по j -й моде («модальной потенциальной энергии»)

$$\Pi_j = \frac{1}{2} \{x_j\}^T [K] \{x_j\} = \frac{1}{2} [S_a(f_j)]^2 \{\eta_j\}^T [K] \{\eta_j\}, \quad (4.142)$$

где $[K]$ – матрица жесткости. С помощью (4.66) и условий ортогональности (2.36)–(2.37) ее можно выразить через спектр ускорений и матрицу масс:

$$\Pi_j = \frac{1}{2} \left[\frac{S_a(f_j)}{(2\pi f_j)^2} \right]^2 \{\eta_j\}^T (2\pi f_j)^2 [M] \{\eta_j\} = \frac{1}{2} \frac{S_a^2(f_j)}{(2\pi f_j)^2} \{\eta_j\}^T [M] \{\eta_j\}. \quad (4.143)$$

Назовем j -й *нормированной модальной массой** число

$$\mu_j = \{\eta_j\}^T [M] \{\eta_j\}. \quad (4.144)$$

Из (4.69) следует, что

$$\mu_j = \Gamma_j^2 m_j = \{\eta_j\}^T [M] \{J\}. \quad (4.145)$$

С использованием обозначения (4.144) получаем

$$\Pi_j = \frac{1}{2} \frac{S_a^2(f_j)}{(2\pi f_j)^2} \mu_j. \quad (4.146)$$

Для определения необходимого числа учитываемых мод найдем сумму модальной потенциальной энергии первых $s < n$ из них. При этом получим потенциальную энергию *с недостатком*. Как и выше, суммирование производится по правилу ККСК:

$$\Pi^- = \sqrt{\sum_{j=1}^s \Pi_j^2}. \quad (4.147)$$

Прежде чем вычислить энергию с избытком, найдем сумму всех n нормированных модальных масс. С учетом условия ортогональности мод (2.36) и равенства (4.108), можно записать

$$\{\eta_j\}^T [M] \{\eta_j\} = \{\eta_j\}^T [M] \sum_{i=1}^n \{\eta_i\} = \{\eta_j\}^T [M] \{J\}. \quad (4.148)$$

Таким образом, сумма нормированных модальных масс

$$\sum_{j=1}^n \mu_j = \sum_{j=1}^n \{\eta_j\}^T [M] \{\eta_j\} = \left(\sum_{j=1}^n \{\eta_j\}^T \right) [M] \{J\}. \quad (4.149)$$

Транспонируем обе части равенства (4.108):

$$\sum_{j=1}^n \{\eta_j\}^T = \{J\}^T. \quad (4.150)$$

Тогда

* Просто модальной (обобщенной) массой обычно называют квадрат нормы j -й моды, т.е. число $m_j = \{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\} = \|\phi_j\|^2$, так как оно играет роль инерционного коэффициента в дифференциальном уравнении движения по моде [см. (2.73) и (2.110)].

$$\sum_{j=1}^n \mu_j = \{J\}^T [M] \{J\} = M_c, \quad (4.151)$$

где M_c – масса всего сооружения.

Таким образом, сумма всех n нормированных модальных масс равна массе сооружения. «Потерянная масса», соответствующая модам с $(s+1)$ -й до n -й, неучтенным при вычислении энергии с недостатком,

$$\tilde{M} = \sum_{j=s+1}^n \mu_j = M_c - \sum_{j=1}^s \mu_j. \quad (4.152)$$

«Остаточная потенциальная энергия» неучтенных мод не превышает величины

$$\tilde{\Pi} = \frac{1}{2} \frac{S_{a,\max}^2}{(2\pi f_{s+1})^2} \tilde{M}. \quad (4.153)$$

Добавив $\tilde{\Pi}$ в виде слагаемого в формулу ККСК, получим величину потенциальной энергии с избытком

$$\Pi^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^s \Pi_j^2 + \tilde{\Pi}^2}. \quad (4.154)$$

Иногда проверку достаточности учтенных мод выполняют упрощенным способом – **по величине «потерянной массы»**. Точность считается удовлетворительной, если отношение «потерянной массы» к массе сооружения не превосходит требуемого значения δ ,

$$\tilde{M}/M_c \leq \delta. \quad (4.155)$$

Этот критерий не учитывает влияние убывания спектра отклика, т.е. по нему необходимое число мод получается завышенным.

4. Сравнение способов ограничения числа учитываемых мод. Выше описаны способы определения необходимого числа учитываемых мод по четырем критериям:

- 1) величине перемещений конструкции;
- 2) внутренним усилиям;
- 3) потенциальной энергии системы;
- 4) величине «потерянной массы».

Опыт расчетов показывает, что требуемое число мод, определенное по первым трем критериям, одинаково, а по четвертому критерию оно больше. Отметим, что если в конструкции имеется «слабое звено», энергия деформации которого мала, то третий и четвертый критерии могут не уловить его разрушение. Поэтому в последнее время их используют редко.

5. Вычисление векторов $\{\eta_j\}$. Для оценки достаточности числа учтенных мод при расчете дискретной системы необходимо знать

векторы $\{\eta_j\}$, т.е. моды, нормированные согласно (2.79). Большинство современных вычислительных программ позволяет вычислить собственные частоты и моды системы, но при этом последние чаще всего нормируются иначе. Поэтому для нахождения $\{\eta_j\}$ можно воспользоваться следующим приемом, основанным на равенстве (4.108). Следует вычислить модальные перемещения $\{x_j\}$ с использованием произвольного спектра перемещений $S_d(f_j)$ или ускорений $S_a(f_j)$. После этого вектор $\{\eta_j\}$ вычисляется следующим образом:

$$\{\eta_j\} = \frac{1}{S_d(f_j)} \{x_j\} = \frac{(2\pi f_j)^2}{S_a(f_j)} \{x_j\}. \quad (4.156)$$

6. Заключительные замечания. Использовать соотношение (4.108) для оценки вклада высших мод в отклик системы при сейсмическом воздействии предложил Ш.Г. Напетваридзе [46] (так называемая «поправка Напетваридзе»). Он рассматривал частный случай, когда все элементы вектора $\{J\}$ равны 1 (это условие выполняется, если перемещения по всем степеням свободы системы являются линейными и параллельны вектору ускорений основания).

До сих пор этот способ применяется только для мод с собственными частотами («частота отсечки») выше $f_{унп}$, где спектр ускорений превращается в горизонтальную линию (см. разд. 4.3.1). Это означает, что на этих частотах усиления колебаний не происходит, т.е. отклик системы такой же, как у абсолютно твердого тела (в американском стандарте [102] оно так и именуется – «*rigid body response*», т.е. отклик твердого тела). Обоснование и пример такой оценки можно найти в [12].

Однако расчеты показывают, что этот способ применим и при более низкой частоте отсечки. Он дает приемлемую точность даже в тех случаях, когда значения спектра ускорений, соответствующие неучтенным модам, в несколько раз больше, чем учтенным.

4.3.6. Проверка прочности конструкции

Для проверки прочности конструкции найденные суммарные внутренние усилия в k -й точке подставляют в критерий отказа, представляющий собой некоторую функцию

$$F(N_k^{(1)}, \dots, N_k^{(p)}) \geq 0 \quad (4.157)$$

(верхний индекс означает номер усилия). Так как знаки разных усилий неизвестны, то усилия подставляют в (4.157) со знаками \pm .

Более точная оценка прочности будет получена, если сначала вычислить левую часть (4.157) по усилиям, соответствующим каждой из мод (т.е. при максимальных усилиях по данной моде):

$$F_i = F(N_{ik}^{(1)}, \dots, N_{ik}^{(p)}), \quad (4.158)$$

а после этого просуммировать значения F_i согласно (4.89)÷(4.94).

4.4. Достоинства и недостатки квазистатических методов расчета

Безусловным достоинством квазистатических методов является относительная простота расчета на динамическое воздействие, а также то, что отклик системы (перемещения, напряжения, внутренние усилия) определяется посредством статического расчета. Это дает возможность определять отклик конструкции на динамическую нагрузку с использованием простейших конечно-элементных программ, которые не позволяют производить строгий динамический анализ.

Вместе с тем квазистатическим методам присущ ряд недостатков. Некоторые из них уже были указаны в разд. 4.2 и 4.3. Отметим еще один.

Эти методы используют для расчета на динамические, часто – кратковременные нагрузки (например, удар самолета, ВУВ). Если деформация конструкции остается в пределах упругости, то по окончании действия нагрузки происходит «упругая отдача». Например, в разд. 16.3 приведен результат расчета защитной оболочки АЭС на удар самолета. Оказалось, что вследствие «отдачи» требуемое количество арматуры у ее наружной поверхности оказалось больше, чем у внутренней. Однако при квазистатическом расчете перемещения конструкции рассматриваются только в направлении действия нагрузки, а потому учесть «отдачу» невозможно.

Таким образом, результаты, полученные с помощью квазистатических расчетов, следует рассматривать как первое приближение. Надо предусматривать достаточные запасы прочности конструкций, либо проверять результаты квазистатического расчета с помощью более точного, динамического.

Глава 5

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ ЗА ПРЕДЕЛАМИ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ

Экстремальные динамические воздействия (удар самолета и иных летящих тел, воздушная ударная волна) создают очень интенсивные, но кратковременные нагрузки на строительные конструкции. Поэтому допускается их работа за пределом упругих деформаций [29, 50]. В настоящей главе рассмотрены различные методы выполнения таких расчетов.

5.1. О неупругих расчетах по методу конечных элементов

В принципе, существуют современные конечно-элементные вычислительные программы, которые позволяют производить динамические расчеты конструкций с учетом неупругих деформаций. Но, к сожалению, на практике их широкое применение пока ограничено. Причин несколько.

Первая – недостаточная определенность реологических моделей строительных материалов. Например, в некоторых вычислительных программах для описания неупругих свойств бетона используют условие пластичности Друкера–Прагера, а для стали – фон Мизеса. Но они разработаны применительно к статическому нагружению, и не вполне ясно, в какой мере применимы при быстром, динамическом нагружении.

Имеются и более реалистические модели железобетона, учитывающие физические свойства и характер совместной работы бетона и арматуры при медленном и быстром нагружении (см., например, [66]). На их основе разработаны вычислительные программы, позволяющие выполнить конечно-элементный неупругий расчет строительной конструкции. Но следует иметь в виду, что при проектировании реального сооружения исходные данные для такого расчета являются весьма неопределенными. Например, при ударе самолета достоверно не известны ни его характеристики, ни скорость, ни угол и место удара; при взрыве – расположение источника взрыва, тип и количество взрывчатого вещества, а следовательно, и параметры ВУВ. Таким образом, высокая математическая точность расчета с использованием вычислительной программы нивелируется грубостью исходных данных. Но в то же время такой расчет требует наличия мощной вычислительной техники и больших трудозатрат.

Дополнительная сложность – задание прочностных и упругих характеристик материалов. Они являются случайными величинами, которые варьируют в широких пределах даже при медленном нагружении. С увеличением скорости деформации их значения (пре-

жде всего, прочность) изменяются по сравнению со статическими, а разброс еще увеличивается. В то же время получаемая по расчету величина неупругих перемещений конструкции очень чувствительна к заданным характеристикам материалов, и их неопределенность приводит к существенной вариации результатов расчета. А поскольку критерием отказа конструкции является превышение допускаемой величины неупругих перемещений, то это влечет за собой неопределенность при выборе ее размеров.

Еще одна проблема, возникающая при проведении конечно-элементного неупругого расчета, – это назначение допускаемой величины неупругих деформаций. Она задана в нормах [29], но только для стержней, причем применительно к идеализированной схеме неупругого деформирования в виде пластических шарниров (она будет рассмотрена ниже). Как быть в более сложных случаях, когда неупругие деформации распределены по конструкции, непонятно.

Вследствие названных и ряда других причин конечно-элементные неупругие расчеты сегодня чаще всего носят исследовательский характер, а при реальном проектировании конструкций для их массовой проверки пока применяются редко. Для этих целей оправдано использование, хотя бы на предварительных стадиях проектирования, более простых методов расчета, адекватных точности исходных данных и нормативным критериям отказа конструкций.

5.2. Схемы с шарнирами пластичности

Сегодня неупругие расчеты конструкций наиболее часто производят приближенным методом с применением схематизаций, основанных на теории предельного равновесия [39, 57, 70]. Эта теория первоначально была разработана для проверки несущей способности конструкций при статических нагрузках. Согласно ей при достижении предельной нагрузки происходит «излом» конструкции, и она разделяется на несколько частей (абсолютно твердых тел), соединенных между собой пластическими шарнирами. При этом предполагается, что конструкция представляет собой идеальное жесткопластическое тело, в связи с чем процесс нарастания в ней внутренних усилий до достижения предельного состояния исключается из рассмотрения. Поэтому для определения перехода к схеме предельного равновесия применяется одна из двух теорем – статическая или кинематическая. Согласно первой, шарниры пластичности образуются при *наибольшей* нагрузке, до которой в конструкции еще соблюдаются условия равновесия и предельные условия. В соответствии со второй отыскивается кинематически возможное состояние конструкции, соответствующее *наименьшей* нагрузке, при которой она превращается в изменяемую систему.

Такие же схематизации с шарнирами пластичности применяют и для расчета неупругих перемещений конструкции при кратковре-

менных динамических нагрузках. Предполагается, что после образования шарниров перемещения происходят только за счет поворотов в них, и конструкция превращается в изменяемую систему (механизм), т.е. в систему с одной степенью свободы. Критерием ее отказа является превышение неупругими перемещениями допускаемой величины. До образования шарниров пластичности конструкция рассматривается как линейно-упругая, т.е. в ней можно найти внутренние усилия, создаваемые динамической нагрузкой. Поэтому переход к схеме с шарнирами определяют по условию достижения этими усилиями предельных значений, а не с помощью специальных теорем, как при статическом нагружении.

Далее рассмотрены расчеты по схемам с шарнирами пластичности балок и плит с различными условиями закрепления.

5.3. Неупругий расчет балок

5.3.1. Железобетонная шарнирно опертая балка

Исходные данные для расчета. На рис. 5.1 изображена расчетная схема шарнирно опертой балки в стадии неупругих деформаций. Длина балки l , ее погонная масса μ (кг/м).

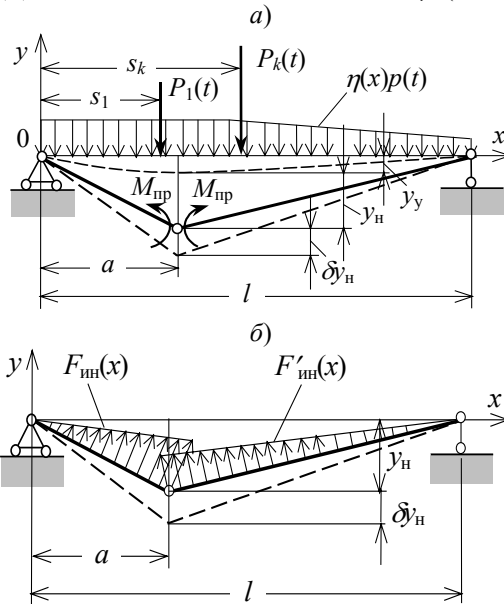


Рис. 5.1. Шарнирно опертая балка в неупругой стадии деформации: a – расчетная схема; b – возможное перемещение и силы инерции

В точках с координатами $x = s_1, \dots, s_k$ на балку действует система сил $P_1(t), \dots, P_k(t)$, а кроме них, распределенная по длине сила $\eta(x)p(t)$. Считаем, что ее величина задается множителем $p(t)$ (Н/м), а множитель $\eta(x)$ – безразмерный.

Условия образования шарнира пластичности. Неупругая стадия начинается, когда в каком-либо из сечений (в нашем случае – при $x = a$) изгибающий момент становится равным предельному значению $M_{пр}$, при котором арматура в растянутой зоне сечения достигла предела текучести, а бетон в сжатой зоне сохраняет прочность. Это – предельное состоя-

ние Ia, рассмотренное в гл. 1. Там были указаны условия (процент армирования сечения), при которых оно может реализоваться, и приведена величина $M_{пр}$, зависящая от геометрических характеристик сечения, прочностных и упругих характеристик бетона и арматуры, количества и расположения последней [29]. Поэтому в настоящей главе этот вопрос не рассматривается, а внимание сосредоточено на методах вычисления неупругих перемещений.

Предполагается, что в сечении, где достигнут момент $M_{пр}$, мгновенно образуется шарнир пластичности, а части балки между ним и опорами превращаются в недеформируемые стержни (рис. 5.1,а). Таким образом, балка превращается в *двухзвенный механизм*, перемещение которого происходит под действием нагрузок, а ему препятствует момент в шарнире $M_{пр}$. Положение механизма задается единственной координатой – величиной неупругого перемещения шарнира пластичности y_n . Следовательно, система имеет одну степень свободы.

Дифференциальное уравнение движения. Перемещение шарнира пластичности равно сумме упругой составляющей y_y и неупругой y_n (рис. 5.1,а). Однако, ввиду малости y_y , при выводе дифференциального уравнения неупругих перемещений будем считать, что y_n отсчитывается от нуля.

Для вывода этого уравнения воспользуемся общим уравнением динамики системы материальных точек:

$$\sum_{i=1}^n \delta A_i = 0, \quad (5.1)$$

где δA_i – работа всех действующих на систему активных сил и сил инерции на возможном перемещении δy_n (рис. 5.1).

Активные силы включают сосредоточенные нагрузки $P_1(t), \dots, P_k(t)$, распределенную нагрузку $\eta(x)p(t)$ и моменты $M_{пр}$, приложенные к обоим звеньям механизма.

Работа сосредоточенных нагрузок $P_1(t), \dots, P_k(t)$

$$\sum_{i=1}^k \delta A_p = \delta y_n \left(\frac{1}{a} \sum_{0 \leq s_i \leq a} P_i(t) s_i + \frac{1}{l-a} \sum_{a \leq s_i \leq l} (l-s_i) P_i(t) \right). \quad (5.2)$$

Здесь первая сумма в скобке относится к силам, приложенным к левому звену механизма, т.е. в точках с координатами $0 \leq s_i \leq a$, а вторая – к правому звену, т.е. в точках с координатами $a < s_i \leq l$.

Работа распределенной нагрузки

$$\delta A_{\eta(x)p(t)} = p(t) \left[\frac{1}{a} \int_0^a x \eta(x) dx + \frac{1}{l-a} \int_a^l (l-x) \eta(x) dx \right] \delta y_n. \quad (5.3)$$

В случае, если нагрузка является равномерно распределенной, т.е. $\eta(x) = 1$, выражение для работы упрощается:

$$\delta A_{\eta(x)p(t)} = p(t) \frac{l}{2} \delta y_{\text{н}}. \quad (5.4)$$

Работа моментов

$$\delta A_{M_{\text{np}}} = -M_{\text{np}} \left(\frac{\delta y_{\text{н}}}{a} + \frac{\delta y_{\text{н}}}{l-a} \right) = -\frac{l}{a(l-a)} M_{\text{np}} \delta y_{\text{н}}. \quad (5.5)$$

Силы инерции линейно распределены вдоль левого и правого звеньев (рис. 5.1,б). В точке с координатой x на левом и правом звеньях силы инерции

$$F_{\text{ин}}(x) = \ddot{y}_{\text{н}} \mu \frac{x}{a}; \quad F'_{\text{ин}}(x) = \ddot{y}_{\text{н}} \mu \frac{l-x}{l-a}, \quad (5.6)$$

а возможные перемещения этих точек

$$\delta y(x) = \delta y_{\text{н}} \frac{x}{a}, \quad \delta y'(x) = \delta y_{\text{н}} \frac{l-x}{l-a}. \quad (5.7)$$

Таким образом, работа сил инерции

$$\begin{aligned} \delta A_{F_{\text{ин}}} &= - \left[\int_0^a \delta y(x) F_{\text{ин}}(x) dx + \int_a^l \delta y'(x) F'_{\text{ин}}(x) dx \right] = \\ &= -\delta y_{\text{н}} \left[\frac{\mu \ddot{y}_{\text{н}}}{a^2} \int_0^a x^2 dx + \frac{\mu \ddot{y}_{\text{н}}}{(l-a)^2} \int_a^l (l-x)^2 dx \right] = -\delta y_{\text{н}} \frac{\mu l}{3} \ddot{y}_{\text{н}}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Подставив (5.3)–(5.8) в (5.1), приходим к уравнению

$$\frac{\mu l}{3} \ddot{y}_{\text{н}} = f(t), \quad (5.9)$$

где

$$\begin{aligned} f(t) &= -\frac{M_{\text{np}} l}{a(l-a)} + \frac{1}{a} \sum_{0 \leq s_i \leq a} P_i(t) s_i + \frac{1}{l-a} \sum_{a < s_i \leq l} (l-s_i) P_i(t) + \\ &+ p(t) \left[\frac{1}{a} \int_0^a x \eta(x) dx + \frac{1}{l-a} \int_a^l (l-x) \eta(x) dx \right]. \end{aligned} \quad (5.10)$$

При равномерно распределенной нагрузке $\eta(x) = 1$

$$f(t) = -\frac{M_{\text{np}} l}{a(l-a)} + \frac{1}{a} \sum_{0 \leq s_i \leq a} P_i(t) s_i + \frac{1}{l-a} \sum_{a < s_i \leq l} P_i(t) (l-s_i) + \frac{l}{2} p(t). \quad (5.11)$$

Начальные условия к уравнению (5.9):

$$y_{\text{н}}(0) = y_{\text{н}0} = 0; \quad \dot{y}_{\text{н}}(0) = \dot{y}_{\text{н}0}, \quad (5.12)$$

где под $t = 0$ понимается окончание упругой стадии. Начальное перемещение принято $y_{\text{н}0} = 0$ по причине, указанной ранее. Начальную скорость $\dot{y}_{\text{н}0}$ можно найти, приравняв кинетическую энергию

механизма и балки перед образованием шарнира пластичности, т.е. в момент времени $t = 0$. Для нахождения энергии балки необходимо знать распределение скоростей ее точек, для чего следует продифференцировать по времени перемещение $y(x,t)$ (способ его определения был рассмотрен в разд. 3.2.2). Кинетическая энергия балки

$$T_0 = \mu \int_0^l \dot{y}(x,0) dx. \quad (5.13)$$

Приближенно, но более просто можно найти кинетическую энергию балки, сведя ее к эквивалентному упругому осциллятору, как описано в разд. 4.1.2.

Вычислим кинетическую энергию механизма. Если скорость шарнира $\dot{y}_{н0}$, то скорости точек левого и правого звеньев

$$v(x) = \dot{y}_{н0} \frac{x}{a}; \quad v'(x) = \dot{y}_{н0} \frac{l-x}{l-a}. \quad (5.14)$$

Кинетическая энергия механизма

$$T = \frac{\mu}{2} \left(\frac{\dot{y}_{н0}^2}{a^2} \int_0^a x^2 dx + \frac{\dot{y}_{н0}^2}{(l-a)^2} \int_a^l (l-x)^2 dx \right) = \frac{\mu l}{6} \dot{y}_{н0}^2. \quad (5.15)$$

Из условия равенства кинетической энергии балки и механизма получаем

$$\dot{y}_{н0} = \sqrt{\frac{6T_0}{\mu l}}. \quad (5.16)$$

Интегрирование дифференциального уравнения (5.9) дает

$$\dot{y}_н(t) = \dot{y}_{н0} + \frac{3}{\mu l} \int_0^t f(\tau) d\tau; \quad (5.17)$$

$$y_н(t) = y_{н0} + \int_0^t \dot{y}_н(\tau) d\tau. \quad (5.18)$$

Максимальный угол поворота $y_{н, \max}$ достигается в момент времени t_{\max} , когда угловая скорость обращается в ноль, т.е. определяется путем решения уравнения

$$\dot{y}_н(t_{\max}) = 0. \quad (5.19)$$

Условие сохранения прочности шарнирно опертой балки по нормам [29] приведено в гл. 1:

$$\frac{y_y + y_{н, \max}}{y_y} \leq 3, \quad (5.20)$$

где y_y – максимальное упругое перемещение в точке шарнира.

5.3.2. Железобетонная балка с заделкой и шарнирной опорой

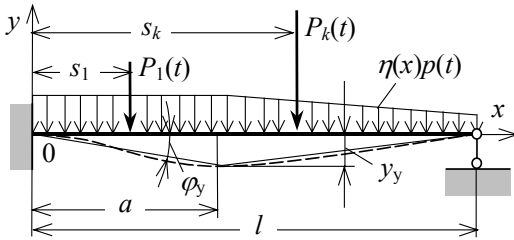


Рис. 5.2. Балка с заделкой и шарнирной опорой в неупругой стадии деформации

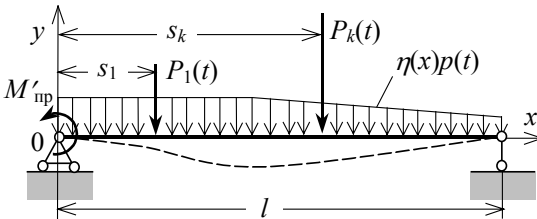


Рис. 5.3. Шарнир пластичности в заделке

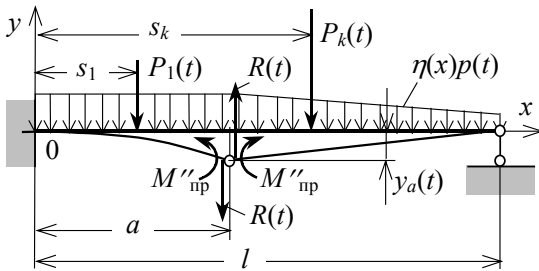


Рис. 5.4. Шарнир пластичности в пролете

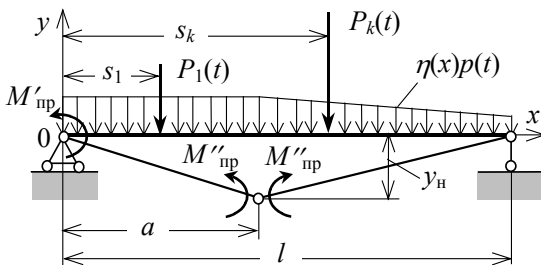


Рис. 5.5. Шарниры пластичности и в пролете, и в заделке

Последовательность образования пластических шарниров.

Балка изображена на рис. 5.2. Все ее параметры и нагрузки – те же, что выше. Шарниры пластичности могут образоваться в пролете и в заделке последовательно или одновременно. При этом, в зависимости от характера действующих нагрузок и армирования балки, могут реализоваться три варианта, показанные на рис. 5.3–5.5. Рассмотрим их подробнее.

1. В заделке образовался шарнир пластичности, а в пролете – нет (рис. 5.3). Момент в шарнире равен $M'_{пр}$. Этот случай можно назвать «упругопластическим», так как неупругие деформации сосредоточены в шарнире пластичности, а вся остальная балка остается упругой. После образования шарнира балку следует рассчитывать как шарнирно опертую, добавив к внешним нагрузкам постоянный момент на опоре $M'_{пр}$.

2. В пролете образовался шарнир пластичности, а в заделке – нет (рис. 5.4). Это также «упругопластический» случай, так как участок балки между шарниром пластичности и заделкой остается упругим, а остальная часть рассматривается как недеформируемый стержень. В шарнире действуют постоянный момент M''_{np} и зависящая от времени сила взаимодействия между частями балки $R(t)$. Ее можно найти из уравнения движения недеформируемой части

$$R(t) = -\frac{M''_{np}}{l-a} + \frac{1}{l-a} \sum_{a < s_i \leq l} (l-s_i) P_i(t) + p(t) \int_0^{l-a} \xi \eta(\xi) d\xi - \frac{\mu(l-a)^3}{3} \ddot{y}_a(t). \quad (5.21)$$

При равномерно распределенной нагрузке ($\eta(x) = 1$)

$$R(t) = -\frac{M''_{np}}{l-a} + \frac{1}{l-a} \sum_{a < s_i \leq l} (l-s_i) P_i(t) + p(t) \frac{(l-a)^2}{2} - \frac{\mu(l-a)^3}{3} \ddot{y}_a(t). \quad (5.22)$$

Сумма относится к сосредоточенным нагрузкам в точках, находящихся между пластическим шарниром и шарнирной опорой.

После образования шарнира следует рассчитать движение части балки, остающейся упругой, как консольного стержня, к которому, помимо исходных нагрузок, на конце приложены M''_{np} и $R(t)$. Эта задача является более сложной, чем рассматривавшиеся в разд. 3.2.2, так как граничное условие на свободном конце зависит от его ускорения. Но если пренебречь последними слагаемыми в (5.21) и (5.22), т.е. силой инерции стержня, вклад которой относительно невелик, то сила $R(t)$ не зависит от ускорения конца, и эту задачу можно решить как обычно.

3. Шарниры пластичности образовались и в пролете, и в заделке (рис. 5.5). При этом балка превращается в двухзвенный механизм, отличающийся от изображенного на рис. 5.1,а только наличием момента на левой опоре.

Дифференциальное уравнение движения балки в неупругой стадии. Как и ранее, неупругое перемещение равно y_H . Оно определяется посредством интегрирования дифференциального уравнения (5.9), где правая часть имеет вид

$$f(t) = -\frac{M''_{np}l + M'_{np}(l-a)}{a(l-a)} + \frac{1}{a} \sum_{0 \leq s_i \leq a} P_i(t) s_i + \frac{1}{l-a} \sum_{a < s_i \leq l} (l-s_i) P_i(t) + p(t) \left[\frac{1}{a} \int_0^a x \eta(x) dx + \frac{1}{l-a} \int_a^l (l-x) \eta(x) dx \right]. \quad (5.23)$$

При равномерно распределенной нагрузке

$$f(t) = -\frac{M''_{np}l + M'_{np}(l-a)}{a(l-a)} + \frac{1}{a} \sum_{0 \leq s_i \leq a} P_i(t) s_i +$$

$$+ \frac{1}{l-a} \sum_{a < s_i \leq l} (l-s_i) P_i(t) + p(t) \frac{l}{2}. \quad (5.24)$$

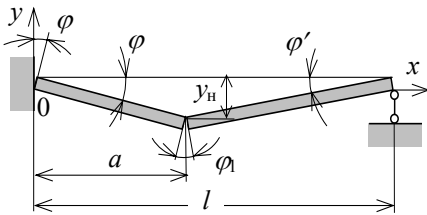


Рис. 5.6. Углы поворота в шарнирах пластичности

$$\varphi = \frac{y_n}{a}; \quad \varphi' = \frac{y_n}{l-a}. \quad (5.25)$$

Следовательно, поворот в левом шарнире пластичности равен φ , а в центральном – сумме углов поворота обоих звеньев:

$$\varphi_1 = \varphi + \varphi' = \frac{y_n l}{a(l-a)}. \quad (5.26)$$

Углы φ и φ_1 не должны превосходить допускаемых значений $\varphi_{пр}$, вычисляемых согласно нормам [29] (см гл. 1).

5.3.3. Железобетонная балка с двумя заделками

Параметры балки и нагрузки те же, что и раньше (рис. 5.7). Возможны **пять вариантов последовательности появления шарниров пластичности**.

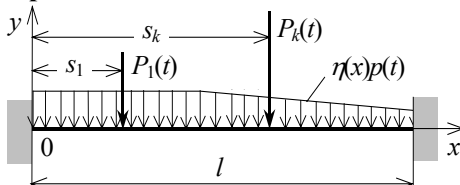


Рис. 5.7. Балка с двумя заделками

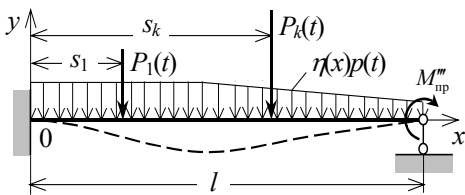


Рис. 5.8. Шарнир в одной заделке

Начальные условия. Дифференциальное уравнение следует интегрировать с начальными условиями (5.12), где начальная скорость \dot{y}_{n0} вычисляется так же, как в разд. 5.3.1.

Условие сохранения прочности балки. Углы поворота левого и правого звеньев механизма (рис. 5.6)

1. Шарнир пластичности только в одной заделке (рис. 5.8). Постоянный момент в шарнире $M''_{пр}$. Эта схема отличается от показанной на рис. 5.2,а только наличием постоянного момента на шарнирной опоре.

2. Шарнир пластичности только в пролете (рис. 5.9). Балка распадается на две консольные балки, соединенные шарниром, где действует постоянный момент $M''_{пр}$.

3. Шарниры пластичности в обеих заделках (рис. 5.10), а остальная балка остается в пределах упругости. Постоянный момент в левом и правом шарнирах M''_{np} и M'''_{np} . Эта схема отличается от показанной на рис. 5.3 только тем, что постоянные моменты приложены не на одной, а на обеих опорах.

4. Шарниры пластичности в одной заделке и в пролете (рис. 5.11). Постоянные моменты в опорном шарнире M'''_{np} , а в пролете M''_{np} . Данная схема совпадает с рис. 5.4, за исключением момента на шарнирной опоре. Сила $R(t)$ в шарнире, находящемся в пролете,

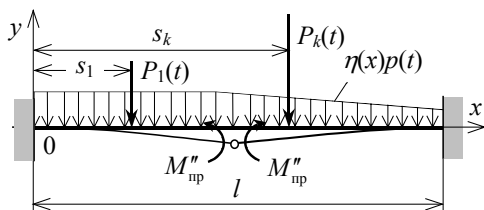


Рис. 5.9. Шарнир в пролете

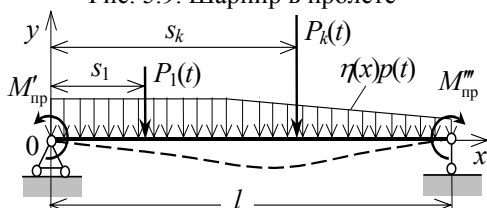


Рис. 5.10. Шарниры в обеих заделках

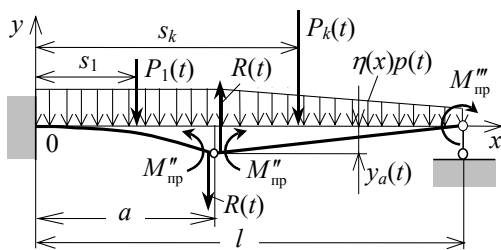


Рис. 5.11. Шарниры в одной заделке и в пролете

$$R(t) = \frac{1}{l-a} \left[\sum_{a < s_i \leq l} (l-s_i) P_i(t) - M''_{np} - M'''_{np} \right] + p(t) \int_0^{l-a} \xi \eta(\xi) d\xi - \frac{\mu(l-a)^3}{3} \ddot{y}_a(t). \quad (5.27)$$

При равномерно распределенной нагрузке

$$R(t) = \frac{1}{l-a} \left[\sum_{a < s_i \leq l} (l-s_i) P_i(t) - M''_{np} - M'''_{np} \right] + p(t) \frac{(l-a)^2}{2} - \frac{\mu(l-a)^3}{3} \ddot{y}_a(t). \quad (5.28)$$

Как и для схемы на рис. 5.4, динамический расчет упругой части балки можно упростить, если отбросить последние слагаемые в правых частях (5.27) и (5.28), т.е. пренебречь силой инерции жесткого звена между шарнирами.

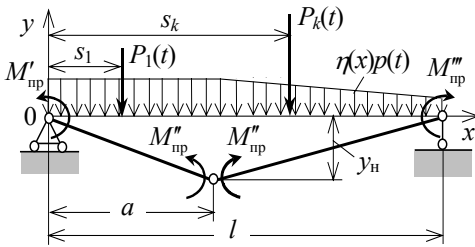


Рис. 5.12. Шарниры в обеих заделках и в пролете

механизма равно y_n . Движение описывается дифференциальным уравнением (5.9), где

$$f(t) = -\frac{M''_{np}l + (M'_{np} + M''_{np})(l-a)}{a(l-a)} + \frac{1}{a} \sum_{0 \leq s_i \leq a} P_i(t)s_i + \frac{1}{l-a} \sum_{a < s_i \leq l} (l-s_i)P_i(t) + p(t) \left[\frac{1}{a} \int_0^a x \eta(x) dx + \frac{1}{l-a} \int_a^l (l-x) \eta(x) dx \right]. \quad (5.29)$$

При равномерно распределенной нагрузке

$$f(t) = -\frac{M''_{np}l + (M'_{np} + M''_{np})(l-a)}{a(l-a)} + \frac{1}{a} \sum_{0 \leq s_i \leq a} P_i(t)s_i + \frac{1}{l-a} \sum_{a < s_i \leq l} (l-s_i)P_i(t) + p(t) \frac{l}{2} \quad (5.30)$$

Начальные условия – (5.12), где начальная угловая скорость определяется так же, как и ранее.

Условие сохранения прочности. Углы поворота φ и φ' левого и правого звеньев механизма, которым равны углы в шарнирах на опорах (рис. 5.13), вычисляются согласно (5.25).

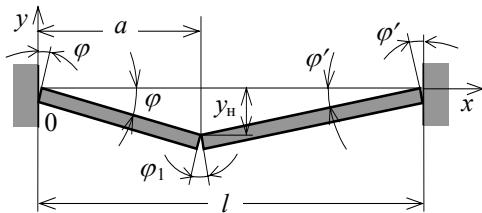


Рис. 5.13. Углы поворота в шарнирах

Угол φ_1 в центральном шарнире равен сумме этих углов. Углы φ , φ' и φ_1 не должны превосходить допустимые значения ψ_{np} , которые установлены нормами [29] и даны в гл. 1.

5.3.4. Неупругий расчет металлических балок

Рассмотренные методы неупругих расчетов железобетонных балок можно распространить на стержни из металлов, у которых диаграмма σ - ε имеет площадку текучести [57]. Если предел текуче-

5. Шарниры пластичности в обеих заделках и в пролете (рис. 5.12). Балка превратилась в двухзвенный механизм, отличающийся от рис. 5.2 моментами M'_{np} и M''_{np} на опорах.

Дифференциальное уравнение движения.

Как и ранее, перемещение

сти σ_T при растяжении и сжатии одинаков, то при изгибе он достигается на краях поперечного сечения при изгибающем моменте

$$M_T = \sigma_T W, \quad (5.31)$$

где W – момент сопротивления сечения. В этом состоянии балка еще может воспринимать возрастающий изгибающий момент, но по мере его увеличения пластическое состояние материала распространяется от краев сечения к нейтральной оси, пока не охватит сечение полностью. После этого считается, что в сечении образовался шарнир пластичности, момент в котором при дальнейшем изгибе остается неизменным и равным:

$$M_{пр} = 2\sigma_T S_{\max}, \quad (5.32)$$

где S_{\max} – статический момент площади половины поперечного сечения относительно нейтральной оси.

Величину $2S_{\max}$ называют пластическим моментом сопротивления и обозначают $W_{пл}$. Тогда

$$M_{пр} = \sigma_T W_{пл}. \quad (5.33)$$

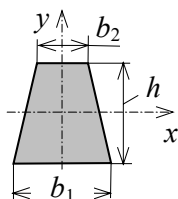
Значения $W_{пл}$ для некоторых форм сечений приведены в табл. 5.1. Отношение

$$\frac{M_{пр}}{M_T} = \frac{W_{пл}}{W} \quad (5.34)$$

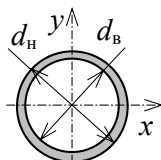
показывает запас несущей способности балки в пластической стадии по сравнению с упругой.

Таблица 5.1. Пластические моменты сопротивления $W_{пл}$ для некоторых форм сечений балок [57]

	$W_{пл} = \frac{bh^2}{4} = 1.5W_x$		$W_{пл} = \frac{d^3}{6} = 1.7W_x$
	$W_{пл} = \frac{bh^2}{4} (2 - \sqrt{2}) \approx 2.36W_x$		$W_{пл} = 2S_x = (1.14 \div 1.18)W_x$



$$W_{\text{пл}} = \frac{h^2}{3(b_2 - b_1)^2} \left(b_1^3 + b_2^3 - (b_1^2 + b_2^2) \sqrt{\frac{b_1^2 + b_2^2}{2}} \right)$$



$$W_{\text{пл}} = \frac{d_{\text{н}}^3 - d_{\text{в}}^3}{6} = \frac{1.7d_{\text{н}}(d_{\text{н}}^3 - d_{\text{в}}^3)}{(d_{\text{н}}^4 - d_{\text{в}}^4)} W_x$$

Таким образом, неупругий динамический расчет металлических балок можно производить так же, как железобетонных, подставляя во все формулы $M_{\text{пр}}$. При этом для простоты можно пренебречь процессом распространения неупругих деформаций по сечению, т.е. считать, что пластический шарнир образуется мгновенно.

5.4. Неупругий расчет железобетонных плит

5.4.1. О расчетах железобетонных плит с применением пластических шарниров

Для приближенных расчетов неупругих перемещений в железобетонных плитах при динамических нагрузках также применяются схемы, основанные на методе предельного равновесия. Такая схематизация исходит из предположения, что при достижении внутренними усилиями в плите предельных значений происходит ее излом, и она расчленяется на отдельные *абсолютно жесткие диски*, соединенные между собой *прямолинейными пластическими шарнирами*. В них действуют односторонние *погонные изгибающие моменты*, измеряемые величиной момента на единицу длины (Нм/м).

Эти допущения, по сути, аналогичны принимаемым для балок, однако для плит выполнение такой схематизации сложнее. Причина заключается в том, что даже при действии статических нагрузок количество и положение пластических шарниров зависит не только от краевых условий, но и от формы плиты в плане, процента армирования в разных направлениях, вида нагрузки [79]. Если же подобная схема используется для целей неупругого динамического расчета, то приходится принимать еще ряд дополнительных допущений.

Во-первых, *расположение пластических шарниров принимают таким же, как при статической нагрузке*, т.е. пренебрегают влиянием сил инерции на конфигурацию излома.

Второе допущение приходится принимать вследствие разницы в характере распределения внутренних усилий в балках и плитах. В балках они являются функцией одной координаты (длины), и поэтому можно считать, что в сечении, где усилия достигли предельного значения, соответствующего окончанию упругой стадии, мгновенно образуется пластический шарнир. В плитах же внутренние усилия распределены по площади и могут в одной точке уже достигнуть предельной величины, а в других – еще нет. Поэтому, строго говоря, при динамическом расчете плиты следовало бы проследить постепенное формирование пластических шарниров, учитывая при этом перераспределение внутренних усилий в процессе их образования. Однако такая задача является слишком сложной, и, чтобы избежать ее решения, иногда принимают допущение, что, как только внутренние усилия достигли предельной величины хотя бы в одной точке плиты, *мгновенно образуются все пластические шарниры*. Альтернативное, также часто используемое предположение, что *плита остается линейно упругой вплоть до образования всех шарниров пластичности*.

В настоящем разделе будет рассмотрен неупругий динамический расчет железобетонных плит с применением схем с шарнирами пластичности. Во всех рассмотренных случаях размеры плиты в плане $a \times b$, причем $a \geq b$; масса единицы площади плиты обозначена через μ , кг/м². Предполагается, что напряженно-деформированное состояние плиты в упругой стадии рассчитано по методу конечных элементов, и в результате в ней определены внутренние усилия и перемещения. Погонные предельные моменты в каждом из направлений $m_{x,пр}$ и $m_{y,пр}$, Нм/м, можно приближенно принимать равными предельным моментам для балки шириной 1 м. Векторы моментов совпадают с направлениями осей.

Далее описана процедура неупругого расчета для двух простейших случаев: свободно опертая и заделанная по контуру прямоугольная плита под действием равномерно распределенной и сосредоточенной нагрузок. Для других форм, условий закрепления плит и нагрузок расчет может быть произведен по аналогии. Схемы их излома можно найти, например, в [79].

5.4.2. Шарнирно опертая железобетонная плита при равномерно распределенной нагрузке

Исходные данные. На плиту действует зависящая от времени равномерно распределенная нагрузка $p(t)$ (часто так представляют нагрузку от ВУВ). Предполагается, что закрепление плиты не допускает отрыва углов от опоры.

Положение шарниров пластичности показано пунктиром на рис. 5.14 [79]. При равномерно распределенной нагрузке излом плиты происходит в форме симметричного «конверта», центральная

линия которого параллельна длинной стороне. Погонные предельные моменты в шарнирах пластичности равны $m_{x,пр}$ и $m_{y,пр}$ (Нм/м). Угол γ , на который наклонены идущие из углов шарниры, зависит от соотношения предельных моментов и длин сторон. Обозначим

$$\kappa = \frac{m_{y,пр}}{m_{x,пр}}; \quad \lambda = \frac{a}{b} \geq 1. \quad (5.35)$$

Тогда

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\lambda}{\sqrt{\kappa(3\lambda^2 + \kappa) - \kappa}}. \quad (5.36)$$

При одинаковом армировании вдоль обеих сторон плиты $\kappa = 1$. В этом случае у квадратной плиты ($\lambda = 1$) угол $\gamma = 45^\circ$ (т.е. излом происходит по диагоналям квадрата), а у бесконечно длинной плиты ($\lambda \rightarrow \infty$) угол $\gamma \rightarrow 30^\circ$.

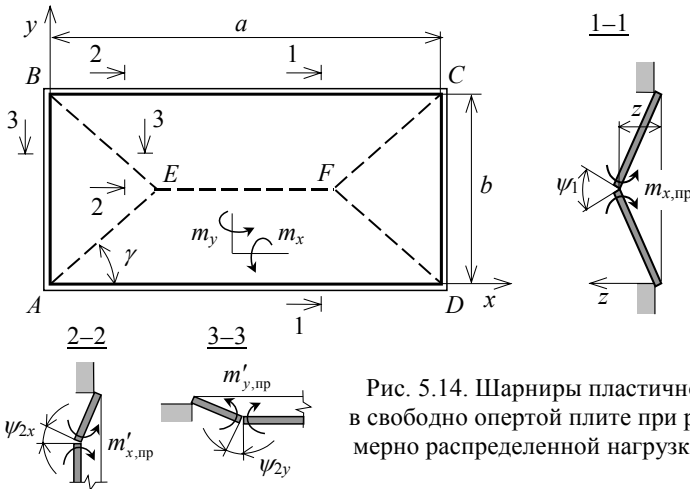


Рис. 5.14. Шарниры пластичности в свободно опертой плите при равномерно распределенной нагрузке [81]

Дифференциальное уравнение движения. После образования шарниров пластичности плита превращается в механизм, состоящий из четырех недеформируемых дисков, соединенных по линиям шарниров. Его перемещение однозначно определяется координатой z горизонтальной линии «конверта». Выведем дифференциальное уравнение движения, воспользовавшись общим уравнением динамики системы материальных точек (5.1). Зададим центральной линии возможное перемещение δz и вычислим работу на нем сил, действующих на плиту.

Сначала рассмотрим трапециевидный диск $BCFE$, вертикальный разрез которого показан на рис. 5.15. Конеч, соответствующий центру плиты, движется с ускорением \ddot{z} .

Ускорение точки на расстоянии ξ от верха

$$\ddot{w}(\xi) = \ddot{z} \frac{2}{b} \xi. \quad (5.37)$$

Ускорение можно считать горизонтальным, так как угол поворота мал. Выделим на этом расстоянии элемент $d\xi$. Его площадь

$$S(\xi) = \left(a - \frac{2}{\operatorname{tg} \gamma} \xi \right) d\xi. \quad (5.38)$$

Сила инерции, действующая на элемент $d\xi$,

$$f'_{\text{ин}}(\xi) = -\ddot{w}(\xi) \mu S(\xi) = -\ddot{z} \mu \frac{2}{b} \xi \left(a - \frac{2}{\operatorname{tg} \gamma} \xi \right) d\xi. \quad (5.39)$$

Возможное перемещение точки с координатой ξ

$$\delta z_{\xi} = \delta z \frac{2}{b} \xi. \quad (5.40)$$

Следовательно, работа сил инерции, действующих на трапециевидный элемент, на возможном перемещении δz

$$\delta A'_{\text{ин}} = -\delta z \int_0^{b/2} \frac{2}{b} \xi \cdot \ddot{z} \mu \frac{2}{b} \xi \left(a - \frac{2}{\operatorname{tg} \gamma} \xi \right) d\xi = -\delta z \cdot \ddot{z} \frac{\mu b}{2} \left(\frac{a}{3} - \frac{b}{4 \operatorname{tg} \gamma} \right). \quad (5.41)$$

Таким же образом вычисляется работа сил инерции для треугольного элемента ABE :

$$\delta A''_{\text{ин}} = -\delta z \cdot \ddot{z} \frac{\mu b^2}{8 \operatorname{tg} \gamma}. \quad (5.42)$$

Суммарная работа сил инерции для всей плиты

$$\begin{aligned} \delta A_{\text{ин}} &= 2(\delta A'_{\text{ин}} + \delta A''_{\text{ин}}) = \\ &= -\delta z \cdot 2 \left[\ddot{z} \frac{\mu b}{2} \left(\frac{a}{3} - \frac{b}{4 \operatorname{tg} \gamma} \right) + \ddot{z} \frac{\mu b^2}{8 \operatorname{tg} \gamma} \right] = -\delta z \cdot \ddot{z} \frac{\mu a b}{3}. \end{aligned} \quad (5.43)$$

Работа на возможном перемещении равномерно распределенной силы $p(t)$ для трапециевидного элемента $BCFE$

$$\delta A'_p = -\delta z \cdot p(t) \int_0^{b/2} \frac{2}{b} \xi \left(a - \frac{2}{\operatorname{tg} \gamma} \xi \right) d\xi = \delta z \cdot p(t) \frac{b}{2} \left(\frac{a}{2} - \frac{b}{3 \operatorname{tg} \gamma} \right), \quad (5.44)$$

а для треугольного элемента ABE

$$\delta A''_p = \delta z \cdot p(t) \frac{b^2}{6 \operatorname{tg} \gamma}. \quad (5.45)$$

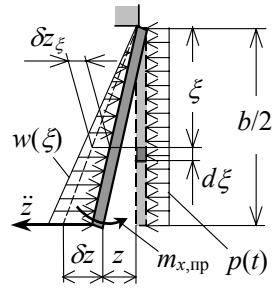


Рис. 5.15. Силы, действующие на жесткий диск $BCFE$

Следовательно, суммарная работа внешней силы $p(t)$

$$\delta A_p = 2(\delta A'_p + \delta A''_p) = \delta z \cdot p(t) \frac{ab}{2}. \quad (5.46)$$

Наконец, найдем работу моментов в пластических шарнирах. Длины горизонтального и наклонного шарниров

$$\overline{EF} = a - \frac{b}{\operatorname{tg} \gamma}; \quad \overline{AE} = \frac{b}{2 \sin \gamma}. \quad (5.47)$$

Предельные моменты $m_{x,\text{пр}}$ и $m_{y,\text{пр}}$ заданы относительно осей, перпендикулярных плоскостям расположения продольной арматуры (в нашем случае – x и y). В качестве критерия отказа плиты будем использовать предельные углы поворота в шарнирах пластичности, заданные формулой (1.10). Но при этом надо иметь в виду, что в нормах [29], откуда они заимствованы, эти углы предназначены для балок. При расчетах плит будем рассматривать их независимо по каждому из направлений продольной арматуры. Поэтому поворот в шарнирах пластичности будем определять относительно тех же осей, что и предельные моменты и углы поворота.

В горизонтальном шарнире EF поворот происходит относительно оси x , а его угол равен удвоенному углу поворота на опоре (рис. 5.14, разрез 1–1):

$$\delta \psi_1 = \delta z \frac{4}{b} \quad (5.48)$$

(считается, что $\operatorname{tg} \psi_1 \approx \psi_1$, поскольку возможное перемещение δz мало). Работа момента в горизонтальном шарнире

$$\delta A_{m1} = -\delta \psi_1 \cdot \overline{EF} = -\delta z \cdot 4m_{x,\text{пр}} \left(\frac{a}{b} - \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} \right). \quad (5.49)$$

Найдем работу в наклонном шарнире. На единице его длины предельные моменты

$$m'_{x,\text{пр}} = m_{x,\text{пр}} \cos \gamma; \quad m'_{y,\text{пр}} = m_{y,\text{пр}} \sin \gamma. \quad (5.50)$$

Поскольку шарнир направлен под углом к арматуре, будем по указанным выше причинам рассматривать не угол поворота относительно оси шарнира, а его составляющие относительно осей x и y . Угол относительно оси x (рис. 5.14, сечение 2–2) равен углу поворота трапециевидного диска $BCFE$ относительно опоры, т.е. половине угла поворота в горизонтальном шарнире,

$$\delta \psi_{2x} = \frac{\delta \psi_1}{2} = \delta z \frac{2}{b}. \quad (5.51)$$

Угол поворота относительно оси y (рис. 5.14, сечение 3–3) равен углу поворота треугольного диска ABE относительно опоры

$$\delta\psi_{2y} = \frac{\delta z}{c} = \delta z \frac{2}{b} \operatorname{tg} \gamma. \quad (5.52)$$

Работа моментов в наклонном шарнире

$$\delta A_{m2} = (\delta\psi_{2x} m'_{x,\text{нп}} + \delta\psi_{2y} m'_{y,\text{нп}}) \cdot \overline{AE} = -\delta z \cdot \left(m_{x,\text{нп}} \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} + m_{y,\text{нп}} \operatorname{tg} \gamma \right). \quad (5.53)$$

Суммарная работа моментов в горизонтальном и четырех наклонных шарнирах:

$$\begin{aligned} \delta A_{m1} + 4\delta A_{m2} &= -\delta z \cdot \left[4m_{x,\text{нп}} \left(\frac{a}{b} - \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} \right) + 4 \cdot \left(m_{x,\text{нп}} \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma} + m_{y,\text{нп}} \operatorname{tg} \gamma \right) \right] = \\ &= -\delta z \cdot 4 \left(m_{x,\text{нп}} \frac{a}{b} + m_{y,\text{нп}} \operatorname{tg} \gamma \right). \end{aligned} \quad (5.54)$$

Подставив выражения для работ (5.43), (5.46) и (5.54) в (5.1), получим дифференциальное уравнение движения

$$\frac{\mu ab}{3} \ddot{z} = f(t), \quad (5.55)$$

где

$$f(t) = -4 \left(m_{x,\text{нп}} \frac{a}{b} + m_{y,\text{нп}} \operatorname{tg} \gamma \right) + \frac{ab}{2} p(t). \quad (5.56)$$

Дифференциальное уравнение (5.55) следует интегрировать с начальными условиями

$$z(0) = 0; \quad \dot{z}(0) = \dot{z}_0 \quad (5.57)$$

(их задание обсуждается далее). В результате получим скорость

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \dot{z}_0 + \frac{3}{\mu ab} \int_0^t f(t) dt = \\ &= \dot{z}_0 + \frac{3}{\mu ab} \left[-4 \left(m_{x,\text{нп}} \frac{a}{b} + m_{y,\text{нп}} \operatorname{tg} \gamma \right) t + \frac{ab}{2} J_p(t) \right], \end{aligned} \quad (5.58)$$

где обозначено

$$J_p(t) = \int_0^t p(t) dt. \quad (5.59)$$

Перемещение

$$\begin{aligned} z(t) &= \int_0^t \dot{z}(t) dt = \\ &= \dot{z}_0 t + \frac{3}{\mu ab} \left[-2 \left(m_{x,\text{нп}} \frac{a}{b} + m_{y,\text{нп}} \operatorname{tg} \gamma \right) t^2 + \frac{ab}{2} \int_0^t J_p(t) dt \right]. \end{aligned} \quad (5.60)$$

Оценка прочности плиты. Момент времени t_{\max} , когда достигается максимальное неупругое перемещение z_{\max} , определяется из условия $\dot{z}(t_{\max}) = 0$. Для заключения о прочности плиты следует, найдя z_{\max} , вычислить по формулам, аналогичным (5.48) и (5.52), углы раскрытия трещин ψ_1 , ψ_{2x} и ψ_{2y} и сравнить их с допускаемыми значениями, приведенными в гл. 1.

Задание начальных условий (5.57). Перемещение в нулевой момент времени принято равным 0, так как по нормам [29] критерием отказа является превышение углов раскрытия трещин в шарнирах пластичности только за время работы в пластической стадии. Начальная скорость определяется из условия равенства кинетической энергии сплошной плиты и «механизма» с шарнирами пластичности.

Для точного определения кинетической энергии сплошной плиты надо знать распределение скоростей ее точек $\dot{w}(x, y)$ в момент образования шарниров пластичности, которые можно рассчитать по методу конечных элементов. Кинетическая энергия

$$T = \frac{\mu}{2} \int_0^b \int_0^a \dot{w}^2(x, y) dx dy = \frac{\mu J}{2}. \quad (5.61)$$

Интеграл J вычисляется по схеме, приведенной в разд. 4.1. Другой, более простой приближенный способ вычисления кинетической энергии сплошной плиты основан на замене плиты эквивалентным упругим осциллятором. Он рассмотрен далее, в разд. 5.5.

Найдем кинетическую энергию плиты после образования шарниров пластичности. Пусть центральная линия движется со скоростью \dot{z}_0 . Сначала рассмотрим трапециевидный диск $BCFE$, вертикальный разрез которого показан на рис. 5.15. Скорость точки, находящейся на расстоянии ξ от опоры,

$$\dot{z}(\xi) = \dot{z}_0 \frac{2}{b} \xi. \quad (5.62)$$

Выделим на этом расстоянии бесконечно малый элемент $d\xi$. Его площадь $S(\xi)$ вычисляется по формуле (5.38), а кинетическая энергия

$$dT_{BCFE}(\xi) = \frac{1}{2} \dot{z}^2(\xi) \mu S(\xi) = \dot{z}_0^2 \frac{2\mu}{b^2} \xi^2 \left(a - \frac{2}{\text{tg}\gamma} \xi \right) d\xi. \quad (5.63)$$

Следовательно, кинетическая энергия трапециевидного диска $BCFE$

$$T_{BCFE} = \int_0^{b/2} dT_{BCFE}(\xi) = \dot{z}_0^2 \frac{\mu b}{4} \left(\frac{a}{3} - \frac{b}{4\text{tg}\gamma} \right). \quad (5.64)$$

Аналогичным образом вычисляются работы сил инерции для треугольного элемента ABE :

$$T_{ABE} = \dot{z}_0^2 \frac{\mu b}{4} \left(\frac{b}{12 \operatorname{tg} \gamma} \right). \quad (5.65)$$

Кинетическая энергия всей плиты с шарнирами пластичности

$$T = 2(T_{BCFE} + T_{ABE}) = \dot{z}_0^2 \frac{\mu b}{6} \left(a - \frac{b}{2 \operatorname{tg} \gamma} \right). \quad (5.66)$$

Приравняв (5.61) и (5.66), найдем начальную скорость

$$\dot{z}_0 = \sqrt{\frac{6J \operatorname{tg} \gamma}{b(2a \operatorname{tg} \gamma - b)}}. \quad (5.67)$$

5.4.3. Защемленная по контуру железобетонная плита при равномерно распределенной нагрузке

Положение шарниров пластичности [79]. В защемленной по контуру плите, в отличие от свободно опертой, шарниры пластичности образуются не только в пролете, но и на контуре. В пролете неупругие деформации развиваются в нижней арматуре, а на контуре – в верхней. Поэтому предельные моменты в них различны: в пролете $m_{x, \text{пр}}$ и $m_{y, \text{пр}}$, а на контуре $m'_{x, \text{пр}}$ и $m'_{y, \text{пр}}$. Далее предполагается, что на противоположных сторонах контура предельные моменты одинаковы. В этом случае схема излома плиты, как и ранее, имеет вид симметричного «конверта» (рис. 5.16).

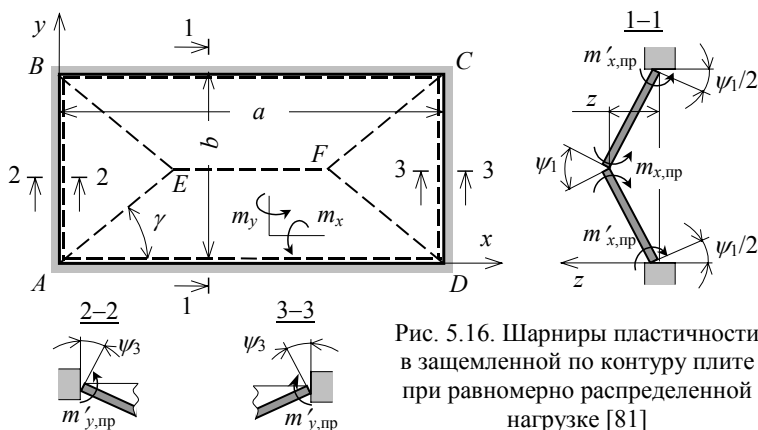


Рис. 5.16. Шарниры пластичности в защемленной по контуру плите при равномерно распределенной нагрузке [81]

Используем обозначения (5.35), т.е. отношение предельных моментов в пролете обозначим через κ , а отношение сторон плиты через λ . Кроме того, введем следующие обозначения:

$$\frac{m'_{y,нр}}{m'_{x,нр}} = \kappa'; \quad \frac{m'_{x,нр}}{m'_{y,нр}} = \mu'_x; \quad \frac{m'_{y,нр}}{m'_{x,нр}} = \mu'_y. \quad (5.68)$$

Тогда

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\lambda}{\sqrt{\kappa\beta(3\lambda^2 + \kappa\beta) - \kappa\beta}}, \quad (5.69)$$

где

$$\beta = (1 + \mu'_y)/(1 + \mu'_x). \quad (5.70)$$

Перемещение центральной линии «конверта» z описывается дифференциальным уравнением движения (5.55), где

$$f(t) = \frac{ab}{2} p(t) - 4 \left(m_{x,нр} \frac{a}{b} + m_{y,нр} \operatorname{tg} \gamma \right) - 2(am'_{x,нр} + bm'_{y,нр}). \quad (5.71)$$

Интегрирование этого уравнения выполняется с начальными условиями (5.57), которые определяются так же, как ранее.

5.4.4. Свободно опертая по контуру железобетонная плита при сосредоточенной нагрузке

Положение шарниров пластичности. На рис. 5.17 показана прямоугольная свободно опертая железобетонная плита с закрепленными от отрыва углами, на которую в точке D с координатами x_d, y_d действует сосредоточенная сила $P(t)$.

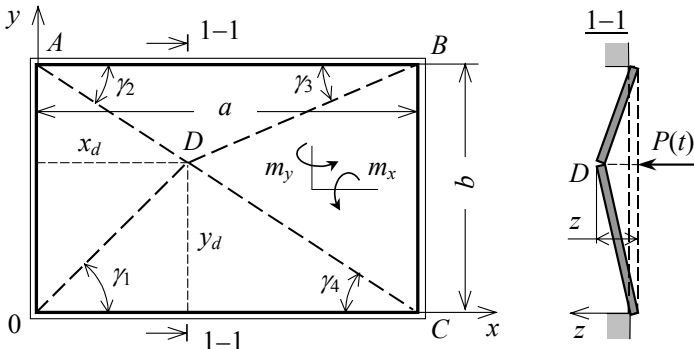


Рис. 5.17. Шарниры пластичности в свободно опертая плите при сосредоточенной нагрузке [70, 79]

Шарниры пластичности соединяют углы плиты с точкой приложения силы [70, 79]. После их образования плита превращается в изменяемую систему (механизм) и при неупругих перемещениях принимает форму пирамиды. Отметим, что и в многоугольной плите шарниры направлены из углов в точку приложения силы, т.е. плита также имеет форму пирамиды.

Дифференциальное уравнение движения. Величина неупругого перемещения задается координатой вершины пирамиды z . Дифференциальное уравнение движения

$$\frac{\mu ab}{3} \ddot{z} = - \left(m_{x, \text{нр}} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\cos \gamma_i} + m_{y, \text{нр}} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\sin \gamma_i} \right) + P(t), \quad (5.72)$$

где γ_i – углы наклона шарниров, вычисляемые через координаты точки D , в которой приложена сила.

Начальные условия. Дифференциальное уравнение (5.72) интегрируется с начальными условиями (5.57). Как и ранее, начальная скорость \dot{z}_0 определяется из условия равенства кинетической энергии T сплошной плиты, вычисляемой таким же образом, как в разд. 5.4.2, и плиты с шарнирами пластичности. Последняя также вычисляется, как в разд. 5.4.2, поэтому приведем ее без вывода:

$$T = \dot{z}_0^2 \frac{M}{12}, \quad (5.73)$$

где $M = \mu ab$ – масса плиты. Следовательно,

$$\dot{z}_0 = 2 \sqrt{\frac{3T}{M}}. \quad (5.74)$$

Оценка прочности плиты. Выполнив интегрирование дифференциального уравнения (5.72), можно по найденному перемещению z вычислить угол поворота в каждом из шарниров:

$$\psi_i = z \frac{2}{b \cos \gamma_i}. \quad (5.75)$$

Допускаемые углы приведены в гл. 1.

5.4.5. Защемленная по контуру железобетонная плита при сосредоточенной нагрузке

Положение шарниров пластичности. Плита изображена на рис. 5.18. Армирование в направлении x и y одинаково. Область неупругих перемещений $S_{\text{н}}$ ограничена кольцевым шарниром пластичности, радиус которого R равен расстоянию от точки удара до ближайшего края плиты. Внутри она разбита на части радиальными шарнирами [70, 79, 127]. Таким образом, при движении ее можно считать прямым круговым конусом с вершиной в точке удара. Отметим, что такой же вид имеет область пластичности в защемленной по контуру плите любой другой формы в плане.

В кольцевом шарнире растянута верхняя арматура, предельный момент в нем равен $m'_{\text{нр}}$. В радиальных шарнирах растянута нижняя арматура, предельный момент равен $m_{\text{нр}}$ (рис. 5.18, *a*, разрез 1–1). Сила, при которой образуются шарниры [70],

$$P_{np} = 2\pi(m_{np} + m'_{np}). \quad (5.76)$$

В процессе неупругих перемещений эта сила не изменяется.

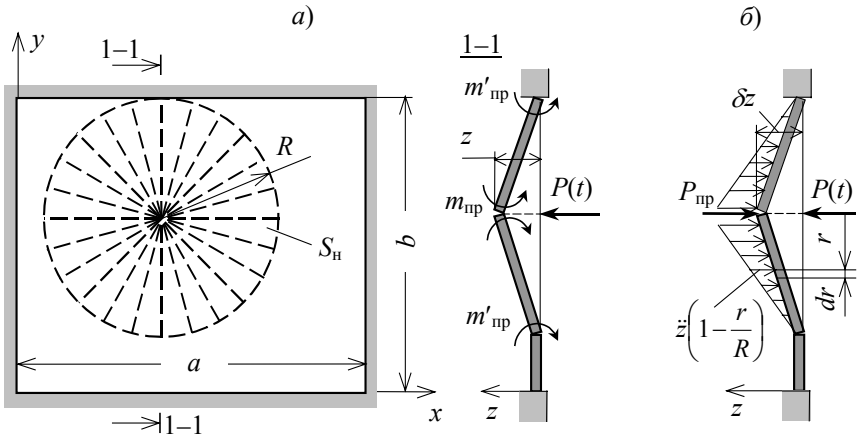


Рис. 5.18. Шарниры пластичности в защемленной по контуру плите при сосредоточенной нагрузке [70, 79, 127]

Дифференциальное уравнение движения. Как и ранее, для вывода дифференциального уравнения неупругих перемещений плиты воспользуемся общим уравнением динамики системы материальных точек (5.1). Величина перемещений задается координатой вершины конуса z , ее возможное перемещение δz (рис. 5.18,б). Найдем работу на нем всех сил. Сначала вычислим работу сил инерции. Ускорение вершины равно \ddot{z} и линейно распределено по радиусу, т.е. на расстоянии r от центра

$$\ddot{z}(r) = \ddot{z} \left(1 - \frac{r}{R}\right). \quad (5.77)$$

Выделим на этом расстоянии кольцо шириной dr (рис. 5.18,б). Его площадь

$$dS(r) = 2\pi r dr. \quad (5.78)$$

Следовательно, на него действует сила инерции

$$F_{ин}(r) = \ddot{z}(r) \mu dS(r) = \ddot{z} \mu \left(1 - \frac{r}{R}\right) \cdot 2\pi r dr. \quad (5.79)$$

Возможное перемещение на этом расстоянии

$$\delta z(r) = \delta z \left(1 - \frac{r}{R}\right). \quad (5.80)$$

Суммарная работа сил инерции

$$\delta A_{\text{ин}} = -\delta z(r) F_{\text{ин}}(r) = -\delta z \cdot 2\pi\mu\ddot{z} \int_0^R \left(1 - \frac{r}{R}\right)^2 r dr = -\delta z \cdot \ddot{z} \frac{\pi\mu R^2}{6}. \quad (5.81)$$

Работа сил $P(t)$ и $P_{\text{пр}}$

$$\delta A_p = \delta z [P(t) - P_{\text{пр}}]. \quad (5.82)$$

Подставляя выражения для работ в (5.1), получим дифференциальное уравнение

$$\frac{\pi\mu R^2}{6} \ddot{z} = -P_{\text{пр}} + P(t). \quad (5.83)$$

Начальные условия. Так же, как и ранее, считаем начальное перемещение $z(0) = z_0 = 0$. Начальную скорость $\dot{z}(0) = \dot{z}_0$ определим из условия равенства кинетической энергии T области S_n непосредственно перед и сразу после образования шарниров пластичности. Энергию перед их образованием можно приближенно найти, пренебрегая влиянием сил инерции, т.е. считая, что при динамическом и статическом нагружении они образуются при одной и той же величине нагрузки $P(t) = P_{\text{пр}}$. Необходимо рассчитать по методу конечных элементов движение плиты под действием нагрузки и найти скорости точек плиты $\dot{w}(x, y)$ в момент времени t_n , когда нагрузка достигает значения $P_{\text{пр}}$, а по ним – кинетическую энергию:

$$T = \frac{\mu}{2} \iint_{S_n} \dot{w}^2(x, y) dx dy = \frac{\mu J}{2}. \quad (5.84)$$

Через J здесь обозначен двойной интеграл, который можно вычислить по схеме, приведенной в разд. 4.1.4. Начальную скорость можно также вычислить, приняв, что энергия T равна кинетической энергии не области S_n , а всей плиты в момент образования шарнира пластичности. В этом случае T определяется таким же образом, как в предыдущих разделах, в том числе и с помощью упрощенной схематизации плиты в виде линейного осциллятора. Такое предположение дает начальную скорость, а следовательно, и величину неупругих перемещений плиты с запасом. Наконец, есть приближенный, более простой способ – свести плиту к системе с одной степенью свободы (линейному осциллятору) и вычислить его энергию. Способ такого преобразования дан в разд. 4.1.2, а для случая приложения силы в центре плиты – в табл. 4.2.

Теперь найдем кинетическую энергию области S_n после образования шарниров пластичности. Площадь dS кольца шириной dr на расстоянии r от вершины конуса (рис. 5.18,б) вычисляется согласно (5.80). Скорость точки на этом расстоянии

$$v(r) = \dot{z}_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right). \quad (5.85)$$

Следовательно, кинетическая энергия кольца

$$dT = \frac{1}{2} v^2(r) \mu dS(r) = 2\pi r \mu \dot{z}_0^2 \left(1 - \frac{r}{R}\right)^2 dr, \quad (5.86)$$

а кинетическая энергия всей области S_n

$$T = \int_0^R dT = 2\pi \mu \dot{z}_0^2 \int_0^R r \left(1 - \frac{r}{R}\right)^2 dr = \dot{z}_0^2 \frac{\pi \mu R^2}{6}. \quad (5.87)$$

Приравняв (5.84) и (5.87), найдем начальную скорость:

$$\dot{z}_0 = \sqrt{\frac{3J}{\pi R^2}}. \quad (5.88)$$

Проверка прочности плиты. После нахождения максимального перемещения z_{\max} следует определить угол поворота в кольцевом шарнире:

$$\psi_{\max} = \frac{z_{\max}}{R}. \quad (5.89)$$

Его предельное значение указано в гл. 1.

5.4.6. Железобетонные плиты иной формы и с другими граничными условиями

В [70, 79] приведены схемы излома плит разной конфигурации и при разных вариантах граничных условий (различных комбинациях защемления, шарнирного опирания, свободном крае на разных гранях плиты, при закрепленных и незакрепленных углах). Дифференциальные уравнения движения, позволяющие вычислить величину их неупругих перемещений, выводятся так же, как и ранее.

5.5. Расчеты при схематизации конструкции в виде упругопластического осциллятора

5.5.1. Предварительные замечания

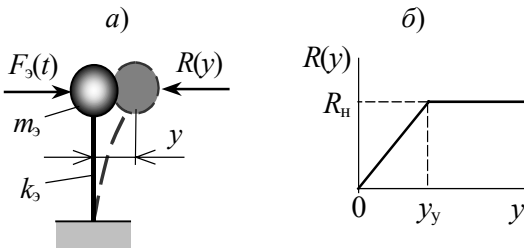


Рис. 5.19. Упругопластический осциллятор:
 а – эквивалентная масса, жесткость и нагрузка;
 б – реакция «пружины»

После образования в конструкции шарниров пластичности она превращается в систему с одной степенью свободы. Поэтому во многих случаях удобно выполнять динамический расчет, представив конструкцию в виде эквивалентного упругопластического

осциллятора, показанного на рис. 5.19,а. Реакция его «пружины» $R(y)$ изменяется по диаграмме Прандтля (рис. 5.19,б). Способы выполнения такой схематизации при упругих деформациях конструкций были описаны в разд. 4.1. Характеристики осциллятора за пределами упругих деформаций можно получить из уравнений, приведенных в предыдущих разделах настоящей главы. Процедура расчета продемонстрирована далее на нескольких примерах расчетов балок и плит.

5.5.2. Шарнирно опертая балка

На стадии упругих перемещений, т.е. при $y \leq y_y$, эквивалентную массу осциллятора $m_{эу}$, жесткость $k_{эу}$ и нагрузку $F_{эу}(t)$ можно вычислить, как в разд. 4.1. При простейших нагрузках они приведены в табл. 4.2.

После образования шарнира пластичности неупругое перемещение равно y_n . Эквивалентные масса и нагрузка, а также реакция «пружины» определяются из уравнений (5.9)–(5.11). Эквивалентная масса $m_{эн}$ – это коэффициент при \ddot{y}_n в уравнении (5.9):

$$m_{эн} = \frac{\mu l}{3}. \quad (5.90)$$

Реакция «пружины» R_n постоянна (рис. 5.19) и выражается первыми, не зависящими от перемещения и времени членами в правых частях (5.10) и (5.11):

$$R_n = -\frac{M_{np}l}{a(l-a)}. \quad (5.91)$$

Остальные члены в правых частях – это эквивалентная нагрузка

$$F_{эн}(t) = \frac{1}{a} \sum_{0 \leq s_i \leq a} P_i(t) s_i + \frac{1}{l-a} \sum_{a < s_i \leq l} (l-s_i) P_i(t) + p(t) \left[\frac{1}{a} \int_0^a x \eta(x) dx + \frac{1}{l-a} \int_a^l (l-x) \eta(x) dx \right], \quad (5.92)$$

или, при равномерно распределенной нагрузке,

$$F_{эн}(t) = \frac{1}{a} \sum_{0 \leq s_i \leq a} P_i(t) s_i + \frac{1}{l-a} \sum_{a < s_i \leq l} (l-s_i) P_i(t) + \frac{l}{2} p(t). \quad (5.93)$$

Пример 1. Продемонстрируем использование схематизации в виде эквивалентного осциллятора на примере расчета на воздействие ВУВ железобетонной стеновой панели с размерами: длина $l = 6$ м, ширина $b = 1.8$ м. Панель можно рассматривать как шарнирно опертую балку с жесткостью $EJ = 0.44 \cdot 10^8$ Нм² и погонной массой $\mu = 1000$ кг/м. При достижении изгибающим моментом пре-

дельного значения $M_{пр} = 0.16 \cdot 10^6$ Нм в ней будут развиваться неупругие перемещения.

Нагрузка на панель представляет собой треугольный импульс с вертикальным фронтом (импульс типа 3 на рис. 4.4), давлением на фронте $\Delta p = 3.5 \cdot 10^4$ Па и длительностью $\tau = 0.02$ с. Умножив на ширину панели, получим закон изменения погонной нагрузки на балку (рис. 5.20):

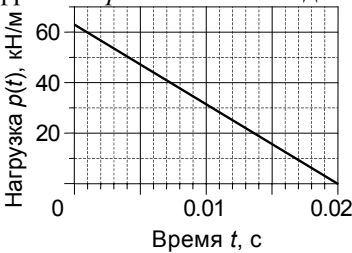


Рис. 5.20. Расчетная нагрузка на балку

По длине балки нагрузка распределена равномерно.

$$p(t) = 0.63 \cdot 10^5 \left(1 - \frac{t}{0.02} \right), \text{ Н/м.}$$

Сначала определим параметры эквивалентного осциллятора в упругой стадии. По табл. 4.2 находим,

что для шарнирно опертой балки с распределенной нагрузкой эквивалентная масса

$$m_{эу} = 0.504 \mu l = 0.504 \cdot 1000 \cdot 6 = 3024, \text{ кг;}$$

эквивалентная жесткость

$$k_{эу} = 49.15 \frac{EJ}{l^3} = 49.15 \frac{0.44 \cdot 10^8}{6^3} = 0.1 \cdot 10^8, \text{ Н/м;}$$

эквивалентная нагрузка

$$F_{эу} = 0.64 l p(t) = 0.64 \cdot 6 \cdot 0.63 \cdot 10^5 \left(1 - \frac{t}{0.02} \right) = 0.24 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{t}{0.02} \right), \text{ Н.}$$

Эквивалентная собственная частота осциллятора

$$\omega_{эу} = \sqrt{\frac{k_{эу}}{m_{эу}}} = \sqrt{\frac{0.1 \cdot 10^8}{3024}} = 57.5, \text{ рад/с.}$$

Определим перемещение осциллятора в упругой стадии. Закон движения $y(t)$ при данном виде импульса приведен в табл. 4.3. Он выражается через перемещение $y_{ст}$ упругого осциллятора при статическом приложении максимального значения силы $F_{эу}$:

$$y_{ст} = \frac{F_{эу}}{k_{эу}} = \frac{0.24 \cdot 10^6}{0.1 \cdot 10^8} = 0.024, \text{ м.}$$

Закон движения осциллятора при $t \leq 0.02$ с, т.е. в течение действия нагрузки

$$y(t) = y_{ст} \left(1 - \frac{t}{\tau} + \frac{\sin \omega_{эу} t}{\omega_{эу} \tau} - \cos \omega_{эу} t \right) =$$

$$= 0.024 \cdot \left(1 - \frac{t}{0.02} + \frac{\sin 57.5t}{1.15} - \cos 57.5t \right), \text{ м.}$$

После окончания действия силы, т.е. при $t > 0.02$ с, перемещение выражается формулой (4.50). Будем пренебрегать затуханием. Тогда эта формула преобразуется к виду

$$\begin{aligned} y(t) &= y_{\text{ст}} \left[\left(\frac{\sin \omega_{\text{эп}} \tau}{\omega_{\text{эп}} \tau} - \cos \omega_{\text{эп}} \tau \right) \cos \omega_{\text{эп}} (t - \tau) + \right. \\ &+ \left. \left(-\frac{1}{\omega_{\text{эп}} \tau} + \frac{\cos \omega_{\text{эп}} \tau}{\omega_{\text{эп}} \tau} + \sin \omega_{\text{эп}} \tau \right) \sin \omega_{\text{эп}} (t - \tau) \right] = \\ &= 0.024 \cdot [0.385 \cos 57.5(t - 0.02) + 0.398 \sin 57.5(t - 0.02)]. \end{aligned}$$

Перемещение осциллятора $y(t)$ изображено на рис. 5.21. Определим его значение, при котором образуется шарнир пластичности, т.е. оканчивается упругая и начинается неупругая работа осциллятора. Неупругая реакция «пружины» вычисляется согласно (5.91). При равномерно распределенной нагрузке максимальный момент достигается в середине пролета, т.е. при $a = l/2$, где и образуется шарнир пластичности. Подставляя величины в (5.91), найдем

$$R_{\text{н}} = \frac{M_{\text{нп}} l}{0.5l(l - 0.5l)} = \frac{0.16 \cdot 10^6 \cdot 6}{0.25 \cdot 6^2} = 0.107 \cdot 10^6 \text{ Н.}$$

Этой силе соответствует величина упругого перемещения

$$y_y = \frac{R_{\text{н}}}{k_{\text{эп}}} = \frac{0.107 \cdot 10^6}{0.1 \cdot 10^8} = 0.107 \cdot 10^{-1} \text{ м} = 1.07 \text{ см.}$$

Это значение достигается в момент времени $t = t^* = 0.023$ с. При этом скорость осциллятора

$$\begin{aligned} \dot{y}(t^*) &= 0.024 \cdot (-0.385 \cdot 57.5 \sin 57.5(0.023 - 0.02) + \\ &+ 0.398 \cdot 57.5 \cos 57.5(0.023 - 0.02)) = 0.54 \text{ м/с.} \end{aligned}$$

Поскольку в момент образования шарнира пластичности скорость не равна нулю, будут развиваться неупругие перемещения.

Движение осциллятора в неупругой стадии. Поскольку в момент начала неупругих перемещений внешняя нагрузка отсутству-

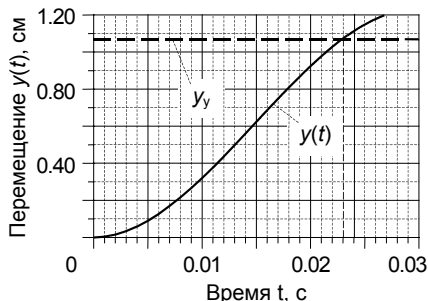


Рис. 5.21. Перемещение осциллятора

ет, движение будет происходить по инерции. Обозначим неупругое перемещение y_n и будем отсчитывать время t_1 от его начала.

Дифференциальное уравнение движения

$$m_{эн} \ddot{y}_n = -R_n,$$

где $m_{эн}$ – эквивалентная масса, определяемая согласно (5.90),

$$m_{эн} = \frac{\mu l}{3} = 2000 \text{ кг};$$

R_n – реакция «пружины», которая определена ранее, $R_n = -107 \cdot 10^6 \text{ Н}$.

Подставив эти значения, получаем уравнение в виде

$$2000 \ddot{y}_n = -0.107 \cdot 10^6,$$

или

$$\ddot{y}_n = -53.5.$$

Таким образом, движение является равнозамедленным. Начальные условия

$$y_{n0} = 0; \dot{y}_{n0} = \dot{y}(0.023) = 0.54 \text{ м/с}.$$

Интегрирование дифференциального уравнения дает

$$\dot{y}_n = \dot{y}_{n0} - 53.5 t_1 = 0.54 - 53.5 t_1;$$

$$y_n = y_{n0} + \dot{y}_{n0} t_1 - \frac{53.5 t_1^2}{2} = 0 + 0.54 t_1 - 26.75 t_1^2.$$

Приравняв нулю скорость \dot{y}_n , найдем, что движение прекратится в момент времени

$$t_1^* = 0.01 \text{ с}.$$

Неупругое перемещение при движении по инерции составит

$$y_n = 0.54 \cdot 0.01 - 26.75 \cdot 0.01^2 = 0.273 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Проверим достаточность **несущей способности панели** по Российским нормам [29]. Коэффициент пластичности

$$K = \frac{y_y + y_n}{y_y} = \frac{0.107 \cdot 10^{-1} + 0.273 \cdot 10^{-2}}{0.107 \cdot 10^{-1}} = 1.25.$$

Согласно [29] для сохранения несущей способности должно выполняться условие $K \leq 3$ (см. гл. 1). Таким образом, *несущая способность панели достаточна*.

Сделаем **два замечания**.

1. В рассмотренном примере шарнир пластичности образовался уже после окончания действия нагрузки. Если он образуется еще во время ее действия в момент времени t^* , то неупругая стадия распадается на два этапа.

На *первом этапе* на осциллятор действует внешняя нагрузка и неупругое сопротивление «пружины» R_n . Если обозначить неупругое перемещение через $y_{н1}$ и вести отсчет времени t_1 от начала этапа, то дифференциальное уравнение движения имеет вид

$$\ddot{y}_{н1} = F'_{зy}(t_1) - R_n,$$

где $F'_{зy}(t_1)$ – нагрузка, представляющая собой «остаток» исходной нагрузки $F_{зy}(t)$, т.е.

$$F'_{зy}(t_1) = F_{зy}(t - t^*).$$

Дифференциальное уравнение следует интегрировать, считая начальное неупругое перемещение равным нулю, а начальную скорость равной скорости в конце упругой стадии.

Второй этап появится, если скорость осциллятора не обратилась в ноль до конца действия нагрузки. В этом случае необходимо вычислить неупругое перемещение и скорость в момент ее окончания. Дальнейшее движение по инерции определяется так же, как в рассмотренном примере.

2. Процедура вычисления неупругих перемещений металлических конструкций – та же, что и железобетонных. Единственным отличием является задание предельного момента $M_{пр}$, соответствующего образованию шарнира пластичности: он вычисляется по формуле (5.33) с использованием пластического момента сопротивления $W_{пл}$. При проверке несущей способности конструкции следует использовать допускаемые величины коэффициента пластичности для металлических конструкций, приведенные в гл. 1.

5.5.3. Балка с заделкой и шарнирной опорой

Такую балку, как и шарнирно опертую, можно представить в виде упругопластического осциллятора. Отличие заключается в том, что здесь образуются два шарнира пластичности – на опоре и в пролете, и если это происходит не одновременно, то характеристика «пружины» (зависимость «перемещение–сила») имеет не один, а два перелома – по числу шарниров (рис. 5.22).

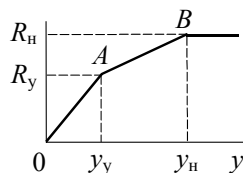


Рис. 5.22. Реакция «пружины»

Первый перелом (точка A) соответствует окончанию упругой стадии работы. Для ее определения следует выполнить статический расчет упругой балки на приложенные к ней нагрузки и найти перемещение, при котором достигается предельный момент. Координата y_y равна этому перемещению. Сила R_y в точке A определяется через эквивалентную жесткость k_{31} для балки с шарниром и заделкой, вычисляемую в соответствии с разд. 4.1; для балки с постоянными параметрами жесткость k_{31} приведена в табл. 4.2. Сила

$$R_y = k_{31} y. \quad (5.94)$$

Участок AB представляет собой «упругопластическую» стадию, когда один шарнир пластичности уже образовался, но часть балки остается упругой (см. рис. 5.3 или 5.4), и ее перемещения препятствуют как собственной жесткости, так и момент в шарнире пластичности. Наклон характеристики «пружины» эквивалентного осциллятора на этой стадии уменьшается. Концу этого участка, точке B , соответствует сила R_n , являющаяся сопротивлением перемещению осциллятора в неупругой стадии, т.е. после образования обоих шарниров пластичности. Она представляет собой первый, не зависящий от времени и перемещения член в (5.23) и (5.24):

$$R_n = \frac{M''_{np} l + M'_{np} (l - a)}{a(l - a)}, \quad (5.95)$$

где M'_{np} и M''_{np} – предельные моменты соответственно в пролете и на опоре (см. рис. 5.4).

Чтобы найти другую координату точки B , перемещение y_n , необходимо, в принципе, выполнить динамический расчет части балки, остающейся упругой, добавив к действующим на нее силам предельный момент на конце и считая начальные скорости точек балки равными скоростям в конце упругой стадии деформации (см. разд. 5.3.2). Но такой расчет является достаточно трудоемким, и его можно избежать, применив какой-либо из описанных далее приближенных способов.

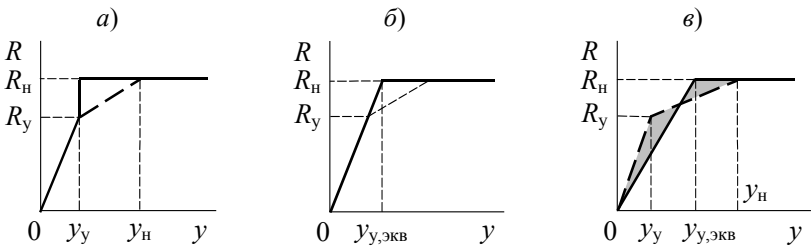


Рис. 5.23. Способы приближенного задания характеристики «пружины» эквивалентного осциллятора:

a – упругопластическая стадия не учитывается; b – не учитывается снижение жесткости в упругопластической стадии; v – эквивалентная упругая характеристика

Первый из них – определить наклон участка AB , пренебрегая влиянием момента в уже образовавшемся шарнире пластичности. В этом случае надо принять по табл. 4.2 эквивалентную жесткость k_{32} для упругой части балки соответствующего вида (шарнирно опертой, если первый шарнир образовался в заделке, или консольной, если в пролете). Тогда перемещение y_n вычисляется по формуле

$$y_{\text{н}} = y_y + \frac{R_{\text{н}} - R_y}{k_{32}}. \quad (5.96)$$

Другой способ, показанный на рис. 5.23,а, равносильно допущению, что после образования первого шарнира пластичности немедленно образуется и второй, т.е. балка скачком переходит в неупругую стадию деформации. Здесь «упругопластическая» стадия исключена вовсе.

Еще один вариант – считать, что вплоть до перехода в неупругую стадию жесткость «пружины» остается такой же, как в упругой (рис. 5.23,б). При этом вид характеристики пружины становится аналогичным шарнирно опертой балке (см. рис. 5.19), но с эквивалентным упругим перемещением, равным $y_{y,\text{экв}}$.

Наконец, можно принять характеристику пружины, как для шарнирно опертой балки, но со сниженной жесткостью (рис. 5.23,в). Наклон упругой части характеристики задается исходя из условия сохранения площади под линией «сила–перемещение» (равенства затененных площадей), т.е. сохранения работы упругой деформации. Правда, для задания этого приближения необходимо знать перемещение $y_{\text{н}}$, ради избавления от вычисления которого и используется приближенная характеристика. Но в данном случае можно, например, задать значение $y_{\text{н}}$, найденное первым способом, т.е. без учета влияния момента в уже образовавшемся шарнире пластичности. Разумеется, замена ломаной характеристики прямолинейным участком не повышает точность аппроксимации, но упрощает дальнейший расчет перемещений осциллятора.

При использовании приближенных характеристик «пружины» дальнейший расчет упругопластического осциллятора выполняется, в целом, так же, как в случае для шарнирно опертой балки (разд. 5.5.2). Сначала следует выполнить расчет перемещений и скоростей в упругой стадии. Эквивалентная масса m_3 , жесткость «пружины» осциллятора k_{31} и нагрузка F_3 вычисляются в соответствии с разд. 4.1.2. Для балки с постоянными параметрами при простейших нагрузках они приведены в табл. 4.2. Методика динамического расчета при произвольной нагрузке изложена в разд. 2.1.2. Для нагрузок, представляющих собой импульсы, законы перемещений осциллятора приведены в разд. 4.3. Если использована приближенная схематизация «пружины» по рис. 5.23,а, то расчет выполняется до того момента времени, когда будет достигнуто перемещение y_y , а для схем на рис. 5.23,б,в – до перемещения $y_{y,\text{экв}}$. В этот момент времени надо найти скорость осциллятора, которая служит начальной скоростью $\dot{y}_{\text{н}0}$ при расчете неупругих перемещений.

Процедура расчета неупругих перемещений после образования обоих шарниров пластичности практически не отличается от расчета шарнирно опертой балки, описанного в разд. 5.5.2. Как и там, эк-

вивалентная масса $m_{эн}$ вычисляется по формуле (5.90). Сила R_n найдена ранее; нагрузка $F_{эн}$ выражается суммой членов, за исключением R_n , в правых частях (5.23) и (5.24). В более подробном рассмотрении этой процедуры нет необходимости.

Критерием отказа балки в соответствии с Российскими нормами [29] (см. гл. 1) является превышение допускаемой величины углов поворота в шарнирах пластичности. Эти углы определяются в результате расчета балки в неупругой области и вычисляются по формулам (5.25) и (5.26).

Вернемся к заданию приближенных характеристик «пружины» осциллятора. Оценим влияние этих приближений на результат расчета. Согласно нормам [29], у балок с одной или двумя заделками проверка сохранения работоспособности производится по углам поворота в шарнирах пластичности. Они будут тем больше, чем больше кинетическая энергия балки при переходе в неупругую стадию. В свою очередь, эта энергия тем больше, чем меньше поглощено энергии в упругой и упругопластической стадиях.

Но при всех предложенных приближениях площадь под наклонной частью характеристики «пружины», т.е. работа упругой деформации, меньше, чем у исходной характеристики в упругой и упругопластической стадиях. Следовательно, эти приближения дадут величину неупругих перемещений с запасом.

5.5.4. Балка с двумя заделками

Схематизация балки в виде упругопластического осциллятора выполняется так же, как ранее. Если три шарнира пластичности (на двух опорах и в пролете) образуются не одновременно, то характеристика «пружины» осциллятора на упруго-

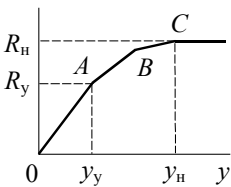


Рис. 5.24. Реакция «пружины»

эквивалентная масса $m_{эн}$ вычисляется согласно (5.90). Сила сопротивления «пружины» R_n выражается первым слагаемым в правых частях (5.33) и (5.34):

$$R_n = \frac{1}{a(l-a)} [M''_{np}l + (M'_{np} + M'''_{np})(l-a)]. \quad (5.97)$$

Остальные члены в правых частях (5.33) и (5.34) представляют собой эквивалентную нагрузку $F_{эн}$.

Характеристику «пружины» в упругопластической стадии можно приближенно представить одним из способов, показанных на

рис. 5.23. В этом случае процедура расчета перемещений осциллятора ничем не отличается от описанной в разд. 5.5.3, и здесь она не рассматривается.

5.5.5. Железобетонная шарнирно опертая плита при равномерно распределенной нагрузке

В соответствии с обозначениями в предыдущих разделах, где рассматривались неупругие перемещения плит, будем обозначать перемещение не через u , как в разд. 5.5.2–5.5.4, а через z . При схематизации железобетонной плиты в виде эквивалентного упругопластического осциллятора его перемещение распадается на три стадии: упругую, упругопластическую и неупругую. Такая же картина имела место для балок с одной или двумя заделками, за исключением следующего отличия. В балках шарниры пластичности образуются мгновенно, поэтому характеристика «пружины» имеет от одного до трех четко выраженных переломов, соответствующих появлению каждого из шарниров. В плите же шарниры формируются постепенно, и поэтому в диапазоне перемещений, при которых это происходит (упругопластическая стадия), характеристика пружины является криволинейной (рис. 5.25).

Параметры эквивалентного осциллятора достаточно просто определить для первой, упругой, и третьей, неупругой, стадий. Для упругой стадии способы этого даны в разд. 4.1.2, а для простейших плит – в табл. 4.2. Поскольку согласно Российским нормам [29] несущая способность плиты определяется только по величине неупругих перемещений, то упругая и упругопластическая стадии представляют интерес только для установления начальной скорости в момент перехода в неупругую.

В неупругой стадии перемещение $z(t)$ описывается дифференциальным уравнением (5.55) и формулой (5.56). Из них находим, что эквивалентная масса

$$m_{\text{эн}} = \frac{\mu ab}{3}; \quad (5.98)$$

сопротивление «пружины»

$$R_{\text{н}} = 4 \left(m_{x,\text{нр}} \frac{a}{b} + m_{y,\text{нр}} \operatorname{tg} \gamma \right); \quad (5.99)$$

эквивалентная нагрузка

$$F_{\text{эн}} = \frac{ab}{2} p(t); \quad (5.100)$$

все обозначения – те же, что в (5.55) и (5.56).

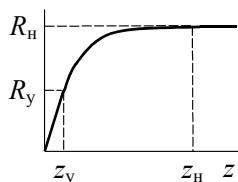


Рис. 5.25. Реакция «пружины» эквивалентного осциллятора для плиты

Криволинейный участок характеристики «пружины» осциллятора можно приближенно заменить по одному из способов, показанных на рис. 5.23. В этом случае процедура расчета перемещений осциллятора для плиты ничем не отличается от той, что была использована для балок. Продемонстрируем ее на примере.

Пример 2. Определим несущую способность прямоугольной железобетонной плиты с размерами $a = 6$ м, $b = 4$ м и толщиной $h = 0.3$ м; масса единицы площади $\mu = 660$ кг/м². Плита выполнена из бетона класса В30 (марка М400), модуль упругости бетона $E = 0.36 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0.2$. Для продольного армирования использована арматура класса А-III. Армирование вдоль обеих боковых граней плиты одинаково и составляет 0.14 % у наружной и внутренней поверхностей. Погонные предельные моменты в шарнирах пластичности $m_{x,пр} = m_{y,пр} = m_{пр} = 0.12 \cdot 10^6$ Нм/м.

На плиту действует равномерно распределенная нагрузка от ВУВ с максимальным давлением $p = 1 \cdot 10^6$ Па и длительностью $\tau = 0.02$ с, изменяющаяся по закону

$$p(t) = 1 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{t}{0.02} \right) \text{ Па}$$

(см. разд. 4.2, импульс типа 3).

Сначала определим движение эквивалентного осциллятора **в упругой стадии**. Его параметры приведены в табл. 4.2. Эквивалентная масса

$$m_{\text{эу}} = 0.25 \mu a b = 3960 \text{ кг,}$$

а эквивалентная нагрузка

$$F_3 = 0.405 a b p(t) = 0.405 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{t}{0.02} \right) = 0.972 \cdot 10^7 \left(1 - \frac{t}{0.02} \right) \text{ Н.}$$

Цилиндрическая жесткость плиты

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} = \frac{0.36 \cdot 10^{11} \cdot 0.3^3}{12(1 - 0.2^2)} = 0.84 \cdot 10^8 \text{ Нм.}$$

Эквивалентная жесткость осциллятора

$$k_{\text{эу}} = \frac{\pi^4 D a b}{4} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 = \frac{\pi^4 0.84 \cdot 10^8 \cdot 6 \cdot 4}{4} \left(\frac{1}{6^2} + \frac{1}{4^2} \right)^2 = 0.4 \cdot 10^9 \text{ Нм.}$$

Эквивалентная круговая собственная частота

$$\omega_{\text{эу}} = \sqrt{\frac{k_{\text{эу}}}{m_{\text{эу}}}} = \sqrt{\frac{0.4 \cdot 10^9}{3960}} = 317.8 \text{ рад/с.}$$

Схема шарниров пластичности в плите изображена на рис. 5.14. Угол наклона шарниров γ найдем по формулам (5.35) и (5.36):

$$\kappa = \frac{m_{x, \text{нр}}}{m_{y, \text{нр}}} = 1; \quad \lambda = \frac{a}{b} = 1.5;$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\lambda}{\sqrt{\kappa(3\lambda^2 + \kappa) - \kappa}} = \frac{1.5}{\sqrt{1 \cdot (3 \cdot 1.5^2 + 1) - 1}} = 0.577.$$

Заменим упругопластический участок реакции «пружины» согласно варианту на рис. 5.23, б. Для этого необходимо знать неупругую реакцию «пружины» $R_{\text{н}}$. Она вычисляется по формуле (5.99), которая после элементарного преобразования получает вид

$$R_{\text{н}} = 4m_{\text{нр}} \left(\frac{a}{b} + \operatorname{tg} \gamma \right) = 4 \cdot 0.12 \cdot 10^6 (1 + 0.577) = 0.76 \cdot 10^6 \text{ Н.}$$

Перемещение $z_{y, \text{экр}}$, до которого деформация считается упругой,

$$z_{y, \text{экр}} = \frac{R_{\text{н}}}{k_{zy}} = \frac{0.76 \cdot 10^6}{0.4 \cdot 10^9} = 0.0019 \text{ м.}$$

Время окончания упругой стадии и скорость осциллятора в этот момент времени найдем с помощью приведенного в табл. 4.3 закона движения $z_y(t)$ при данном виде импульса. Он определяется через перемещение $z_{\text{ст}}$, которое получил бы линейно-упругий осциллятор при статическом приложении максимального значения $F_{\text{э}}$:

$$z_{\text{ст}} = \frac{F_{\text{э, max}}}{k_{zy}} = \frac{0.972 \cdot 10^7}{0.4 \cdot 10^9} = 0.0243 \text{ м.}$$

Закон перемещений при $t \leq \tau = 0.02 \text{ с}$

$$\begin{aligned} z_y(t) &= z_{\text{ст}} \left(1 - \frac{t}{\tau} + \frac{\sin \omega_{zy} t}{\omega_{zy} \tau} - \cos \omega_{zy} t \right) = \\ &= 0.0243 \cdot \left(1 - \frac{t}{0.02} + \frac{\sin 317.8t}{6.356} - \cos 317.8t \right) \text{ м.} \end{aligned}$$

Перемещение $z_y(t)$ показано на рис. 5.26. Оно достигает значения $z_{y, \text{экр}} = 0.0019 \text{ м}$, при котором оканчиваются упругие перемещения и начинаются неупругие, в момент времени $t = 0.00127 \text{ с}$, т.е. до окончания действия нагрузки.

Скорость осциллятора найдем, продифференцировав закон перемещений:

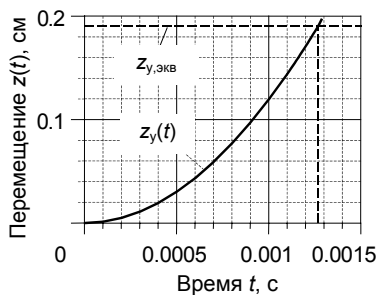


Рис. 5.26. Перемещение осциллятора

$$\begin{aligned}\dot{z}_y(t) &= z_{ст} \left(1 - \frac{1 - \cos \omega_{\text{эу}} t}{\tau} + \omega_{\text{эу}} \sin \omega_{\text{эу}} t \right) = \\ &= 0.0243 \cdot \left(1 - \frac{1 - \cos 317.8t}{0.02} + 317.8 \sin 317.8t \right) \text{ м/с.}\end{aligned}$$

Скорость в момент времени $t = 0.00127$ с (конец упругой и начало неупругой стадии)

$$\dot{z}_y(0.00127) = 3.02 \text{ м/с.}$$

Поскольку скорость отличается от нуля, рассмотрим **движение осциллятора в неупругой стадии**. Перемещение обозначим z_n .

Эквивалентная масса вычисляется по формуле (5.98)

$$m_{\text{эн}} = \frac{\mu ab}{3} = \frac{660 \cdot 4 \cdot 6}{3} = 5280 \text{ кг.}$$

Будем отсчитывать время t_1 с момента начала неупругих деформаций. Значение нагрузки на плиту при переходе в неупругую стадию получим, подставив в закон изменения нагрузки $t = 0.00127$ с. Оно равно $0.94 \cdot 10^6$ Па, оставшаяся длительность действия нагрузки составляет ≈ 0.019 с. Следовательно, при $0 \leq t_1 \leq 0.019$ с нагрузка подчиняется закону

$$p(t_1) = 0.94 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{t_1}{0.019} \right) \text{ Па,}$$

а затем равняется нулю. Эквивалентная нагрузка на осциллятор при $0 \leq t_1 \leq 0.019$ с вычисляется согласно (5.100):

$$F_{\text{эн}}(t_1) = \frac{ab}{2} p(t_1) = \frac{6 \cdot 4}{2} \cdot 0.94 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{t_1}{0.019} \right) = 0.113 \cdot 10^7 \left(1 - \frac{t_1}{0.019} \right).$$

Дифференциальное уравнение движения в неупругой стадии аналогично рассмотренному в примере 1:

$$m_{\text{эн}} \ddot{z}_n = -R_n + F_{\text{эн}}(t_1).$$

Подставляя значения, получим

$$5280 \ddot{z}_n = -0.76 \cdot 10^6 + 0.113 \cdot 10^7 \left(1 - \frac{t_1}{0.019} \right),$$

или

$$\ddot{z}_n = 70.08 - 11264 t_1.$$

Начальные условия:

$$z_{0н} = 0; \quad \dot{z}_{0н} = \dot{z}_y(0.00127) = 3.2 \text{ м/с.}$$

Интегрируя это уравнение, найдем скорость и перемещение

$$\dot{z}_n(t_1) = \dot{z}_{0n} + 70.08t_1 - \frac{11264t_1^2}{2} = 3.2 + 70.08t_1 - 5632t_1^2;$$

$$z_n(t_1) = z_{0n} + 0.049t_1 - \frac{43.48t_1^2}{2} - \frac{4097.1t_1^3}{3} = 0.49t_1 - 21.74t_1^2 - 1365.7t_1^3.$$

В момент окончания действия нагрузки $t_1 = 0.019$ с

$$\dot{z}_n(0.019) = 2.5 \text{ м/с}; \quad z_n(0.019) = 0.06 \text{ м.}$$

Поскольку по окончании действия нагрузки скорость больше нуля, движение продолжится по инерции с указанными начальными условиями. Будем отсчитывать время t_2 от начала этого этапа. Дифференциальное уравнение движения

$$5280\ddot{z}_n = -R_n = -0.76 \cdot 10^6,$$

или

$$\ddot{z}_n = -143.9$$

(равнозамедленное движение). Интегрирование дает

$$\dot{z}_n(t_2) = 2.5 - 143.9t_2;$$

$$z_n(t_2) = 0.06 + 2.5t_2 - \frac{143.9t_2^2}{2} = 0.06 + 2.5t_2 - 71.97t_2^2.$$

Приравняв нулю скорость, найдем, что движение прекратится в момент времени

$$t_2 = 0.0174 \text{ с.}$$

Максимальное неупругое перемещение

$$z_n(t_2) = 0.06 + 2.5 \cdot 0.0174 - 71.97 \cdot 0.0174^2 = 0.082 \text{ м.}$$

Оценим **несущую способность плиты**. В соответствии с нормами [29] она проверяется по величинам углов поворота в шарнирах пластичности (см. гл. 1). Углы поворота по отношению к осям x и y вычисляются так же, как вариации по формулам (5.48), (5.52) и (5.52). Поскольку армирование вдоль обеих осей одинаково, проверку следует производить по наибольшему из углов. Он вычисляется по формуле (5.48)

$$\psi_{1x} = \frac{4z_n}{b} = \frac{4 \cdot 0.082}{4} = 0.082.$$

Допускаемый нормами [29] угол поворота в шарнире $\psi_{пр}$ находим по формуле (1.10) в зависимости от относительной высоты сжатой зоны бетона ξ^1 . Для рассматриваемой плиты $\xi^1 = 0.009$. При этом значении

$$\psi_{пр} = 0.2 > \psi_{1x} = 0.082.$$

Таким образом, *несущая способность плиты достаточна*.

5.5.6. Железобетонная защемленная по контуру плита при равномерно распределенной нагрузке

Процедура расчета упругих и неупругих перемещений эквивалентного осциллятора для такой плиты ничем не отличается от рассмотренной в разд. 5.5.5.

Для упругой стадии эквивалентная масса $m_{эу}$, жесткость $k_{эу}$ и сила $F_{эу}$ определяются в соответствии с разд. 4.1.2 или по табл. 4.2.

Расчет в неупругой стадии основан на уравнениях, приведенных в разд. 5.4.3. Эквивалентная масса $m_{эн}$ вычисляется согласно (5.98), а эквивалентная сила – (5.100). Неупругое сопротивление «пружины» представляет собой первые два слагаемых в (5.71):

$$R_n = 4 \left(m_{x,нп} \frac{a}{b} + m_{y,нп} \operatorname{tg} \gamma \right) + 2 \left(am'_{x,нп} + bm'_{y,нп} \right). \quad (5.101)$$

Все обозначения те же, что в разд. 5.4.3.

5.5.7. Железобетонная шарнирно опертая по контуру плита при сосредоточенной нагрузке

Последовательность расчета для такой плиты также аналогична разд. 5.5.5. Для упругой стадии, как и раньше, эквивалентная масса $m_{эу}$, жесткость $k_{эу}$ и сила $F_{эу}$ определяются в соответствии с разд. 4.1.2, а в случае приложения нагрузки в центре плиты – по табл. 4.2.

Неупругий расчет основан на уравнениях разд. 5.4.4. Эквивалентная масса $m_{эн}$ вычисляется согласно (5.98). Неупругое сопротивление «пружины» равно сумме в скобках в правой части (5.72):

$$R_n = m_{x,нп} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\cos \gamma_i} + m_{y,нп} \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\sin \gamma_i}. \quad (5.102)$$

Эквивалентная сила, действующая на осциллятор, равна сосредоточенной нагрузке, приложенной к плите,

$$F_s = P(t). \quad (5.103)$$

Обозначения те же, что в разд. 5.4.4.

5.5.8. Железобетонная защемленная по контуру плита при сосредоточенной нагрузке

В целом процедура неупругого расчета аналогична рассмотренной ранее, но с небольшими особенностями, указанными далее.

Параметры эквивалентного упругого осциллятора для данного закрепления плиты и сосредоточенной нагрузки можно рассчитать в соответствии с разд. 4.1.2. Для случая приложения нагрузки в центре плиты они приведены в табл. 4.2.

Как сказано ранее, упругая и упругопластическая стадии рассматриваются только с целью определения начальной скорости при движении в неупругой стадии. Если рассчитать эту скорость, пола-

гая, что нагрузка приложена в центре, то и она, и неупругие перемещения будут получены с запасом.

Процедура расчета неупругих перемещений для данного случая в целом не отличается от рассмотренной в разд. 5.5.5 и 5.5.6. В ее основе лежат уравнения, приведенные в разд. 5.4.5. Из дифференциального уравнения (5.83) следует, что эквивалентная масса

$$m_3 = \frac{\pi \mu R^2}{6}; \quad (5.104)$$

неупругое сопротивление «пружины», найденное согласно (5.76) и (5.83),

$$R_n = P_{np} = 2\pi(m_{np} + m'_{np}). \quad (5.105)$$

Эквивалентная сила равна сосредоточенной нагрузке, приложенной к плите,

$$F_3 = P(t). \quad (5.106)$$

Все обозначения те же, что в разд. 5.4.5.

5.6. Заключительное замечание

Ранее отмечалось, что при выполнении неупругого расчета конструкций, особенно плит, по схемам с шарнирами пластичности приходится принимать ряд допущений и упрощений. Они подробно обсуждались в соответствующих разделах.

Вследствие этого, а также ввиду достаточной условности самого понятия «пластический шарнир» результаты таких расчетов являются приближенными. Потому в проектируемых на их основе конструкциях следует предусматривать достаточные запасы.

Глава 6

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА КРАТКОВРЕМЕННЫЕ НАГРУЗКИ

На практике иногда не требуется знать закон движения конструкции под действием динамической нагрузки, а необходимо определить только ее максимальное перемещение, по которому оценивается несущая способность. Один из способов получения такого результата – квазистатический расчет с использованием коэффициента динамичности, описанный в гл. 4. Однако его можно выполнить только для упругих конструкций.

В случае действия кратковременной нагрузки можно найти максимальное перемещение конструкции, причем как линейной, так и нелинейной, исходя из энергетических соображений.

В настоящей главе описан энергетический метод расчета конструкций на кратковременную нагрузку, заданную импульсом силы. Перемещения конструкции определяются с помощью общей теоремы динамики – об изменении количества движения, а также закона сохранения энергии.

6.1. Скорости точек системы при действии кратковременной силы

Напомним теорему об изменении количества движения материальной точки, с помощью которой определяются скорости точек конструкции по окончании действия кратковременной силы.

Если на материальную точку действует сила $P(t)$, длительность которой t_k очень мала, то движение точки зависит не столько от закона изменения силы, сколько от ее интегральной характеристики – *импульса силы*, равного

$$I = \int_0^{t_k} P(t) dt, \text{ Н}\cdot\text{с}. \quad (6.1)$$

Численно импульс равен площади под графиком «время–сила».

Движение точки характеризуется *количеством движения*

$$q = mv, \quad (6.2)$$

где m – масса; v – скорость точки.

Теорема об изменении количества движения материальной точки (или теорема импульсов) утверждает, что изменение ее количества движения равно импульсу силы:

$$q_k - q_n = I, \quad (6.3)$$

где q_n – количество движения до начала действия силы, а q_k – по его окончании. С учетом (6.2) это выражение записывается в виде

$$m(v_k - v_n) = I, \quad (6.4)$$

где v_n – скорость точки до начала, а v_k – по окончании действия силы.

Определим, пользуясь данной теоремой, скорости точек конструкции при кратковременной нагрузке, заданной посредством импульса силы. Но прежде всего подчеркнем, что описанный далее способ применим только при малой длительности силы. Обычно считают, что хорошая точность получается, если она не превосходит 10% (максимум 20÷25%) от периода колебаний системы по первой моде.

На рис. 6.1,а изображена дискретная система, на которую действует кратковременная сила $P(t)$, распределенная между точками j, \dots, k . На каждую из них действует часть этой силы $a_j P(t), \dots, a_k P(t)$, так что $a_j + \dots + a_k = 1$. Импульс силы равен I . Соответственно, импульсы сил, действующих на каждую из точек, $a_j I, \dots, a_k I$. Скорости точек по окончании действия силы определяются согласно (6.4). Поскольку они используются далее в качестве начальных условий для расчета движения конструкции после окончания действия силы, будем, в отличие от (6.4), обозначать их не v_k , а v_0 :

$$v_{0j} = \frac{a_j}{m_j} I, \dots, v_{0k} = \frac{a_k}{m_k} I. \quad (6.5)$$

Будем считать, что до начала действия силы система находилась в покое, т.е. перемещения и скорости всех ее точек равнялись нулю. Длительность силы очень мала, поэтому можно считать, что за время ее действия перемещения не изменились, т.е. по-прежнему равны нулю. Таким образом, по окончании действия силы система находится в следующем состоянии: перемещения всех точек равны нулю; скорости точек j, \dots, k вычисляются согласно (6.5), а остальных равны нулю.

Принцип определения скоростей точек непрерывной системы при действии кратковременной распределенной нагрузки продемонстрируем на примере балки, изображенной на рис. 6.1,б. Пусть погонная масса балки зависит от координаты x и равна $\mu(x)$ (кг/м).

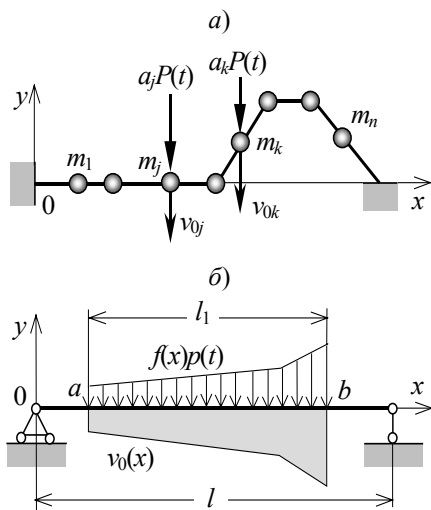


Рис. 6.1. Действие кратковременной силы на конструкцию:

a – сила, распределенная между несколькими дискретными массами; v – распределенная нагрузка на непрерывную систему

На балку действует кратковременная нагрузка $p(t)$ (Н/м) с погонным импульсом i (Н·с/м). Она распределена на интервале $a \leq x \leq b$ согласно закону $f(x)$ (максимальное значение $f_{\max} = 1$). Таким образом, в точке с координатой x действует нагрузка $f(x)p(t)$ (Н/м), а погонный импульс (т.е. импульс силы на единице длины) в этой точке равен $if(x)$ (Н·с/м). Тогда, согласно (6.5), скорости точек балки на интервале приложения нагрузки после окончания ее действия подчиняются закону

$$v_0(x) = \frac{if(x)}{\mu(x)}, \quad (6.6)$$

а вне этого интервала равны нулю. Если масса балки μ постоянна, а нагрузка распределена равномерно, т.е. $f(x) \equiv 1$, то на интервале ее приложения скорость

$$v_0 = \frac{i}{\mu}. \quad (6.7)$$

Перемещения точек за время действия нагрузки не изменяются, т.е. остаются равными нулю.

Если импульс i не зависит от координаты x , то нахождение скорости v_0 упрощается. Умножим числитель и знаменатель (6.7) на длину интервала l_1 , на котором приложена нагрузка (см. рис. 6.1,б):

$$v_0 = \frac{il_1}{\mu l_1}. \quad (6.8)$$

Числитель этой дроби представляет собой импульс суммарной нагрузки, а знаменатель – массу интервала l_1 . Таким образом, скорость определяется, как для эквивалентной точки с массой, равной массе интервала, на котором приложена нагрузка, при действии суммарного импульса.

Аналогично определяются скорости и перемещения точек пластинки или оболочки. Отличие состоит лишь в том, что под $\mu(x,y)$ понимается масса единицы площади (кг/м^2) и импульс $if(x,y)$ (Н·с/м²) также распределен по площади. Скорости точек

$$v_0(x, y) = \frac{if(x, y)}{\mu(x, y)}. \quad (6.9)$$

Если распределение массы и импульс постоянны, то, как и для балки, скорость равна скорости точки с суммарной массой, на которую действует суммарный импульс.

По окончании действия кратковременной нагрузки конструкция совершает свободные колебания. Для того чтобы определить в ней внутренние усилия, можно задать найденные ранее скорости точек в качестве начальных условий и рассчитать движение конструкции методами, описанными в гл. 2 и 3.

Однако если интерес представляет не закон движения конструкции, а только максимальные перемещения и соответствующие значения внутренних усилий, то их можно вычислить более простым способом, воспользовавшись законом сохранения энергии.

6.2. Процедура расчета конструкций энергетическим методом

Идею расчета энергетическим методом продемонстрируем на простейшем примере – линейном консервативном осцилляторе с массой m и жесткостью k . На массу действует кратковременная сила с импульсом I (рис. 6.2). Кинетическая энергия массы после окончания действия нагрузки

$$T = \frac{1}{2}mv_0^2. \quad (6.10)$$

Подставив выражение скорости через импульс силы, получим

$$T = \frac{1}{2}m\left(\frac{I}{m}\right)^2 = \frac{I^2}{2m}. \quad (6.11)$$

Пусть максимальное перемещение осциллятора равно x . Его потенциальная энергия

$$U = \frac{1}{2}kx^2. \quad (6.12)$$

Приравняв кинетическую и потенциальную энергию, найдем *максимальное перемещение*

$$x = \frac{I}{\sqrt{mk}}. \quad (6.13)$$

При свободных колебаниях линейного консервативного осциллятора максимальное перемещение равно амплитуде A , вычисляемой согласно (2.8). Если начальные условия $x_0 = 0$; $\dot{x}_0 = v_0$, то

$$A = \frac{v_0}{\omega}, \quad (6.14)$$

где ω – круговая собственная частота, рад/с. Легко показать, что такое же перемещение получается и по формуле (6.13):

$$x = \frac{I}{\sqrt{mk}} = \frac{I}{\sqrt{m^2k}} = \frac{I}{\sqrt{m^2\omega^2}} = \frac{I}{m\omega} = \frac{v_0}{\omega}. \quad (6.15)$$

Аналогичным образом можно, в принципе, определить максимальные перемещения и дискретной системы с n степенями свободы, однако при этом придется принять ряд дополнительных допущений. Гораздо проще выполнить расчет, сведя конструкцию к сис-

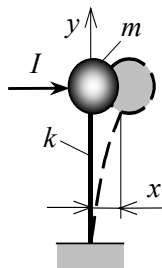


Рис. 6.2. Действие импульса силы на осциллятор

теме с 1 степенью свободы (осциллятору). Ниже этот способ продемонстрирован на нескольких примерах.

6.3. Примеры расчета с использованием схематизации в виде осциллятора

6.3.1. Предварительные замечания

Для выполнения динамического расчета конструкции энергетическим методом ее следует представить в виде системы с одной степенью свободы. Способы такой схематизации линейных систем описаны в разд. 4.1, а в случае упругопластических деформаций балок и плит с образованием шарниров пластичности – в гл. 5. Процедура такого расчета ниже продемонстрирована на примерах балок и плит при равномерно распределенной нагрузке. При других нагружениях и граничных условиях расчеты выполняются аналогично.

6.3.2. Шарнирно опертая балка

Проверим несущую способность железобетонной стеновой панели под действием ВУВ (рис. 6.3,а). Нагрузка на панель – равномерно распределенное давление с импульсом $i_+ = 400$ Па·с.

Размеры панели: длина $l = 6$ м, ширина $b = 1.8$ м, толщина $s = 0.25$ м, момент инерции сечения $J = 2.34 \cdot 10^{-3}$ м⁴. Модуль упругости материала $E = 0.19 \cdot 10^{11}$ Н/м², масса погонного метра постоянна и равна $\mu = 900$ кг/м. В панели возможно развитие неупругих перемещений (обоснование этого, выполненное в соответствии с гл. 1, для краткости опустим).

Предельный изгибающий момент, при котором заканчивается упругая и начинается неупругая стадия работы, $M_{\text{пр}} = 0.16 \cdot 10^6$ Нм.

При таких размерах панели ее можно схематизировать как шарнирно опертую балку. В свою очередь, заменим балку эквивалентным упругопластическим осциллятором, масса которого сосредоточена в середине пролета (рис. 6.3,а). Значения эквивалентной массы и жест-

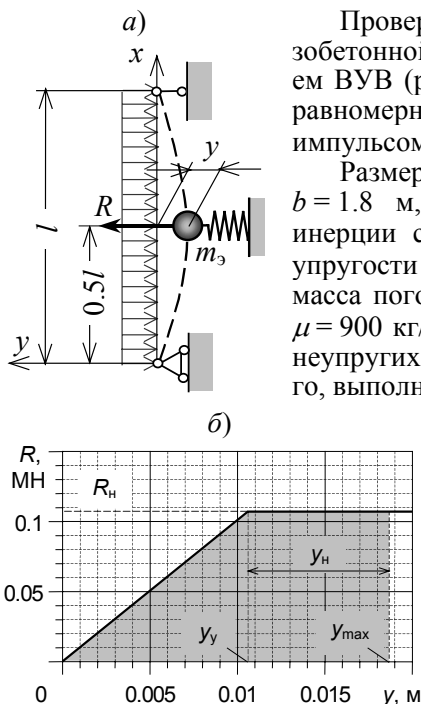


Рис. 6.3. Схематизация шарнирно опертой панели в виде эквивалентного осциллятора:

а – замена панели эквивалентным осциллятором; б – характеристика «пружины» (зависимость «перемещение–сила»)

кости в упругой стадии при равномерно распределенной нагрузке приведены в табл. 4.2:

$$m_{\text{э}y} = 0.504 \mu l = 0.504 \cdot 900 \cdot 6 \approx 2722 \text{ кг}, \quad (6.16)$$

$$k_{\text{э}y} = 49.15 \frac{EJ}{l^3} = 49.15 \frac{0.19 \cdot 10^{11} \cdot 2.34 \cdot 10^{-3}}{6^3} = 0.101 \cdot 10^8 \text{ Н/м}. \quad (6.17)$$

Построим характеристику «пружины» осциллятора (зависимость «перемещение–сила»). Ее реакция R приложена к массе, т.е. в середине пролета. При неупругой работе она вычисляется по формуле (5.100) через величину предельного момента в балке $M_{\text{пр}} = 0.16 \cdot 10^6 \text{ Нм}$, соответствующую окончанию упругой стадии работы. Для силы, приложенной в середине пролета, эта формула дает

$$R_{\text{н}} = \frac{4M_{\text{пр}}}{l} = \frac{4 \cdot 0.16 \cdot 10^6}{6} = 0.107 \cdot 10^6 \text{ Н}. \quad (6.18)$$

Окончанию упругой стадии соответствует перемещение y_y :

$$y_y = \frac{R_{\text{н}}}{k_{\text{э}y}} = \frac{0.107 \cdot 10^6}{0.101 \cdot 10^8} = 0.0106 \text{ м}. \quad (6.19)$$

Полученная характеристика «пружины» представлена на рис. 6.3,б. Собственная круговая частота осциллятора

$$\omega_{\text{э}y} = \sqrt{\frac{k_{\text{э}y}}{m_{\text{э}y}}} = \sqrt{\frac{0.101 \cdot 10^8}{2722}} = 60.9 \text{ рад/с}, \quad (6.20)$$

а период его колебаний

$$T_{\text{э}y} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{60.9} = 0.1 \text{ с}. \quad (6.21)$$

Будем считать, что продолжительность действия нагрузки меньше 0.01 с , т.е. не превосходит $0.1T$. Тогда в соответствии с разд. 6.1.2 для нахождения движения осциллятора можно воспользоваться теоремой об изменении количества движения.

Дальнейшую оценку несущей способности выполним в соответствии с процедурой, описанной в разд. 6.2. Импульс давления ВУВ на панель $i_+ = 400 \text{ Па}\cdot\text{с}$. В соответствии с табл. 4.2, эквивалентная сила для шарнирно опертой балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой p , $F_3 = 0.64pl$. Следовательно, эквивалентный импульс силы, действующей на осциллятор,

$$I_3 = 0.64i_+ lb = 0.64 \cdot 400 \cdot 6 \cdot 1.8 \approx 2765 \text{ Н}\cdot\text{с}. \quad (6.22)$$

Кинетическая энергия в нулевой момент времени вычисляется согласно (6.11):

$$T = \frac{I_3^2}{2m_3} = \frac{2765^2}{2 \cdot 2722} \approx 1404 \text{ Нм}. \quad (6.23)$$

Эта энергия должна быть поглощена за счет работы деформации «пружины» осциллятора A , которая численно равна площади под графиком характеристики «пружины». Пусть величина неупругих перемещений равна y_n (рис. 6.3,б). Тогда работа деформации (на рис. 6.3,б она затенена)

$$A = R_n \left(\frac{y_y}{2} + y_n \right). \quad (6.24)$$

Приравняв (6.23) и (6.24), найдем

$$y_n = \frac{T}{R_n} - \frac{y_y}{2} = \frac{1404}{0.107 \cdot 10^6} - \frac{0.0106}{2} = 7.8 \cdot 10^{-3} \text{ м}. \quad (6.25)$$

По российским нормам [29] (см. гл. 1) несущую способность шарнирно опертой балки проверяют по величине коэффициента пластичности:

$$K = \frac{y_y + y_n}{y_y} = \frac{0.0106 + 7.8 \cdot 10^{-3}}{0.0106} = 1.74. \quad (6.26)$$

Поскольку $K < 3$, согласно нормам [29] *несущая способность панели при заданной нагрузке достаточна*.

При меньшей величине импульса давления i_+ исходная кинетическая энергия T может оказаться меньше площади под наклонной частью характеристики «пружины» на рис. 6.3,б, т.е. балка остается упругой. В этом случае необходимо найти y_{\max} из условия

$$y_{\max} = \sqrt{\frac{2T}{k_3}}. \quad (6.27)$$

После этого надо определить реакцию «пружины» R_{\max} , соответствующую этому максимальному перемещению, по графику на рис. 6.3,б или с помощью соотношения

$$R_{\max} = k_3 y_{\max}. \quad (6.28)$$

Сила R_{\max} равна эквивалентной статической нагрузке F_3 , которая вызывает перемещение осциллятора y_{\max} . В соответствии с данными табл. 4.2 нагрузка F_3 связана с реальной равномерно распределенной нагрузкой p соотношением

$$R_{\max} = F_3 = 0.64pl. \quad (6.29)$$

Следовательно, перемещению y_{\max} соответствует нагрузка на балку

$$p = \frac{R_{\max}}{0.64l}. \quad (6.30)$$

Статически приложив ее к балке, найдем в ней максимальный момент и поперечную силу.

6.3.3. Балка с заземленными концами

Проверим несущую способность той же железобетонной стеновой панели, что в примере 1, но заземленной по концам, при действии ВУВ с импульсом давления $i_+ = 800$ Па·с. В панели возможно развитие неупругих перемещений, которые начинаются при достижении изгибающих моментами следующих предельных значений: на опорах $M_{np}^{(2)} = M_{np}^{(3)} = 0.2 \cdot 10^6$ Нм, а в середине пролета $M_{np}^{(1)} = 0.16 \cdot 10^6$ Нм. Относительная высота сжатой зоны бетона: в пролете $\xi_{д(1)} = 0.31$, на опорах $\xi_{д(2)} = \xi_{д(3)} = 0.34$. Относительная высота сжатой зоны и предельные моменты установлены по нормам [29] в зависимости от прочности материалов и размеров сечения (см. гл. 1). Для краткости их вычисление не приводится.

Заменим балку эквивалентным упруго-пластическим осциллятором с массой в середине пролета (рис. 6.4,а). Согласно табл. 4.2, при равномерно распределенной нагрузке величины эквивалентной массы и жесткости для балки с заземленными концами в упругой стадии деформации:

$$m_{3y} = 0.406 \mu l = 0.406 \cdot 900 \cdot 6 \approx 2192 \text{ кг}, \quad (6.31)$$

$$k_{31} = \frac{204.8 EJ}{l^3} = \frac{204.8 \cdot 0.19 \cdot 10^{11} \cdot 2.34 \cdot 10^{-3}}{6^3} = 0.422 \cdot 10^8 \text{ Н/м}. \quad (6.32)$$

Собственная круговая частота осциллятора

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_{31}}{m_{3,y}}} = \sqrt{\frac{0.422 \cdot 10^8}{2192}} = 138.75 \text{ рад/с}. \quad (6.33)$$

Период колебаний балки по первой моде

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{138.75} = 0.045 \text{ с}. \quad (6.34)$$

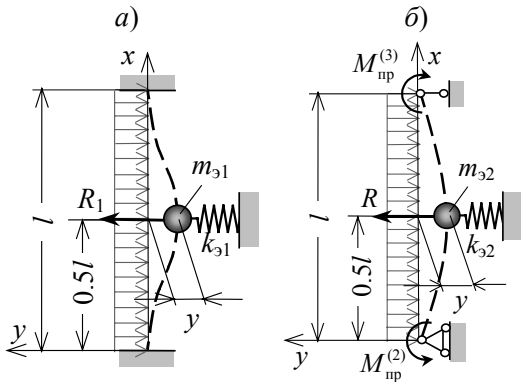


Рис. 6.4. Схематизация панели с заземленными концами в виде эквивалентного осциллятора: а – эквивалентный упругий осциллятор до образования шарниров пластичности на опорах; б – то же после их образования

жесткости для балки с заземленными концами в упругой стадии деформации:

В соответствии с разд. 6.1.2, движение осциллятора можно рассчитывать с помощью теоремы об изменении количества движения, если продолжительность действия нагрузки не превосходит $0.1T$. Будем считать, что это требование выполняется.

Построим характеристику «пружины» осциллятора, для чего сначала определим последовательность образования шарниров пластичности.

При равномерно распределенной нагрузке q изгибающий момент в середине пролета

$$M^{(1)} = \frac{ql^2}{24}, \quad (6.35)$$

а на защемленных концах

$$M^{(2)} = M^{(3)} = \frac{ql^2}{12}. \quad (6.36)$$

Как видно, моменты на концах вдвое больше момента в пролете. Значит, предельные моменты на опорах будут достигнуты раньше, чем в пролете. В той же последовательности образуются и шарниры пластичности. Поэтому характеристика «пружины» эквивалентного осциллятора имеет два перелома, соответствующие образованию шарниров (рис. 6.5).

Жесткость k_{31} задает наклон отрезка OA на характеристике. Для нахождения координаты y_1 точки A воспользуемся выражением для перемещения в середине пролета

$$y = \frac{5ql^4}{384EJ}. \quad (6.37)$$

С помощью (6.36) его можно выразить через момент на опоре

$$y = \frac{M^{(2)}l^2}{32EJ}. \quad (6.38)$$

Следовательно, координата

$$y_1 = \frac{M_{пр}^{(2)}l^2}{32EJ} = \frac{0.2 \cdot 10^6 \cdot 6^2}{32 \cdot 0.19 \cdot 10^{11} \cdot 2.34 \cdot 10^{-3}} = 0.506 \cdot 10^{-2} \text{ м}. \quad (6.39)$$

Сила, соответствующая образованию шарниров на опорах,

$$R_1 = k_{31}y_1 = 0.422 \cdot 10^8 \cdot 0.506 \cdot 10^{-2} = 0.214 \cdot 10^6 \text{ Н}. \quad (6.40)$$

После появления шарниров на опорах начинается «упругопластическая» стадия деформации панели: она превращается в упругую шарнирно опертую балку, на концах которой действуют постоянные моменты $M_{пр}^{(2)}$ и $M_{пр}^{(3)}$ (участок AB на рис. 6.4,б). На этой стадии перемещениям эквивалентной массы препятствует как изгибная же-

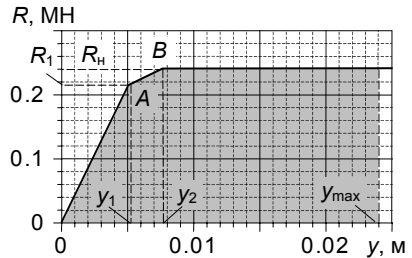


Рис. 6.5. Характеристика «пружины» осциллятора

сткость самой балки, так и эти моменты. Точный учет их влияния представляет определенную сложность. Приближенные способы, с помощью которых можно представить характеристику «пружины», были рассмотрены в разд. 5.5.3. Используем первый из них: при определении наклона участка AB будем пренебрегать моментами на опорах балки. Тогда жесткость «пружины» на этой стадии определяется, как для шарнирно опертой балки (см. пример 1):

$$k_{32} = \frac{49.15EJ}{l^3} = \frac{49.15 \cdot 0.19 \cdot 10^{11} \cdot 2.34 \cdot 10^{-3}}{6^3} = 0.101 \cdot 10^8 \text{ Н/м.} \quad (6.41)$$

Эта жесткость представляет собой тангенс угла наклона участка AB на рис. 6.5.

Реакция «пружины» при неупругой работе R_n (горизонтальная часть характеристики) вычисляется по формуле (5.107), в которой, поскольку шарнир пластичности находится в середине пролета, следует положить $a = l/2$:

$$\begin{aligned} R_n &= \frac{M_{np}^{(1)}l + (M_{np}^{(2)} + M_{np}^{(3)})(l-a)}{a(l-a)} = \frac{4M_{np}^{(1)} + 2(M_{np}^{(2)} + M_{np}^{(3)})}{l} = \\ &= 4 \cdot \frac{0.16 \cdot 10^6 + 0.2 \cdot 10^6}{6} = 0.24 \cdot 10^6 \text{ Н.} \end{aligned} \quad (6.42)$$

Координату y_2 точки B находим как точку пересечения отрезка AB с горизонтальной частью характеристики:

$$\begin{aligned} y_2 &= y_1 + \frac{R_n - R_1}{k_{32}} = \\ &= 0.506 \cdot 10^{-2} + \frac{0.24 \cdot 10^6 - 0.214 \cdot 10^6}{0.101 \cdot 10^8} = 0.763 \cdot 10^{-2} \text{ м.} \end{aligned} \quad (6.43)$$

Полученная характеристика «пружины» изображена на рис. 6.5.

Максимальное перемещение осциллятора вычисляется так же, как в примере 1. При равномерно распределенной нагрузке p эквивалентная сила для балки с двумя заделками $F_3 = 0.533pl$. Эквивалентный импульс силы, действующей на осциллятор,

$$I_3 = 0.533i_+lb = 0.533 \cdot 800 \cdot 6 \cdot 1.8 \approx 4605 \text{ Н·с.} \quad (6.44)$$

Согласно (6.11), кинетическая энергия в нулевой момент

$$T = \frac{I_3^2}{2m_3} = \frac{4605^2}{2 \cdot 2192} \approx 4837 \text{ Нм.} \quad (6.45)$$

Обозначим через y_{\max} максимальное перемещение в середине пролета балки, равное сумме перемещений в упругой, упругопластической и пластической стадиях. Для вычисления y_{\max} приравняем кинетическую энергию T и площадь под характеристикой «пружины» (на рис. 6.5 она затенена):

$$T = \frac{R_1 y_1}{2} + \frac{(R_1 + R_n)(y_2 - y_1)}{2} + R_n (y_{\max} - y_2). \quad (6.46)$$

Отсюда находим

$$\begin{aligned} y_{\max} &= y_2 + \frac{1}{R_n} \left[T - \frac{R_1 y_1}{2} - \frac{(R_1 + R_n)(y_2 - y_1)}{2} \right] = \\ &= 0.763 \cdot 10^{-2} + \frac{1}{0.24 \cdot 10^6} \left[4837 - \frac{0.214 \cdot 10^6 \cdot 0.506 \cdot 10^{-2}}{2} - \right. \\ &\left. - \frac{(0.214 \cdot 10^6 + 0.24 \cdot 10^6)(0.763 \cdot 10^{-2} - 0.506 \cdot 10^{-2})}{2} \right] = 0.023 \text{ м.} \quad (6.47) \end{aligned}$$

Углы поворота в шарнирах пластичности для балки с защемленными концами приведены в разд. 5.3.3. На опорах они равны:

$$\varphi^{(2)} = \varphi^{(3)} = \frac{2y_{\max}}{l} = \frac{2 \cdot 0.024}{6} = 0.008 \text{ рад,} \quad (6.48)$$

а в шарнире посередине пролета

$$\varphi^{(1)} = 2\varphi^{(2)} = 0.016 \text{ рад.} \quad (6.49)$$

Проверим несущую способность панели по российским нормам [29] (см. гл. 1). В соответствии с ними угол поворота в шарнире не должен превышать допустимой величины

$$\Psi_{\text{пр}} = 0.035 + \frac{0.003}{\xi^{\Delta}}. \quad (6.50)$$

Значения допустимых углов на опорах

$$\Psi_{\text{пр}}^{(2)} = \Psi_{\text{пр}}^{(3)} = 0.035 + \frac{0.003}{\xi^{\Delta(1)}} = 0.035 + \frac{0.003}{0.34} = 0.044 \text{ рад,} \quad (6.51)$$

а в пролете

$$\Psi_{\text{пр}}^{(1)} = 0.035 + \frac{0.003}{\xi^{\Delta(1)}} = 0.035 + \frac{0.003}{0.31} = 0.045 \text{ рад.} \quad (6.52)$$

Сравнивая найденные углы поворота с допустимыми, находим

$$\varphi^{(2)} = \varphi^{(3)} = 0.008 < \Psi_{\text{пр}}^{(2)} = \Psi_{\text{пр}}^{(3)} = 0.044 \text{ рад;} \quad (6.53)$$

$$\varphi^{(1)} = 0.016 < \Psi_{\text{пр}}^{(1)} = 0.045 \text{ рад.} \quad (6.54)$$

Следовательно, *несущая способность панели достаточна.*

Если импульс давления i_+ настолько мал, что кинетическая энергия T численно не превосходит площадь треугольника OAy_1 на рис. 6.5, то это означает, что балка остается упругой. В этом случае внутренние усилия определяются так же, как для шарнирно опертой балки в разд. 6.3.2. Сначала следует найти максимальное перемещение u_{\max} из условия равенства кинетической энергии и площади под характеристикой «пружины» на участке OA :

$$y_{\max} = \sqrt{\frac{2T}{k_{\text{э1}}}}. \quad (6.55)$$

Далее следует вычислить значение реакции «пружины»

$$R_{\max} = k_{\text{э1}} y_{\max}. \quad (6.56)$$

Эта сила равна эквивалентной нагрузке, вызывающей такое перемещение массы осциллятора. Согласно табл. 4.2, для балки с двумя заделками эквивалентная и реальная равномерно распределенная нагрузки связаны соотношением

$$R_{\max} = F_{\text{э}} = 0.533pl. \quad (6.57)$$

Отсюда находим, что нагрузка на балку, соответствующая перемещению y_{\max} осциллятора,

$$p = \frac{R_{\max}}{0.533l}. \quad (6.58)$$

Статически приложив к балке эту нагрузку, найдем в ней максимальные внутренние усилия.

Характеристику «пружины» осциллятора можно также приближенно представить каким-либо другим способом (см. рис. 5.23). При этом процедура решения не будет отличаться от изложенной. Как было показано в разд. 5.5.3, при использовании любого из этих приближений площадь под наклонной частью характеристики, т.е. работа упругой деформации, меньше, чем у исходных характеристик в упругой и упругопластической стадиях деформации. Следовательно, часть исходной кинетической энергии, затраченная на упругую деформацию «пружины» осциллятора, будет меньше действительной, а потому все эти приближения дадут величину неупругих деформаций с запасом.

6.3.4. Шарнирно опертая плита

Процедуру расчета плиты энергетическим методом путем ее сведения к системе с одной степенью свободы (упругопластическому осциллятору) продемонстрируем на примере железобетонной стены, схематизированной как шарнирно опертая по контуру плита. Ее размеры: $a = 6$ м, $b = 4$ м, толщина $h = 0.25$ м (рис. 6.6,а). Модуль упругости бетона $E = 0.2 \cdot 10^{11}$ Н/м², коэффициент Пуассона $\nu = 0.2$, масса единицы площади $\mu = 525$ кг/м². Армирование – одинаковое вдоль обеих сторон. На плиту действует ВУВ с импульсом давления $i_+ = 1200$ Па·с. В ней возможны неупругие перемещения, начинающиеся при достижении предельных погонных изгибающих моментов, одинаковых вдоль обеих сторон: $m_{x,\text{пр}} = m_{y,\text{пр}} = 0.12 \cdot 10^6$ Нм/м. Относительная высота сжатой зоны бетона в сечениях вдоль x и y также одинакова: $\xi_x^{\text{п}} = \xi_y^{\text{п}} = 0.34$. Предельные моменты и высота сжатой зоны найдены по нормам [29] (см. гл. 1).

Заменяем плиту эквивалентным осциллятором. Для случая упругих перемещений и равномерно распределенной нагрузки его параметры приведены в табл. 4.2. Эквивалентная масса:

$$m_3 = 0.25 \mu ab = 0.25 \cdot 525 \cdot 6 \cdot 4 = 3150 \text{ кг.} \quad (6.59)$$

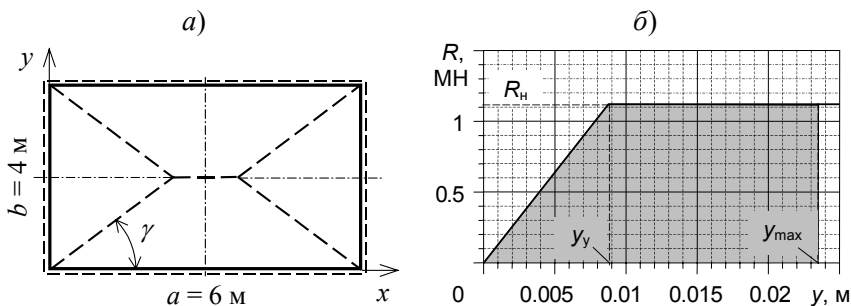


Рис. 6.6. Шарниро опертая по контуру плита:

a – размеры плиты и схема шарниров пластичности; b – характеристика «пружины» осциллятора

Вычислим согласно (3.111) цилиндрическую жесткость плиты

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{0.2 \cdot 10^{11} \cdot 0.25^3}{12(1-0.2^2)} = 0.27 \cdot 10^8 \text{ Нм.} \quad (6.60)$$

Эквивалентная жесткость осциллятора

$$k_3 = \frac{\pi^4 D ab}{4} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 = \frac{\pi^4 0.27 \cdot 10^8 \cdot 6 \cdot 4}{4} \left(\frac{1}{6^2} + \frac{1}{4^2} \right)^2 = 0.128 \cdot 10^9 \text{ Н/м.} \quad (6.61)$$

Жесткость k_3 представляет собой тангенс угла наклона характеристики «пружины» в упругой стадии. После ее окончания следует упругопластическая, где характеристика является криволинейной (см. разд. 5.5.5). Заменяем ее приближенной характеристикой по способу на рис. 5.23,б, т.е. будем считать, что жесткость «пружины» остается равной k_3 вплоть до перехода в неупругую стадию (до перемещения y_y на рис. 6.6,б). Согласно разд. 5.5.3, такая аппроксимация приводит к получению неупругих перемещений с запасом.

Для вычисления силы неупругого сопротивления R_n сначала определим положение шарниров пластичности (см. разд. 5.5.5). Угол их наклона γ (см. рис. 6.6,а) зависит от двух параметров:

$$k = \frac{m_{y, \text{нп}}}{m_{x, \text{нп}}} = \frac{0.12 \cdot 10^6}{0.12 \cdot 10^6} = 1; \quad \lambda = \frac{a}{b} = \frac{6}{4} = 1.5. \quad (6.62)$$

По формуле (5.42) находим

$$\text{tg } \gamma = \frac{\lambda}{\sqrt{k(3\lambda^2 + k) - k}} = \frac{1.5}{\sqrt{1 \cdot (3 \cdot 1.5^2 + 1) - 1}} = 0.84. \quad (6.63)$$

Сила неупругого сопротивления «пружины» вычисляется по формуле (5.111)

$$R_n = 4 \left(m_{x, \text{нр}} \frac{a}{b} + m_{y, \text{нр}} \operatorname{tg} \gamma \right) = 4 \cdot 0.12 \cdot 10^6 (1.5 + 0.84) = 0.112 \cdot 10^7 \text{ Н.} \quad (6.64)$$

Упругая стадия закончится при перемещении

$$y_y = \frac{R_n}{k_3} = \frac{0.112 \cdot 10^7}{0.128 \cdot 10^9} = 0.875 \cdot 10^{-2} \text{ м.} \quad (6.65)$$

Полученная характеристика «пружины» показана на рис. 6.6,б.

Собственная частота эквивалентного осциллятора, равная первой собственной частоте шарнирно опертой плиты (см. табл. 4.2),

$$f_1 = f_3 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\mu}} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1}{6^2} + \frac{1}{4^2} \right) \sqrt{\frac{0.27 \cdot 10^8}{525}} = 32.16 \text{ Гц.} \quad (6.66)$$

Период колебаний по первой моде

$$T_1 = \frac{1}{f_1} = 0.031 \text{ с.} \quad (6.67)$$

Будем считать, что длительность нагрузки существенно меньше T_1 , т.е. согласно разд. 6.1.2 применение теоремы импульсов возможно.

Определим начальную кинетическую энергию осциллятора. Согласно табл. 4.2, если на плиту действует равномерно распределенная нагрузка $p\varphi(t)$, на осциллятор действует эквивалентная сила $F_3 = 0.405abp\varphi(t)$. Следовательно, эквивалентный импульс силы

$$I_3 = 0.405i_+ ab = 0.405 \cdot 1200 \cdot 6 \cdot 4 = 11664 \text{ Н}\cdot\text{с.} \quad (6.68)$$

Кинетическая энергия в нулевой момент времени вычисляется согласно (6.11):

$$T = \frac{I_3^2}{2m_3} = \frac{11644^2}{2 \cdot 3150} = 21521 \text{ Нм.} \quad (6.69)$$

Эта энергия должна быть поглощена за счет работы деформации «пружины» осциллятора, численно равной площади A под характеристикой «пружины». Обозначим максимальное перемещение через y_{\max} . Тогда площадь A (на рис. 6.12,б она затенена):

$$A = R_n \left(y_{\max} - \frac{y_y}{2} \right). \quad (6.70)$$

Приравняв $A = T$, найдем максимальное перемещение

$$y_{\max} = \frac{y_y}{2} + \frac{T}{R_n} = \frac{0.875 \cdot 10^{-2}}{2} + \frac{21521}{0.112 \cdot 10^7} = 0.0236 \text{ м.} \quad (6.71)$$

Угол поворота в горизонтальном шарнире пластичности вычисляется по формуле, аналогичной (5.54),

$$\varphi_1 = 4y_{\max}/b = 0.0236 \text{ рад.} \quad (6.72)$$

Составляющие углов поворота в наклонных шарнирах пластичности вычисляются по формулам, аналогичным (5.57) и (5.58). Угол поворота относительно оси x

$$\varphi_{2x} = \frac{\varphi_1}{2} = 0.0118 \text{ рад,} \quad (6.73)$$

а относительно y

$$\varphi_{2y} = y_{\max} \frac{2}{b} \operatorname{tg} \gamma = 0.0236 \cdot \frac{2}{4} \cdot 0.84 = 0.001 \text{ рад.} \quad (6.74)$$

Оценим несущую способность плиты. Допустимая величина угла поворота в шарнире по российским нормам [29] (см. гл. 1)

$$\Psi_{\text{пр}} = 0.035 + \frac{0.003}{\xi^{\Delta}}. \quad (6.75)$$

Поскольку относительная высота сжатой зоны бетона в сечениях вдоль осей x и y одинакова, допустимые углы поворота $\Psi_{\text{пр},x}$ и $\Psi_{\text{пр},y}$ также одинаковы:

$$\Psi_{\text{пр},x} = \Psi_{\text{пр},y} = 0.035 + \frac{0.003}{0.34} = 0.044 \text{ рад.} \quad (6.76)$$

Сравнивая (6.76) и (6.73)–(6.74), видим, что углы поворота во всех шарнирах пластичности меньше допустимых величин. Следовательно, *несущая способность плиты достаточна*.

Если кинетическая энергия T численно не превосходит площадь под наклонной частью характеристики «пружины» на рис. 6.6,б, то плита остается упругой. В этом случае максимальные внутренние усилия в ней можно найти так же, как в разд. 6.3.2 и 6.3.3. Максимальное упругое перемещение y_{\max} определяется из условия численного равенства кинетической энергии и площади под характеристикой:

$$y_{\max} = \sqrt{2T/k_s}. \quad (6.77)$$

При этом перемещении максимальная реакция «пружины»

$$R_{\max} = k_s y_{\max}. \quad (6.78)$$

Далее, пользуясь зависимостью между R_{\max} и эквивалентной нагрузкой, приведенной в табл. 4.2, определим равномерно распределенную нагрузку, соответствующую этой силе,

$$p = \frac{R_{\max}}{0.405ab}. \quad (6.79)$$

Далее, чтобы найти максимальные внутренние усилия в плите, следует выполнить ее статический расчет на эту нагрузку по методу конечных элементов.

6.3.5. Защемленная по контуру плита

На рис. 6.7 показана защемленная по контуру железобетонная плита с теми же размерами и характеристиками материалов, как в разд. 6.3.4. Импульс давления ВУВ на плиту $i_+ = 2500$ Па·с. Погонные предельные моменты $m_{x,пр}$ и $m_{y,пр}$, при которых образуются шарниры пластичности в пролете, и $m'_{x,пр}$ и $m'_{y,пр}$, при которых они образуются на контуре, одинаковы: $m_{x,пр} = m_{y,пр} = m'_{x,пр} = m'_{y,пр} = 0.12 \cdot 10^6$ Нм/м. Относительная высота сжатой зоны бетона в пролете и на контуре также одинакова: $\xi_x^D = \xi_y^D = \xi^D = 0.34$.

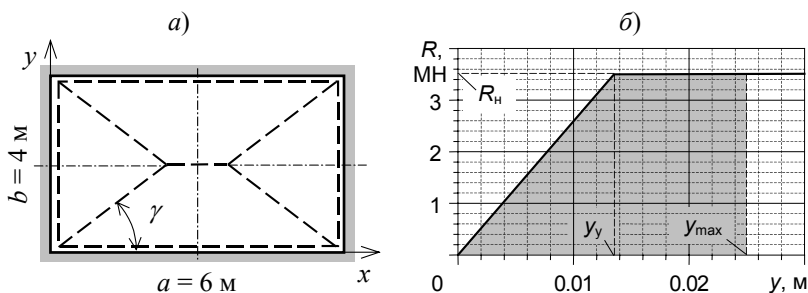


Рис. 6.7. Защемленная по контуру плита:

a – размеры плиты и схема шарниров пластичности; b – характеристика «пружины» эквивалентного осциллятора

Расчет защемленной по контуру плиты выполняется, в принципе, так же, как шарнирно опертой. Поэтому изложим его кратко.

Согласно табл. 4.2, в упругой стадии масса эквивалентного осциллятора при равномерно распределенной нагрузке

$$m_3 = 0.14 \mu a b = 0.14 \cdot 525 \cdot 6 \cdot 4 = 1764 \text{ кг.} \quad (6.80)$$

Цилиндрическая жесткость плиты не зависит от граничных условий, т.е. она такая же, как в разд. 6.3.4, а именно $D = 0.27 \cdot 10^8$ Нм. В соответствии с табл. 4.2, эквивалентная жесткость осциллятора

$$\begin{aligned} k_3 &= \frac{0.723 \pi^4 D}{ab} \left(\frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2} + 0.606 \right) = \\ &= \frac{0.723 \pi^4 0.27 \cdot 10^8}{6 \cdot 4} \left(\frac{6^4 + 4^4}{6^2 4^2} + 0.606 \right) = 0.26 \cdot 10^9 \text{ Н/м.} \quad (6.81) \end{aligned}$$

Построим характеристику «пружины» эквивалентного осциллятора (рис. 6.7, б). Ее «упругопластическую» стадию аппроксимируем так же, как в разд. 6.2.3. Пластическая стадия рассмотрена в разд. 5.4.3 и 5.5.6. Шарниры пластичности образуются как в пролете, так и на опорах (рис. 6.7, а). Их наклон определяется по формулам (5.74)–(5.76) и зависит от следующих параметров:

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{m_{y,\text{нп}}}{m_{x,\text{нп}}} = \frac{0.12 \cdot 10^6}{0.12 \cdot 10^6} = 1; & \lambda &= \frac{a}{b} = \frac{6}{4} = 1.5; \\
 \mu'_x &= \frac{m'_{x,\text{нп}}}{m_{x,\text{нп}}} = \frac{0.12 \cdot 10^6}{0.12 \cdot 10^6} = 1; & \mu'_y &= \frac{m'_{y,\text{нп}}}{m_{y,\text{нп}}} = \frac{0.12 \cdot 10^6}{0.12 \cdot 10^6} = 1; \\
 \beta &= \frac{1 + \mu'_y}{1 + \mu'_x} = 1; & k' &= \frac{m'_{y,\text{нп}}}{m'_{x,\text{нп}}} = \frac{0.12 \cdot 10^6}{0.12 \cdot 10^6} = 1.
 \end{aligned} \tag{6.82}$$

Тангенс угла наклона шарниров находим по формуле (5.75):

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\lambda}{\sqrt{k\beta(3\lambda^2 + k\beta)} - k\beta} = \frac{1.5}{\sqrt{1 \cdot 1 \cdot (3 \cdot 1.5^2 + 1 \cdot 1)} - 1 \cdot 1} = 0.84. \tag{6.83}$$

Силу неупругого сопротивления «пружины» вычислим по формуле (5.116):

$$\begin{aligned}
 R_{\text{н}} &= 4 \left(m_{x,\text{нп}} \frac{a}{b} + m_{y,\text{нп}} \operatorname{tg} \gamma \right) + 2 \left(a m'_{x,\text{нп}} + b m'_{y,\text{нп}} \right) = \\
 &= 0.12 \cdot 10^6 \left[4 \cdot \left(\frac{6}{4} + 0.84 \right) + 2 \cdot (6 + 4) \right] = 0.35 \cdot 10^7 \text{ Н}.
 \end{aligned} \tag{6.84}$$

Упругая стадия закончится при перемещении

$$y_y = \frac{R_{\text{н}}}{k_y} = \frac{0.35 \cdot 10^7}{0.26 \cdot 10^9} = 0.0135 \text{ м}. \tag{6.85}$$

Будем считать, что длительность нагрузки достаточно мала по сравнению с периодом колебаний по первой моде, т.е. пользоваться теоремой импульсов можно. Определим начальную кинетическую энергию осциллятора. Согласно табл. 4.2, если пластинка заделана по контуру, то при равномерно распределенной нагрузке $p\varphi(t)$ на осциллятор действует эквивалентная сила $F_3 = 0.25abp\varphi(t)$. Следовательно, эквивалентный импульс силы

$$I_3 = 0.25i_+ ab = 0.25 \cdot 2500 \cdot 6 \cdot 4 = 15000 \text{ Н}\cdot\text{с}. \tag{6.86}$$

Начальную кинетическую энергию найдем согласно (6.11):

$$T = \frac{I_3^2}{2m_3} = \frac{15000^2}{2 \cdot 1764} = 63776 \text{ Нм}. \tag{6.87}$$

Обозначим максимальное перемещение массы осциллятора через y_{max} . Тогда площадь A (на рис. 6.7,б затенена), численно равная работе деформации, равна:

$$A = R_{\text{н}} \left(y_{\text{max}} - \frac{y_y}{2} \right). \tag{6.88}$$

Приравняв эту работу кинетической энергии, находим

$$y_{\max} = \frac{y_y}{2} + \frac{T}{R_n} = \frac{0.0135}{2} + \frac{63776}{0.35 \cdot 10^7} = 0.025 \text{ м.} \quad (6.89)$$

Через y_{\max} вычисляются углы поворота в шарнирах пластичности по тем же формулам, как в разд. 6.3.4. Для проверки несущей способности плиты их следует сравнить с допускаемыми значениями, которые зависят от относительной высоты сжатой зоны данного сечения. Критерий отказа – превышение допускаемого угла хотя бы в одном из шарниров. Но в данной задаче высота сжатой зоны одинакова во всех сечениях. Поэтому проверку несущей способности плиты можно произвести только по наибольшему углу поворота, который достигается в центральном горизонтальном шарнире. Он вычисляется по формуле (6.116):

$$\varphi_1 = y_{\max} \frac{4}{b} = 0.025 \frac{4}{4} = 0.025 \text{ рад.} \quad (6.90)$$

По российским нормам [29] (см. гл. 1) допустимый угол поворота

$$\Psi_{\text{пр}} = 0.035 + \frac{0.003}{\xi^{\text{д}}} = 0.035 + \frac{0.003}{0.34} = 0.044. \quad (6.91)$$

Как видно, $\varphi_1 < \Psi_{\text{пр}}$, т.е. *несущая способность плиты достаточна*.

Если кинетическая энергия T численно не больше площади под наклонной частью характеристики «пружины» на рис. 6.7,б, то плита остается упругой. Эквивалентная равномерно распределенная нагрузка, на которую следует рассчитать плиту,

$$p = \frac{R_{\max}}{0.25ab}. \quad (6.92)$$

6.4. Заключительные замечания

Изложенный в настоящей главе энергетический метод динамического расчета конструкций позволяет достаточно просто определять их перемещения и внутренние усилия, особенно с применением схематизации в виде системы с одной степенью свободы. Однако при использовании этого способа надо учитывать, что, во-первых, он основан на теореме об изменении количества движения системы. Поэтому им можно пользоваться, только если длительность воздействия мала по сравнению с периодом колебаний конструкции по 1 моде (0.1, в крайнем случае, только для грубых оценок, $0.2 \div 0.25$ периода). Во-вторых, данный метод решения основан на использовании ряда допущений характеристики «пружины» осциллятора.

Поэтому при расчете конструкций энергетическим способом следует оставлять достаточные запасы. Если расчетные перемещения конструкции получаются близкими к предельным, то целесообразно проверить их другими, более точными методами расчета.

Часть II

НАГРУЗКИ НА СООРУЖЕНИЯ ПРИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Глава 7

РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ НА УДАРЫ ЖЕСТКИХ ТЕЛ

Летающие тела (иногда их именуют *снарядами*) образуются при различных природных и техногенных событиях, таких как падение самолета на здание АЭС, ураганы, торнадо, технологические аварии, взрывы и пр. Для защиты от их ударов необходимо правильно спроектировать и рассчитать строительные конструкции. Кроме того, у ответственных сооружений (например, у АЭС) требуется обеспечить работоспособность оборудования, находящегося внутри здания, при вызванных ударом колебаниях последнего.

Ударяемую конструкцию (стену здания, кожух турбины и пр.) называют *преградой* (иногда – *мишенью*). В результате удара деформируется и разрушается как преграда, так и само летающее тело. В зависимости от сравнительной величины их деформации тела можно условно разделить на два вида: *жесткие* и *легко деформируемые* (последние далее именуются *разрушающимися*). При ударах первых кинетическая энергия расходуется прежде всего на деформацию преграды, а само тело часто считают абсолютно твердым. Вторые при ударе о преграду сами частично или полностью разрушаются, т.е. их кинетическая энергия расходуется и на собственную деформацию, и на деформацию преграды.

Разумеется, такое разделение летающих тел достаточно условно и зависит от характера преграды и свойств тела. Так, при ударе самолета в достаточно тонкую стеновую панель часто можно пренебречь деформацией фюзеляжа, т.е. считать его абсолютно твердым. Но при ударе того же самолета в толстую железобетонную защитную оболочку АЭС недеформируемой часто считают ее и учитывают только деформацию фюзеляжа.

Методы расчета ударяемых конструкций зависят от того, к какой группе отнесено летающее тело. В случае разрушающегося тела обычно определяют зависимость нагрузки на преграду от времени, решая задачу о его смятии (см. гл. 8). Конструкцию рассчитывают на эту нагрузку обычными методами динамики сооружений.

В настоящей главе изложены способы расчета на удары тел другой группы – жестких. К ним относят, например, турбину оторвавшегося двигателя самолета, поднятую ветром торнадо металли-

ческую трубу, вылетевшую лопатку паровой турбины и пр. В зависимости от соотношения жесткости тела и преграды могут приниматься различные предположения относительно их деформируемости: и тело и преграда абсолютно твердые; тело деформируемое, а преграда абсолютно твердая; абсолютно твердое тело и деформируемая преграда. Эти варианты рассмотрены далее.

7.1. Удар абсолютно твердого тела в недеформируемую преграду

Наиболее простая схематизация ударяющего тела – считать его абсолютно твердым. Проблема соударения тел изучалась еще в XVII в. Марци, Гюйгенсом, Ньютоном. Они не рассматривали деформации тела и преграды явно, так как законы упругости материалов в то время были неизвестны (они были открыты Гуком позднее). Ньютон ввел понятие «коэффициента восстановления» при ударе, который равен отношению высоты отскока тела h^+ к высоте h , с которой оно падает на горизонтальную плоскость. Этот коэффициент определяется экспериментально и зависит от материалов соударяющихся тел, а также, как было установлено позднее, от скорости удара. Иногда такой подход используют и в наши дни. Но для расчета строительных конструкций он мало пригоден, поскольку, если считать и тело и преграду недеформируемыми, то задача становится неопределенной и нагрузку на преграду найти не удастся.

Неопределенность исчезает, если учесть податливость либо тела, либо преграды. Первый вариант рассмотрен в разд. 7.2, а второй – в гл. 11. Часто расчет строительных конструкций на удары абсолютно твердых летящих тел производится с применением эмпирических формул, которые приведены в разд. 7.3 и 7.4.

7.2. Удары линейно- и нелинейно-упругих тел в недеформируемую преграду

Ударам линейно- и нелинейно-упругих тел посвящено большое количество исследований, в которых использовались разные схематизации ударяющего тела, как дискретные, так и в виде систем с непрерывными параметрами. Историю исследований и краткое изложение результатов некоторых из них можно найти в [53, 84].

Сначала рассмотрим схематизацию тела в виде линейно-упругого призматического стержня. Преграда предполагается недеформируемой. Впервые задача в такой постановке была строго решена Сен-Венаном и Буссинеском. Это решение, хотя и обладает некоторыми недостатками, отмеченными далее, но тем не менее отчетливо демонстрирует принципиальную особенность протекания ударного процесса в системе с распределенными параметрами, а именно: его волновой характер. С разными вариантами этого решения можно по-

знакомится в [53, 84], поэтому подробно рассматривать его здесь не будем, а приведем только результаты.

Рассмотрим физическую картину процесса. В тот момент, когда стержень длиной l со скоростью v_0 ударяет в недеформируемую преграду (рис. 7.1,а), в нем от места удара начинает распространяться упругая волна сжатия. Ее фронт, т.е. граница между уже сжатой и еще не сжатой частями стержня, движется со скоростью c (рис. 7.1,б). За фронтом стержень равномерно сжат, и все его точки неподвижны. Та его часть, куда фронт еще не дошел, свободна от напряжений и движется со скоростью удара v_0 .

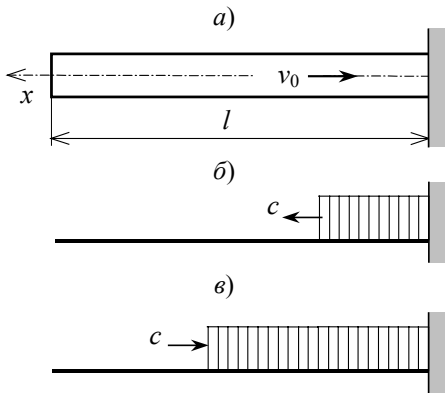


Рис. 7.1. Распространение волны в упругом призматическом стержне после удара о преграду

Таким образом, удар, описываемый данной моделью, является абсолютно упругим и не учитывает потери энергии.

Скорость фронта

$$c = \sqrt{E/\rho} . \quad (7.1)$$

где E – модуль упругости; ρ – плотность материала стержня. Следовательно, волна сжатия достигает свободного конца стержня в момент времени

$$t_1 = l/c , \quad (7.2)$$

а отраженная волна приходит в точку контакта с преградой в момент времени

$$t_2 = 2l/c . \quad (7.3)$$

Относительное удлинение стержня при колебаниях [84]

$$\varepsilon = \frac{8v_0 l}{\pi^2 c} \sum_{i=1,3,5,\dots} \frac{1}{i^2} \frac{i\pi}{2l} \cos \frac{i\pi x}{2l} \sin \frac{i\pi a t}{2l} . \quad (7.4)$$

Для точки удара ($x = 0$) получим

$$\varepsilon = \frac{4v_0}{\pi c} \sum_{i=1,3,5,\dots} \frac{1}{i} \sin \frac{i\pi at}{2l}. \quad (7.5)$$

При $t = t_1$ относительное удлинение

$$\varepsilon = \frac{4v_0}{c\pi} \sum_{i=1}^n \frac{(-1)^{i-1}}{2i-1} = \frac{4v_0}{c\pi} \frac{\pi}{4} = \frac{v_0}{c}. \quad (7.6)$$

Следовательно, напряжение в точке удара

$$\sigma = \varepsilon E = v_0 \sqrt{E\rho}. \quad (7.7)$$

Такие же значения относительного удлинения и напряжения имеют место во всей сжатой части стержня.

Сила, действующая на преграду,

$$R = \sigma A = v_0 A \sqrt{E\rho}, \quad (7.8)$$

где A – площадь поперечного сечения стержня. Эта сила действует в течение всего времени от момента удара до момента прихода в точку удара отраженной волны, т.е. при $0 \leq t \leq t_2$.

Выражение (7.6) для относительного удлинения получено математически вполне строго, но, несмотря на это, плохо подтверждается экспериментально. Дело в том, что решения Сен-Венана и Буссинеска основаны на предположении о мгновенной остановке конца стержня. Но у реального, а не математического стержня даже при ударе в недеформируемую преграду такая остановка конца может произойти только в том случае, если и конец стержня и преграда являются идеально гладкими параллельными плоскостями. В действительности это условие никогда не выполняется, и после удара всегда сначала «обминаются» неровности стержня и преграды.

Первым обратил на это внимание Сирс (1908 г.). Для учета местных деформаций он предложил считать, что небольшой объем на конце стержня является невесомым, но обладает упругостью. Его решение – это комбинация решения Буссинеска, описывающего распространение продольной волны, и решения Герца для учета смятия конца. Последнее представляет собой статическую зависимость между контактной силой R и сближением центра масс стержня и преграды α :

$$R = K\alpha^{3/2}, \quad (7.9)$$

где K – постоянная, зависящая от материалов преграды и стержня, а также от начальной кривизны его конца. Решение Сирса гораздо лучше согласуется с экспериментами, но достаточно сложно и не универсально.

В.Л. Бидерман [7] значительно упростил решение путем линеаризации зависимости «сила – перемещение», представив ее в виде

$$R = \alpha/\delta, \quad (7.10)$$

где δ – коэффициент местной податливости, который выбирается исходя из условия, чтобы при максимальном значении контактной силы потенциальная энергия деформации при линейной и нелинейной зависимостях была одинаковой. Решение Бидермана – Р.П. Малуковой приведено в книге [53].

И Сирс и Бидерман исходили из предположения, что местные деформации конца стержня упругие. Но в действительности уже при небольшой скорости удара v_0 появляются неупругие деформации. Величину этой скорости можно оценить с помощью формулы (7.7). Из нее следует, что если предел упругости равен σ_T , то

$$v_0 \geq \frac{\sigma_T}{\sqrt{E\rho}}. \quad (7.11)$$

При падении тела с высоты h его скорость

$$v_0 = \sqrt{2gh}, \quad (7.12)$$

неупругие деформации появятся при падении с высоты

$$h \geq \frac{\sigma_T^2}{2g\rho E}. \quad (7.13)$$

Например, оценим значения h для стержней из стали и бетона.

Сталь 20. Примем $\sigma_T = 1.25R_{yn} = 1.25 \cdot 0.245 \cdot 10^9 \text{ Па} = 0.3 \cdot 10^9 \text{ Па}$, где R_{yn} – нормативное сопротивление стали, равное пределу текучести [6]; 1.25 – коэффициент, учитывающий повышение предела текучести при быстром нагружении [29]. Плотность материала стержня $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$; модуль упругости $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$. Подставив эти значения в (7.11) и (7.13), получим $v_0 \approx 7.4 \text{ м/с}$, $h \approx 2.8 \text{ м}$.

Бетон В25. Примем $\sigma_T = R_b = 0.18 \cdot 10^8 \text{ Па}$, где R_b – призмная прочность бетона, увеличенная в соответствии с нормами [29] для учета повышенной скорости нагружения при ударе. Плотность бетона $\rho = 2100 \text{ кг/м}^3$; модуль упругости $E = 3.2 \cdot 10^{10} \text{ Па}$. Подстановка в (7.11) и (7.13) дает $v_0 \approx 2.2 \text{ м/с}$, $h \approx 0.25 \text{ м}$.

Приведенные примеры показывают, что неупругие деформации появляются уже при падении с достаточно небольшой высоты.

Задача о распространении продольной волны в упругопластическом стержне из материала с произвольным законом $\sigma(\varepsilon)$ рассмотрена в [53]. Ее строгое решение достаточно трудоемко и здесь рассматриваться не будет.

Более простая схематизация деформируемого малого объема на конце стержня – считать, что материал этой части является жесткопластическим. Использование такой модели материала приводит к завышению нагрузки на преграду при ударе, так как не учитывается

упругая часть деформации. Иными словами, считается, что после удара напряжение (а значит, и нагрузка) не возрастает постепенно от нуля до максимального значения σ_T , а достигает его сразу. В [53] имеется решение задачи об ударе абсолютно твердого тела, к концу которого присоединен жесткопластический стержень длиной l с постоянным поперечным сечением. Но, к сожалению, применимость данного решения ограничена, так как если площадь поперечного сечения, масса и прочность ударяющего тела не постоянны по длине, то сложно подобрать эквивалентный стержень с постоянным по длине поперечным сечением, который имитировал бы сминаемую часть. Кроме того, трудно заранее угадать длину смятой части l , которая зависит от скорости удара и названных характеристик тела.

Эти проблемы решаются автоматически, если считать жесткопластическим стержнем все ударяющее тело. В такой постановке задача будет рассмотрена в гл. 8, которая посвящена определению нагрузок на преграду при ударах разрушающихся тел.

Возвращаясь к рассмотренным выше задачам об ударе упругого стержня, отметим, что хотя они имеют большое принципиальное и методологическое значение, но, к сожалению, в силу использованных допущений часто малопригодны для практических расчетов. Возможности современной вычислительной техники и программного обеспечения позволяют схематизировать летящее тело по методу конечных элементов, учтя все особенности его конфигурации, распределения масс и прочности элементов. После этого можно рассчитать его движение и нагрузку на преграду, задав в качестве начальных условий во всех точках, кроме контактирующих с преградой, скорость v_0 , а в точках на преграде – равную 0. Можно, наоборот, задать скорость $-v_0$ на преграде и равную 0 в остальных точках. Некоторые наиболее современные вычислительные программы позволяют учесть также и нелинейность материалов тела.

Следует также отметить, что при большой продольной жесткости летящего тела предположение о недеформируемости преграды, даже очень массивной и прочной (например, железобетонной защитной оболочки АЭС), крайне условно, особенно по отношению к месту удара и его ближайшей окрестности. Значительное влияние на результаты расчета нагрузок и прочности ударяемой конструкции может также оказать учет таких факторов, как ее общая податливость, прочность при действии поперечной силы, прочность материала на смятие и пр.

Отметим, наконец, что несмотря на обсуждавшуюся выше неточность определения нагрузки при ударе стержня по способу Сен-Венана и Буссинеска, она используется для приближенного определения эквивалентной нагрузки при ударе твердого тела в упругую преграду. Способ ее определения рассмотрен в разд. 11.1.2.

7.3. Локальные повреждения железобетонных конструкций

7.3.1. Виды повреждений бетонной преграды

Степень повреждения бетонной преграды зависит от многих факторов. Во-первых, от параметров снаряда: веса, размеров, формы, деформируемости. Во-вторых, важны характеристики мишени: толщина, пролет между опорами, свойства бетона, армирование. Наконец, решающее влияние оказывают условия удара: линейная и угловая скорости снаряда, его ориентация, угол между направлением удара и нормалью к мишени.

В зависимости от скорости снаряда он следующим образом взаимодействует с бетонной преградой.

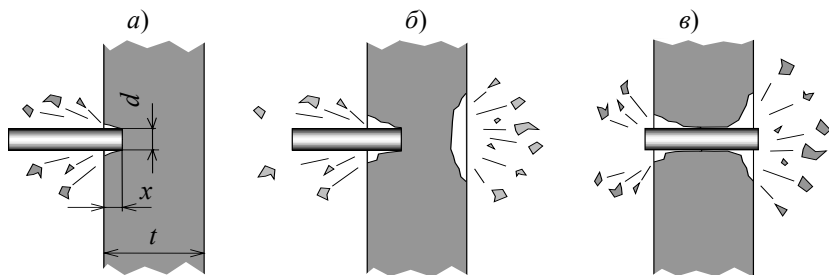


Рис. 7.2. Виды повреждений бетонной преграды при ударе твердого тела*:

a – выкрашивание с лицевой поверхности;
б – растрескивание изнутри; *в* – пробивание

Если скорость мала, то снаряд отскакивает от преграды, не повредив ее. При увеличении скорости снаряда происходит его *проникание в преграду* и разрушение бетона с лицевой стороны (со стороны удара) – *выкрашивание с поверхности* (рис. 7.2,а). По мере повышения скорости глубина проникания увеличивается. При этом сначала образуется кратер, превосходящий снаряд по диаметру, а затем – почти равный ему. Эта глубина проникания соответствует условиям так называемого пластического удара.

Если скорость еще больше, то напротив места удара происходит *растрескивание преграды изнутри*, которое может сопровождаться разлетом кусков бетона (рис. 7.2,б). Зона растрескивания обычно превосходит по размеру кратер с лицевой стороны, но мельче его.

При дальнейшем увеличении скорости глубина проникания снаряда в преграду быстро возрастает. Если отношение толщины

* Для повреждений, показанных на рис. 7.2, в англоязычной технической литературе применяются следующие термины: выкрашивание с лицевой поверхности – *spalling*; растрескивание изнутри – *scabbing*; пробивание – *perforation*.

преграды к диаметру снаряда $t/d < 5$, то могут разлетаться достаточно крупные куски со значительной скоростью.

Наконец, при еще большей скорости происходит *сквозное пробивание преграды* снарядом, который после этого может сохранять остаточную скорость (рис. 7.2, в).

7.3.2. Оценка локальных повреждений железобетонной конструкции

При проектировании АЭС рассматривают удары летящих тел в наружные железобетонные ограждающие конструкции зданий, прежде всего в наружную защитную оболочку здания реактора (см. рис. 17.2). Кроме того, необходимо проверять прочность железобетонных барьеров, посредством которых осуществляют физическое разделение систем и дублирующих каналов, чтобы разлет обломков при аварии одного из них не привел к повреждению других. Считается, что ограждающая конструкция или защитный барьер выполняют свою функцию, если при ударе снаряда они не обрушились и не получили недопустимых локальных повреждений. Иногда требуется, чтобы их толщина была достаточной для предотвращения растрескивания изнутри и разлета обломков бетона. В этом случае для уменьшения толщины они могут облицовываться изнутри листовым металлом или сеткой, предотвращающими разлет.

Выполнено большое количество исследований (и их число постоянно увеличивается), посвященных аналитическому определению проникания снарядов в преграды из различных материалов. Разработаны предназначенные для этого вычислительные программы. Предложены также эмпирические, экспериментально обоснованные формулы. При этом большинство экспериментов выполнялось для военных целей, и снаряды представляли собой сплошные круговые цилиндры с различными формами концов, очень жесткие (броневойная сталь), со скоростями удара более 150 м/с.

В практике проектирования АЭС оценка степени локальных повреждений конструкций твердыми снарядами обычно производится по эмпирическим формулам. Во избежание больших ошибок они должны применяться при значениях параметров, соответствующих экспериментальным. Однако анализ показывает, что в условиях, характерных для атомной энергетики, приемлемые результаты дают лишь некоторые из имеющихся формул. При этом нет единых выражений, пригодных во всем диапазоне возможных параметров, а потому используют несколько формул, каждая из которых дает лучший результат при определенных условиях. Их обзор и сравнение можно найти в [99, 127, 135].

Далее приведены некоторые из имеющихся эмпирических формул, а также современная методика [100], принятая в Европе. В формулах используются следующие наименования и обозначения:

- t – полная толщина преграды;
 t_p – «толщина пробивания» – минимальная толщина преграды, необходимая для предотвращения пробивания снарядом;
 t_s – «толщина растрескивания» – минимальная толщина, предотвращающая растрескивание с обратной стороны

Модифицированная формула NDRC* [127, 135]. Формула получена для случая удара снаряда цилиндрической формы по нормали к недеформируемой (т.е. массивной и достаточно жесткой) железобетонной преграде с армированием 0.3÷1.5 % в каждом направлении. Глубина проникания в преграду составляет

$$x_n = \begin{cases} \sqrt{4KNQd \left(\frac{V_0}{1000d} \right)^{1.8}} & \text{при } \frac{x_n}{d} \leq 2; \\ KNQ \left(\frac{V_0}{1000d} \right)^{1.8} + d & \text{при } \frac{x_n}{d} > 2, \end{cases} \quad (7.14)$$

где параметры заданы в британской системе мер^{**}: x_n – глубина проникания, дюйм; d – диаметр снаряда, дюйм; Q – его вес, фунт; V_0 – скорость удара, фут/с; N – коэффициент, зависящий от формы конца снаряда,

$$N = \begin{cases} 0.72 & \text{– плоский конец;} \\ 0.84 & \text{– тупо заостренный конец;} \\ 1.00 & \text{– среднеострый конец;} \\ 1.144 & \text{– очень острый конец;} \end{cases} \quad (7.15)$$

K – коэффициент, характеризующий прочность бетона,

$$K = 180(f')^{-1/2}, \quad (7.16)$$

где f'_c – цилиндрическая прочность бетона при сжатии, фунт/дюйм^{**} (она связана с динамической призмной прочностью, определяемой по нормам [29], соотношением $f'_c = 1.07R_{np}^a$).

Толщина пробивания t_p определяется из соотношений

$$\frac{t_p}{d} = \begin{cases} 1.32 + 1.24 \frac{x_n}{d} & \text{при } 1.35 \leq \frac{x_n}{d} \leq 13.5; \\ 3.19 \frac{x_n}{d} - 0.718 \left(\frac{x_n}{d} \right)^2 & \text{при } \frac{x_n}{d} \leq 1.35. \end{cases} \quad (7.17)$$

Толщина растрескивания t_s определяется из соотношений

* NDRC – National Defence Research Committee – Национальный комитет по исследованию безопасности (США)

** 1 дюйм (1") = 0.0254 м; 1 фут = 12" = 0.3048 м; 1 фунт = 4.445 Н; 1 фунт/дюйм² = 6890 Па.

$$\frac{t_s}{d} = \begin{cases} 2.12 + 1.36 \frac{x_n}{d} & \text{при } 0.65 \leq \frac{x_n}{d} \leq 11.75; \\ 7.91 \frac{x_n}{d} - 5.06 \left(\frac{x_n}{d} \right)^2 & \text{при } \frac{x_n}{d} \leq 0.65. \end{cases} \quad (7.18)$$

Глубина проникания, вычисленная согласно (7.14), удовлетворительно подтверждается экспериментами, если ее отношение к диаметру снаряда $0.6 \leq x_n/d \leq 2.0$. При меньших значениях этого отношения глубина проникания и, следовательно, вычисляемые по ней значения t_p и t_s оказываются заниженными. В этом случае лучшие результаты дают приведенные ниже формулы Bechtel Corp. и CEA-EDF. Кроме этого, формулы (7.14)–(7.18) дают хорошие результаты, если отношение толщины преграды к диаметру снаряда $t/d \geq 3$, иначе значения t_p и t_s получаются завышенными.

Приведенные соотношения соответствуют удару сплошного цилиндрического снаряда, но могут использоваться и при ударе торцом трубы с наружным диаметром d_0 и внутренним $d_{\text{вн}}$. Глубина проникания x_n вычисляется по формуле (7.14), где $N = 0.72$ и $d = d_0$. Толщина пробивания и растрескивания вычисляется согласно (7.30) и (7.17), куда следует подставить $d = \sqrt{d_0^2 - d_{\text{вн}}^2}$.

Формула CEA-EDF* [127, 135]. При ударе сплошного тела толщина пробивания

$$t_p = 0.765 (f'_c)^{-0.375} V_0^{0.75} \sqrt{\frac{Q}{d}}, \quad (7.19)$$

В формулах (7.19)–(7.21) все обозначения прежние, а величины выражаются в английской системе мер. Их следует применять в следующих диапазонах параметров мишени и материала, выдерживавшихся при экспериментах: $1.5 \leq t/d \leq 3$; цилиндрическая прочность бетона $3000 \leq f'_c \leq 4500$ фунт/дюйм² ($0.21 \cdot 10^8 \leq f'_c \leq 0.31 \cdot 10^8$ Па); плотность бетона 155 фунт/фут³ (2500 кг/м³); армирование $0.8 \div 1.5$ % в каждом направлении.

Формула Bechtel Corp. [18, 134, 135]:

$$t_s = 15.5 \frac{Q^{0.4} \sqrt{V_0}}{d^{0.2} \sqrt{f'_c}}; \quad (7.20)$$

Эта формула применяется при ударе сплошного тела. При ударе трубы диаметром d_0 изменяется только числовой коэффициент:

* CEA – Commissariat à l'Énergie Atomique – Комиссариат по атомной энергии (Франция); EDF – Électricité de France.

$$t_s = 5.42 \frac{Q^{0.4} \sqrt{V_0}}{d_0^{0.2} \sqrt{f'_c}}. \quad (7.21)$$

Толщина стенки трубы s должна лежать в пределах $0.06 \leq 2s/d_0 \leq 0.125$.

Учитывая ограниченность использованных опытных данных и разброс результатов, на основе которых получены приведенные формулы, значения t_s и t_p следует в запас увеличивать на 10÷20 %.

Методика UK AEA* [103]. Все приведенные выше формулы не учитывают в явном виде армирование преграды. Это сделано в описанной ниже методике UK AEA [103], основанной на экспериментах, проводившихся в лабораториях Великобритании, Франции, Германии и США. Величины заданы в системе СИ.

1. Плоская бетонная армированная мишень – плоский конец снаряда. В экспериментах, на основе которых разработана методика, производились удары стальных снарядов круглого, прямоугольного, треугольного, полукруглого и кольцевого (труба) сечений в железобетонные мишени, армированные в обоих направлениях у лицевой и тыльной поверхностей. Параметры снаряда и преграды связаны соотношением

$$V_c = 1.3\rho^{1/6} f_{cy}^{1/2} \left(\frac{t_p^2 P}{\pi m} \right)^{2/3} (r + 0.3)^{1/2}, \quad (7.22)$$

где

- t_p – толщина пробивания, м;
- m – масса снаряда, кг;
- p – периметр снаряда, м;
- V_c – критическая скорость снаряда, при которой происходит пробивание, $45 < V_c < 300$ м/с;
- ρ – плотность бетона, кг/м³;
- f_{cy} – цилиндрическая прочность бетона, Па (размеры образца: $\varnothing 150$ мм, длина 300 мм), $5 \cdot 10^6 < f_{cy} < 37 \cdot 10^6$ Па; при этом кубиковая прочность бетона f_{cu} (образец – куб со стороной 150 мм) лежит в диапазоне $18 \cdot 10^6 < f_{cu} < 46 \cdot 10^6$ Па;
- r – количество арматуры у лицевой и тыльной поверхностей мишени в каждом направлении в процентах:

$$0 < r < 0.75 \% ; \quad r = (a/ct)100, \quad (7.23)$$

где a – площадь арматурного стержня; c – шаг между стержнями; t – толщина преграды (рис. 7.3,а).

* UK AEA – United Kingdom Atomic Energy Authority – Надзорный орган по атомной энергии Великобритании.

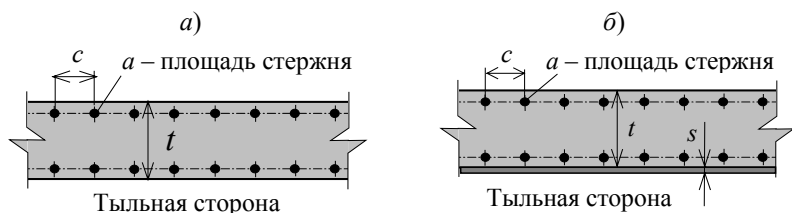


Рис. 7.3. К определению коэффициентов r и B :
 a – бетонная мишень без облицовки; b – то же с облицовкой

Для величин, входящих в формулу (7.22), должны выполняться условия:

$$0.2 < \frac{p}{\pi t_p} < 3; \quad 150 < \frac{m}{p^2 t_p} < 10^4 \text{ кг/м}^3. \quad (7.24)$$

Если снаряд цилиндрический, то, подставив в (7.22) выражение периметра через диаметр, получим эту формулу в виде

$$V_c = 1.3 \rho^{1/6} f_{cy}^{1/2} (r + 0.3)^{1/2} \left(\frac{t_p^2 d}{m} \right)^{2/3}. \quad (7.25)$$

Для мишеней, у которых армирование у лицевой и тыльной граней различно, параметр r в уравнении (7.22) следует принимать равным сумме $1/3$ армирования в каждом направлении у лицевой грани и $2/3$ – у тыльной. Это правило применимо и при отсутствии арматуры у лицевой грани, где в этом случае следует считать армирование равным нулю.

При прочности бетона за пределами указанного диапазона справедливость формулы (7.22) не проверялась, но во всех случаях должно приниматься значение $f_{cy} \leq 37 \cdot 10^6$ Па.

Армирование мишеней в экспериментах производилось стальными стержнями с пределом текучести 400 МПа и предельной прочностью при растяжении 470 МПа. Установлено, что арматурные хомуты повышают сопротивление пробиванию. Оно также повышается при уменьшении шага армирования, т.е. если тот же процент армирования получен путем установки стержней меньшего диаметра, но и с меньшим шагом. Однако никаких количественных рекомендаций на этот счет в [103] не дано.

Все мишени имели плоскую лицевую поверхность и были прямоугольными или круглыми в плане. Их закрепление выполнялось либо в виде заделки, либо с помощью жестких шпилек.

Отличие экспериментальных значений скорости пробивания V_c от расчетных составило от +30 до –15 %, что надо учитывать при задании коэффициента безопасности.

2. Мишени, облицованные листовой сталью. Для бетонных плит, облицованных с одной или с обеих сторон стальным листом, можно руководствоваться следующими положениями.

Стальной лист только с лицевой стороны. В принципе, такая облицовка повышает сопротивление пробиванию, так как помимо энергии, необходимой для пробивания железобетонной мишени, снаряд должен затратить энергию и на пробивание облицовки. Таким образом, энергию на пробивание мишени можно определить как разность начальной кинетической энергии снаряда и энергии на пробивание облицовки, которая при ударе снаряда с плоским концом разрушается в результате среза. Затем по полученной остаточной энергии вычисляется эффективная скорость снаряда. Если толщина облицовки невелика по сравнению с толщиной плиты, то ее влияние на сопротивление пробиванию несущественно.

Стальной лист только с тыльной стороны. В этом случае в формулу (7.22) следует вместо r подставить параметр

$$B = \left(\frac{a}{ct} + \frac{s}{t} \right) 100, \quad (7.26)$$

где s – толщина листа (рис. 7.3,б). Формула (7.22) применима при значениях $0 < r < 0.7\%$ и $1.2 < B < 4.3\%$.

Облицовка мишени стальным листом с тыльной стороны обеспечивает дополнительную защиту от разлета осколков при растрескивании бетона.

Стальной лист и с лицевой и с тыльной стороны. Задача сводится к расчету пробивания мишени, облицованной с тыльной стороны, путем вычитания энергии, необходимой для разрушения облицовки с лицевой стороны.

Эффективность облицовки. Эксперименты по удару в облицованные мишени производились при использовании стальных облицовок с пределом текучести 400 МПа и пределом прочности 470 МПа. Установлено, что облицовка повышает сопротивление мишени пробиванию тем эффективнее, чем в меньшем числе точек она скреплена с бетоном. Это справедливо при условии ее жесткого крепления по контуру мишени, благодаря чему облицовка может воспринимать растягивающие усилия в своей плоскости. Причина понятна из общих соображений: в этом случае в поглощение энергии снаряда вовлекается максимально возможный объем металла.

Разброс результатов экспериментов такой же, как и в опытах с не облицованными мишенями, что необходимо учитывать при выборе коэффициентов запаса.

3. Влияние формы конца снаряда. У снарядов с неплоским концом скорость V_c была больше, чем с плоским:

- при полусферическом конце – в 1.3 раза;

- при коническом и остром (в виде стамески) конце – в 1.15 раза; при этом длина «заострения» конца, а также диаметр снаряда – не больше толщины мишени.

4. Предварительно напряженная бетонная мишень. Эксперименты с плоскими мишенями, предварительно напряженными до 5.6 МПа, не показали заметного повышения сопротивления пробиванию. Напрягающие стальные элементы играли такую же роль, как дополнительная арматура у тыльной грани. Скорость пробивания может быть рассчитана по формуле (7.22) или (7.25), в которые вместо параметра r следует подставить

$$r_T = \frac{1}{t} \left(\frac{a}{c} + \frac{a_t}{c_t} \right) 100, \quad (7.27)$$

где a_t – площади напрягающих стальных элементов; c_t – расстояние между их осями.

Следует иметь в виду, что число экспериментов, подтверждающих данную рекомендацию, было недостаточно большим, поэтому ему следует пользоваться с осторожностью.

5. Локальные повреждения бетонной мишени.

Глубина проникания снаряда в мишень вычисляется по формуле

$$G = 3.8 \cdot 10^{-5} \frac{NmV_c^{1.8}}{f_{cy}^{0.5} d^{2.8}}, \quad (7.28)$$

где

$$G = \begin{cases} 0.55\xi - \xi^2 & \text{при } \xi < 0.22; \\ 0.25\xi^2 + 0.0605 & \text{при } 0.22 < \xi < 2; \\ \xi - 0.9395 & \text{при } \xi > 2. \end{cases} \quad (7.29)$$

Здесь $\xi = x_p/d$ – отношение глубины проникания к диаметру снаряда; параметр N – тот же, что в (7.15).

Диапазон параметров, при которых получена формула (7.28):

$$\begin{aligned} 25 < V_c < 300 \text{ м/с}; \quad 22 \cdot 10^6 < f_{cy} < 44 \cdot 10^6 \text{ Па}; \\ 5000 < \frac{m}{d^3} < 200000 \text{ кг/м}^3. \end{aligned} \quad (7.30)$$

Если параметры лежат в этих пределах, то точность определения глубины проникания составляет $\pm 20\%$ при $\xi > 0.75$ и от -50 до $+100\%$ при $\xi < 0.75$.

При скоростях удара более 30 м/с практически во всех опытах появлялись сквозные трещины в мишени, однако сформулировать какие-либо количественные рекомендации по определению ширины их раскрытия не удалось. Эту проблему следует решать путем компьютерного расчета конструкции.

Выкрашивание с лицевой поверхности. Почти во всех экспериментах наблюдалось выкрашивание бетона с лицевой стороны, прежде всего – бетонного защитного слоя арматуры, но каких-либо количественных рекомендаций не имеется.

Растрескивание изнутри. Минимальная толщина t_s , при которой начинается растрескивание, определяется из соотношения

$$\frac{t_s}{d} = 5.3 \sqrt[3]{G}, \quad (7.31)$$

где G вычисляется согласно (7.29).

Пределы изменения параметров:

$$\begin{aligned} 29 < V_c < 238 \text{ м/с}; \quad 26 \cdot 10^6 < f_{cy} < 44 \cdot 10^6 \text{ Па}; \\ 1500 < \frac{m}{d^2 t_s} < 40000 \text{ кг/м}^3. \end{aligned} \quad (7.32)$$

При $2 < t_s/d < 5.6$ точность определения толщины ± 40 %.

6. Удары полужестких снарядов. Так названы снаряды с промежуточной жесткостью между абсолютно твердыми и легко сминаемыми телами. При ударе в бетонную мишень они сами претерпевают некоторые деформации. Примеры таких тел: турбина авиационного двигателя, трубы с отношением толщины стенки к наружному диаметру $s/d_n > 0.05$.

Изучались удары тел, характерных для АЭС (трубчатые детали с закрытыми концами и разным отношением s/d_n : конец в виде сегмента сферы при $s/d_n > 0.036$; полусферический конец при $s/d_n > 0.068$). Оказалось, что если считать эти тела абсолютно твердыми, то вычисленная по формуле (7.28) скорость удара, соответствующая растрескиванию с тыльной стороны, превосходит наблюдавшуюся в опытах. В то же время скорость пробивания, найденная согласно (7.22), достаточно близка к экспериментальной. Опыты с оболочечными снарядами с полусферическим концом показали, что разрушение снаряда влияет на скорость пробивания, только если $s/d_n < 0.05$. Чтобы сопротивление пробиванию увеличилось больше, чем на 20 %, должно выполняться условие $s/d_n < 0.025$.

7. Проникание в мишень при ударе трубы. Относительная глубина проникания вычисляется согласно (7.28), где

$$G = \frac{\xi^2}{4} \quad \text{при } \xi < 2, \quad (7.33)$$

а в правую часть (7.28) подставляется наружный диаметр трубы d_n .

При опытах параметры находились в пределах, выраженных соотношениями (7.34). При таких значениях параметров точность определения ξ по формуле (7.33) составляет от -20 до $+60$ %:

$$22 \cdot 10^6 < f_{cy} < 36 \cdot 10^6 \text{ Па}; \quad 26 < V_0 < 170 \text{ м/с};$$

$$0.03 < \frac{s}{d_n} < 0.08; \quad 200000 < \frac{m}{d_n^2 s} < 850000 \text{ кг/м}^3. \quad (7.34)$$

Пример 1. Вычислим по описанным методам толщину железобетонного защитного барьера, необходимую для предотвращения его пробивания и растрескивания с тыльной стороны при ударе сплошного стального снаряда с плоским концом. Его масса $m = 300$ кг, вес $Q = 2940$ Н (660 фунтов), скорость удара $V_0 = 85$ м/с (280 футов/с), размеры ударной грани показаны на рис. 7.4. Динамическая призматическая прочность бетона преграды $R_{np}^A = 0.3 \cdot 10^8$ Па;

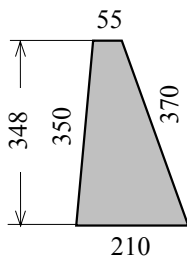


Рис. 7.4. Размеры ударной грани снаряда, мм

цилиндрическая прочность $f'_c = f_{cy} = 1.07 R_{np}^A = 0.33 \cdot 10^8$ Па (4790 фунт/дюйм²); плотность бетона $\rho = 2400$ кг/м³; армирование у лицевой и тыльной граней барьера $r = 0.25\%$ в каждом направлении.

Формула NDRC. Вычислим глубину проникания в преграду по первой из формул (7.14). В ней коэффициент, характеризующий прочность бетона,

$$K = \frac{180}{\sqrt{f'_c}} = \frac{180}{\sqrt{4790}} = 2.6.$$

Эквивалентный диаметр снаряда найдем из равенства площадей круга и ударной грани $A = 0.046$ м²:

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0.046}{\pi}} = 0.242 \text{ (м) (9.53")}.$$

Подставив эти и другие данные в (7.14), получим

$$x_n = \sqrt{4KNQd \left(\frac{V_0}{1000d} \right)^{1.8}} =$$

$$= \sqrt{4 \cdot 2.6 \cdot 0.72 \cdot 660 \cdot 9.53 \left(\frac{290}{1000 \cdot 9.53} \right)^{1.8}} = 9.36'' \text{ (0.24 м)}.$$

Следовательно,

$$\frac{x_n}{d} = \frac{9.36''}{9.53''} = 0.982 < 2,$$

т.е. первая из формул справедлива. Кроме того, это отношение лежит в диапазоне $0.6 \leq x_n/d \leq 2.0$, где вычисленные значения толщин t_s и t_p удовлетворительно подтверждаются экспериментами.

При найденном значении отношения x_{II}/d наименьшая толщина пробивания t_p определяется по второй из формул (7.17):

$$\frac{t_p}{d} = 3.19 \frac{x_{II}}{d} - 0.718 \left(\frac{x_{II}}{d} \right)^2 = 3.19 \cdot 0.982 - 0.718 \cdot 0.982^2 = 2.44.$$

Таким образом, необходимая толщина барьера

$$t_p = 2.44d = 2.44 \cdot 9.53'' = 23.25'' (0.59 \text{ м}).$$

Наименьшая толщина растрескивания t_s вычисляется по первой из формул (7.18):

$$\frac{t_s}{d} = 2.12 + 1.36 \frac{x_{II}}{d} = 2.12 + 1.36 \cdot 0.98 = 3.45,$$

т.е. толщина t_s составляет

$$t_s = 3.45d = 3.45 \cdot 9.53'' = 32.88'' (0.8 \text{ м}).$$

Ранее было отмечено, что формулы *Bechtel Corp.* и *CEA-EDF* применяются, если найденное по формуле *NDRC* отношение $x_{II}/d \leq 0.6$. В рассматриваемом нами случае это не так, но тем не менее ниже произведены вычисления и по этим формулам, чтобы оценить их применимость вне указанного диапазона значений.

Формула Bechtel Corp. Расчет по этой формуле дает

$$t_s = 15.5 \frac{Q^{0.4} \sqrt{V_0}}{d^{0.2} \sqrt{f'_c}} = 15.5 \frac{660^{0.4} \sqrt{280}}{9.53^{0.2} \sqrt{4790}} = 50.3'' (1.28 \text{ м}).$$

Формула CEA-EDF. По этой формуле имеем

$$t_p = 0.765 (f'_c)^{-0.375} V_0^{0.75} \sqrt{\frac{Q}{d}} = 0.765 (4790)^{-0.375} 280^{0.75} \sqrt{\frac{660}{9.53}} = 18.6'' (0.46 \text{ м}).$$

Отметим, что две последние формулы дают значения, сильно отличающиеся от первой.

Методика УК АЕА. Значения величин подставляются в формулы в системе СИ. Периметр снаряда

$$p = 0.21 + 0.35 + 0.055 + 0.37 = 0.985 \text{ (м)}.$$

Подставив его и другие числовые данные в (7.22), получим зависимость между критической скоростью пробивания V_c и толщиной t_p :

$$\begin{aligned} V_c &= 1.3 \rho^{1/6} f_{cy}^{1/2} \left(\frac{p t_p^2}{m \pi} \right)^{2/3} (r + 0.3)^{1/2} = \\ &= 1.3 \cdot 2400^{1/6} (0.33 \cdot 10^8)^{1/2} \left(\frac{0.985 t_p^2}{300 \pi} \right)^{2/3} (0.25 + 0.3)^{1/2} = 208.7 t_p^{4/3}. \end{aligned}$$

Считаем, что $V_c = V_0 = 85$ м/с. Тогда необходимая толщина барьера

$$t_p = \left(\frac{V_0}{208.7} \right)^{3/4} = \left(\frac{85}{208.7} \right)^{3/4} = 0.5 \text{ (м)}.$$

Проверим выполнение условий (7.24):

$$\frac{p}{t_p \pi} = \frac{0.985}{0.5 \pi} = 0.62; \quad \frac{m}{p^2 t_p} = \frac{300}{0.985^2 \cdot 0.5} = 618.4 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Оба отношения лежат в требуемых пределах, т.е. формула (7.22) применима.

Определим, согласно (7.31), толщину растрескивания t_s . Подставим в нее (7.28) и найденный ранее эквивалентный по площади диаметр снаряда $d = 0.242$ м:

$$\frac{t_s}{d} = 5.3 \sqrt[3]{3.8 \cdot 10^{-5} \frac{NmV_c^{1.8}}{f_{cy}^{0.5} d^{2.8}}} = 5.3 \sqrt[3]{3.8 \cdot 10^{-5} \frac{0.72 \cdot 300 \cdot 85^{1.8}}{(0.33 \cdot 10^8)^{0.5} \cdot 0.242^{2.8}}} = 3.23$$

Следовательно,

$$t_s = 3.23d = 3.23 \cdot 0.242 = 0.78 \text{ (м)}.$$

Проверим выполнение условий (7.32). Отношение

$$\frac{m}{d^2 t_s} = \frac{300}{0.242^2 \cdot 0.78} = 6567.$$

Это отношение, как и два других указанных в (7.32) параметра, лежит в заданных пределах.

Найдем по формулам (7.28), (7.29) глубину x_n проникания снаряда в преграду. Подставим численные значения величин в (7.28):

$$G = 3.8 \cdot 10^{-5} \frac{NmV_c^{1.8}}{f_{cy}^{0.5} d^{2.8}} = 3.8 \cdot 10^{-5} \frac{0.72 \cdot 300 \cdot 85^{1.8}}{(0.33 \cdot 10^8)^{0.5} \cdot 0.242^{2.8}} = 0.226.$$

При этом значении G следует воспользоваться второй из формул (7.29):

$$G = 0.226 = 0.25\xi^2 + 0.0605,$$

откуда находим

$$\xi = \frac{x_n}{d} = 0.813.$$

Это значение лежит в пределах, указанных в (7.29). Глубина проникания в преграду

$$x_n = 0.813d = 0.813 \cdot 0.242 \approx 0.2 \text{ (м)}.$$

Проверим выполнение условий (7.30):

$$\frac{m}{d^3} = \frac{300}{0.242^3} = 21168 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Это отношение, а также остальные указанные в (7.30) параметры лежат в допустимых пределах, т.е. полученная глубина проникания достоверна.

Таблица 7.1. Результаты расчетов защитного барьера в примере 1

Методика	Глубина проникания x_p , м	Толщина пробивания t_p , м	Толщина растрескивания t_s , м
NDRC	0.24	0.59	0.8
Bechtel Corp.	–	–	0.46
CEA–EDF	–	1.28	–
UK AEA	0.2	0.5	0.78

Сопоставление методик и анализ результатов расчетов. Результаты расчетов железобетонного барьера по четырем методикам сведены в табл. 7.1. По методикам NDRC и UK AEA значения глубины проникания x_p , толщины пробивания t_p и растрескивания t_s близки между собой. При этом толщина t_s на 40÷60 % больше чем t_p . Толщины барьера, найденные по методикам Bechtel Corp. и CEA–EDF, сильно отличаются от двух предыдущих методик. Однако, как было отмечено, эти методики были использованы вне диапазона значений x_p , для которого они предназначены, и эти результаты можно не принимать во внимание.

В различных сериях экспериментов, на основе которых получены формулы NDRC, Bechtel Corp. и CEA–EDF, параметры задавались в следующих диапазонах [135]: скорости снарядов от 25 до 149 м/с; сплошные снаряды диаметром от 75 до 200 мм с массой от 10 до 100 кг; трубы диаметром от 75 до 300 мм с массой от 5 до 340 кг. Сведения об экспериментах по обоснованию методики UK AEA отсутствуют, но указанные в ней соотношения соответствуют примерно таким же значениям параметров.

Таким образом, все рассмотренные методики предназначены для барьеров, защищающих от ударов достаточно небольших по размеру и массе снарядов, например разлетающихся обломков оборудования при технологических авариях, летящих тел при торнадо и т.п. Тяжелые и высокоскоростные снаряды (например, турбина двигателя самолета) в указанные пределы могут не укладываться.

Все методики предполагают удар по нормали к преграде. Эксперименты показали, что влияние наклона удара к нормали становится заметным, только если он превосходит 20°.

Увеличение армирования железобетонной преграды повышает ее сопротивление пробиванию. Однако в формулах всех методик, кроме UK AEA, количество арматуры в явном виде не фигурирует,

а известны только процент армирования или масса арматуры на единицу объема, использованные в экспериментах. Кроме того, в методике УК АЕА также непосредственно учитывается наличие стальной облицовки. Другим ее преимуществом является то, что снаряд может иметь произвольную форму.

Пример 2. Определим толщину стены, необходимую для защиты от удара турбины двигателя истребителя *Phantom RF-4E* (см. разд. 8.3.3) с массой $m = 1665$ кг (вес $Q = 3670$ фунтов), диаметром $d = 0.91$ м (35.8"), скоростью $V_0 = 100$ м/с (328 футов/с); конец снаряда плоский. Характеристики преграды: динамическая призматическая прочность бетона $R_{\text{пр}}^{\Delta} = 0.216 \cdot 10^8$ Па; цилиндрическая прочность $f'_c = f_c = 1.07 R_{\text{пр}}^{\Delta} = 0.23 \cdot 10^8$ Па (3340 фунтов/дюйм²); плотность $\rho = 2200$ кг/м³. Армирование у лицевой и тыльной граней барьера $r = 0.7$ % в каждом направлении.

Формула NDRC. Прежде всего обратим внимание на то, что параметры снаряда выходят за экспериментальные пределы. Тем не менее выполним расчет, чтобы оценить возможность применения этой методики к подобным задачам.

Коэффициент, характеризующий прочность бетона в первой из формул (7.14)

$$K = 180 / \sqrt{f'_c} = 180 / \sqrt{3340} = 3.1.$$

Подстановка в (7.14) численных данных дает

$$\begin{aligned} x_{\text{н}} &= \sqrt{4KNQd \left(\frac{V_0}{1000d} \right)^{1.8}} = \\ &= \sqrt{4 \cdot 3.1 \cdot 0.72 \cdot 3670 \cdot 35.8 \left(\frac{328}{1000 \cdot 35.8} \right)^{1.8}} = 15.9'' (0.4 \text{ м}). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\frac{x_{\text{н}}}{d} = \frac{15.9''}{35.8''} = 0.44 < 2,$$

т.е. первая из формул применима.

В то же время отметим, что *это отношение меньше нижнего предела диапазона* $0.6 \leq x_{\text{н}}/d \leq 2.0$, в котором вычисленные по нему значения толщины барьера t_s и t_p удовлетворительно подтверждаются экспериментами. Как было отмечено, в этом случае лучшие результаты дают формулы *Bechtel Corp.* и *CEA-EDF*. Поэтому произведем расчет по ним.

Формула *Bechtel Corp*:

$$t_s = 15.5 \frac{Q^{0.4} \sqrt{V_0}}{d^{0.2} \sqrt{f'_c}} = 15.5 \frac{3670^{0.4} \sqrt{328}}{35.8^{0.2} \sqrt{3340}} = 63.3'' (1.6 \text{ м}).$$

Формула *CEA-EDF*:

$$t_p = 0.765 (f'_c)^{-0.375} V_0^{0.75} \sqrt{\frac{Q}{d}} = 0.765 (3340)^{-0.375} 328^{0.75} \sqrt{\frac{3670}{35.8}} = 28.48'' (0.72 \text{ м}).$$

Методика UK AEA. Найдем по формуле (7.25) соотношение между скоростью v_c и толщиной стены t_p , необходимой для защиты от пробивания:

$$v_c = 1.3 \rho^{1/6} f_{cy}^{1/2} \left(\frac{dt_p^2}{m} \right)^{2/3} (r + 0.3)^{1/2} = 1.3 \cdot 2200^{1/6} (0.23 \cdot 10^8)^{1/2} \left(\frac{0.91 t_p^2}{1665} \right)^{2/3} (0.7 + 0.3)^{1/2} = 150.3 t_p^{4/3}.$$

Считая $v_c = v_0 = 100$ м/с, получим необходимую толщину барьера

$$t_p = \left(\frac{v_0}{150.3} \right)^{3/4} = \left(\frac{100}{150.3} \right)^{3/4} = 0.74 \text{ (м)}.$$

Проверим выполнение условий (7.24):

$$\frac{p}{\pi t_p} = \frac{d}{t_p} = \frac{0.91}{0.74} = 1.23; \quad \frac{m}{p^2 t_p} = \frac{1665}{(0.91\pi)^2 0.74} = 275.3 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Оба отношения лежат в требуемых пределах, т.е. формула (7.23) применима.

Определим по формуле (7.31) с учетом (7.26) толщину растрескивания t_s :

$$\frac{t_s}{d} = 5.3 \sqrt[3]{3.8 \cdot 10^{-5} \frac{N m v_c^{1.8}}{f_{cy}^{0.5} d^{2.8}}} = 5.3 \sqrt[3]{3.8 \cdot 10^{-5} \frac{0.72 \cdot 1665 \cdot 100^{1.8}}{(0.23 \cdot 10^8)^{0.5} 0.91^{2.8}}} = 1.94.$$

Следовательно,

$$t_s = 1.94 d = 1.94 \cdot 0.91 = 1.77 \text{ (м)}.$$

Проверим выполнение условий (7.32). Значения скорости и прочности бетона лежат в указанных там пределах.

Вычислим отношение

$$\frac{m}{d^2 t_s} = \frac{1665}{0.91^2 \cdot 1.77} = 1136 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Согласно (7.32), это отношение должно быть не меньше 1500 кг/м^3 , т.е. в нашем случае оно ниже этого предела. Таким образом, *полученная толщина растрескивания t_s недостоверна*.

Найдем глубину проникания снаряда в бетон.

$$G = 3.8 \cdot 10^{-5} \frac{Nmv_c^{1.8}}{f_{cy}^{0.5} d^{2.8}} = 3.8 \cdot 10^{-5} \frac{0.72 \cdot 1665 \cdot 100^{1.8}}{(0.23 \cdot 10^8)^{0.5} 0.91^{2.8}} = 0.049.$$

Воспользуемся первой из формул (7.27):

$$G = 0.049 = 0.55\xi - \xi^2,$$

откуда находим

$$\xi = \frac{x_n}{d} = 0.11.$$

Использованная формула справедлива при $\xi < 0.22$, что выполняется. Второй корень $\xi = 0.44$ лежит за пределами этого диапазона. Глубина проникания снаряда в преграду

$$x_n = 0.11d = 0.11 \cdot 0.91 = 0.1 \text{ м.}$$

Проверим выполнение условий (7.30). Скорость и прочность бетона лежат в заданных пределах. Вычислим отношение

$$\frac{m}{d^3} = \frac{1665}{0.91^3} = 2209 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Это отношение меньше нижнего предела (5000 кг/м^3), указанного в (7.30). *Значит, полученная глубина проникания x_n недостоверна*.

В табл. 7.2 сведены результаты расчетов стены, выполненных в примере 2, из которых следует, что глубина проникания x_n , найденная по методикам NDRC и UK AEA, отличается в 4 раза. Это может быть следствием того, что для формулы NDRC масса и размеры турбины двигателя самолета не укладываются в экспериментальные параметры снаряда.

Таблица 7.2. Результаты расчета стены на удар турбины двигателя самолета (пример 2)

Методика	Глубина проникания x_n , м	Толщина пробивания t_p , м	Толщина растрескивания t_s , м
NDRC	0.4	–	–
Bechtel Corp.	–	–	1.6
CEA–EDF	–	0.72	–
UK AEA	0.1	0.74	1.77

Толщина пробивания t_p , вычисленная по формулам CEA–EDF и UK AEA, получилась почти одинаковой. Она близка к толщине (0.7 м), используемой в Германии и приведенной в документе МАГАТЭ [112].

Значения толщины растрескивания t_s , рассчитанные по методикам Bechtel Corp. и UK АЕА, также отличаются несущественно. Но при этом обращает на себя внимание то, что если при ударе достаточно малого снаряда, рассмотренного в примере 1, эта толщина превосходила толщину пробивания t_p на 40÷50%, то в последнем расчете они отличаются в 2.2–2.4 раза. Причиной этого может быть тот факт, что при вычислении t_s по методике UK АЕА параметры снаряда не соответствовали использовавшимся при экспериментах.

Заключительные замечания. Толщину пробивания и растрескивания, найденную по приведенным формулам, следует увеличивать как минимум на 20%, чтобы покрыть разброс экспериментальных данных [108].

Как отмечено выше, эти методики предназначены прежде всего для проектирования защиты от не слишком крупных летящих тел, образующихся при авариях, торнадо и т.п. В случае таких больших снарядов, как турбина двигателя самолета, они могут приводить к частично недостоверным результатам. В приведенном примере 2 надежной можно, по-видимому, считать найденную толщину пробивания t_p , а толщина растрескивания t_s , скорей всего, завышена.

Отметим, что в документе МАГАТЭ [112] признается тот факт, что большинство имеющихся эмпирических формул мало пригодны для расчета на удар летящих тел, подобных турбине двигателя самолета, и завышают требуемую толщину стены. Поэтому в нем рекомендуется при использовании этих формул применять «инженерное суждение», т.е. руководствоваться здравым смыслом.

В частности, при ударе турбины двигателя самолета можно, скажем, принять $t_s \approx 1.4 \div 1.5 t_p$, как в примере 1, а для большей безопасности дополнительно облицевать стену изнутри листовой сталью или металлической сеткой, чтобы воспрепятствовать разлету обломков бетона изнутри. Если эта облицовка закреплена в соответствии с требованиями методики UK АЕА, то ее можно учесть в качестве дополнительного армирования.

Приведенные эмпирические формулы автоматически учитывают прочность железобетонной преграды на продавливание. Поэтому при анализе общей деформации конструкции при ударе твердого тела производить эту проверку нет необходимости. При ударах легко сминаемых тел (таких, как удар фюзеляжа самолета, деревянного бруса при торнадо и т.п.) проверка прочности производится на нагрузку при их разрушении, и такая проверка необходима.

7.3.3. Последовательное пробивание жестким снарядом нескольких барьеров

Рассмотрим кинетическую энергию снаряда в разные моменты времени. Предположим, что скорость его удара V_0 ; критическая скорость пробивания преграды, например, найденная по формуле

(7.22), V_c ; скорость снаряда после пробивания первого барьера – V_1 . Поскольку пробивание железобетонной преграды происходит очень быстро, то можно считать, что ее перемещения во время пробивания отсутствуют, и поэтому энергией деформации преграды можно пренебречь. Тогда уравнение энергетического баланса записывается как равенство кинетической энергии снаряда до и после пробивания:

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = \frac{1}{2}mV_c^2 + \frac{1}{2}mV_1^2, \quad (7.35)$$

откуда следует, что

$$V_0^2 = V_c^2 + V_1^2, \quad (7.36)$$

и скорость снаряда после пробивания первого барьера

$$V_1 = \sqrt{V_0^2 - V_c^2}. \quad (7.37)$$

Считая ее скоростью удара во второй барьер, можно аналогично выполнить расчет его пробивания, а затем – и других барьеров.

Экспериментальная проверка показала, что найденная таким способом скорость V_1 получается с запасом [103]. Для того чтобы обеспечить дополнительный консерватизм, рекомендуется уменьшить скорость V_c на 15 %. Кроме того, в уравнении энергетического баланса (7.31) не учитывается кинетическая энергия, которую приобретает барьер, что также идет в запас.

Пример 3. При тех же условиях, что в примере 1 предыдущего раздела, проверим возможность пробивания двух одинаковых стен толщиной 0.4 м.

Найдем по формуле (7.22) критическую скорость пробивания первой стены

$$\begin{aligned} V_{1c} &= 1.3\rho^{1/6} f_{cy}^{1/2} \left(\frac{pt_p^2}{m\pi} \right)^{2/3} (r + 0.3)^{1/2} = \\ &= 1.3 \cdot 2400^{1/6} (0.33 \cdot 10^8)^{1/2} \left(\frac{0.985 \cdot 0.3^2}{300\pi} \right)^{2/3} (0.25 + 0.3)^{1/2} = 61.5 \text{ (м/с)}. \end{aligned}$$

В запас уменьшим эту скорость на 15 %, т.е. примем $V_{1c} = 52.3$ м/с. Тогда, согласно (7.37), скорость удара во вторую стену составит

$$V_1 = \sqrt{V_0^2 - V_{1c}^2} = \sqrt{85^2 - 52.3^2} = 67 \text{ (м/с)}.$$

Эта скорость оказалась больше критической скорости пробивания первой стены. Поскольку обе стены одинаковы, это означает, что вторая стена также будет пробита.

7.3.4. Нагрузка на железобетонную преграду при внедрении жесткого тела

Для анализа прочности конструкции необходимо знать не только ее локальные повреждения, но внутренние усилия в конструкции вследствие ее общей деформации. Последнюю можно определить, принимая разные допущения относительно снаряда и конструкции.

Так, в гл. 6 описан способ вычисления общей деформации конструкции энергетическим методом в предположении, что она линейно-упругая, а снаряд – абсолютно твердое тело; локальные повреждения в месте удара не учитываются.

Можно рассчитать усилия в конструкции, выполнив ее динамический расчет на нагрузку, создаваемую снарядом, как это описано в гл. 2 и 3. Способы определения такой нагрузки в предположении, что снаряд – легко деформируемое тело, а преграда – деформируемая или нет, описаны в гл. 8. При этом локальные повреждения преграды также не учитываются.

Далее будет описано определение нагрузки с использованием противоположного допущения, а именно: снаряд – абсолютно твердое тело, а преграда – «мягкая» железобетонная конструкция, в которой развиваются локальные деформации. При такой постановке задачи нагрузка создается за счет сопротивления железобетонной преграды внедрению в нее твердого тела.

Предложено достаточно много способов определения такой нагрузки. Приведем один из них, примененный при выводе модифицированной формулы NDRC [118]. Он основан на приближенной теории, согласно которой давление на торце недеформируемого стержня, внедряющегося в бетон,

$$p(t) = \frac{263820}{KN} \left(\frac{v(t)}{12000d} \right)^{0.2} f[x(t)], \quad (7.38)$$

где

$$f[x(t)] = \begin{cases} \frac{x(t)}{2d} & \text{при } \frac{x(t)}{d} \leq 2; \\ 1 & \text{при } \frac{x(t)}{d} > 2; \end{cases} \quad (7.39)$$

$x(t)$ – глубина проникания тела в преграду, дюйм; $v(t)$ – скорость тела, дюйм/с; остальные обозначения те же, что в (7.14).

Перемещение $x(t)$ и скорость $v(t)$ вычисляются путем численного интегрирования уравнения движения тела

$$m\ddot{x} = -p(t)S(x), \quad (7.40)$$

где m – масса тела; $S(x)$ – площадь контакта тела с преградой. Начальные условия: $x(0) = 0$; $\dot{x}(0) = V_0$. Сила $R(t)$, действующая на конструкцию, равна произведению давления на площадь контакта.

Можно принять упрощенный закон для силы взаимодействия снаряда с преградой, считая ее постоянной и равной R , а длительность ее действия равной τ . Работа силы при внедрении снаряда в конструкцию на максимальную глубину x_n равна его кинетической энергии при ударе:

$$Rx_n = \frac{mV_0^2}{2}. \quad (7.41)$$

Отсюда находим величину силы

$$R = \frac{mV_0^2}{2x_n}. \quad (7.42)$$

Поскольку сила сопротивления R предполагается постоянной, снаряд движется равнозамедленно с ускорением

$$a = -\frac{R}{m} = -\frac{V_0^2}{2x_n}. \quad (7.43)$$

Тогда максимальное перемещение x_n , достигаемое в момент остановки снаряда τ ,

$$x_n = -\frac{V_0^2}{2x_n} \frac{\tau^2}{2} + V_0\tau. \quad (7.44)$$

Решив квадратное уравнение, получим время действия нагрузки:

$$\tau = \frac{2x_n}{V_0}. \quad (7.45)$$

Импульс силы, вычисленный этим способом, равен количеству движения тела в момент удара, но при этом сила R оказывается несколько заниженной, а ее длительность τ – завышенной по сравнению со значениями, найденными согласно (7.52)–(7.54) [118].

Величина и длительность силы зависят от скорости и массы тела, а также от глубины внедрения x_n . При ее вычислении по методу NDRC описанный способ дает удовлетворительный результат, если глубина внедрения больше 15% толщины преграды. Но, с другой стороны, эта глубина должна быть меньше той, при которой происходит пробивание или растрескивание преграды с обратной стороны, так как в этом случае считается, что отказ преграды произошел вследствие локальных повреждений. При использовании данного способа определения силы обычно в запас занижают глубину внедрения, что приводит к повышению величины и длительности нагрузки.

Подобным же образом можно ввести в рассмотрение податливость преграды, подставив во все формулы эквивалентную массу

$$m_s = \frac{m}{1 + m/m_{np}}, \quad (7.46)$$

где $m_{\text{пр}}$ – эквивалентная масса преграды,

$$m_{\text{пр}} = \mu \iint_{(S_{\text{пр}})} w^2(x, y) dx dy; \quad (7.47)$$

μ – масса единицы поверхности преграды; $w(x, y)$ – перемещения ее точек при статическом приложении максимальной нагрузки; $S_{\text{пр}}$ – площадь преграды.

Отметим, что задачи, подобные данной, рассмотрены в гл. 8 и можно использовать изложенные там подходы.

7.4. Локальные повреждения стальных конструкций

Стальные конструкции и механическое оборудование АЭС могут подвергаться ударам внутренних и внешних летящих твердых снарядов. Оценка их повреждений обычно выполняется по эмпирическим формулам. При их использовании следует учитывать, что возможно не только пробивание преграды всем снарядом, но и ее «протыкание» выступающими частями меньшего размера. Поэтому при расчетах следует рассматривать площадь контакта с преградой как всего снаряда, так и его выступающих частей.

За рубежом чаще всего используются следующие формулы.

Формула BRL* [135]:

$$\left(\frac{t}{d}\right)^{3/2} = \frac{DV_0^2}{1120\,000K_s^2}, \quad (7.48)$$

где t – толщина мишени, предохраняющая от пробивания, дюйм; d – диаметр снаряда, дюйм; V_0 – скорость удара, фут/с; K_s – константа, зависящая от качества преграды (обычно $K_s \approx 1$); D – калибровая плотность снаряда, фунт/дюйм³,

$$D = \frac{Q}{d^3}, \quad (7.49)$$

где Q – вес снаряда, фунт.

Данная формула не учитывает размер и способ закрепления мишени. Диапазон параметров, при которых производились эксперименты, и, значит, диапазон применимости формулы не указан.

Формула SRI* [127]:

$$\left(\frac{t}{d}\right)^2 + \frac{3}{128} \left(\frac{B}{d}\right) \left(\frac{t}{d}\right) = \frac{0.0452DV_0^2}{\sigma_{\text{вр}}}, \quad (7.50)$$

* BRL – Ballistic Research Laboratory (Баллистическая исследовательская лаборатория, США)

* SRI – Stanford Research Institute (Стенфордский исследовательский институт, США)

где B – ширина мишени между жесткими опорами; $\sigma_{вр}$ – временное сопротивление материала мишени.

При выводе формулы SRI параметры варьировались в следующих диапазонах:

$$2 \leq D \leq 12 \text{ фунт/дюйм}^3 \quad (0.55 \cdot 10^5 \leq D \leq 0.33 \cdot 10^6 \text{ кг/м}^3);$$

$$2'' \leq B \leq 12'' \quad (50 \leq B \leq 300 \text{ мм}); \quad 0.062'' \leq d \leq 3.5'' \quad (1.6 \leq d \leq 89 \text{ мм});$$

$$70 \leq V_0 \leq 400 \text{ фут/с} \quad (21 \leq V_0 \leq 120 \text{ м/с});$$

$$0.1 \leq t/d \leq 0.8; \quad 5 \leq B/d \leq 8; \quad 8 \leq B/t \leq 100.$$

Эти диапазоны изменения параметров, за исключением, возможно, отношений B/d и B/t , соответствуют встречающимся в атомной энергетике. Если окажется, что $B/d > 8$ или $B/t > 100$, то для обеспечения консерватизма рекомендуется вместо (7.50) использовать формулу

$$\left(\frac{t}{d}\right)^2 + \frac{2F}{128} \left(\frac{t}{d}\right) = \frac{0.0452DV_0^2}{\sigma_{вр}}, \quad (7.51)$$

где F – меньшее из значений $F = 100t/d$ и $F = b/d$ (последнее учитывается, если $F \geq 8$).

При обычных значениях параметров, встречающихся в атомной энергетике, формулы BRL и SRI дают близкие результаты. Однако при $B/d < 6$ формула BRL приводит к неконсервативным результатам по сравнению с экспериментальными данными, на основе которых выведена формула SRI.

При проектировании стальных защитных барьеров рекомендуется толщину, найденную по формулам SRI, увеличивать на 25 %. Кроме того, рекомендуется уменьшать временное сопротивление $\sigma_{вр}$ металла мишени для учета двумерного растяжения [135].

Глава 8

НАГРУЗКИ НА СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ ПРИ УДАРАХ РАЗРУШАЮЩИХСЯ ТЕЛ

В данной главе рассмотрены методы определения нагрузок на строительные конструкции, создаваемых ударами летящих тел, которые при ударе легко деформируются или даже частично или полностью разрушаются (поэтому далее они именуются *разрушающимися*). К таким телам относят, например, сминаемый фюзеляж самолета, увлекаемые ветром торнадо деревянные брусья и столбы, автомобиль (кузов) и пр. При их ударе кинетическая энергия расходуется как на их собственное разрушение, так и на деформацию преграды. При этом доля энергии, затраченная на разрушение тела, может оказаться больше, чем на деформацию преграды.

Необходимо еще раз повторить то, что было отмечено в начале гл. 7: разделение летящих тел на жесткие и легко деформируемые является условным и зависит от свойств преграды и тела.

Далее предполагается, что разрушающиеся тела являются жесткопластическими. Кроме того, используется их упрощенная схематизация: они рассматриваются как одномерные тела, т.е. как *стержни с переменными по длине характеристиками* (массой и прочностью). Иными словами, в каждом из их сечений заданы средние значения этих параметров, зависящие только от расстояния сечения от конца.

Хотя эти тела могут иметь разную природу, далее для определенности говорится о нагрузке от разрушения фюзеляжа самолета при его ударе в строительную конструкцию здания АЭС. Однако все полученные формулы и результаты распространяются также и на разрушающиеся тела иной природы.

8.1. Удар в недеформируемую преграду

8.1.1. Удар по нормали к преграде

Рассмотрим удар по нормали к недеформируемой преграде, которую сначала будем считать вертикальной. Поскольку преграда недеформируемая, точка удара неподвижна.

Впервые в такой постановке проблема определения нагрузки на преграду была решена Дж. Риерой применительно к удару самолета [129]. Он схематизировал фюзеляж как жесткопластический стержень с распределенными по длине погонной массой $\mu(x)$ и предельной нагрузкой разрушения $P(x)$ (рис. 8.1). Позднее эта задача решалась с использованием других, более детальных и сложных схематизаций самолета (см., например, [109, 110]), однако результаты этих решений мало отличаются от полученных Риерой. Поэтому далее за основу принят его подход, который развит с учетом некоторых до-

полнительных факторов. Но сначала повторим (с небольшими отличиями) вывод его формулы.

Будем считать, что в момент удара вектор скорости направлен по оси стержня (фюзеляжа). При таком предположении нагрузка получается максимальной. В этом случае самолет в процессе разрушения перемещается прямолинейно (его вертикальное перемещение и поворот во время удара под действием силы веса ввиду малости не учитываются)*.

В произвольный момент времени фюзеляж можно разделить на две области (рис. 8.2,а): примыкающую к преграде смятую часть (1), скорость которой $\dot{x}_1 = 0$, и несмятую часть (2), движущуюся со скоростью $\dot{x}_2(t) = \dot{\xi}(t)$. Масса смятой части (1):

$$m_1(t) = \int_0^{\xi} \mu(\xi) d\xi = \int_0^t \mu[\xi(t)] \dot{\xi}(t) dt, \quad (8.1)$$

где $\xi(t)$ – длина, отсчитываемая от носа самолета (рис. 8.2,а). Масса области (2):

$$m_2(t) = m_c - m_1(t), \quad (8.2)$$

где m_c – общая масса самолета.

При поступательном движении самолета каждая из этих областей может рассматриваться как точка переменной массы, движение которой описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\vec{Q}_i}{dt} = \vec{F}_i^e + \vec{u} \frac{dm_i}{dt}, \quad (8.3)$$

где \vec{Q}_i – количество движения i -й области ($i = 1, 2$); \vec{F}_i^e – главный

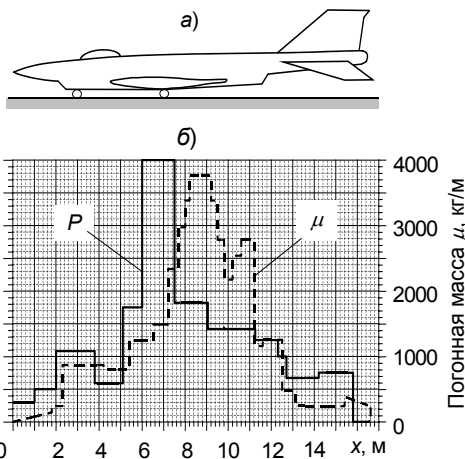


Рис. 8.1. Параметры истребителя-бомбардировщика *Phantom RF-4E* [129]: а – общий вид; б – распределение погонной массы μ и прочности фюзеляжа P по длине самолета

* В [19, 98] эта же задача решена при несовпадении вектора скорости с осью фюзеляжа, а также при наличии у последнего угловой скорости в момент удара. Учет этих факторов позволяет, в принципе, снизить нагрузку на преграду, но, к сожалению, на практике получить эти дополнительные данные сложно.

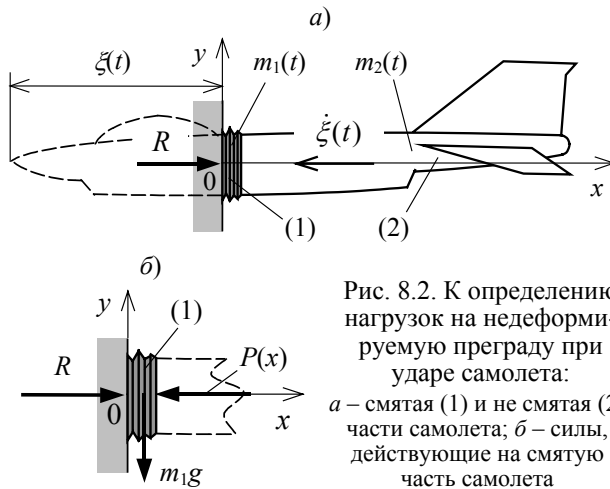


Рис. 8.2. К определению нагрузок на недеформируемую преграду при ударе самолета: а – смятая (1) и не смятая (2) части самолета; б – силы, действующие на смятую часть самолета

вектор приложенных к ней внешних сил; $m_i(t)$ – масса области; \vec{u} – абсолютная скорость присоединяющихся к ней или отделяющихся частей в момент времени, предшествующий присоединению (отделению).

Поскольку скорости точек

области (1) равны нулю, проекции величин, входящих в (8.3), на ось Ox (рис. 8.2, б) получаем по формулам

$$Q_{1x} = 0; \quad F_{ix}^e = R(t) - P[\xi(t)]; \quad u_x = -\dot{\xi}(t); \quad \frac{dm_1}{dt} = \dot{\xi}(t)\mu[\xi(t)], \quad (8.4)$$

где $R(t)$ – нагрузка на преграду, $P[\xi(t)]$ – сила, действующая со стороны не разрушенной части самолета. Подставив эти значения в (8.3), получим выражение для нагрузки, которое впервые было выведено Риерой [129]:

$$R(t) = P[\xi(t)] + \dot{\xi}^2(t)\mu[\xi(t)]. \quad (8.5)$$

Первый член в правой части представляет собой статическую, а второй – динамическую составляющую нагрузки. Такая нагрузка действует, пока происходит смятие самолета, т.е. $\xi(t) \geq 0$, после

чего обращается в нуль.

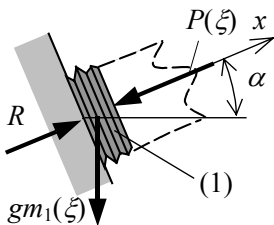


Рис. 8.3. Силы, действующие на смятую часть самолета (1) при ударе в недеформируемую наклонную преграду

Теперь рассмотрим удар по нормали к недеформируемой преграде, наклоненной под углом α (рис. 8.3). Единственным отличием этой задачи от рассмотренного выше удара в вертикальную преграду является то, что сила веса смятой части самолета (1) направлена не перпендикулярно, а под углом к направлению движения x . Поэтому нагрузка на преграду выводится так же, как формула Риеры, но проекция главного вектора внешних сил, действующих на смятую часть, на ось Ox

$$F_{ix}^e = R - P(\xi) - gm_1(\xi) \sin \alpha. \quad (8.6)$$

Эта сила действует в продолжение смятия самолета, т.е. пока $\dot{\xi}(t) \geq 0$, после чего становится равной $F_{ix}^e = gm_c \sin \alpha$.

Таким образом, нагрузка на преграду

$$R(t) = \begin{cases} P[\xi(t)] + gm_1[\xi(t)] \sin \alpha + \dot{\xi}^2(t) \mu[\xi(t)] & \text{при } \dot{\xi}(t) \geq 0; \\ gm_c \sin \alpha & \text{при } \dot{\xi}(t) = 0. \end{cases} \quad (8.7)$$

Если удар нанесен не по нормали к преграде, а под углом $\varphi \leq \varphi_{\text{тр}}$, где $\varphi_{\text{тр}}$ – угол трения между материалами фюзеляжа самолета и преграды, то нагрузка $R(t)$ обычным образом раскладывается на компоненты: нормальную $R_n(t) = R(t) \cos \varphi$ и касательную $R_t(t) = R(t) \sin \varphi$.

Если же начальный угол удара $\varphi > \varphi_{\text{тр}}$, то одновременно с разрушением самолет будет проскальзывать относительно преграды. Этот случай рассмотрен в разд. 8.2.3 и 8.2.4.

8.1.2. Решение уравнения движения тела в квадратурах

В зарубежной проектной практике нагрузку находят непосредственно с помощью формулы Риеры (8.5), численно определяя функции $\xi(t)$ и $\dot{\xi}(t)$ [135]. Однако для более ясного понимания характера движения полезно найти решение уравнения движения в квадратурах. Для этого рассмотрим движение всего самолета по нормали к преграде.

1. Сначала будем считать *преграду вертикальной*, как в решении Риеры. Обозначим центр тяжести смятой части самолета, совпадающий с началом координат, как A_1 , его не смятой части – как A_2 , а всей системы, включающей обе эти части – как A (рис. 8.4). Расстояние от точки A_1 до начала координат $l_{A1} = 0$. Расстояние от начала координат до точки A_2

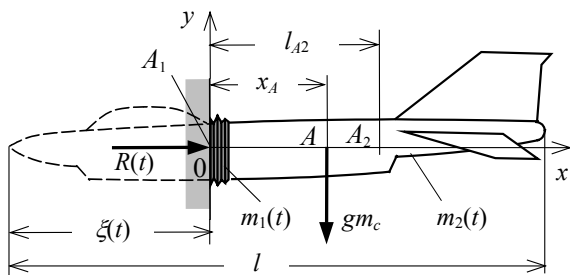


Рис. 8.4. К определению координаты центра тяжести самолета x_A

$$l_{A2} = \frac{1}{m_2(\xi)} \int_{\xi}^l \eta \mu(\eta) d\eta - \xi = \frac{1}{m_2(\xi)} S_2(\xi) - \xi, \quad (8.8)$$

где $m_2(\xi)$ – масса не смятой части;

$$m_2(\xi) = \int_{\xi}^l \mu(\eta) d\eta; \quad (8.9)$$

$S_2(\xi)$ – ее статический момент,

$$S_2(\xi) = \int_{\xi}^l \eta \mu(\eta) d\eta. \quad (8.10)$$

Координата центра масс

$$x_A = \frac{m_1 l_{A1} + m_2 l_{A2}}{m_c} = \frac{1}{m_c} [S_2(\xi) - \xi m_2(\xi)]. \quad (8.11)$$

Дифференциальное уравнение движения самолета по оси Ox :

$$m_c \ddot{x}_A = R(t) \quad (8.12)$$

(движением самолета по вертикали и поворотом корпуса будем, как и раньше, пренебрегать ввиду малости). Вычислим левую часть уравнения (8.12), для чего дважды продифференцируем (8.11) по времени:

$$m_c \ddot{x}_A = -\ddot{\xi} m_2(\xi) + \dot{\xi}^2 \mu(\xi). \quad (8.13)$$

Подставив (8.2), (8.5) и (8.13) в (8.12), приходим к следующему дифференциальному уравнению движения:

$$\ddot{\xi} = -\frac{P(\xi)}{m_c - m_1(\xi)}. \quad (8.14)$$

Начальные условия:

$$\xi(0) = 0; \quad \dot{\xi}(0) = v_0. \quad (8.15)$$

Правая часть уравнения (8.14) не зависит явно от времени, поэтому можно понизить его порядок, сделав преобразование

$$\ddot{\xi} = \frac{d\dot{\xi}}{dt} = \frac{d\dot{\xi}}{d\xi} \frac{d\xi}{dt} = \dot{\xi} \frac{d\dot{\xi}}{d\xi} = \frac{1}{2} \frac{d\dot{\xi}^2}{d\xi} \quad (8.16)$$

и введя обозначение

$$z = \dot{\xi}^2. \quad (8.17)$$

В результате получим дифференциальное уравнение 1-го порядка

$$\frac{dz}{d\xi} = -\frac{2P(\xi)}{m_c - m_1(\xi)} \quad (8.18)$$

с начальным условием

$$z(0) = v_0^2. \quad (8.19)$$

Интеграл этого дифференциального уравнения

$$z = -2 \int_0^{\xi} \frac{P(\eta) d\eta}{m_c - m_1(\eta)} + v_0^2. \quad (8.20)$$

Обозначим

$$F(\xi) = \int_0^{\xi} \frac{P(\eta) d\eta}{m_c - m_1(\eta)}, \quad (8.21)$$

тогда

$$z = -2F(\xi) + v_0^2. \quad (8.22)$$

С учетом (8.17) и (8.21) получаем

$$\dot{\xi}(\xi) = \sqrt{v_0^2 - 2F(\xi)}. \quad (8.23)$$

Отсюда находим функцию $t(\xi)$, обратную к $\xi(t)$:

$$t(\xi) = \int_0^{\xi} \frac{d\eta}{\sqrt{v_0^2 - 2F(\eta)}}, \quad (8.24)$$

Обратив $t(\xi)$, получим искомый закон движения $\xi(t)$. После этого можно найти зависимости $P[\xi(t)]$, $\mu[\xi(t)]$, $\dot{\xi}[\xi(t)]$ и $m_1[\xi(t)]$, подстановка которых в (8.7) дает закон изменения нагрузки на преграду $R(t)$.

Максимальное перемещение ξ_{\max} достигается, когда скорость обращается в нуль. Из (8.23) получаем, что в этот момент времени выполняется соотношение

$$2F(\xi_{\max}) = 2 \int_0^{\xi_{\max}} \frac{P(\eta)}{m_c - m_1(\eta)} d\eta = v_0^2. \quad (8.25)$$

Отсюда следует, что при $\xi = \xi_{\max}$ подынтегральная функция в (8.24) имеет разрыв. Это означает, что тело стремится к максимальному перемещению асимптотически.

2. Теперь рассмотрим удар в преграду, наклоненную под углом α (рис. 8.5). Как и ранее, пренебрежем движением самолета по оси Oy (вдоль преграды) и поворотом корпуса.

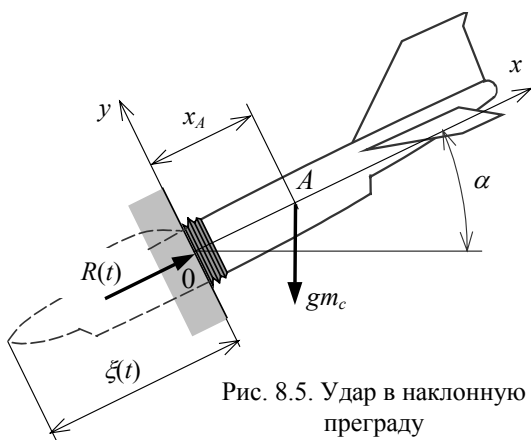


Рис. 8.5. Удар в наклонную преграду

Дифференциальное уравнение движения самолета по оси Ox :

$$m_c \ddot{x}_A = R(t) - gm_c \sin \alpha. \quad (8.26)$$

Подставив сюда (8.7) и (8.14), получим:

$$\ddot{\xi} = -\frac{P(\xi)}{m_c - m_1(\xi)} + g \sin \alpha. \quad (8.27)$$

Начальные условия прежние, т.е. (8.15). Сделав те же преобразования, что и выше, получим вместо (8.23) уравнение

$$\dot{\xi}(\xi) = \sqrt{v_0^2 + g\xi \sin \alpha - 2F(\xi)}, \quad (8.28)$$

где функция $F(\xi)$ выражается формулой (8.21). Отсюда находим следующую зависимость времени от перемещения:

$$t(\xi) = \int_0^{\xi} \frac{d\eta}{\sqrt{2g\eta \sin \alpha + v_0^2 - 2F(\eta)}}. \quad (8.29)$$

Максимальное перемещение ξ_{\max} достигается, когда подкоренное выражение в (8.28) обращается в нуль. Значит, как и прежде, тело стремится к нему асимптотически.

Обратив $t(\xi)$, получим законы движения $\xi(t)$ и скорости $\dot{\xi}(t)$, подставив которые в (8.7), найдем закон изменения нагрузки на наклонную преграду.

8.1.3. Удар тела с постоянной по длине массой и прочностью

Рассмотрим случай, когда масса и прочность тела постоянны по длине, т.е.

$$P(\xi) = P_1 = \text{const}; \quad \mu(\xi) = \mu_1 = \text{const}; \quad m_1 = \mu_1 \xi; \quad m_c = \mu_1 l. \quad (8.30)$$

Подчеркнем, что масса и прочность предполагаются постоянными только в пределах сминаемой части тела, а в остальной его части могут быть любыми.

Выражение (8.21) приобретает вид

$$F(\xi) = \frac{P_1}{\mu_1} \int_0^{\xi} \frac{d\eta}{l - \eta} = -\frac{P_1}{\mu_1} \ln \left(1 - \frac{\xi}{l} \right). \quad (8.31)$$

Будем считать, что угол наклона преграды $\alpha \neq 0$. Подставив (8.30) в (8.28), получим

$$t(\xi) = \int_0^{\xi} \frac{d\eta}{\sqrt{2g\eta \sin \alpha + \frac{2P_1}{\mu_1} \ln \left(1 - \frac{\eta}{l} \right) + v_0^2}}. \quad (8.32)$$

Чтобы найти максимальное перемещение ξ_{\max} , приравняем нулю подкоренное выражение (8.28). С учетом (8.31) найдем, что ξ_{\max} удовлетворяет уравнению

$$v_0^2 + g \xi_{\max} \sin \alpha + \frac{P_1}{\mu_1} \ln \left(1 - \frac{\xi_{\max}}{l} \right) = 0. \quad (8.33)$$

При этом значении ξ_{\max} подынтегральная функция имеет разрыв, поэтому практически интегрирование следует выполнять до значения, которое меньше его на малое число.

Если мала погонная масса тела μ_1 или велика его прочность P_1 , или мала скорость удара v_0 , то $\xi_{\max}/l \ll 1$. Поскольку $\xi \leq \xi_{\max}$, то

$$\ln \left(1 - \frac{\xi}{l} \right) \approx -\frac{\xi}{l}, \quad (8.34)$$

и (8.32) преобразуется к виду

$$t(\xi) = \int_0^{\xi} \frac{d\eta}{\sqrt{2a\eta + v_0^2}}, \quad (8.35)$$

где

$$a = \left(g \sin \alpha - \frac{P_1}{m_c} \right). \quad (8.36)$$

Взяв интеграл и сделав элементарные преобразования, получим

$$\xi(t) = \frac{at^2}{2} + v_0 t. \quad (8.37)$$

Из (8.37) видно, что тело движется равнозамедленно с начальной скоростью v_0 и ускорением $a < 0$. Это понятно, если принять во внимание, что ввиду малости ξ_{\max} по сравнению с длиной l масса тела остается практически постоянной. Поэтому его можно рассматривать как материальную точку с массой m_c , прямолинейно движущуюся под действием собственного веса и постоянной силы сопротивления P_1 .

Скорость тела

$$\dot{\xi}(t) = at + v_0. \quad (8.38)$$

Силу, действующую на наклонную преграду, найдем, подставив (8.37) и (8.38) в (8.7). С учетом обозначений (8.30)

$$R(t) = \begin{cases} P_1 + \frac{\mu_1}{2} [t(at + 2v_0)g \sin \alpha + 2(at + v_0)^2] & \text{при } \dot{\xi}(t) \geq 0; \\ gm_c \sin \alpha & \text{при } \dot{\xi}(t) = 0. \end{cases} \quad (8.39)$$

Длительность нагрузки находим из условия $\dot{\xi}(t) = 0$:

$$t_{\max} = -\frac{v_0}{a}. \quad (8.40)$$

Подставив это время в (8.37), найдем максимальное перемещение

$$\xi_{\max} = -\frac{v_0^2}{2a}. \quad (8.41)$$

8.1.4. Удар тела с линейно изменяющимися массой и прочностью

Так же, как и в случае, рассмотренном в предыдущем разделе, нагрузка на преграду может быть просто вычислена, если масса и прочность тела изменяются по длине линейно:

$$P(\xi) = a_P \xi; \quad \mu(\xi) = a_\mu \xi. \quad (8.42)$$

Как и ранее, это требование должно выполняться только в пределах сминаемой части тела, а в остальной его части масса и прочность могут быть любыми.

Масса смятой части тела

$$m_1(\xi) = \int_0^\xi \mu(\xi) d\xi = \frac{a_\mu \xi^2}{2}. \quad (8.43)$$

Подставив (8.42) и (8.43) в (8.21) и взяв в последней формуле интеграл, получим

$$F(\xi) = -\frac{a_P}{a_\mu} \ln \left(1 - \frac{a_\mu}{2m_c} \xi^2 \right). \quad (8.44)$$

Зависимость $t(\xi)$ получается при подстановке (8.44) в (8.29):

$$t(\xi) = \int_0^\xi \left[2g\eta \sin \alpha + v_0^2 + 2\frac{a_P}{a_\mu} \ln \left(1 - \frac{a_\mu}{2m_c} \eta^2 \right) \right]^{-\frac{1}{2}} d\eta. \quad (8.45)$$

Как и раньше, максимальное перемещение ξ_{\max} можно найти, приравняв нулю подкоренное выражение (8.45), т.е. решив уравнение

$$2g\xi_{\max} \sin \alpha + v_0^2 + 2\frac{a_P}{a_\mu} \ln \left(1 - \frac{a_\mu}{2m_c} \xi_{\max}^2 \right) = 0. \quad (8.46)$$

Если величина смятия мала, а также мала масса смятой части по сравнению с массой всего тела, т.е. $a_\mu \xi^2 / 2m_c \ll 1$, то

$$\ln \left(1 - \frac{a_\mu}{2m_c} \xi^2 \right) \approx -\frac{a_\mu}{2m_c} \xi^2, \quad (8.47)$$

Подставим (8.47) в (8.45) и преобразуем это выражение к виду

$$t(\xi) = \int_0^{\xi} \frac{d\eta}{\sqrt{2g\eta \sin \alpha + v_0^2 - \frac{a_p}{m_c} \eta^2}}. \quad (8.48)$$

Интеграл в правой части можно взять, однако выкладки достаточно громоздки. Проще определить перемещение тела исходя из следующих физических соображений.

Если масса смятой части мала, то можно пренебречь изменением массы всего тела в процессе удара, т.е. можно считать его материальной точкой с постоянной массой m_c , движущейся под действием силы разрушения тела и собственного веса. Уравнение движения

$$m_c \ddot{\xi} = -a_p \xi + m_c g \sin \alpha, \quad (8.49)$$

или

$$\ddot{\xi} + \omega^2 \xi = g \sin \alpha, \quad (8.50)$$

где

$$\omega = \sqrt{\frac{a_p}{m_c}}. \quad (8.51)$$

Начальные условия:

$$\xi(0) = 0; \quad \dot{\xi}(0) = v_0. \quad (8.52)$$

Решение уравнения (8.50):

$$\xi = \frac{1}{\omega^2} \left[\sqrt{v_0^2 \omega^2 + g^2} \sin(\omega t - \gamma) + g \sin \alpha \right], \quad (8.53)$$

где

$$\gamma = \arctg \frac{g}{v_0 \omega}. \quad (8.54)$$

Скорость

$$\dot{\xi} = \frac{1}{\omega} \sqrt{v_0^2 \omega^2 + g^2} \cos(\omega t - \gamma). \quad (8.55)$$

Чтобы найти нагрузку на преграду, надо подставить (8.42), (8.43), (8.53) и (8.55) в (8.7). Продолжительность действия нагрузки найдем, приравняв нулю скорость:

$$t_{\max} = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\pi}{2} + \gamma \right). \quad (8.56)$$

8.2. Удар в податливую преграду

Предположение об абсолютной жесткости преграды, использованное в разд. 8.1, приемлемо при расчетах очень массивных и жестких конструкций, например защитной оболочки реакторного от-

деления АЭС. Однако иногда необходимо рассчитывать на удар летящих тел также и иные строительные конструкции, имеющие существенно большую податливость. В связи с этим в настоящем разделе рассматривается задача об ударе самолета в податливую конструкцию. Задача о совместном движении самолета и конструкции упрощенно решалась в [109, 131]. Ниже она решена в более точной постановке.

8.2.1. Удар по нормали к преграде

Рассмотрим удар самолета по нормали к податливой преграде (конструкции), наклоненной под углом α (рис. 8.6,а). Преграда рассматривается как линейно-упругая система с n степенями свободы (рис. 8.6,б). Удар нанесен по направлению ее k -й степени свободы.

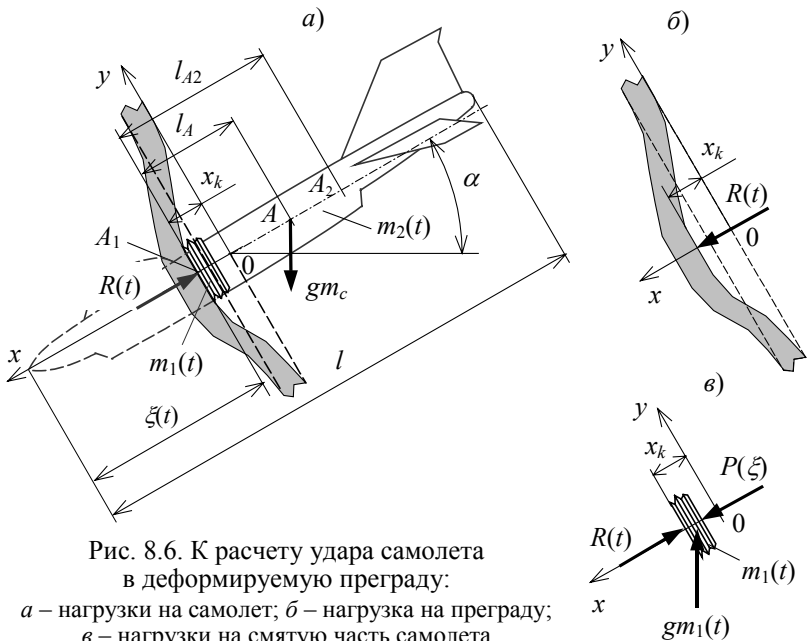


Рис. 8.6. К расчету удара самолета в деформируемую преграду:

а – нагрузки на самолет; б – нагрузка на преграду; в – нагрузки на смятую часть самолета

При ударе одновременно со смятием фюзеляжа происходит перемещение преграды. Движение конструкции и самолета рассматривается в неподвижной системе координат xOy , начало которой находится в точке удара, а ось Ox совпадает с k -й степенью свободы конструкции. Перемещением самолета по оси Oy (вдоль преграды) и поворотом корпуса будем, как и прежде, пренебрегать.

Система дифференциальных уравнений движения конструкции:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{J\}R(t), \quad (8.57)$$

где $\{x\}$ и $\{\ddot{x}\}$ – векторы перемещений и ускорений; $[M]$ и $[K]$ – матрицы масс и жесткостей; $\{J\}$ – вектор, k -й элемент которого $J_k = 1$, а остальные $J_i = 0$ ($i \neq k$).

Запишем уравнение движения всего самолета (рис. 8.6,а). Он является системой с постоянной массой m_c . Расстояние l_A от точки удара до центра масс A всего самолета, т.е. включая его смятую и не смятую части,

$$l_A(\xi) = \frac{m_1(\xi) \cdot 0 + m_2(\xi) l_{A2}}{m_c}, \quad (8.58)$$

где, как и выше, $m_1(\xi)$ и $m_2(\xi)$ – массы смятой и не смятой частей самолета, вычисляемые согласно (8.1), (8.2) и (8.9); l_{A2} – расстояние от точки удара до центра масс не смятой части [см. (8.8)].

Подставив все эти величины в (8.58), получаем

$$l_A = \frac{1}{m_c} \left(\int_{\xi}^l \eta \mu(\eta) d\eta - \xi \int_{\xi}^l \mu(\eta) d\eta \right) = \frac{S_2(\xi) - \xi m_2(\xi)}{m_c}. \quad (8.59)$$

В неподвижной системе координат x_0 у координата центра масс A

$$x_A = x_k - l_A = x_k - \frac{S_2(\xi) - \xi m_2(\xi)}{m_c}, \quad (8.60)$$

где x_k – перемещение точки конструкции, в которую нанесен удар.

Воспользуемся теоремой о движении центра масс системы:

$$m_c \ddot{x}_A = -R(t) + gm_c \sin \alpha. \quad (8.61)$$

Из (8.60) следует:

$$m_c \ddot{x}_A = m_c \ddot{x}_k - \frac{d^2}{dt^2} \left(\int_{\xi}^l \eta \mu(\eta) d\eta - \xi \int_{\xi}^l \mu(\eta) d\eta \right). \quad (8.62)$$

Подставим (8.62) в (8.61) и выполним дифференцирование скобки в правой части. Получим дифференциальное уравнение движения

$$m_c \ddot{x}_k + \ddot{\xi} m_2(\xi) - \dot{\xi}^2 \mu(\xi) - gm_c \sin \alpha = -R(t). \quad (8.63)$$

Теперь рассмотрим движения смятой части самолета (рис.8.6,б), которая является системой переменной массы $m_1(\xi)$. Воспользуемся теоремой об изменении количества движения (8.3). Определим входящие в нее величины. Поскольку масса $m_1(\xi)$ перемещается со скоростью точки удара конструкции \dot{x}_k , то количество движения

$$Q_{1x} = \dot{x}_k m_1(\xi); \quad (8.64)$$

главный вектор внешних сил

$$F_{1x}^e = -R(t) + P(\xi) + gm_1(\xi) \sin \alpha; \quad (8.65)$$

скорость присоединяющихся частиц

$$u_x = \dot{x}_k + \dot{\xi}; \quad (8.66)$$

производная от массы по времени

$$\frac{dm_1(\xi)}{dt} = \dot{\xi}\mu(\xi), \quad (8.67)$$

Подставив (8.64)–(8.67) в (8.3), выполнив дифференцирование количества движения по времени и произведя сокращения, приходим к дифференциальному уравнению движения:

$$\ddot{x}_k m_1(\xi) = -R(t) + P(\xi) + \dot{\xi}^2 \mu(\xi) + g m_1(\xi) \sin \alpha. \quad (8.68)$$

Из этого уравнения получаем нагрузку на конструкцию:

$$R(t) = -\ddot{x}_k m_1(\xi) + P(\xi) + \dot{\xi}^2 \mu(\xi) + g m_1(\xi) \sin \alpha. \quad (8.69)$$

Подставим это выражение для $R(t)$ в дифференциальное уравнение движения конструкции (8.57):

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{J\}(-\ddot{x}_k m_1(\xi) + P(\xi) + \dot{\xi}^2 \mu(\xi) + g m_1(\xi) \sin \alpha). \quad (8.70)$$

В правой части этого уравнения фигурирует ускорение движение по k -й степени свободы. Будем считать, что матрица $[M]$ диагональная и перенесем в k -м уравнении член $\ddot{x}_k m_1(\xi)$ в левую часть. В результате мы получим диагональную матрицу $[\tilde{M}]$, все элементы которой, кроме k -го, равны

$$\tilde{M}_{ii} = m_i, \quad (8.71)$$

а k -й диагональный элемент, соответствующий точке удара,

$$\tilde{M}_{kk} = m_k + m_1(\xi). \quad (8.72)$$

Таким образом, мы пришли к системе дифференциальных уравнений с переменной матрицей масс $[\tilde{M}]$, зависящей от ξ :

$$[\tilde{M}]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{J\}(P(\xi) + \dot{\xi}^2 \mu(\xi) + g m_1(\xi) \sin \alpha). \quad (8.73)$$

Подставим нагрузку на конструкцию (8.69) в уравнение (8.63). После элементарных преобразований оно приводится к виду

$$\ddot{\xi} = -\ddot{x}_k - \frac{P(\xi)}{m_2(\xi)} + g \sin \alpha. \quad (8.74)$$

Ускорение \ddot{x}_k входит в k -е уравнение системы (8.71):

$$[m_k + m_1(\xi)]\ddot{x}_k + \sum_{j=1}^n k_{kj} x_j = P(\xi) + \dot{\xi}^2 \mu(\xi) + g m_1(\xi) \sin \alpha. \quad (8.75)$$

Подстановка \ddot{x}_k в (8.74) приводит к дифференциальному уравнению:

$$\ddot{\xi} = \frac{1}{m_k + m_1(\xi)} \left[\sum_{j=1}^n k_{kj} x_j - \dot{\xi}^2 \mu(\xi) - \frac{(m_k + m_c)}{m_2(\xi)} P(\xi) + g m_k \sin \alpha \right]. \quad (8.76)$$

Система дифференциальных уравнения (8.71) вместе с уравнением (8.76) содержит $n+1$ уравнение относительно $n+1$ неизвестной, а именно: n перемещений конструкции x_1, x_2, \dots, x_n + длина смятой части самолета ξ . Интегрирование дифференциальных уравнений должно производиться с начальными условиями:

$$x_i(0) = 0; \quad \dot{x}_i(0) = 0; \quad i = 1 \dots n; \quad (8.77)$$

$$\xi(0) = 0; \quad \dot{\xi}(0) = v_0. \quad (8.78)$$

В результате будут найдены перемещения и самолета и конструкции. После этого можно определить напряженно-деформированное состояние последней. При необходимости, можно найти нагрузку на преграду по формуле (8.69).

Система уравнений (8.71)–(8.76) является нелинейной и, в принципе, должна интегрироваться каким-либо пошаговым методом. Однако при высоком порядке системы это связано с достаточно серьезными вычислительными сложностями. Задачу можно упростить, воспользовавшись тем, что часто масса разрушенной части самолета невелика по сравнению с массой «пятна удара» на конструкции. В этом случае можно произвести расчет описанным ниже итерационным способом, позволяющим отдельно определять перемещения конструкции и смятие самолета.

Шаг 1 – сначала надо рассчитать по формуле (8.7) нагрузку при ударе самолета в неподвижную преграду. Обозначим ее $R^{(0)}(t)$.

Шаг 2 – рассчитать перемещения конструкции под действием нагрузки $R^{(0)}(t)$, проинтегрировав систему уравнений (8.57). Поскольку эта система линейная, можно воспользоваться обычными методами интегрирования, в том числе методом модальной суперпозиции. В результате этого расчета определим закон изменения ускорений точки удара $\ddot{x}_k(t)$ (в качестве этого закона можно принять среднее ускорение точек в «пятне удара»).

Шаг 3 – подставим ускорение $\ddot{x}_k(t)$ в дифференциальное уравнение движения самолета (8.74). Численно интегрируя его, вычислим перемещение самолета $\xi(t)$ и скорость $\dot{\xi}(t)$. Зная их, найдем закон изменения силы $P(t)$, а затем по формуле (8.7) скорректированную нагрузку $R^{(1)}(t)$. Кроме того, вычислим массу разрушенной части фюзеляжа $m_1(t)$.

Шаг 4 – добавим половину массы $m_1(t)$ к массе точки удара и получим скорректированную матрицу масс $[M^{(1)}]$ системы (8.57). После этого возвращаемся на 2-й шаг и интегрируем скорректированную систему при нагрузке $R^{(1)}(t)$.

Пробные расчеты сооружений, выполненные таким способом, показали, что уже после 1–2 итераций нагрузка перестает изменяться, т.е. получено окончательное перемещение конструкции.

Задачу можно еще более упростить, схематизировав конструкцию в виде эквивалентной линейно-упругой системы с одной степенью свободы, масса которой равна m_k , а жесткость k_k . Способы такой схематизации изложены в разд. 4.1. В этом случае движение конструкции и самолета описывается системой двух дифференциальных уравнений:

$$\ddot{x}_k = \frac{1}{m_k + m_1(\xi)} \left[-k_k x_k + P(\xi) + \dot{\xi}^2 \mu(\xi) + gm_1(\xi) \sin \alpha \right]; \quad (8.79)$$

$$\ddot{\xi} = \frac{1}{m_k + m_1(\xi)} \left[k_k x_k - \dot{\xi}^2 \mu(\xi) - \frac{(m_k + m_c)}{m_2(\xi)} P(\xi) + gm_k \sin \alpha \right]. \quad (8.80)$$

Эти же уравнения можно использовать и в более общем случае, когда восстанавливающая сила, действующая на массу m_k , является нелинейной (например, за счет неупругих деформаций конструкции). Для этого в уравнениях надо заменить коэффициент k_k на зависимость восстанавливающей силы от перемещения $R_k(x_k)$.

Найдем нагрузку на конструкцию, для чего подставим в (8.69) ускорение \ddot{x}_k из (8.79). После преобразований получим

$$R(t) = \frac{1}{1 + \delta_m(\xi)} \left[P(\xi) + \dot{\xi}^2 \mu(\xi) + gm_1(\xi) \sin \alpha \right] + \frac{m_1(\xi) \omega_k^2 x_k}{1 + \delta_m(\xi)}, \quad (8.81)$$

где ω^2 – квадрат собственной круговой частоты конструкции,

$$\omega^2 = \frac{k_k}{m_k}; \quad (8.82)$$

$\delta_m(\xi)$ – отношение масс смятой части самолета и конструкции,

$$\delta_m(\xi) = \frac{m_1(\xi)}{m_k}. \quad (8.83)$$

Таким образом, при ударе в податливую преграду нагрузка на нее зависит от ее массы и собственной частоты. Сравнивая (8.81) с (8.7), видим, что в квадратных скобках стоит нагрузка при ударе в недеформируемую преграду. Следовательно, нагрузки при ударах в податливую и недеформируемую преграды будут близки, если $m_k \gg m_1(\xi)$ и мала собственная частота конструкции.

8.2.2. Удар под углом к нормали меньше угла трения

Рассмотрим удар самолета в податливую преграду под углом к нормали $\varphi \leq \varphi_{тр}$, где $\varphi_{тр}$ – угол трения между материалами фюзеляжа самолета и преграды. В этом случае проскальзывание самолета по преграде отсутствует, и при определении нагрузок ее форма не имеет значения.

Движение самолета и конструкции рассматривается в неподвижной системе координат $Oxyz$ с началом в точке удара (рис. 8.7).

Оси образуют правую систему координат, т.е. ось z (на рисунке не показана) направлена на нас перпендикулярно плоскости рисунка.

Перемещение конструкции при ударе задается координатами x_k и y_k . В отличие от удара по нормали к конструкции, перемещение точки удара может не совпадать с направлением оси самолета, и поэтому его фюзеляж в процессе смятия будет перемещаться не только поступательно, но и поворачиваться, даже если его угловая скорость в момент удара отсутствует. Поэтому положение самолета относительно конструкции задается двумя координатами: длиной смятой части ξ и углом φ (рис. 8.7).

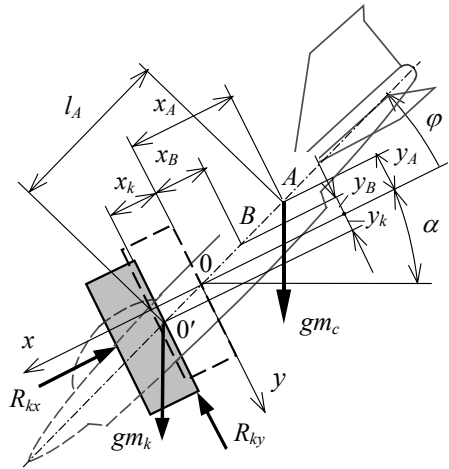


Рис. 8.7. Нагрузки на самолет и конструкцию при ударе под углом φ к нормали

Для учета податливости конструкции схематизируем ее в виде упругой системы с одной степенью свободы с массой m_k , сосредоточенной в точке удара, на которую со стороны отброшенной части конструкции действуют восстанавливающие силы $R_{kx}(x_k)$ и $R_{ky}(y_k)$. В частности, если конструкция линейно-упругая, то $R_{kx}=k_x x_k$, $R_{ky}=k_y y_k$.

Найдем координаты центра масс B системы «самолет + конструкция». Пусть, как и раньше, центр масс самолета находится в точке A , расстояние l_A от которой до точки удара вычисляется по формуле (8.59). Тогда координаты центра масс B :

$$x_B = \frac{m_k x_k + m_c x_A}{m_k + m_c}; \quad (8.84)$$

$$y_B = \frac{m_k y_k + m_c y_A}{m_k + m_c}. \quad (8.85)$$

Подставим сюда координаты точки A :

$$x_A = x_k - l_A \cos \varphi = x_k - \frac{S_2 - \xi m_2}{m_c} \cos \varphi; \quad (8.86)$$

$$y_A = y_k - l_A \sin \varphi = y_k - \frac{S_2 - \xi m_2}{m_c} \sin \varphi. \quad (8.87)$$

Здесь для краткости опущено обозначение зависимости от аргумента ξ и использованы обозначения $S_2 = S_2(\xi)$ и $m_2 = m_2(\xi)$. С учетом (8.86), (8.87) координаты центра масс B :

$$x_B = x_k - \frac{S_2 - \xi m_2}{m_k + m_c} \cos \varphi; \quad (8.88)$$

$$y_B = y_k - \frac{S_2 - \xi m_2}{m_k + m_c} \sin \varphi. \quad (8.89)$$

Система «самолет + конструкция» имеет постоянную массу. Воспользуемся теоремой о движении центра масс системы материальных точек. В проекции на оси она записывается так:

$$(m_k + m_c) \ddot{x}_B = -R_{kx}(x_k) + gm_k \sin \alpha + gm_c \sin \alpha; \quad (8.90)$$

$$(m_k + m_c) \ddot{y}_B = R_{ky}(y_k) - gm_k \cos \alpha - gm_c \cos \alpha, \quad (8.91)$$

где \ddot{x}_B и \ddot{y}_B – ускорения центра масс B . Из (8.88), (8.89) следует:

$$(m_k + m_c) \ddot{x}_B = \frac{d^2}{dt^2} \left[x_k - \frac{S_2 - \xi m_2}{m_k + m_c} \cos \varphi \right]; \quad (8.92)$$

$$(m_k + m_c) \ddot{y}_B = \frac{d^2}{dt^2} \left[y_k - \frac{S_2 - \xi m_2}{m_k + m_c} \sin \varphi \right]. \quad (8.93)$$

Выполнив дифференцирование в (8.92) и (8.93) и подставив в (8.90), (8.91), получим два дифференциальных уравнения движения:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_k(m_k + m_c) + \ddot{\xi} m_2 \cos \varphi - \ddot{\varphi}(\xi m_2 - S_2) \sin \varphi = \dot{\xi}^2 \mu(\xi) \cos \varphi + \\ + \varphi^2 (\xi m_2 - S_2) \cos \varphi + 2\dot{\xi} \dot{\varphi} m_2 \sin \varphi - R_{kx}(x_k) + g(m_k + m_c) \sin \alpha; \end{aligned} \quad (8.94)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}_k(m_k + m_c) + \ddot{\xi} m_2 \sin \varphi + \ddot{\varphi}(\xi m_2 - S_2) \cos \varphi = \dot{\xi}^2 \mu(\xi) \sin \varphi + \\ + \varphi^2 (\xi m_2 - S_2) \sin \varphi - 2\dot{\xi} \dot{\varphi} m_2 \cos \varphi - R_{ky}(y_k) + g(m_k + m_c) \cos \alpha. \end{aligned} \quad (8.95)$$

Третье уравнение получается с помощью теоремы об изменении главного момента количеств движения системы «самолет + конструкция»:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{M}_e. \quad (8.96)$$

где \vec{K} – главный момент количества движения системы; \vec{M}_e – главный момент действующих на нее внешних сил.

Главный момент \vec{M}_e выражается векторным произведением

$$\vec{M}_e = \sum \vec{r}_n \times \vec{F}_{en}, \quad (8.97)$$

где \vec{F}_{en} – вектор n -й внешней силы; \vec{r}_n – радиус-вектор точки ее приложения. В точке O' действует сила

$$\vec{F}_{eO'} = (-R_{kx} + gm_k \sin \alpha) \vec{i} + (-R_{ky} + gm_k \cos \alpha) \vec{j}; \quad (8.98)$$

радиус-вектор этой точки

$$\vec{r}_{0'} = x_k \vec{i} + y_k \vec{j}. \quad (8.99)$$

В точке A действует сила

$$\vec{F}_{eA} = gm_c \sin \alpha \cdot \vec{i} + gm_c \cos \alpha \cdot \vec{j}; \quad (8.100)$$

радиус-вектор точки A

$$\vec{r}_A = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}. \quad (8.101)$$

Вычислив векторные произведения, получим

$$\vec{M}_e = \vec{k} \left[-x_k R_{ky} + y_k R_{kx} + g(m_k + m_c)(x_k \cos \alpha - y_k \sin \alpha) - g(S_2 - m_2 \xi) \cos(\alpha + \varphi) \right]. \quad (8.102)$$

Главный момент количества движения системы

$$\vec{K} = \sum \vec{r}_n \times m_n \vec{v}_n, \quad (8.103)$$

где \vec{r}_n – радиус-вектор n -й точки системы; m_n – сосредоточенная в ней масса; \vec{v}_n – ее скорость. Сначала вычислим момент количества движения массы

$$m_{0'} = m_k + m_1(\xi), \quad (8.104)$$

сосредоточенной в точке $0'$. Скорость этой точки

$$\vec{v}_{0'} = \dot{x}_k \vec{i} + \dot{y}_k \vec{j}. \quad (8.105)$$

Соответствующий момент количества движения

$$\vec{K}_{0'} = \vec{k} [m_k + m_1(\xi)] (\dot{y}_k x_k - \dot{x}_k y_k). \quad (8.106)$$

Чтобы найти количество движения не смятой части фюзеляжа, рассмотрим произвольную точку C на расстоянии η от носа самолета (рис. 8.8). В ней сосредоточена масса

$$m_C = \mu(\eta) d\eta; \quad (8.107)$$

радиус-вектор и скорость этой точки

$$\begin{aligned} \vec{r}_C &= x_C \vec{i} + y_C \vec{j} = \\ &= \vec{i} [(x_k + \xi \cos \varphi) - \eta \cos \varphi] + \vec{j} [(y_k + \xi \sin \varphi) - \eta \sin \varphi]; \end{aligned} \quad (8.108)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_C &= \vec{i} [(\dot{x}_k + \dot{\xi} \cos \varphi - \xi \dot{\varphi} \sin \varphi) + \eta \dot{\varphi} \sin \varphi] + \\ &+ \vec{j} [(\dot{y}_k + \dot{\xi} \sin \varphi + \xi \dot{\varphi} \cos \varphi) - \eta \dot{\varphi} \cos \varphi]. \end{aligned} \quad (8.109)$$

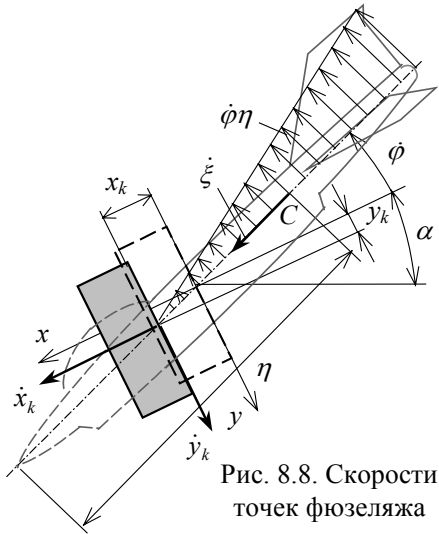


Рис. 8.8. Скорости точек фюзеляжа

Элементарный момент количества движения

$$d\vec{K}_c = \vec{k} \left\{ (\dot{y}_k x_k - \dot{x}_k y_k) + \xi (\dot{y}_k \cos \varphi - \dot{x}_k \sin \varphi) + \dot{\xi} (x_k \sin \varphi - y_k \cos \varphi) + \right. \\ \left. + \xi \dot{\varphi} (x_k \cos \varphi + y_k \sin \varphi) + \xi^2 \dot{\varphi} - \eta [\dot{\varphi} (x_k \cos \varphi + y_k \sin \varphi + \xi) + \right. \\ \left. + (\dot{y}_k \cos \varphi - \dot{x}_k \sin \varphi + \xi \dot{\varphi}) \right\} \mu(\eta) d\eta.$$

Момент количества движения не смятой части самолета

$$\vec{K}_2 = \int_{\xi}^l d\vec{K} = \vec{k} \left\{ [(\dot{y}_k x_k - \dot{x}_k y_k) + \xi (\dot{y}_k \cos \varphi - \dot{x}_k \sin \varphi) + \right. \\ \left. + \dot{\xi} (x_k \sin \varphi - y_k \cos \varphi) + \xi \dot{\varphi} (x_k \cos \varphi + y_k \sin \varphi) + \xi^2 \dot{\varphi}] m_2 - \right. \\ \left. - [\dot{\varphi} (x_k \cos \varphi + y_k \sin \varphi + \xi) + (\dot{y}_k \cos \varphi - \dot{x}_k \sin \varphi + \xi \dot{\varphi}) \right\} S_2 + \dot{\varphi} I_2 \}, \quad (8.110)$$

где I_2 – момент инерции не смятой части фюзеляжа,

$$I_2 = I_2(\xi) = \int_{\xi}^l \eta^2 \mu(\eta) d\eta. \quad (8.111)$$

Главный момент количества движения системы «самолет + конструкция» равен сумме (8.106) и (8.110):

$$\vec{K} = (\dot{y}_k x_k - \dot{x}_k y_k)(m_k + m_c) + \\ + (\xi m_2 - S_2) [\dot{y}_k \cos \varphi - \dot{x}_k \sin \varphi + \dot{\varphi} (x_k \cos \varphi + y_k \sin \varphi)] + \\ + \dot{\xi} m_2 (x_k \sin \varphi - y_k \cos \varphi) + \dot{\varphi} (\xi^2 m_2 - 2\xi S_2 + I_2). \quad (8.112)$$

Подставим (8.102) и (8.112) в (8.96). Выполнив дифференцирование и приравняв модули векторов, получим дифференциальное уравнение

$$- \ddot{x}_k [(m_k + m_c) y_k + (m_2 \xi - S_2) \sin \varphi] + y_k [(m_k + m_c) x_k + (m_2 \xi - S_2) \cos \varphi] + \\ + \ddot{\xi} m_2 (x_k \sin \varphi - y_k \cos \varphi) + \ddot{\varphi} [(m_2 \xi - S_2) (x_k \cos \varphi + y_k \sin \varphi) + \\ + m_2 \xi^2 - 2S_2 \xi + I_2] = [\dot{\varphi}^2 (m_2 \xi - S_2) + \dot{\xi}^2 \mu(\xi)] (x_k \sin \varphi - y_k \cos \varphi) - \\ - 2\dot{\varphi} \dot{\xi} [m_2 (x_k \cos \varphi + y_k \sin \varphi) + (m_2 \xi - S_2)] + g(m_k + m_c) (x_k \cos \alpha - y_k \sin \alpha) - \\ - g(S_2 - \xi m_2) \cos(\alpha + \varphi) - x_k R_{ky} + y_k R_{kx}. \quad (8.113)$$

Если умножить уравнение (8.94) на $-y_k$, уравнение (8.95) – на x_k , сложить их и подставить в (8.113), то последнее уравнение приобретает более простой вид:

$$- \ddot{x}_k \sin \varphi + \ddot{y}_k \cos \varphi + \ddot{\varphi} \left(\xi - \frac{\xi S_2 - I_2}{m_2 \xi - S_2} \right) = \\ = -2\dot{\varphi} \dot{\xi} + g(m_k + m_c) (x_k \cos \alpha - y_k \sin \alpha) - g(S_2 - \xi m_2) \cos(\alpha + \varphi). \quad (8.114)$$

Три уравнения (8.94), (8.95) и (8.114) содержат четыре неизвестных, а именно: x_k , y_k , ξ и φ . Для вывода недостающих уравнений рассмотрим систему «конструкция + смятая часть самолета». Поскольку она движется поступательно, ее можно рассматривать как точку переменной массы $\tilde{m} = m_k + m_1(\xi)$. В число действующих на нее внешних сил помимо реакций R_{kx} и R_{ky} входят также силы со стороны неразрушенной части фюзеляжа $P(\xi)$ и T (рис. 8.9). Первая из них является заданной функцией аргумента ξ , а вторая – дополнительной, пятой неизвестной. Кроме того, действуют силы веса конструкции и смятой части самолета gm_k и $gm_1(\xi)$.

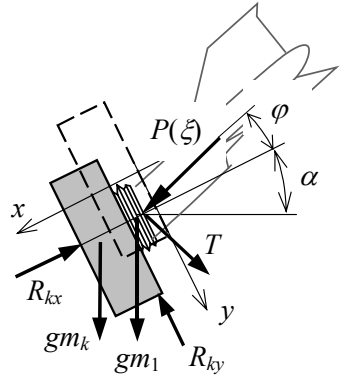


Рис. 8.9. Силы, действующие на смятую часть самолета

Воспользуемся теоремой об изменении количества движения точки переменной массы, которая в проекциях на оси имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{m} \frac{d\dot{x}_k}{dt} + (\dot{x}_k - u_x) \frac{d\tilde{m}}{dt} &= F_x^e; \\ \tilde{m} \frac{d\dot{y}_k}{dt} + (\dot{y}_k - u_y) \frac{d\tilde{m}}{dt} &= F_y^e, \end{aligned} \quad (8.115)$$

где \dot{x}_k , \dot{y}_k – проекции скорости конструкции; u_x , u_y – проекции абсолютной скорости присоединяющихся частиц в момент времени, непосредственно предшествующий присоединению:

$$u_x = \dot{x}_k + \dot{\xi} \cos \varphi; \quad u_y = \dot{y}_k + \dot{\xi} \sin \varphi; \quad (8.116)$$

F_x^e , F_y^e – проекции главного вектора внешних сил, действующих на систему «конструкция + смятая часть фюзеляжа»:

$$\begin{aligned} F_x^e &= -R_{kx} + P(\xi) \cos \varphi - T \sin \varphi + g(m_k + m_1) \sin \alpha; \\ F_y^e &= -R_{ky} + P(\xi) \sin \varphi + T \cos \varphi + g(m_k + m_1) \cos \alpha. \end{aligned} \quad (8.117)$$

Подставляя (8.59) и (8.60) в (8.58), получаем два уравнения:

$$\begin{aligned} (m_k + m_1) \ddot{x}_k &= -R_{kx}(x_k) + [P + \dot{\xi}^2 \mu(\xi)] \cos \varphi - \\ &\quad - T \sin \varphi + g(m_k + m_1) \sin \alpha; \end{aligned} \quad (8.118)$$

$$\begin{aligned} (m_k + m_1) \ddot{y}_k &= -R_{ky}(y_k) + [P + \dot{\xi}^2 \mu(\xi)] \sin \varphi + \\ &\quad + T \cos \varphi + g(m_k + m_1) \cos \alpha. \end{aligned} \quad (8.119)$$

Пять дифференциальных уравнений (8.94), (8.95), (8.114), (8.118) и (8.119) представляют собой систему относительно пяти неизвест-

ных: x_k, y_k, ξ, φ и T . Она должна интегрироваться с начальными условиями: $x_k(0)=0; \dot{x}_k(0)=0; y_k(0)=0; \dot{y}_k(0)=0; \xi(0)=0; \dot{\xi}(0)=v_0;$

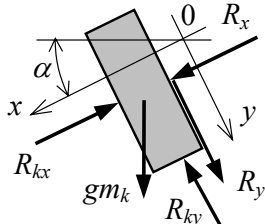


Рис. 8.10. Силы, действующие на строительную конструкцию

$\varphi(0)=\varphi_0; \dot{\varphi}(0)=\dot{\varphi}_0; T(0)=0$. В результате будут найдены перемещения самолета и конструкции, а по ним – ее напряженно-деформированное состояние.

Зная ускорения и перемещения строительной конструкции, можно найти приложенные к ней нагрузки R_x и R_y (рис. 8.10):

$$R_x = m_k \ddot{x}_k + R_{kx} - gm_k \sin \alpha; \quad (8.120)$$

$$R_y = m_k \ddot{y}_k + R_{ky} - gm_k \cos \alpha. \quad (8.121)$$

8.2.3. Удар в плоскую преграду под углом к нормали больше угла трения

Если начальный угол удара $\varphi_0 > \varphi_{\text{тр}}$, то самолет в процессе смятия будет проскальзывать относительно преграды. Для удара в плоскую вертикальную абсолютно жесткую преграду эта задача приближенно решена Риерой [131]. Ниже она решается для наклонной преграды и с учетом ее податливости [8, 9].

Будем считать, что в момент удара вектор скорости направлен по оси фюзеляжа, а угловая скорость последнего отсутствует. Его положение определяется, как и раньше, координатами ξ, φ и, кроме того, перемещением относительно преграды η . Положение последней по-прежнему задается координатами x и y (рис. 8.11).

Приведем дифференциальные уравнения движения без подробного вывода, так как он осуществляется в целом так же, как в случае неподвижной преграды. Движение системы «самолет + конструкция» описывается уравнениями (8.49), где координата центра масс x_c остается прежней, а

$$y_c = y + \frac{(m_2 \xi - S_2)}{(m_k + m_c)} \sin \varphi + \frac{m_c}{m_k + m_c} \eta. \quad (8.122)$$

При таком отличии первое дифференциальное уравнения движения (8.94) остается прежним, а в левой части уравнения (8.95) добавляется член $\ddot{\eta} m_c$:

$$\begin{aligned} \ddot{y}(m_k + m_c) + \ddot{\xi} m_2 \sin \varphi + \ddot{\varphi}(m_2 \xi - S_2) \cos \varphi + \ddot{\eta} m_c = \\ = \mu(\xi) \dot{\xi}^2 \sin \varphi + (m_2 \xi - S_2) \dot{\varphi}^2 \sin \varphi - 2m_2 \dot{\varphi} \dot{\xi} \cos \varphi - R_{ky}(y). \end{aligned} \quad (8.123)$$

Воспользовавшись теоремой об изменении главного момента количества движения системы «самолет + конструкция», после некоторых преобразований получаем третье уравнение движения:

$$\begin{aligned}
 & -\ddot{x} \left(\sin \varphi + \frac{m_c}{m_2 \xi - S_2} \eta \right) + \ddot{y} \cos \varphi - \ddot{\xi} \frac{m_2 \cos \varphi}{m_2 \xi - S_2} \eta + \ddot{\eta} \cos \varphi + \\
 & + \dot{\varphi} \left(\eta \sin \varphi + \xi - \frac{\xi S_2 - I_2}{m_2 \xi - S_2} \right) = -\dot{\xi}^2 \eta \frac{\mu(\xi) \cos \varphi}{m_2 \xi - S_2} - \dot{\varphi}^2 \eta \cos \varphi - \\
 & = -2\dot{\varphi} \dot{\xi} \left(1 + \eta \frac{m_2 \sin \varphi}{m_2 \xi - S_2} \right) + g \left(\cos(\alpha + \varphi) - \eta \frac{m_c}{m_2 \xi - S_2} \sin \alpha \right). \quad (8.124)
 \end{aligned}$$

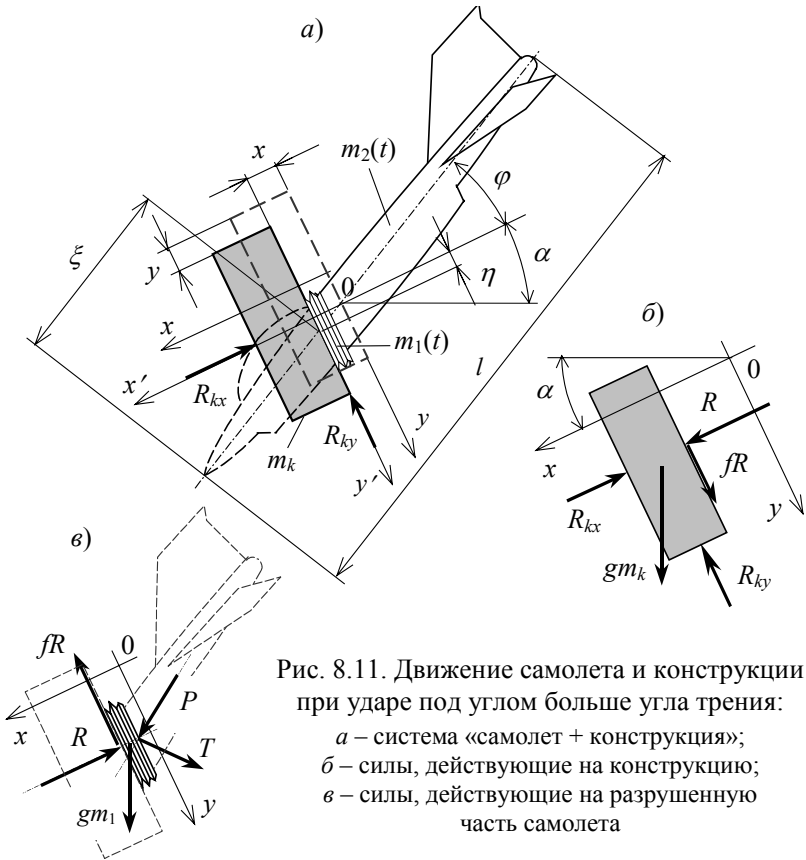


Рис. 8.11. Движение самолета и конструкции при ударе под углом больше угла трения:

- a* – система «самолет + конструкция»;
б – силы, действующие на конструкцию;
в – силы, действующие на разрушенную часть самолета

Три уравнения – (8.49), (8.123) и (8.124) – содержат четыре неизвестных, а именно: x , y , ξ и η . Для получения дополнительных уравнений рассмотрим движение конструкции (рис. 8.11, б). Со стороны самолета на нее действуют нормальная сила R , подлежащая разделению, и сила трения fR , где f – коэффициент трения,

$$f = \operatorname{tg} \varphi_{\text{тр}}. \quad (8.125)$$

Дифференциальные уравнения движения конструкции:

$$m_k \ddot{x} = R - R_{kx}(x) + gm_k \sin \alpha; \quad (8.126)$$

$$m_k \ddot{y} = fR - R_{ky}(y) + gm_k \cos \alpha. \quad (8.127)$$

Из них получаются два соотношения:

$$\ddot{y} = f\ddot{x} - \frac{fR_{kx}(x) - R_{ky}(y)}{m_k} + g(\cos \alpha - f \sin \alpha); \quad (8.128)$$

$$R = m_k \ddot{x} + R_{kx}(x) - gm_k \sin \alpha. \quad (8.129)$$

Кроме этого, рассмотрим движение смятой части самолета, представляющей собой точку переменной массы (рис. 8.11,б). Использование, как и прежде, теоремы об изменении количества движения дает два дифференциальных уравнения, из которых после преобразования получается:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x} \cos \varphi + m_1 \ddot{y} \sin \varphi + m_1 \dot{\eta} \sin \varphi &= \\ &= \xi^2 \mu(\xi) - \xi \mu[\dot{x} \cos \varphi + (\dot{y} + \dot{\eta}) \sin \varphi] + \\ &+ P - R(\cos \varphi + f \sin \varphi) + gm_1 \sin(\alpha + \varphi); \end{aligned} \quad (8.130)$$

$$\begin{aligned} T &= -\ddot{x}m_1 \sin \varphi + \ddot{y}m_1 \cos \varphi + \dot{\eta}m_1 \cos \varphi + \\ &+ \mu \xi [-\dot{x} \cos \varphi + (\dot{y} + \dot{\eta}) \sin \varphi] - \\ &- gm_1 \cos(\alpha + \varphi) - R(\sin \varphi - f \cos \varphi). \end{aligned} \quad (8.131)$$

Семь уравнений (8.94), (8.123), (8.124), (8.128), (8.129), (8.130) и (8.131) содержат семь неизвестных, а именно: x , y , ξ , η , φ , R и T . Интегрирование этой системы позволяет вычислить перемещения самолета и конструкции и, следовательно, определить колебания и оценить прочность последней. Начальные условия – те же, что и при ударе в неподвижную преграду, но к ним добавляются еще три: $\eta(0) = 0$; $\dot{\eta}(0) = v_0$; $R(0) = 0$.

Изложенное решение получено в предположении, что в момент удара вектор скорости проходит через центр тяжести самолета, а угловая скорость фюзеляжа отсутствует. В [32] эта же задача решена более точно, без использования этих допущений.

8.2.4. Удар в сферическую или цилиндрическую преграду под углом к нормали больше угла трения

Наиболее ответственным сооружением атомной электростанции, которое в первую очередь рассчитывается на удар самолета, является здание реактора. Как правило, оно имеет железобетонную наружную оболочку, которая защищает внутренние конструкции здания и расположенное в нем оборудование от внешних воздействий.

Чаще всего оболочка возводится в виде цилиндра, перекрытого сверху куполом, представляющим собой часть сферы (см. рис.14.2).

Однако если угол удара больше угла трения, то будет происходить проскальзывание самолета относительно оболочки. В отличие от разд. 8.2.3 в этом случае точка контакта между самолетом и преградой перемещается не по прямой, а по кривой линии. Поэтому угол φ между нормалью к поверхности преграды и осью фюзеляжа изменяется не только за счет поворота последнего, но и за счет поворота нормали на угол θ по мере движения точки контакта по поверхности (рис. 8.12). Систему уравнений, описывающих движение самолета и нагрузку на преграду, можно найти в [8, 98].

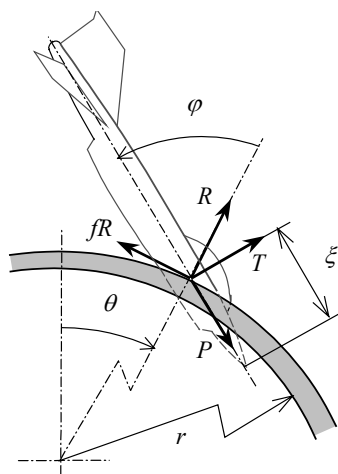


Рис. 8.12. Проскальзывание по поверхности защитной оболочки

8.3. Нагрузки и воздействия при падении на АЭС самолета

8.3.1. Виды учитываемых самолетов

В настоящее время принято рассматривать падение на АЭС самолетов трех видов: относящихся к авиации общего назначения, к военной и к коммерческой.

Под авиацией общего назначения понимают малые (в том числе частные и спортивные) самолеты. Согласно требованиям норм [86], а также международной практике, удар такого самолета обязательно учитывается в проекте любой АЭС, поскольку аварийность этого вида авиации особенно велика.

Необходимость учета самолетов двух других видов – военных и коммерческих – определяется исходя из воздушной обстановки в окрестности площадки АЭС (подробнее этот вопрос рассмотрен в гл. 17). Военные самолеты имеют меньшую массу, чем коммерческие, но более высокую скорость. Как видно из формулы Риеры (8.5), нагрузка пропорциональна массе в первой степени, а скорости – в квадрате. Поэтому, несмотря на меньшую массу, нагрузка при ударе военных самолетов оказывается больше, чем самолетов коммерческой авиации.

При определении нагрузок на строительные конструкции скорость самолета чаще всего принимают не максимально возможной, а равной скорости взлета-посадки, так как случаев падения коммерческих самолетов с большей скоростью не зафиксировано. Но если имеются данные о возможности падения самолета с большей скоростью, это должно быть учтено при определении нагрузки [112].

Помимо нагрузки, вызванной разрушением фюзеляжа самолета, учитывают удар его обломка (обычно двигателя), чаще всего рассматриваемого как абсолютно твердое тело. Кроме того, учитываются также воздействия, создаваемые горением и/или взрывом его топлива, а также возможность проникновения топлива или его паров внутрь станции через вентиляционные и технологические отверстия, что может привести к внутренним пожарам или к отказу оборудования.

Ниже приведены нагрузки и воздействия при падении самолетов разных типов, предусмотренные различными нормативами и руководящими материалами, а также применявшиеся в реальных проектах АЭС. В дополнение к самолетам, рассмотренным в данном разделе, нагрузки при ударах некоторых других летательных аппаратов можно найти в [18].

Прежде всего рассматривается нагрузка, создаваемая разрушением фюзеляжа. Кроме того, приведены имеющиеся сведения об учитываемом твердом обломке и количестве топлива. Как правило, для расчета строительных конструкций на удар обломка используются эмпирические формулы, приведенные в главе 7. Нагрузки при взрыве топлива рассчитаны в гл. 12.

8.3.2. Самолеты авиации общего назначения

Самолет *Lear Jet-23*. Учет падения самолета этого типа (рис. 8.13) предусмотрен нормами Франции [62] и Рекомендациями МАГАТЭ [112]. Он вмещает 5–7 пассажиров, двух членов экипажа.



Рис. 8.13. Самолет *Lear Jet-23*

Его длина 13,8 м, высота 3,84 м, размах крыльев 10,85 м.

Максимальная взлетная масса 5670 кг. Самолет имеет два турбореактивных двигателя длиной 1 м, диаметром 0,45 м и массой 180 кг.

Нагрузка при ударе представлена на рис. 8.14,*а*. Она соответствует скорости удара $v = 360$ км/ч. Согласно нормам Франции [62], площадь пятна удара $S = 12$ м² (прямоугольник с длинной горизонтальной стороной $l = 10$ м и вертикальной $h = 1,2$ м). Для АЭС, расположенных дальше 5 км от аэропорта, направление удара принимается от 0 до 45° к вертикали, а ближе 5 км рассматривается также траектория под углом 80° к вертикали.

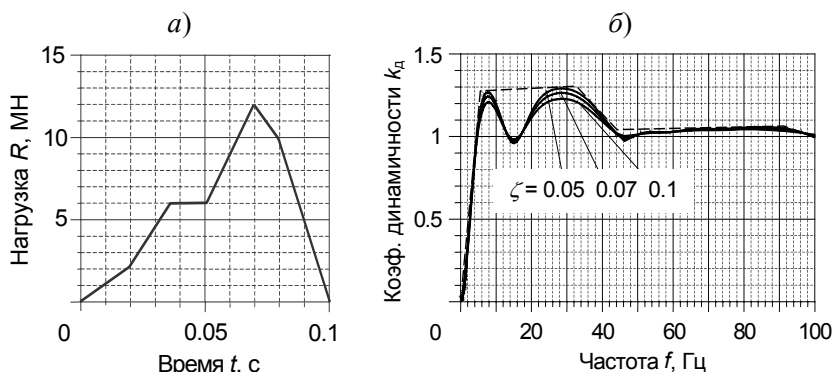


Рис. 8.14. Нагрузка при ударе самолета *Lear Jet-23*:

a – нагрузка на строительные конструкции [62]; *б* – коэффициент динамичности

На рис. 8.14,*б* приведен коэффициент динамичности нагрузки k_d . Он представляет собой отношение максимального динамического перемещения линейного неконсервативного осциллятора (т.е. линейно-упругой системы с одной степенью), имеющего собственную частоту f и относительное затухание ζ , которое он достигает при действии нагрузки, показанной на рис. 8.14,*а*, к его перемещению при статическом приложении наибольшего значения нагрузки (т.е. в нашем случае 12 МН). Как видно, влияние ζ достаточно заметно только в районе пиков графика k_d , которые находятся на частотах около 10 и 30 Гц, являющихся преобладающими частотами в законе нагрузки $R(t)$. В этом диапазоне частот пики k_d достигают значений $1.2 \div 1.3$, т.е. во столько раз динамический отклик может превосходить статический.

С помощью k_d можно произвести квазистатический расчет строительной конструкции, как описано в гл. 4. Однако при этом следует учитывать, что расположение пиков и впадин графика в значительной степени объясняется особенностями закона нагрузки $R(t)$, который достаточно условен. Поэтому при выполнении расчетов прочности конструкций целесообразно в запас использовать сглаженную огибающую k_d , показанную пунктиром.

Самолет *Cessna-210*. Учет самолета этого типа (рис. 8.15) предусмотрен нормами Франции [62] и Рекомендациями МАГАТЭ [112]. Самолет вмещает 4–6 человек. Размеры: длина 8.6 м, высота 9.9 м, размах крыла 11.5 м. Максимальная взлетная масса 1725 кг.

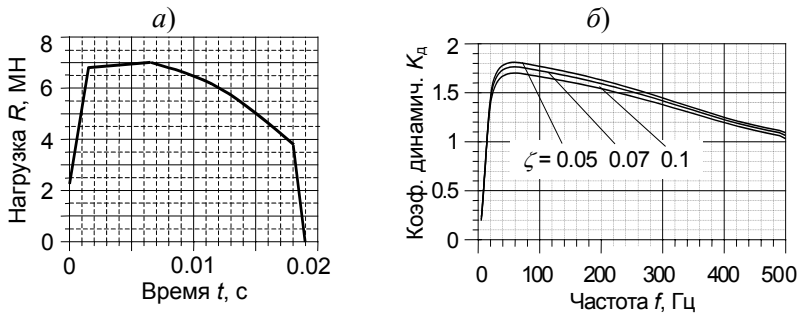
Нагрузка при ударе в строительные конструкции приведена на рис. 8.16,*а*. Она соответствует скорости взлета-посадки $v = 310\text{--}360$ км/ч. Площадь пятна удара $S = 4 \text{ м}^2$ (прямоугольник с длинной горизонтальной стороной $l = 8 \text{ м}$ и вертикальной $h = 0.5 \text{ м}$ [62]). Направление удара – такое же, как для самолета *Lear Jet*. Коэффици-

Рис. 8.15. Самолет *Cessna-210*

ент динамичности нагрузки приведен на рис. 8.16,б.

Самолет имеет один двигатель массой 200 кг, находящийся в носовой части. Площадь его удара 0.5 м^2 . При расчетах прочности стро-

ительных конструкций он считается абсолютно твердым телом.

Рис. 8.16. Нагрузка при ударе самолета *Cessna-210*:

а – нагрузка на строительные конструкции; б – коэффициент динамичности

Малый спортивный самолет. Нагрузка на строительные конструкции приведена на рис. 8.17; пятно удара – круг площадью $S = 2 \text{ м}^2$; угол падения от 0 до 90° к горизонту.

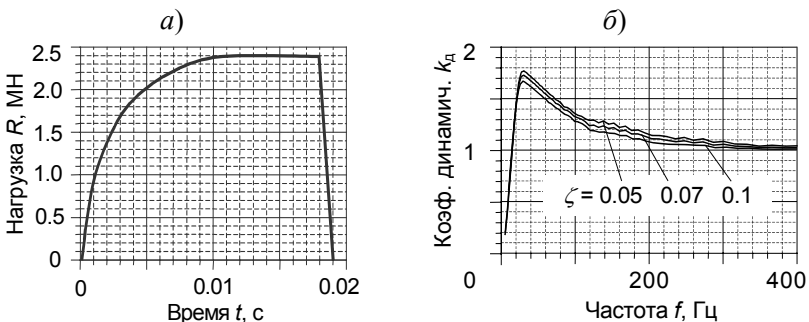


Рис. 8.17. Нагрузка при ударе малого спортивного самолета:

а – нагрузка на строительные конструкции; б – коэффициент динамичности

8.3.3. Военные самолеты

Истребитель-бомбардировщик *Phantom RF-4E*. Учет самолета этого типа предусмотрен нормами Германии [128] и Рекомендациями МАГАТЭ [112]. Его общий вид изображен на рис. 8.18, размеры, а также распределение массы и прочности фюзеляжа по длине были приведены на рис. 8.1.

Закон изменения нагрузки на строительные конструкции, применяемый в расчетах, показан сплошной линией на рис. 8.19, а.



Рис. 8.18. Истребитель-бомбардировщик *Phantom RF-4E*

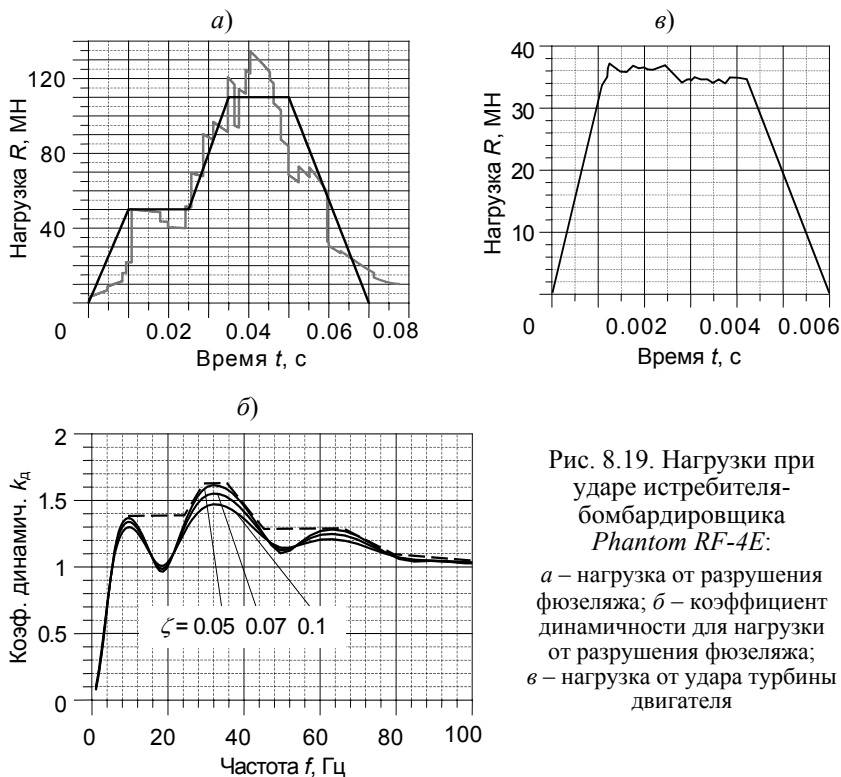


Рис. 8.19. Нагрузки при ударе истребителя-бомбардировщика *Phantom RF-4E*:

а – нагрузка от разрушения фюзеляжа; б – коэффициент динамичности для нагрузки от разрушения фюзеляжа; в – нагрузка от удара турбины двигателя



Рис. 8.20. Эксперимент по удару самолета в Sandia National Laboratories (США) [133]

Закон изменения нагрузки, показанный на рис. 8.19,*а* жирной линией, получен путем упрощения и сглаживания реального закона, показанного серой линией, который рассчитан с использованием массы и прочности самолета, приведенной на рис. 8.1,*б*. Суммарная масса самолета составляет 20000 кг, скорость 215 м/с [110]. Угол падения составляет от 0 до 45° к горизонту. Пятно удара обычно принимают в виде круга площадью 7 м².

На рис. 8.19,*б* показан коэффициент динамичности для нагрузки, приведенной на рис. 8.19,*а*. Но поскольку пики и впадины этого графика объясняются случайными особенностями нагрузки, при расчетах строительных конструкций лучше в запас пользоваться огибающей, показанной пунктиром.

Кроме приведенной нагрузки, соответствующей разрушению фюзеляжа, учитывают удар двигателя с массой 1665 кг, диаметром 0.91 м и скоростью 100 м/с. Угол удара от 0 до 45° к горизонту. Как было отмечено в разд. 8.3.1, дви-

гатель чаще всего рассматривают как абсолютно твердое тело, и расчет строительных конструкций производят по эмпирическим формулам. Однако для двигателя самолета Phantom можно использовать экспериментально полученную нагрузку, показанную на рис. 8.19,*в* [112].

Помимо механического воздействия на строительные конструкции должна также быть учтена возможность пожара и/или взрыва 10000 кг авиационного топлива.

В 1988 г. в Sandia National Laboratories (США) был проведен натурный эксперимент, в процессе которого произведен удар самолета *Phantom RF-4E* со скоростью 215 м/с в массивную железобетонную плиту толщиной 3.66 м (рис. 8.20). Эксперимент показал, что при условиях его проведения (соотношение масс самолета и преграды 1:25, малые потери энергии в опорах преграды) 94 % кинетической энергии самолета было затрачено на его собственное разрушение, и только оставшиеся 6 % – на разрушение преграды [132, 133].

Разумеется, для других самолетов и строительных конструкций иного вида распределение энергии может оказаться другим. Тем не менее во всех случаях основная часть кинетической энергии самолета будет затрачена на его собственное разрушение.

Как показано на рис. 8.19,а, при ударе самолета *Phantom* нагрузка достигает очень

большой величины, но является достаточно кратковременной. Такая величина нагрузки достигается из-за высокой скорости удара, поскольку, как следует из формулы (1.5), нагрузка зависит от скорости в квадрате. В действительности скорость и масса самолета *Phantom*, принятые при вычислении этой нагрузки, не являются максимально

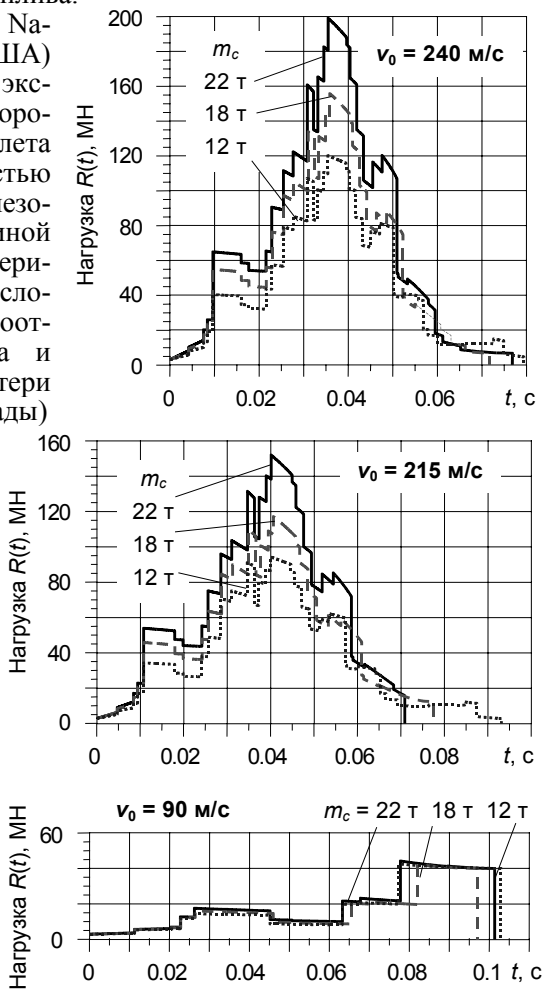


Рис. 8.21. Зависимость нагрузки при ударе самолета *Phantom* от массы m_c и скорости удара v_0

возможными. Согласно статистическим данным, приведенным в [143], при падении самолетов этого типа на территории ФРГ масса m_c составляла от 12 до 22 т, а скорость v_0 от 90 до 240 м/с. На рис. 8.21 приведены нагрузки при ударе самолета этого типа при других скоростях и массах, изменяющихся в указанных пределах. При вычислении этих нагрузок условно принималось, что погонная

масса $\mu(x)$ изменяется пропорционально общей массе самолета, хотя на самом деле общая масса изменяется в основном за счет масс топлива и вооружения, расположенных ближе к середине.

Из приведенных рисунков видно, что, как и следует из формулы (1.5), с уменьшением массы и скорости самолета нагрузка при ударе уменьшается. При этом в случае большой скорости самолета при уменьшении массы длительность нагрузки несколько увеличивается, но при малых скоростях самолета с уменьшением массы не только снижается максимальное значение нагрузки, но и сокращается время ее действия. Причина в том, что фюзеляж сминается на меньшую длину, чем при большой скорости, и смятие прекращается быстрее.

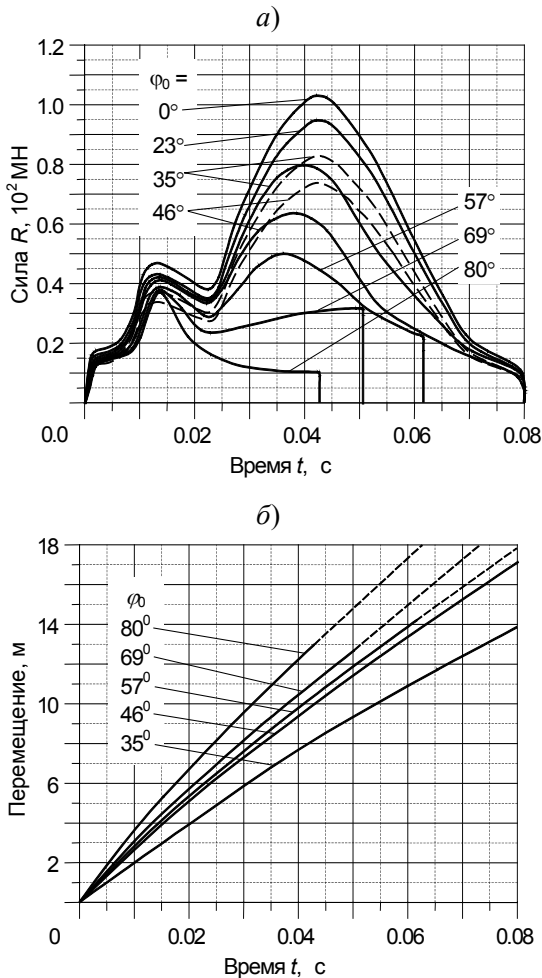


Рис. 8.22. Удар самолета *Phantom* под разными углами φ_0 к конструкции:
 а – нагрузка; б – перемещение относительно конструкции

Если угол удара к нормали φ_0 превосходит угол трения $\varphi_{тр}$, то одновременно со смятием фюзеляжа происходит его проскальзывание по поверхности конструкции. Способ расчета нагрузки на преграду в этом случае рассмотрен в разд. 8.2.3.

Влияние проскальзывания на величину нагрузки при ударе в плоскую недеформируемую преграду продемонстрировано на рис. 8.22, где приведены результаты такого расчета применительно к удару под разными углами самолета *Phantom RF-4E*. Скорость удара равна $v_0 = 200$ м/с, масса самолета $m_c = 20$ т; угол трения материала фюзеляжа по конструкции $\varphi_{тр} = 23^\circ$ (коэффициент трения $f = 0.4$). При выполнении данного расчета для большей наглядности результатов законы распределения массы и прочности фюзеляжа, приведенные на рис. 8.1,б, несколько упрощены (сглажены).

На рис. 8.22,а сплошными линиями показана нормальная компонента нагрузки $R_n(t)$ при различных углах соударения самолета φ_0 . Пунктиром изображена нормальная компонента, найденная без учета проскальзывания самолета, равная $R_n(t) = R(t)\cos\varphi_0$, где $R(t)$ – нагрузка при ударе по нормали к преграде. Как видно на графиках, при не слишком большом превышении угла удара с нормалью над углом внутреннего трения (примерно до $\varphi_0 = 46^\circ$) длительность действия нагрузки остается такой же, как при ударе по нормали, но максимальная величина нагрузки меньше чем $R_n(t)$. При больших углах φ_0 длительность нагрузки уменьшается вследствие прекращения смятия самолета.

Одновременно со смятием фюзеляжа происходит его проскальзывание по поверхности конструкции, величина которого показана на рис. 8.22,б.

Нагрузка по нормам России. На рис. 8.23 приведена нагрузка на строительные конструкции и площадь пятна удара по нормам России [50]. Считается, что они создаются ударом военного самолета с массой 20000 кг и

скоростью 200 м/с. Угол падения самолета – от 0 до 45° к горизонту. Направление удара следует принимать наиболее опасным для конструкции. Данная нагрузка пропорциональна нагрузке при ударе самолета *Phantom RF-4E*. Поэтому при квазистатическом расчете

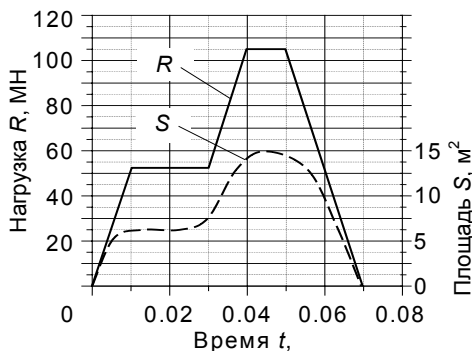


Рис. 8.23. Нагрузка от удара самолета по нормам России [50]

* Эта же задача при ударе в цилиндрическую и сферическую поверхности решена Г.С. Шульманом [18, 98]

строительных конструкций коэффициент динамичности следует принимать по рис. 8.19,б.

Удар двигателя, а также возгорание и/или взрыв авиационного топлива нормами не оговорены. На практике их обычно учитывают так же, как для самолета *Phantom RF-4E*.

Штурмовик *FB-111* – реактивный самолет с изменяемой стреловидностью крыла. Его размеры показаны на рис. 8.24. Максимальный взлетный вес – примерно 52000 кг (с вооружением). Распределение массы μ и прочности фюзеляжа P по длине самолета приведены на рис. 8.25.

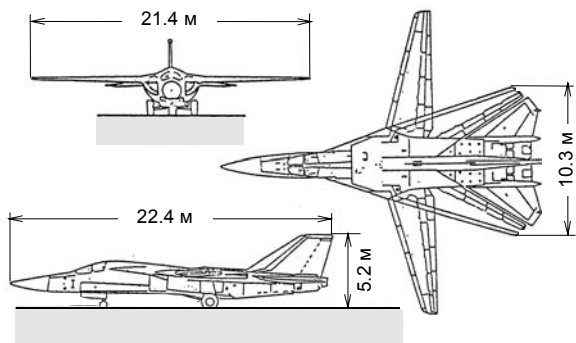


Рис. 8.24. Штурмовик *FB-111* [127, 135]

пределение массы μ и прочности фюзеляжа P по длине самолета приведены на рис. 8.25.

На рис. 8.26 изображена нагрузка при ударе этого самолета в недеформируемую преграду со скоростью $v_0 = 89.2$ м/с [127, 135] (на рисунке она затене-

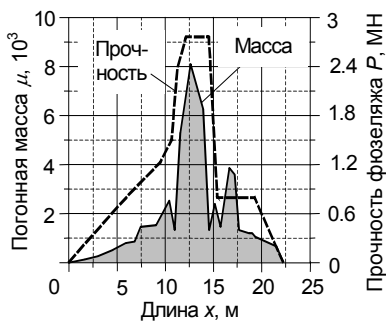


Рис. 8.25. Погонная масса и прочность фюзеляжа самолета *FB-111* [127, 135]

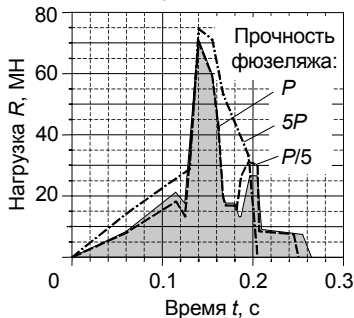


Рис. 8.26. Зависимость нагрузки на преграду от расчетной прочности фюзеляжа [127, 135]

на). Кроме того, там же изображены нагрузки при двух других значениях прочности фюзеляжа: в 5 раз больше и в 5 раз меньше P . Как видно, несмотря на очень большое изменение прочности, нагрузка для всех трех случаев отличается мало.

Отсюда следует важный практический вывод: небольшие конструктивные особенности самолета, на практике трудно поддающиеся определению, мало влияют на нагрузку. Основное значение имеют его масса и скорость, данные о которых более доступны.

8.3.4. Самолеты коммерческой авиации

Boeing 707-320 – дальнемагистральный пассажирский самолет, вмещающий около 190 пассажиров и членов экипажа. Общий вид самолета показан на рис. 8.27. Его размеры: размах крыла 44.42 м, длина 44.61 м, высота 12.75 м. Самолет имеет четыре турбореактивных двигателя.

До последнего времени во многих странах при учете падения на АЭС этот самолет рассматривается в качестве эталонного коммерческого самолета. Учет нагрузки от его удара предусмотрен также рекомендациями МАГАТЭ [112]. В них предполагается падение самолета этого типа с массой 200 000 кг и скоростью 100 м/с.



Рис. 8.27. Общий вид самолета *Boeing 707-320*

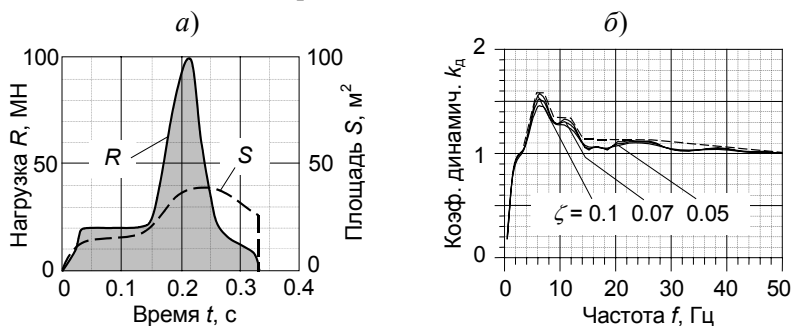


Рис. 8.28. Нагрузка при ударе самолета *Boeing 707-320* со скоростью 100 м/с:

a – зависимость нагрузки и площади пятна удара от времени; *б* – коэффициент динамичности

Нагрузка и площадь пятна удара показана на рис. 8.28,*a*, коэффициент динамичности – на рис. 8.28,*б*. Как и выше, рекомендуется производить расчет по огибающей коэффициента динамичности (пунктир). Нагрузка на рис. 8.28,*a* была вычислена Дж. Риерой [129] с использованием распределения массы и прочности по длине самолета, показанного на рис. 8.29,*a*. Скорость 100 м/с, при которой вычислена нагрузка на рис. 8.25,*a*, самолет имеет при взлете и посадке. Согласно международной практике [112], расчет АЭС производится на удар именно с такой скоростью. Тем не менее, на рис. 8.29,*б* показаны нагрузки на преграду при других скоростях.

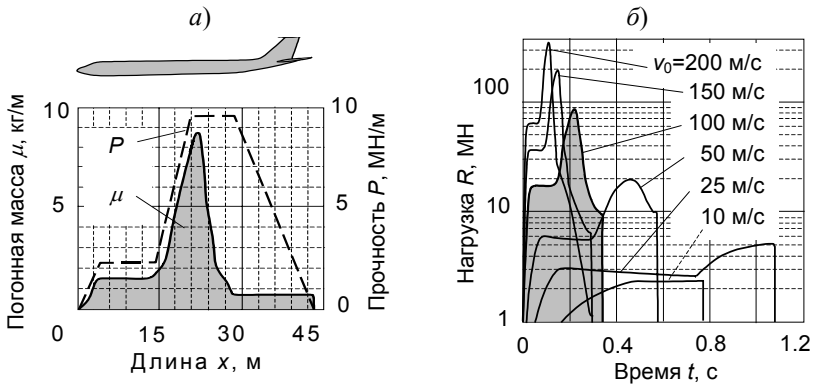
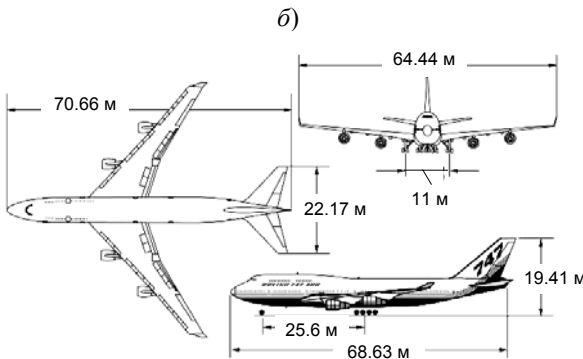


Рис. 8.29. Boeing 707-320:

- a – распределение массы и прочности фюзеляжа по длине самолета;
 b – зависимость нагрузки от скорости удара [137]

Boeing 747-400 «Jumbo Jet» – широкофюзеляжный авиалайнер, один из крупнейших современных пассажирских самолетов, способный перевозить более 500 пассажиров. Его взлетный вес – более 390 000 кг.

Рис. 8.30. Самолет Boeing 747-400 «Jumbo Jet»:
 a – общий вид; b – размеры

Внешний вид самолета показан на рис. 8.30, a , а его размеры – на рис. 8.30, b . О его величине можно судить по рис. 8.31, где силуэт самолета показан в сопоставлении с размерами сооружений одной из АЭС. Круглое здание перед ним – реакторное отделение диаметром около 50 м.

На рис. 8.32 приведена суммарная нагрузка на строительные конструкции, принятая в проекте одной из АЭС. Ее максимальное зна-

чение составляет 250 МН, т.е. она более чем вдвое превышает нагрузку при ударе самолета *Phantom* (см. рис. 8.19,а), ранее считавшуюся наиболее тяжелой из всех возможных.

Угол падения самолета от 0 до 10° к горизонту.

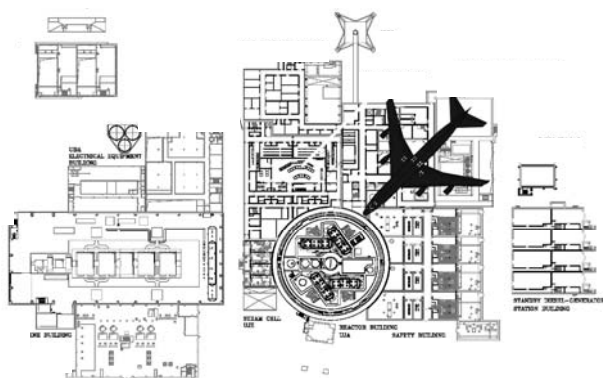


Рис. 8.31. Сравнение размеров самолета *Boeing 747-400* и АЭС

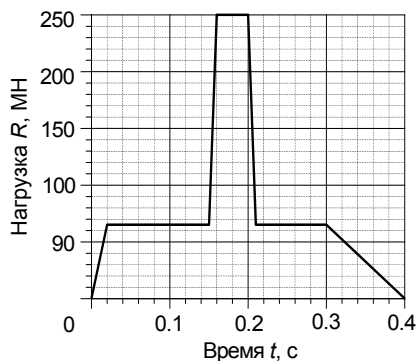


Рис. 8.32. Нагрузка при ударе самолета *Boeing 747-400*

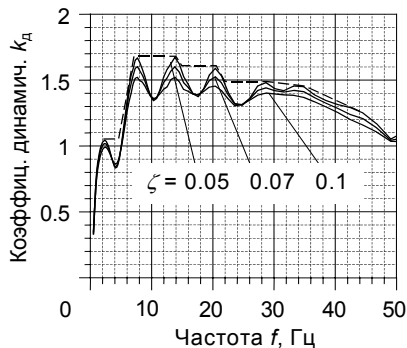
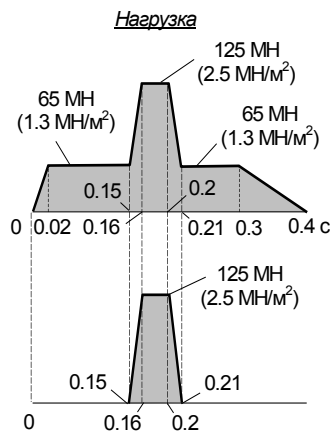


Рис. 8.34. Коэффициент динамичности для нагрузки на рис. 8.32

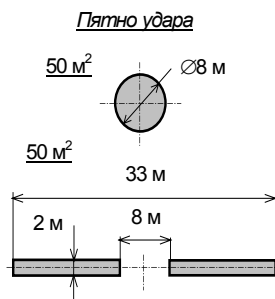


Рис. 8.33. Распределение нагрузки по пятну удара для самолета *Boeing 747-400*

Распределение нагрузки по пятну удара в зависимости от времени приведено на рис. 8.32. Площадь пятна удара показана на рис. 8.33. Сначала она составляет 50 м^2 (круг), затем, при разрушении крыльев, увеличивается до 100 м^2 (круг в сочетании с прямоугольником), а затем вновь уменьшается до 50 м^2 и приобретает форму круга.

На рис. 8.34 приведен коэффициент динамичности, соответствующий нагрузке на рис. 8.32.

Кроме механического воздействия должен быть также учтен взрыв и/или пожар 75 000 кг топлива (авиационного керосина), которое несет самолет.

Грузопассажирские самолеты АН-26 и АН-24. Грузопассажирский турбовинтовой самолет АН-26, общий вид которого показан на рис. 8.35, предназначен для взлета и посадки на природ-



Рис. 8.35. Внешний вид самолета АН-26

ные аэродромы (грунтовые, снежные и т.п.). Поэтому он имеет небольшую по сравнению с самолетами такого класса взлетно-посадочную скорость – 220 км/ч. Максимальная скорость самолета у поверхности

земли, лимитируемая его прочностью, составляет 430 км/ч. Масса самолета – 24 000 кг.

Такие же размеры и характеристики имеет пассажирский вариант самолета АН-24. Поэтому все приведенные ниже данные применимы и к нему.

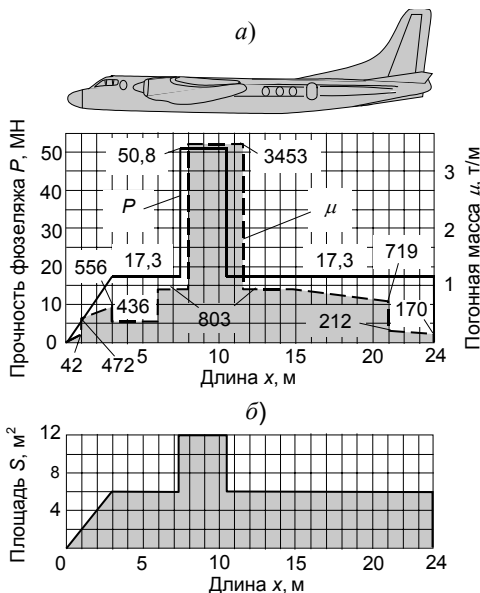


Рис. 8.36. Параметры самолета АН-26:

а – распределение массы и прочности по длине самолета;
б – площадь пятна удара

На рис. 8.36 показаны распределения массы $\mu(x)$, прочности фюзеляжа $P(x)$ и площади пятна удара по длине самолета. По этим данным определена нагрузка при ударе самолета в неподвижную преграду для двух значений скорости удара: максимально возможной у поверхности земли и взлетно-посадочной (рис. 8.37,а). На рис. 8.37,б показана зависимость от времени длины смятой части фюзеляжа, а на рис. 8.37,в – площади пятна удара.

Как видно из рис. 8.37,б, при ударе со скоростью 220 км/ч (скорость взлета и посадки) разрушаются только передние 3 м фюзеляжа, а затем движение самолета прекращается. Таким образом, крылья, которым соответствуют максимальная прочность и масса (в них располагаются топливные баки и к ним подвешены gondолы двигателей), не входят в соприкосновение с преградой. Площадь пятна удара при этой скорости не превос-

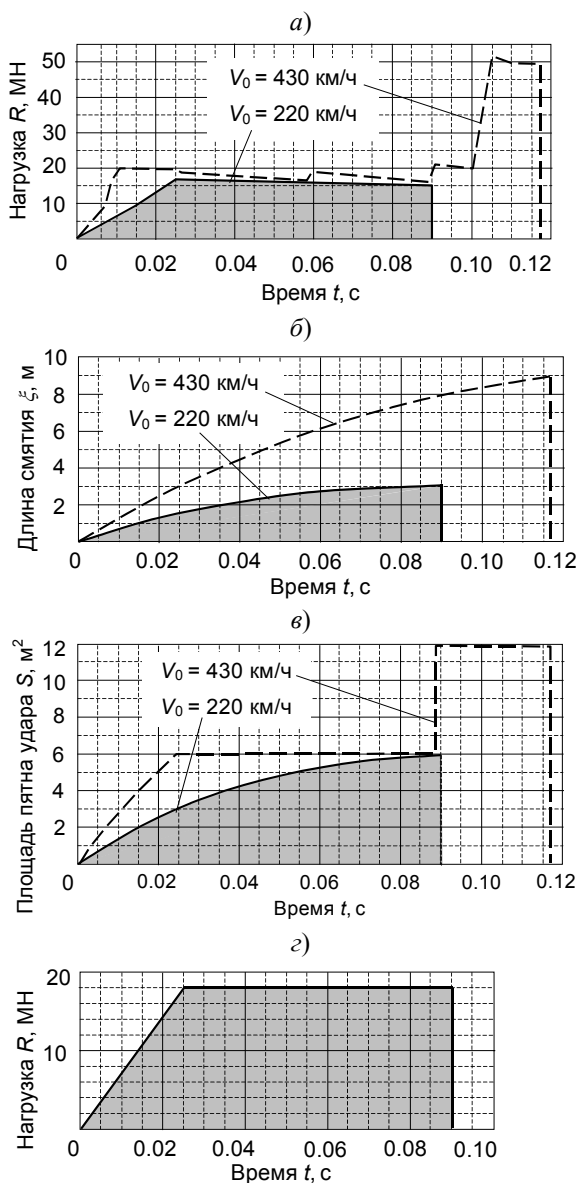


Рис. 8.37. Нагрузка на строительные конструкции при ударе самолета АН-26:

а – нагрузка; б – длина смятой части фюзеляжа; в – площадь пятна удара; г – расчетная нагрузка

ходит 6 м^2 (рис. 8.37,в). При ударе со скоростью 430 км/ч (максимальная скорость у земли) нагрузка в начале процесса разрушения фюзеляжа несколько увеличивается за счет более высокой скорости. Кроме того, в этом случае сминаются уже не 3, а 9 м фюзеляжа, и в конце процесса разрушения происходит удар крыльев и двигателей. Поэтому в конце времени действия нагрузки она резко возрастает.

Хотя удар с максимальной скоростью, в принципе, возможен, но реально такие случаи не зафиксированы. Поэтому, как было отмечено

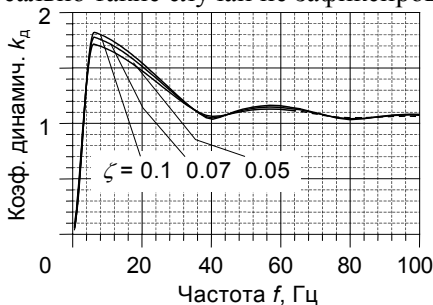


Рис. 8.38. Коэффициент динамичности расчетной нагрузки на преграду при ударе самолета АН-26

выше, при проектировании АЭС обычно считают, что в момент удара самолет имеет скорость взлета-посадки, т.е. 220 км/ч.

Сглаженная (расчетная) нагрузка при скорости 220 км/ч приведена на рис. 8.37,з. Площадь пятна удара можно принимать такой же, как для этой скорости на рис. 8.37,в. Коэффициент динамичности нагрузки показан на рис. 8.38.

8.3.5. Особенности нагрузок при ударе самолетов

Рассматривая приведенные выше нагрузки при ударе самолетов разных типов, можно выделить некоторые их общие черты.

Прежде всего следует отметить, что эти нагрузки очень велики и при этом локализованы в пределах небольшого «пятна удара». Поэтому обеспечение прочности строительных конструкций при их действии представляет значительную сложность. Кроме того, удар самолета вызывает интенсивные колебания даже таких больших и тяжелых сооружений, как реакторное отделение АЭС, в связи с чем появляется проблема обеспечения работоспособности ответственного оборудования при этом динамическом воздействии. Эти вопросы будут подробнее рассмотрены в III части настоящей книги.

Нагрузки имеют ярко выраженный динамический характер. Их длительность измеряется для малых самолетов сотыми, а для больших – десятыми долями секунды. Поэтому реакция конструкции на эти нагрузки зависит от ее собственных частот, и расчеты на их действие необходимо выполнять динамическими методами (или квазистатическими с учетом собственных частот конструкции).

Показателем «степени динамичности» нагрузки является коэффициент динамичности K_d . Можно отметить некоторые общие черты приведенных выше коэффициентов. Большинство из них имеет волнообразный характер с пиками и впадинами. Расположение пиков соответствует частотам преобладающих гармоник в спектре

Фурье закона изменения нагрузки. Динамическая реакция конструкции будет наиболее сильной при попадании ее собственных частот на пики, а при попадании на впадину – наименьшей.

При этом, однако, надо учитывать два обстоятельства. Во-первых, законы изменения нагрузок, по которым вычислены k_d , сильно упрощены, сглажены. Во-вторых, они получены при определенных параметрах самолета (скорость, масса, конструктивные особенности), вариация которых влияет на закон изменения нагрузки, а значит, и на расположение ее пиков и впадин. Поэтому, хотя формально можно уменьшить воздействие от удара самолета, спроектировав конструкцию так, чтобы ее собственные частоты попали на впадины коэффициента динамичности, этого следует все же избегать. При выполнении квазистатических расчетов с применением k_d правильнее пользоваться огибающими, показанными пунктиром.

Зависимость коэффициентов динамичности от относительного затухания ζ заметна только на пиках, причем и там она выражена достаточно слабо. Это показывает, что потери энергии в конструкции мало влияют на ее отклик на удар самолета. Поскольку при таких больших нагрузках внутренние усилия в конструкциях очень велики, то относительное затухание в них можно принимать не меньше, чем при сильном землетрясении, т.е. от 5 до 10 %.

При ударе большинства самолетов (кроме *Lear Jet*) высота пиков коэффициента динамичности составляет от 1.6 до 1.8. Поэтому для расчетов конструкций можно принимать среднее значение $k_d \approx 1.7$. Максимальные значения k_d достигаются в диапазоне от 8 до 20 Гц, т.е. здесь расположены преобладающие частоты воздействия. Для сравнения – преобладающие частоты сейсмического воздействия, обязательно учитываемого в проекте АЭС, составляют 3÷5 Гц. Такая разница в частотном составе этих двух воздействий создает определенные трудности при обеспечении работоспособности оборудования АЭС при вызываемых ими динамических нагрузках. Этот вопрос рассмотрен в 17-й главе.

Еще один важный показатель «степени динамичности» нагрузки – частота, начиная с которой коэффициент динамичности становится равным 1. Для коммерческих самолетов (*Boeing 707-320*, *Boeing 747-400* и *АН-24*) она равна 50 Гц, для скоростного военного самолета *Phantom RF-4E* – 100 Гц, а для малых самолетов – более 100 гц. Эти частоты являются ориентиром при выполнении схематизации сооружения для динамических расчетов. Расчетная схема (математическая модель) должна позволять достоверно определять собственные частоты и моды сооружения вплоть до указанных величин, либо следует применять методы учета совокупного вклада отброшенных мод (см. разд. 4.3.5).

8.4. Летящие тела при торнадо

8.4.1. Общая характеристика летящих тел

Торнадо (смерч) представляет собой стремительно вращающийся вихрь, спускающийся от нижней границы грозового облака. Скорость ветра в нем может превосходить 150 м/с. Подробное описание этого экстремального метеорологического явления будет дано в гл. 13.

При прохождении торнадо на строительные конструкции действуют ветровое давление, падение атмосферного давления внутри вихря, а также удары летящих тел, поднятых ветром в воздух. В настоящем разделе рассматриваются только нагрузки, создаваемые ударами летящих тел. Остальные описаны в гл. 13.

В мировой проектной практике и рекомендациях МАГАТЭ [90] учитывают различные «наборы» летящих тел, образующихся при торнадо. Их состав зависит от скорости ветра в вихре. Обычно рассматривают тела трех видов: легко деформируемые, т.е. частично или полностью разрушающиеся при ударе (деревянные брусья, автомобиль); достаточно тяжелые недеформируемые (металлическая болванка); мелкие предметы и обломки. При ударах тел первых двух видов возможно повреждение строительных конструкций зданий. Мелкие летящие тела могут залетать внутрь через вентиляционные и технологические отверстия и повреждать оборудование.

В данной главе будут рассмотрены только нагрузки, создаваемые легко деформируемыми телами. Расчет на удары недеформируемых тел был рассмотрен в гл. 7. Защиту от мелких тел обеспечивают путем соответствующего проектирования открытых проемов (устройство лабиринтов, защитных барьеров и т.п.).

8.4.2. Удар деревянного бруса

Одним из летящих тел, которое может быть поднято в воздух ветром торнадо, является тяжелый деревянный брус (бревно, столб и пр.). Его обычно рассматривают как легко деформируемое тело. В качестве примера вычислим закон изменения нагрузки при ударе по нормали к вертикальной неподвижной преграде сосновой деревянной опоры (столба) длиной $l = 13.4$ м, с постоянным сечением $\varnothing 0.343$ м. Масса опоры $m = 724$ кг, погонная масса $\mu = 54$ кг/м. Считаем, что удар нанесен торцом со скоростью $v_0 = 67$ м/с. Разрушающее напряжение при продольном ударе равно $\sigma_c = 0.53 \cdot 10^8$ Па [135]; площадь поперечного сечения опоры $A = 0.1$ м², следовательно, разрушающая сила составляет $P = A \sigma_c = 0.53 \cdot 10^7$ Н.

Для определения нагрузки на преграду воспользуемся упрощенными формулами (8.39), (8.40), приведенными в разд. 8.1.3. Они применимы при условии, которое при ударе в вертикальную преграду (угол ее наклона $\alpha = 0$) имеет вид

$$\frac{v_0^2 \mu}{2P} \ll 1.$$

Оценим величину дроби в левой части при торнадо различной интенсивности по шкале Фуджиты (см. гл. 13). При 6-м (наивысшем) классе интенсивности скорость ветра в вихре $v_{\max} \leq 168$ м/с. Считается, что скорость летящего тела составляет $v_0 \approx 0.4v_{\max}$, т.е. $v_0 = 67$ м/с. Тогда

$$\frac{v_0^2 \mu}{2P} = 0.023 \ll 1.$$

При менее интенсивном торнадо, т.е. меньших скоростях ветра, это неравенство тем более справедливо. Таким образом, при торнадо любой интенсивности расчет нагрузки от удара бруса можно выполнять по упрощенным формулам.

Закон изменения нагрузки при ударе найдем согласно (8.39):

$$R(t) = P_1 + \mu_1 \left(v_0 - \frac{P_1}{m_c} t \right)^2 = 0.53 \cdot 10^7 + 54(67 - 7324t)^2 \text{ Н},$$

а ее длительность – по формуле (8.40):

$$t_{\max} = \frac{m_c v_0}{P_1} = \frac{67 \cdot 724}{0.53 \cdot 10^7} = 0.00915 \text{ с}.$$

Вычисленная нагрузка показана на рис. 8.39. Ее максимальное значение $R_{\max} = 0.554 \cdot 10^7$ Н, а минимальное $R_{\min} = P_1 = 0.53 \cdot 10^7$ Н. Она практически точно совпадает с нагрузкой, найденной в [135] численно непосредственно по формуле Риера (8.5).

Из приведенного графика видно, что даже при очень большой скорости удара закон изменения нагрузки мало отличается от линейного. Поэтому с достаточной точностью его можно считать линейным с максимальной нагрузкой R_{\max} и минимальной $R_{\min} = P_1$.

Более того, при меньших скоростях удара значения R_{\max} и R_{\min} различаются настолько мало, что в практических расчетах нагрузку можно считать прямоугольным импульсом. Это видно из рис. 8.39, где для сравнения показана нагрузка, соответствующая удару той же деревянной опоры со скоростью 38 м/с (торнадо 3-го класса по шкале Фуджиты с максимальной скоростью ветра 95 м/с). При такой нагрузке конст-

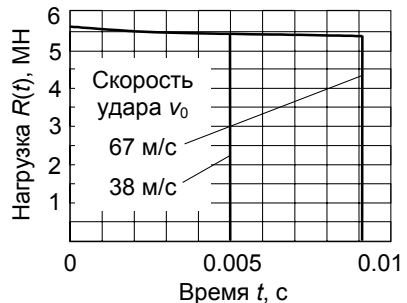


Рис. 8.39. Нагрузка на преграду при ударе деревянной опоры (столба)

При такой нагрузке конст-

рукцию можно рассчитать с помощью коэффициента динамичности k_d , приведенного в гл. 4.

Отметим, что при определении нагрузки по формуле Риеры (8.5) в случаях удара самолета и бруса вклад в нагрузку первого слагаемого («статического», равного прочности тела) и второго («динамического», зависящего от скорости удара) неодинаков. При ударе самолета основной вклад дает «динамическое» слагаемое, а изменение «статического» сказывается мало (см. рис. 8.23). Напротив, при ударе бруса, скорость которого много меньше, чем у самолета, расчетная нагрузка в первую очередь определяется «статическим» слагаемым, а динамическая добавка к нему мала.

8.4.3. Удар автомобиля

Автомобиль рассматривается в качестве одного из возможных летящих тел, если интенсивность торнадо не ниже 3-го класса по шкале Фуджиты (максимальная скорость ветра в вихре больше 70 м/с). При его ударе нагрузка на строительную конструкцию складывается из двух частей: за счет смятия кузова автомобиля (рассматриваемого как «легко деформируемое» летящее тело) и за счет удара двигателя (недеформируемое тело). Ниже приведены примеры нагрузок при ударе автомобиля.

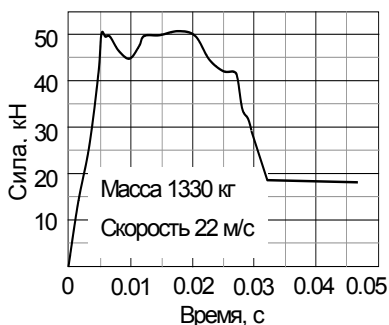


Рис. 8.40. Нагрузка на преграду при ударе автомобиля 1968 *Falcon* [135]

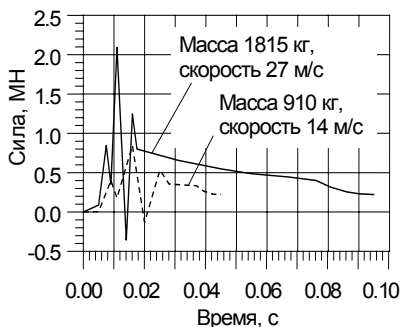


Рис. 8.41. Нагрузка на преграду при ударе автомобилей [127]

На рис. 8.40 и 8.41 показаны заимствованные из [127, 135] нагрузки на строительную конструкцию при ударе автомобилей с различными массами и скоростями. Их определяли путем экспериментов, при которых автомобили ударяли в упругую конструкцию и измеряли зависимость от времени ее ускорения и длины разрушенной части автомобиля. После этого по измеренным данным рассчитывали силу взаимодействия автомобиля с конструкцией.

Таким образом, во-первых, эти нагрузки представляют собой суммы нагрузок за счет разрушения кузова и удара двигателя. Во-вторых, поскольку нагрузки определяли по закону колебаний упру-

гой конструкции, то они представляют собой не силы, приложенные со стороны автомобиля, а эквивалентные нагрузки, вызывающие такие колебания. Этим, в частности, объясняются отрицательные значения нагрузок на рис. 8.41.

Нагрузку от разрушения кузова можно вычислить по формуле Риеры (8.5). На рис. 8.42 приведена найденная таким образом нагрузка для автомобиля ГАЗ-24 «Волга» с массой 1800 кг. Распределение погонной массы μ и нагрузки разрушения кузова P по длине автомобиля показаны на рис. 8.42,а.

Для вычисления разрушающей силы P определялась примерная площадь металла в различных поперечных сечениях автомобиля с корпусом типа «седан», и полученные значения умножались на предел текучести стали $R_T = 330$ МПа. Очевидно, что при этом нагрузка P , а следовательно, и сила, действующая на конструкцию, получаются с запасом, так как не учитывается возможность потери устойчивости элементов кузова.

На рис. 8.42,б показана найденная сила удара при разных скоростях v . Она не слишком отличается от прямоугольного импульса (особенно при небольших скоростях удара). Поэтому можно приближенно выполнять квазистатический расчет конструкций на ее действие с использованием коэффициента динамичности для такого импульса, приведенного в гл. 4. Отметим, что как и при рассмотренном в разд. 8.4.1 ударе бруса, нагрузка при ударе автомобиля зависит в первую очередь не от скорости удара, а от прочности кузова [127].

Нагрузка на рис. 8.42,б соответствует только разрушению кузова. Кроме нее необходимо также учесть удар двигателя с массой 300 кг и площадью удара 0.6×0.8 м. Его можно рассматривать как абсолютно твердое тело и воспользоваться формулами гл. 7.

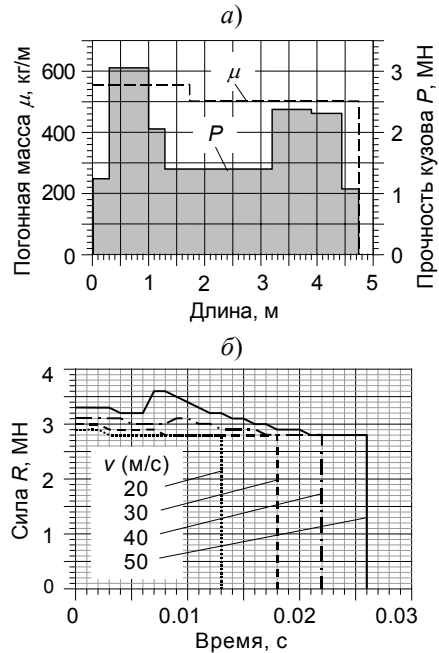


Рис. 8.42. Нагрузка на строительную конструкцию при ударе автомобиля ГАЗ-24 «Волга»:

а – распределение массы и прочности кузова по длине автомобиля; б – нагрузка на преграду

Глава 9

ВОЗДЕЙСТВИЕ ВЗРЫВОВ НА СООРУЖЕНИЯ

Одно из экстремальных воздействий, опасность которого обязательно должна приниматься во внимание при проектировании АЭС, – аварийный внешний взрыв*. Это требование установлено отечественными нормами [50, 51, 71, 87] и соответствует мировой проектной практике [112, 128, 137 и др.]. Такие же расчеты требуется выполнять для различных взрывоопасных производств, а также для сооружений гражданской обороны.

Взрывом называется процесс выделения энергии при внезапном изменении состояния вещества (например, в результате быстротекущей химической реакции) или его параметров (при разрушении паровых котлов, баллонов со сжатым газом и т.п.). Физике процесса взрыва, определению его параметров, воздействию на людей и сооружения посвящено огромное количество исследований, даже краткий обзор которых в рамках настоящей книги выполнить, к сожалению, невозможно. При написании данной книги стояла более скромная задача: дать сводку сведений, необходимых для расчета сооружений. Поэтому вопросы, связанные с физикой взрыва, здесь вообще не затрагиваются. Кроме того, сложность состоит в том, что методики определения нагрузок на сооружение при взрыве, применяемые в различных отраслях промышленности, не во всем совпадают. В настоящей главе за основу принят документ, используемый в атомной энергетике [71].

Взрыв порождает целый комплекс нагрузок и воздействий. Прежде всего это механические воздействия: воздушная ударная волна (ВУВ), разлетающиеся осколки, сотрясение грунта (сейсмозрывное воздействие). Их опасность состоит в возможности повреждения строительных конструкций и систем АЭС. Затем при взрыве происходит выделение тепла, которое может вызвать пожары. Наконец, взрыв сопровождается образованием пыли, ядовитых и токсичных газов, которые, попав внутрь станции, могут привести к поражению персонала или помешать его нормальной работе.

В настоящей главе изложены только вопросы, связанные с действием ВУВ и разлетом осколков. Сейсмозрывное воздействие при проектировании АЭС, как правило, не принимают во внимание, так как оно достаточно слабо по сравнению с природным землетрясением, которое обязательно должно учитываться. Вопросы защиты от теплового воздействия, пыли и газов лежат за пределами тематики книги и также не затрагиваются.

* Проблема защиты АЭС от террористических актов и военных действий в данной книге не рассматривается.

9.1. Классификация взрывов

9.1.1. Виды взрывов

Различают два основных типа взрывов – *детонационный* и *дефлаграционный*. Для последнего используются также наименования *вспышка* и *мгновенное возгорание* [112].

Детонационный взрыв характерен прежде всего для концентрированных взрывчатых веществ (ВВ) – тротила, гексогена и т.п. Кроме того, он возможен также в облаках газо- и паро-воздушных смесей (ГПВС), образующихся при истечении в атмосферу водорода и ацетилен, а также при образовании смесей кислорода с газообразными углеводородами.

В процессе детонации горение распространяется по веществу или по облаку ГПВС со сверхзвуковой скоростью. При взрыве внутри облака образуется детонационная волна, создающая огромное давление. По окончании детонации от места взрыва концентрированного ВВ или границы облака распространяется ВУВ, скорость которой также больше звуковой. Ее типичный профиль (избыточное давление над атмосферным) показан на рис. 9.1,а. В момент времени, когда фронт волны проходит через какую-либо точку на местности,

это давление мгновенно возрастает до величины $\Delta p_{\text{ф}}$ («давление на фронте волны»). Затем в течение интервала времени τ_+ оно снижается до нуля («фаза сжатия»), после чего следует «фаза разрежения» τ_- , в которой избыточное давление отрицательно. Давление на фронте ВУВ, а также продолжительность фаз сжатия и разрежения зависят от количества ВВ и расстояния до центра взрыва или границы облака. В целом для детонационного взрыва характерны возможность возникновения значительного давления на фронте ВУВ и кратковременность действия (десятые и даже сотые доли секунды). На практике строительные конструкции при детонационном взрыве облака ГПВС рассчитывают на нагрузку от действия ВУВ, т.е. за

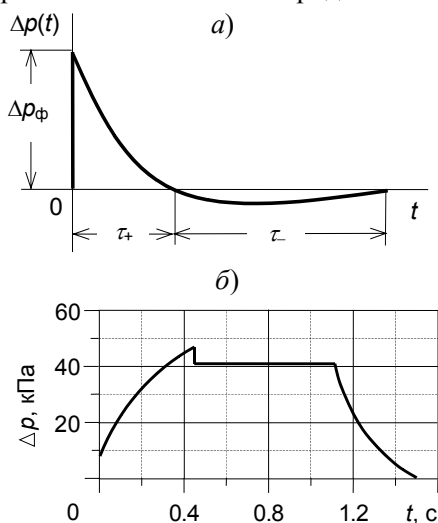


Рис. 9.1. Изменение избыточного давления в ВУВ при взрывах различного типа:
а – при детонации; б – при дефлаграции

переделами облака. Если же конструкция находится внутри него, то на нее действует давление детонационной волны, которое настолько велико, что обычные сооружения выдержать его не могут.

Дефлаграционные взрывы наблюдаются в облаках ГПВС. При таком взрыве пламя распространяется по облаку с дозвуковой скоростью*, которая зависит от вида вещества и может изменяться в широких пределах. Анализ аварийных промышленных взрывов показал, что обычно эта скорость составляла от 120 до 250 м/с, но может быть и больше. Характер изменения избыточного давления при дефлаграции иной, чем при детонации: давление нарастает медленнее, но длительность его действия может измеряться секундами. В качестве примера на рис. 9.1,б представлен закон изменения давления при дефлаграционном взрыве. Другое принципиальное отличие взрыва этого типа состоит в том, что избыточное давление зависит только от скорости горения вещества, но не от его количества – последнее определяет длительность действия давления. После окончания горения облака ВВ от его границы распространяется ВУВ, давление на фронте которой значительно меньше, чем при детонации. Поэтому, как правило, дефлаграционный взрыв представляет опасность для сооружения только в том случае, если оно целиком или частично находится внутри облака. Следует, однако, иметь в виду, что при определенных условиях режим горения облаков некоторых ГПВС может измениться от дефлаграции на детонацию [112] (см. разд. 9.1.2).

Характер воздействия на строительные конструкции взрывов двух рассмотренных типов различен. При детонационном взрыве нагрузка носит ярко выраженный динамический характер ввиду ее мгновенного приложения и кратковременности действия. При дефлаграционном взрыве действие нагрузки ближе к статическому. Какая из нагрузок опаснее для конкретной конструкции, зависит от ее динамических характеристик, и априори предсказать это трудно.

9.1.2. Характер взрыва облаков газо- и паро-воздушных смесей

Облако ГПВС может образоваться в результате разлива и/или испарения газа или топлива, например, вследствие аварии стационарной емкости, при транспортировке этих веществ, при утечке топлива транспортных средств (например, при крушении корабля, падении самолета) и по иным причинам. В отличие от взрыва твердых ВВ, который всегда носит детонационный характер, взрыв облака может быть как детонационным, так и дефлаграционным. Поэтому в данном разделе рассмотрены критерии оценки характера взрыва

* Отметим, что это – не общепринятый критерий. Например, в [60] говорится о дефлаграции при скорости пламени 300÷500 м/с, т.е. больше звуковой.

облака, заимствованные из [40]. Они основаны на классификации взрывчатых веществ (ВВ), окружающей территории и ожидаемых режимов взрывного превращения.

Классификация ВВ

Взрывчатые вещества разделяются на **четыре класса по степени чувствительности** в зависимости от параметра, который называется размером детонационной ячейки R_d (табл. 9.1).

Список веществ, отнесенных к различным классам, приведен в табл. 9.2. Если ВВ там отсутствует, то его рекомендовано классифицировать по аналогии с имеющимися веществами. При отсутствии информации о свойствах вещества его следует относить к первому классу, т.е. рассматривать наиболее опасный вариант взрыва.

Таблица 9.1. Классы ВВ по чувствительности

Класс	Чувствительность взрывчатого вещества	Размер детонационной ячейки R_d , см
1	Особо чувствительные вещества	< 2
2	Чувствительные вещества	$2 \leq R_d < 10$
3	Средне чувствительные вещества	$10 \leq R_d < 40$
4	Слабо чувствительные вещества	$40 \leq R_d$

Таблица 9.2. Классификация горючих веществ по чувствительности

<i>Класс 1. «Особо чувствительные вещества»</i>		
Ацетилен	Изопропилнитрат	Оксид этилена
Винилацетилен	Метилацетилен	Этилнитрат
Водород	Нитрометан	
Гидразин	Оксид пропилен	
<i>Класс 2. «Чувствительные вещества»</i>		
Акрилонитрил	Дивиниловый эфир	Сероуглерод
Акролеин	Диизопропиловый эфир	Этан
Бутан	Метилбутиловый эфир	Этилен
Бутилен	1,3-пентадиен	ШФЛУ
Бутадиен	Пропан	
Диметилловый эфир	Пропилен	
<i>Класс 3. «Среднечувствительные вещества»</i>		
Амилловый спирт	Генераторный газ	Метилбутилкетон
Ацетальдегид	Изобутиловый спирт	Метилловый спирт
Ацетон	Изопропиловый спирт	Метилпропилкетон
Бензин	Изооктан	Метилэтилкетон
Винилацетат	Кумол	Октан
Винилхлорид	Метиламин	Печной газ
Гексан	Метилацетат	Пиридин

Окончание табл. 9.2

<i>Продолжение класса 3 «Среднечувствительные вещества»</i>		
Пропиловый спирт	Циклопропан	Этилформиат
Сероводород	Циклогексан	Этилхлорид
Сжиженный природный газ	Этиловый спирт	Этиламин
<i>Класс 4. «Слабо чувствительные вещества»</i>		
Аммиак	Керосин	Оксид углерода
Бензол	Метан	Фенол
Декан	Метилбензол	Хлорбензол
Дизтопливо	Метилмеркаптан	Этилбензол
о-дихлорбензол	Метилхлорид	Дихлорэтан
Додекан	Нафталин	Трихлорэтан

Классификация окружающей территории

Скорость взрывного обращения облака ГПВС и, следовательно, параметры ударной волны в значительной степени определяются характером окружающего пространства. В зависимости от степени загроможденности оно разделено на **четыре вида**, указанные в табл. 9.3.

Таблица 9.3. Классификация окружающей территории

Вид пространства	Характеристика окружающей территории
1	Наличие длинных труб, полостей, каверн, заполненных горючей смесью, при сгорании которой можно ожидать формирования турбулентных струй продуктов сгорания с размером не менее трех размеров детонационной ячейки R_d данной смеси. Если величина R_d неизвестна, то минимальный характерный размер турбулентных струй принимается: для вещества класса 1 – 5 см; для вещества класса 2 – 20 см; для вещества класса 3 – 50 см; для вещества класса 4 – 150 см.
2	Сильно загроможденное пространство: наличие полужамкнутых объемов, высокая плотность размещения технологического оборудования, лес, большое количество повторяющихся препятствий
3	Средне загроможденное пространство: отдельно стоящие технологические установки, резервуарный парк
4	Слабо загроможденное и свободное пространство

Ожидаемый режим взрывного превращения

Ожидаемый режим взрыва облака определяется с помощью экспертной таблицы (табл. 9.4).

Таблица 9.4. Экспертная таблица для определения режима взрывного превращения

Класс горючего вещества	Вид окружающего пространства			
	1	2	3	4
	Ожидаемый диапазон скорости взрывного горения			
1	1	1	2	3
2	1	2	3	4
3	2	3	4	5
4	3	4	5	6

Режимы взрывного превращения

Возможные режимы взрывного превращения разбиты на **шесть диапазонов** по скоростям распространения горения (табл. 9.5).

Таблица 9.5. Диапазоны скоростей взрывного превращения

Диапазон	Режим взрывного горения
1	Детонация или горение со скоростью фронта пламени 500 м/с и более
2	Дефлаграция , скорость фронта пламени 300÷500 м/с
3	Дефлаграция , скорость фронта пламени 200÷300 м/с
4	Дефлаграция , скорость фронта пламени 150÷200 м/с
5	Дефлаграция , скорость фронта пламени
	$w = k_1 \sqrt[6]{\kappa M_T}$, (9.1)
	где M_T – масса горючего вещества, кг; κ – доля массы, перешедшая в облако ГПВС (способ определения этих параметров рассмотрен в разд. 9.2); k_1 – константа, $k_1 = 43$.
6	Дефлаграция , скорость фронта пламени
	$w = k_2 \sqrt[6]{\kappa M_T}$, (9.2)
	где k_2 – константа, $k_2 = 26$.

Пример 1. Определим ожидаемый характер взрыва при аварии автомобиля, перевозящего сжиженный пропан по дороге, проходящей внутри лесополосы.

- Согласно табл. 9.1, пропан относится ко второму классу – чувствительное вещество.
- В соответствии с табл. 9.3 лес является территорией второго вида, т.е. сильно загроможденное пространство.
- По табл. 9.4 находим, что при этом классе вещества и характере окружающего пространства ожидается второй режим взрыва.
- По табл. 9.5 определяем, что произойдет дефлаграционный взрыв облака со скоростью фронта пламени 300÷500 м/с.

9.2. Детонационный взрыв

9.2.1. Детонация концентрированных взрывчатых веществ

Рассматривается наземный взрыв концентрированного ВВ в неограниченном пространстве. Методы определения параметров ВУВ при таком взрыве описаны во многих источниках (см., например, [21, 29, 60, 61, 67, 68, 96] и др.).

Исходные данные для определения параметров ВУВ – масса взрывчатого вещества $M_{\text{ВВ}}$ (кг) и расстояние от центра взрыва до рассматриваемой точки R (м). Параметры ВУВ зависят от приведенного расстояния:

$$\bar{R} = \frac{R}{\sqrt[3]{Q_{\text{эф}}}}, \quad (9.3)$$

где $Q_{\text{эф}}$ – эффективная масса,

$$Q_{\text{эф}} = (1 - \varepsilon)\alpha M_{\text{ВВ}}, \quad (9.4)$$

здесь ε – доля энергии взрыва, расходуемая на образование воронки (для скальных пород $\varepsilon = 0.05$; для мягких грунтов $\varepsilon = 0.2$; при консервативных оценках следует принимать $\varepsilon = 0$); α – отношение удельной энергии взрыва рассматриваемого ВВ к удельной энергии тротила (ТНТ). Значения α приведены в табл. 9.6. Если тип ВВ неизвестен, то можно принимать $\alpha = 1.5$.

Таблица 9.6. Коэффициенты эквивалентности α и плотность $\rho_{\text{ВВ}}$ некоторых ВВ

ВВ	Удельная теплота взрыва, кДж/кг	α	Плотность ВВ $\rho_{\text{ВВ}}$, г/м ³
ТНТ	4520	1.0	1.6
Гексоген	5380	1.19	1.66
Октоген	5695	1.26	1.9
ТЭН	5785	1.28	1.77
Тетрил	4520	1.0	1.73
Пенталит	4520	1.0	1.66
Октол	4475	0.99	0.6
ТГ 50/50	5150	1.14	1.66
Амматол	2665	0.59	1.6
А-IX-2	7005	1.55	1.72

Параметры ВУВ (рис. 9.2,а) вычисляются по следующим зависимостям.

Избыточное давление на фронте $\Delta p_{\text{ф}}$ (Па):

$$\Delta p_{\text{ф}} = \begin{cases} \left(\frac{0.92}{\bar{R}} + \frac{3.5}{\bar{R}^2} + \frac{10.6}{\bar{R}^3} \right) 10^5 & \text{при } 1.2 \leq \bar{R} < 17.8 \text{ м/кг}^{1/3}; \\ 4.2 \cdot 10^5 \bar{R}^{-1.45} & \text{при } 17.8 \leq \bar{R} < 1000 \text{ м/кг}^{1/3}. \end{cases} \quad (9.5)$$

Продолжительность фазы сжатия τ_+ (с):

$$\tau_+ = \begin{cases} 1.7 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{Q_{\text{зф}}} \sqrt{\bar{R}} & \text{при } 1.2 \leq \bar{R} < 10 \text{ м/кг}^{1/3}; \\ 6.594 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{Q_{\text{зф}}} [\lg(0.4\bar{R})]^{0.4} & \text{при } 10 \leq \bar{R} < 1000 \text{ м/кг}^{1/3}. \end{cases} \quad (9.6)$$

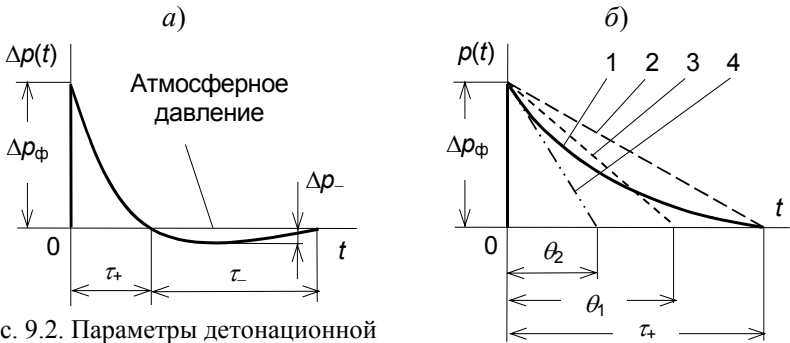


Рис. 9.2. Параметры детонационной ВУВ:

a – закон изменения избыточного давления; *б* – давление в фазе сжатия:
 1 – по формулам (9.7), (9.8); 2 – с запасом по формуле (9.9); 3 – исходя из равенства импульсов; 4 – для жестких конструкций

Поскольку длительность действия ВУВ при детонационных взрывах обычно очень мала, колебания и прочность конструкций часто можно определять при помощи теоремы импульсов (см. гл. 6), для чего используется удельный импульс фазы сжатия i_+ , который численно равен площади под кривой давления в этой фазе. При $1.2 \leq \bar{R} < 1000 \text{ м/кг}^{1/3}$

$$i_+ = 350 \frac{\sqrt[3]{Q_{\text{зф}}}}{\bar{R}}, \text{ Па}\cdot\text{с}. \quad (9.7)$$

Давление в фазе сжатия при $0 \leq t \leq \tau_+$ подчинено по закону [61]

$$p(t) = \Delta p_{\phi} \left(1 - \frac{t}{\tau_+}\right)^n, \quad (9.8)$$

где

$$n = \frac{\tau_+ \Delta p_{\phi}}{i} - 1. \quad (9.9)$$

Этот закон показан на рис. 9.2,б (кривая 1).

При расчетах строительных конструкций эпюру давления обычно считают треугольной с эквивалентной длительностью θ :

$$p(t) = \Delta p_{\phi} \left(1 - \frac{t}{\theta}\right). \quad (9.10)$$

Иногда эту длительность в запас принимают равной продолжительности фазы сжатия, т.е. $\theta = \tau_+$ (рис. 9.2,б, кривая 2). Более точно определить θ можно исходя из соотношения между продолжительностью фазы сжатия и временем достижения максимальной деформации конструкции [61, 68]. Если этот максимум достигается в конце фазы сжатия или после окончания действия нагрузки, то значение θ определяется из условия равенства импульсов давлений, изменяющихся согласно (9.8) и (9.10):

$$\theta_1 = \frac{2\tau_+}{n+1}. \quad (9.11)$$

(рис. 9.2,б, кривая 3). Если же максимальное отклонение конструкции достигается за время, которое существенно (на порядок и более) меньше τ_+ , т.е. конструкция очень жесткая, то считают, что давление изменяется по касательной к истинной кривой (рис. 9.2,б, кривая 4):

$$\theta_2 = \frac{\tau_+}{n}. \quad (9.12)$$

Наибольшее отрицательное давление и продолжительность фазы разрежения хорошо описываются следующими эмпирическими формулами [61, 68]:

$$\Delta p_- = 3 \cdot 10^4 \bar{R}^{-1}, \text{ Па}; \quad (9.13)$$

$$\tau_- = 0.16 \cdot \sqrt[3]{Q_{\text{эф}}}, \text{ с}. \quad (9.14)$$

Поскольку давление в фазе разрежения существенно меньше, чем в фазе сжатия, параметры ВУВ в этой фазе обычно не представляют большого интереса.

Если заряд имеет удлиненную форму (например, железнодорожный вагон с боеприпасами), то приведенные выше формулы применимы на расстоянии, превышающем наибольший размер заряда. Кроме того, они справедливы при нормальном состоянии атмосферы, а при некоторых ее аномальных состояниях дают заниженные значения $\Delta p_{\text{ф}}$ на расстояниях \bar{R} , при которых $\Delta p_{\text{ф}} \leq 200$ Па. Впрочем, на практике это не имеет существенного значения, так как такое маленькое давление обычно не опасно и не учитывается.

9.2.2. Детонация облака взрывоопасной смеси

Существует несколько методик расчета параметров взрыва облаков ГПВС, обзор которых можно найти в [83]. В настоящей книге изложена методика [71], применяемая в атомной энергетике. Использован также документ [40], применяемый в нефтехимии.

Взрыв облака ГПВС может быть как детонационным, так и дефлаграционным. Определение типа взрыва облака конкретного вещества описано в разд. 9.1. В данном разделе рассматривается дето-

национный взрыв облака, а дефлаграционным взрывам посвящен разд. 9.2.3. Следует, однако, заметить, что поскольку последний тип горения зависит от многих неопределенных условий, достоверно установить, что произойдет именно дефлаграция, трудно. Поэтому иногда предполагают, что возможна как детонация, так и дефлаграция облака ГПВС, и принимают наиболее неблагоприятный для АЭС вариант нагрузки.

Параметры вещества, необходимые для определения характеристик ВУВ, даны в табл. 9.7. При расчете делаются следующие допущения, дающие нагрузку с запасом:

1) концентрация горючего компонента в облаке представляет собой стехиометрическую смесь. Это означает, что в облаке содержится максимально возможное количество вещества, которое может сгореть, и поэтому энергия такого взрыва максимальна;

2) во взрывном процессе участвует вся масса горючего, образующего облако;

3) облако имеет форму полусферы, взрыв – наземный.

Объем облака

$$V_{\text{твс}} = \frac{2240\kappa M_{\text{T}} T}{\mu C_{\text{стх}} T_0}, \text{ м}^3, \quad (9.15)$$

где M_{T} – исходная масса топлива, кг; κ – доля массы, переходящая в облако (табл. 9.8); T – температура окружающей среды в градусах Кельвина: $K = ^\circ C + 273$; $T_0 = 273 \text{ K}$; μ – молекулярная масса горючего (табл. 9.7).

Радиус полусферического облака

$$r_0 = 0.78 \sqrt[3]{V_{\text{твс}}}, \text{ м}. \quad (9.16)$$

В пределах облака абсолютное давление на фронте детонационной волны

$$p_{\text{дет}} = 2.586 \cdot 10^3 (\gamma_1 - 1) q_m, \text{ Па}; \quad (9.17)$$

значения параметров γ_1 и q_m (кДж/кг) приведены в табл. 9.7.

Избыточное давление

$$\Delta p_{\text{дет}} = p_{\text{дет}} - p_0, \quad (9.18)$$

где p_0 – атмосферное давление (нормальное давление $p_0 \approx 10^5 \text{ Па}$).

После того, как детонационная волна достигла границы облака, в окружающем его воздухе распространяется ВУВ. Ее параметры зависят от приведенного расстояния

$$\bar{R} = \frac{R}{\sqrt[3]{E_{\text{ув}}}}, \text{ м/кДж}^{1/3}. \quad (9.19)$$

Таблица 9.7. Характеристика горючих

Горючий компонент газо- или паро- воздушной смеси (ГВС или ПВС)	Тип смеси	Химическая формула	Молекулярная масса μ	Плотность исходной сте- хиометрической смеси $\rho_{стх}$, кг/м ³	Нижний объемный концентрационный предел детонации $S_{ниж}$, %
Водород	ГВС	H ₂	2	0.933	15
Метан	ГВС	CH ₄	16	1.232	–
Этан	ГВС	C ₂ H ₆	30	1.250	2.87
Пропан	ГВС	C ₃ H ₈	44	1.315	2.57
Бутан	ГВС	C ₄ H ₁₀	58	1.328	1.98
Пентан	ПВС	C ₅ H ₁₂	72	1.340	–
Гексан	ПВС	C ₆ H ₁₄	86	1.340	–
Ацетилен	ГВС	C ₂ H ₂	26	1.278	9.7
Этилен	ГВС	C ₂ H ₄	28	1.285	3.32
Пропилен	ГВС	C ₃ H ₆	42	1.314	3.55
Бутилен	ГВС	C ₄ H ₈	56	1.329	–
Дивинил	ГВС	C ₄ H ₆	54	1.330	–
Бензол	ПВС	C ₆ H ₆	78	1.350	–
Толуол	ПВС	C ₇ H ₈	92	1.350	–
Ксилол	ПВС	C ₆ H ₁₀	106	1.355	–
Циклогексан	ПВС	C ₆ H ₁₂	34	1.340	–
Метанол	ПВС	CH ₄ O	32	1.300	–
Этанол	ПВС	C ₂ H ₆ O	46	1.340	–
Ацетон	ПВС	C ₃ H ₆ O	42	1.210	–
Аммиак	ГВС	CH ₃	17	1.180	–
Окись углерода	ГВС	CO	28	1.280	–
Эфир диэтиловый	ПВС	C ₄ H ₁₀ O	74	1.360	–
Дихлорэтан	ПВС	C ₂ H ₄ Cl ₂	99	1.490	–
Винилхлорид	ГВС	C ₂ H ₃ Cl	62.5	1.400	–
Бензин	ПВС	–	98	1.27	1.5
Керосин	ПВС	–	166	1.28	–
Дизельное топливо	ПВС	–	188	1.30	–

компонентов ГВС и ПВС

Концентрация горючего в стехиометрической смеси $C_{стх}$, %	Объемные концентрационные проценты воспламенения		Удельная энергия стехиометрической смеси		Показатель адиабаты стехиометрической смеси γ
	Нижний $C_{ниж}$	Верхний $C_{верх}$	Массовая $q_{мв}$, кДж/кг	Объемная $q_{об}$, кДж/м ³	
29.59	4	75	2425	3195	1.248
9.45	5	15	2763	3404	1.256
5.66	2.9	15	2797	3496	1.257
4.03	2.1	9.5	2801	3676	1.257
3.13	1.8	9.1	2776	3684	1.270
2.56	1.4	7.8	2797	3748	1.258
2.16	1.2	7.5	2797	3748	1.261
7.75	2.5	81	3387	4329	1.259
6.54	3.0	32	3010	3869	1.259
4.46	2.2	10.3	2922	3839	1.259
3.38	1.6	9.4	2892	3843	1.260
3.68	2.0	11.5	2962	3967	1.260
2.84	1.4	7.1	2937	3966	1.261
2.23	1.3	6.7	2843	3838	1.260
1.96	1.0	7.0	2830	3834	1.259
2.23	1.2	10.6	2797	3748	1.248
12.30	6.0	34.7	2843	3696	1.253
6.54	3.6	19.0	2804	3757	1.256
4.99	2.2	13.0	3112	3766	1.259
19.72	15.0	28	2365	2791	1.248
29.59	12.5	74	2930	3750	1.256
3.38	1.7	49	2840	3862	1.261
6.54	–	–	2164	3224	1.265
7.75	–	–	2483	3980	1.260
6.4	1.2	7.5	2973	3770	–
6.45	1.2	7.5	2880	3670	–
6.55	1.2	7.5	2810	3650	–

В формуле (9.19) R – расстояние от центра облака ($R > r_0$); $E_{\text{ув}}$ – энергия взрыва, перешедшая в ВУВ:

$$E_{\text{ув}} = 2q_v \eta V_{\text{твс}}, \text{ кДж.} \quad (9.20)$$

где η – это доля полной энергии взрыва, перешедшая в ВУВ:

$$\eta = 1 - \left(\frac{2p_0}{p_{\text{дет}}} \right)^{\frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1}}. \quad (9.21)$$

Таблица 9.8. Доля массы исходного горючего вещества, переходящая в облако

Тип и состояние горючего вещества	κ
Газы при атмосферном давлении	1.0
Газы под давлением (кроме водорода)	0.6÷0.7
Газы, сжиженные под давлением (кроме водорода)	0.5
Газы, сжиженные путем охлаждения (кроме водорода)	0.1
Разлитые легко испаряющиеся жидкости (бензин, керосин, дизельное топливо), водород	0.05
Разлитые тяжело испаряющиеся жидкости (масла, концентрат аммиачной воды)	0.01

Избыточное давление на фронте ВУВ Δp_{ϕ} , Па (рис. 9.2), вычисляется по формулам

$$\Delta p_{\phi} = \begin{cases} \frac{1.227 \cdot 10^{-3}}{\bar{R}^{4.68}} + 490 & \text{при } 0.05 \leq \bar{R} < 0.068 \text{ м/кДж}^{1/3}; \\ \frac{4.156 \cdot 10^3}{\bar{R}^{1.7}} & \text{при } 0.068 \leq \bar{R} < 0.31 \text{ м/кДж}^{1/3}; \\ \frac{4960}{\bar{R}} + \frac{974}{\bar{R}^2} + \frac{146}{\bar{R}^3} & \text{при } 0.31 \leq \bar{R} \text{ м/кДж}^{1/3}, \end{cases} \quad (9.22)$$

Продолжительность фазы сжатия τ_+ , с, составит

$$\tau_+ = \begin{cases} 0.323 \cdot 10^{-3} \sqrt{\bar{R}} \sqrt[3]{E_{\text{ув}}} & \text{при } 0.052 < \bar{R} \leq 0.434; \\ 0.209 \cdot 10^{-4} \sqrt{\bar{R}} \sqrt[3]{E_{\text{ув}}} (6.634 + \bar{R})^{1.5} & \text{при } 0.434 < \bar{R}. \end{cases} \quad (9.23)$$

Импульс давления можно приближенно (с запасом) вычислить, считая эпюру давления в фазе сжатия треугольной:

$$i_+ = \frac{\Delta p_{\phi} \tau_+}{2}. \quad (9.24)$$

Пример 2. Определим параметры ВУВ при высвобождении 100 т пропана, сжиженного путем охлаждения, на расстоянии

$R_0 = 500$ м от сооружения. Температура наружного воздуха 20°C . Взрыв происходит непосредственно в месте образования облака.

Исходные данные для расчета параметров ВУВ (табл. 9.7 и 9.8): масса горючего $M_T = 100\,000$ кг; доля вещества, переходящая в облако, $\kappa = 0.1$; молекулярная масса горючего $\mu = 44$; концентрация горючего в стехиометрической смеси $C_{\text{стх}} = 4.03\%$; показатель адиабаты стехиометрической смеси $\gamma_1 = 1.257$; удельная энергия стехиометрической смеси: массовая $q_m = 2801$ кДж/кг, объемная $q_v = 3676$ кДж/м³; $T_0 = 273$ К; температура окружающей среды $T = 20^\circ\text{C} + 273 = 293$ К.

Объем облака газо-воздушной смеси найдем с помощью (9.15):

$$V_{\text{твс}} = \frac{2240\kappa M_T T}{\mu C_{\text{стх}} T_0} = \frac{2240 \cdot 0.1 \cdot 100000 \cdot 293}{44 \cdot 4.03 \cdot 273} = 0.136 \cdot 10^6 \text{ (м}^3\text{)}.$$

Радиус облака вычисляется по формуле (9.16):

$$r_0 = 0.78 \sqrt[3]{V_{\text{твс}}} = 0.78 \sqrt[3]{0.136 \cdot 10^6} = 40 \text{ (м)}.$$

Определим характер взрыва по методике разд. 9.1.2. Согласно табл. 9.2, пропан относится ко 2-му классу по степени чувствительности. Предположим, что территория в месте возможного взрыва относится к 1-му виду по классификации табл. 9.3 (очень сильно загроможденная). С учетом этого по экспертной табл. 9.4 и табл. 9.5 устанавливаем, что взрыв будет носить характер детонации.

Вычислим параметры ВУВ по формулам разд. 9.2.2. Абсолютное давление на фронте детонационной волны в пределах облака вычисляется согласно (9.17):

$$p_{\text{дет}} = 2.586 \cdot 10^3 (\gamma_1 - 1) q_m = 2.586 \cdot 10^3 (1.257 - 1) 2801 = 0.186 \cdot 10^7 \text{ (Па)}.$$

Избыточное давление

$$\Delta p_{\text{дет}} = p_{\text{дет}} - p_0 = 0.186 \cdot 10^7 - 1 \cdot 10^5 = 0.176 \cdot 10^7 \text{ (Па)}.$$

В соответствии с (9.21) найдем долю полной энергии взрыва, перешедшую в ВУВ:

$$\eta = 1 - \left(\frac{2p_0}{p_{\text{дет}}} \right)^{\frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1}} = 1 - \left(\frac{2 \cdot 1 \cdot 10^5}{0.186 \cdot 10^7} \right)^{\frac{1.257 - 1}{1.257}} = 0.366.$$

Энергия, перешедшая в ВУВ, вычисляется по формуле (9.20):

$$E_{\text{ув}} = 2q_v \eta V_{\text{твс}} = 2 \cdot 3676 \cdot 0.366 \cdot 0.136 \cdot 10^6 = 0.366 \cdot 10^9 \text{ (кДж)}.$$

Приведенное расстояние

$$\bar{R} = \frac{R}{\sqrt[3]{E_{\text{ув}}}} = \frac{370}{\sqrt[3]{0.366 \cdot 10^9}} = 0.517 \text{ (м/кДж}^{1/3}\text{)}.$$

При таком значении \bar{R} давление на фронте ВУВ вычисляется по третьей формуле (9.22):

$$\Delta p_{\phi} = \frac{4960}{\bar{R}} + \frac{974}{\bar{R}^2} + \frac{146}{\bar{R}^3} = \frac{4960}{0.517} + \frac{974}{0.517^2} + \frac{146}{0.517^3} = 14294 \text{ Па} \approx 14.3 \text{ (кПа)}.$$

Продолжительность фазы сжатия ВУВ находим по второй формуле (9.23):

$$\begin{aligned} \tau_{+} &= 0.209 \cdot 10^{-4} \sqrt{\bar{R}} \sqrt[3]{E_{\text{ув}}} (6.634 + \bar{R})^{1.5} = \\ &= 0.209 \cdot 10^{-4} \sqrt{0.517} \sqrt[3]{0.366 \cdot 10^9} (6.634 + 0.517)^{1.5} = 0.2 \text{ (с)}. \end{aligned}$$

Импульс давления в фазе сжатия вычисляется согласно (9.24):

$$i_{+} = \frac{\Delta p_{\phi} \tau_{+}}{2} = \frac{14.3 \cdot 0.2}{2} = 1.43 \text{ (кПа} \cdot \text{с)}.$$

Отметим, что при определении расстояния от места взрыва до сооружения обязательно необходимо учитывать возможный дрейф облака, способ расчета которого изложен в гл. 14. Расчетное расстояние следует считать равным разности между расстоянием до места образования облака и длиной пути дрейфа. Если облако достигнет сооружения и взорвется непосредственно возле него, то на строительные конструкции будет действовать давление не ВУВ, а детонационной волны, вычисленное согласно (9.17), которое в 44 раза выше. Таковую нагрузку мог бы выдержать только специально спроектированный бункер, а обычное сооружение будет разрушено.

9.2.3. Нагрузки на строительные конструкции при детонационном взрыве в неограниченном пространстве

Методы определения давления в ВУВ, описанные в разд. 9.2.1 и 9.2.2, относятся к взрывам в неограниченном объеме. Такое давление создается проходящей ВУВ и было бы зафиксировано прибором, который установлен «в чистом поле», т.е. в отсутствие сооружения. Однако при взаимодействии ВУВ с сооружением и величина давления, и его зависимость от времени сильно изменяются, и именно такое, измененное давление требуется знать для выполнения расчетов прочности и колебаний строительных конструкций. Далее рассмотрен метод его определения [29, 68].

На рис. 9.3 изображено здание, обтекаемое ВУВ. Будем предполагать, что фронт ВУВ движется перпендикулярно передней (фронтальной) стене здания (этот случай называется *нормальным отражением*). Изображены три различных положения фронта волны относительно сооружения. Фронт ВУВ движется со скоростью D_{ϕ} , которая зависит от давления на фронте Δp_{ϕ} , выраженного в МПа:

$$D_{\phi} = 340 \sqrt{1 + 8.3 \Delta p_{\phi}}, \text{ м/с.} \quad (9.25)$$

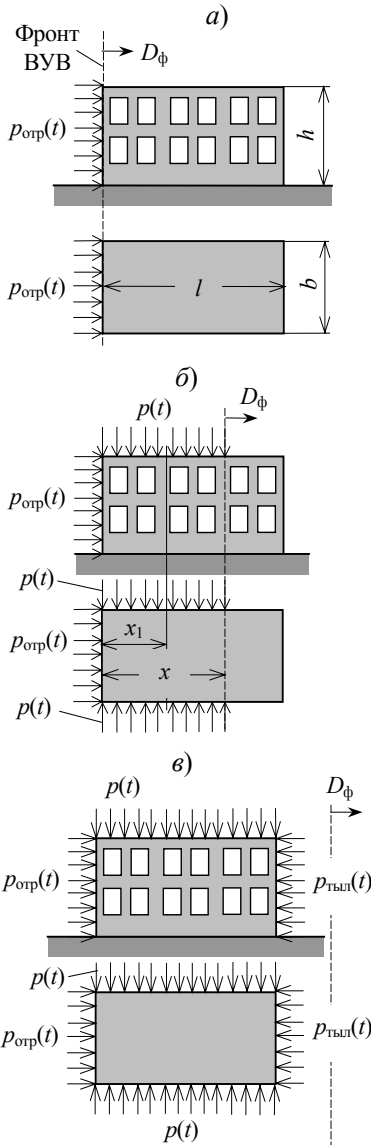


Рис. 9.3. Процесс обтекания здания воздушной ударной волной:
 а – начало отражения волны; б – обтекание сооружения волной; в – установление режима обтекания

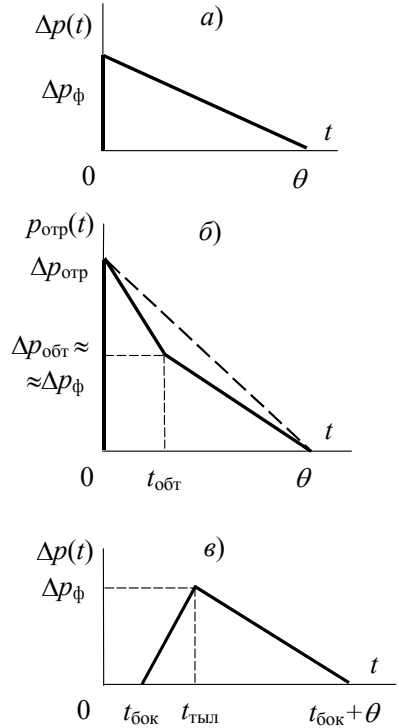


Рис. 9.4. Давление на стены и кровлю при обтекании здания воздушной ударной волной:
 а – давление в проходящей ВУВ, на боковые стены и кровлю здания; б – отраженное давление на фронтальную стену; в – давление на тыльную стену

Давление в проходящей волне $p(t)$ изменяется по закону, представленному на рис. 9.4,а. При ее падении на фронтальную стену частицы воздуха тормозятся и их кинетическая энергия переходит в энергию давления. Поэтому результирующее *отраженное* давление на стену $p_{отр}(t)$ значительно превышает давление в падающей волне (рис. 9.4,б).

В начальный момент времени давление вследствие отражения

увеличивается до величины $\Delta p_{\text{отр}}$. Если площадь проемов в стене меньше 10%, то

$$\Delta p_{\text{отр}} = 2\Delta p_{\phi} + \frac{6(\Delta p_{\phi})^2}{\Delta p_{\phi} + 0.72}, \text{ МПа.} \quad (9.26)$$

Здесь первое слагаемое – это собственно отраженное давление, а второе – давление скоростного напора воздуха. Усиление давления вследствие отражения характеризуется значением коэффициента отражения $k = \Delta p_{\text{отр}}/\Delta p_{\phi}$, который в данном случае равен 2.

Если площадь проемов во фронтальной стене больше 10%, то

$$\Delta p_{\text{отр}} = \Delta p_{\phi} + \frac{2.5(\Delta p_{\phi})^2}{\Delta p_{\phi} + 0.72}, \text{ МПа.} \quad (9.27)$$

Второе слагаемое в формулах (9.26), (9.27) обычно существенно меньше первого.

В реальных условиях волна взаимодействует с сооружением ограниченных размеров. В этом случае наряду с отражением происходит процесс обтекания здания, называемый *дифракцией*. В момент времени, когда фронт ударной волны достигает фронтальной стены, одновременно с отражением на краях стены возникает волна разрежения, распространение которой приводит к падению давления на фронтальной стене от значения $\Delta p_{\text{отр}}$ до $\Delta p_{\text{обт}}$ (рис. 9.4,б). Время от начала отражения до установления режима обтекания

$$t_{\text{обт}} \approx \frac{3H^*}{D_{\phi}}, \quad (9.28)$$

где H^* – меньшая из двух величин: высоты здания h или половины ширины фронтальной стены b (см. рис. 9.3,а). Давление в момент времени $t_{\text{обт}}$ выражается формулой (9.26) или (9.27). Ввиду малости второго слагаемого оно равно примерно Δp_{ϕ} (см. рис. 9.4,б). При $t > t_{\text{обт}}$ давление линейно уменьшается до нуля.

Как следует из (9.28), время $t_{\text{обт}}$ тем больше, чем больше размеры фронтальной стены. При неограниченно большой стене график $p_{\text{отр}}$ не имеет перелома, т.е. является треугольным (пунктир на рис. 9.4,б). Размер стены следует считать неограниченно большим, если длительность нагрузки $\theta \leq t_{\text{обт}}$.

Давление на боковые стены и кровлю – такое же, как в проходящей волне (см. рис. 9.4,а). В момент времени, когда фронт волны прошел расстояние x от фронтальной стены (см. рис. 9.3,б), давление в точке с координатой x_1 составит

$$p(t) = \Delta p_{\phi} \left(1 - \frac{x - x_1}{D_{\phi} \theta} \right). \quad (9.29)$$

В этот момент времени давление на фронтальной стене вычисляется по закону, представленному на рис. 9.5,б при значении

$$t = \frac{x}{D_\phi} \quad (9.30)$$

Давление на тыльную стену показано на рис. 9.4,в. Оно начинает возрастать с момента времени $t_{бок}$, когда фронт волны достигает этой стены. Это время вычисляется по формуле (9.30) при $x = l$. Максимального значения давление достигает в момент времени $t_{тыл}$, равный меньшему из значений

$$t_{тыл} = \frac{4h}{D_\phi} \quad \text{и} \quad t_{тыл} = \frac{2b}{D_\phi} \quad (9.31)$$

Отраженное давление при падении волны по нормали к преграде не является максимально возможным. На рис. 9.5 показан характер отражения ВУВ при различных углах падения α [96]. Если α меньше определенной величины, зависящей от давления на фронте, то происходит нормальное отражение. Зона, ограниченная этим углом, называется *зоной регулярного отражения*. При большем значении α происходит слияние фронтов падающей и отраженной волн и образуется третья, так называемая головная волна («эффект Маха»). Все три волны пересекаются в одной точке B , именуемой тройной точкой. Эта зона называется

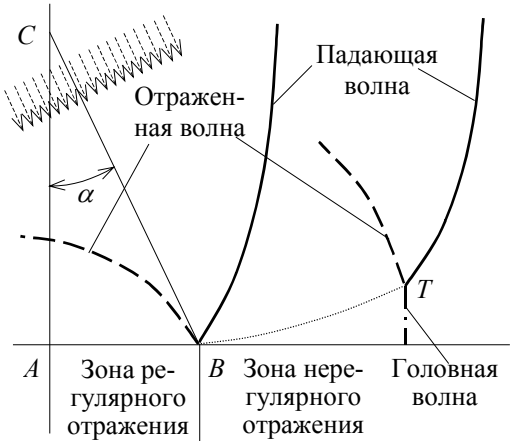


Рис 9.5. Отражение ВУВ от плоской преграды при разных углах падения волны α [96]

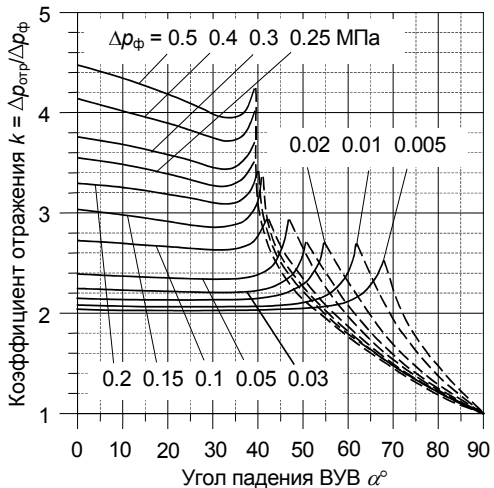


Рис. 9.6. Зависимость коэффициента отражения k от угла падения и давления на фронте ВУВ [67]

зоной *нерегулярного отражения*, в которой давление на преграду уменьшается.

На рис. 9.6 приведена зависимость коэффициента отражения k от угла падения ВУВ и давления на фронте Δp_ϕ . Видно, что при больших величинах Δp_ϕ , соответствующих ядерному взрыву, наиболее опасный угол падения ВУВ – около 40° . При значениях Δp_ϕ порядка 0.1 МПа и менее, обычно рассматриваемых в атомной энергетике, наиболее опасны углы падения от 40 до 70° .

Пример 3. Рассмотрим нагрузки ВУВ на стены и кровлю здания с размерами в плане $b = 15 \times 15$ м и высотой $h = 18.4$ м. Предполагается, что на расстоянии $R = 500$ м от него взорвался железнодорожный вагон с ТНТ ($M_{\text{вв}} = 60\,000$ кг). Эффективную массу $Q_{\text{эф}}$ найдем согласно (9.4), приняв в запас $\varepsilon = 0$: $Q_{\text{эф}} = M_{\text{вв}} = 60\,000$ кг.

В соответствии с (9.3) приведенное расстояние

$$\bar{R} = \frac{R}{\sqrt[3]{Q_{\text{эф}}}} = \frac{500}{\sqrt[3]{60000}} = 12.8 \text{ (м/кг}^{1/3}\text{)}.$$

При таком значении \bar{R} давление на фронте ВУВ определяется по первой из формул (9.5):

$$\begin{aligned} \Delta p_\phi &= \left(\frac{0.92}{\bar{R}} + \frac{3.5}{\bar{R}^2} + \frac{10.6}{\bar{R}^3} \right) 10^5 = \\ &= \left(\frac{0.92}{12.8} + \frac{3.5}{12.8^2} + \frac{10.6}{12.8^3} \right) 10^5 = 9830 \text{ (Па)} = 9.83 \cdot 10^{-3} \text{ (МПа)}. \end{aligned}$$

Длительность фазы сжатия находим по второй формуле (9.6):

$$\begin{aligned} \tau_+ &= 6.594 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{Q_{\text{эф}}} [\lg(0.4\bar{R})]^{0.4} = \\ &= 6.594 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{60000} [\lg(0.4 \cdot 12.8)]^{0.4} = 0.23 \text{ (с)}. \end{aligned}$$

Закон изменения давления в проходящей волне показан на рис. 9.7,а. Для простоты принято, что длительность воздействия равна продолжительности фазы сжатия. Такое же давление действует на боковые стены и кровлю здания.

Скорость фронта волны вычисляется по формуле (9.25):

$$D_\phi = 340 \sqrt{1 + 8.3 \Delta p_\phi} = 340 \sqrt{1 + 8.3 \cdot 9.83 \cdot 10^{-3}} = 353.6 \text{ (м/с)}.$$

Предполагается, что отражение является нормальным. Отраженное давление на фронтальную стену (рис. 9.7,б) вычислим согласно (9.26):

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{отр}} &= 2\Delta p_\phi + \frac{6(\Delta p_\phi)^2}{\Delta p_\phi + 0.72} = 2 \cdot 9.83 \cdot 10^{-3} + \frac{6 \cdot (9.83 \cdot 10^{-3})^2}{9.83 \cdot 10^{-3} + 0.72} = \\ &= 0.02045 \text{ (МПа)} = 20450 \text{ (Па)}. \end{aligned}$$

Момент времени $t_{\text{обт}}$, соответствующий перелому графика, найден по формуле (9.28), где принято $H^* = 7.5$ м (половина ширины фронтальной стены):

$$t_{\text{обт}} = \frac{3H^*}{D_{\phi}} = \frac{3 \cdot 7.5}{353.5} = 0.064 \text{ (с)}.$$

Давление на тыльную стену показано на рис. 9.7,в. Время начала его возрастания $t_{\text{бок}}$ найдено по формуле (9.30) при $x = b = 15$ м:

$$t_{\text{бок}} = \frac{b}{D_{\phi}} = \frac{15}{353.5} = 0.042 \text{ (с)}.$$

Время достижения максимума давления вычислено по второй из формул (9.31):

$$t_{\text{тыл}} = \frac{2b}{D_{\phi}} = \frac{2 \cdot 15}{353.5} = 0.085 \text{ (с)}.$$

Действие нагрузки заканчивается в момент времени

$$\begin{aligned} t &= t_{\text{бок}} + \theta = \\ &= 0.042 + 0.023 = 0.0272 \text{ (с)}. \end{aligned}$$

Давление, приведенное на рис. 9.7, используют для проверки прочности ограждающих конструкций и кровли здания. Если же рассчитывается не отдельная конструкция, а здание в целом (например, прочность каркаса, устойчивость основания, вынужденные колебания строительных конструкций и пр.), то к нему следует приложить полное давление, равное разности давлений на фронтальной и тыльной стенах.

Пример 4. В качестве примера определения полного давления рассмотрим специфический случай: объект малых размеров в плане – вентиляционная труба $\varnothing 1$ м (рис. 9.8,а). Для простоты будем считать ее сечение квадратом со стороной 1 м. Взрыв предполагается таким же, как в предыдущем примере.

На рис. 9.8,б показано давление в проходящей волне, а также на фронтальную и тыльную поверхности трубы. Приведенные законы изменения давления показывают, что вследствие малости размера трубы в плане сдвиг по времени между началом действия давления

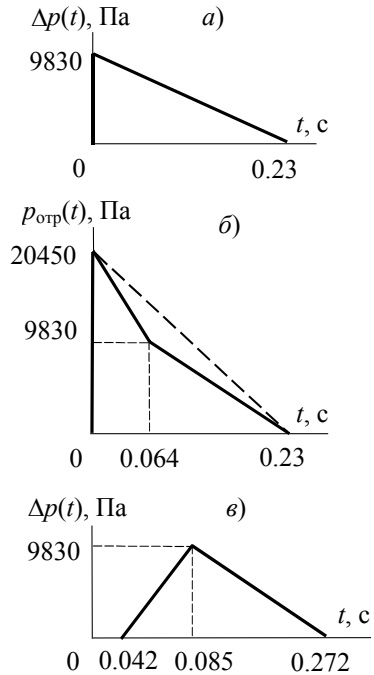


Рис. 9.7. Давление на конструкции здания:

а – давление в проходящей волне, на кровлю и боковые стены здания; б – фронтальная стена; в – тыльная стена

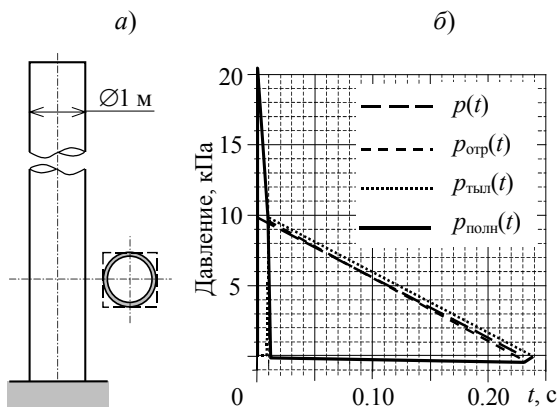


Рис. 9.8. Нагрузки при взрыве на вентиляционную трубу:

a – вентиляционная труба; *б* – нагрузки от ВУВ

на ее фронтальной и тыльной поверхностях равен всего 0.01 с. Поэтому, хотя максимальная величина полного давления

$$P_{полн} = P_{отр} - P_{тыл}$$

достаточно велика (более 20 кПа), но всего за 0.01 с оно падает практически до нуля. Иными словами, нагрузка на трубу представляет собой интенсивный, но чрезвычайно кратковременный ударный импульс.

В заключение данного раздела укажем, что, согласно российским нормам проектирования АЭС [50], должно учитываться воздействие взрыва с давлением на фронте ВУВ от 10 до 30 кПа и длительностью фазы сжатия 1 с. Профиль ВУВ в фазе сжатия не оговорен, и обычно его принимают таким, как на рис. 9.7, *a*. Иными словами, считают, что профиль ВУВ такой, как при детонации, а продолжительность действия – как при дефлаграции.

По этому поводу следует, во-первых, отметить, что для того, чтобы давление на фронте было равно 30 кПа и продолжительность фазы сжатия составила 1 с, надо на расстоянии 1.5 км от АЭС взорвать примерно 14000 т ТНТ (более 230 вагонов). Аварийный, т.е. случайный, взрыв с такими параметрами ВУВ совершенно нереален (напомним, что защита АЭС от террористических актов и военных действий здесь не рассматривается). Во-вторых, для мощных строительных конструкций АЭС, собственные частоты которых обычно составляют 4÷5 Гц, такое воздействие практически равносильно мгновенному приложению постоянной нагрузки, при котором коэффициент динамичности равен 2 (см. гл. 4). Так как давление на фронте падающей волны нарастает мгновенно, то максимум отраженного давления также вдвое превосходит давление на фронте. В результате эквивалентная статическая нагрузка равна учетверенному максимальному давлению на фронте падающей волны. Поэтому такое задание ВУВ приводит к неоправданно высоким нагрузкам.

Для сравнения: в рекомендациях МАГАТЭ [112] приведен стандартный профиль ВУВ, используемый в США. Он имеет давление на фронте 10 кПа, т.е. как в российских нормах, но продолжительность фазы сжатия всего 0.2 с.

9.2.4. Нагрузки при затекании ВУВ через проемы в ограждающих конструкциях

Если взрыв произошел снаружи здания, в ограждающих конструкциях которого имеются проемы, то ВУВ затекает через них, создавая внутри динамическую нагрузку.

На рис. 9.9,а показан характер изменения давления во времени [65]. Значение Δp_0 («давление проскока») определяется по номограмме на рис. 9.9,б в зависимости от давления перед проемами Δp и параметра α , представляющего собой отношение площади проемов к площади преграды. Если проемы находятся на фронтальной стене, то давление Δp следует принимать равным отраженному давлению; для остальных поверхностей здания оно равно давлению на фронте падающей волны $\Delta p_{\text{ф}}$.

Максимальное давление

$$\Delta p_3 \approx \begin{cases} 0.8\Delta p & \text{при } \alpha \leq 0.2; \\ 0.9\Delta p & \text{при } \alpha = 0.4. \end{cases} \quad (9.32)$$

Время возрастания давления до максимума

$$\tau_{\text{max}} = (0.1 \div 0.15) \tau_+$$

Меньшие значения принимают, если $\Delta p \geq 100$ кПа, а большие – при $\Delta p \leq 20$ кПа.

9.2.5. Нагрузки на строительные конструкции при детонационных взрывах в закрытых и частично открытых помещениях

При детонационном взрыве концентрированного ВВ *внутри закрытого помещения* характер нагрузки на строительные конструкции видоизменяется вследствие наложения вторичных волн, отраженных от стен и потолка. Типичный график отраженного давления показан на рис. 9.10. Видно, что максимальное отраженное давление $\Delta p_{\text{отр}}$ не изменяется, но появляются дополнительные пики, создаваемые вторичными отраженными волнами. При этом увеличиваются общая длительность воздействия и ударный импульс, сообщаемый конструкции.

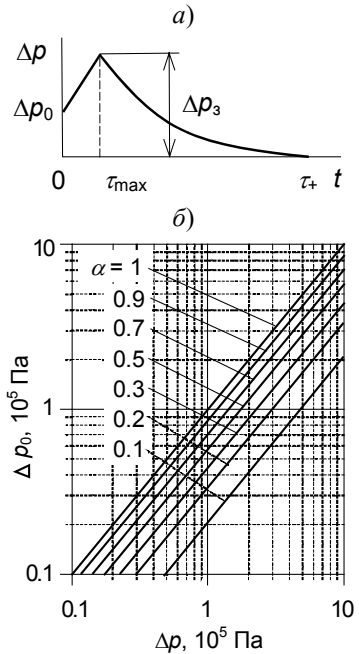


Рис. 9.9. Давление при затекании ВУВ через проемы: а – профиль ВУВ; б – номограмма для определения Δp_0

Количество пиков за счет вторичных волн, а следовательно, и увеличение импульса зависят от многих факторов: положения центра взрыва внутри помещения; положения точки, в которой измеряется давление; от формы помещения, а самое главное, от соотношения генеральных размеров помещения и длины первичной ударной волны. В первом приближении увеличенный ударный импульс [96]

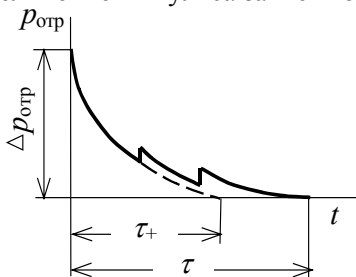


Рис. 9.10. Эпюра давления в отраженной ударной волне при наложении вторичных отраженных волн

$$\tilde{i}_+ = k i_+, \quad (9.33)$$

где i_+ — ударный импульс при взрыве в неограниченном пространстве; k — объемный коэффициент, зависящий от отношения объема помещения V , м^3 , к массе заряда $Q_{\text{эф}}$, кг. При треугольной эпюре отраженного давления увеличение ударного импульса в k раз при одновременном сохранении максимального отраженного давления означает увеличение во столько же раз длительности нагрузки τ_+ .

Аналитически вычислить коэффициент k достаточно сложно, и сегодня его значение при каждом конкретном сочетании названных выше факторов определяют экспериментально. В [96] предлагается при $V/Q_{\text{эф}} \geq 7$ приближенно находить его следующим образом:

$$k = \begin{cases} 8.5 - V/(2Q_{\text{эф}}) & \text{при } 7 \leq V/Q_{\text{эф}} \leq 15; \\ 1 & \text{при } 15 < V/Q_{\text{эф}}. \end{cases} \quad (9.34)$$

В этой же работе сформулированы следующие правила приближенного определения эпюр отраженного давления при взрыве в прямоугольном помещении:

- если заряд располагается на оси симметрии помещения и на середине его высоты, то эпюры отраженного давления на стенки, пол и покрытие сначала определяются, как при взрыве в открытом пространстве, после чего их надо «растянуть» по времени таким образом, чтобы импульс давления увеличился в k раз;
- если заряд расположен на оси симметрии, но ближе к полу, то при определении отраженного давления на покрытие коэффициент k должен увеличиваться не менее чем вдвое;
- если заряд располагается ближе к одной из стен, то при определении эпюры давления на более удаленную стену коэффициент k увеличивается не менее чем в два раза.

Иногда необходимо найти остаточное давление, которое установится в помещении после затухания ударных волн. На рис. 9.11

показана зависимость этого давления от соотношения массы ВВ и объема помещения [21].

Если в закрытом помещении происходит детонационный взрыв облака ГПВС, то нагрузки на конструкции могут определяться описанным выше образом при условии, что в момент взрыва облако не достигает стен, пола или потолка. В противном случае на них действует не давление ВУВ, а детонационное давление в облаке, вычисляемое по формуле (9.17).

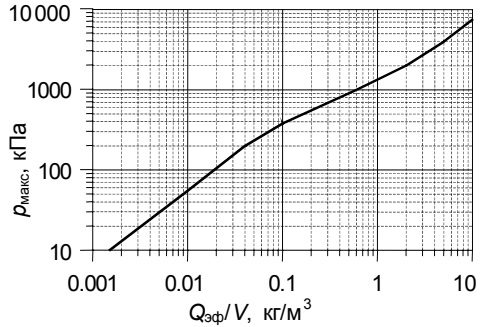


Рис. 9.11. Максимальное избыточное давление после взрыва в закрытом помещении [21]

Пример 5. В помещении с размерами в плане $a \times b = 5 \times 5$ м и высотой $h = 4$ м происходит взрыв с тротильным эквивалентом $Q_{эф} = 8$ кг. Точка взрыва O находится в центре помещения на середине высоты.

Определим отраженное давление в следующих четырех точках стены (рис. 9.12): (1) – в центре стены на высоте 2 м от пола; (2) – прямо над этой точкой на высоте 4 м, т.е. на линии пересечения стены и потолка; (3) – в точке пересечения двух стен и потолка; (4) – на середине высоты стены на пересечении с боковой стеной.

Результаты вычисления отраженного давления в этих точках приведены в табл. 9.9. Подробности вычислений для краткости опущены (номера использованных формул указаны в таблице).

Поскольку при взрыве внутри помещения обтекание отсутствует, эпюра отраженного давления является треугольной. Продолжительность фазы сжатия в отраженной волне вычислена с использованием коэффициента k , найденного по формуле (9.34):

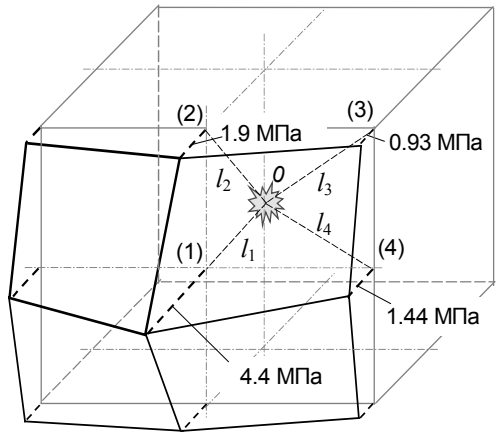


Рис. 9.12. Эпюра максимального отраженного давления на стену

$$k = 8.5 - \frac{V}{2Q_{\text{эф}}} = 8.5 - \frac{100}{2 \cdot 8} = 2.25.$$

Как следует из табл. 9.9, продолжительность фазы сжатия в рассматриваемых четырех точках отличается незначительно. Если считать, что для всех точек она одинакова: $\tau_{+\text{отр}} \approx 0.01$ с, то максимальное значение отраженного давления в них достигается одновременно. Тогда давление на стену в этот момент времени может быть изображено в виде объемной эпюры, которая представлена на рис. 9.12. В силу симметрии давление на все четыре четверти стены одинаково.

Таблица 9.9. Результаты расчета отраженного давления на стену при взрыве внутри помещения

Параметр	Формула	Номер точки i			
		1	2	3	4
Расстояние от точки до места взрыва l_i , м		2.5	3.2	4.1	3.5
Приведенное расстояние \bar{R}_i , м/кг ^{-1/3}	(9.3)	1.25	1.6	2.05	1.75
Давление на фронте падающей волны $\Delta p_{\text{фр}i}$, МПа	(9.5), 1-я формула	0.084	0.045	0.026	0.036
Продолжительность фазы сжатия падающей волны τ_{+i} , с	(9.6), 1-я формула	0.0038	0.0043	0.0048	0.0045
Максимальное отраженное давление $\Delta p_{\text{отр},i}$, МПа	(9.26)	4.4	1.9	0.93	1.44
Продолжительность фазы сжатия в отраженной волне $\tau_{+\text{отр},i}$, с	(9.33) ÷ (9.34)	0.0086	0.0097	0.011	0.01

На рис. 9.13 показана упрощенная схема изменения абсолютно-го давления в помещении с проемами. Согласно ей, это давление сначала линейно возрастает от величины атмосферного давления p_0 до максимального значения, определяемого пересечением при $t = t_1$ этой прямой с экспоненциально спадающей кривой:

$$p(t) = p_1 \exp(-ct). \quad (9.35)$$

Затем давление убывает по закону (9.35), пока в момент времени t_{max} вновь не становится равным атмосферному. Коэффициент при экспоненте p_1 равен максимальному абсолютному квазистатическому давлению, которое установилось бы в помещении, если бы не было проемов:

$$p_1 = p_0 + p_{\text{кс}}, \quad (9.36)$$

где значение $p_{\text{кс}}$ определяется по графику на рис. 9.11. Параметр экспоненты

$$c = 2.13 \frac{a_0 S}{V}, \quad (9.37)$$

где S – площадь проемов, м^2 ; V – объем помещения, м^3 ; a_0 – скорость звука в воздухе.

При нормальных условиях $a_0 = 340 \text{ м/с}$. Подставляя это значение в (9.37), получим

$$c = 725 \frac{S}{V}, \text{ 1/с}. \quad (9.38)$$

Считается, что время t_1 совпадает с моментом окончания взрывного нагружения, которое зависит от учитываемого числа отражений ВУВ и продолжительности фазы сжатия. Обозначим через t_a время пробега волны от центра взрыва до ближайшей внутренней поверхности помещения, от которой происходит отражение:

$$t_a = \frac{l}{D_{\text{ф}}}. \quad (9.39)$$

Здесь l – расстояние до конструкции; $D_{\text{ф}}$ – скорость фронта волны [см. (9.25)]. Если рассматривается n отражений, т.е. n пробегов волны до конструкции и обратно, то

$$t_1 = (2n - 1)t_a + \tau_+. \quad (9.40)$$

При каждом последующем отражении максимальное давление на фронте волны уменьшается. Поэтому в [21] предлагается ограничиться тремя отражениями, т.е. принимать

$$t_1 = 5t_a + \tau_+.$$

Следует, однако, признать, что допущение об учете именно трех отражений достаточно произвольно. Кроме того, в [21] предполагается, что значение параметра c , вычисляемого по формулам (9.36) или (9.37), невелико, т.е. что спад давления в помещении происходит медленно. Если же этот параметр велик, то время падения давления до уровня атмосферного может оказаться меньше, чем время t_1 , вычисленное по (9.40). В этом случае, очевидно, надо учесть меньшее число отражений.

Максимальное абсолютное давление в помещении

$$p_{\text{max}}^{\text{abc}} = p_1 \exp(-ct_1). \quad (9.41)$$

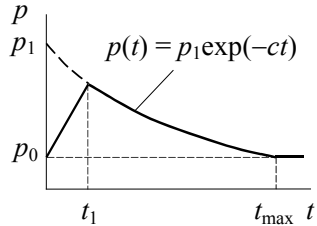


Рис. 9.13. Упрощенная схема изменения давления в помещении с разгрузочными проемами

Ясно, что чем меньше принято значение t_1 , тем больше это давление. Максимальное избыточное давление

$$p_{\max} = p_{\max}^{\text{abc}} - p_0. \quad (9.42)$$

Если площадь проемов в помещении S задана, то формулы (9.36), (9.39) и (9.41) позволяют определить максимальное давление и его зависимость от времени. Можно также решить обратную задачу: исходя из заданного допускаемого максимального давления определить необходимую площадь проемов. Прделав элементарные преобразования (9.37) и (9.41), получим

$$S = \frac{V}{2.13a_0 t_1} \ln \frac{p_1}{p_{\max}^{\text{abc}}}. \quad (9.43)$$

Пример 6. Пользуясь данными предыдущего примера, определим необходимую площадь проемов, чтобы максимальное избыточное давление в помещении составило $p_{\max} \leq 50$ кПа.

Вычислим максимальное избыточное давление:

$$p_{\max}^{\text{(abc)}} = p_{\max} + p_0 = 50 + 100 = 150 \text{ (кПа)}.$$

Отношение массы ВВ к объему помещения равно

$$\frac{Q_{\text{эф}}}{V} = \frac{8}{100} = 0.08.$$

По графику на рис. 9.11 находим, что при таком отношении максимальное квазистатическое избыточное давление $p_{\text{кс}} \approx 320$ кПа. Следовательно, абсолютное давление

$$p_1 = p_0 + p_{\text{кс}} = 100 + 320 = 420 \text{ (кПа)}.$$

Скорость фронта ВУВ

$$D_{\phi} = 340 \sqrt{1 + 8.3 \cdot 10^{-6} \Delta p_{\phi}} = 340 \sqrt{1 + 8.3 \cdot 10^{-6} \cdot 4.4 \cdot 10^6} = 2080 \text{ (м/с)}.$$

Расстояние от центра взрыва до стены $l_1 = 2.5$ м. Значит, время пробега волны до стены

$$t_a = \frac{l_1}{D_{\phi}} = \frac{2.5}{2080} = 0.0012 \text{ (с)}.$$

Продолжительность фазы сжатия $\tau_+ = 0.011$ с. Учитывая три отражения ВУВ, получим время достижения максимума давления:

$$t_1 = 5t_a + \tau_+ = 5 \cdot 0.0012 + 0.011 = 0.017 \text{ (с)}.$$

Необходимая площадь проемов, при которой $p_1 = 420$ кПа,

$$S = \frac{V}{2.13a_0 t_1} \ln \frac{p_1}{p_{\max}^{\text{abc}}} = \frac{100}{2.13 \cdot 350 \cdot 0.017} \ln \frac{420}{150} = 8.1 \text{ (м}^2\text{)}.$$

9.3. Дефлаграционный взрыв

9.3.1. Определение избыточного давления при дефлаграции

Кратко повторим особенности дефлаграционного горения облаков ГПВС, изложенные в разд. 9.1.1. Дефлаграция отличается от детонации тем, что скорость распространения пламени по веществу w ниже звуковой* и может изменяться в широких пределах, в зависимости от загроможденности пространства и мощности источника зажигания. В разд. 9.1.1 приведена заимствованная из [40] методика определения характера взрыва, в том числе – скорости горения w . При отсутствии точных данных можно принимать $w = 200$ м/с.

Изменение избыточного давления при дефлаграционном взрыве протекает иначе, чем при детонации: нарастание происходит медленнее и максимальная величина меньше, но длительность больше. Поэтому такое нагружение по характеру ближе к статическому.

Физическая картина дефлаграционного взрыва и расчет зависимости избыточного давления от времени более сложны, чем при детонации. Описание этого процесса имеется в [11], где изложена теория взрыва в открытом пространстве, разработанная Я.К.Трошиным, В.А. Горевым, Д.З. Хуснутдиновым [25, 94] на основе теории расширения сплошного сферического поршня Дж. Тейлора.

Предполагается, что воспламенение происходит в центре полусферического облака ГПВС, откуда начинает распространяться полусферический фронт пламени. Каждый единичный объем смеси, сгорая, увеличивается в σ раз ($\sigma = 6 \div 8$). При этом продукты взрыва (ПВ) играют роль сферического поршня, сжимающего окружающую среду. Впереди фронта пламени образуется ВУВ, но в отличие от детонации, при которой до ее окончания фронты пламени и ВУВ совпадают, при дефлаграции между ними имеется слой сжатого газа. В этом слое все газодинамические параметры (скорость потока, плотность, давление и температура) возрастают в сторону фронта пламени. Интенсивность ВУВ и толщина этого слоя сильно зависят от скорости распространения пламени: с ее возрастанием интенсивность увеличивается, а слой становится тоньше.

После окончания горения происходит дополнительное расширение сжатых ПВ, и с этого же момента от контактной поверхности, разделяющей ПВ и воздух, начинает двигаться волна разрежения в двух направлениях: вперед к фронту ПВ и назад к центру взрыва. Скорость этой волны превосходит скорость фронта ВУВ. С момента, когда фронт волны разрежения догонит фронт ВУВ, последняя принимает «классический» профиль, показанный на рис. 9.14 (говорят, что волна сформировалась).

* См. сноску на с. 268.

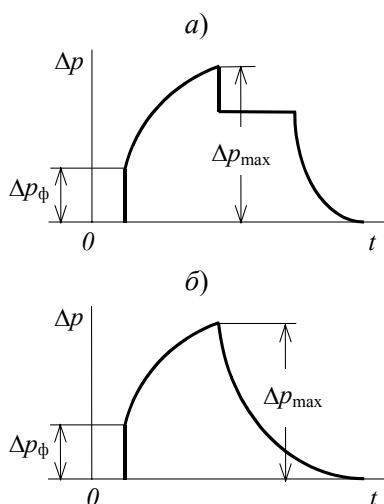


Рис. 9.14. Профили воздушной ударной волны при дефлаграции: *a* – в пределах объема продуктов взрыва; *б* – за пределами этого объема

причем характер его уменьшения зависит от положения точки по отношению к границе полусферы, ограничивающей объем ПВ (см. рис. 9.14).

С повышением скорости распространения пламени увеличивается доля общей энергии, переходящей в энергию ВУВ. Если $0 < \alpha \leq 0.6$, то максимальное давление Δp_{\max} в пределах облака взрыва определяется зависимостью, полученной В.А. Горевым:

$$\Delta p_{\max} = 2.1 p_0 \frac{\alpha^2}{1 + \alpha}, \quad (9.45)$$

где p_0 – атмосферное давление.

Соотношение (9.45) показывает, что при дефлаграции максимальное давление ВУВ зависит только от скорости горения вещества и не зависит от его количества. В этом заключается принципиальное отличие дефлаграционного взрыва от детонационного. Поэтому при дефлаграции понятие тротилового эквивалента не имеет смысла. Вместе с тем при увеличении объема дефлагирующей смеси и расстояния от места взрыва скорость падения избыточного давления замедляется, а длительность ВУВ возрастает.

Зависимость величины максимального давления за пределами облака взрыва получена Д.З. Хуснутдиновым путем аппроксимации численного решения. Она находится следующим образом.

Радиус начального облака ГПВС [71]

Введем следующие обозначения: R – расстояние от центра облака (взрыва); R_n – радиус облака сгоревших газов в момент окончания горения и до начала расширения ПВ; $R_{\text{дог}}$ – расстояние от центра облака в момент догона; α – безразмерная скорость распространения пламени,

$$\alpha = w/a_0, \quad (9.44)$$

где $a_0 = 340$ м/с – скорость звука в воздухе.

Если $\alpha \geq 0.5$, а $R_n \leq R \leq R_{\text{дог}}$, то профиль волны избыточного давления имеет вид, показанный на рис. 9.14, *a*. На ударном фронте давление скачком повышается до Δp_ϕ , после чего увеличивается до значения Δp_{\max} , отвечающего моменту прихода волны разрежения. Затем давление падает,

$$R_0 = 0.781 \sqrt[3]{\frac{2240kM_{\tau}T}{\mu C_{\text{нпв}} T_0}}, \quad (9.46)$$

где $C_{\text{нпв}}$ – нижний объемный концентрационный процент воспламенения (см. табл. 9.7); остальные обозначения те же, что в (9.56).

К концу процесса горения радиус облака увеличивается до

$$R_{\text{н}} = R_0 \sqrt[3]{\sigma}, \quad (9.47)$$

где σ – степень расширения продуктов взрыва,

$$\sigma = 4(1 + C_{\text{нпв}}/C_{\text{стх}}). \quad (9.48)$$

При отсутствии данных можно считать $\sigma = 8$.

На расстоянии R от центра взрыва ($R \geq R_{\text{н}}$) давление равно

$$\Delta p_m(R^0) = \frac{\Delta p_{\text{max}}}{1 + B(R^0 - 1)^C}, \quad (9.49)$$

где коэффициенты B и C принимаются по табл. 9.10, а R^0 – приведенное расстояние,

$$R^0 = R/R_{\text{н}}. \quad (9.50)$$

Таблица 9.10. Коэффициенты для вычисления максимального давления при дефлаграции

α	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
B	0.588	0.567	0.687	0.546	0.467
C	1.146	1.146	1	1.048	1.14

Нагрузка при дефлаграционном взрыве нарастает настолько медленно, что при расчете строительных конструкций ее часто рассматривают как статическую. Поэтому для проверки прочности обычно достаточно располагать максимальным значением давления, вычисляемым по формулам (9.45) или (9.49). Если тем не менее требуется получить более детальное количественное и качественное описание процесса дефлаграции, то это может быть сделано с помощью волновой диаграммы, изображенной на рис. 9.15.

Диаграмма строится в приведенных координатах – пространственной R^0 и временной t^0 :

$$t^0 = t/R_{\text{н}}, \text{ с/м}. \quad (9.51)$$

Точки на диаграмме имеют следующий смысл: B – конец горения; C – конец расширения ПВ; J , G и F – приход к центру взрыва соответственно головы волны разрежения, хвоста этой волны и звуковой волны после расширения ПВ; D – приход на расстояние догона звуковой волны по воздуху после расширения. Координаты точек приведены в табл. 9.11. Они соответствуют $\sigma = 8$, но и при других значениях $6 \leq \sigma \leq 8$ отличие не превосходит $2 \div 3\%$.

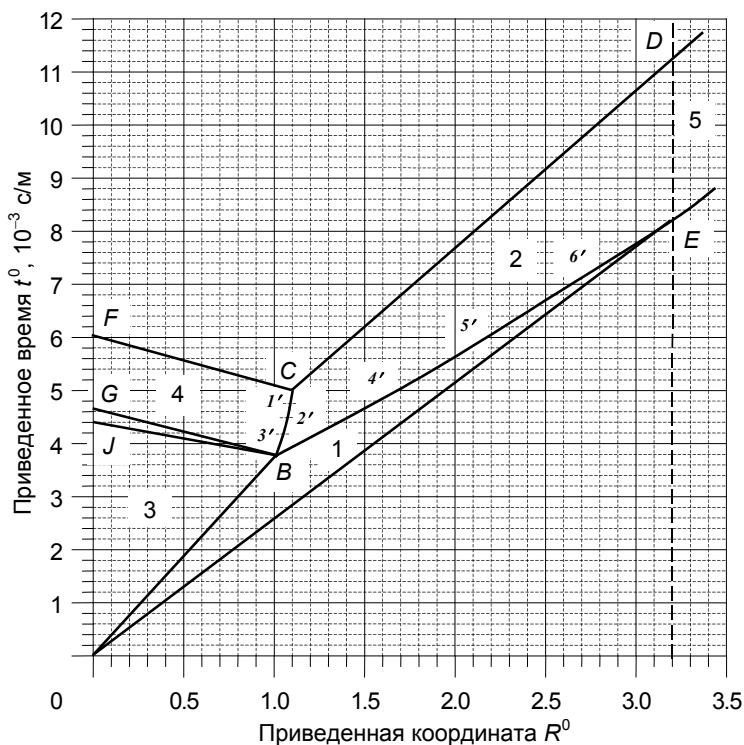


Рис. 9.15. Волновая диаграмма

Точки на диаграмме соединяются прямыми линиями, как это показано на рис. 9.15, кроме линий BC и BE . Их можно построить по промежуточным точкам $1' \div 6'$, координаты которых приведены в табл. 9.12. Линию BE можно приближенно считать прямой, что приведет к незначительному завышению величины максимального давления ВУВ.

Линии делят плоскость R^0, t^0 на пять зон, обозначенных цифрами: 1 – нарастание давления; 2 – спад давления; 3 – постоянное давление в ПВ; 4 – расширение ПВ; 5 – спад давления на фронте ВУВ.

Волновая диаграмма позволяет путем графических построений определить профиль ВУВ на разных расстояниях от центра взрыва (рис. 9.16). Для этого линия OB продолжается до пересечения в точке M с горизонталью, проведенной через точку E . На отрезке EM в выбранном масштабе строится профиль участка нарастания давления в ВУВ. В этом профиле давление на фронте Δp_{ϕ} и максимальное давление Δp_{\max} , зависящие от параметра a , задаются в соответствии с табл. 9.13.

Давление в остальных точках можно вычислить по формуле

$$\Delta p_n = (\Delta p_{\max} - \Delta p_{\phi}) \sin \frac{\pi \xi}{2l} + \Delta p_{\phi}. \quad (9.52)$$

Таблица 9.11. Координаты точек волновой диаграммы

Точка	Координаты	Значения координат при α								
		0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.3
B	R_B^0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	$t_B^0 \cdot 10^{-3}$	7.4	5.9	4.9	4.2	3.7	3.3	2.9	2.7	2.5
C	R_C^0	1.03	1.05	1.06	1.08	1.1	1.3	1.15	1.18	1.2
	$t_C^0 \cdot 10^{-3}$	8.2	6.8	6.0	5.4	5.0	4.8	4.5	4.4	4.3
D	R_D^0	95.2	20.2	7.7	4.3	3.2	2.6	2.3	2.0	1.8
	$t_D^0 \cdot 10^{-3}$	285.2	63.1	25.5	14.9	11.2	9.1	7.9	6.8	6.1
E	R_E^0	95.2	20.2	7.7	4.3	3.2	2.6	2.3	2.0	1.8
	$t_E^0 \cdot 10^{-3}$	280	58.9	21.9	11.7	8.2	6.3	5.1	4.3	3.7
F	R_F^0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$t_F^0 \cdot 10^{-3}$	9.3	7.8	7.0	6.4	6.0	5.8	5.5	5.4	5.2
G	R_G^0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$t_G^0 \cdot 10^{-3}$	8.5	6.9	5.9	5.2	4.6	4.2	3.8	3.5	3.3
J	R_J^0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$t_J^0 \cdot 10^{-3}$	8.4	6.8	5.8	5.1	4.5	4.1	3.7	3.4	3.2

Таблица 9.12. Координаты промежуточных точек диаграммы

Номер точки	Координаты	
	R^0	$t^0 \cdot 10^{-3}$ с/м
1'	$0.37 + 0.63R_C^0$	$0.75t_B^0 + 0.25t_E^0$
2'	$0.21 + 0.79R_C^0$	$0.5(t_B^0 + t_C^0)$
3'	$0.09 + 0.91R_C^0$	$0.25t_B^0 + 0.75t_C^0$
4'	$0.75R_B^0 + 0.25R_E^0$	$0.78t_B^0 + 0.22t_E^0$
5'	$0.5(R_B^0 + R_E^0)$	$0.53t_B^0 + 0.47t_E^0$
6'	$0.25R_B^0 + 0.75R_E^0$	$0.27t_B^0 + 0.73t_E^0$

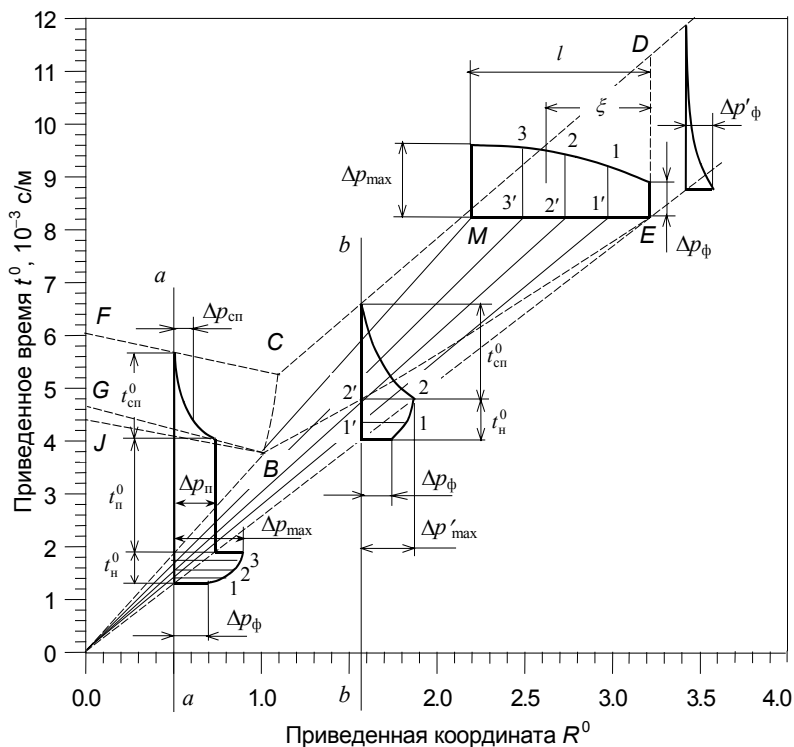


Рис. 9.16. Построение профилей воздушной ударной волны при дефлаграционном взрыве

Для построения ВУВ в точке, расположенной на расстоянии R от центра взрыва, на волновой диаграмме проводится вертикальная прямая с координатой R^0 [см. (9.49)]. Профили ВУВ будут различны в трех диапазонах изменения R^0 .

В первом диапазоне изменения $0 \leq R^0 \leq 1$ (рис. 9.16, прямая $a-a$), ВУВ имеет три участка: нарастание давления, его постоянное значение и спад. Продолжительность первого из них t_n^0 изображается отрезком прямой $a-a$ между точками ее пересечения с линиями OE и OB . На концах этого отрезка перпендикулярно ему откладываются значения Δp_ϕ и Δp_{\max} (в том же масштабе, что и на эпюре на линии EM). Для построения промежуточных точек из начала координат проводятся лучи до пересечения с линией EM в точках 1, 2 и т.д. Вдоль каждого из этих лучей значения всех газодинамических параметров волны (давления, скорости потока, скорости звука) постоянны. Поэтому значение давления в точке пересечения луча с линией $a-a$ такое же, как и с линией EM , т.е. изображается отрезками $1-1'$, $2-2'$ и пр.

После нарастания давления до Δp_{\max} оно скачком уменьшается до Δp_n (см. табл. 9.13) и сохраняет это значение в течение интервала времени t_n^0 , изображаемого отрезком между точками пересечения прямой $a - a$ с OB и VJ . Далее следует участок спада давления продолжительностью $t_{\text{сп}}^0$. По истечении одной трети этого интервала давление на нем составляет примерно $\Delta p_n/6$. Более точный закон спада давления для проверки прочности конструкций не требуется.

Во втором диапазоне $1 \leq R^0 \leq R_E^0$ (рис. 9.16, прямая $b - b$), ВУВ состоит из двух участков: нарастания и спада давления. Продолжительность первого t_n^0 изображается отрезком прямой $b - b$ между точками ее пересечения с линиями OE и BE . Эпюра избыточного давления в этом диапазоне строится так же, как и ранее, с той только разницей, что максимальное давление $\Delta p'_{\max} < \Delta p_{\max}$ и равно отрезку $2 - 2'$, соответствующему пересечению луча, проведенного через конец участка t_n^0 , с прямой EM . На участке $t_{\text{сп}}^0$ давление подчинено закону

$$\Delta p_{\text{сп}} = \Delta p'_{\max} (1 - t^0/t_{\text{сп}}^0)^n, \quad (9.53)$$

где показатель степени n , зависящий от α , приведен в табл. 9.13.

Таблица 9.13. Параметры воздушной ударной волны при дефлаграционном взрыве

α	$\Delta p_{\text{ф}}$, кПа	Δp_{\max} , кПа	Δp_n , кПа	n	k
0.4	0.06	24.3	19.9	1.45	0.107
0.5	2.03	35.5	30.4	1.51	0.105
0.6	9.52	47.9	40.9	1.57	0.09
0.7	22.4	65.9	53.7	1.66	0.087
0.8	39.2	85.3	66.4	1.74	0.084
0.9	59.3	108.2	81.6	1.83	0.082
1.0	82.2	132.3	96.8	1.9	0.078
1.1	107.7	156.3	114.1	1.96	0.074
1.2	135.8	195.9	131.3	2.05	0.071

В третьем диапазоне $R_E^0 \leq R^0$, взрывная волна приобретает «классический» характер (как при детонационном взрыве). Расчет избыточного давления на фронте $\Delta p'_{\text{ф}}$ выполняется по формулам разд. 9.2.1, где следует принимать приведенное расстояние

$$\bar{R} = kR^0. \quad (9.54)$$

Коэффициент перехода k зависит от α и приведен в табл. 9.13.

Отметим некоторые характерные особенности ВУВ при дефляции.

При всех расстояниях $0 \leq R^0 \leq R_E^0$ давление на фронте волны $\Delta p_{\text{ф}}$ одинаково и только при $R_E^0 \leq R^0$ начинает уменьшаться. Точно так же при $0 \leq R^0 \leq 1$ остаются постоянными значения давлений Δp_{max} и $\Delta p_{\text{п}}$, а с изменением R^0 меняется лишь продолжительность соответствующих участков.

Важной особенностью является также то, что эти давления зависят только от приведенного расстояния R^0 , а не от количества взорвавшегося вещества (начального радиуса $R_{\text{н}}$ облака ГПВС). Поэтому при разных радиусах $R_{\text{н}}$ облака, но одинаковых приведенных расстояниях R^0 (но не превосходящих R_E^0) эпюры избыточного давления будут отличаться лишь продолжительностями соответствующих участков, которые могут быть определены через значения t^0 по формуле (9.51).

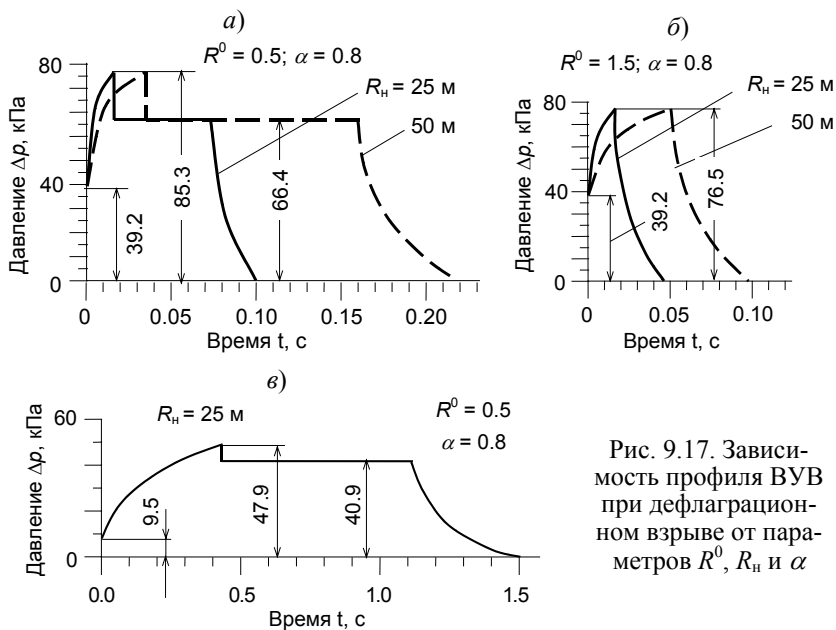


Рис. 9.17. Зависимость профиля ВУВ при дефлаграционном взрыве от параметров R^0 , $R_{\text{н}}$ и α

Указанные особенности хорошо видны на примере нескольких расчетов, выполненных при различных значениях α , R^0 и $R_{\text{н}}$. Их результаты приведены на рис. 9.17.

Рис. 9.17,а соответствует значениям $\alpha = 0.8$ и $R^0 = 0.5$, а рис. 9.17,б – тому же значению $\alpha = 0.8$, но $R^0 = 1.5$. Сплошными линиями нанесены ВУВ при радиусе начального облака $R_{\text{н}} = 25$ м, а пункти-

ром – при $R_n = 50$ м. Видно, что при увеличении размеров облака все характерные значения давления не изменяются, но увеличивает-ся длительность ВУВ (ее закон пропорционально «растягивается»).

Рис. 9.17,б соответствует тому же значению R^0 , что и на рис. 9.17,а ($R^0 = 0.5$), но меньшему значению $\alpha = 0.6$; радиус облака $R_n = 25$ м. Сравнение этих рисунков показывает, что с уменьшением скорости пламени уменьшается и значение избыточного давления, но увеличивается длительность ВУВ.

9.3.2. Нагрузки на строительные конструкции при дефлаграционных взрывах

Как отмечено ранее, при дефлаграционном взрыве давление в ВУВ возрастает значительно медленнее, но действует дольше, чем при детонационном. При обычных величинах собственных частот строительных конструкций такая нагрузка близка к статической. Поэтому часто ограничиваются определением максимального давлeния в ВУВ по формуле (9.45), рассматривая его как статическое и пренебрегая повышением давления вследствие отражения, которое обычно достаточно мало.

Пример 7. Найдем нагрузку на строительные конструкции АЭС, вызванную взрывом 75 000 кг авиационного топлива (керосина) при ударе в здание большого коммерческого самолета *Boeing 747-400*, описанного в разд. 8.3.4.

Прежде всего определим характер взрыва по методике, изложенной в разд. 9.1.2. В соответствии с табл. 9.2 керосин по взрывоопасности относится к слабо чувствительным веществам (класс 4). По классификации окружающей территории, данной в табл. 9.3, она является среднезагроможденной (класс 3). По экспертной табл. 9.4 устанавливаем, что реализуется 5-й режим взрывного превращения облака, который в соответствии с табл. 9.5 означает дефлаграционный взрыв. Скорость фронта пламени находим по формуле (9.1):

$$w = k_1 \sqrt[6]{\kappa M_T},$$

где M_T – масса горючего вещества, кг; κ – доля массы, перешедшая в облако ГПВС (способ его определения был рассмотрен в разд. 9.2.2); k_1 – константа, $k_1 = 43$. В нашем случае $M_T = 75\,000$ кг; $\kappa = 0.05$ (табл. 9.8) и, следовательно,

$$w = k_1 \sqrt[6]{\kappa M_T} = 43 \sqrt[6]{0.05 \cdot 75000} \approx 170 \text{ (м/с)}.$$

Давление на фронте дефлаграционного взрыва Δp_{\max} рассчитывается по формуле (9.45). Считаем, что атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па; скорость звука в воздухе $a_0 = 340$ м/с. Отношение скоростей фронта пламени и звука:

$$\alpha = w/a_0 = 0.5.$$

Тогда

$$\Delta p_{\max} = 2.1 p_0 \frac{\alpha^2}{1 + \alpha} = 2.1 \cdot 10^5 \frac{0.5^2}{1 + 0.5} = 0.35 \cdot 10^5 \text{ (Па)}.$$

Определим радиус облака взрыва. Радиус полусферы, образуемой ГПВС, вычисляется согласно (9.15), (9.16), куда надо подставить следующие значения: $C_{\text{нпв}} = 1.2$; $\mu = 166$ (табл. 9.7); $T = 390 \text{ К}$ (17°C); $T_0 = 373 \text{ К}$.

$$R_0 = 0.781 \sqrt[3]{\frac{2240 \kappa M_1 T}{\mu C_{\text{нпв}} T_0}} = 0.781 \sqrt[3]{\frac{2240 \cdot 0.05 \cdot 75000 \cdot 390}{166 \cdot 1.2 \cdot 373}} = 27.6 \text{ (м)}.$$

Радиус облака в конце взрыва найдем, объединив формулы (9.47) и (9.48) и полагая концентрацию горючего в стехиометрической смеси $C_{\text{стх}} = 6.45$ (табл. 9.7):

$$R_{\text{н}} = R_0 \sqrt[3]{4 \left(1 + \frac{C_{\text{нпв}}}{C_{\text{стх}}} \right)} = 30 \sqrt[3]{4 \left(1 + \frac{1.2}{6.45} \right)} = 50.4 \text{ (м)}.$$

Для того чтобы определить площадь, на которой давление приложено к строительной конструкции, надо знать положение центра облака. Будем считать, что он находится прямо на поверхности конструкции, т.е. расстояние $R = 0$. Поэтому расчетная площадь приложенного давления к строительной конструкции должна быть задана исходя из размера облака. Отметим, что если речь идет о защитной оболочке реакторного отделения АЭС, то диаметр облака примерно в 1.5 раза превосходит обычную высоту ($\approx 70 \text{ м}$), т.е. давление может оказаться приложенным по всей ее поверхности.

Для сравнения рассмотрим взрыв топлива самолетов двух других типов: истребителя-бомбардировщика *Phantom RF-4E*, описанного в разд. 8.3.3, который несет 10 000 кг топлива, и малого спортивного самолета (разд. 8.3.2), несущего 200 кг. Так как давление при дефлаграционном взрыве не зависит от количества взрывающегося вещества, то при ударе этих самолетов оно будет таким же, как и при ударе *Boeing 747-400*. Отличие состоит только в радиусе облака: для истребителя-бомбардировщика $R_{\text{н}} = 28.3 \text{ м}$, а для спортивного самолета $R_{\text{н}} = 7.7 \text{ м}$.

Пример 8. В качестве еще одного примера опишем способы задания расчетной нагрузки при дефлаграционном взрыве по нормам ФРГ [142]. Она зависит от вида и расположения рассматриваемой конструкции и равна

$$p = p_s + cq, \quad (9.55)$$

где p_s – давление сжатия, включая отраженное давление; q – коэффициент ветрового напора; c – коэффициент, зависящий от формы здания. Второй член обычно мал по сравнению с первым, и им

можно пренебречь (за исключением рассмотренных ниже малых в плане сооружений). Направление взрыва произвольное, фронт ВУВ – плоский.

Плоские строительные конструкции, на которые непосредственно падает ВУВ, рассчитываются на нагрузку, показанную на рис. 9.18. Значения давления: $p_1 \leq 10^5$ Па; $p_2 = ap_1$, где $1/2 \leq a \leq 2/3$. При этом $p_2 \leq 0.5 \cdot 10^5$ Па. Давление считается равномерно распределенным по поверхности. На рис. 9.18 показан закон отраженного избыточного давления при дефлаграции, приведенный в документе МАГАТЭ [112] и заимствованный из более поздних норм Германии [128].

Расчет прямоугольного здания как целого, а также его основания выполняется на разность давлений на фронтальной («навстреленной») и тыльной («подветренной») стенах:

$$\Delta p = p_{\text{фр}} - p_{\text{т}}, \quad (9.56)$$

где $p_{\text{фр}}$ – давление на фронтальную стену; $p_{\text{т}}$ – на тыльную. Результирующее давление Δp показано на рис. 9.20, линия *a*. Такой закон изменения давления принимается для прямоугольных зданий обычных размеров (например, прямоугольных реакторных отделений АЭС). У зданий меньшего размера длительность давления на ответственных сторонах должна быть не меньше 0.2 с.

Давление, показанное на рис. 9.20, *a*, равномерно прикладывается вдоль обеих горизонтальных осей здания. Одновременно с этим к кровле здания прикладывается вертикальная нагрузка по рис. 9.18. В случае если эта компонента действует как разгружающая, она должна приниматься равной нулю.

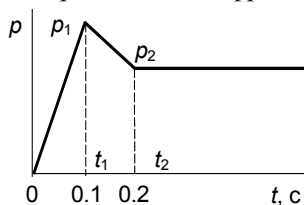


Рис. 9.18. Отраженное избыточное давление при дефлаграционном взрыве по нормам ФРГ [142]

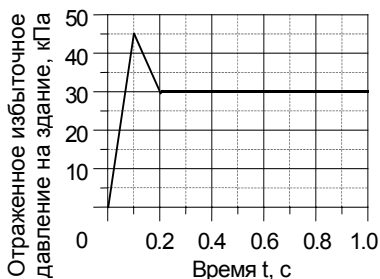


Рис. 9.19. Отраженное давление при дефлаграции [112, 128]

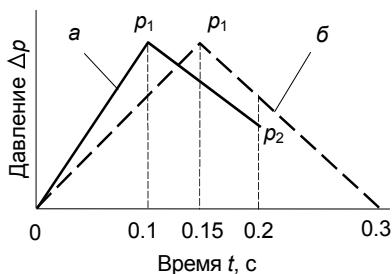


Рис. 9.20. Расчетная нагрузка по нормам ФРГ [128]:

a – на прямоугольное в плане здание;
б – на цилиндрические и сферические конструкции

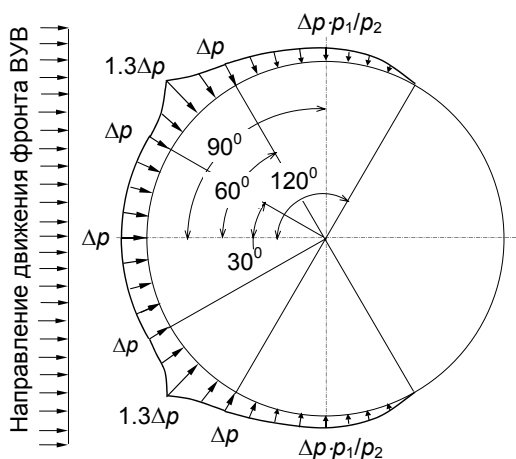


Рис. 9.21. Распределение давления ВУВ по цилиндрической или сферической поверхностям [128]

цилиндрической и сферической формы (реакторных корпусов АЭС), размеры которых составляют от 30 до 70 м, зависимость давления от времени принимается по рис. 9.20, линия б:

$$\Delta p = \begin{cases} p_1 t / 0.15 & \text{при } t \leq 0.15 \text{ с;} \\ p_1 (2 - t / 0.15) & \text{при } 0.15 \leq t \leq 0.3 \text{ с.} \end{cases} \quad (9.57)$$

Распределение нагрузки по поверхности в зависимости от угла φ между направлением падения ВУВ и нормалью к поверхности дано в табл. 9.14 и показано на рис. 9.21.

Таблица 9.14. Распределение расчетного давления ВУВ по цилиндрической или сферической поверхности

Угол с нормалью φ	0	30°	45°	60°	90°	120°	180°
Давление	Δp	Δp	$1.3\Delta p$	Δp	$\Delta p \cdot p_2 / p_1$	0	0

Иначе определяется расчетное давление на «стройные», т.е. имеющие малые размеры в плане сооружения. К ним относятся, например, дымовые трубы, мачты с диаметром менее 10 м и т.п. Аналогичные сооружения были рассмотрены в разд. 9.2.3, где показано, что вследствие малости размера в плане время, за которое происходит их обтекание волной, очень мало, а потому давления на фронтальную и тыльную поверхности почти мгновенно уравниваются друг друга. По этой причине нормы ФРГ [128] предписывают при их расчете пренебрегать первым слагаемым p_s в формуле (9.55), а учитывать только второе слагаемое cq , т.е. скоростной динамиче-

Отметим, что по нормам ФРГ одинаковая нагрузка прикладывается ко всем наружным стенам здания. Кроме того, к кровле прикладывается нагрузка в соответствии с рис. 9.18, включающая отраженное давление. Это является идущим в запас упрощением по сравнению с российскими нормами, в которых отраженное давление учитывается только на фронтальной стене (см. разд. 9.2.3).

Для зданий с наружными поверхностями ци-

ский напор воздуха, считая его статической нагрузкой. Зависимость между q и p_2 приведена в табл. 9.15. Промежуточные величины определяются по интерполяции. Для конструкций любых конфигураций коэффициент формы $c = 1.2$.

Таблица 9.15. Зависимость коэффициента скоростного динамического напора q от давления p_2

Избыточное давление p_2 , кПа	10	30	50
Коэффициент скоростного напора q , кПа	1.5	3.5	10

В заключение можно отметить, что в нормах ФРГ определение величины давления при дефлаграционном взрыве сильно упрощено и доведено до использования стандартных коэффициентов. Зато в них подробно регламентированы способы приложения нагрузки к сооружениям различного вида.

9.4. РАЗРЫВ РЕЗЕРВУАРОВ СО СЖАТЫМ ГАЗОМ

9.4.1. Разрушение наземного резервуара со сжатым газом

В результате мгновенного разрушения резервуара со сжатым газом в воздухе распространяется ВУВ, форму которой считают такой же, как при детонационном взрыве. Изложенный далее метод определения давления Δp_ϕ на ее фронте можно использовать в следующих случаях:

а) разрушение сосудов со сжатыми или сжиженными газами под высоким давлением. Согласно нормам [71], в этом случае за расчетное избыточное внутреннее давление p_1 должно приниматься давление опрессовки сосуда (у автомобильных и железнодорожных цистерн для перевозки сжиженных газов это давление ≈ 2.4 МПа), умноженное на коэффициент запаса 1.2. Для таких сосудов изложенный метод дает оценку давления ВУВ с запасом;

б) дефлаграционный взрыв ГПВС в емкостях, не рассчитанных на повышенное внутреннее давление (например, для хранения бензина, мазута и пр.). В качестве расчетного внутреннего давления p_1 следует принимать его значение, соответствующее предельной прочности сосуда. В этом случае метод, изложенный в настоящем разделе, дает наиболее вероятную оценку давления Δp_ϕ . При отсутствии данных нормы [71] предлагают принимать $\Delta p_\phi = 40$ кПа.

Для оценки параметров ВУВ необходимо располагать следующими данными: объем сосуда V_p , м³; абсолютное давление газа p_1 в сосуде в момент разрушения, МПа; атмосферное давление p_0 , МПа (нормальное давление $p_0 \approx 0.1$ МПа); скорость звука в газе внутри сосуда a_1 , м/с; скорость звука в воздухе a_0 , м/с (при нормальных условиях можно принимать $a_0 = 340$ м/с); показатель адиабаты газа γ_1 .

Скорость звука в газе вычисляется по формуле

$$a_1 = 91.18 \sqrt{\frac{T_1 \gamma_1}{\mu}}, \text{ м/с}, \quad (9.58)$$

где T_1 – температура газа по Кельвину в сосуде в момент его разрыва ($T_1 \text{ К} = T \text{ }^\circ\text{C} + 273^\circ$); μ – молекулярная масса газа (табл. 9.7); γ_1 – показатель адиабаты газа, зависящий от температуры и давления.

Таблица 9.16. Дробная часть $\{a\}$ показателя адиабаты γ_1 некоторых газов

Газ	Температура $T, \text{ К}$	Значение $\{a\}$ при давлении $p, \text{ МПа}$		
		0.1	1	10
Азот	300	401	417	566
	500	391	396	437
	1000	341	342	347
Аргон	300	670	697	960
	500	668	676	753
	600	667	673	721
Водород	270	410	413	427
	300	405	406	417
	500	397	397	398
Кислород	300	396	414	599
	500	366	371	420
	700	337	339	353
Оксид углерода	280	402	424	698
	400	396	406	494
	600	376	381	409
Двуокись углерода	300	393	352	–
	400	254	276	630
	600	214	229	291
Аммиак	320	308	410	–
	400	277	315	–
	530	230	243	333
Ацетилен	280	247	339	–
	300	233	299	–
	320	221	273	–
Воздух	300	402	418	571
	600	376	379	404
	300	143	–	–
Пропан	360	109	147	–
	400	097	174	–
	600	069	074	150

Дробная часть показателей адиабаты некоторых газов приведена в табл. 9.16. Чтобы с ее помощью получить значение показателя адиабаты конкретного газа, надо число $\{a\}$, соответствующее требуемой температуре и давлению, разделить на 1000 и к полученному результату прибавить 1. Например, для аммиака при $T = 400$ К и давлении $p = 1$ МПа в таблице находим $\{a\} = 315$. Следовательно,

$$\gamma_1 = 1 + 315/1000 = 1.315. \quad (9.59)$$

Абсолютное давление Δp_Φ на фронте ВУВ определяется из уравнения [21]:

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{\Delta p_\Phi}{p_0} \left\{ 1 - \frac{a_0}{a_1} \frac{(\Delta p_\Phi/p_0 - 1)(\gamma_1 - 1)}{\sqrt{2\gamma_0[2\gamma_0 + (\gamma_1 + 1)](\Delta p_\Phi/p_0 - 1)}} \right\}^{-\frac{2\gamma_1}{\gamma_1 - 1}}, \quad (9.60)$$

где γ_0 – показатель адиабаты воздуха (отметим, что в документе [71] в этом уравнении имеется опечатка: пропущен знак минус перед дробью в показателе степени у фигурной скобки).

Избыточное давление на фронте ВУВ

$$\Delta p_{\text{изб}} = \Delta p_\Phi - p_0, \quad (9.61)$$

а безразмерное избыточное давление

$$\frac{\Delta p_{\text{изб}}}{p_0} = \frac{\Delta p_\Phi - p_0}{p_0} = \frac{\Delta p_\Phi}{p_0} - 1. \quad (9.62)$$

На рис. 9.22 приведены номограммы, вычисленные по формуле (9.60). По ним можно определить абсолютное давление на фронте ВУВ в зависимости от параметров газа в баллоне – давления, скорости звука и показателя адиабаты. При вычислении номограмм принимался показатель адиабаты воздуха $\gamma_0 = 1.402$, что соответствует нормальному давлению ($p_0 = 0.1$ МПа) и $T = 300$ К (+27 °С).

Номограммы построены для четырех значений показателя адиабаты газа γ_1 , покрывающих весь практически важный интервал изменения этой величины. При иных значениях γ_1 давление на фронте ВУВ следует определять по интерполяции между величинами, найденными по номограммам, соответствующим меньшему и большему γ_1 . Аналогично этому при промежуточных значениях скорости звука в газе давление ВУВ определяется по интерполяции.

Давление в ВУВ, вычисленное по формулам (9.61), (9.62), образуется непосредственно рядом с резервуаром, а по мере удаления от него уменьшается. На расстоянии R от баллона его можно вычислить следующим образом [21, 71].

Исходная потенциальная энергия газа в баллоне объемом V_p

$$E = V_p \frac{p_1 - p_0}{\gamma_1 - 1}. \quad (9.63)$$

Сферический сосуд такого же объема, как баллон, имеет радиус

$$R_c = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} V_p} . \quad (9.64)$$

Безразмерный радиус эквивалентной сферы R_s , в которой газ имеет ту же энергию,

$$R_s = R_c \sqrt[3]{\frac{P_0}{E}} . \quad (9.65)$$

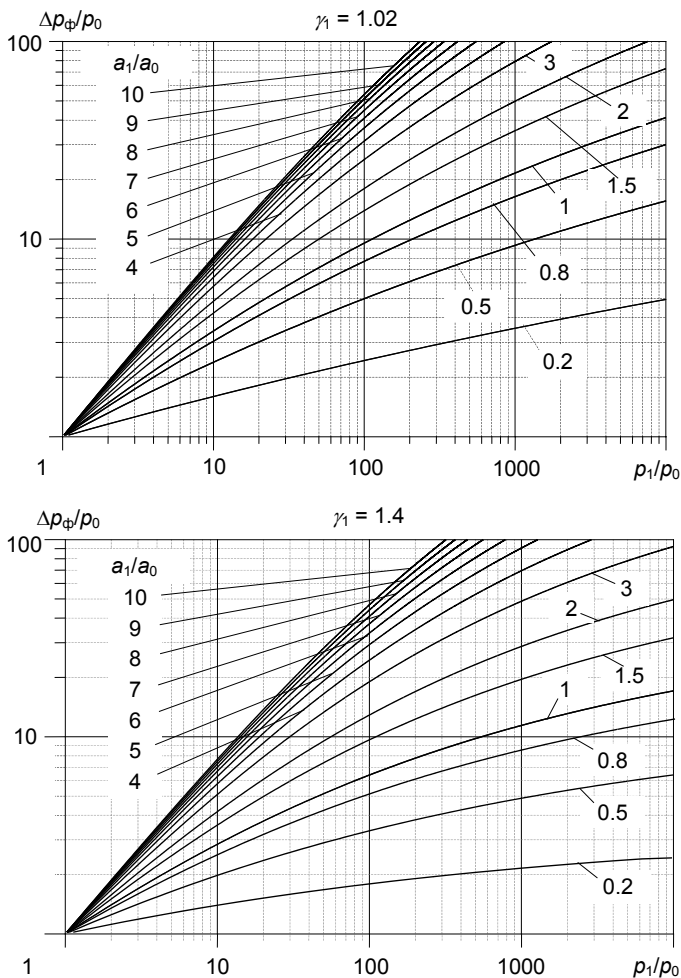
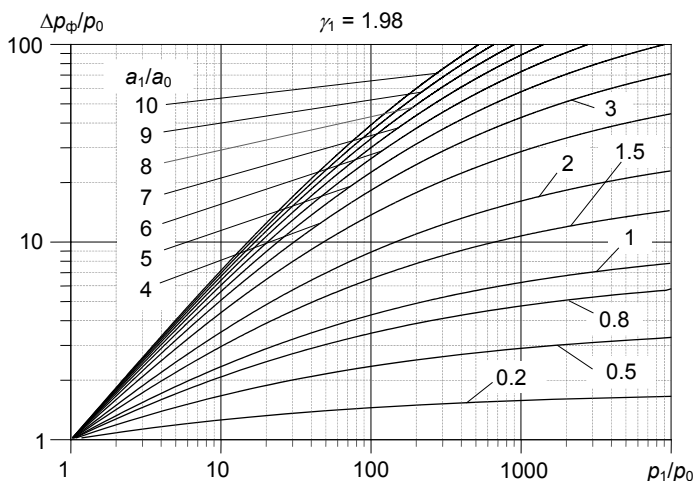
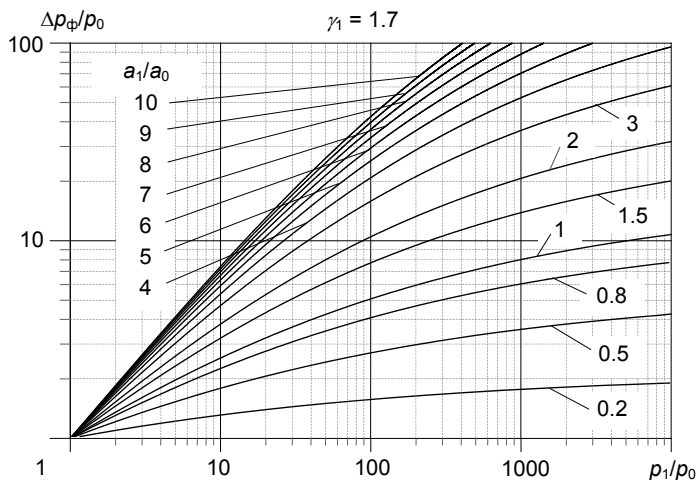


Рис. 9.22 . Номограммы для определения в зависимости от скорости звука a_1

На произвольном расстоянии R от баллона давление определяется по номограмме на рис. 9.23 [21]. Для этого надо нанести на ней точку, соответствующую значениям R_c и $\Delta p_{\text{изб}}/p_0$. Затем строится линия вдоль ближайшей кривой на номограмме до точки с абсциссой, соответствующей безразмерному радиусу сферы R'_c , который отвечает интересующему расстоянию R . Чтобы найти R'_c , следует в формулу (9.64) подставить R вместо R_c . В результате получим:



абсолютного давления Δp_{Φ} на фронте ВУВ
и показателя адиабаты γ_1 газа в баллоне

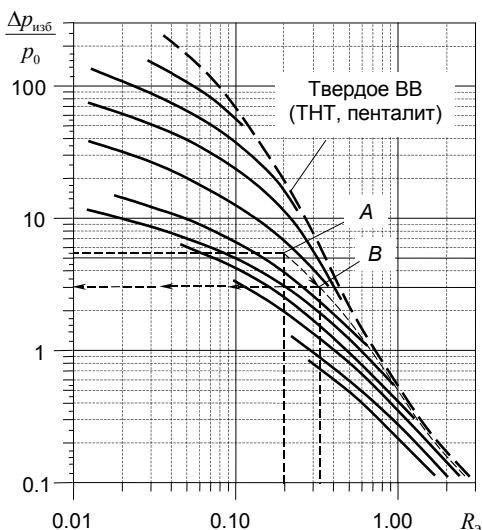


Рис. 9.23. Избыточное давление при разрыве газового баллона [71]

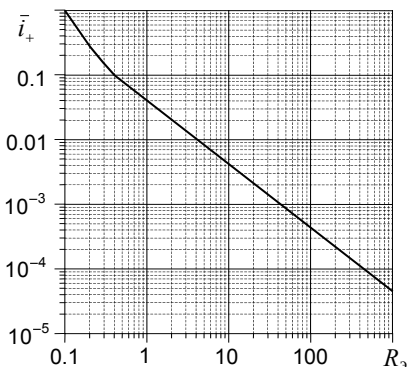


Рис. 9.24. Приведенный ударный импульс при разрыве газового баллона [21]

грамме рис. 9.24 в зависимости от эквивалентного расстояния $R_э$.

Пример 9. Найдем давление на стену при разрыве гидроаккумулятора, расположенного в помещении, показанном на рис. 9.25,а. Он представляет собой сосуд емкостью 25 м^3 , нижняя половина которого заполнена жидкостью, а верхняя – азотом под давлением.

Предполагается, что центр распространения ВУВ находится посередине верхней части гидроаккумулятора, т.е. примерно посередине высоты стены. Рассматривается разрыв сосуда, ближайшего к стене по ряду А. Кратчайшее расстояние между ними $R = 4.75 \text{ м}$. Объем

$$R'_э = R \sqrt[3]{\frac{p_0}{E}} = R_э \frac{R}{R_c} \quad (9.66)$$

Ордината этой точки представляют собой безразмерное избыточное давление на расстоянии R .

Огибающая кривых, показанная на рис. 9.23 жирным пунктиром, соответствует взрыву высококонцентрированного твердого ВВ [21]. Это означает, что в случае, если точка, соответствующая значениям $\Delta p_{\text{изб}}/p_0$ и $R_э$, лежит на огибающей или выше нее, параметры ВУВ вычисляются по формулам (9.5), (9.7). Чтобы найти эквивалентную массу взрывчатого вещества $Q_{\text{эф}}$ (кг), следует разделить энергию E (кДж), вычисленную по формуле (9.63), на удельную теплоту взрыва ТНТ (4520 кДж/кг):

$$Q_{\text{эф}} = \frac{E}{4520}, \text{ кг.} \quad (9.67)$$

Импульс давления

$$i_+ = \bar{i}_+ \frac{1}{a_0} \sqrt[3]{p_0^2 E}, \quad (9.68)$$

где \bar{i}_+ – приведенный ударный импульс, определяемый по номо-

газа $V_p = 12.5 \text{ м}^3$, температура $T_1 = 300 \text{ К}$. Рабочее давление в сосуде составляет $10.5 \cdot 10^6 \text{ Па}$, избыточное давление при гидроиспытаниях $14.1 \cdot 10^6 \text{ Па}$. В соответствии с нормами [71] в качестве расчетного внутреннего давления p_1 при разрушении сосуда принимается это давление, умноженное на коэффициент 1.2, т.е.

$$p_1 = 1.2 \cdot 14.1 \cdot 10^6 \approx 17 \cdot 10^6 \text{ (Па)}.$$

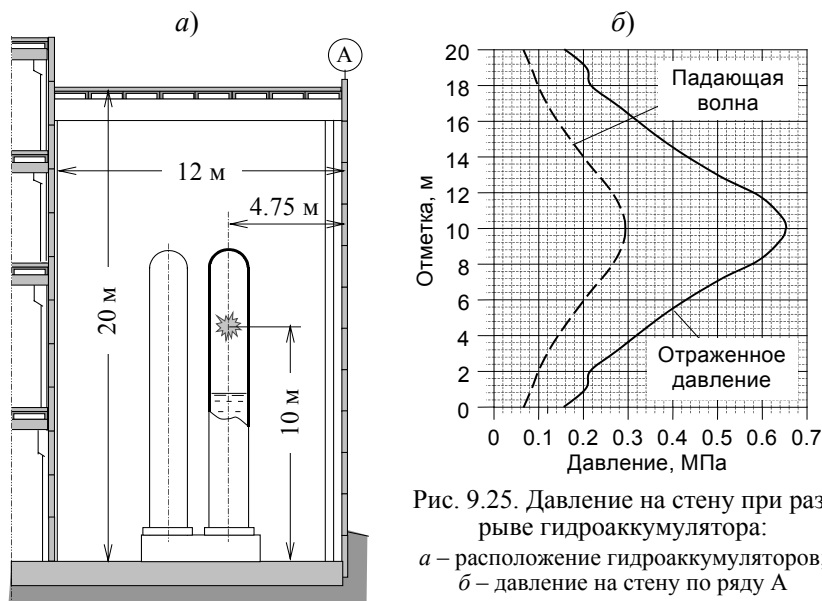


Рис. 9.25. Давление на стену при разрыве гидроаккумулятора:

а – расположение гидроаккумуляторов;
б – давление на стену по ряду А

Отношение давления p_1 к атмосферному:

$$p_1/p_0 = 170.$$

Скорость звука в газе вычислим по формуле (9.58), где показатель адиабаты $\gamma_1 = 1.68$ (он найден по табл. 9.16 путем экстраполяции приведенных там данных до 170 ати); молекулярная масса азота $\mu = 28$.

$$a_1 = 91.18 \sqrt{\frac{T_1 \gamma_1}{\mu}} = 91.18 \sqrt{\frac{300 \cdot 1.68}{28}} = 387 \text{ (м/с)}.$$

Отношение скоростей звука в газе и воздухе

$$a_1/a_0 = 1.15.$$

Для того чтобы найти абсолютное давление Δp_ϕ на фронте ВУВ, численно решим уравнение (9.60). Получаем

$$\Delta p_\phi/p_0 = 6.73.$$

Таким образом, абсолютное давление на фронте ВУВ

$$\Delta p_{\phi} = 6.73 p_0 = 0.673 \cdot 10^6 \text{ (Па)}.$$

Избыточное давление

$$\Delta p_{\text{изб}} = \Delta p_{\phi} - p_0 = 0.673 \cdot 10^6 - 0.1 \cdot 10^6 = 0.573 \cdot 10^6 \text{ (Па)}.$$

Безразмерное избыточное давление

$$\frac{\Delta p_{\text{изб}}}{p_0} = \frac{\Delta p_{\phi}}{p_0} - 1 = 5.73.$$

Исходную потенциальную энергию газа найдем согласно (9.63):

$$E = V_p \frac{p_1 - p_0}{\gamma_1 - 1} = 12.5 \frac{17 \cdot 10^6 - 0.1 \cdot 10^6}{1.68 - 1} = 0.3 \cdot 10^9 \text{ (Дж)}.$$

По формуле (9.64) вычислим радиус сферического сосуда с таким же объемом, как баллон:

$$R_c = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} V_p} = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi} 12.5} = 2.98 \text{ (м)}.$$

Безразмерный радиус эквивалентной сферы R_3 , в которой газ имеет ту же энергию, вычисляется согласно (9.65):

$$R_3 = R_c \sqrt[3]{\frac{p_0}{E}} = 2.98 \sqrt[3]{\frac{0.1 \cdot 10^6}{0.3 \cdot 10^9}} = 0.2.$$

Безразмерное давление R'_3 , соответствующее наименьшему расстоянию до стены, вычислим по формуле (9.66):

$$R'_3 = R_3 \frac{R}{R_c} = 0.2 \frac{4.75}{2.98} = 0.32.$$

Последовательность определения давления на таком расстоянии R от баллона показана на рис. 9.23. На номограмме нанесена точка A , соответствующая значениям $\Delta p_{\text{изб}}/p_0 = 5.73$ и $R_3 = 0.2$, и из нее построена линия вдоль ближайшей кривой на номограмме (пунктир). Абсциссы точек на этой кривой представляют собой безразмерные расстояния R'_3 , на которых избыточное давление равно ординатам этих точек. В частности, при $R'_3 = 0.32$ (точка B)

$$\frac{\Delta p_{\text{изб}}}{p_0} = 3.$$

Поскольку $p_0 = 0.1 \cdot 10^6$ МПа,

$$\Delta p_{\text{изб}} = 0.3 \cdot 10^6 \text{ МПа}.$$

Для i -й точки стены, расположенной на расстоянии h_i от рассмотренной выше точки, расстояние от центра «взрыва»

$$R_i = \sqrt{R^2 + h_i^2}.$$

Давление в i -й точке вычисляется так же, как ранее.

На рис. 9.25,б пунктиром показано распределение давления в падающей ВУВ. При расчете отраженного давления на стену необходимо учитывать зависимость коэффициента отражения от угла падения ВУВ (см. рис. 9.6), так как расстояния до верхней и нижней точек стены вдвое больше, чем до ближайшей точки. Отраженное давление в различных точках стены, полученное таким образом, показано на рис. 9.25,б сплошной линией. Видно, что хотя в верхней и нижней частях стены коэффициент отражения несколько больше, чем в ближайшей точке (т.е. на высоте 10 м над полом), но, тем не менее, наибольшее давление действует именно в последней.

Определим импульс давления в этой точке. Безразмерное расстояние до стены вычислено ранее: $R'_+ = 0.32$. По рис. 9.24 находим, что при таком безразмерном расстоянии эквивалентный импульс давления $\bar{i}_+ = 0.12$. Действительный импульс вычислим по соотношению (9.68):

$$i_+ = \frac{\bar{i}_+}{a_0} \sqrt[3]{p_0^2 E} = \frac{0.12}{340} \sqrt[3]{(0.1 \cdot 10^6)^2 \cdot 0.3 \cdot 10^9} = 509 \text{ (Па}\cdot\text{с)}.$$

Приближенно считая форму ВУВ треугольной, получаем, что длительность фазы сжатия

$$\tau_+ = \frac{2i_+}{\Delta p_{\text{изб}}} = \frac{2 \cdot 509}{0.3 \cdot 10^6} = 0.0034 \text{ (с)}.$$

Взрыв баллона происходит в замкнутом помещении. В разд. 4.4 было отмечено, что в этих условиях максимальное давление на фронте ВУВ не увеличивается, но за счет отражения волн от стен и потолка может увеличиться импульс давления, т.е. длительность фазы сжатия [96]. Этот фактор был исследован применительно к взрывам концентрированных ВВ. Поэтому оценим тротиловый эквивалент взрыва Q через величину импульса давления. Из (9.5) и (9.7) следует, что при взрыве ТНТ импульс давления, количество ВВ и расстояние до взрыва связаны соотношением

$$Q = \left(\frac{i_+ R}{350} \right)^{3/2}.$$

Подставив сюда значения импульса и расстояние до стены, находим, что тротиловый эквивалент составляет

$$Q = \left(\frac{509 \cdot 4.75}{350} \right)^{3/2} = 18 \text{ (кг)}.$$

В [96] установлено, что степень увеличения импульса зависит от отношения объема помещения V к тротиловому эквиваленту взрыва Q и должна учитываться при $V/Q \leq 15$. Объем помещения гидроаккумуляторов $V = 5800 \text{ м}^3$. Таким образом,

$$\frac{V}{Q} = 322 \gg 15,$$

и, следовательно, увеличение импульса из-за того, что помещение является закрытым, можно не учитывать, т.е. нагрузку можно считать такой же, как при взрыве в открытом пространстве.

9.4.2. Разрушение подземного резервуара

Приведем формулы для определения параметров ВУВ при взрыве ГПВС в подземном резервуаре [71].

Физическая природа этого взрыва такая же, как и при взрыве облака ГПВС на поверхности (разд. 9.2.2). Для определения давления на фронте ВУВ необходимо располагать следующими данными: вид газа; объем резервуара V_p , м^3 (или количество ГПВС в нем); толщина слоя грунта над резервуаром $\Delta h_{\text{гр}}$, м; толщина стенок резервуара $\delta_{\text{ст}}$, м; плотность грунта $\rho_{\text{гр}}$, кг/м^3 ; плотность стенок $\rho_{\text{ст}}$, кг/м^3 ; расстояние до интересующей точки R , м.

Избыточное давление на фронте ВУВ вычисляется по эмпирической формуле

$$\Delta p_{\phi} = 37.5 \alpha_p \rho_{\text{стх}} \sqrt[3]{B \left(\sqrt[3]{V_p} / R \right)^{2.07}}, \text{ кПа}, \quad (9.69)$$

где $\rho_{\text{стх}}$ – плотность стехиометрической смеси, кг/м^3 (см. табл. 9.7); α_p – эмпирический коэффициент (для углеводородных смесей можно принимать $\alpha_p = 3.46$);

$$B = \sqrt[3]{V_p} / (\Delta h_{\text{гр}} + \delta_{\text{ст}} \rho_{\text{ст}} / \rho_{\text{гр}}). \quad (9.70)$$

Пример 10. Определим давление на фронте ВУВ при взрыве пропана в подземном резервуаре объемом $V_p = 100 \text{ м}^3$. Резервуар изготовлен из стального листа толщиной $\delta_{\text{ст}} = 0.005 \text{ м}$; плотность стали $\rho_{\text{ст}} = 7800 \text{ кг/м}^3$. Толщина слоя грунта над резервуаром $\Delta h_{\text{гр}} = 1.5 \text{ м}$; его плотность $\rho_{\text{гр}} = 1800 \text{ кг/м}^3$. Расстояние до строительной конструкции, которую требуется рассчитать на этот взрыв, $R = 20 \text{ м}$.

$$B = \sqrt[3]{100} / (1.5 + 0.005 \cdot 7800 / 1800) = 3.05.$$

Плотность стехиометрической смеси пропана находим по табл. 9.7: $\rho_{\text{стх}} = 1.315 \text{ кг/м}^3$.

Подставив величины в (9.69), найдем давление на фронте ВУВ:

$$\Delta p_{\phi} = 37.5 \cdot 3.46 \cdot 1.315 \cdot \sqrt[3]{3.05 \left(\sqrt[3]{100} / 20 \right)^{2.07}} = 12 \text{ (кПа)}.$$

Глава 10

ПОРАЖАЮЩЕЕ ДЕЙСТВИЕ ВЗРЫВА

Поражающее действия взрыва связано с механическим воздействием на конструкции и людей, создаваемым воздушной ударной волной (ВУВ) и разлетающимися осколками, с выделением тепла, которое может вызвать пожары, и с колебаниями почвы («сейсмо-взрывное воздействие»). Его оценка важна при проектировании АЭС, взрывоопасных производств, объектов гражданской обороны и т.п. В этой главе рассмотрены только первые два названных фактора. Вопросы, связанные с обеспечением пожарной безопасности, лежат за пределами тематики данной книги. Сейсмозврывное воздействие здесь также не затрагивается, поскольку любая АЭС должна быть рассчитана на действие природного землетрясения с ускорением колебаний грунта не менее 1 м/с^2 [11, 86], которое создает более тяжелые нагрузки, чем сейсмозврывное воздействие при наземных взрывах, обычно учитываемых для АЭС.

10.1. Оценка поражающего действия воздушной ударной волны

10.1.1. Степень поражения людей и строительных конструкций

Степень повреждения строительных конструкций при действии ВУВ можно определить точно, произведя их расчет. Однако предварительную оценку вероятности того или иного поражения можно получить с помощью основанной на статистических данных методики, приведенной в [40, 58]. Следует подчеркнуть, что эта оценка относится к зданиям, которые спроектированы *без специального учета ВУВ*.

Для нахождения вероятности повреждения необходимо вычислить величину фактора опасности V_i , а по нему – значение так называемой пробит-функции P_r . Они зависят от двух параметров: отраженного давления $\Delta p_{\text{отр}}$ и импульса фазы сжатия i_+ (см. гл. 9). Во всех формулах настоящего раздела размерность $\Delta p_{\text{отр}}$ – Па, i_+ – Па·с.

Приведем выражения для V_i и P_r , соответствующие различным видам поражения конструкций, людей и животных.

1. Повреждение стен промышленных зданий, при которых их можно восстановить без сноса:

$$V_1 = \left(\frac{17500}{\Delta p_{\text{отр}}} \right)^{8.4} + \left(\frac{290}{i_+} \right)^{9.3}; \quad (10.1)$$

$$P_{r1} = 5 - 0.26 \ln V_1. \quad (10.2)$$

2. Разрушение промышленных зданий, при которых они подлежат сносу:

$$V_2 = \left(\frac{40000}{\Delta p_{\text{отр}}} \right)^{7.4} + \left(\frac{460}{i_+} \right)^{11.3}; \quad (10.3)$$

$$P_{r2} = 5 - 0.22 \ln V_2. \quad (10.4)$$

3. Длительная потеря управляемости у людей и животных (состояние нокдауна):

$$V_3 = \frac{4.2}{\bar{p}} + \frac{1.3}{\bar{i}_+}, \quad (10.5)$$

где \bar{p} – приведенное давление,

$$\bar{p} = 1 + \frac{\Delta p_{\text{отр}}}{p_0}; \quad (10.6)$$

\bar{i}_+ – приведенный импульс давления,

$$\bar{i}_+ = 1 + \frac{i_+}{\sqrt{p_0} \sqrt[3]{m}}; \quad (10.7)$$

m – масса тела человека или животного, кг; p_0 – атмосферное давление ($p_0 \approx 10^5$ Па);

$$P_{r3} = 5 - 5.74 \ln V_3. \quad (10.8)$$

4. Разрыв барабанных перепонок у людей:

$$P_{r4} = -12.6 + 1.524 \ln(\Delta p_{\text{отр}}). \quad (10.9)$$

5. Отбрасывание людей взрывом:

$$V_5 = \frac{1}{\Delta p_{\text{отр}}} \left(7380 + \frac{1.3 \cdot 10^9}{i_+} \right); \quad (10.10)$$

$$P_{r5} = 5 - 2.44 \ln V_5. \quad (10.11)$$

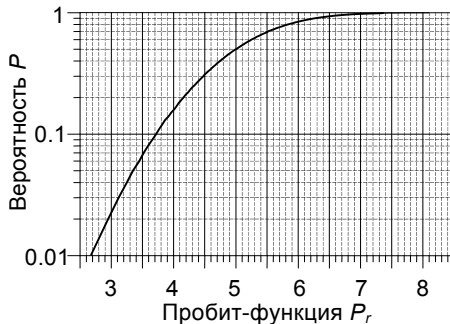


Рис. 10.1. Вероятность поражения

Зависимость между пробит-функцией P_r и вероятностью поражения P приведена на рис. 10.1 и в табл. 10.1. Например, если $P_r = 5.10$, то по рисунку $P \approx 0.55$.

Более точно вероятность определяется по табл. 10.1. Поясним правило ее использования на примерах. Найдем вероятность поражения, если пробит-функция $P_r = 5.10$.

Это значение располагается на пересечении строки с цифрой «0.5» и столбца с цифрой «4». Для нахождения вероятности поражения следует к числу в соответствующей строке (0.5) приписать справа цифру, соответствующую номеру столбца (4). В результате получим вероятность $P = 0.54$. Другое значение $P_r = 7.75$ стоит на пересечении строки с цифрой «0.99» и столбца с цифрой «7». Следовательно, вероятность поражения $P = 0.997$. Для промежуточных значений P_r вероятность находят посредством интерполяции.

При обычно встречающихся на практике значениях давления и импульса вероятность повреждения конструкций и поражения людей и животных можно также определить по номограммам на рис. 10.2–10.5.

Таблица 10.1. Связь вероятности поражения с пробит-функцией [40]

P	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		2.67	2.95	3.12	3.25	3.38	3.45	3.52	3.59	3.66
0.1	3.72	3.77	3.82	3.86	3.92	3.96	4.01	4.05	4.08	4.12
0.2	4.16	4.19	4.23	4.26	4.29	4.33	4.36	4.39	4.42	4.45
0.3	4.48	4.50	4.53	4.56	4.59	4.61	4.64	4.67	4.69	4.72
0.4	4.75	4.77	4.80	4.82	4.85	4.87	4.90	4.92	4.95	4.97
0.5	5.00	5.03	5.05	5.08	5.10	5.13	5.15	5.18	5.20	5.23
0.6	5.25	5.28	5.31	5.33	5.36	5.39	5.41	5.44	5.47	5.50
0.7	5.52	5.55	5.58	5.61	5.64	5.67	5.71	5.74	5.77	5.81
0.8	5.84	5.88	5.92	5.95	5.99	6.04	6.08	6.13	6.18	6.23
0.9	6.28	6.34	6.41	6.48	6.55	6.64	6.75	6.88	7.05	7.33
0.99	7.33	7.37	7.41	7.46	7.51	7.58	7.65	7.75	7.88	8.09

Примеры. Определим вероятность поражения строительных конструкций и людей при действии ВУВ со следующими параметрами: отраженное давление $\Delta p_{\text{отр}} = 30 \cdot 10^3$ Па; импульс $i_+ = 400$ Па·с.

Пример 1. Найдем вероятность P_1 повреждений стен промышленных зданий, при которых возможно их восстановление без сноса. Согласно (10.1), фактор опасности

$$V_1 = \left(\frac{17500}{\Delta p_{\text{отр}}} \right)^{8.4} + \left(\frac{290}{i_+} \right)^{9.3} = \left(\frac{17500}{30 \cdot 10^3} \right)^{8.4} + \left(\frac{290}{400} \right)^{9.3} = 0.061.$$

Значение пробит-функции находим по формуле (10.2):

$$P_{r1} = 5 - 0.26 \ln V_1 = 5 - 0.26 \ln 0.61 = 5.73.$$

По табл. 10.1 определяем, что вероятность названных повреждений $P_1 \approx 0.77$. То же значение получим по рис. 10.1.

Пример 2. При тех же исходных данных найдем вероятность P_2 повреждений промышленных зданий, при которых они подлежат сносу.

Согласно (10.3) и (10.4):

$$V_2 = \left(\frac{40000}{\Delta p_{\text{отп}}} \right)^{7.4} + \left(\frac{460}{i_+} \right)^{11.3} = \left(\frac{40000}{30 \cdot 10^3} \right)^{7.4} + \left(\frac{460}{400} \right)^{11.3} = 13.3;$$

$$P_{r2} = 5 - 0.22 \ln V_2 = 5 - 0.22 \ln 13.3 = 4.43.$$

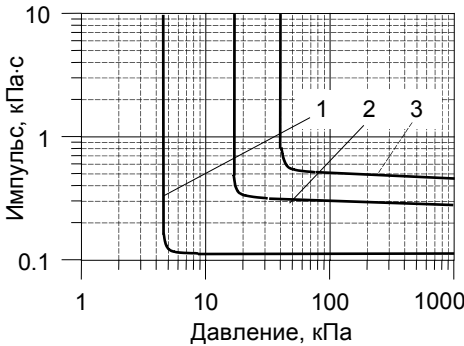


Рис. 10.2. Номограмма для оценки поражения промышленных зданий:

- 1 – граница минимальных разрушений;
- 2 – граница значительных повреждений;
- 3 – разрушение зданий (разрушено 50÷70 % стен)

Приведенное давление по формуле (10.6)

$$\bar{p} = 1 + \frac{\Delta p_{\Phi}}{p_0} = 1 + \frac{30 \cdot 10^3}{10^5} = 1.3.$$

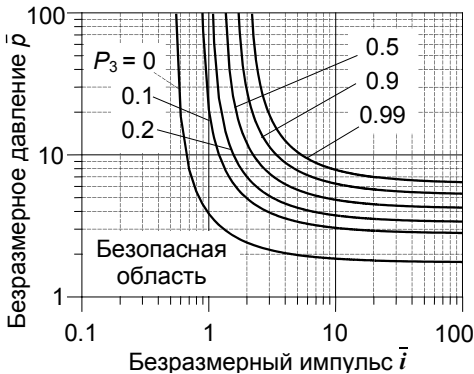


Рис. 10.3. Вероятность P_3 длительной потери управляемости (нокдауна) у людей и животных

По табл.10.1 и по рис. 10.2 находим, что вероятность разрушения здания $P_2 \approx 0.28$.

На рис. 10.2 приведена номограмма, позволяющая непосредственно оценить степень разрушения промышленных зданий, не рассчитанных на действие взрыва, по величине давления и импульса.

Пример 3. Определим вероятность P_3 длительной потери управляемости (состояния нокдауна) у человека с массой тела $m = 80$ кг.

Приведенный импульс, согласно (10.7),

$$\begin{aligned} \bar{i}_+ &= 1 + \frac{i_+}{\sqrt{p_0} \sqrt[3]{m}} = \\ &= 1 + \frac{400}{\sqrt{10^5} \sqrt[3]{80}} = 1.29. \end{aligned}$$

По формуле (10.5):

$$\begin{aligned} V_3 &= \frac{4.2}{\bar{p}} + \frac{1.3}{\bar{i}_+} = \\ &= \frac{4.2}{1.3} + \frac{1.3}{1.29} = 4.24. \end{aligned}$$

Согласно (10.8), пробит-функция

$$P_{r3} = 5 - 5.74 \ln V_3 = 5 - 5.74 \ln 4.24 = -3.29.$$

Получилась отрицательная величина P_r , что невозможно. Это означает, что вероятность потери человеком управляемости равна нулю.

На рис. 10.3 приведена номограмма, показывающая вероятность поражения в зависимости от значений приведенного давления и импульса. Точка, соответствующая найденным значениям этих величин, лежит в безопасной области, т.е. вероятность поражения равна нулю, как это и получено выше.

Пример 4. Определим вероятность разрыва барабанных перепонок у людей. По формуле (10.9) находим значение пробит-функции:

$$P_{r4} = -12.6 + 1.524 \ln(\Delta p_{\text{отр}}) = \\ = -12.6 + 1.524 \ln(30 \cdot 10^3) = 3.11.$$

По графику 10.1 и табл. 10.1 получаем, что вероятность поражения $P = 0.03$. Эту же вероятность можно непосредственно определить по номограмме на рис. 10.4.

Пример 5. Найдем вероятность P_5 отбрасывания людей взрывом.

По формуле (10.10)

$$V_5 = \frac{1}{\Delta p_{\text{отр}}} \left(7380 + \frac{1.3 \cdot 10^9}{i_+} \right) = \\ = \frac{7380 + \frac{1.3 \cdot 10^9}{400}}{30 \cdot 10^3} = 108.6.$$

Значение пробит-функции находим, согласно (10.11):

$$P_{r5} = 5 - 2.44 \ln V_5 = \\ = 5 - 2.44 \ln 108.6 = -6.44.$$

Отрицательные значения пробит-функции невозможны, и, следовательно, вероятность отбрасывания людей взрывом $P_5 = 0$.

На рис. 10.5 приведена номограмма для определения этой вероятности. Точка, соответствующая заданным величинам давления и импульса, лежит в безопасной области. Это означает, что вероятность поражения равна 0.

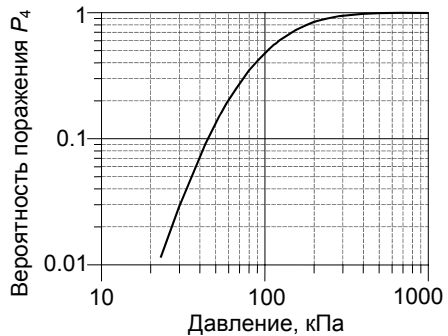


Рис. 10.4. Вероятность P_4 разрыва барабанных перепонок у людей

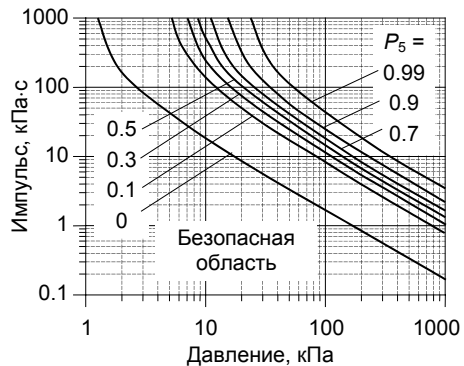


Рис. 10.5. Вероятность P_5 отбрасывания людей

В литературе имеются данные о взрывоустойчивости оборудования, аппаратов и конструктивных элементов зданий и сооружений, полученные посредством экспериментов и натурных обследований. В них степень поражения выражается в зависимости только от одного параметра – от избыточного давления Δp на фронте ВУВ.

В табл. 10.2. приведены данные о степени и вероятности повреждения строительных конструкций, соответствующие различным величинам Δp . При их использовании следует иметь в виду, что в процессе натурных обследований сильные повреждения идентифицируются достаточно точно, но в определении средних и слабых повреждений присутствует значительная доля субъективизма.

Таблица 10.2. Зависимость степени повреждения строительных конструкций от величины избыточного давления ВУВ

Избыточное давление Δp_i	$c = \frac{\Delta p_i}{\Delta p_{пр}}$	Степень повреждения здания	Ремонт, требуемый для восстановления	Вероятность разрушения P_i
Предельное $\Delta p_{пр}$	1	Сильная	Капитальный	0.5
Среднее $\Delta p_{ср}$	0.85	Средняя	Средний	0.22
Слабое $\Delta p_{сл}$	0.75	Слабая	Мелкий	0.083
Незначительное $\Delta p_{н}$	0.6	Незначительная	Текущий	0.005

Вероятности повреждений строительных конструкций, найденные по методике [40] и табл. 10.2, можно использовать для оценки вероятности финансовых потерь. Если стоимость k -го элемента составляет $S^{(k)}$ руб., а вероятность его разрушения, соответствующая давлению Δp и импульсу i_+ , равна $P^{(k)}(\Delta p, i_+)$, то условная вероятность потерь в рублях

$$P^{(k)}(L | \Delta p, i_+) = S^{(k)} P^{(k)}(\Delta p, i_+). \quad (10.12)$$

Вероятность ожидаемого ущерба от разрушения данного элемента вычисляется по формуле полной вероятности:

$$P^{(k)}(L) = \sum_{s=1}^n P^{(k)}(L | \Delta p, i_+) P_s(\Delta p, i_+), \quad (10.13)$$

где $P_s(\Delta p, i_+)$ – вероятности реализации данного давления и импульса, зависящие от расположения источников взрывов, их частоты, вероятных количеств ВВ и пр.

На рис. 10.6 изображена номограмма, позволяющая оценить степень поражения людей и конструкций при различных величинах давления на фронте ВУВ [71]. Характер поражения, отвечающий цифрам на графике, расшифровывается в табл. 10.3. Следует еще раз напомнить, что повреждения строительных конструкций, указанные в таблице, соответствуют зданиям, которые не были специально рассчитаны на действие ВУВ.

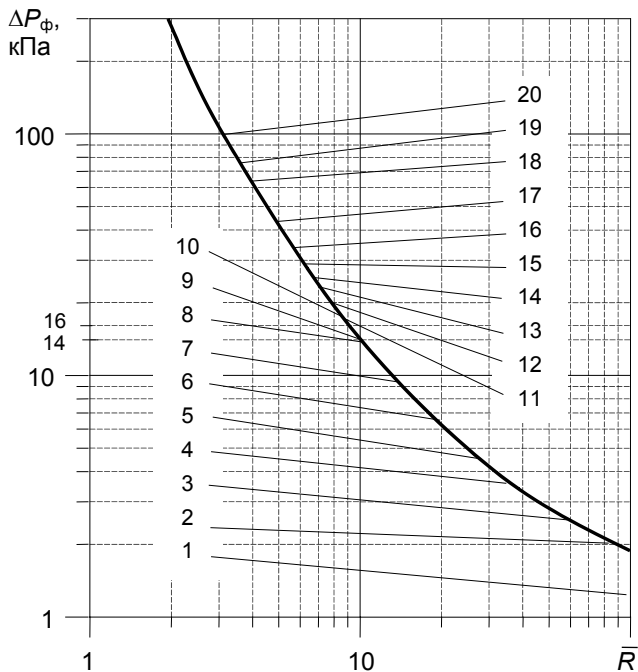


Рис. 10.6. Уровни поражения людей и конструкций

Таблица 10.3. Уровни поражения людей и конструкций

Номер на рис. 10.6	Характер поражения
1	Повреждение некоторых стекол
2	Разрушение более 10 % стекол, предел мелких повреждений
3	Разрушение 50 % стекол
4	Очень легкие повреждения конструкций, повреждение элементов фронтона
5	Разрушение 75 % стекол и разрушение оконных рам
6	Полное разрушение стекол, частичное повреждение домов
7	Повреждение и разрушение стекол, частичное повреждение жилых домов
8	Нижний предел серьезного повреждения конструкций
9	Частичное обрушение стен и черепичной кровли
10	Разрушение машин в производственных зданиях
11	Разрушение 50 % жилых домов
12	Разрыв легких стальных рам
13	Разрыв резервуаров-хранилищ
14	Разрушение легких построек с металлическим каркасом
15	Разрушение опор

Окончание табл. 10.3

Номер на рис. 10.6	Характер поражения
16	Полное разрушение жилых домов
17	Опрокидывание железнодорожных вагонов
18	Серьезные повреждения машин в производственных зданиях
19	Разрушение стен из армированного бетона
20	Разрыв легких человека

В табл. 10.4 приведена еще одна сводка эмпирических данных о взрывоустойчивости оборудования, аппаратов и конструкционных элементов зданий и сооружений.

Таблица 10.4. Взрывоустойчивость оборудования и конструкционных элементов зданий

Оборудование, аппараты, конструкционные элементы зданий и сооружений	Предельное значение избыточного давления $\Delta p_{пр}$, кПа	Приведенное расстояние $\bar{R}_{пр}$, м/кДж ^{1/3}
Мачты, антенны, молниеотводы	35	0.286
Мачты, высоковольтные линии электропередач	35	0.286
Воздушные линии электропередач	50	0.232
Столбы электросети и связи	50	0.232
Эстакады:		
для трубопроводов		
металлические	60	0.208
железобетонные	70	0.190
Эстакады:		
для электросиловых линий	50	0.232
для кабелей КИП	35	0.286
Градири железобетонные	60	0.208
Дымовые трубы:		
кирпичные и железобетонные	60	0.208
металлические	52	0.226
Емкости для хранения жидкостей:		
цилиндрические	31	0.310
сферические	90	0.164
Трубопроводы:		
подземные	200	0.102
наземные (наружные)	60	0.208
Кабельные каналы в грунте	100	0.154
Воздуховоды	35	0.286
Подъемно-транспортное оборудование	35	0.286
Электродвигатели	170	0.113

Окончание табл. 10.4

Оборудование, аппараты, конструкционные элементы зданий и сооружений	Предельная величина избыточного давления $\Delta p_{пр}$, кПа	Приведенное расстояние $\bar{R}_{пр}$, м/кДж ^{1/3}
Щиты электрические	70	0.190
Понижающие трансформаторы	70	0.190
Автоматика и вычислительная техника	15.4	0.490
Автоматика и оборудование пожаротушения	40	0.264
Перегородки и кровля зданий:		
кирпичных	15.4	0.490
железобетонных	17.0	0.580
кровля мягкая	15.4	0.490
Перекрытия промышленных зданий:		
кирпичных	28.0	0.330
со стальным и железобетонным каркасом	30.0	0.317
с массивными стенами	42.0	0.257
Полы	28.0	0.330
Стены зданий:		
шлакоблочных	22.0	0.385
деревянных	28.0	0.330
кирпичных		
в 1.5 кирпича	25.0	0.335
в 2 кирпича	45.0	0.246
в 2.5 кирпича	53.0	0.224
Фундаменты:		
ленточные жилых домов с монолитными колоннами каркаса	400	0.069
каркасы зданий:		
железобетонный	215	0.098
стальной		
железобетонный	53.0	0.224
стальной	55.0	0.219
Лестницы	28.0	0.330
Отделочные и прочие работы	15.4	0.490
Теплоизоляция трубопроводов	20.0	0.410
Механизмы открывания проемов	7.0	0.891
Остекление с шипками:		
более 1×1 м	3.5	1.6
менее 1×1 м	7.0	0.891
Внутренние работы:		
сантехнические	28.0	0.330
электротехнические	15.4	0.490
Планировка площадки, покрытия	400	0.069

10.1.2. Оценка зоны поражения

Размеры зон с разной степенью поражения людей и сооружений можно определить методами, изложенными в разд. 10.1.1. Приближенно радиус поражения R (м) можно найти по формуле [40]:

$$R = KR_1, \quad (10.14)$$

где K – коэффициент, зависящий от степени поражения, приведенный в табл. 10.5; R_1 определяется по рис. 10.7 или по формуле

$$R_1 = Q_{\text{эф}}^{1/3} \left[1 + (3180/Q_{\text{эф}})^2 \right]^{-1/6}, \quad (10.15)$$

где $Q_{\text{эф}}$ – эффективная масса ВВ, кг, которая для концентрированных ВВ приведена в разд. 9.2. При детонации облака ГПВС и разрыве резервуаров со сжатым газом можно найти массу $Q_{\text{эф}}$, разделив энергию взрыва $E_{\text{ВВ}}$ или сжатого газа E на теплоту взрыва ТНТ, равную 4520 кДж/кг [см. (9.20) и (9.67)].

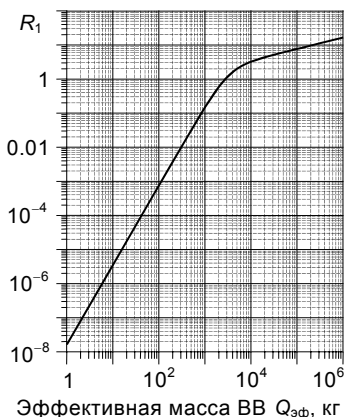


Рис. 10.7. Значения R_1

Таблица 10.5. Уровни поражения людей и повреждения зданий

Категория повреждения	Характеристика поражения людей и повреждения зданий	Избыточное давление Δp , кПа	K
<i>A</i>	Полное разрушение зданий; смертельное поражение человека	≥ 100	3.8
<i>B</i>	Тяжелые повреждения, здание подлежит сносу	70	5.6
<i>C</i>	Средние повреждения, возможно восстановление здания	20	9.6
<i>D</i>	Разрушение оконных проемов, легко сбрасываемых конструкций	14	28
<i>E</i>	Частичное разрушение остекления	≤ 2	56

Необходимо подчеркнуть, что найденный таким образом радиус поражения относится к обычным зданиям, при строительстве которых воздействие взрыва специально не учитывалось.

10.2. Разлет осколков

Кроме действия ВУВ опасность при взрывах представляют разлетающиеся осколки. Их принято разделять на *первичные* и *вторичные* [21, 71]. Первичные осколки – это обломки корпусов сосудов, оборудования, строений, разрушенных взрывом или высоким внутренним давлением. Вторичные – это объекты, поднятые в воздух ВУВ, которыми могут являться предметы, оказавшиеся рядом с

местом взрыва: мелкие незакрепленные инструменты, трубы, бревна, куски разрушенного оборудования, обломки зданий и пр. Далее описаны способы расчета скоростей и дальности полета осколков.

10.2.1. Первичные осколки

Масса и размеры первичных осколков зависят от особенностей конструкции и прочности разрушенного корпуса агрегата, сосуда или сооружения. Чаще всего они являются неопределенными, и поэтому относительно них приходится принимать те или иные допущения или рассматривать различные варианты разрушения.

При взрывах бомб или снарядов с конденсированным ВВ обычно образуются очень мелкие осколки (массой 1 г или меньше), разлетающиеся со скоростью порядка нескольких км/с.

Разрушение контейнеров с взрывоопасными смесями или сосудов высокого давления может привести к образованию осколков различных размеров – от самых мелких до крупных плохообтекаемых. Их размеры и количество зависят от конкретных особенностей разрушенного сосуда или агрегата и определяют макрос- и микроструктурой корпуса (наличием насечек, нарезов, изгибов, внутренних трещин и пр.), физическим состоянием соединительных швов, особенно сварных. Осколки, у которых два размера существенно превосходят третий, иногда называют *дисковидными*. При их полете может действовать значительная подъемная сила, и в результате они «парят» в воздухе.

По этим причинам при расчете разлета осколков обычно принимают некоторые допущения. Например, в [21, 71] предлагается считать, что цилиндрические сосуды высокого давления разрушаются на одинаковые по величине фрагменты. Если их образуется только два, то они разлетаются вдоль оси цилиндра. Если же число обломков велико, то они будут иметь удлиненную форму и разлетаются в радиальном направлении. Для сосудов из вязкопластичных материалов (дюралюминий) число осколков $n = 2 \div 10$, для прочных сосудов (нержавеющая сталь) $n \approx 100$. Если в результате взрыва разрушаются строения из каменной кладки, стеклянные блоки, оконные проемы, то число образующихся осколков чрезвычайно велико. Считают, что размеры и масса всех осколки одинаковы.

Методика расчета скоростей осколков при разрушении сосуда под давлением приведена в [21, 71]. Она основана на следующих предположениях: стенки сосуда имеют одинаковую толщину; у цилиндрических сосудов отношение диаметра к длине велико ($L/D \approx 10$); у сферических сосудов, естественно, $L/D = 1$. Внутри находятся водород, воздух, аргон, гелий или двуокись углерода.

Исходные данные для расчета: объем сосуда V_0 , масса корпуса m_c , внутреннее давление p , абсолютная температура газа T_0 в начальный момент времени.

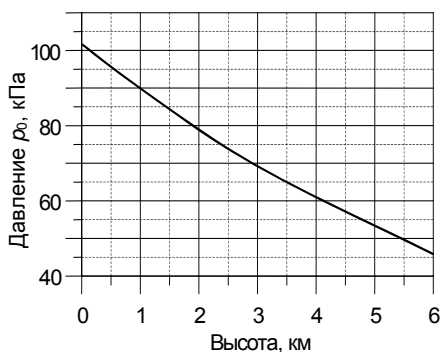


Рис. 10.8. Атмосферное давление на разной высоте над уровнем моря

Таблица 10.6. Отношение удельных теплоемкостей γ и индивидуальная газовая постоянная R_n для некоторых газов [21]

Газ	γ	R_n м ² /(с ² ·К)
Водород	1.400	4124.0
Воздух	1.400	287.0
Аргон	1.670	208.1
Гелий	1.670	2078.0
Двуокись азота	1.225	188.9

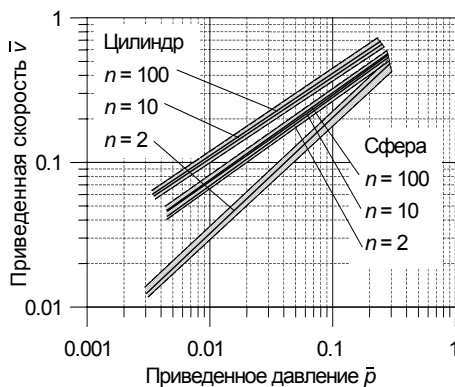


Рис. 10.9. Зависимость приведенной скорости осколков от приведенного давления [21]

Сначала находят приведенное давление в сосуде

$$\bar{p} = \frac{(p - p_0)V_0}{m_c a_1^2}, \quad (10.16)$$

где p_0 — атмосферное давление, зависящее от высоты над уровнем моря (рис. 10.8); a_1 — скорость звука в газе, которую можно вычислить либо по формуле (9.57), где надо положить $T_1 = T_0$, либо по формуле

$$a_1 = \sqrt{\gamma R_n T_0}, \quad (10.17)$$

где γ — параметр отношения удельных теплоемкостей; R_n — индивидуальная газовая постоянная (табл. 10.6).

После этого по эмпирическим графикам на рис. 10.9 определяется приведенная скорость осколков \bar{v} , которая связана с действительной скоростью v соотношением

$$\bar{v} = \frac{v}{ka_1}, \quad (10.18)$$

где k — коэффициент, зависящий от соотношения размеров фрагментов; если сосуд разрушается на равные по величине части, то $k = 1$. Затем по формуле (10.18) находим реальную скорость v .

На рис. 10.9 заштрихованы три зоны, соответствующие цилиндрической и сферической формам сосуда, а также разному числу осколков. Видно, что при разрыве сферического сосуда скорости осколков слабо зависят от их числа. При разрыве ци-

лиندрического сосуда на две и десять частей скорости отличаются значительно, но при дальнейшем увеличении числа осколков изменяются мало.

В [21] рассмотрен случай разрыва длинного цилиндрического сосуда (отношение длины к диаметру равно 10) на две неравные части. Предполагается, что разрыв происходит в плоскости, перпендикулярной оси симметрии. Образовавшиеся обломки движутся вдоль оси в противоположных направлениях. Стенки сосуда имеют постоянную толщину, днища – полусферические. Скорости обломков вычисляются так же, как ранее, за исключением коэффициента k в (10.18), который приближенно равен

$$k = 1.25 \frac{m_{об}}{m_{ст}} + 0.375, \quad (10.19)$$

где $m_{об}$ – масса обломка; $m_{ст}$ – полная масса оболочки сосуда.

Пример 6. Рассчитаем скорости осколков при разрыве цилиндрического сосуда со сжатым воздухом, размеры которого показаны на рис. 10.10,а. Исходные данные: полная масса корпуса сосуда $m_c = 100$ кг; объем $V_0 = 0.063$ м³; температура газа $T_0 = 300$ К; избыточное давление в сосуде $(p - p_0) = 2$ МПа.

Вычислим скорость звука в сжатом воздухе по формуле (10.17), где $\gamma = 1.4$, $R_n = 287$:

$$\begin{aligned} a_1 &= \sqrt{\gamma R_n T_0} = \\ &= \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 300} = 347 \text{ (м/с)}. \end{aligned}$$

Приведенное давление в сосуде

$$\begin{aligned} \bar{p} &= \frac{(p - p_0)V_0}{m_c a_1^2} = \\ &= \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 0.063}{100 \cdot 347^2} = 0.01. \end{aligned}$$

Сначала предположим, что резервуар разрушается на большое число ($n = 10$) осколков одинаковой величины, разлетающихся в радиальном направлении (рис. 10.10,б). Таким образом, масса каждого из

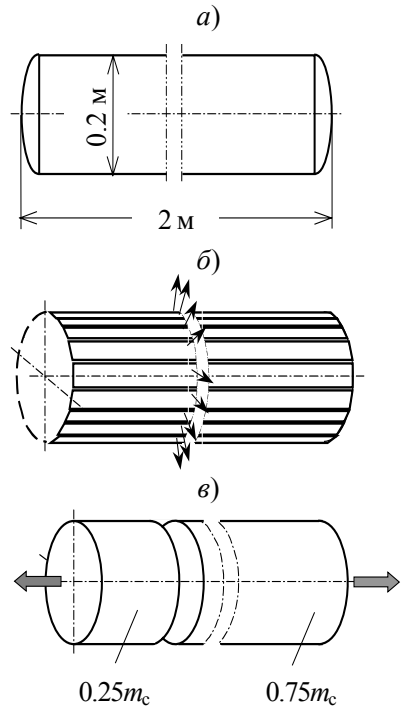


Рис. 10.10. Варианты разрушения цилиндрического сосуда:
 а – размеры сосуда; б – разрушение на большое число осколков; в – разрушение на две части

осколков равна 10 кг. По графику на рис. 10.9 находим приведенную скорость: $\bar{v} = 0.12$.

По величине \bar{v} с помощью (4.75) находим реальную скорость осколков (при $k = 1$):

$$v = ka_1\bar{v} = 1 \cdot 347 \cdot 0.12 = 41.6 \text{ (м/с)}.$$

Теперь предположим, что сосуд разрушается на две части, массы которых: $m_1 = 0.25m_c = 25$ кг; $m_2 = 0.75m_c = 75$ кг (рис. 10.9, в.). Приведенное давление в баке то же, что и раньше. По графику на рис. 10.9 находим, что при разрушении на две части приведенная скорость $\bar{v} = 0.03$.

Согласно (10.19), коэффициенты k_i для масс m_1 и m_2 соответственно равны:

$$k_1 = 1.25 \cdot 0.25 + 0.375 = 0.6875; \quad k_2 = 1.25 \cdot 0.75 + 0.375 = 1.3125.$$

Реальные скорости обломков:

$$v_1 = k_1 a_1 \bar{v} = 0.6875 \cdot 347 \cdot 0.03 = 7.16 \text{ (м/с)};$$

$$v_2 = k_2 a_1 \bar{v} = 1.3125 \cdot 347 \cdot 0.03 = 13.66 \text{ (м/с)}.$$

Сделаем два замечания относительно данной методики определения скоростей осколков при разрыве цилиндрических сосудов.

Во-первых, она разработана в предположении очень большого отношения длины сосуда к диаметру (не менее 10). Это позволило не учитывать влияние днищ на разрушение стенок сосудов. На практике такие длинные резервуары используются редко, и обычно это отношение меньше 10. Можно предположить, что для более коротких сосудов скорости осколков будут ближе к случаю разрушения сферы, т.е. при большом числе осколков они окажутся несколько меньше, а при разрушении на две части – несколько больше, чем по приведенным формулам.

Во-вторых, в случае разрыва сосуда на два неодинаковых обломка по этой методике получается парадоксальный результат: скорость более тяжелого из них оказывается больше, чем легкого.

10.2.2. Нагрузка на тело при его обтекании взрывной волной

Прежде чем перейти к рассмотрению разлета вторичных осколков, остановимся на определении нагрузки на тело конечной величины, создаваемой ВУВ [21]. При его обтекании происходит дифракция волны. Не останавливаясь на деталях этого процесса, отметим, что при прохождении волны давление на тыльную (заднюю) поверхность тела меньше, чем на фронтальную (переднюю), что равносильно приложению с фронтальной стороны избыточного давления $p(t)$.

Характер изменения избыточного давления приближенно показан на рис. 10.11. Сначала оно за время t_1 возрастает до максиму-

ма p_r . Если тело имеет плоскую переднюю грань, то $t_1 = 0$. Затем давление убывает, пока не сравняется с функцией падения давления $q(t)$, после чего убывает до нуля, подчиняясь этому закону. Отметим, что максимальный импульс получается при $t_1 = 0$, и в запас можно всегда принимать это значение.

Продолжительность действия давления

$$t_3 = \frac{i_+ b^2}{\Delta p_\phi (b - 1 + e^{-b})}, \quad (10.20)$$

где b – константа времени, определяемая по графику на рис. 10.12.

Падение давления подчиняется закону

$$q(t) = C_D Q \left(1 - \frac{t}{t_3}\right)^2 e^{-\frac{bt}{t_3}}, \quad (10.21)$$

где Q – максимальный динамический напор; при $\bar{p} \leq 3.5$

$$Q = \frac{5\bar{p}^2}{2(7 + \bar{p})} p_0; \quad (10.22)$$

C_D – коэффициент сопротивления тела при стационарном обтекании потоком воздуха (табл. 10.7). В начальный момент времени

$$q(0) = p_2 = C_D Q. \quad (10.23)$$

Пример 7. Определим закон изменения давления ВУВ на вторичный осколок (кирпич) с размерами $0.25 \times 0.12 \times 0.065$ м.

Параметры ВУВ: $\Delta p_\phi = 0.15 \cdot 10^6$ Па, $i_+ = 0.1 \cdot 10^4$ Па·с.

Безразмерное давление

$$\bar{p} = \frac{\Delta p_\phi}{p_0} = \frac{1.5 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5} = 1.5.$$

Максимальное отраженное давление

$$p_r = (2\bar{p} + 0.75\bar{p}^2) p_0 = (2 \cdot 1.5 + 0.75 \cdot 1.5^2) \cdot 1 \cdot 10^5 = 0.32 \cdot 10^6 \text{ (Па)}.$$

Функцию падения давления найдем по формуле (10.21), где коэффициент C_D определяется по табл. 10.7. Поскольку там нет тела с

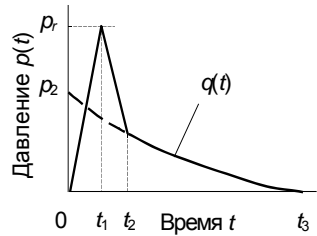


Рис. 10.11. Суммарное давление на тело при его обтекании взрывной волной

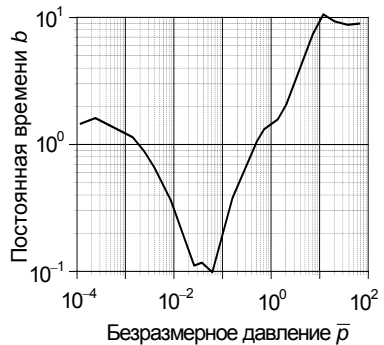


Рис. 10.12. Зависимость константы времени b от безразмерного давления \bar{p}

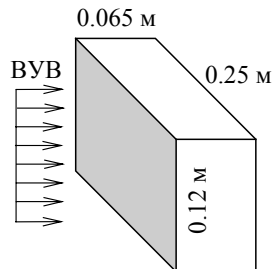


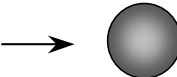
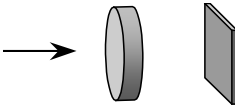
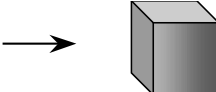
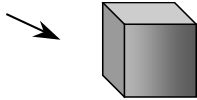
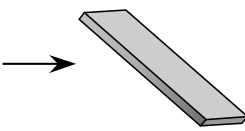
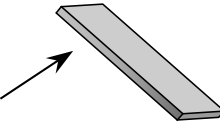
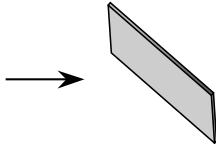


Рис. 10.13. Размеры вторичного осколка

точно такими пропорциями, примем среднюю величину между значениями для куба и узкой полосы: $C_D = 1.6$.

Таблица 10.7. Коэффициенты сопротивления C_D для тел различной формы [21]

Форма и ориентация тела	Геометрия обтекания (стрелкой указано направление потока)	C_D
Правильный круговой цилиндр (длинный стержень). Поток перпендикулярен оси		1.20
Длинный цилиндр. Поток параллелен оси		0.82
Шар		0.47
Диск или квадратная пластина. Поток перпендикулярен плоскости		1.17
Куб. Поток перпендикулярен одной из граней		1.05
Куб. Поток набегают на ребро		0.80
Длинная прямоугольная пластинка. Лобовое натекание потока на узкую грань		2.05
Длинная прямоугольная пластинка. Натекание потока на длинное ребро		1.55
Узкая полоска. Поток перпендикулярен плоскости		1.98

Согласно (10.22), максимальный динамический напор

$$Q = \frac{5\bar{p}^2}{2(7+\bar{p})} p_0 = \frac{5 \cdot 1.5^2}{2(7+1.5)} 1 \cdot 10^5 = 0.66 \cdot 10^5 \text{ (Па)}.$$

Подставив эти значения в (10.21), получим функцию падения давления

$$q(t) = C_D Q \left(1 - \frac{t}{t_3}\right)^2 e^{-\frac{bt}{t_3}} = 0.106 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{t}{0.02}\right)^2 e^{-\frac{1.5t}{0.02}} \text{ (Па)}.$$

Скорость фронта волны вычисляется по формуле (9.25):

$$D_\phi = 340 \sqrt{1 + 8.3 \cdot 10^{-6} \Delta p_\phi} = 340 \sqrt{1 + 8.3 \cdot 10^{-6} \cdot 0.15 \cdot 10^6} = 509 \text{ (м/с)}.$$

Передняя грань обтекаемого тела вертикальна, поэтому интервал времени $t_1 = 0$. Время t_2 равно времени $t_{\text{обт}}$, которое вычисляется по формуле (9.28), где надо принять $H^* = 0.12$ м (наименьший размер передней грани):

$$t_2 = \frac{3H^*}{D_\phi} = \frac{3 \cdot 0.12}{509} = 0.0007.$$

Значение давления в этот момент времени

$$q(t_2) = 0.94 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Полученный закон давления ВУВ, действующего на вторичный осколок, изображен на рис. 10.14. Импульс давления равен площади под кривой:

$$i = 580 \text{ Па}\cdot\text{с}.$$

10.2.3. Движение вторичных осколков

Тело, обтекаемое ВУВ, может под действием избыточного давления начать движение со скоростью v , т.е. превратиться во вторичный осколок. Если оно не закреплено, то эту скорость можно найти следующим образом.

Будем рассматривать тело как материальную точку. Воспользуемся теоремой об изменении количества движения:

$$q - q_0 = I, \quad (10.24)$$

где q – количество движения в произвольный момент времени,

$$q = mv, \quad (10.25)$$

здесь m – масса осколка; q_0 – количество движения в начальный момент времени (поскольку движение начинается из положения покоя, $q_0 = 0$).

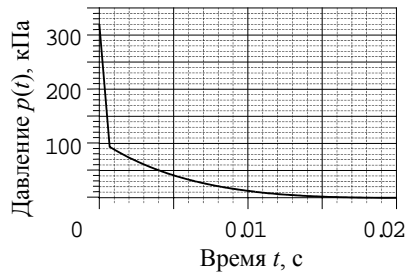


Рис. 10.14. Давление ВУВ на вторичный осколок

В правой части (10.24) стоит импульс силы. Если i – импульс суммарного избыточного давления, а A – площадь проекции тела на плоскость, перпендикулярную направлению распространения ВУВ, то импульс силы равен

$$I = iA. \quad (10.26)$$

Из (10.24)–(10.26) следует, что

$$v = i \frac{A}{m}. \quad (10.27)$$

Пример. Определим скорость, которую получит тело, рассмотренное в примере разд. 10.2.2. Его масса $m = 3.5$ кг, размеры фронтальной грани 0.25×0.12 м, площадь грани $A = 0.03$ м². Импульс давления в этом примере был равен $i = 580$ Па·с. Согласно (10.27),

$$v = i \frac{A}{m} = 580 \frac{0.03}{3.5} \approx 5 \text{ (м/с)}.$$

Ранее рассматривалось движение под действием ВУВ незакрепленного тела. Если же оно закреплено, то будет сорвано взрывом и превратится в летящий осколок только при условии, что максимальная сила, создаваемая ударной волной, больше прочности крепления R :

$$Ap(t) \geq R. \quad (10.28)$$

Момент времени t_0 , когда крепление разрушится и начнется движение, т.е. когда в (10.28) достигается равенство:

$$t_0 = \frac{R}{Ap_r} t_1. \quad (10.29)$$

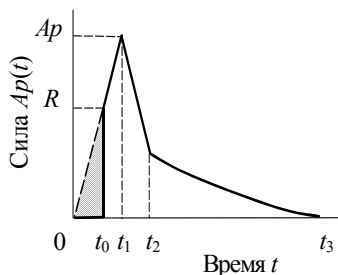


Рис. 10.15. Сила, действующая на закрепленный осколок

Сила, действующая на тело после разрушения крепления, показана на рис. 10.15 сплошной линией.

Скорость осколка вычисляется так же, как и выше, с тем отличием, что импульс силы (площадь под кривой нагрузки) меньше на величину заштрихованного треугольника:

$$v = \left(i - \frac{Rt_0}{2} \right) \frac{A}{m}, \quad (10.30)$$

или, с учетом (10.29):

$$v = \left(i - \frac{R^2 t_1}{2Ap_r} \right) \frac{A}{m}. \quad (10.31)$$

Другая методика определения скорости незакрепленного вторичного осколка, в которой используются параметры не сум-

марного избыточного давления на тело, а *падающей* на тело ВУВ (давление Δp_ϕ и импульс i_+), приведена в работе [21].

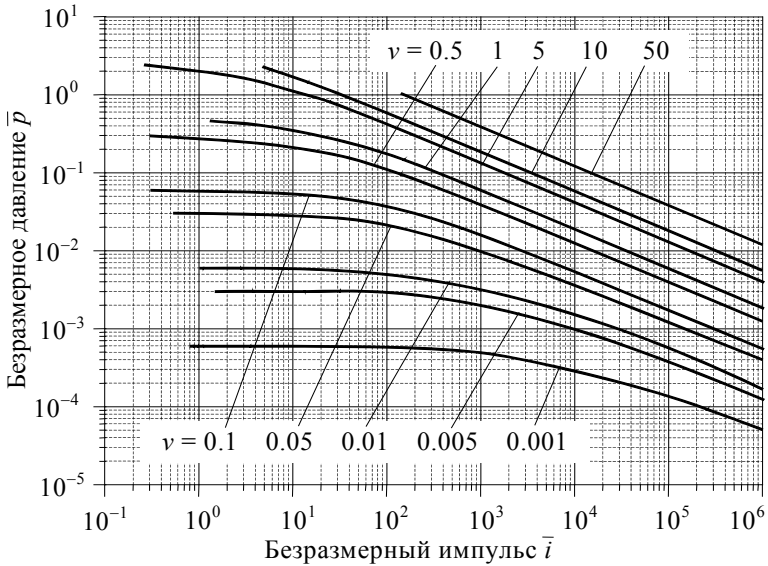


Рис. 10.16. Связь между безразмерными параметрами давления, импульса и скорости [21]

На рис. 10.16 изображена номограмма, по которой определяется скорость. По оси абсцисс отложен безразмерный импульс

$$\bar{i} = \frac{C_D a_0 i_+}{p_r (kh + x)}, \quad (10.32)$$

а по оси ординат – безразмерное давление \bar{p} , вычисляемое согласно (10.17). Кривые соответствуют значениям безразмерной скорости осколка

$$\bar{v} = v \frac{m a_0}{p_0 A (kh + x)}. \quad (10.33)$$

В формулах (10.32) и (10.33) использованы обозначения: a_0 – скорость звука в воздухе (при нормальных условиях $a_0 = 340$ м/с); k – постоянная (для осколка, находящегося на поверхности земли, $k = 4$, а в воздухе $k = 2$); x – расстояние от фронтальной точки тела до поперечного сечения с наибольшей площадью (рис. 10.17,а); h – минимальная ширина проекции осколка на

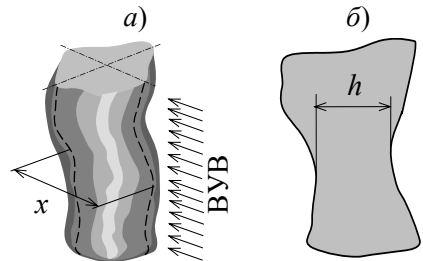


Рис. 10.17. Форма вторичного осколка:

а – аксонометрия; б – проекция на плоскость, перпендикулярную направлению взрывной волны

плоскость, перпендикулярную направлению распространения взрывной волны (рис. 10.17, б); остальные обозначения прежние.

Для нахождения скорости осколка надо вычислить безразмерные давление и импульс \bar{p} и \bar{i} , а затем определить, какой безразмерной скорости \bar{v} соответствует кривая, проходящая через точку с этими координатами (если надо, выполнить интерполяцию). После этого можно найти действительную скорость по формуле (10.33), которая после преобразования имеет вид

$$v = \frac{\bar{v} p_0 A (kh + x)}{m a_0}. \quad (10.34)$$

Пример 9. Определим скорость, которую получит тело, изображенное на рис. 10.13, при действии ВУВ с параметрами $\Delta p_\Phi = 1 \cdot 10^5$ Па, $i_+ = 2650$ Па·с. Масса тела $m = 3.5$ кг, размеры фронтальной грани 0.25×0.12 м, площадь $A = 0.03$ м². Атмосферное давление $p_0 = 1 \cdot 10^5$ Па, скорость звука в воздухе $a_0 = 340$ м/с.

Безразмерное давление

$$\bar{p} = \frac{\Delta p_\Phi}{p_0} = \frac{1 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5} = 1.$$

Вычислим безразмерный импульс. Поскольку сечение тела, перпендикулярное направлению распространения ВУВ, постоянно, то в формуле (10.32) следует считать $x = 0$, а $h = 0.12$ м (высота фронтальной грани). Тело находится на поверхности земли, поэтому коэффициент $k = 4$. Коэффициент $C_D = 1.6$ (см. пример в разд. 10.2.2). Подстановка в (10.32) дает

$$\bar{i} = \frac{C_D a_0 i_+}{\Delta p_\Phi (kh + x)} = \frac{1.6 \cdot 340 \cdot 2650}{1 \cdot 10^5 (4 \cdot 0.12 + 0)} = 35.$$

Точка с такими координатами лежит на кривой $\bar{v} = 10$. Подставив это значение в (10.34), найдем скорость вторичного осколка

$$v = \frac{\bar{v} p_0 A (kh + x)}{m a_0} = \frac{10 \cdot 1 \cdot 10^5 \cdot 0.03 (4 \cdot 0.12 + 0)}{3.5 \cdot 340} = 12 \text{ (м/с)}.$$

10.2.4. Дальность полета осколков

После взрыва осколок летит по воздуху, пока не упадет на землю или не ударится в препятствие. При движении на него действуют сила тяжести и аэродинамическая сила, зависящая от плотности воздуха, мгновенной скорости осколка, а также от его формы и ориентации в данный момент времени. Обычно осколки имеют нерегулярную форму и всячески «кувыркаются» в полете, поэтому точно определить аэродинамическую силу невозможно. При анализе траектории осколка эту силу упрощенно разлагают на две составляющие: лобовое сопротивление F_L , касательное к траектории движе-

ния и противоположное вектору скорости v , и подъемная сила F_D , нормальная к траектории. Их можно представить в виде

$$F_L = 0.5\rho v^2 C_L A_L, \quad (10.35)$$

$$F_D = 0.5\rho v^2 C_D A_D, \quad (10.36)$$

где ρ – плотность воздуха; v – скорость осколка; $0.5\rho v^2$ – динамическое давление; A_L, A_D – эффективные площади сечения тел; C_L, C_D – эмпирические коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления, зависящие от формы и ориентации осколка относительно вектора скорости и от величины последней.

Для осколков неправильной формы, которые являются плохо обтекаемыми телами, $C_L \ll C_D$, и действие на них подъемной силы можно не учитывать. Однако при некоторых положениях такого осколка, а также для осколков другой формы, у которых один размер существенно больше других, может оказаться $C_L \gg C_D$, и для них подъемная сила будет существенной.

На рис. 10.18 изображены силы, действующие на осколок (плиту), летящий со скоростью v . Площадь большей поверхности осколка A_1 , а меньшей – A_2 , угол атаки α . На гранях осколка действуют силы лобового сопротивления $F_{D1} = A_1 C_{D1}$ и $F_{D2} = A_2 C_{D2}$, а также подъемные силы $F_{L1} = A_1 C_{L1}$ и $F_{L2} = A_2 C_{L2}$. Эти силы пропорциональны площадям граней и коэффициентам лобового сопротивления и подъемной силы, зависящим от угла атаки (табл. 10.8).

Суммарная подъемная сила

$$F_L = F_{L1} + F_{L2} = C_{L1} A_1 + C_{L2} A_2, \quad (10.37)$$

а суммарное лобовое сопротивление

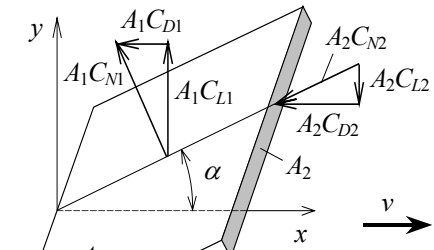


Рис. 10.18. Силы, действующие на летящую плиту

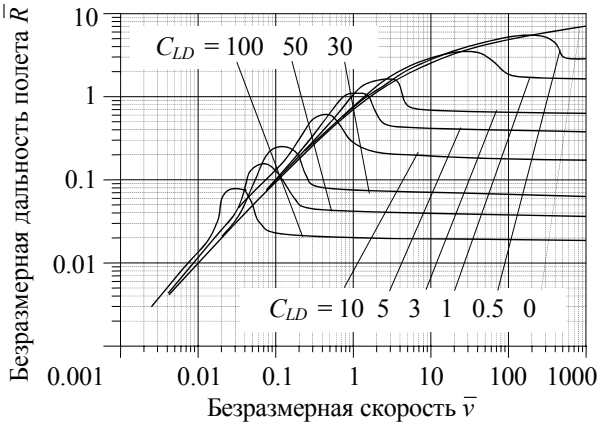


Рис. 10.19. Номограмма для определения дальности полета осколка [21]

Рис. 10.19. Номограмма для определения дальности полета осколка [21]

$$F_D = F_{D1} + F_{D2} = C_{D1}A_1 + C_{D2}A_2. \quad (10.38)$$

Таблица 10.8. Коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления

Угол атаки α°	0°	10°	20°	30°	40°	50°
C_{L1}	0	0.42	0.8	1.11	1.3	0.75
C_{D1}	0	0.075	0.29	0.64	1.09	0.9
C_{L2}	0	-0.36	-0.7	-1.03	-1.32	-1.3
C_{D2}	2.05	2.02	1.93	1.78	1.57	1.09
Угол атаки α°	60°	70°	80°	90°	100°	110°
C_{L1}	0.59	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4
C_{D1}	1.01	1.1	1.15	1.17	1.15	1.1
C_{L2}	-1.11	-0.8	-0.42	0	0.42	1.8
C_{D2}	0.64	0.29	0.075	0	0.075	0.29
Угол атаки α°	120°	130°	140°	150°	160°	170°
C_{L1}	-0.56	-0.75	-1.3	-1.11	-0.8	-0.42
C_{D1}	1.01	0.9	1.09	0.64	0.29	0.075
C_{L2}	1.11	1.8	1.32	1.03	0.7	0.36
C_{D2}	0.64	1.09	1.57	1.78	1.93	2.02

Для определения дальности полета осколка R необходимо знать его массу m , начальную скорость v_0 , плотность воздуха ρ (при нормальном атмосферном давлении $\rho = 1.225 \text{ кг/м}^3$).

Скорость определяется в зависимости от безразмерной скорости

$$\bar{v} = \frac{\rho F_D v_0^2}{mg} \quad (10.39)$$

и отношения

$$C_{LD} = \frac{F_L}{F_D}. \quad (10.40)$$

Сначала по номограмме на рис. 10.19 находим безразмерную дальность полета

$$\bar{R} = \frac{\rho F_D R}{m}. \quad (10.41)$$

Если C_{LD} лежит между значениями на номограмме, то ее следует находить по интерполяции.

Зная \bar{R} , можно вычислить действительную дальность

$$R = \frac{m\bar{R}}{\rho F_D}. \quad (10.42)$$

Как было отмечено в начале данного раздела, для осколков неправильной формы действие подъемной силы несущественно, т.е. для них можно принимать $C_{L1} = C_{L2} = 0$.

Пример 10. Вычислим дальность полета вторичного осколка (кирпича), изображенного на рис. 10.13.

Исходные данные: масса осколка $m = 3.5$ кг; площади граней: $A_1 = 0.25 \times 0.12 = 0.03$ м²; $A_2 = 0.25 \times 0.065 = 0.01625$ м². Начальная скорость $v_0 = 12$ м/с, угол атаки $\alpha = 40^\circ$.

По табл. 10.8 определяем коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления при заданном угле атаки $\alpha = 40^\circ$: $C_{L1} = 1.3$; $C_{D1} = 1.09$; $C_{L2} = -1.32$; $C_{D2} = 1.57$.

Суммарная подъемная сила

$$F_L = C_{L1}A_1 + C_{L2}A_2 = 1.3 \cdot 0.03 - 1.32 \cdot 0.01625 = 0.0176.$$

Суммарное лобовое сопротивление

$$F_D = C_{D1}A_1 + C_{D2}A_2 = 1.09 \cdot 0.03 + 1.57 \cdot 0.01625 = 0.0582.$$

Отношение этих сил

$$C_{LD} = \frac{F_L}{F_D} = \frac{0.0176}{0.0582} = 0.3.$$

Безразмерная скорость

$$\bar{v} = \frac{\rho F_D v_0^2}{mg} = \frac{1.293 \cdot 0.0582 \cdot 12^2}{3.5 \cdot 9.8} = 0.32.$$

По номограмме на рис. 10.19 определяется безразмерная дальность полета. Полученное значение C_{LD} лежит между 0 и 0.5, для которых приведены кривые на номограмме, но при $\bar{v} = 0.32$ эти кривые практически совпадают. Находим, что безразмерная дальность полета равна $\bar{R} = 0.3$. Следовательно, реальная дальность

$$R = \frac{m\bar{R}}{\rho F_D} = \frac{3.5 \cdot 0.3}{1.293 \cdot 0.0582} = 14 \text{ (м)}.$$

10.3. Защита от взрывов с помощью проницаемых экранов

При обтекании взрывной волной малого препятствия непосредственно за ним образуется область, где давление ниже, чем в падающей волне. Но уже на небольшом расстоянии за препятствием фронт ВУВ вновь смыкается и давление восстанавливается. По этой причине небольшая преграда (низкая стенка, мешки с песком) может обеспечить защиту от ВУВ только непосредственно за ней.

Тем не менее можно уменьшить давление и импульс ВУВ, термическое действие взрыва, предотвратить разлет осколков, если поместить взрывоопасный объект внутрь негерметичного строения,

в стенах и кровле которого устроены проницаемые защитные экраны [21]. Такой способ может быть применен, например, если взрывоопасный объект или сосуд со сжатым газом расположен внутри помещения и необходимо защитить от взрыва окружающее его оборудование и людей.

При детонационном взрыве ВВ максимальное избыточное давление за экраном на расстоянии R от его центра вычисляется по эмпирической формуле [21]:

$$\Delta p = 1410 \bar{R}^{-1.66} \left(\frac{R}{x} \right)^{0.27} \alpha^{0.64}, \text{ кПа}, \quad (10.43)$$

где \bar{R} – приведенное расстояние, вычисляемое по формуле (9.3); x – характерный размер экрана (его можно принять равным квадратному корню из площади); α – коэффициент проницаемости экрана, вычисление которого описано далее. Формула (10.43) справедлива, если коэффициенты лежат в следующих пределах: $0.01 \leq \alpha \leq 0.13$; $0.69 \leq (R/x) \leq 4.55$; $1.16 \leq \bar{R} \leq 8.45 \text{ м/кг}^{1/3}$.

Импульс давления

$$i = 7913 \sqrt{Q_{\text{эф}}} \bar{R}^{-0.98} \left(\frac{R}{x} \right)^{0.008} \alpha^{0.45}, \text{ Па}\cdot\text{с}, \quad (10.44)$$

где $Q_{\text{эф}}$ – эффективная масса ВВ, вычисляемая согласно (9.4); остальные обозначения те же, что в (10.43). Формулу (10.44) можно использовать при значениях коэффициентов: $0.008 \leq \alpha \leq 0.13$; $1.16 \leq (R/x) \leq 4.55$; $1.16 \leq \bar{R} \leq 5.95 \text{ м/кг}^{1/3}$.

Формулы (10.43) и (10.44) дают математические ожидания величин m ; их стандартные отклонения $\sigma = 0.2m$.

Импульс давления равен площади под кривой, изображающей закон изменения давления в ВУВ. Приняв форму волны треугольной (как на рис. 9.4,а), найдем продолжительность фазы сжатия:

$$\tau = \frac{2i}{\Delta p} = 0.11 \cdot 10^{-2} \sqrt{Q_{\text{эф}}} \bar{R}^{0.68} \left(\frac{R}{x} \right)^{-0.262} \alpha^{0.14}, \text{ (с)}. \quad (10.45)$$

Если экран одинарный, то коэффициент его проницаемости α равен отношению проницаемой поверхности к поверхности стены или кровли, в которой он установлен. При последовательной установке k экранов с проницаемостями α_i суммарный коэффициент проницаемости α_{Σ} подсчитывается по формуле

$$\frac{1}{\alpha_{\Sigma}} = \sum_{i=1}^k \frac{1}{\alpha_i}, \quad (10.46)$$

На рис. 10.20 приведены три примера устройства проницаемых экранов. Для схем на рис. 10.20,а и б коэффициент проницаемости

$$\alpha = \frac{A_3}{A_{\text{ст}}}, \quad (10.47)$$

где $A_{\text{ст}}$ – площадь стены, где установлен экран; A_3 – площадь экранирующих элементов. Для схемы на рис. 10.20,а

$$A_3 = l \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{N_i}, \quad (10.48)$$

где l – длина уголков; n – их число; N_i – коэффициенты,

$$N_i = \begin{cases} 2, & \text{если } \frac{S_i}{\cos 45^\circ} \approx b; \\ 4, & \text{если } \frac{S_i}{\cos 45^\circ} \approx \frac{b}{2}; \end{cases} \quad (10.49)$$

размеры s_i и b показаны на рисунке.

Для схемы на рис. 10.18,б

$$A_3 = l \sum_{i=1}^n S_i. \quad (10.50)$$

Сравнение формул (10.48), (10.49) и (10.50) показывает, что проникаемость экрана на рис. 10.20,а от 2 до 4 раз меньше, чем на рис. 10.20,б.

При устройстве экрана по схеме на рис. 10.20,в

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{A_{\text{ст}}}{2l} \left(\frac{1}{A_1} + \frac{2}{A_2} + \frac{1}{A_3} \right), \quad (10.51)$$

где

$$A_1 = \sum_{i=1}^n a_i; \quad A_2 = \sum_{i=1}^n b_i; \quad A_3 = \sum_{i=1}^n c_i. \quad (10.52)$$

Зазоры a_i , b_i и c_i показаны на рисунке.

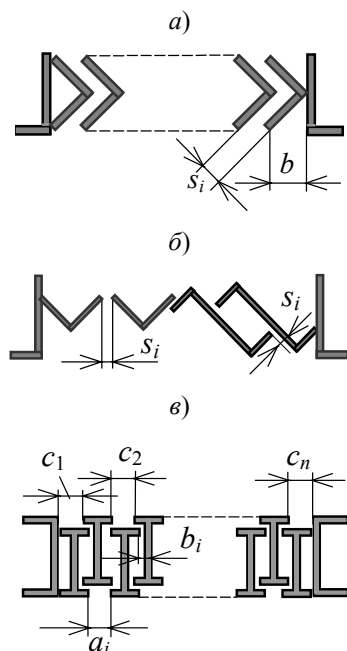


Рис. 10.20. Схемы устройства проникаемых защитных экранов

Глава 11

ПАДЕНИЕ ГРУЗОВ И ОБРУШЕНИЕ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В главе рассмотрены методы определения нагрузок при падении грузов, разрушающихся при ударе о преграду, а также при их падении в резервуары и бассейны. Кроме того, описан метод определения нагрузок при обрушении конструкций.

11.1. Падение грузов

11.1.1. Предварительные замечания

Падение грузов может происходить при их транспортировке, из-за разрушения опорных конструкций тяжелого оборудования, вызванного внешним воздействием (землетрясением, ударом летящего тела и т.п.), при обрушении строительных конструкций и пр.

Нагрузку на строительную конструкцию невозможно определить, если считать и ее и груз недеформируемыми телами, так как в этом случае задача является неопределенной. Необходимо учесть деформируемость или конструкции, или груза, или того и другого.

Методы расчета нагрузок в предположении, что ударяющее тело линейно-упругое, а конструкция – абсолютно твердая, описаны в гл. 7. Ниже описано определение нагрузок на строительные конструкции при падении грузов с использованием различных предположений относительно свойств груза и преграды.

11.1.2. Падение абсолютно твердого тела на упругую конструкцию

В данном разделе рассматриваются различные способы расчета конструкций при падении на них грузов. Во всех способах груз предполагается абсолютно твердым, а конструкция – в одних линейно-упругой, в других – упругопластической. Приведенные способы расчета могут использоваться и при ударах абсолютно твердых летящих тел.

Свободные колебания конструкции. Будем пренебрегать локальными деформациями преграды в месте удара (их учет был описан в гл. 7). Тогда общую деформацию конструкции и внутренние усилия в ней можно найти, решив задачу о свободных колебаниях конструкции (см. разд. 2.2.1) с начальными условиями, определяемыми следующим образом.

Пусть конструкция схематизирована как дискретная система. Груз с массой m и скоростью v_0 ударяет в ее k -ю точку, где сосредоточена масса m_k . Будем считать, что после удара оно продолжает движение вместе с этой точкой. Тогда, согласно теореме об изменении количества движения системы (см. разд. 6.1.1),

$$mv_0 = (m + m_k)v_k, \quad (11.1)$$

где v_k – скорость, которую приобретает k -я точка. Отсюда

$$v_k = \frac{m}{(m + m_k)}v_0, \quad (11.2)$$

После этого надо рассмотреть свободные колебания конструкции при следующих начальных условиях: перемещения всех точек, а также скорости всех точек, кроме k -й, равны нулю, а скорость k -й точки равна v_k .

Таким же образом можно рассчитать и колебания континуальной системы. Например, примем, что при ударе груза в балку он вызывает перемещения участка, прилегающего к месту соударения. Задавшись законом распределения скоростей внутри этого участка, найдем по теореме о сохранения количества движения начальные скорости его точек (см. разд. 6.1.2). После этого надо решить задачу о свободных колебаниях балки с соответствующими начальными условиями, как описано в разд. 3.2.1.

Отметим, однако, что такое решение обычно является достаточно трудоемким. Кроме того, если закон распределения скоростей на участке соударения задан неудачно, то могут возникнуть проблемы со сходимостью решения для внутренних усилий, которые обсуждались в разд. 3.2.4.

Метод Кокса. Перемещения конструкции можно определить квазистатическим методом с помощью коэффициента динамичности. Способ нахождения последнего на основе энергетических соображений был предложен Коксом в 1849 г. Он рассматривал падение груза на балку с горизонтальной осью (рис. 11.1). Рассмотрим его, следуя [53].

Сначала будем пренебрегать массой балки. Обозначим через v_0 скорость груза при соударении, а через f – наибольший динамический прогиб балки в точке удара. Составим уравнение энергетического баланса:

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgf = \frac{kf^2}{2}. \quad (11.3)$$

Первое слагаемое в левой части – это кинетическая энергия груза в момент первого контакта, второе – последующая работа силы тяжести mg ; правая часть – это потенциальная энергия деформации балки; k – коэффициент ее эквивалентной жесткости, равный отношению силы к перемещению точки ее прило-

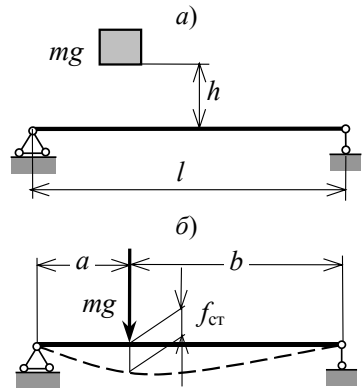


Рис. 11.1. Падение груза на балку:
а – схема балки; б – определение прогиба $f_{ст}$

жения (для балок с различными условиями опирания можно использовать эквивалентные жесткости, приведенные в табл. 4.2, при условии, что эквивалентная масса расположена в точке удара груза).

Решая квадратное уравнение (11.3), находим

$$f = f_{\text{ст}} + \sqrt{f_{\text{ст}}^2 + \frac{mv_0^2}{k}}, \quad (11.4)$$

где

$$f_{\text{ст}} = \frac{mg}{k} \quad (11.5)$$

– прогиб при статическом приложении силы веса mg (рис. 11.1,б). Здесь перед корнем принят только один знак, так как второй (минус) соответствует более позднему состоянию системы – наибольшему прогибу балки вверх при обратном движении.

Коэффициент динамичности – это отношение динамического прогиба к статическому:

$$k_d = \frac{f}{f_{\text{ст}}}. \quad (11.6)$$

Из (11.4) получаем

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{gf_{\text{ст}}}}. \quad (11.7)$$

Если при свободном падении груза пренебречь сопротивлением среды, то $v_0 = \sqrt{2gh}$, т.е.

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{f_{\text{ст}}}}. \quad (11.8)$$

Как видно, даже при $h = 0$, т.е. при падении груза с нулевой высоты, коэффициент динамичности $k_d = 2$. Дело в том, что $h = 0$ означает не статическое нагружение, а внезапное приложение силы веса, при котором статическое перемещение конструкции удваивается. Таким образом, при падении абсолютно твердого груза всегда $k_d \geq 2$. С увеличением жесткости конструкции, т.е. с уменьшением $f_{\text{ст}}$, коэффициент динамичности возрастает.

Описанное решение исключительно просто, но им можно пользоваться лишь в тех случаях, когда масса ударяемой конструкции пренебрежимо мала по сравнению с массой груза. В противном случае вводится эквивалентная масса балки $m_э$, расположенная на одной вертикали с падающим грузом (в табл. 4.2 приведены эквивалентные массы для балок с различными краевыми условиями, которые можно использовать, если показанное расположение массы совпадает с точкой удара). Считается, что после удара эта масса начинает двигаться вместе с грузом. Их совместную скорость v_1 мож-

но определить по теореме о сохранении количества движения, т.е. по формуле (7.15):

$$v_1 = v_0 \frac{m}{m + m_3}. \quad (11.9)$$

Уравнение энергетического баланса (11.3) приобретает вид

$$\frac{(m + m_3)v_1^2}{2} + mgf = \frac{kf^2}{2}. \quad (11.10)$$

Проделав те же выкладки, что и ранее, получим следующие скорректированные выражения для динамического перемещения и коэффициента динамичности:

$$f = f_{ст} + \sqrt{f_{ст}^2 + \frac{f_{ст}v_0^2}{g(1 + m_3/m)}}; \quad (11.11)$$

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{f_{ст}(1 + m_3/m)}}. \quad (11.12)$$

Если удар тела с массой m и скоростью v_0 нанесен не в горизонтальную, а в вертикальную балку, то второе слагаемое в левой части (11.3) отсутствует, а потому

$$k_d = \frac{v_0}{\sqrt{gf_{ст}}}. \quad (11.13)$$

В данной формуле $f_{ст}$ – это прогиб при статическом приложении горизонтальной силы mg . С учетом эквивалентной массы балки

$$f = v_0 \sqrt{\frac{f_{ст}}{g(1 + m_3/m)}}. \quad (11.14)$$

Отметим, во-первых, что при решении данной задачи принято допущение, согласно которому максимальный динамический прогиб конструкции (в данном случае балки) пропорционален статическому. Но, как было показано в разд. 3.1.4, это допущение выполняется не всегда, т.е. изложенное решение является приближенным.

Во-вторых, в приведенных выкладках балка как таковая не фигурирует, а представлена только в виде эквивалентной жесткости и массы. Поэтому полученные формулы для расчета k_d можно использовать для любой конструкции, схематизированной в качестве системы с одной степенью свободы (способы такой схематизации описаны в гл. 4; там же приведены выражения для расчета эквивалентной массы и жесткости).

Пример 1. Определим по методу Кокса эквивалентную статическую нагрузку при падении транспортируемого груза, масса которого $m = 1500$ кг, с высоты $h = 0.5$ м в центр железобетонного пере-

крытия. Оно представляет собой квадратную шарнирно опертую по контуру плиту с размерами сторон $a = b = 6$ м и толщиной $s = 0.4$ м. Плотность бетона $\rho = 2200$ кг/м³, модуль упругости $E = 0.3 \cdot 10^{10}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$.

Представим плиту как эквивалентный линейный осциллятор. По табл. 4.2 находим, что его эквивалентная масса $m_э = 7920$ кг, а эквивалентная жесткость $k_э = 0.49 \cdot 10^9$ Н/м.

Перемещение плиты при статическом приложении веса груза:

$$f_{ст} = \frac{mg}{k_э} = \frac{1500 \cdot 9.8}{0.49 \cdot 10^9} = 0.3 \cdot 10^{-4} \text{ (м)}.$$

Если не учитывать массу перекрытия, то рассчитанный по формуле (11.8) коэффициент динамичности

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{f_{ст}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0.5}{0.3 \cdot 10^{-4}}} = 183.6,$$

а эквивалентная статическая нагрузка

$$F_{э,ст} = k_d mg = 183.6 \cdot 1500 \cdot 9.8 = 0.27 \cdot 10^7 \text{ (Н)}.$$

С учетом эквивалентной массы перекрытия коэффициент динамичности вычисляется по формуле (7.25):

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{f_{ст}(1 + m_э/m)}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0.5}{0.3 \cdot 10^{-4}(1 + 7920/1500)}} = 73.9.$$

Эквивалентная статическая нагрузка

$$F_{э,ст} = k_d mg = 73.9 \cdot 1500 \cdot 9.8 = 0.11 \cdot 10^7 \text{ (Н)}.$$

Таким образом, учет эквивалентной массы перекрытия привел к снижению расчетной нагрузки почти в 2.5 раза. Однако следует иметь в виду, что использование эквивалентной массы $m_э$, вычисленной по табл. 4.2, дает удовлетворительные результаты при достаточно длительной нагрузке, а при ударе эта масса оказывается завышенной. Этот вопрос подробнее обсуждается далее.

Конструкция должна быть спроектирована так, чтобы при действии силы $F_{э,ст}$ она *оставалась упругой*.

Учет отскока груза и неупругих деформаций конструкции. В решении Кокса считается, что удар груза абсолютно неупругий, т.е. после него груз движется вместе с конструкцией, и не принимается во внимание возможность его отскока, хотя в действительности он обычно происходит.

Приведем другое решение, которое позволяет учесть это обстоятельство, а кроме того, рассмотреть неупругие деформации конструкции [135]. Пусть груз массой m падает с высоты h на конструкцию с эквивалентной массой $m_э$. В момент удара скорость гру-

за, как и ранее, $v_0 = \sqrt{2gh}$. Его скорость после удара обозначим через v_1 , а скорость конструкции V_1 .

Запишем равенство кинетической энергии до и после удара:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{m_3 V_1^2}{2}. \quad (11.15)$$

По теореме о сохранении количества движения системы

$$mv_0 = mv_1 + M_3 V_1. \quad (11.16)$$

После удара происходит отскок груза от преграды, высота которого характеризуется коэффициентом восстановления (см. разд. 7.1):

$$e = \frac{V_1 - v_1}{v_0}. \quad (11.17)$$

Если удар абсолютно неупругий, т.е. энергия полностью рассеивается, то после удара груз и конструкция движутся совместно. В этом случае $v_1 = V_1$, т.е. $e = 0$. Наоборот, при абсолютно упругом ударе энергия сохраняется и $V_1 - v_1 = v_0$, т.е. $e = 1$. Значения коэффициента восстановления определяются экспериментально. Их ориентировочные значения даны в табл. 11.1.

Таблица 11.1. Ориентировочные значения коэффициентов восстановления e при ударе [31]

Материал мишени	Материал и форма груза				Мягкие пластические материалы (асфальт, глина, смолы, масла и пр.)
	Твердые металлы (стали, сплавы)		Медь, алюминий, дерево, бетон, камень, твердые пластмассы		
	Шар	Параллелепипед	Шар	Параллелепипед	
Сталь	0.6	0.35	0.4	0.25	0
Бетон	0.35	0.15	0.25	0.1	0
Камень	0.4	0.2	0.3	0.15	0
Дерево	0.55	0.3	0.4	0.2	0
Ксилолит	0.2	0.1	0.1	0.05	0
Асфальт	0	0	0	0	0

Конструкция выдержит удар при условии, что работа ее деформации $A_{\text{деф}}$ (т.е. поглощенная энергия) больше или равна кинетической энергии перекрытия T после удара:

$$A_{\text{деф}} \geq T, \quad (11.18)$$

Найдем величины, входящие в это неравенство.

Из (11.15)–(11.17) найдем скорости конструкции и груза после удара:

$$V_1 = v_0(1 + e) \frac{\Delta_m}{1 + \Delta_m}; \quad (11.19)$$

$$v_1 = v_0 \frac{\Delta_m - e}{1 + \Delta_m}, \quad (11.20)$$

где

$$\Delta_m = \frac{m}{m_3}. \quad (11.21)$$

Кинетическая энергия конструкции, которую необходимо поглотить за счет работы деформации,

$$T = \begin{cases} \frac{m_3 V_1^2}{2} & \text{при } \Delta_m \leq e; \\ \frac{m_3 V_1^2 + m v_1^2}{2} & \text{при } \Delta_m > e. \end{cases} \quad (11.22)$$

Найдем работу деформации конструкции, предполагая деформации упругопластическими. Будем считать, что зависимость «перемещение–сила» выражается диаграммой Прандтля (рис. 11.2). Обозначения на этом рисунке: Q_n – статическая нагрузка, при которой в плите начинаются неупругие перемещения; Y_0 – упругое перемещение точки удара при этой нагрузке; Y_{np} – максимальное перемещение, равное сумме упругого и неупругого перемещений. Кроме этого, обозначим через k_3 вертикальную жесткость конструкции в упругой стадии,

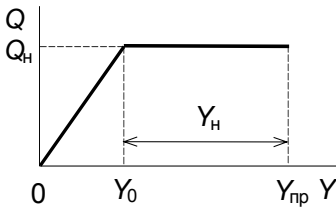


Рис. 11.2. Зависимость между перемещением и силой («диаграмма Прандтля»)

$$k_3 = \frac{Q_n}{Y_0}; \quad (11.23)$$

K – коэффициент пластичности, равный отношению неупругого перемещения к упругому:

$$K = \frac{Y_{np}}{Y_0}. \quad (11.24)$$

Допускаемые значения K приведены в гл. 1.

Работа деформации плиты

$$A_{\text{деф}} = \frac{Q_n Y_0}{2} + Q_n (Y_{np} - Y_0) = \frac{Q_n^2}{k_3} (K - 0.5). \quad (11.25)$$

Следовательно, сила Q_n и работа $A_{\text{деф}}$ связаны соотношением

$$Q_n = \sqrt{\frac{A_{\text{деф}} k_3}{K - 0.5}}. \quad (11.26)$$

Таким образом, вычислив, согласно (11.22), кинетическую энергию плиты T и приравняв ее работе деформации $A_{\text{деф}}$, можно затем найти по формуле (11.26) силу Q_n . Если рассчитать конструкцию *в предположении ее упругой работы* на эквивалентную статическую нагрузку $F_{\text{э,ст}} = Q_n$, то ее *фактические неупругие перемещения* будут соответствовать коэффициенту пластичности K . При этом железобетонная конструкция должна быть спроектирована так (размеры сечения, класс бетона, процент армирования), *чтобы неупругие перемещения были возможны*. Условия этого приведены в гл. 1.

Остановимся на вопросе о задании эквивалентной массы конструкции m_3 , используемой при расчете кинетической энергии. Способы ее определения были изложены в разд. 4.1, где они основаны на задании приближенной формы перемещений конструкции. Однако перемещение всей конструкции происходит в случае действия достаточно длительной и плавно изменяющейся нагрузки. При ударе же груза время его взаимодействия с преградой очень мало, и поэтому сначала в движении приходит только ближайшая периферия точки удара, и лишь позднее развиваются перемещения остальной части конструкции. По этой причине при определении эквивалентной статической нагрузки $F_{\text{ст}}$ эквивалентная масса m_3 должна быть меньше, чем указанная в разд. 4.1. В [135] предлагается принимать ее равной массе части конструкции в пределах «пятна удара», увеличенного по контуру на половину толщины конструкции $s/2$. При этом полученный размер не должен превосходить половину пролета, в который нанесен удар.

Пример 2. Определим эквивалентную статическую нагрузку при тех же условиях, что в примере 1. Будем считать, что груз ударяет в перекрытие плоским торцом диаметром $d = 0.5$ м.

Эквивалентная масса конструкции

$$m_3 = \rho s \frac{\pi(d + 2 \cdot s/2)^2}{4} = 2200 \cdot 0.4 \frac{\pi(0.5 + 2 \cdot 0.4/2)^2}{4} \approx 560 \text{ (кг)}.$$

Отношение масс груза и плиты

$$\Delta_m = \frac{m}{m_3} = \frac{1500}{560} = 2.68.$$

По табл. 11.1 определяем, что при ударе плоского стального груза о бетонную преграду коэффициент отскока $e = 0.15$.

Скорость груза в момент удара

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 0.5} = 3.13 \text{ м/с}.$$

Скорость перекрытия после удара находим по формуле (11.19):

$$V_1 = v_0(1 + e) \frac{\Delta_m}{1 + \Delta_m} = 3.13 \cdot (1 + 0.15) \frac{2.68}{1 + 2.68} = 2.62 \text{ (м/с)},$$

а скорость панели – по формуле (11.20):

$$v_1 = v_0 \frac{\Delta_m - e}{1 + \Delta_m} = 3.13 \cdot \frac{2.68 - 0.1}{1 + 2.68} = 2.19 \text{ (м/с)}.$$

Поскольку $\Delta_m > e$, кинетическая энергия после удара вычисляется по второй из формул (11.22):

$$T = \frac{m_3 V_1^2 + m v_1^2}{2} = \frac{560 \cdot 2.62^2 + 1500 \cdot 2.19^2}{2} = 5519 \text{ (Н·м)}.$$

Считая эту энергию равной работе деформации конструкции $A_{\text{деф}}$, найдем по формуле (11.26) нагрузку Q_n , которую примем за эквивалентную статическую нагрузку $F_{\text{э,ст}}$ на перекрытие. Как и в примере 1, его эквивалентная жесткость $k_3 = 0.49 \cdot 10^9$ Н/м.

Сначала найдем нагрузку, считая, что перекрытие после удара остается упругим (коэффициент пластичности $K = 1$):

$$F_{\text{э,ст}} = \sqrt{\frac{A_{\text{деф}} k_3}{K - 0.5}} = \sqrt{\frac{5519 \cdot 0.49 \cdot 10^9}{1 - 0.5}} = 0.23 \cdot 10^7 \text{ (Н)}.$$

Эта нагрузка меньше, чем была получена в примере 1 по методу Кокса без учета массы плиты, но больше, чем с ее учетом. Причина последнего отличия в том, что в примере 1 эквивалентная масса была более чем в 14 раз больше, чем в данном примере.

Теперь определим эквивалентную нагрузку, рассчитав на которую плиту в *упругой стадии*, в действительности получим в ней *неупругие* перемещения, при которых коэффициент пластичности равен K . Поскольку плита шарнирно оперта по контуру, примем значение $K = 3$, как для шарнирно опертой балки по нормам [29].

$$F_{\text{э,ст}} = \sqrt{\frac{A_{\text{деф}} k_3}{K - 0.5}} = \sqrt{\frac{5519 \cdot 0.49 \cdot 10^9}{3 - 0.5}} = 0.1 \cdot 10^7 \text{ (Н)}.$$

Полученная нагрузка несколько меньше, чем по методу Кокса с учетом присоединенной массы перекрытия.

Методика «верхней оценки действия удара»* (ВОДУ). В предыдущем разделе предполагалось, что неупругие перемещения в конструкции происходят по тем же шарнирам пластичности, что и при статическом нагружении. Но при ударе твердого груза неупругие перемещения сначала происходят в непосредственной близости от точки удара, и лишь затем шарниры пластичности распространяются по конструкции. При этом время действия нагрузки при ударе очень мало и соизмеримо со временем формирования шарниров пластичности.

* В [115, 135] этот способ именуется *Upper Bound Impact Theory (UBIT)*.

Далее описан уточненный способ расчета на удар твердого груза [115, 135], основанный на следующих соображениях.

В гл. 7 приведено решение Сен-Венана и Буссинеска, из которого определяется давление по площади контакта линейно-упругого тела (стержня) при ударе в недеформируемую преграду:

$$\sigma = v_0 \rho c, \quad (11.27)$$

где v_0 – скорость ударяющего тела; ρ – плотность его материала; c – скорость звука в нем:

$$c = \sqrt{E/\rho}, \quad (11.28)$$

E – модуль упругости материала тела.

Длительность действия нагрузки при ударе

$$t_{\text{уд}} = 2l/c, \quad (11.29)$$

где l – длина тела.

Сила взаимодействия тела с преградой представляет собой прямоугольный импульс с постоянной величиной

$$F_{\text{уд}} = \sigma A \quad (11.30)$$

и длительностью $t_{\text{уд}}$.

Если T_1 – период колебаний по первой моде, а Q_n – сила, при которой начинаются неупругие перемещения (см. рис. 11.2), то при выполнении условий

$$t_{\text{уд}} \geq T_1/2 \text{ и } F_{\text{уд}}/Q_n \leq 1.2 \quad (11.31)$$

движение конструкции будет происходить в основном по первой моде. В этом случае применимы методы, описанные в предыдущих разделах данной главы, а также в гл. 4 и 5.

При невыполнении условий (11.31) либо удар сначала вызовет движение ближайшей к нему области конструкции, либо конфигурация конструкции при движении будет сильно отличаться от собственной формы (при жестком ударе более вероятно последнее). В этом случае сначала образуются шарниры пластичности в непосредственной близости от места удара (далее для краткости они именуется «локальными») и лишь затем, после окончания действия силы, они распространятся на всю конструкцию и примут форму, как при статической нагрузке («статические» шарниры).

Это обстоятельство и учитывается методикой ВОДУ, согласно которой сначала проверяют, произойдет ли разрушение преграды по локальным шарнирам, и только если нет, то производится проверка ее перемещений по статическим шарнирам.

То, что данная методика обеспечивает именно *верхнюю оценку* действия удара, обусловлено несколькими допущениями:

- предполагается, что кинетическая энергия тела поглощается только за счет работы в шарнирах пластичности;
- в течение удара сохраняются количество движения и энергия;
- при определении неупругих перемещений в конструкции не учитывается энергия ее упругих деформаций;
- не учитывается упрочнение материала конструкции.

Продемонстрируем методику ВОДУ на двух примерах: удар в центр балки и в центр плиты.

Удар груза в центр балки. Заменяем реальный груз эквивалентной призмой, имеющей те же объем, длину и свойства материала. Ширина торца, которым нанесен удар, равна b ; высота сечения балки в точке удара – s . Считаем, что при действии силы $F_{уд}$ сначала образуются локальные шарниры пластичности на участке шириной $\pm u$ от точки удара. Если $M_{пр}$ – предельный изгибающий момент, при котором начинаются неупругие деформации, то [115, 135]

$$u = \frac{12M_{пр}}{F_{уд}}. \quad (11.32)$$

Можно принять минимальный размер u , как при нахождении эквивалентной массы в предыдущем разделе, а именно:

$$u = \frac{b+s}{2}, \quad (11.33)$$

но не более половины пролета балки.

Запишем условие равенства импульса силы количеству движения балки. Если считать, что скорость точек балки линейно убывает от значения V в середине участка до нуля на его концах, то

$$F_{уд} t_{уд} = \mu(2u) \frac{V}{2}, \quad (11.34)$$

где μ – масса единицы длины балки. Отсюда получаем скорость середины участка

$$V = \frac{F_{уд} t_{уд}}{\mu u}. \quad (11.35)$$

Примем дополнительно допущение, что в течение времени действия нагрузки скорость увеличивается линейно, т.е. ускорение балки постоянно. Обозначим $Y_{лок}$ перемещение центра участка. Тогда

$$Y_{лок} = \frac{V t_{уд}}{2} = \frac{F_{уд} t_{уд}^2}{2\mu u}, \quad (11.36)$$

а угол поворота в центральном шарнире

$$\psi_{лок} = \frac{2Y_{лок}}{u}. \quad (11.37)$$

Если этот угол превосходит допустимое значение, указанное в гл. 1, то следует считать, что разрушение балки произошло по локальным шарнирам, т.е. уже в процессе удара.

В противном случае после окончания действия нагрузки шарниры пластичности распространяются к опорам, т.е. превращаются из локальных в статические. Для того чтобы найти максимальное неупругое перемещение по ним Y_n , приравняем работу силы $F_{уд}$ на перемещении $Y_{лок}$ (которая равна импульсу силы) работе предельной силы Q_n на неупругом перемещении Y_n (см. рис. 11.2):

$$F_{уд}Y_{лок} = Q_n Y_n. \quad (11.38)$$

Отсюда

$$Y_n = \frac{F_{уд} Y_{лок}}{Q_n}. \quad (11.39)$$

По величине Y_n вычисляется коэффициент пластичности K . В соответствии со сделанными выше допущениями, при нахождении Y_n в запас не учитывалась работа упругих деформаций балки. Тем не менее при нахождении коэффициента пластичности K необходимо включить ее упругое перемещение Y_0 :

$$K = \frac{Y_0 + Y_n}{Y_0}. \quad (11.40)$$

Для определения того, достаточна ли несущая способность балки, надо сравнить K с допустимым значением, приведенным в гл. 1.

Удар груза в центр защемленной по контуру круглой плиты. Радиус плиты r_n (рис. 11.3). Заменим реальный груз эквивалентным круговым цилиндром с теми же объемом, длиной и свойствами материала. Радиус цилиндра a .

Процедура анализа не отличается от использованной для балки, поэтому далее без вывода приведены только основные соотношения, обоснование которых можно найти в [115].

При ударе нагрузка $F_{уд}$, найденная по формуле (11.30), распределена по кругу с радиусом a . Длительность нагрузки $t_{уд}$ вычисляется согласно (11.29). В этот момент времени, т.е. в конце действия нагрузки, скорость

$$V = \frac{12M_{пр} t_{уд}}{\mu} \left[\frac{F_{уд}/(Q_n B) - 1}{\sigma(3r_2^2 - r_1^2)} \right], \quad (11.41)$$

перемещение центральной точки

$$Y_{лок} = \frac{V t_{уд}}{2}, \quad (11.42)$$

где Q_n – сила, соответствующая переходу в неупругую стадию. Если плита равномерно армирована, а радиус a мал по сравнению с ее радиусом r_n , эта сила равна

$$Q_n = 4\pi M_{пр}, \quad (11.43)$$

где $M_{пр}$ – то же, что в (11.32). Другие обозначения в (11.41): μ – масса единицы площади плиты; r_1 и r_2 – радиусы перегиба и кругового шарнира пластичности;

$$\sigma = \frac{1}{1 + \ln(r_2/r_1)}; \quad B = 1 - 2a/(3r_s), \quad (11.44)$$

где r_s – радиус перегиба при статическом приложении силы Q_n .

Радиусы r_1 и r_2 определяются по графикам на рис. 11.4. Величина r_s определяется путем численного решения уравнения

$$2a[1 + \ln(r_n/r_s)] = 3r_s. \quad (11.45)$$

Если радиус a мал по сравнению с радиусом r_n , то $r_s \approx 2a$.

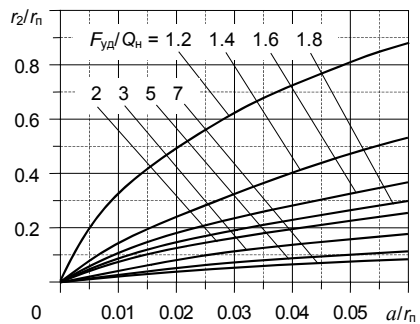
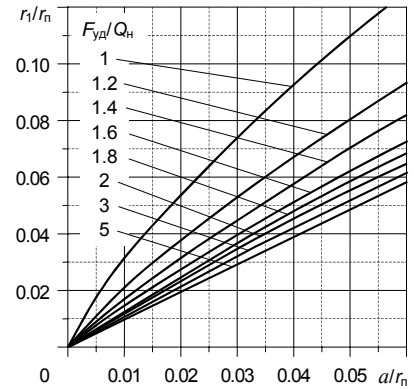
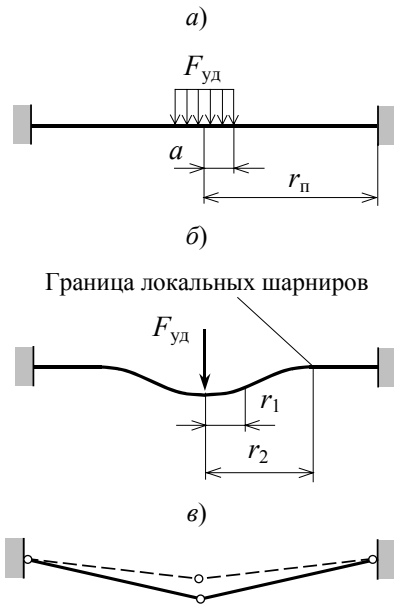


Рис. 11.4. К определению r_1 и r_2

Рис. 11.3. Защемленная по контуру круглая плита при действии удара: а – нагрузка при ударе; б – перемещения при локальных шарнирах пластичности; в – перемещения при статических шарнирах пластичности

После того, как найдено перемещение $Y_{лок}$, можно по формуле (5.89) вычислить угол поворота ψ_{max} в кольцевом шарнире пластичности. Если он больше допускаемой величины, приведенной в гл. 1, то это значит, что разрушение плиты произошло уже в процессе удара.

Если ψ_{\max} меньше допустимого значения, то локальные шарниры пластичности, распространяясь до границ плиты, преобразуются в статические. В этом случае дальнейшая проверка несущей способности выполняется так же, как для балки: находим, согласно (11.39), максимальное неупругое перемещение и по нему вычисляем коэффициент пластичности или угол поворота в шарнире, которые сравниваются с допустимыми значениями.

В заключение отметим, что хотя приведенная методика получена для круглой плиты, ее можно применить и для плит иной формы. Для этого надо считать, что радиус круглой плиты равен радиусу вписанной окружности.

11.1.3. Падение разрушающегося груза на недеформируемую преграду

Будем использовать то же допущение, что в гл. 8, а именно: что падающее тело является жесткопластическим стержнем, масса и нагрузка разрушения которого зависят от длины.

Процедуру определения нагрузки продемонстрируем на примере падения железобетонной стеновой панели на нижележащую конструкцию [10]. Такая задача возникает, если, например, помещения, важные для безопасности АЭС, расположены внутри неотвественного здания, которое может быть разрушено экстремальным воздействием (землетрясением, взрывом и пр.). Тогда требуется определить нагрузки от падающих обломков на внутреннюю, ответственную часть.

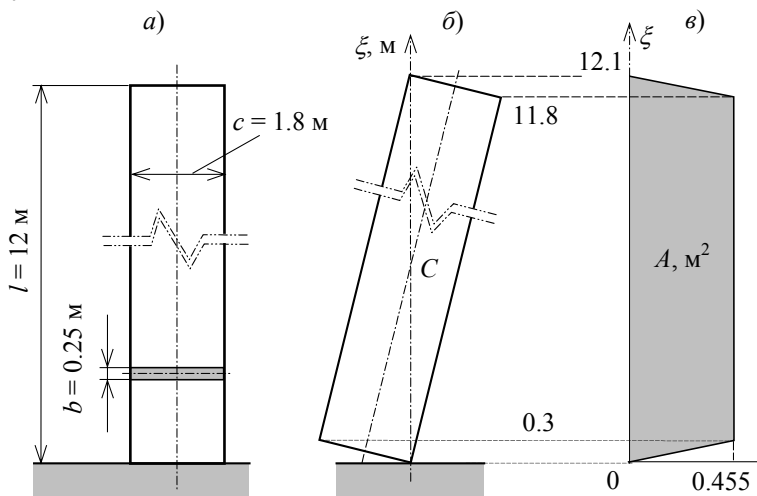


Рис. 11.5. Схема падения железобетонной панели: а – удар торцом; б – удар углом; в – закон изменения расчетной площади при ударе углом

Панель (рис. 11.5) имеет массу $m = 6800$ кг, длину $l = 12$ м, размеры сечения $b = 0.25$ м, $c = 1.8$ м. Призматическая прочность бетона $R_b = 7.5 \cdot 10^6$ Па, плотность $\rho = 1270$ кг/м³. Высота падения $H = 18$ м.

Будем считать преграду, на которую падает панель, недеформируемой. В разд. 7.2 показано, что конструкция из бетона В-25 с прочностью $R_b = 0.18 \cdot 10^8$ Па разрушается при падении с высоты уже 0.25 м. Прочность материала рассматриваемой панели меньше, а высота падения – больше указанных, поэтому при ударе о преграду она будет разрушаться.

Схематизируем панель как жесткопластический стержень и для расчета нагрузки на преграду воспользуемся формулами, приведенными в гл. 8. Для простоты будем считать, что панель движется по ступательно, т.е. в момент удара не имеет угловой скорости.

В момент удара скорость панели

$$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2g \cdot 18} = 18.8 \text{ (м/с)}. \quad (11.46)$$

1. Сначала рассмотрим *удар панели торцом* (рис. 11.5,а). В этом случае можно рассматривать ее как стержень с погонной массой и прочностью, постоянными по длине, и воспользоваться формулами, приведенными в разд. 8.1.3.

Погонная масса панели

$$\mu_1 = \frac{m}{l} = \frac{6800}{12} = 566.7 \text{ (кг/м)}; \quad (11.47)$$

разрушающая продольная сила

$$P_1 = bcR_b = 1.8 \cdot 0.25 \cdot 7.5 \cdot 10^6 = 0.34 \cdot 10^7 \text{ (Н)}. \quad (11.48)$$

Предварительно предположим (а потом проверим справедливость этого предположения), что отношение максимального перемещения панели к ее длине $\xi_{\max}/l \ll 1$, и вычислим ускорение a по формуле (8.36) при $\alpha = \pi/2$ (вертикальный удар):

$$a = g \sin \alpha - \frac{P_1}{m} = 9.8 - \frac{0.34 \cdot 10^7}{6800} = -490.2 \text{ (м/с}^2\text{)}. \quad (11.49)$$

Согласно (8.41), максимальное перемещение панели

$$\xi_{\max} = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{18.8^2}{2 \cdot (-490.2)} = 0.36 \text{ (м)}. \quad (11.50)$$

Таким образом,

$$\frac{\xi_{\max}}{l} = \frac{0.36}{12} = 0.03 \ll 1. \quad (11.51)$$

Как видно, сделанное нами предположение справедливо, т.е. использование упрощенных формул допустимо. Время действия динамической нагрузки вычислим по формуле (8.40):

$$t_{\max} = -\frac{v_0}{a} = -\frac{18.8}{-490.2} = 0.038 \text{ (с)}. \quad (11.52)$$

При $t \leq t_{\max}$, т.е. пока $\dot{\xi}(t) \geq 0$, динамическая нагрузка определяется согласно (8.39):

$$\begin{aligned} R(t) &= P_1 + \frac{\mu_1}{2} [t(at + 2v_0)g \sin \alpha + 2(at + v_0)^2] = \\ &= (135t^2 - 10.3t + 3.6) \cdot 10^6 \text{ (Н)}. \end{aligned} \quad (11.53)$$

При $t > t_{\max}$ нагрузка постоянна,

$$R = gm \sin \alpha = 9.8 \cdot 6800 \cdot 1 = 0.67 \cdot 10^5 \text{ (Н)}. \quad (11.54)$$

Таким образом, нагрузка на преграду представляет собой кратковременный импульс с максимальным значением $R_{\max} = 3.5 \cdot 10^6$ Н (при $t = 0$) и минимальным $R_{\min} \approx P_1 = 3.3 \cdot 10^6$ Н (при $t = t_{\max}$). Закон изменения нагрузки показан на рис. 3.26. Она равномерно распределена по площади пятна удара 0.25×1.8 м.

Поскольку максимум и минимум силы мало отличаются, импульс можно приближенно считать прямоугольным с величиной $(3.5 \div 3.3) \cdot 10^6$ Н и длительностью 0.04 с. По окончании действия динамической нагрузки на преграду действует сила веса панели $Q = 0.67 \cdot 10^5$ Н.

Отметим, что основной вклад в нагрузку вносит первое слагаемое в (11.53), т.е. сила разрушения панели. Ввиду малости скорости удара максимальная добавка от второго слагаемого составляет 6%. Это отличается от удара скоростного самолета, рассмотренного в разд. 8.2.3 (см. рис. 8.23), где основной вклад в нагрузку дает динамическая часть, а прочность летящего тела влияет мало.

На рис. 11.6 показана также нагрузка при падении панели с меньшей высоты, а именно: $H = 6$ м. Скорость удара составляет $v_0 = 10.8$ м/с. Длительность нагрузки сократилась до $t_{\max} = 0.022$ с. До момента остановки панели нагрузка на преграду

$$R(t) = (315t^2 - 5.95t + 3.4) \cdot 10^6 \text{ (Н)}, \quad (11.55)$$

а после остановки постоянна и равна (11.54). Таким образом, длительность нагрузки уменьшилась, но величина изменилась незначи-

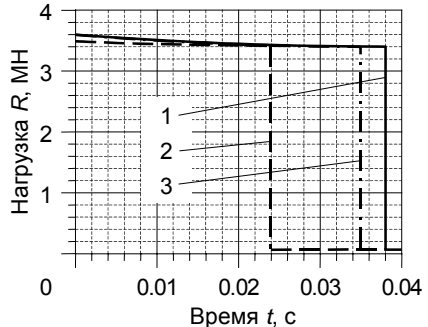


Рис. 11.6. Нагрузка на преграду при ударе панели торцом:

- 1 – падение с высоты 18 м на недеформируемую преграду; 2 – то же с высоты 6 м; 3 – падение с высоты 18 м на податливую преграду

тельно. Причина заключается в том, что, как было отмечено ранее, основной вклад в динамическую нагрузку дает сила разрушения панели, т.е. первое слагаемое в (11.53), не зависящее от скорости.

2. Теперь предположим, что удар нанесен углом (см. рис. 11.1,б). В этом случае можно воспользоваться формулами (8.43)–(8.56) для стержня с линейно изменяющимися массой и прочностью.

Пусть панель падает с высоты $H = 6$ м, т.е. ее скорость $v_0 = 10.8$ м/с. Для простоты добавим к сделанным выше допущениям еще одно: в момент удара панель не только не имеет угловой скорости, но и ее центр тяжести находится над точкой удара. Тогда она будет двигаться поступательно, не теряя энергию за счет вращения, а потому нагрузка на преграду будет максимальной.

Длина эквивалентного стержня $l = 12.1$ м (см. рис. 11.5,е). Площадь его поперечного сечения

$$A(\xi) = \begin{cases} 1.52\xi & \text{при } 0 \leq \xi \leq 0.3; \\ 0.455 & \text{при } 0.3 \leq \xi \leq 11.8; \\ -1.52\xi + 18.15 & \text{при } 11.8 \leq \xi \leq 12.1. \end{cases} \quad (11.56)$$

Закон изменения силы разрушения панели:

$$P(\xi) = R_b A(\xi) = 7.5 \cdot 10^6 A(\xi) \text{ (Н)}, \quad (11.57)$$

погонная масса

$$\mu(\xi) = \rho A(\xi) = 1270 A(\xi) \text{ (кг/м)}. \quad (11.58)$$

Предположим (а потом проверим это), что величина перемещения не превзойдет 0.3 м. Тогда

$$A(\xi) = 1.52\xi, \quad (11.59)$$

т.е. прочность и погонная масса линейно зависят от ξ :

$$P(\xi) = 7.5 \cdot 10^6 \cdot 1.52\xi = 11.4 \cdot 10^6 \xi \text{ (Н)}; \quad (11.60)$$

$$\mu(\xi) = 1270 \cdot 1.52\xi = 1930\xi \text{ (кг/м)}. \quad (11.61)$$

Ведем обозначения в соответствии с (8.42):

$$a_p = 11.4 \cdot 10^6 \text{ Н/м}; \quad a_\mu = 1930.4 \text{ кг/м}^2. \quad (11.62)$$

Найдем величины, входящие в формулы (8.43)–(8.56). Согласно (8.43), масса смятой части

$$m_1(\xi) = \frac{a_\mu \xi^2}{2} = 965.2 \xi^2. \quad (11.63)$$

При $\xi \leq 0.3$ м масса смятой части $m_1(\xi) \leq 87$ кг, т.е. много меньше полной массы панели. Поэтому изменением массы движущейся части панели в процессе удара можно пренебречь, т.е. воспользоваться формулами (8.49)–(8.56). Найдем, согласно (8.51) и (8.54), параметры ω и γ :

$$\omega = \sqrt{\frac{a_p}{m}} = \sqrt{\frac{11.4 \cdot 10^6}{6800}} = 40.9, \quad (11.64)$$

$$\gamma = \arctg \frac{g}{v_0 \omega} = \arctg \frac{9.8}{10.8 \cdot 40.9} = 0.022. \quad (11.65)$$

В соответствии с (8.50) и (8.55) перемещение и скорость панели:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{\omega^2} [\sqrt{v_0^2 \omega^2 + g^2} \sin(\omega t - \gamma) + g \sin \alpha] = \\ &= 0.26 \sin(40.9t - 0.022) + 0.59 \cdot 10^{-2}; \end{aligned} \quad (11.66)$$

$$\dot{\xi} = \frac{1}{\omega} \sqrt{v_0^2 \omega^2 + g^2} \cos(\omega t - \gamma) = 10.8 \cos(40.9t - 0.022). \quad (11.67)$$

Движение панели прекратится при $\dot{\xi} = 0$, т.е. если

$$40.9t_{\max} - 0.022 = \frac{\pi}{2}. \quad (11.68)$$

Отсюда находим максимальное время движения:

$$t_{\max} = \frac{1}{40.9} \left(\frac{\pi}{2} + 0.022 \right) = 0.039 \text{ (с)}. \quad (11.69)$$

Подставив t_{\max} в (11.66), найдем, что максимальное перемещение панели 0.27 м, т.е. меньше чем 0.3 м. Следовательно, использование формул для случая линейно изменяющихся массы и прочности правомерно.

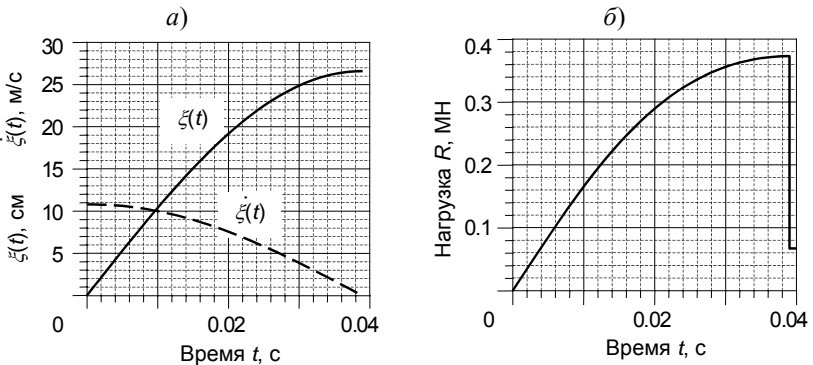


Рис. 11.7. Удар панели углом:

a – перемещение и скорость панели; *б* – нагрузка на преграду

Нагрузка на преграду вычисляется по формуле (8.7). Подставив в нее найденные значения, получим закон изменения нагрузки при $\dot{\xi}(t) \geq 0$, т.е. при $t \leq t_{\max}$:

$$R(t) = P[\xi(t)] + gm_1[\xi(t)] \sin \alpha + \dot{\xi}^2(t) \mu[\xi(t)] =$$

$$= 1.4 \cdot 10^6 \xi(t) [1 + 0.16 \cos^2(40.9t - 0.022)] + 9459 \xi^2(t), \quad (11.70)$$

где $\xi(t)$ выражается согласно (11.66).

Полученные законы изменения скорости и перемещений панели показаны на рис. 11.7,а, а нагрузка на преграду – на рис. 11.7,б.

Сравнение нагрузок при ударе торцом (см. рис. 11.6) и углом (см. рис. 11.7,б) показывает, что они существенно отличаются как по величине, так и по характеру. При ударе углом максимальное значение нагрузки меньше, а длительность – больше. Кроме того, нагрузка достигает максимума не мгновенно, а нарастает плавно. В то же время при ударе торцом нагрузка распределена по постоянной площади 0.45 м^2 , а при ударе углом площадь возрастает от 0 до 0.41 м^2 , т.е. нагрузка ближе к сосредоточенной.

Если панель ударится углом, падая с большей высоты, то перемещение ξ превзойдет 0.3 м. В этом случае сначала нагрузку следует определять, как для стержня с линейно изменяющейся массой и жесткостью. В тот момент времени, когда $\xi = 0.3 \text{ м}$, надо вычислить скорость панели и далее определять нагрузку, как для стержня с постоянными характеристиками.

11.1.4. Падение разрушающегося груза на податливую преграду

При ударе панели в недеформируемую преграду вся ее кинетическая энергия расходуется на собственную деформацию. Если панель падает на перекрытие, которое считается недеформируемым, то, рассчитав его на вычисленную таким образом нагрузку, мы тем самым добавим энергию его деформации, т.е. завысим общую энергию системы «плита–перекрытие». Таким образом, задание нагрузки в предположении, что преграда недеформируемая, обеспечивает определение прочности с запасом.

В качестве примера влияния податливости преграды определим нагрузку при падении железобетонной стеновой панели на кровельное перекрытие находящегося рядом сооружения (бункера гражданской обороны). Размеры панели и высота падения – те же, что в разд. 11.1.3. Перекрытие, на которое падает панель, представляет собой горизонтальную прямоугольную, жестко защемленную по контуру железобетонную плиту с размерами в плане $12 \times 12 \text{ м}$ и толщиной 0.3 м. Материал – бетон класса В25, армирование симметричное. Динамические характеристики бетона и арматуры заданы по нормам [29]. Общая масса плиты 108 000 кг. Предполагается, что удар нанесен малым торцом панели в центр перекрытия.

Заменим плиту перекрытия эквивалентным линейным осциллятором (см. рис. 8.7). Его динамические характеристики, определенные по методике, изложенной в разд. 4.1, следующие: круговая частота $\omega_3 = 81.8 \text{ рад/с}$ (13 Гц); эквивалентная масса $m_3 = 14708 \text{ кг}$; жесткость $k_3 = 0.98 \cdot 10^8 \text{ Н/м}$.

Совместное движение панели и плиты перекрытия рассчитано путем численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (8.79), (8.80). Время, в течение которого происходит смятие панели, составило $t_{\max} = 0.035$ с, а длина разрушенной части $\xi_{\max} = 0.274$ м. Закон изменения нагрузки показан на рис. 11.6. Ее начальное значение – 3.58 МН, а в конце смятия панели – 3.41 МН. Сравнивая с нагрузкой при ударе в недеформируемую преграду, показанную на том же рисунке, видим, что величина нагрузки практически не изменилась, но сократилась ее длительность.

Если удар панели пришелся не в центр плиты, а ближе к опоре, то эквивалентная частота плиты ω_3 будет выше, т.е. плита станет ближе к недеформируемой преграде. Так, при ударе в точку на расстоянии $\frac{1}{4}$ пролета от опор частота $\omega_3 = 101.7$ рад/с (16.2 Гц). Соответствующая эквивалентная масса осциллятора $m_3 = 16717$ кг; эквивалентная жесткость $k_3 = 0.17 \cdot 10^9$ Н/м. Нагрузка, рассчитанная при этих характеристиках, оказывается практически такой же, как при ударе в недеформируемую преграду

11.1.5. Сравнение расчетных нагрузок на конструкцию при разных исходных предположениях

Расчетная нагрузка на ударяемую конструкцию может быть определена с использованием разных исходных предположений. В табл. 11.2 сопоставлены расчетные нагрузки и изгибающие моменты в перекрытии при трех вариантах таких предположений. Они соответствуют падению панели, рассмотренной в разд. 11.1.2 и 11.1.3, с высоты 18 м на перекрытие, динамические характеристики которого приведены в разд. 11.1.2.

Таблица 11.2. Расчетная нагрузка на перекрытие при разных исходных предположениях

Номер варианта и исходные предположения	Метод расчета	Эквивалентная статическая нагрузка, МН	Максимальные моменты, МН·м	
			M_x	M_y
1. Панель – абсолютно твердое тело, плита податливая	Квазистатический	8.7	153.2	202.9
2. Панель разрушается при ударе, плита недеформируемая	Квазистатический	6.8	119.7	159.1
3. Одновременное разрушение панели и перемещение плиты	Динамический	–	117.8	156.6

Вариант 1 исходных предположений: конструкция линейно-упругая, а падающее тело – абсолютно твердое. В этом случае расчетная эквивалентная статическая нагрузка равна произведению веса

тела на коэффициент динамичности, определяемый по методу Кокса, как описано в разд. 7.3, и составила 8.7 МН.

Вариант 2 исходных допущений: перекрытие – недеформируемое, а панель разрушается при ударе. В такой постановке динамическая нагрузка на перекрытие определена в разд. 11.1.2 (см. рис. 11.7). Приблизительно ее можно считать прямоугольным импульсом с максимальным значением $R \approx 3.4 \cdot 10^6$ Н и длительностью $\tau = 0.039$ с. Проверку прочности перекрытия можно выполнить на эквивалентную статическую нагрузку, равную произведению значения R на коэффициент динамичности, который определяется по графику на рис. 4.9 (импульс № 1) или по формуле, приведенной в табл. 4.3. При указанной длительности импульса и эквивалентной круговой частоте $\omega_3 = 81.8$ рад/с коэффициент динамичности равен 2, а эквивалентная статическая нагрузка – 6.8 МН. Соответствующие изгибающие моменты в плите приведены в табл. 11.2.

Вариант 3 исходных предположений: одновременно происходят разрушение панели и перемещения плиты. Нагрузка, найденная при этих допущениях, показана на рис. 11.7, но ее непосредственное сравнение с нагрузками при других допущениях некорректно. Дело в том, что плита, на которую падает панель, движется не только в течение времени смятия последней, т.е. пока действует нагрузка, но и после его окончания. Расчет показывает, что перемещение плиты прекращается, а следовательно, внутренние усилия достигают максимума при $t_{пл} = 0.037$ с, в то время как длительность нагрузки составляет 0.035 с. Поэтому закон изменения нагрузки, показанный на рис. 11.7, нельзя использовать для квазистатического расчета с помощью коэффициента динамичности, а следует определять максимальные внутренние усилия в плите посредством динамического расчета. Полученные таким образом изгибающие моменты в плите приведены в табл. 11.2

Приведенные результаты расчетов прежде всего показывают, что динамическая нагрузка при ударе панели очень велика: она в десятки раз превосходит ее вес. Сопоставление результатов, полученных разными способами, позволяет сделать следующие выводы.

При расчете по варианту 1 коэффициент динамичности и, следовательно, эквивалентная статическая нагрузка будут тем больше, чем ближе удар к опоре, так как повышается эквивалентная жесткость плиты (см. конец разд. 11.1.3).

По варианту 2 эквивалентная статическая нагрузка не зависит от места удара. В рассмотренном примере она оказалась меньше, чем по варианту 1.

При этом, однако, следует иметь в виду, что хотя по обоим этим способам расчетная нагрузка получена с использованием коэффициента динамичности, но на него умножаются разные величины: по

№ 1 – вес падающей панели, а по № 2 – нагрузка ее разрушения. При иных высоте падения, прочности панели, жесткости преграды и других параметрах соотношение между этими нагрузками может оказаться обратным. Поэтому прочность преграды *следует проверить на меньшее из значений, полученных этими двумя способами*. Действительно, если при расчете по варианту 1 нагрузка оказалась меньше, чем сила разрушения летящего тела, то его разрушения и не произойдет. В противном случае неверно допущение, что вся кинетическая энергия тела расходуется на деформацию преграды, на котором основан вариант 1.

Нагрузку, найденную по варианту 3, невозможно непосредственно сравнить с первыми двумя, поскольку, как отмечено ранее, плита продолжает движение и после окончания ее действия. Их можно сопоставить по величине максимальных моментов (при ударе в центр плиты), приведенных в табл. 11.2.

Наименьшие значения моментов получаются по варианту 3, а наибольшие – по № 1. При рассмотренном примере разница в результатах между вторым и третьим вариантами незначительна, но при более податливой преграде она может оказаться больше. В то же время при ударе ближе к краю плиты ввиду более высокой эквивалентной жесткости разница почти отсутствует.

Расчеты по всем трем вариантам выполнены в предположении, что преграда (плита) остается в пределах упругих деформаций. Ее материалоемкость можно уменьшить, если допустить работу за пределами упругости. Пример такого расчета применительно к удару самолета приведен в разд. 16.4.

11.2. Падение грузов в резервуары и бассейны

11.2.1. Постановка задачи

На АЭС имеются резервуары и бассейны, заполненные водой. К наиболее важным из них относятся: бассейн выдержки, куда помещаются отработавшие тепловыделяющие элементы (ТВЭЛы), извлеченные из реактора при его ежегодной перегрузке; бассейн в станционном хранилище отработанного топлива, где ТВЭЛы хранятся до тех пор, пока из них практически не прекратится тепловыделение; колодец, в котором под слоем воды производится загрузка ТВЭЛов в герметичный контейнер для перевозки из здания реактора в хранилище отработанного топлива. Эти резервуары и бассейны выполнены в виде полостей в железобетонных строительных конструкциях. Утечка жидкости из них не допускается, так как находящаяся в них вода радиоактивна. Может понадобиться перемещать над ними тяжелые грузы, что чревато аварийной ситуацией – обрывом и падением груза в воду. При его ударе о воду в ней распространяется упругая волна, в результате чего повышается давление на сам груз, на стенки и дно бассейна. Кроме этого, происходит

всплеск воды при ударе, а затем может произойти выброс или перелив через край бассейна вытесняемой воды. Наконец, происходит соударение груза с дном бассейна или выступами на нем.

В связи с этим для обеспечения безопасности необходимо определить:

- 1) изменение давления в воде в момент удара груза;
- 2) давление при его погружении;
- 3) максимальный всплеск воды при падении в нее груза и его погружении;
- 4) величину и характер изменения скорости груза при погружении, скорость в момент удара о дно или о выступ на нем;
- 5) нагрузку при ударе груза о дно или о выступ на нем.

В данном разделе приведена методика расчета этих параметров, предложенная А.В. Мишуевым, А.А. Гусевым и В.Д. Алексеенко (Московский государственный строительный университет) и приведенная в документе [72].

Далее в формулах использованы обозначения (рис. 11.8): h – высота падения груза; h_0 – глубина бассейна; $l_{гр}$ – длина груза в направлении падения; A_{mid} – площадь его миделева сечения (максимальная площадь сечения, перпендикулярного направлению падения). Другие обозначения объяснены по ходу изложения.

11.2.2. Гидродинамические нагрузки

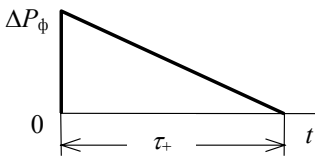


Рис. 11.9. Давление в ударной волне при ударе груза о воду

Давление в ударной волне, распространяющейся в воде после удара груза о поверхность, изменяется линейно (рис. 11.9). На фронте волны

$$\Delta P_{\phi} = \rho_{в} a_{в} V_{уд}, \quad (11.71)$$

где $\rho_{в}$ – плотность воды (табл. 11.3); $a_{в}$ – скорость звука в воде (приближенно можно считать $\rho_{в} = 1000 \text{ кг/м}^3$, $a_{в} = 1400 \text{ м/с}$); $V_{уд}$ – скорость движения воды за фронтом ударной волны (она же – скорость движения контейнера после удара),

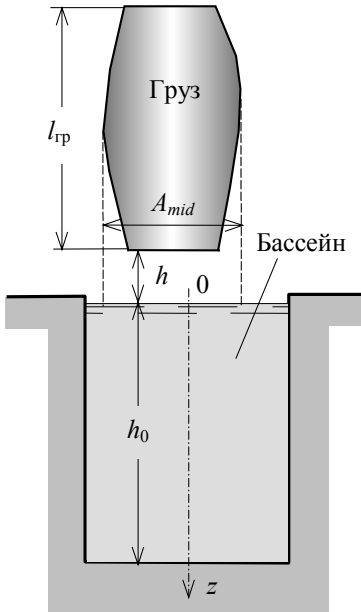


Рис. 11.8. Размеры груза и бассейна

$$V_{\text{уд}} = V_0 \frac{a_{\text{гр}} \rho_{\text{гр}}}{a_{\text{в}} \rho_{\text{в}} + a_{\text{гр}} \rho_{\text{гр}}}, \quad (11.72)$$

здесь V_0 – скорость тела в момент удара о воду,

$$V_0 = \sqrt{2gh}; \quad (11.73)$$

$g = 9.8 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; $a_{\text{гр}}$ – скорость звука в материале груза, м/с,

$$a_{\text{гр}} = \sqrt{E_{\text{м.гр}} / \rho_{\text{м.гр}}}, \quad (11.74)$$

где $E_{\text{м.гр}}$ – модуль упругости материала груза, Па; $\rho_{\text{м.гр}}$ – его плотность, кг/м^3 (для стали $a_{\text{гр}} = 5000 \text{ м/с}$, для бетона $a_{\text{гр}} = 3000 \text{ м/с}$);

$\rho_{\text{гр}}$ – средняя плотность груза, кг/м^3 ,

$$\rho_{\text{гр}} = M_{\text{гр}} / W_{\text{гр}}, \quad (11.75)$$

здесь $M_{\text{гр}}$ – масса груза, кг; $W_{\text{гр}}$ – его объем, м^3 .

Таблица 11.3. Зависимость характеристик воды от температуры

Температура, °С	Плотность, кг/м^3	Кинематическая вязкость $\nu \cdot 10^{-4}$, $\text{м}^2/\text{с}$	Динамическая вязкость $\mu \cdot 10^{-3}$, Па·с
0	999.9	0.0179	1.79
4	1000	0.0152	1.57
20	998	0.0101	1.01
40	992	0.0066	0.65
60	983	0.0048	0.48
80	972	0.0037	0.36
90	965	0.0033	0.31
99	959	0.0028	0.27

Время действия ударной волны вычисляется по формуле

$$\tau_+ = \frac{M_{\text{гр}}}{A_{\text{гр}} a_{\text{в}} \rho_{\text{в}}}, \quad \text{с}, \quad (11.76)$$

где $A_{\text{гр}}$ – площадь соударения груза с водой.

В интервале времени $0 \leq t \leq \tau_+$ давление в ударной волне изменяется по закону

$$\Delta P(t) = \Delta P_{\text{фр}} \left(1 - \frac{t}{\tau_+} \right). \quad (11.77)$$

Помимо давления в ударной волне, на стенки бассейна действует гидростатическое давление $P_{\text{гст}}$. На глубине z

$$P_{\text{гст}} = \rho_{\text{в}} g z. \quad (11.78)$$

Удар груза о воду плоскостью. При таком ударе давление на стены и дно бассейна сначала повышается до значения

$$P = P_{\text{гст}} + \Delta P_{\text{max}}, \quad (11.79)$$

а затем линейно убывает до $P_{\text{гст}}$ (рис. 11.10).

$$\Delta P_{\text{max}} = \left(\frac{M_{\text{гр}}g}{A_{\text{mid}}} + k\Delta P_{\text{ф}} \right) \frac{A_{\text{mid}}}{A_{\text{б}}}, \quad (11.80)$$

где $A_{\text{б}}$ – площадь дна бассейна, м^2 ; k – коэффициент ослабления давления, $k = 0.082$. Время действия динамической составляющей вычисляется по эмпирической формуле

$$\tau_{\text{уд}} = 15 \tau_{\text{г}}, \text{ с.} \quad (11.81)$$

Значение k в (11.80) было определено экспериментально при условиях:

$$0.4A_{\text{б}} \leq A_{\text{mid}} \leq 0.7A_{\text{б}}; \quad (11.82)$$

$$0 \leq h \leq 4 \text{ м}; \quad (11.83)$$

$$h_0 > R_{\text{б}}, \quad (11.84)$$

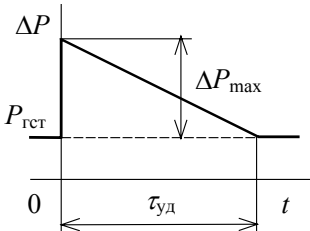


Рис. 11.10. Давление при соударении груза с водой по плоскости

где $R_{\text{б}}$ – радиус бассейна. Если выполняется это неравенство, обратное (11.84), то нагрузка на дно определяется без учета влияния воды и прикладывается в «пятне удара».

Падение груза под углом α (рис. 11.11). Максимальный угол, при котором возникает ударная волна,

$$\alpha_{\text{кр}} = \text{arctg} \frac{\sqrt{2gh}}{a_{\text{в}}}. \quad (11.85)$$

При $\alpha < \alpha_{\text{кр}}$ величина давления определяется согласно (11.79), (11.80), где

$$\Delta P_{\text{max}} = \left(\frac{M_{\text{гр}}g}{A_{\text{mid}}} + k\Delta P_{\text{ф}} \right) \frac{A_{\text{mid}}}{A_{\text{б}}} \cos^2 \alpha. \quad (11.86)$$

Рис. 11.11. Падение груза под углом к поверхности воды

11.2.3. Движение груза в воде

Если $h_0 \leq h$, то скорость груза V_t при ударе о дно или выступ на нем определяют без учета влияния воды:

$$V_t = \sqrt{2g(h + h_0)}. \quad (11.87)$$

При большей глубине бассейна и $A_{\text{mid}} < 0.4A_{\text{б}}$ средняя скорость движения груза в воде приближенно равна

$$V_{\text{сп}} = \frac{V_0 + V_h}{2}, \quad (11.88)$$

где V_h – скорость на глубине $h_0/2$ без учета сопротивления воды,

$$V_h = \sqrt{2g\left(h + \frac{h_0}{2}\right)}. \quad (11.89)$$

Груз погружается в воду с постоянным ускорением

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{\rho}{M_{\text{гр}}} \left(\frac{gM_{\text{гр}}}{\rho} - gW_{\text{гр}} - C_x A_{\text{гр}} \frac{V_{\text{сп}}^2}{2} \right), \quad (11.90)$$

где, как и прежде, $M_{\text{гр}}$ и $W_{\text{гр}}$ – масса и объем груза; ρ – плотность воды; $A_{\text{гр}}$ – площадь миделева сечения, а в случае падения плиты торцом – площадь ее боковых поверхностей; C_x – коэффициент сопротивления, осредненные значения которого для тел различной формы приведены в табл. 11.4.

Таблица 11.4. **Осредненные значения коэффициента сопротивления C_x**

Форма тела	C_x
Плоская квадратная пластинка, расположенная перпендикулярно потоку	1.28
Круглый диск, расположенный перпендикулярно потоку	1.10
Шар	0.45
Эллипсоид с соотношением осей 1.35 и большей осью, перпендикулярной потоку	0.60
Эллипсоид с соотношением осей 1.8 и большей осью, направленной по потоку	0.075
Веретенообразное тело с передним тупым и задним заостренным концом («тело наилучшего сопротивления»), при отношении длины к диаметру, равном 4, и осью, направленной по потоку	0.025
Цилиндр, имеющий сечение тела наилучшего обтекания, с осью, направленной по потоку	0.090
Круговой цилиндр с осью, направленной перпендикулярно потоку	1.20
Прямоугольная призма с осью, направленной перпендикулярно потоку, и гранью, перпендикулярной потоку	2.0
То же, но с гранями, повернутыми под углом 45° к потоку	1.5

11.2.4. Динамическая нагрузка при ударе о дно

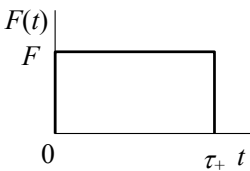
Скорость груза при падении на дно

$$V_t = \begin{cases} \sqrt{V_0^2 + 2ah_0} & \text{при } A_{\text{mid}} < 0.4A_6; \\ 0.1V_{\text{max}} & \text{при } 0.4A_6 \leq A_{\text{mid}} \leq 0.7A_6. \end{cases} \quad (11.91)$$

Согласно методике [72], при вычислении динамической нагрузки при ударе груза о дно бассейна или о выступ на нем масса груза $M_{\text{гр}}$ считается сосредоточенной на длине 1 м, т.е. его эквивалентная погонная масса $\mu_{\text{гр}}$ (кг/м) численно равна массе $M_{\text{гр}}$.

Нагрузка на дно или выступ представляет собой показанный на рис. 11.12 прямоугольный импульс, где сила

$$F = \mu_{\text{тр}} V_i^2 + \rho_{\text{в}} g W'_{\text{гр}}, \quad (11.92)$$



здесь $W'_{\text{гр}}$ – объем затопленной части груза. Нагрузка распределена по площади соударения груза и конструкции («пятна удара»). Время ее действия равно меньшему из двух значений:

$$\tau_{+,1} = \frac{l_{\min}}{2a_{\text{гр}}}; \quad \tau_{+,2} = \frac{2\delta_{\min}}{a_{\text{к}}}, \quad (11.93)$$

Рис. 11.12. Нагрузка на дно бассейна

где l_{\min} – меньший из размеров груза (длины и ширины) в месте соприкосновения с дном; δ_{\min} – толщина ударяемой конструкции в месте удара; $a_{\text{гр}}$ и $a_{\text{к}}$ – скорость звука в материале груза и конструкции соответственно.

11.2.5. Эквивалентные статические нагрузки

Нагрузки на стенки и дно бассейна, рассчитанные в разд. 11.2.2 и 11.2.5, имеют ярко выраженный динамический характер. Поэтому расчеты прочности строительных конструкций должны выполняться либо динамическими методами, либо на эквивалентную статическую нагрузку, найденную путем умножения максимального значения нагрузки на коэффициент динамичности, зависящий от соотношения длительности нагрузки и собственной частоты конструкции. Способ определения квазистатических нагрузок и значения коэффициентов динамичности для треугольного и прямоугольного импульсов приведены в гл. 4.

Полученные таким образом эквивалентные статические нагрузки следует складывать с гидростатическим давлением.

11.2.6. Перелив и всплеск воды

Перелив воды через край бассейна возможен в том случае, если объем W'_6 не заполненной водой части бассейна меньше объема груза $W_{\text{гр}}$. Объем перелившейся воды $W_{\text{пер}}$ равен их разности:

$$W_{\text{пер}} = W_{\text{гр}} - W'_6. \quad (11.94)$$

При падении груза происходят **два всплеска воды**: первый – при ударе груза, второй – за счет кинетической энергии вытесняемой воды.

Максимальная высота первого всплеска

$$h_{\max} = 1.12 \frac{V_{\text{уд}}^2}{g}, \quad (11.95)$$

где $V_{уд}$ вычисляется согласно (11.26). При падении груза под углом $\alpha > \alpha_{кр}$, а также тел с сильно искривленной ударной поверхностью высота всплеска не определяется.

Максимально возможная скорость погружения тела в бассейн

$$V_{max} = \beta \sqrt{2g \left(h + \frac{h_0}{2} \right)}, \quad (11.96)$$

где β – коэффициент снижения скорости в воде. Экспериментально найденное значение $\beta = 0.5$. Эксперименты производились при условиях (11.82) и (11.83), а также

$$l_{гр} < h_0 < (3 \div 4)l_{гр}. \quad (11.97)$$

Максимальная скорость течения воды между стенками и грузом

$$V_{в, max} = \frac{V_{max} A_{mid}}{A_б - A_{mid}}, \quad (11.98)$$

где V_{max} вычисляется согласно (11.96).

Максимальная высота второго всплеска

$$h'_{max} = \frac{V_{в, max}^2}{2g}. \quad (11.99)$$

Время его начала

$$t' \approx \frac{h_0}{2V_{max}}. \quad (11.100)$$

Если $A_{mid} \leq 0.4A_б$, то высота всплеска не определяется.

11.2.7. Пример. Падение транспортного контейнера в колодец перегрузки отработавшего топлива

Падение контейнера в колодец с водой – специфическая проблема, связанная с транспортировкой отработавшего ядерного топлива на АЭС с реакторами водо-водяного типа (ВВЭР). В таком реакторе ежегодно производится перегрузка ядерного топлива, в процессе которой из него извлекают отработавшие тепловыделяющие элементы (ТВЭЛы) и заменяют их свежими.

Извлеченные ТВЭЛы сначала перемещают в бассейн выдержки, находящийся рядом с шахтой реактора, т.е. внутри герметичной защитной оболочки здания, а оттуда после многолетней выдержки транспортируют в другое здание – хранилище отработавшего топлива, где их содержат до тех пор, пока из них практически не прекратится тепловыделение.

В бассейне выдержки и в хранилище отработавшего топлива ТВЭЛы находятся под слоем воды, защищающей персонал АЭС от радиоактивного излучения. Но между зданиями их перевозят по открытому воздуху в герметичном толстостенном металлическом

транспортном контейнере, стенки которого не пропускают радиацию. Загрузку в него ТВЭЛов выполняют под слоем воды в колодце перегрузки, соединенном с бассейном выдержки проемом. При перегрузке проем открыт, а бассейн выдержки и колодец до верха заполнены водой. После заполнения контейнера в проем устанавливают затвор, закрывают контейнер герметичной крышкой и извлекают из колодца. В результате уровень воды в колодце понижается (рис. 11.13).

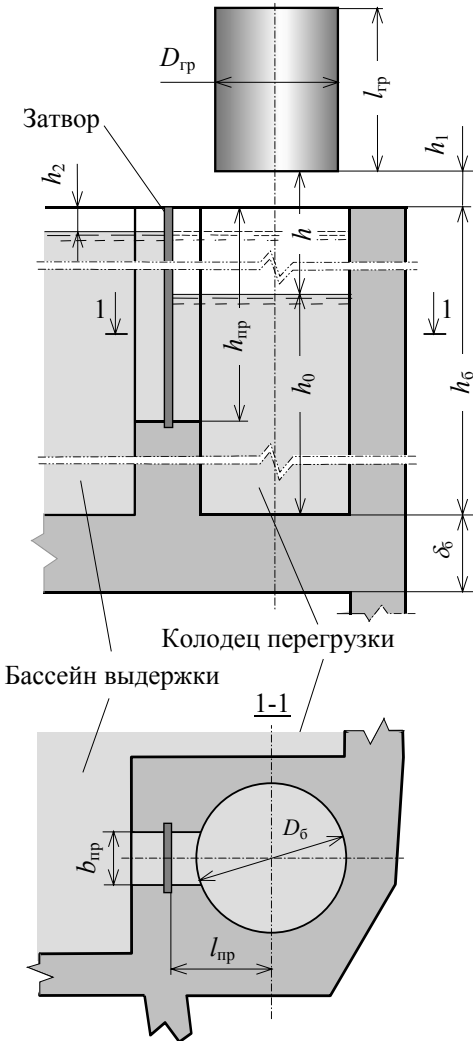


Рис. 11.13. Размеры контейнера и колодца перегрузки

Исходные данные для расчета (размеры показаны на рис. 11.13):

- диаметр контейнера (груза) $D_{гр} = 2.3$ м;
- длина контейнера $l_{гр} = 6$ м;
- масса контейнера $M_{гр} = 120\,000$ кг;

при перегрузке проем открыт, а бассейн выдержки и колодец до верха заполнены водой. После заполнения контейнера в проем устанавливают затвор, закрывают контейнер герметичной крышкой и извлекают из колодца. В результате уровень воды в колодце понижается (рис. 11.13).

В момент извлечения контейнера из колодца могут произойти его обрыв и падение в воду. В связи с этим необходимо проверить прочность строительных конструкций и затвора на возникающие при этом нагрузки. Они определены ниже.

Контейнер имеет цилиндрическую форму и плоское днище, которое при падении параллельно поверхности воды. Колодец также представляет собой цилиндрическую полость в строительных конструкциях, в верхней части которой имеется «карман», образованный частью проема до затвора.

- диаметр колодца (бассейна) $D_6 = 2.9$ м;
 - глубина колодца $h_6 = 15.5$ м;
 - толщина дна колодца $\delta_6 = 1.5$ м;
 - ширина проема $b_{\text{пр}} = 1$ м;
 - глубина проема $h_{\text{пр}} = 8.7$ м;
 - расстояние между осью колодца и затвором $l_{\text{пр}} = 1.7$ м.
 - высота транспортировки контейнера над полом $h_1 = 0.5$ м;
 - уровень воды при погруженном контейнере $h_2 = 0.5$ м;
- Площадь дна контейнера (она же – площадь миделева сечения)
 $A_{\text{mid}} = 4.15 \text{ м}^2$;

его объем

$$W_{\text{пр}} = A_{\text{mid}} l_{\text{пр}} = 4.15 \cdot 5.6 \approx 23.2 \text{ (м}^3\text{)}.$$

Площадь нижней (цилиндрической) части колодца

$$A_6 = 6.6 \text{ м}^2,$$

а его верхней части (с «карманом»)

$$A'_6 = 6.8 \text{ м}^2.$$

Высота падения контейнера

$$h = \frac{W_{\text{пр}}}{A'_6} + h_1 + h_2 = \frac{23.2}{6.8} + 0.5 + 0.5 = 4.4 \text{ (м)}.$$

Отметим, что эта высота несколько превышает значение, указанное в (11.83), при котором производились эксперименты.

Скорость контейнера в момент удара о воду

$$V_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2g \cdot 4.4} \approx 9.3 \text{ (м/с)}.$$

Скорость $V_{\text{уд}}$, которую он приобретет сразу после соударения, вычислим по формуле (11.26), для чего сначала найдем входящие в нее величины. Примем скорость звука в воде $a_{\text{в}} = 1400$ м/с; плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³; скорость звука в материале контейнера $a_{\text{гр}} = 5000$ м/с; его средняя плотность

$$\rho_{\text{гр}} = \frac{M_{\text{гр}}}{W_{\text{гр}}} = \frac{120000}{23.2} \approx 5170 \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

При этих значениях получаем

$$V_{\text{уд}} = V_0 \frac{a_{\text{гр}} \rho_{\text{гр}}}{a_{\text{в}} \rho_{\text{в}} + a_{\text{гр}} \rho_{\text{гр}}} = 9.3 \frac{5000 \cdot 5170}{1400 \cdot 1000 + 5000 \cdot 5170} \approx 8.8 \text{ (м/с)}.$$

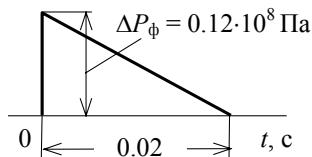


Рис. 11.14. Давление в ударной волне

Максимальное **давление в ударной волне**, распространяющейся в воде после удара (рис. 11.14):

$$\Delta P_{\phi} = \rho_{\text{в}} a_{\text{в}} V_{\text{уд}} = 1000 \cdot 1400 \cdot 8.8 = 0.12 \cdot 10^8 \text{ (Па)}.$$

Длительность нагрузки

$$\tau_{+} = \frac{M_{\text{гр}}}{A_{\text{mid}} a_{\text{в}} \rho_{\text{в}}} = \frac{120000}{4.15 \cdot 1400 \cdot 1000} = 0.02 \text{ (с)}.$$

Давление в нижней (цилиндрической) части колодца равно сумме гидростатического давления и динамической составляющей в виде треугольного импульса, максимальное значение которого вычисляется согласно (11.34):

$$\begin{aligned} \Delta P_{\text{max}} &= \left(\frac{M_{\text{гр}} g}{A_{\text{mid}}} + k \Delta P_{\phi} \right) \frac{A_{\text{mid}}}{A_{\phi}} = \left(\frac{120000 \cdot 9.8}{4.15} + 0.082 \cdot 0.12 \cdot 10^8 \right) \frac{4.15}{6.6} = \\ &= 0.8 \cdot 10^6 \text{ (Па)}. \end{aligned}$$

Продолжительность динамической составляющей находим по формуле (11.81):

$$\tau_{\text{уд}} = 15 \tau_{+} = 0.3 \text{ (с)}.$$

Эпюра давления в верхней части колодца (с «карманом») отличается только максимальным значением динамической составляющей, которое вычисляется согласно (11.34), куда следует подставить площадь верхней части:

$$\begin{aligned} \Delta P_{\text{max}} &= \left(\frac{M_{\text{гр}} g}{A_{\text{mid}}} + k \Delta P_{\phi} \right) \frac{A_{\text{mid}}}{A'_{\phi}} = \left(\frac{120000 \cdot 9.8}{4.15} + 0.082 \cdot 0.12 \cdot 10^8 \right) \frac{4.15}{6.8} = \\ &= 0.77 \cdot 10^6 \text{ (Па)}. \end{aligned}$$

Длительность динамической составляющей $\tau_{\text{уд}} = 0.3$ с.

Вычислим по формуле (11.92) **динамическую нагрузку на дно бассейна**. Соотношение между его площадью и миделевой площадью контейнера составляет $A_{\text{mid}} = 0.63 A_{\phi}$, т.е. лежит во втором диапазоне, указанном в (11.91). Поэтому скорость груза V_t при падении на дно вычисляется по формуле

$$V_t = 0.1 \cdot V_{\text{max}} = 0.1 \cdot 7 = 0.7 \text{ (м/с)}.$$

Эквивалентная погонная масса контейнера $\mu_{\text{гр}} = 120000$ кг/м, объем его затопленной части $W'_{\text{гр}} = W_{\text{гр}} = 23.2 \text{ м}^3$ (полностью затоплен). Подставив эти значения в (11.92), получим нагрузку на дно:

$$F = \mu_{\text{гр}} V_t^2 + \rho_{\text{в}} g W'_{\text{гр}} = 120000 \cdot 0.7^2 + 1000 \cdot 9.8 \cdot 23.2 \approx 0.29 \cdot 10^6 \text{ (Н)}.$$

Длительность нагрузки τ_{+} найдем по формулам (11.93). Меньший из размеров контейнера в месте контакта с дном (диаметр) ра-

вен $l_{\min} = D_{\text{гр}} = 2.3$ м; толщина дна колодца $\delta_{\min} = \delta_6 = 1.5$ м. Скорость звука в материале контейнера (сталь) $a_{\text{гр}} = 5000$ м/с, а в конструкции (бетон) $a_{\text{к}} = 3000$ м/с.

Подставив эти значения в (11.93), получим:

$$\tau_{+,1} = \frac{l_{\min}}{2a_{\text{гр}}} = \frac{2.3}{2 \cdot 5000} = 0.00023 \text{ (с)};$$

$$\tau_{+,2} = \frac{2\delta_{\min}}{a_{\text{конст}}} = \frac{2 \cdot 1.5}{3000} = 0.001 \text{ (с)}.$$

Длительность нагрузки равна меньшему из этих значений, т.е. $\tau_+ = \tau_{+,1} = 0.00023$ с.

Динамическая нагрузка на дно показана на рис. 11.15. Она равномерно распределена по площади «пятна удара», равной площади дна контейнера

$$F = 0.29 \cdot 10^6 \text{ Н}$$

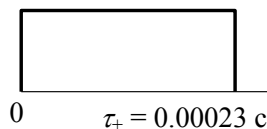


Рис. 11.15. Нагрузка на дно при ударе контейнера

Вычислим эквивалентные статические нагрузки на стенки и дно колодца. Они равны произведению максимальных значений динамической нагрузки на коэффициенты динамичности, значения которых зависят от безразмерного параметра времени $\tilde{\tau} = \tau_+ f$, где f – собственная частота конструкции, схематизированной как система с одной степенью свободы (см. разд. 4.2).

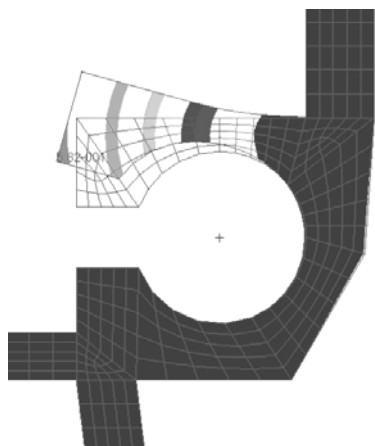


Рис. 11.16. Первая мода колебаний верхней части колодца

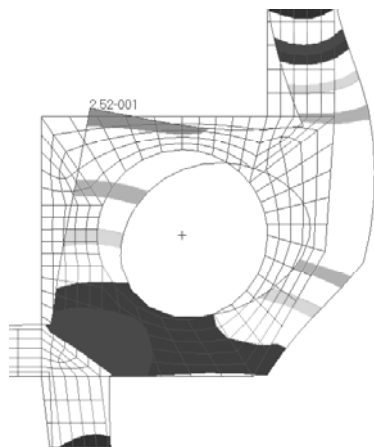


Рис. 11.17. Первая мода колебаний нижней части колодца

При вычислении собственных частот колебаний стенок верхней и нижней частей колодца рассматривалась плоская задача, т.е. колебания слоя толщиной 1 м. При определении коэффициентов динамичности в качестве частоты f принимались их первые собственные частоты f_1 .

Для верхней части $f_1 = 18.3$ Гц, соответствующая мода показана на рис. 11.16. Длительность треугольного импульса $\tau_{\text{уд}} = 0.3$ с, и следовательно,

$$\tilde{\tau} = 0.3 \cdot 18.3 = 5.49.$$

Согласно формуле для треугольного импульса, приведенной в разд. 4.2.1, находим, что коэффициент динамичности

$$k_d = 2 \left(1 - \frac{1}{2\pi\tilde{\tau}} \arctg 2\pi\tilde{\tau} \right) = 1.91.$$

Таким образом, эквивалентное статическое давление, на которое следует проверить прочность верхней части бассейна,

$$P_{\text{верх}} = \Delta P_{\text{max}} k_d = 0.77 \cdot 10^6 \cdot 1.91 = 0.147 \cdot 10^7 \text{ (Па)}.$$

Для нижней части колодца $f_1 = 65$ Гц, а первая мода изображена на рис. 11.17. Так же, как ранее, находим, что $\tilde{\tau} = 19.5$, а $k_d = 2$. Следовательно, эквивалентное статическое давление

$$P_{\text{ниж}} = 0.77 \cdot 10^6 \cdot 2 = 0.154 \cdot 10^7 \text{ (Па)}.$$

Первая собственная частота дна, вычисленная, как для защемленной по контуру круглой пластинки [84], равна $f_1 = 577$ Гц. Динамическая нагрузка на дно – прямоугольный импульс с длительностью $\tau_+ = 0.00023$ с, т.е.

$$\tilde{\tau} = 0.00023 \cdot 577 = 0.12.$$

По формуле для прямоугольного импульса в разд. 4.2.1 находим

$$k_d = 2 \sin \pi\tilde{\tau} = 0.37.$$

Следовательно, эквивалентная статическая нагрузка на дно

$$F_{\text{дно}} = F \cdot k_d = 0.29 \cdot 10^6 \cdot 0.37 = 0.1 \cdot 10^6 \text{ (Н)}.$$

Она равномерно распределена по кругу диаметром 2.3 м.

Найденные эквивалентные статические нагрузки должны прикладываться в сочетании с гидростатическим давлением. Принимая во внимание большую скорость изменения динамических нагрузок, при проверке прочности строительных конструкций следует использовать повышенные прочностные характеристики материалов (см. гл. 1).

Перелив воды через край бассейна невозможен, так как при полностью погруженном контейнере уровень ниже краев на величину h_2 . Рассмотрим возможность **выброса воды из бассейна**.

Первый всплеск (при ударе груза о воду) происходит на высоту h_{max} , которая, согласно (11.95), составит

$$h_{\text{max}} = 1.12 \frac{V_{\text{уд}}^2}{g} = 1.12 \frac{8.8^2}{9.8} = 8.9 \text{ (м)}.$$

Таким образом, $h_{\max} \gg h_2$. Следовательно, при падении контейнера произойдет выплеск воды из бассейна.

Оценим с помощью (11.99) высоту **второго выплеска (воды, вытесняемой при погружении контейнера)**. Глубина воды в бассейне после извлечения контейнера составляет

$$h_0 = h_6 + h_1 - h = 15.5 + 0.5 - 4.4 = 11.6 \text{ (м)}.$$

В соответствии с (11.65) максимально возможная скорость погружения контейнера

$$V_{\max} = \beta \sqrt{2g \left(h + \frac{h_0}{2} \right)} = 0.5 \sqrt{2 \cdot 9.8 \left(4.4 + \frac{11.6}{2} \right)} = 7 \text{ (м/с)}.$$

Максимальная скорость течения воды в зазоре между контейнером и стенками колодца вычисляется по формуле (11.98):

$$V_{\text{в, max}} = \frac{V_{\max} A_{\text{mid}}}{A_6 - A_{\text{mid}}} = \frac{7 \cdot 4.15}{6.6 - 4.15} = 11.9 \text{ (м/с)}.$$

Согласно (11.99), максимальная высота всплеска воды

$$h'_{\max} = \frac{V_{\text{в, max}}^2}{2g} = \frac{11.9^2}{2 \cdot 9.8} = 7.2 \text{ (м)}.$$

Это значение существенно больше величины h_2 , и, значит, произойдет выплеск части воды из бассейна. Время его начала вычисляется по формуле (11.100):

$$t' = \frac{h_0}{2V_{\max}} = \frac{11.6}{2 \cdot 7.2} = 0.8 \text{ (с)}.$$

Таким образом, при падении контейнера в бассейн произойдут два выплеска воды с интервалом 0.8 с.

Отметим, что при вычислении скорости V_{\max} был использован экспериментально найденный коэффициент $\beta = 0.5$, хотя высота падения несколько выходит за диапазон значений (11.52), при которых он определялся. Поэтому найденную высоту второго всплеска следует рассматривать как ориентировочную.

11.3. Нагрузки от завала при полном обрушении здания

При полном обрушении здания образуется завал. В работе [28] описаны различные схемы обрушения зданий при взрывах. Одна из них – мгновенное и одновременное разрушение всех его конструкций и связей (например, в результате внутреннего взрыва), после чего обломки вертикально падают, и у подножья здания образуется завал. Такое же обрушения может быть вызвано землетрясением. Если ставится задача защитить от разрушения подвал, где находится встроенное убежище или ответственное оборудование, то необ-

ходимо рассчитать его перекрытие на динамические и статические нагрузки от завала.

Определим закон изменения суммарной нагрузки на основании $R(t)$ при таком разрушении здания. Схема обрушения показана на рис. 11.18. Высота здания h , общая масса M , погонная масса конструкций $\mu(x)$.

Обозначим через $\xi(t)$ величину оседания здания. Будем для простоты пренебрегать высотой завала. Тогда присоединяющиеся к завалу частицы свободно падают с высоты

$$\xi = \frac{gt^2}{2}. \quad (11.101)$$

Скорость частиц в момент падения

$$v = \dot{\xi} = gt. \quad (11.102)$$

Нагрузку от завала можно определить по формуле (8.7), в которой следует положить $\alpha = \pi/2$. Тогда

$$R(t) = P[\xi(t)] + gm_1[\xi(t)] + \dot{\xi}^2(t)\mu[\xi(t)]. \quad (11.103)$$

В силу сделанного допущения о полном разрушении здания первое слагаемое $P[\xi(t)] = 0$. Масса $m_1(t)$ вычисляется по формуле (8.1), подставив в которую (11.101), получим

$$m_1(t) = \int_0^{\frac{gt^2}{2}} \mu(\xi) d\xi. \quad (11.104)$$

Таким образом, нагрузка от завала

$$R(t) = gm_1(t) + (gt)^2 \mu\left(\frac{gt^2}{2}\right). \quad (11.105)$$

Длительность нагрузки t_{\max} равна времени падения частиц с максимальной высотой h :

$$t_{\max} = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \quad (11.106)$$

После ее окончания на перекрытие подвала действует общий вес здания $Q = gM$.

Для расчета прочности перекрытия необходимо принять допущение, касающееся распределения нагрузки $R(t)$ по его поверхности (например, считать его равномерным).

Отметим, что поскольку при $t = 0$ масса $m_1(0) = 0$, то и нагрузка $R(0) = 0$, т.е. в начальный момент времени нагрузка отсутствует. Этот парадоксальный на первый взгляд результат является следствием исходного допущения, что в начальный момент времени все

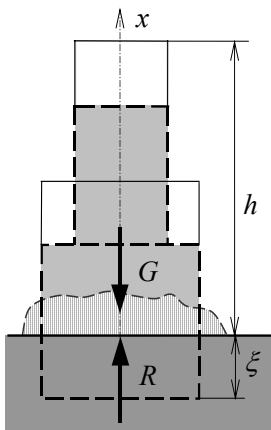


Рис. 11.18. Схема обрушения здания

связи между конструкциями здания мгновенно разрушены, а потому вес верхних конструкций не передается на основание.

В частном случае, когда погонная масса здания μ постоянна,

$$m(t) = \frac{\mu g t^2}{2}. \quad (11.107)$$

Подставив эту массу в (11.103), найдем

$$R(t) = \frac{3}{2}(gt)^2 \mu. \quad (11.108)$$

В качестве примера определим суммарную нагрузку на перекрытие подвала при обвале кирпичного здания. Считаем, что общая масса обрушающейся части $M = 0.35 \cdot 10^7$ кг равномерно распределена по высоте здания $h = 18.4$ м. Тогда погонная масса постоянна и равна $\mu = 0.18 \cdot 10^6$ кг/м. По формуле (11.108) получаем закон изменения нагрузки:

$$R(t) = \frac{3}{2}(gt)^2 0.18 \cdot 10^6 = 0.259 \cdot 10^8 t^2 \text{ (Н)}.$$

Согласно (11.64), длительность нагрузки $t_{\max} = 1.94$ с.

График $R(t)$ показан на рис. 11.19. Наибольшая нагрузка составляет $R_{\max} = 0.98 \cdot 10^8$ Н, а до начала и по окончании обрушения она равна весу здания $R = Mg = 0.34 \cdot 10^8$ Н.

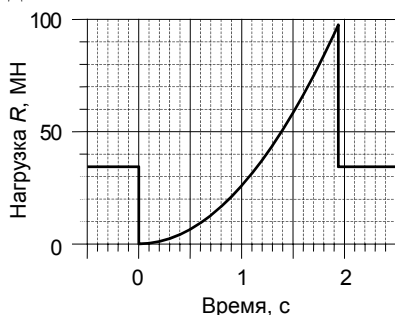


Рис. 11.19. Суммарная нагрузка на перекрытие подвала

Глава 12

ВЕТРОВЫЕ НАГРУЗКИ НА СООРУЖЕНИЯ

Глава посвящена ветровым нагрузкам на сооружения. Кратко описаны методы определения средней (статической) и пульсационной (динамической) составляющих ветровой нагрузки по российским нормам [42]. Более подробно рассмотрены вопросы, связанные с аэроупругими колебаниями конструкций. Поскольку в нормах [42] методика расчета таких колебаний отсутствует, она изложена на основе норм Евросоюза [111].

12.1. Общие сведения об аэродинамике плохообтекаемых тел

Сооружения и строительные конструкции относятся к так называемым плохообтекаемым телам. В этом смысле они являются противоположностью, например, летательным аппаратам или морским судам, которые проектируются исходя из требования наилучшего обтекания потоком. Далее приведены основные сведения об аэродинамике плохообтекаемых тел.

Экспериментально установлено, что при протекании воздушного потока над неподвижной гладкой поверхностью происходит его прилипание. Это вызывает торможение потока и образование так называемого пограничного слоя, в пределах которого скорость увеличивается от нуля (на поверхности) до ее полного значения.

Наибольшее влияние на воздушный поток оказывают две силы – вязкости и инерции. Критерием, от которого зависят характерные особенности течения, является безразмерный параметр – *число Рейнольдса*

$$\text{Re} = \frac{\rho v_{\text{п}} b}{\mu} = \frac{v_{\text{п}} b}{\nu}, \quad (12.1)$$

где ρ – плотность воздуха, кг/м³; $v_{\text{п}}$ – скорость потока, м/с; b – характерный размер, м, смысл которого обсуждается далее; μ – вязкость воздуха, кг/(м·с); ν – его кинематическая вязкость,

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \quad (12.2)$$

Единицей измерения вязкости ν является стокс: 1 Ст = 10⁻⁴ м²/с. Для воды при 20 °С кинематическая вязкость $\nu_{\text{вод}} = 1.004 \text{ Ст} = 1.004 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$, а для воздуха $\nu_{\text{возд}} = 0.15 \text{ Ст} = 0.15 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$.

При нормальном атмосферном давлении и температуре 20 °С число Рейнольдса для воздуха $\text{Re} \approx 67000 v_{\text{п}} b$ (размерности $v_{\text{п}}$ и b прежние).

В качестве примера рассмотрим изменение характера набегающего плавного (*ламинарного*) потока при обтекании им кругового

цилиндра (рис. 12.1). Этот характер зависит от числа Рейнольдса.

При весьма малых значениях Re поток остается ламинарным и присоединен к цилиндру по всему периметру (рис. 12.1,а).

При его увеличении течение остается симметричным, но происходит отрыв потока и вблизи тыльной стороны цилиндра образуются крупные вихри (рис. 12.1,б).

При еще больших значениях Re от цилиндра отрываются правильно чередующиеся в шахматном порядке вихри, которые образуют четко выраженную «вихревую дорожку Кармана» (рис. 12.1,в), названную

так по имени описавшего ее исследователя (отметим, что до него она была описана Бенаром). Возникновение вихрей может явиться причиной вынужденных колебаний конструкции, которые рассмотрены в разд. 12.3.2.

При дальнейшем увеличении значения Re начинается турбулентное движение в спутной струе (рис. 12.1,г), а затем она, оставаясь турбулентной, заметно сужается (рис. 12.1,д). Наконец, при еще больших значениях числа Рейнольдса вновь появляется вихреобразование. Однако в строительном деле такие значения встречаются редко.

Аналогичное изменение характера потока наблюдается при обтекании тел с иной формой сечения.

Если тело находится в спутной струе другого объекта, то турбулентным может оказаться уже набегающий поток (как, например, ветер, прошедший над деревьями, зданиями и т.п.).

При образовании «дорожки Кармана» частота срыва вихрей определяется числом Струхала Sh , зависящим от формы сечения:

$$Sh = \frac{bn}{v_n}, \quad (12.3)$$

где n – число вихрей в секунду; b и v_n – то же, что в (12.1). Числа Sh для некоторых поперечных сечений приведены в табл. 12.1.

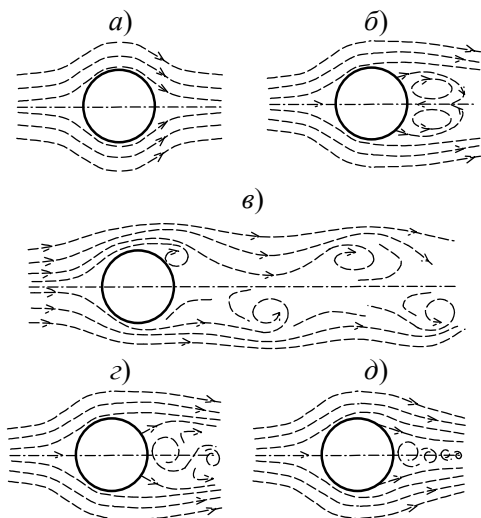
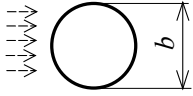
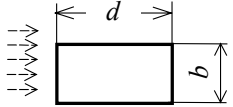
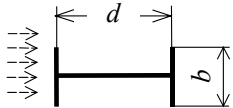
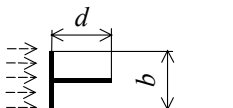
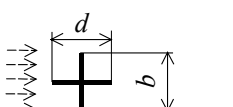
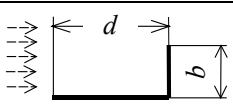


Рис. 12.1. Обтекание кругового цилиндра:

а – ламинарное; б – отрыв потока; в – «вихревая дорожка Кармана»; г – турбулентный след; д – суженный турбулентный след

Таблица 12.1. Числа Струхалия Sh и базовое значение коэффициента поперечной силы $c_{n,0}$ [111]

Поперечное сечение	d/b	Число Струхалия Sh	Коэффициент $c_{n,0}$	Примечание
		0.18	См. рис. 12.3	См. ¹⁾
		См. рис. 12.2	1.1 при $0.5 \leq d/b \leq 10$	
	1.0	0.11	0.8	См. ²⁾
	1.5	0.10	1.2	
	2.0	0.14	0.3	
	1.0	0.13	1.6	
	2.0	0.08	2.3	
	1.0	0.16	1.4	
	2.0	0.12	1.1	
	1.3	0.11	0.8	
	2.0	0.07	1.0	

Примечания к табл. 12.1:

¹⁾ Число Рейнольдса Re вычисляется с использованием критической скорости ветра $v_{кр,i}$.

²⁾ При промежуточных значениях d/b можно применять линейную интерполяцию. Экстраполяция d/b за указанные пределы не допускается.

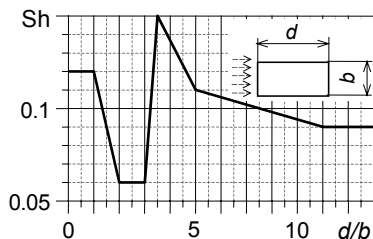


Рис. 12.2. Число Струхалия Sh для прямоугольного сечения с острыми кромками

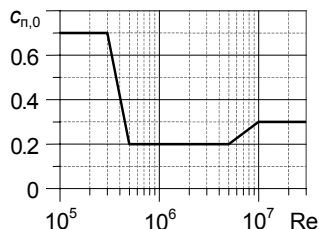


Рис. 12.3. Базовое значение коэффициента поперечной силы $c_{n,0}$ для круглого сечения

12.2. Задание ветровых нагрузок по российским нормам

12.2.1. Скорость ветра

Основной параметр, определяющий ветровые нагрузки на сооружение, – скорость ветра. Его сила измеряется в баллах по международной 12-балльной шкале, предложенной британским адмиралом Бофортом. Она связывает скорость ветра с характером его действия (табл. 12.2).

Таблица 12.2. Сила ветра по международной шкале Бофорта

Балл по шкале <i>B</i>	Скорость, м/с	Характеристика	Характер действия ветра
0	0	Штиль	Дым из труб поднимается отвесно
1	0.9	Тихий	Дым слегка отклоняется
2	2.4	Легкий	Листья шелестят, движение воздуха ощущается лицом. Начинают шевелиться флаги
3	4.4	Слабый	Колеблются тонкие ветки, развеваются флаги, начинается легкий перенос снега по поверхности покрова
4	6.7	Умеренный	Поднимается пыль, колеблются небольшие сучья, снегопад переходит в метель
5	9.3	Свежий	Колеблются средней толщины сучья, дым срывается при выходе из трубы, на воде появляются волны
6	12.3	Сильный	Качаются большие сучья, раскачиваются тонкие стволы деревьев, гудят провода, ветер слышен в домах
7	15.5	Крепкий	Гнут сучья, раскачиваются небольшие деревья, затрудняется движение. На море – пенящиеся волны
8	18.9	Очень крепкий	Колеблются средние деревья, ломаются сучья. Трудно идти против ветра
9	22.6	Шторм	Ломаются толстые сучья и небольшие деревья, разрушаются дымовые трубы, сбрасывается черепица
10	26.4	Сильный шторм	Деревья вырывает с корнем, ломаются телеграфные столбы. Значительные разрушения.
11	30.5	Жестокий шторм	Большие разрушения
12	34.8	Ураган	Производятся опустошительные действия

Скорость ветра является случайной величиной, которая изменяется во времени, по направлению и высоте. Для каждого региона ее устанавливают на основе многолетних метеорологических наблюдений. Максимальная скорость ветра, ожидаемая в интересующем географическом пункте, наблюдается через достаточно большие промежутки времени (годы). Поэтому вероятность ее реализации тем выше, чем больше рассматриваемый промежуток времени.

На коротких промежутках времени (минуты) скорость ветра также не остается постоянной, а периодически относительно плавно изменяется. Поэтому среднее значение скорости зависит от интервала, на котором производится осреднение, и чем он короче, тем оно больше. Например, при измерениях были получены такие средние значения скорости ветра:

Время осреднения	1 час	5 мин	1 мин	30 с	10 с	5 с
Скорость, м/с	26	27.3	31.3	35.8	41.1	42.5

Помимо плавного изменения скорости ветра наблюдаются ее кратковременные пульсации (порывы ветра), при которых скорость может заметно превосходить среднюю величину.

Скорость ветра изменяется с высотой: у самой поверхности земли она минимальна из-за торможения воздушного потока, а с возрастанием высоты увеличивается, стремясь к некоторому постоянному значению.

Прежде чем рассмотреть виды ветровых нагрузок, остановимся на задании скорости ветра по российским нормам [42, 50, 86]. Ее максимальное значение зависит от типа местности в окрестности сооружения: чем более «шероховатая» местность, тем больше трение воздушного потока о поверхность земли и меньше скорость. В СНиП [42] выделены три типа местности (в порядке возрастания «шероховатости»):

- A* – открытые побережья морей, озер и водохранилищ, пустыни, степи, лесостепи, тундра;
- B* – городские территории, лесные массивы и другие местности, равномерно покрытые препятствиями высотой более 10 м;
- C* – городские районы с застройкой зданиями высотой более 25 м.

При высоте сооружения $h \leq 60$ м считается, что оно расположено в местности данного типа, если этот тип не изменяется на расстоянии $30h$ с наветренной стороны. При большей высоте сооружения это расстояние составляет 2 км. При разных направлениях ветра тип местности может быть различным.

В СНиП [42] используется понятие *нормативной скорости ветра* v_0 (м/с), за которую принимается *скорость на высоте 10 м*

над поверхностью земли для местности типа А, превышаемая 1 раз в 50 лет, при интервале осреднения 10 минут.

В приложении к СНиП [42] приведена карта районирования, на которой территория бывшего СССР разделена на семь ветровых районов. Для каждого из них указано значение нормативного ветрового давления w_0 на сооружение, которое связано со скоростью ветра зависимостью

$$w_0 = \frac{1}{2} \rho v_0^2, \quad \text{Па}, \quad (12.4)$$

где ρ – плотность воздуха, кг/м³. При нормальных атмосферных условиях $\rho \approx 1.22$ кг/м³. Поэтому в [42] нормативное ветровое давление записано в виде

$$w_0 = 0.61 v_0^2, \quad \text{Па}. \quad (12.5)$$

Нормативное ветровое давление w_0 для различных ветровых районов, а также соответствующее ему значение нормативной скорости ветра, рассчитанное через w_0 , приведены в табл. 12.3.

Таблица 12.3. Ветровое давление и максимальная скорость ветра для обычных сооружений и объектов атомной энергетики

Ветровой район	Обычные сооружения		АЭС	
	Ветровое давление w_0 , кПа	Скорость ветра v_0 , м/с	Ветровое давление w_0 , кПа	Скорость ветра v_0 , м/с
Ia	0.17	16.7	0.43	26.4
I	0.23	19.4	0.58	30.7
II	0.3	22.2	0.75	35.1
III	0.38	25	0.95	39.5
IV	0.48	28.1	1.2	44.4
V	0.6	31.4	1.5	49.6
VI	0.73	34.6	1.83	54.7
VII	0.85	37.3	2.13	59

По нормам проектирования АЭС [50, 86] учитывают экстремальный, гораздо более сильный ветер, интервал повторяемости которого значительно больше, а именно: 1 раз в 10 000 лет. Допускается задавать нормативное давление ветра для АЭС путем умножения его значения по СНиП [42] на коэффициент 2.5. Найденные таким образом характеристики ветра приведены в табл. 12.3. Из нее следует, что для АЭС во II ветровом районе (где расположен Санкт-Петербург) ветровое давление принимается больше, чем для обычного сооружения в VI ветровом районе (побережье и острова Крайнего Севера и Дальнего Востока).

Кроме ветра с особо редкой повторяемостью для АЭС учитываются воздействие таких экстремальных метеорологических явлений, как ураганы и торнадо (они рассмотрены в гл. 13). При этих природных явлениях скорость ветра может во много раз превосходить указанную в табл. 12.3.

12.2.2. Виды ветровых нагрузок

Как следует из формулы (12.4), ветровое давление на сооружение зависит от скорости ветра и плотности воздуха. Поскольку оба эти параметра – это случайные величины, ветровые нагрузки также являются случайными, т.е. должны задаваться на вероятностной основе. Методам их обоснования посвящены многочисленные исследования, проводившиеся как в нашей стране, так и за рубежом. К сожалению, из-за ограниченности объема книги даже перечислить их сколько-нибудь полно невозможно. Основные принципы задания нагрузок и вероятностного расчета сооружений можно найти, например, в работах [26, 43, 73, 76].

При проектировании зданий на воздействие ветра по СНиП [42] используются формально детерминистические, т.е. не вероятностные, методы расчета. Однако все используемые в них параметры заданы исходя из вероятностных соображений.

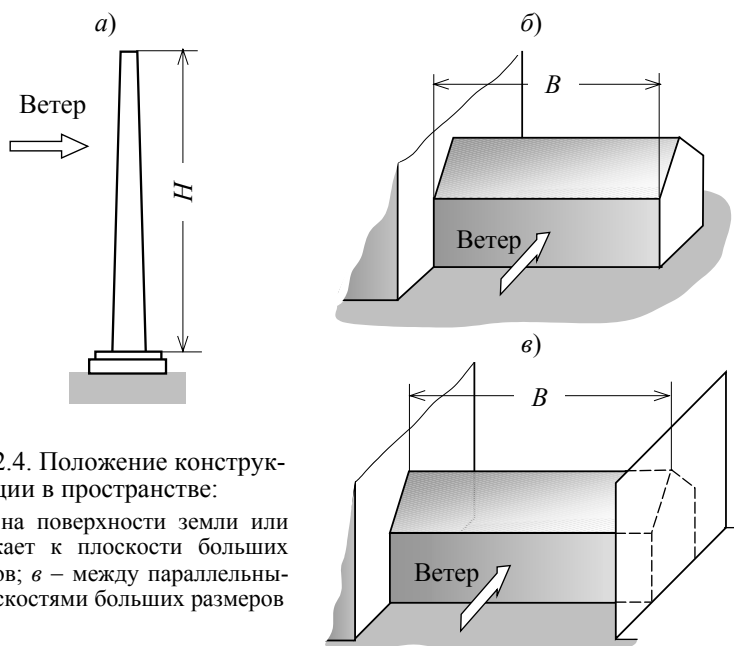


Рис. 12.4. Положение конструкции в пространстве:

a, б – на поверхности земли или примыкает к плоскости больших размеров; *в* – между параллельными плоскостями больших размеров

Ветровая нагрузка на здания (сооружения) зависит, во-первых, от скорости ветра. Во-вторых, на нее влияют характеристики со-

оружения: форма, положение в пространстве, проницаемость его конструкций, а также его динамические параметры (собственные частоты и моды). Как отмечено ранее, можно рассматривать среднюю, считающуюся постоянной скоростью ветра за какой-то промежуток времени и его кратковременные пульсации (порывы), при которых скорость существенно выше. В соответствии с этим при расчете сооружения рассматривают, во-первых, *среднюю*, а во-вторых, *пульсационную* составляющие ветровой нагрузки. Вызываемые ими внутренние усилия в конструкциях суммируют алгебраически.

Далее описаны способы задания средней и пульсационной составляющих нагрузки по СНиП [42]. Как отмечено выше, они зависят от формы сооружения, его положения в пространстве и по отношению к другим сооружениям. Так, например, здание длиной B на рис. 12.4,б, расположенное на поверхности земли и примыкающее к плоскости больших размеров (например, другому зданию), с аэродинамической точки зрения подобно конструкции высотой $2H$, показанной на рис. 12.4,а, или отдельно стоящему зданию длиной $2B$. Здание, расположенное на поверхности земли и заключенные между двумя параллельными плоскостями больших размеров (рис. 12.4,в), подобно зданию бесконечной длины. Методы определения нагрузок с учетом этих и других обстоятельств содержатся в СНиП [42], поэтому далее будут приведены только общие сведения о них, чтобы дать представление об их исходных предпосылках и последовательности расчета.

Помимо обычных колебаний некоторые сооружения могут совершать *аэроупругие колебания (автоколебания)*, возникающие вследствие изменения ветрового потока при взаимодействии с сооружением. Нормы [42] требуют проведения расчета сооружения на соответствующие нагрузки, однако необходимая методика там отсутствует. Она содержится в нормах Евросоюза [111], на основе которых данный вопрос изложен в разделе 12.3.

12.2.3. Средняя составляющая ветровой нагрузки

При определении средней составляющей ветровой нагрузки здание считается недеформируемым, а нагрузка – постоянной. В соответствии со СНиП [42] она может быть задана двумя описанными далее способами.

Первый способ задания ветровой нагрузки

Ветровая нагрузка представляется как совокупность следующих нагрузок:

а) нормального давления w_e , приложенного к внешней поверхности элемента или сооружения;

б) силы трения w_t , которая действует на негладких поверхностях (волнистых, покрытиях с фонарями и пр.) и направлена по касательной к поверхности;

в) нормального давления w_i , которое действует на внутренних поверхностях зданий с проницаемым ограждением, открывающимися или постоянно открытыми проемами.

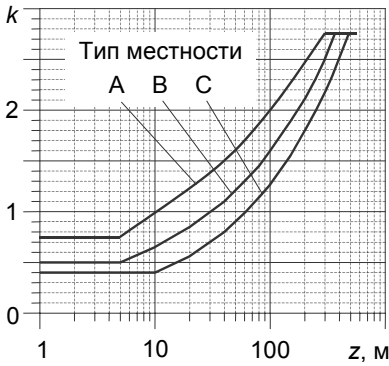


Рис. 12.5. Коэффициент $k(z)$ изменения ветра по высоте [42]

(см. рис. 12.5). При определении нагрузок w_e , w_t и w_i индекс m в формуле (12.6) следует заменить соответственно на e , t или i . Значения аэродинамических коэффициентов c_e , c_t и c_i для зданий и строительных конструкций различных видов заданы в приложении 4 к СНиП [42]. Чтобы показать, что формула (12.16) задает распределение ветрового давления по высоте сооружения, в ней, в отличие от [42], указана зависимость w_m и k от высоты z .

Согласно нормам [42], при расчетах сооружений на ветровую нагрузку нормативное ветровое давление w_0 умножается на коэффициент надежности по ветру $\gamma_f = 1.4$.

Расчетную скорость ветра v_m , на которую проектируются строительные конструкции, можно определить из (12.5). На высоте z (с учетом коэффициента надежности по ветру)

$$v_m = \sqrt{w_0 \gamma_f k(z) / 0.61} = 1.51 \sqrt{w_0 k(z)}. \quad (12.7)$$

Поверхность сооружения, подверженная непосредственному действию потока ветра, называется *наветренной* (иногда — *фронтальной*). Противоположную поверхность называют *заветренной*, или *подветренной*, *тыльной*. На наветренной стороне ветровое давление w_e положительное, а на тыльной — отрицательное.

Это хорошо видно на примере отдельно стоящей плоской сплошной конструкции (щита), показанной на рис. 12.6. Согласно [42], если наклон щита к вертикали не превосходит 15° , то для на-

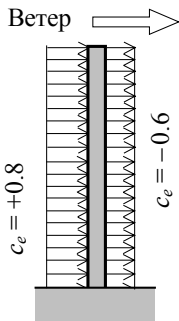


Рис. 12.6. Аэродинамический коэффициент c_e для отдельно стоящего сплошного щита

ветренной стороны аэродинамический коэффициент $c_e = +0.8$, а для подветренной $c_e = -0.6$. Положительное давление на наветренной стороне создается вследствие торможения воздушного потока, а отрицательное на подветренной – за счет его отрыва при обтекании конструкции (см. рис. 12.1, б, д).

Распределение давления w_e по поверхности пространственной конструкции более сложное. В качестве примера на рис. 12.7 показаны аэродинамические коэффициенты на различных поверхностях здания с двухскатным покрытием (коэффициент c_e для разных поверхностей обозначен как c_{e1} , c_{e2} и c_{e3}). На наветренной стене коэффициент c_e положителен, т.е. давление направлено внутрь здания.

На тыльной и боковых стенах, а также на заднем скате крыши давление отрицательно, т.е. направлено наружу. Наконец, на переднем скате крыши давление может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от отношения высоты здания h к его длине l и от угла наклона ската крыши α . Численные значения соответствующих аэродинамических коэффициентов приведены в приложении 4 к СНиП [42]. Там же заданы коэффициенты c_e для сооружений иных форм, а также коэффициенты c_l и c_i .

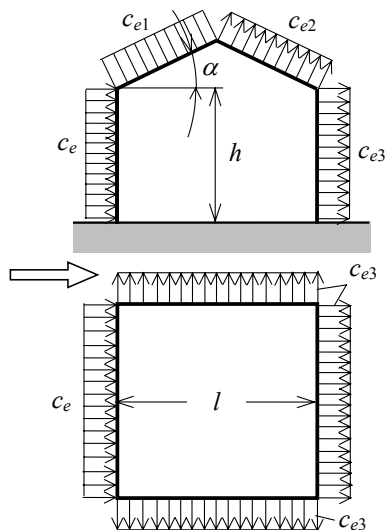


Рис. 12.7. Аэродинамический коэффициент c_e для здания с двухскатным покрытием

Второй способ задания ветровой нагрузки

Ветровая нагрузка задается как нормальное давление w_x и w_y , которое обусловлено общим сопротивлением сооружения обтеканию воздушным потоком. Эта нагрузка направлена по осям x и y и условно считается распределенной по проекции сооружения на плоскость, перпендикулярную соответствующей оси. Она вычисляется по формуле (12.6), в которой вместо c_m фигурируют коэффициенты лобового сопротивления c_x и поперечной силы c_y . Значения этих коэффициентов для сооружений и конструкций различной формы (призматических, цилиндрических, решетчатых) приведены в приложении 4 к СНиП [42]. Аналогичные коэффициенты, заданные в нормах Евросоюза [111], приведены в разд. 12.3. Они очень отличаются от [42].

Отметим, что по первому способу задается распределение ветровой нагрузки по отдельным элементам покрытия и ограждающих конструкций здания, благодаря чему можно выполнить их прочностной расчет. По второму способу определяется суммарная нагрузка на каждой отметке сооружения, позволяющая найти глобальные параметры его отклика, например нагрузки на фундамент и т.п.

12.2.4. Пульсационная составляющая ветровой нагрузки

Далее изложена методика определения пульсационной составляющей ветровой нагрузки, заложенная в СНиП [42]. Она является упрощенной. Более точный вероятностный метод расчета данного вида нагрузок можно найти в [59].

На величину пульсационной составляющей ветровой нагрузки, в принципе, влияет упругость конструкции. Однако, согласно нормам [42], необходимость ее учета зависит от соотношения собственных частот сооружения и предельной частоты f_l , величина которой в зависимости от ветрового района и логарифмического декремента колебаний сооружения δ приведена в табл. 12.4. Значения δ для сооружений различных видов указаны в пояснениях к рис.12.11.

Таблица 12.4. **Предельная частота для учета пульсаций ветра [42]**

Ветровой район	Предельная частота f_l , Гц	
	$\delta = 0.3$	$\delta = 0.15$
Ia	0.85	2.6
I	0.95	2.9
II	1.10	3.4
III	1.20	3.8
IV	1.40	4.3
V	1.60	5.0
VI	1.70	5.6
VII	1.90	5.9

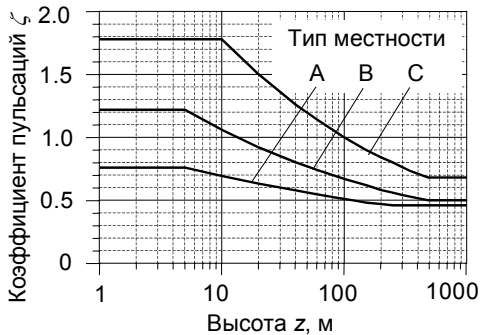


Рис.12.8. Коэффициент пульсаций давления ζ

Если первая собственная частота рассчитываемого сооружения или конструктивного элемента больше предельной частоты, т.е. $f_1 > f_l$, то пульсационная ветровая нагрузка w_p определяется как для твердого тела, т.е. без учета колебаний сооружения. Ее распределение по высоте (координате z) вычисляется по формуле

$$w_p(z) = w_m(z)\zeta(z)v, \quad (12.8)$$

где $w_m(z)$ определяется согласно (12.6); $\zeta(z)$ – коэффициент пульсаций давления ветра на высоте z , принимаемый по рис.12.8; v – коэффициент пространственной корреляции пульсаций ветра, учиты-

вающий тот факт, что в разных точках конструкции его максимальная скорость достигается не одновременно.

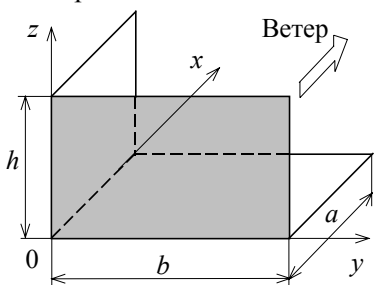


Рис.12.9. Основная система координат при определении коэффициента корреляции ν

Таблица 12.5. Задание параметров ρ и χ

Расчетная поверхность параллельна плоскости (см. рис.12.9):	ρ	χ
$z0y$	b	h
$z0x$	$0.4a$	h
$x0y$	b	a

Кoeffициент ν должен определяться для всех расчетных поверхностей сооружения, на которых учитывается пульсационная нагрузка. Если расчетная поверхность близка к прямоугольнику, ориентированному так, что его стороны параллельны основным осям здания (рис. 12.9), то ν определяется по рис. 12.10 в зависимости от параметров ρ и χ , которые принимаются по табл. 12.5. При расчете сооружения в целом размеры расчетных поверхностей задают так же, как для средней составляющей ветровой нагрузки. У решетчатого сооружения размеры расчетной поверхности принимают по его внешнему контуру.

Если первая собственная частота сооружения меньше предельной, т.е. $f_1 < f_i$, то пульсационная ветровая нагрузка должна определяться с учетом его динамических параметров – собственных частот и мод.

Простейшая схематизация сооружения – в виде системы с одной степенью свободы (линейного неконсервативного осциллятора), собственная частота которой определяется по формулам, приведенным в гл. 2. Такая схематизация применима, например, для поперечной рамы одноэтажного производственного здания (типа «пакгауза»). В этом случае в качестве массы принимают сумму масс фермы, покрытия и части ограждающих конструкций (часто берут

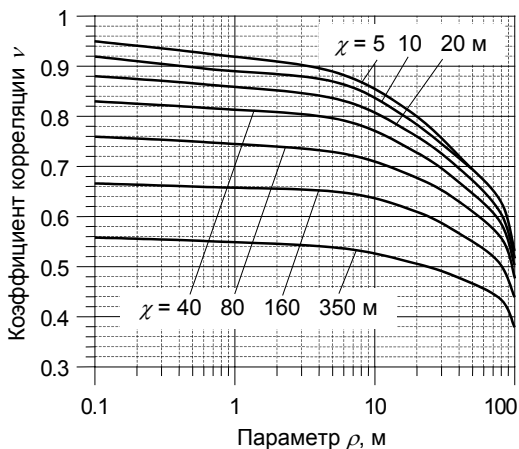


Рис.12.10. Коэффициент корреляции ν

верхнюю половину последних), а «пружиной» служит жесткость колонн. Такую же схематизацию можно использовать при расчете водонапорной башни, здания с гибким первым этажом и т.п. Для более сложных сооружений способы такой схематизации изложены в разд. 4.2.

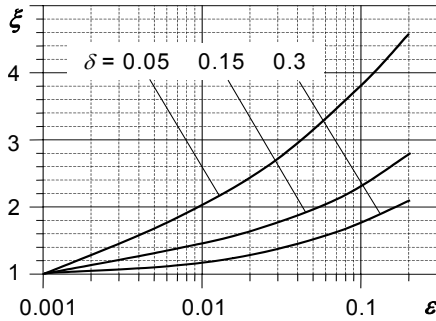


Рис.12.11. Коэффициент динамичности ξ

Пульсационная нагрузка на систему с одной степенью свободы

$$w_p(z) = w_m(z)\zeta(z)\xi v. \quad (12.9)$$

Она отличается от нагрузки на твердое тело (12.8) коэффициентом динамичности ξ , определяемым по рис. 12.11 в зависимости от параметра

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{w_0 \gamma_f}}{940 f_1} \quad (12.10)$$

и логарифмического декремента колебаний δ . Ветровое давление w_0 следует задавать в Па.

При использовании схематизации в виде системы с одной степенью свободы распределение пульсационной составляющей ветрового давления по поверхности сооружения следует принимать аналогичным статической составляющей $w_m(z)$.

Значения логарифмического декремента колебаний: у железобетонных и каменных сооружений, а также у зданий со стальным каркасом при наличии ограждающих конструкций $\delta=0.3$; у мачт, стальных башен, футерованных дымовых труб, аппаратов колонного типа, в том числе на железобетонных постаментов, $\delta=0.15$; у стальных сооружений и конструкций при совместном учете пульсационной составляющей ветровой нагрузки в плоскости потока и резонансных аэроупругих колебаний (они рассмотрены в разд. 12.3) в [73] рекомендовано значение $\delta=0.05$. Отметим, что значения логарифмического декремента по Еврокоду [111], приведенные в разделе 12.3 и используемые при рассмотрении аэроупругих колебаний, заметно меньше.

Для многоэтажного здания высотой h с постоянными по высоте жесткостью, массой и шириной наветренной поверхности допускается определять зависимость нормативного значения пульсационной составляющей ветровой нагрузки от высоты z по формуле

$$w_p(z) = 1.4 \frac{z}{h} \xi_1 w_{ph}, \quad (12.11)$$

где w_{ph} — нормативное значение пульсационной составляющей, вычисленное по формуле (12.9) для высоты h .

Для низкочастотных сооружений, у которых несколько собственных частот меньше предельной, пульсационную ветровую нагрузку следует вычислять с учетом m низших собственных частот и мод, число которых определяется из условия $f_m < f_l < f_{m+1}$. Для всех мод, кроме первой, коэффициент корреляции $\nu = 1$ [73].

Если сооружение нельзя схематизировать как систему с одной степенью свободы, то пульсационная составляющая ветровой нагрузки должна определяться с учетом как собственных частот сооружения (от них зависит ее интенсивность), так и мод (которые задают ее распределение по поверхности).

Пусть сооружение схематизировано как стержень с n сосредоточенными массами (рис. 12.12), т.е. как система с n степенями свободы. Матрица масс системы $[M]$ – диагональная, ее s -й элемент, т.е. масса, сосредоточенная на высоте z_s , равен m_s . Этой же точке соответствует наветренная площадь A_s (равная половине суммы площадей участков, примыкающих к точке сверху и снизу). Коэффициенты k (зависимость ветрового давления от высоты) и пульсаций давления ζ также зависят от координаты z_s , а аэродинамический коэффициент c и коэффициент пространственной корреляции ν – от формы сооружения в этом месте. Поэтому их значение для s -й точки обозначим как k_s , ζ_s , ν_s и c_s .

Если $w(t)$ – закон изменения давления ветра от времени, то ветровую нагрузку на сооружение можно записать в виде вектора

$$\{R_w\} = \{J\}w(t), \quad (12.12)$$

где $\{J\}$ – вектор, задающий распределение возмущающей нагрузки по сооружению. Его s -й элемент

$$J_s = A_s k_s c_s \zeta_s \nu_s. \quad (12.13)$$

Обозначим через $\{w_{p,j}\}$ вектор пульсационной ветровой нагрузки, соответствующей колебаниям по j -й моде. Он представляет собой j -й модальный вектор сил инерции, который в соответствии с (4.56) выражается через коэффициент динамичности ξ :

$$\{w_{p,j}\} = [M] \{\phi_j\} \frac{\{\phi_j\}^T \{J\}}{\{\phi_j\}^T [M] \{\phi_j\}} \xi_j w_0, \quad (12.14)$$

где $[M]$ – матрица масс; $\{\phi_j\}$ – вектор j -й моды; w_0 – как и ранее, нормативное ветровое давление; ξ_j – коэффициент динамичности, определяемый через параметр ε , при вычислении которого следует

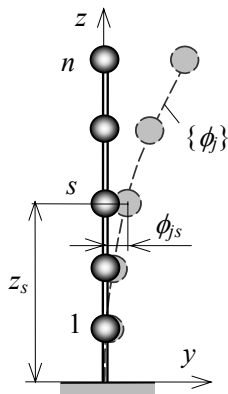


Рис. 12.12. Схематизация сооружения в виде стержня с сосредоточенными массами

подставить в (12.10) не первую собственную частоту системы f_1 , а j -ю частоту f_j .

Произведение k -й компоненты вектора $\{J\}$ на w_0 представляет собой пульсационную нагрузку в k -й точке,

$$w_{pk} = A_k k_k c_k \zeta_k v_k w_0. \quad (12.15)$$

С учетом этого, произведя перемножение в знаменателе (12.14), найдем пульсационную нагрузку в s -й точке сооружения, отвечающую колебаниям по j -й моде,

$$w_{p,s,j} = m_s \phi_{js} \zeta_j \left(\sum_{k=1}^n \phi_{jk} w_{pk} \right) / \left(\sum_{k=1}^n m_k \phi_{jk}^2 \right). \quad (12.16)$$

В такой форме (с точностью до обозначений) пульсационная нагрузка приведена в нормах [42].

Формула (12.14) для определения пульсационной нагрузки легко распространяется на случай схематизации сооружения в виде континуальной системы – стержня длиной l с погонной массой $\mu(z)$ (кг/м) и шириной наветренной поверхности $b(z)$. Если $\phi_j(z)$ и f_j – его j -я мода и собственная частота, то распределенная динамическая ветровая нагрузка, отвечающая колебаниям по этой моде,

$$q_{p,j}(z) = \left(\mu(z) \phi_j(z) \int_0^l \phi_j(z) b(z) w_{p,j}(z) dz \right) / \left(\int_0^l \mu(z) \phi_j^2(z) dz \right), \quad (12.17)$$

где

$$w_{p,j}(z) = w_m(z) \zeta(z) v(z) \xi_j. \quad (12.18)$$

При вычислении коэффициента корреляции $v(z)$ высоту расчетной поверхности следует принимать равной 1 м.

Если погонная масса μ и ширина наветренной стороны b постоянны по длине, то их можно вынести из-под знака интеграла и сократить массу μ . Формула (12.17) упрощается:

$$q_{p,j}(z) = \left(\phi_j(z) b \int_0^l \phi_j(z) w_{p,j}(z) dz \right) / \left(\int_0^l \phi_j^2(z) dz \right). \quad (12.19)$$

Собственные частоты и моды для стержней с постоянными характеристиками приведены в табл. 4.1.

Наконец, если пренебречь зависимостью коэффициента корреляции v от положения расчетной плоскости, то по формуле (12.14) можно вычислить пульсационную нагрузку и в общем случае схематизации сооружения как дискретной системы с n степенями свободы, а не только для стержня с сосредоточенными массами.

Две составляющие ветровой нагрузки, а именно: среднюю и пульсационную, следует суммировать алгебраически.

Пример* 1. Определим ветровую нагрузку на металлическую вентиляционную трубу, показанную на рис. 12.13. Она установлена на крыше здания, расположенного на побережье Белого моря в III ветровом районе, тип местности – В. Отметка установки +42.0 м. Размеры трубы: длина $l = 18$ м; диаметр $d = 1$ м; толщина стенок $\delta = 0.01$ м. Материал трубы – углеродистая сталь, модуль упругости материала $E = 10^{11}$ Па.

1. *Нормативное ветровое давление*

Согласно табл. 12.3, в III ветровом районе оно составляет $w_0 = 0.38$ кПа.

2. *Средняя составляющая ветровой нагрузки*

Среднюю составляющую ветровой нагрузки зададим по второму из описанных в разд. 12.2.3 способов, а именно: как нормальное давление w_y , обусловленное общим сопротивлением сооружения обтеканию воздушным потоком. Нормативную составляющую нагрузки найдем по формуле (12.6), где индекс $m = y$. При ее вычислении учтем коэффициент надежности по ветру $\gamma_f = 1.4$:

$$w_y(z) = w_0 \gamma_f k(z) c_x.$$

Коэффициент $k(z)$ определим по рис. 12.5. Для местности типа В при увеличении высоты z от +42.0 до +60.0 м он изменяется с 1.1 до 1.3. Будем считать его изменение линейным:

$$k(z) = 1.1 + 0.01(z - 42).$$

Подчеркнем, что здесь высота z отсчитывается от уровня земли.

Коэффициент лобового сопротивления c_x вычислим в соответствии разд. 14 обязательного приложения 4 к СНиП [42]:

$$c_x = k c_{x,\infty}.$$

Здесь коэффициент $c_{x,\infty}$ представляет собой лобовое сопротивление бесконечно длинной трубы и задается в зависимости от числа Рейнольдса Re и шероховатости поверхности Δ . В [42] он вычисляется в зависимости не от скорости ветра, а от однозначно зависящего от нее нормативного ветрового давления [см. (12.5)]:

$$Re = 0.88 \cdot 10^5 d \sqrt{w_0 k(z) \gamma_f}.$$

Коэффициент $k(z)$ мало изменяется по высоте трубы, поэтому при вычислении числа Рейнольдса примем его среднее значение $k = 1.2$:

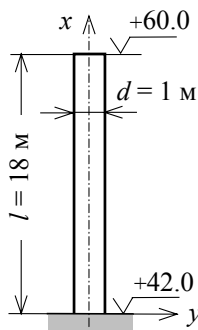


Рис.12.13. Вентиляционная труба

* В примере сделаны ссылки на пункты СНиП [70], по которому вычислена ветровая нагрузка, но сами эти пункты для краткости не приводятся.

$$Re = 0.88 \cdot 10^5 \cdot 1 \sqrt{0.38 \cdot 1.2 \cdot 1.4} = 0.7 \cdot 10^5.$$

По СНиП [42] шероховатость поверхности стальной трубы $\Delta = 0.001$ м. При этих значениях коэффициент $c_{x,\infty} = 1.2$.

Коэффициент k в формуле для c_x учитывает конечность размеров трубы. Он зависит от ее положения и от отношения высоты к диаметру. Для рассматриваемой консольной трубы $k = 0.853$.

Таким образом, коэффициент лобового сопротивления

$$c_x = 0.853 \cdot 1.2 = 1.02,$$

а нормативная составляющая ветрового давления

$$\begin{aligned} w_y(z) &= 0.38 \cdot 1.4 [1.1 + 0.01(z - 42)] 1.02 = \\ &= 0.54 [1.1 + 0.01(z - 42)], \text{ кН/м}^2. \end{aligned}$$

При данном способе задания ветровой нагрузки считается, что ветровое давление распределено по площади проекции трубы на плоскость, перпендикулярную ветру. Среднюю погонную ветровую нагрузку получим путем умножения давления на ширину поперечного сечения трубы, равную 1 м:

$$q_{x,cp} = 0.54(1.1 + 0.01x), \text{ кН/м.}$$

где x – высота сечения трубы над опорой,

$$x = z - 42.$$

Эта нагрузка показана на рис. 12.14,а.

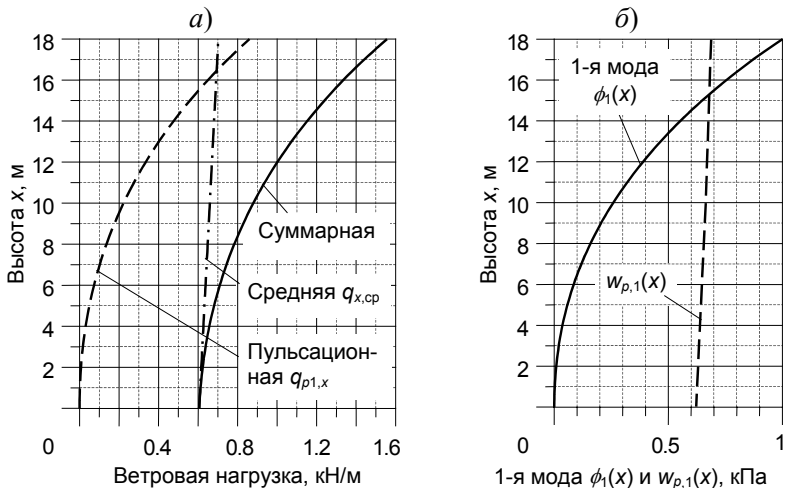


Рис. 12.14. Ветровая нагрузка на трубу:

а – средняя, пульсационная компоненты и суммарная ветровая нагрузка; б – первая мода $\phi_1(x)$

3. Пульсационная составляющая ветровой нагрузки

Для того чтобы определить, надо ли при нахождении пульсационной составляющей учитывать моды трубы, требуется знать ее собственные частоты. Будем рассматривать трубу как консольный стержень со следующими характеристиками (помимо указанных в начале примера): жесткость $EI = 0.76 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$; погонная масса $\mu = 245 \text{ кг/м}$. Найдем по формуле (3.33) и табл. 3.1 первую и вторую собственные круговые частоты ω_i и частоты f_i (Гц):

$$\omega_1 = \frac{\lambda_1^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} = \frac{1.875^2}{18^2} \sqrt{\frac{0.76 \cdot 10^9}{245}} = 19.1 \text{ рад/с}; f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 3 \text{ Гц};$$

$$\omega_2 = \frac{\lambda_2^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} = \frac{4.694^2}{18^2} \sqrt{\frac{0.76 \cdot 10^9}{115}} = 119.8 \text{ рад/с}; f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = 19 \text{ Гц}.$$

Как указано в экспликации к рис. 12.11, логарифмический декремент колебаний для стальной трубы $\delta = 0.15$. По табл. 12.4 находим, что в III ветровом районе предельная частота для определения необходимости учета пульсаций ветра $f_l = 3.8 \text{ Гц}$. Таким образом, $f_1 < f_l < f_2$, и, следовательно, пульсационную составляющую ветровой нагрузки можно вычислять с учетом только первой моды.

Для нахождения этой нагрузки надо разбить трубу по высоте на участки и сосредоточить на их границах с координатами x_s массы, равные полусумме масс примыкающих участков. После этого пульсационная составляющая определяется по формуле (12.16), где перемещения по первой моде $y_{1s} = \phi_1(x_s)$. Выражение для 1-й моды консольного стержня $\phi_1(x)$ приведено в табл. 3.1:

$$\phi_1(x) = \sin \frac{1.875x}{l} - \text{sh} \frac{1.875x}{l} + 1.3622 \left(\text{ch} \frac{1.875x}{l} - \cos \frac{1.875x}{l} \right).$$

График этой функции показан на рис. 12.14,б, где она масштабирована так, чтобы ее максимальное значение равнялось 1. Отметим, что масштабный коэффициент можно было бы принять любым (кроме нуля), так как если умножить на него $\phi_1(x)$, то он сократится, т.е. величина нагрузки не изменится.

В качестве примера вычислим пульсационную составляющую другим способом, а именно: с использованием схематизации трубы в виде консольного стержня. Поскольку его диаметр, погонная масса и жесткость не зависят от длины, воспользуемся формулой (12.19), в которой $b = d = 1 \text{ м}$.

Зависимость пульсационного давления от высоты z , отсчитываемой от уровня земли, найдем по формуле (12.18):

$$w_{p,1}(z) = w_m(z) \zeta(z) \nu(z) \xi_1,$$

где ветровое давление $w_m(z) = w_x(z)$, т.е. то же, что при вычислении

среднего значения ветровой нагрузки. Коэффициент пульсации давления ζ определяем по рис. 12.8. Для местности типа *B* он убывает по высоте трубы примерно от 0.8 до 0.74. Будем считать его изменение линейным:

$$\zeta(z) = 0.8 - 0.0033(z - 42).$$

Коэффициент корреляции ν определим по рис. 12.10. Расчетная поверхность (диаметральная плоскость трубы) расположена параллельно координатной плоскости zOy (см. рис. 12.9). Поэтому за параметр ρ в табл. 12.5 примем диаметр трубы, т.е. $\rho = d = 1$ м. Параметр χ зададим равным единице длины, т.е. $\chi = 1$ м. Поскольку такое значение χ на рис. 12.10 отсутствует, найдем ν посредством экстраполяции: $\nu \approx 0.94$. Размер расчетной поверхности не изменяется с высотой, значит, значение ν также постоянно.

Для определения коэффициента динамичности ξ_1 вычислим параметр ε по формуле (12.10):

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{w_0 \gamma_f}}{940 f_1} = \frac{\sqrt{0.38 \cdot 1000 \cdot 1.4}}{940 \cdot 3} = 0.008.$$

По графику на рис. 12.11 находим $\xi_1 = 1.4$.

Таким образом, пульсационное ветровое давление

$$w_{p,1}(z) = 0.54[1.1 + 0.01(z - 42)][0.8 - 0.0033(z - 42)]0.94 \cdot 1.4,$$

или в зависимости от расстояния x от опоры трубы:

$$w_{p,1}(x) = 0.71(1.1 + 0.01x)(0.8 - 0.0033x), \text{ кПа.}$$

График функции $w_{p,1}(x)$ показан на рис. 12.14,б.

С использованием функций $w_{p,1}(x)$ и собственной формы $\phi_1(x)$ найдена нагрузка $q_{p,1}(x)$ по формуле (12.19). Значения входящих в нее интегралов найдены численно, после чего вычислена дробь, которая при выбранном масштабе моды оказалась равной 0.886 (при другом масштабе этот множитель будет иным).

Полученная нагрузка $q_{p,1}(x)$ показана на рис. 12.14,а. Там же приведена суммарная нагрузка, полученная путем алгебраического сложения средней и пульсационной составляющих. Ее максимальное значение более чем вдвое больше нагрузки без учета пульсаций.

12.2.5. Расчет сооружений на ветровую нагрузку по вычислительной программе SCAD Office

Расчет сооружений на ветровую нагрузку по СНиП [42] реализован в широко распространенном вычислительном комплексе SCAD Office [35]. Он позволяет при расчете на среднюю (статическую) составляющую ветровой нагрузки учитывать помимо ветровых любые локальные и распределенные нагрузки на сооружение. Динамическая (пульсационная) составляющая определяется с уче-

том собственных частот и мод конструкции. Их число для плоских конструкций обычно принимают равным трем, а для пространственных – шести, но в случае необходимости число мод может быть задано как больше, так и меньше этого. В частности, если первая собственная частота больше предельного значения f_i (см. табл. 12.4), то собственные частоты и моды можно вообще не учитывать.

12.3. Аэроупругие колебания конструкций

12.3.1. Аэроупругость

При описанном в предыдущем разделе определении ветровых нагрузок по нормам [42] не учитывается влияние перемещений конструкции на процесс ее обтекания воздушным потоком. Но в случае гибкой конструкции происходит их взаимовлияние, т.е. не только перемещения конструкции зависят от ветровой нагрузки, но и сама нагрузка зависит от перемещений. Конструкции, которые обладают таким свойством, называют *аэроупругими*. Следствием аэроупругости может явиться возникновение самовозбуждающихся колебаний (*автоколебаний*), а также аэродинамическая неустойчивость конструкции.

Теория аэроупругих колебаний первоначально развивалась применительно к проблемам авиации, но после ряда катастроф сооружений, вызванных ветром, были разработаны методы строительных аэродинамических расчетов. Их строгое математическое изложение в рамках настоящей книги невозможно (при желании с ними можно ознакомиться, например, в [55, 76]). Здесь же даны только краткое описание физической картины таких колебаний и сводка формул для расчетов строительных конструкций на их действие.

Российские нормы [42] требуют проверять высокие и гибкие сооружения на так называемый ветровой резонанс, но методика выполнения такой проверки в них отсутствует. Отметим, что в старых нормах [41] такая методика (упрощенная) имела. Кроме того, такие методики приведены также в [73, 76]. Достаточно подробно способы расчета на ветровой резонанс и другие виды аэродинамической неустойчивости изложены в нормах Европейского сообщества – Еврокоде [111]. Поскольку это наиболее современные из имеющихся нормативных документов по данному вопросу, далее методы таких расчетов изложены на их основе. При этом основное внимание уделено сооружениям и конструкциям, характерным для промышленно-гражданских сооружений.

Отметим, что многие соотношения и параметры в Еврокоде [111] и российских нормах [42] подобны. Тем не менее изложение целиком основано на Еврокоде [111], так как использование вперемешку методик и коэффициентов из различных норм может привести к серьезным ошибкам.

12.3.2. Вихревое возбуждение колебаний конструкций

Так называют колебания, вызванные срывом с поверхности тела «вихрей Кармана» (см. разд. 12.1). При этом на тело поочередно с двух сторон действует сила, направленная поперек потока. Например, яхтсмены замечали, что при определенной скорости судна ощущается попеременное постукивание с двух сторон по румпелю. Если частота перемены направления силы совпадет с собственной частотой конструкции, то возникнут резонансные колебания. Кроме того, даже при отсутствии резонанса периодическая сила вызывает усталость материалов конструкции.

В связи с этим в [111] рассматривают два вида отклика конструкции на вихревое возбуждение. Первый, именуемый *широкополосным*, должен учитываться независимо от того, перемещается конструкция или нет. Обычно он более важен для железобетонных и тяжелых конструкций. Второй, *узкополосный* означает перемещения и более актуален для легких стальных конструкций.

Оценка необходимости учета вихревого возбуждения. Эта необходимость определяется по двум критериям. Первый – это гибкость сооружения, характеризуемая соотношением его размеров. Согласно [111], вихревое возбуждение необходимо учитывать, если в плоскости, перпендикулярной направлению ветра, отношение максимального размера конструкции к минимальному больше 6. По российским нормам [42] его надо учитывать, если отношение высоты сооружения к минимальному размеру поперечного сечения на уровне $2/3$ высоты больше 10.

Второй критерий – величина критической скорости ветра. Вихревое возбуждение необходимо учесть, если выполнено условие

$$\frac{v_m}{v_{кр,i}} > 1.25, \quad (12.20)$$

где v_m – скорость ветра, вычисленная по формуле (12.7), на уровне поперечного сечения конструкции, где происходит срыв вихрей (определение его положения обсуждается далее в связи с рис. 12.15); $v_{кр,i}$ – критическая скорость ветра, устанавливаемая по условию возникновения резонанса по i -й моде конструкции, т.е. совпадения частоты срыва вихрей с i -й собственной частотой.

Частота срыва вихрей определяется числом Струхалия, которое вычисляется по формуле (12.3). Из нее следует, что при изгибных колебаниях конструкции

$$v_{кр,i} = \frac{bf_{i,n}}{Sh}, \quad (12.21)$$

где Sh – число Струхалия; b – ширина сечения, м, на котором происходит срыв вихрей и в котором модальное перемещение конструкции или ее рассматриваемой части максимально (для цилиндриче-

ских конструкций b равно наружному диаметру конструкции d); $f_{i,и}$ – i -я собственная частота изгибных колебаний (Гц).

При колебаниях цилиндрических оболочек по оболочечным («овальным») модам критической является скорость ветра, при которой удвоенная частота срыва вихрей совпадает с i -й собственной частотой колебаний по оболочечной моде, т.е.

$$v_{кр,i} = \frac{bf_{i,о}}{2Sh}, \quad (12.22)$$

где b – наружный диаметр оболочки, м; $f_{i,о}$ – i -я собственная частота колебаний по оболочечной моде, Гц.

Нагрузка на конструкцию. В результате срыва вихрей на конструкцию действует инерционная сила, распределенная по длине x :

$$F_{ин}(x) = m(x)(2\pi f_i)^2 \phi_i(x) y_{F,max}, \quad (12.23)$$

где $m(x)$ – погонная масса, кг/м; f_i – i -я собственная частота конструкции, соответствующая ее колебаниям поперек ветра; $\phi_i(x)$ – i -я мода, нормированная таким образом, чтобы ее максимальное значение равнялось 1; $y_{F,max}$ – максимальное перемещение, достигаемое в точке, где значение моды равно 1.

Таким образом, для нахождения нагрузки по формуле (12.23) необходимо определить для максимальное перемещение $y_{F,max}$. В [111] даны два способа вычисления этой величины, которые срыне изложены далее. Но прежде отметим, что непосредственное сравнение этих способов невозможно, так как они разработаны с использованием разных параметров окружающей среды. По этой причине следует использовать, не смешивая, либо тот, либо другой.

Первый способ вычисления максимальных поперечных колебаний

Данный способ применим к разным конструкциям и формам колебаний при любых климатических условиях. Согласно ему, перемещение $y_{F,max}$ вычисляется по формуле

$$\frac{y_{F,max}}{b} = \frac{K_w K c_{п}}{Sh^2 \cdot Sc}, \quad (12.24)$$

где K_w – коэффициент эквивалентной корреляционной длины; K – модальный коэффициент; $c_{п}$ – коэффициент поперечной силы. Формулы для нахождения всех этих коэффициентов приведены далее; Sc – число Скратона, представляющее собой безразмерный параметр, отражающий чувствительность конструкции к возникновению колебаний и зависящий от потерь энергии в системе, а также от соотношения масс конструкции и жидкости или газа:

$$Sc = \frac{2\delta m_{i,о}}{\rho b^2}, \quad (12.25)$$

где δ – логарифмический коэффициент колебаний (см. разд. 12.3.5); ρ – плотность воздуха (при нормальных атмосферных условиях $\rho = 1.22 \div 1.25$ кг/м³); b – ширина сечения конструкции в месте срыва вихрей, м; $m_{i,э}$ – эквивалентная погонная масса для i -й моды,

$$m_{i,э} = \left(\int_0^l m(x) \phi_i^2(x) dx \right) / \left(\int_0^l \phi_i^2(x) dx \right), \quad (12.26)$$

где $m(x)$ – закон распределения погонной массы по длине элемента; l – высота или пролет сооружения или его элемента. При равномерном распределении погонной массы $m(x) = m = \text{const}$, и эквивалентная масса $m_{1,э} = m$. Если рассматриваются колебания по 1-й моде консольного сооружения с переменной погонной массой (например, трубы), то $m_{1,э}$ приближенно равна средней погонной массе верхней трети сооружения. При колебаниях по 1-й моде конструкции с переменной погонной массой, опертой на обоих концах, масса $m_{1,э}$ приближенно равна средней погонной массе на участке длиной $l/3$ с центром в точке, где мода $\phi_i(x)$ максимальна.

В формуле (12.24) коэффициент поперечной силы

$$c_{п} = \begin{cases} c_{п,0} & \text{при } v_{кр,i} / v_{ср,L_j} < 0.83; \\ c_{п,0} (3 - 2.4 v_{кр,i} / v_{ср,L_j}) & \text{при } 0.83 \leq v_{кр,i} / v_{ср,L_j} < 1.25; \\ 0 & \text{при } 1.25 \leq v_{кр,i} / v_{ср,L_j}, \end{cases} \quad (12.27)$$

где $c_{п,0}$ – базовое значение коэффициента поперечной силы, зависящее от формы поперечного сечения в месте срыва вихрей (см. табл. 12.1, а для круглого сечения – рис. 12.3); $v_{кр,i}$ – критическая скорость ветра для i -й моды; $v_{ср,L_j}$ – ее среднее значение в середине отрезка с эквивалентной корреляционной длиной L_j .

Примеры вычисления длины L_j для стержней с различными крайними условиями и для простейшей рамы приведены на рис. 12.15. Размер b на нем – это размер сечения *поперек потока* (на рисунке направление ветра *условно* показано стрелками в плоскости чертежа).

Отрезок с эквивалентной корреляционной длиной располагается на пучности моды, а для консольных стержней – на свободном конце. Отношение его длины L_j к размеру сечения b вычисляется по формулам

$$\frac{L_j}{b} = \begin{cases} 6 & \text{при } y_F(x_j) / b < 0.1; \\ 4.8 + 12 y_F(x_j) / b & \text{при } 0.1 \leq y_F(x_j) / b < 0.6; \\ 12 & \text{при } y_F(x_j) / b > 0.6, \end{cases} \quad (12.28)$$

где $y_F(x_j)$ – перемещение в середине отрезка. При этом длина L_j не может быть больше длины пролета.

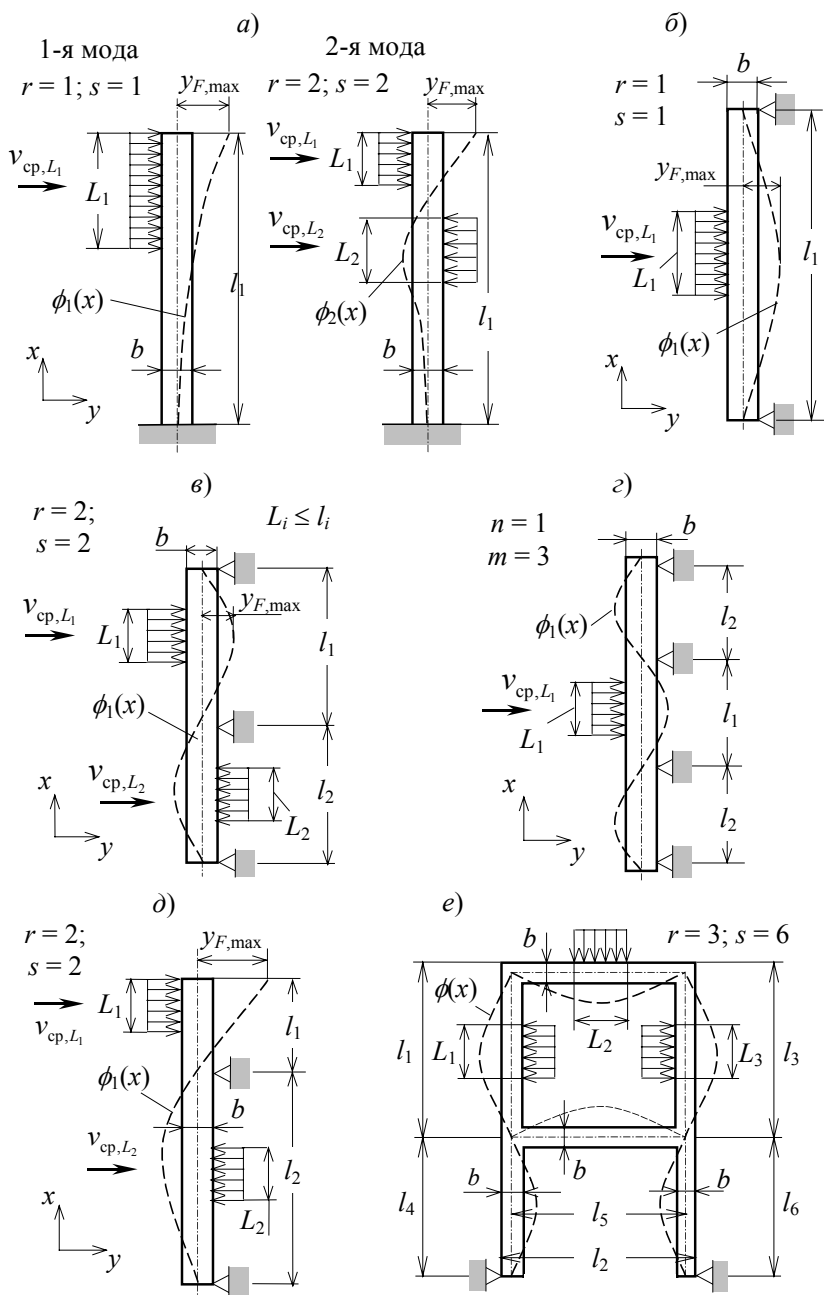


Рис. 12.15. Примеры определения эквивалентной длины L_j

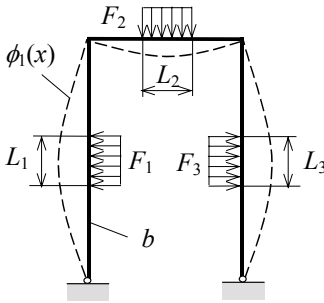
В (12.24) коэффициент эквивалентной корреляционной длины

$$K_w = \left(\sum_{j=1}^r \int_{L_j} |\phi_i(x)| dx \right) / \left(\sum_{j=1}^s \int_{l_j} |\phi_i(x)| dx \right) \leq 0.6, \quad (12.29)$$

а модальный коэффициент

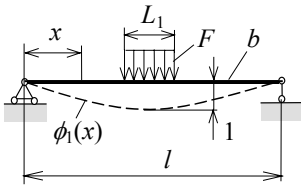
$$K = \left(\sum_{j=1}^r \int_{l_j} |\phi_i(x)| dx \right) / \left(4\pi \sum_{j=1}^r \int_{l_j} \phi_i^2(x) dx \right), \quad (12.30)$$

где l_j – расстояние между двумя узлами моды (для консольных стержней l_j равно длине стержня); r – число областей, где одновременно происходит срыв вихрей; s – число перемен знака («пучностей») i -й моды; остальные обозначения прежние. Значения r и s для некоторых простейших конструкций приведены на рис. 12.15 и 12.16. На рис. 12.16 приведены также значения K и аналитические выражения, по которым можно вычислить K_w для некоторых простейших конструкций, совершающих колебания по 1-й моде.



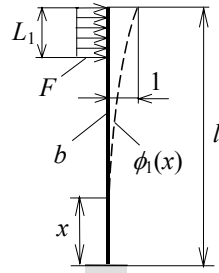
$$r = 3; s = 3; K = 0.10$$

$$K_w = \sum_{j=1}^n \int_{L_j} |\phi_{i,y}(x)| dx / \sum_{j=1}^m \int_{l_j} |\phi_{i,y}(x)| dx$$



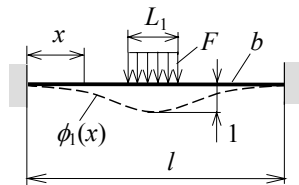
$$r = 1; s = 1; K = 0.10$$

$$K_w = \cos \left[\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{L_j}{l} \right) \right]$$



$$r = 1; s = 1; K = 0.13$$

$$K_w = \frac{3L_j}{l} \left[1 - \frac{L_j}{l} + \frac{1}{3} \left(\frac{L_j}{l} \right)^2 \right]$$



$$r = 1; s = 1; K = 0.11$$

$$K_w = \frac{L_j}{l} + \frac{1}{\pi} \sin \left[\pi \left(1 - \frac{L_j}{l} \right) \right]$$

Рис. 12.16. Модальный коэффициент K и коэффициент эквивалентной корреляционной длины K_w для простейших конструкций

Заметим, что формулы (12.24)–(12.28) образуют «логический круг»: перемещение $y_F(x_j)$ зависит от максимального перемещения $y_{F,\max}$, которое определяется через $c_{п,0}$, а последнее – через $y_F(x_j)$. Поэтому вычисления по формуле (12.24) надо производить методом итераций: сначала задаться в (12.28) отношением $y_F(x_j)/d$, а после вычисления $y_{F,\max}$ – скорректировать его и повторить расчет.

Число циклов нагружения конструкции. Периодическая сила, возникающая при срыве вихрей, может вызвать усталостное разрушение конструкции. Для проверки усталостной прочности необходимо оценить число циклов нагружения. Согласно [111], за срок службы конструкции оно составит

$$N = 2Tf_i \varepsilon_0 \left(\frac{v_{кр,i}}{v^*} \right)^2 \exp \left[- \left(\frac{v_{кр,i}}{v^*} \right)^2 \right], \quad (12.31)$$

где T – срок службы в секундах (он равен сроку службы в годах, умноженному на $3.2 \cdot 10^7$); f_i – i -я собственная частота (Гц), соответствующая моде, по которой происходят колебания; $v_{кр,i}$ – критическая скорость ветра для данной моды; v^* – скорость ветра, зависящая от вероятностного распределения скоростей в рассматриваемом районе (в первом приближении можно принять $v^* = 0.2v_m$, где v_m вычисляется, согласно (12.7), на высоте срыва вихрей); ε_0 – коэффициент, учитывающий диапазон скоростей, при которых образуются вихри ($\varepsilon_0 = 0.1 \div 0.3$; в запас можно принимать верхнее значение). В [111] рекомендуется во всех случаях считать $N \geq 10^4$.

Пример 2. Выполним расчет колебаний при вихревом возбуждении той же трубы, что была рассмотрена в примере 1 (рис. 12.13).

Прежде всего определим по формуле (12.7) скорость ветра v_m . По табл. 12.2 находим, что в III ветровом районе, где находится сооружение, ветровое давление равно 380 Па. Согласно рис. 12.5, для верха трубы (отм. +60.0) коэффициент увеличения скорости ветра по высоте $k = 1.3$, а на середине высоты трубы (\approx отм.+50) $k = 1.2$. Подставив эти значения в (12.7), получим для верха трубы

$$v_{m,60} = 1.51 \sqrt{w_0 k(z)} = 1.51 \sqrt{380 \cdot 1.3} = 33.6 \text{ (м/с)},$$

а на середине ее высоты

$$v_{m,50} = 1.51 \sqrt{w_0 k(z)} = 1.51 \sqrt{380 \cdot 1.2} = 32.2 \text{ (м/с)}.$$

Нижние собственные частоты трубы были вычислены в примере 1: $f_1 = 3$ Гц; $f_2 = 19$ Гц

Найдем по формуле (12.21) критические скорости ветра, при которых могут начаться резонансные колебания по 1-й и 2-й модам. Число Струхала для круглого сечения $Sh = 0.18$ (см. табл. 12.1); характерный размер b равен диаметру трубы: $b = d = 1$ м. Следовательно, критические скорости для 1-й и 2-й мод

$$v_{кр,1} = \frac{bf_1}{2 \cdot Sh} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 0.18} = 8.3 \text{ (м/с)}; \quad v_{кр,2} = \frac{bf_2}{2 \cdot Sh} = \frac{1 \cdot 19}{2 \cdot 0.18} = 52.8 \text{ (м/с)}.$$

Проверим по критерию (12.20) необходимость учета вихревого возбуждения колебаний. Для 1-й моды скорость ветра v_m в этой формуле должна быть принята равной его скорости наверху трубы: $v_{m,60} = 33.6$ м/с. Вычислим отношение

$$\frac{v_{m,60}}{v_{кр,1}} = \frac{33.6}{8.3} = 4.04 > 1.25.$$

Поскольку это отношение больше 1.25, то по критерию (12.20) вихревой резонанс по 1-й моде возможен, и его необходимо учитывать. Для 2-й моды $v_m = v_{m,50} = 32.2$ м/с, т.е.

$$\frac{v_m}{v_{кр,2}} = \frac{32.2}{52.8} = 0.61 < 1.25.$$

Следовательно, резонанс по 2-й моде невозможен.

При вынужденных колебаниях трубы по 1-й моде на нее действует инерционная нагрузка, вычисляемая по формуле (12.23):

$$F_{ин}(x) = m(x)(2\pi f_1)^2 \phi_1(x) y_{F,max} = \\ = 245(2\pi \cdot 3)^2 \phi_1(x) y_{F,max} = 0.87 \cdot 10^5 \phi_1(x) y_{F,max}, \text{ (Н/м)}.$$

Мода $\phi_1(x)$ для консольного стержня приведена в примере 1 (см. рис. 12.14). Ее максимальное значение равно 1.

Вычислим перемещение $y_{F,max}$ согласно (12.24). Входящее в нее число Скратона вычисляется по формуле (12.25). Логарифмический декремент колебаний для этой трубы вычислен в разд. 12.3.5 (пример 8): $\delta = 0.025$. Погонная масса m постоянна по длине, поэтому эквивалентная масса для 1-й моды $m_{1,э} = m = 245$ кг/м. Плотность воздуха $\rho = 1.22$ кг/м³. Подставив эти значения в (12.25), получим

$$Sc = \frac{2\delta_k m_{1,э}}{\rho b^2} = \frac{2 \cdot 0.025 \cdot 245}{1.22 \cdot 1^2} = 10.$$

Определим по (12.28) отрезок с эквивалентной корреляционной длиной L_1 . На рис. 12.16 при колебаниях консольного стержня по 1-й моде этот отрезок расположен у свободного конца. Примем (а позднее проверим это допущение), что отношение перемещения в середине этого отрезка к размеру трубы $y_F(x_1)/b < 0.1$. Тогда по первой формуле (12.28) находим, что $L_1/b = 6$, т.е. $L_1 = 6$ м.

Теперь можно найти, согласно (12.27), коэффициент поперечной силы $c_{п.}$ На середине отрезка L_1 (отм. +57.0) $v_{ср,L_1} \approx 33.2$ м/с. Значит,

$$\frac{v_{кр,1}}{v_{ср,L_1}} = \frac{8.3}{33.2} = 0.26 < 0.83.$$

Поэтому коэффициент c_n должен определяться по первому из соотношений (12.27), т.е. он равен базовому значению этого коэффициента c_{n0} , определяемому по рис. 12.3 в зависимости от числа Рейнольдса Re . Последнее вычисляется по формуле (12.1), где скорость потока $v_n = v_{ср,L1} = 33.2$ м/с, кинематическая вязкость воздуха $\nu = 0.15 \cdot 10^{-4}$ м²/с. Следовательно,

$$Re = \frac{v_n b}{\nu} = \frac{33.2 \cdot 1}{0.15 \cdot 10^{-4}} = 2.2 \cdot 10^6.$$

По рис. 12.3 находим, что при этом значении Re $c_n = c_{n0} = 0.2$.

Коэффициент эквивалентной корреляционной длины K_w вычислим по формуле, приведенной на рис. 12.16:

$$K_w = \frac{3L_j}{l} \left[1 - \frac{L_j}{l} + \frac{1}{3} \left(\frac{L_j}{l} \right)^2 \right] = \\ = \frac{3 \cdot 6}{18} \left[1 - \frac{6}{18} + \frac{1}{3} \left(\frac{6}{18} \right)^2 \right] = 0.704.$$

В соответствии с (12.29) принимаем $K_w = 0.6$. На рис. 12.16 дан также модальный коэффициент $K = 0.2$.

Подставив найденные величины в (12.24), получим

$$\frac{y_{F,\max}}{b} = \frac{K_w K c_n}{Sh^2 \cdot Sc} = \frac{0.6 \cdot 0.13 \cdot 0.2}{0.18^2 \cdot 10} = 0.048.$$

Отсюда находим максимальное перемещение конца трубы

$$y_{F,\max} = 0.048b = 0.048 \text{ (м)};$$

действующая на нее инерционная нагрузка, согласно (12.23):

$$F_{ин}(x) = m(x)(2\pi f_i)^2 \phi_i(x) y_{F,\max} = 245(2\pi \cdot 3)^2 \phi_i(x) 0.048 = 4180 \phi_i(x) \text{ (Н/м)}.$$

Вычисленная инерционная нагрузка показана на рис. 12.17,а, а на рис. 12.17,б приведен создаваемый ею изгибающий момент.

Возвратимся к определению отрезка L_1 . Сделанное предположение, что $y_F(x_1)/b < 0.1$, оказалось справедливым, поэтому найденная длина $L_1 = 6$ м верна. Если бы выяснилось, что $y_F(x_1)/b > 0.1$, то

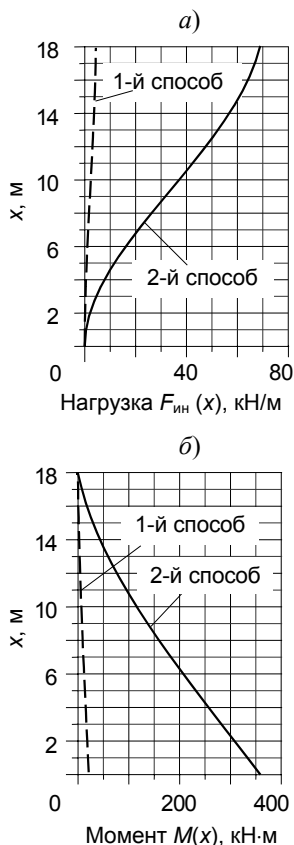


Рис. 12.17. Результаты вычисления колебаний трубы при вихревом возбуждении:

а – инерционная нагрузка; б – изгибающий момент

следовало бы принять другое, большее значение этого отношения (например, подставить в (12.28) его найденное значение) и повторить расчет.

Определим по формуле (12.31) *число циклов нагружения* конструкции. Примем в качестве $v_m = v_{m,60} = 33.6$ м/с. Тогда $v^* = 0.2v_m = 6.7$ м/с. Примем коэффициент $\varepsilon_0 = 0.3$, срок службы конструкции $T = 30$ лет $= 30 \cdot 3.2 \cdot 10^7$ с. Число циклов за срок службы

$$N = 2 \cdot 30 \cdot 3.2 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 0.3 \left(\frac{8.3}{6.7} \right)^2 \exp \left[- \left(\frac{8.3}{6.7} \right)^2 \right] = 0.57 \cdot 10^9$$

Прочность трубы и ее опорных устройств надо проверять, учитывая снижение прочности материалов из-за усталости при таком числе симметричных циклов нагрузки.

Вихревое возбуждение при линейном и групповом расположении цилиндров

При линейном или групповом расположении круговых цилиндров, показанном в табл. 12.6, может происходить вихревое возбуждение их колебаний вследствие взаимного влияния. Максимальные перемещения вычисляются по формуле (12.24) со следующими изменениями.

Если два **не связанных между собой** цилиндра располагаются в линию, то в (12.24) число Струхала

$$\text{Sh} = \begin{cases} 0.1 + 0.085 \log \frac{a}{b} & \text{при } 1 \leq \frac{a}{b} \leq 9; \\ 0.18 & \text{при } 9 < \frac{a}{b}. \end{cases} \quad (12.32)$$

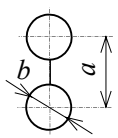
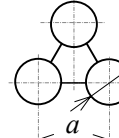
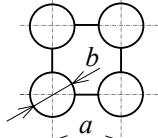
Вместо c_n следует в (12.24) подставить c'_n :

$$c'_n = \begin{cases} 1.5c_n & \text{при } 1 \leq \frac{a}{b} \leq 10; \\ c_n & \text{при } 15 \leq \frac{a}{b}. \end{cases} \quad (12.33)$$

в диапазоне $10 < a/b < 15$ значение c'_n определяется по интерполяции. Здесь коэффициент c_n находят через коэффициент $c_{n,0}$, приведенный в табл. 12.1, следующим образом:

$$c_n = \begin{cases} c_{n,0} & \text{при } (v_{кр,1}/v_{ср,L_1}) \leq 0.83; \\ c_{n,0} (3 - 2.4 v_{кр,1}/v_{ср,L_1}) & \text{при } 0.83 \leq (v_{кр,1}/v_{ср,L_1}) \leq 1.25; \\ 0 & \text{при } 1.25 \leq (v_{кр,1}/v_{ср,L_1}). \end{cases} \quad (12.34)$$

Таблица 12.6. Данные для вычисления отклика на вихревое возбуждение при групповом расположении связанных цилиндров

Расположение связанных цилиндров				
n в (12.37) и на рис. 12.18		2	3	4
Коэффициент интерференции K_{iv}	$a/b = 1$	1.5	4.8	4.8
	$a/b \geq 2$	1.5	3.0	3.0
Коэффициент неустойчивости a_r	$a/b \leq 1.5$	1.5	6.0	1.0
	$a/b \geq 2.5$	3	3.0	2.0

Примечание: при промежуточных значениях отношения a/b использовать линейную интерполяцию.

Если цилиндры **связаны между собой**, то при $1 \leq a/b \leq 3$ коэффициент

$$c'_n = K_{iv} c_{n,0}, \quad (12.35)$$

где K_{iv} – коэффициент интерференции для вихревого возмущения (табл. 12.6); коэффициент $c_{n,0}$ приведен в табл. 12.1.

Число Струхала Sh для связанных цилиндров определяется по рис. 12.18, а число Скратона Sc вычисляется по формуле, подобной (12.25), где вместо одной эквивалентной погонной массы берется их сумма:

$$Sc = \frac{2\delta_k \sum m_{n,\varepsilon}}{\rho b^2}, \quad (12.36)$$

где $\sum m_{n,\varepsilon}$ – сумма эквивалентных погонных масс.

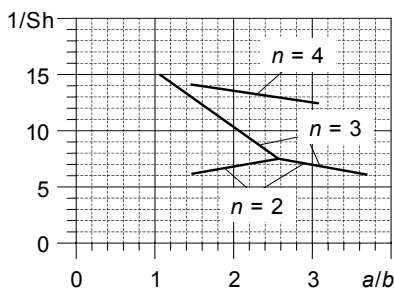


Рис. 12.18. Число Струхала для n связанных цилиндров

Второй способ вычисления максимальных поперечных колебаний

Данный подход используется для расчета вынужденных колебаний при вихревом возбуждении консольных конструкций, имеющих регулярное распределение обдуваемого поперечного сечения по главным осям сооружения. Типичные сооружения такого типа – отдельно стоящие дымовые и вентиляционные трубы, мачты. При

групповом или линейном расположении цилиндрических конструкций такой способ использовать нельзя. В [111] этот подход рекомендуется для прибрежных территорий Северной Европы, для которых характерны очень холодные и стратифицированные ветры. По-видимому, подобные климатические условия имеются на северных и дальневосточных побережьях России.

Учитывается только 1-я мода конструкции $\phi_1(x)$, нормированная таким образом, чтобы ее максимальное значение равнялось 1. В точке, где $\phi_1(x) = 1$, максимальное перемещение

$$y_{\max} = \sigma_y k_p, \quad (12.37)$$

где σ_y – стандартное отклонение перемещений*; k_p – пик-фактор.

Стандартное отклонение σ_y является решением уравнения

$$\frac{\sigma_y}{b} = \frac{1}{\text{Sh}^2} \frac{C_c}{\sqrt{\frac{\text{Sc}}{4\pi} - K_a \left[1 - \left(\frac{\sigma_y}{ba_L} \right)^2 \right]}} \sqrt{\frac{\rho b^2}{m_3}} \sqrt{\frac{b}{h}}, \quad (12.38)$$

где C_c – аэродинамическая постоянная, зависящая от размеров поперечного сечения, а для кругового цилиндра – также от числа Рейнольдса Re (см. табл. 12.7); K_a – аэродинамический коэффициент

Таблица 12.7. Константы для вычисления перемещений при вихревом возбуждении

Константа		C_c	$K_{a,\max}$	a_L
Круговой цилиндр	$\text{Re} \leq 10^5$	0.02	4	0.4
	$\text{Re} = 5 \cdot 10^5$	0.005	0.5	0.4
	$\text{Re} \geq 10^6$	0.01	1	0.4
Квадратное сечение		0.04	6	0.4

демпфирования (его вычисление разъяснено далее); a_L – нормализованная предельная амплитуда, задающая отклонение конструкции с очень низким демпфированием (см. табл. 12.7); m_3 – эквивалентная погонная масса, вычисляемая, согласно (12.26); h и b – высота и ширина сооружения (для сооружений с переменной шириной в качестве b принимается ширина в точке наибольшего отклонения); остальные обозначения – прежние.

Примечание: в диапазонах $10^5 \leq \text{Re} \leq 5 \cdot 10^5$ и $5 \cdot 10^5 \leq \text{Re} \leq 10^6$ константы C_c и $K_{a,\max}$ для кругового цилиндра линейно зависят от $\log(\text{Re})$.

Решение уравнения (12.38):

$$\left(\frac{\sigma_y}{b} \right)^2 = c_1 + \sqrt{c_1^2 + c_2}, \quad (12.39)$$

* Это параметр, характеризующий диапазон рассеяния значений случайной величины относительно ее среднего значения – математического ожидания.

где

$$c_1 = \frac{a_L^2}{2} \left(1 - \frac{Sc}{4\pi K_a} \right); \quad (12.40)$$

$$c_2 = \frac{\rho b^2}{m_e} \frac{a_L^2}{K_a} \frac{C_c^2}{Sh^4} \frac{b}{h}. \quad (12.41)$$

Аэродинамический коэффициент демпфирования K_a убывает с увеличением турбулентности воздушного потока. При отсутствии турбулентности $K_a = K_{a,\max}$ (см. табл. 12.7), поэтому применение во всех случаях значения $K_{a,\max}$ дает перемещения с запасом.

В (12.37) пик-фактор

$$k_p = \sqrt{2} \left[1 + 1.2 \operatorname{ctg} \left(\frac{0.75 Sc}{4\pi K_a} \right) \right]. \quad (12.42)$$

Число циклов нагружения конструкции можно вычислить, согласно (12.31), где следует положить $\varepsilon_0 = 0.15$.

Пример 3. Определим по 2-му способу нагрузку при вихревом возбуждении на ту же трубу, что в примерах 1 и 2.

Вычислим по формулам (12.40) и (12.41) коэффициенты c_1 и c_2 . Числа Рейнольдса и Скратона найдены в примере 2: $Re = 2.2 \cdot 10^6$; $Sc = 9.64$. По табл. 12.7 находим: $C_c = 0.01$; $K_{a,\max} = 1$; $a_L = 0.4$. В запас примем $K_a = K_{a,\max}$. Остальные члены (12.40) и (12.41) прежние.

$$c_1 = \frac{a_L^2}{2} \left(1 - \frac{Sc}{4\pi K_a} \right) = \frac{0.4^2}{2} \left(1 - \frac{9.64}{4\pi \cdot 1} \right) = 0.0163;$$

$$c_2 = \frac{\rho b^2}{m_{1,e}} \frac{a_L^2}{K_a} \frac{C_c^2}{Sh^4} \frac{b}{h} = \frac{1.22 \cdot 1^2}{245} \frac{0.4^2}{1} \frac{0.01^2}{0.18^4} \frac{1}{18} = 0.42 \cdot 10^{-5}.$$

По формуле (12.39) получаем

$$(\sigma_y/b)^2 = c_1 + \sqrt{c_1^2 + c_2} = 0.0163 + \sqrt{0.0163^2 + 0.42 \cdot 10^{-5}} = 0.033,$$

откуда:

$$\sigma_y = b\sqrt{0.033} = 0.18 \text{ (м)}.$$

Пик-фактор k_p вычисляется, согласно (12.42):

$$k_p = \sqrt{2} \left[1 + 1.2 \operatorname{ctg} \left(\frac{0.75 Sc}{4\pi K_a} \right) \right] = \sqrt{2} \left[1 + 1.2 \operatorname{ctg} \left(\frac{0.75 \cdot 10}{4\pi \cdot 1} \right) \right] = 3.9.$$

Подставив σ_y и k_p в (12.37), найдем

$$y_{\max} = \sigma_y k_p = 0.18 \cdot 3.9 = 0.7 \text{ (м)}.$$

Инерционную нагрузку на трубу найдем, согласно (12.23):

$$F_{\text{ин}}(x) = m(x)(2\pi f_i)^2 \phi_i(x) y_{F,\text{max}} = \\ = 245(2\pi \cdot 3)^2 \phi_i(x) \cdot 0.7 = 60935 \phi_i(x) \text{ (Н/м)}.$$

Вычисленная инерционная нагрузка показана на рис. 12.14,а, а на рис. 12.14,б приведен создаваемый ею изгибающий момент.

Сравнение результатов расчета по первому и второму способам

Сделаем два замечания. Во-первых, расчет перемещений по второму способу значительно проще, чем по первому, но получаемые по нему нагрузки и внутренние усилия гораздо больше (в приведенных примерах – более чем в 14 раз). В нормах [109], откуда заимствованы обе методики, отсутствуют какие-либо уточнения по использованию той или иной из них, кроме климатических условий места расположения объекта.

Во-вторых, по второму способу большие перемещения получаются за счет умножения на пик-фактор, значение которого быстро увеличивается с уменьшением логарифмического декремента колебаний. В то же время логарифмические декременты, рекомендованные в Еврокоде [111] для расчетов на ветровые нагрузки (см. разд. 12.3.5), очень малы по сравнению с затуханием, заданным в российских нормах [42]. Если использовать значение $\delta = 0.05$, указанное в экспликации к рис. 12.11, а не $\delta = 0.025$, полученное по нормам [111], то величина перемещения и инерционная нагрузка по обоим способам уменьшатся вдвое.

Отметим также, что методика расчета на вихревой резонанс в отечественных нормах [41] (уже отмененных) была подобна второму способу и давала близкие к нему результаты.

Определение максимальных перемещений по методу конечных элементов

Формулы (12.26), (12.29) и (12.30), по которым вычисляются эквивалентная масса $m_{э,1}$ и коэффициенты K_w и K , предполагают схематизацию конструкции в виде континуальной системы. Однако в наши дни расчеты строительной конструкции чаще производят по методу конечных элементов (МКЭ). При этом конструкция схематизируется как дискретная система с n степенями свободы, и i -я мода получается не в виде непрерывной функции $\phi_i(x)$, а как вектор $\{\phi_i\}$ размерностью $1 \times n$. С учетом этого инерционная нагрузка также представляет собой вектор:

$$\{F_{\text{ин}}\} = [M]\{\phi_i\}(2\pi f_i)^2 y_{F,\text{max}}, \quad (12.43)$$

где $[M]$ – матрица масс системы. Если матрица масс диагональная, то k -й элемент вектора нагрузки

$$F_{ин,k} = m_k \phi_{ik} (2\pi f_i)^2 y_{F,max} \cdot \quad (12.44)$$

Эквивалентная масса может быть найдена по формуле

$$m_{i,э} = \left(\sum_{k=1}^n m_k \phi_{ik}^2 \right) / \left(\sum_{k=1}^n \phi_{ik}^2 \right), \quad (12.45)$$

где m_k – масса, сосредоточенная в k -й точке; ϕ_{ik} – k -й элемент вектора $\{\phi_i\}$.

Коэффициент эквивалентной корреляционной длины K_w вместо (12.29) вычисляется по формуле

$$K_w = \left[\sum_{j=1}^r \left(\sum_{k=1}^{r_j} |\phi_{ik}| \right) \right] / \left[\sum_{j=1}^s \left(\sum_{k=1}^{s_j} |\phi_{ik}| \right) \right] \leq 0.6, \quad (12.46)$$

а модальный коэффициент K вместо (12.30) – по формуле

$$K = 4\pi \left[\sum_{j=1}^s \left(\sum_{k=1}^{s_j} \phi_{ik}^2 \right) \right] / \left[\sum_{j=1}^s \left(\sum_{k=1}^{s_j} |\phi_{ik}| \right) \right], \quad (12.47)$$

где, как и в (12.29) и (2.30), l_j – расстояние между двумя узлами моды (для консольных стержней равно длине стержня); r – число областей, где одновременно происходит срыв вихрей; s – число перемен знака («пучностей») i -й моды (см. рис. 12.15 и 12.16). В числителе сумма в скобках вычисляется по точкам в пределах j -й эквивалентной корреляционной длины L_j , а r_j – число таких точек. В знаменателе сумма в скобках вычисляется по точкам в пределах каждой пучности моды (для консольных стержней – по всей длине стержня); s_j – число точек, находящихся в этой пучности.

Пример 4. Определим по МКЭ нагрузки при вихревом возбуждении на металлическую вентиляционную трубу, показанную на рис. 12.19. Размеры трубы: общая длина $l = 18$ м; длина конической части $l_1 = 8$ м; диаметр цилиндрической части $d = 1$ м, а основания конической $d_1 = 2$ м; толщина стенок $s = 0.01$ м. Модуль упругости материала трубы (углеродистая сталь) $E = 10^{11}$ Па. Скорость ветра – такая же, как в примере 2: на верху трубы (отм. +60.0) $v_{60} = 33.6$ м/с, а на середине ее высоты (отм. +50) $v_{50} = 33.2$ м/с.

Труба разбита на 18 конечных элементов стержневого типа (19 узлов, начиная с заделки). Узловые массы приведены в табл. 12.8. Первые две собственные частоты: $f_1 = 5.3$ Гц, $f_2 = 25$ Гц.

Критические скорости ветра, при которых могут начаться резонансные колебания по 1-й и 2-й модам, найдем, согласно (12.21), где, как и в примере 1, $Sh = 0.18$, характерный размер $b = d = 1$ м:

$$v_{кр,1} = \frac{bf_1}{2Sh} = \frac{1 \cdot 5.3}{2 \cdot 0.18} = 14.7 \text{ (м/с)}; \quad v_{кр,2} = \frac{bf_2}{2Sh} = \frac{1 \cdot 25}{2 \cdot 0.18} = 69.4 \text{ (м/с)}.$$

Проверим по критерию (12.20) необходимость учета колебаний по 1-й моде. Скорость v_m принимаем для верха трубы: $v_m = v_{60} = 32.5$ м/с. Тогда

$$\frac{v_m}{v_{кр,1}} = \frac{33.6}{14.7} = 2.29 > 1.25.$$

Следовательно, колебания по 1-й моде должны быть учтены.

Для 2-й моды рассматривается скорость $v_m = v_{50} = 32.2$ м/с:

$$\frac{v_m}{v_{кр,2}} = \frac{32.2}{69.4} = 0.46 < 1.25.$$

Согласно (12.20), резонанс по 2-й моде невозможен.

Таблица 12.8. Параметры вентиляционной трубы и результаты расчета колебаний

Номер узла k	Масса m_k , кг	1-я мода $\{\phi\}$	Нагрузка $\{F\}$, Н	Момент $\{M\}$, Нм
1	238	0.0000	0.0	3168
2	475	0.0025	0.6	3168
3	443	0.0089	1.9	3159
4	414	0.0197	3.9	3128
5	382	0.0355	6.5	3070
6	353	0.0572	9.7	2979
7	321	0.0858	13.2	2853
8	291	0.1223	17.1	2694
9	260	0.1687	21.1	2506
10	245	0.2259	26.6	2295
11	245	0.2929	34.4	2056
12	245	0.3680	43.3	1781
13	245	0.4496	52.9	1478
14	245	0.5361	63.0	1161
16	245	0.6261	73.6	845
15	245	0.7183	84.5	551
17	245	0.8119	95.5	297
18	245	0.9059	106.5	107
19	245	1.0000	117.6	0

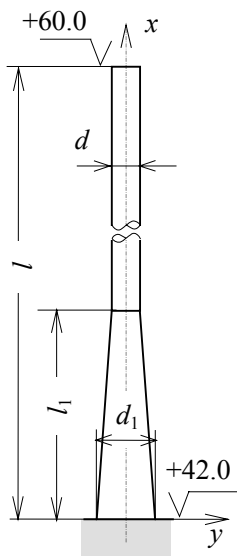


Рис. 12.19. Вентиляционная труба

Найдем по формуле (12.24) перемещение $u_{F,max}$, через которое определяется инерционная нагрузка по формуле (12.23). Фигурирующее в (12.24) число Скратона будем считать таким же, как в примере 2, т.е. $Sc = 10$.

Для нахождения отрезка с эквивалентной корреляционной длиной L_1 по формуле (12.28) примем, что отношение перемещения в его середине к размеру трубы $u_F(x_1)/b < 0.1$. Тогда, согласно первой формуле (12.28), $L_1/b = 6$, т.е. $L_1 = 6$ м. При определении коэффициента поперечной силы c_n по формуле (12.27) все условия те же, что в примере 2, и поэтому также $c_n = 0.2$. Коэффициент K_w вычисляем по формуле (12.29): $K_w = 0.784$. В соответствии с ограничением, за-

данным этой формулой, принимаем $K_w = 0.6$. Модальный коэффициент K вычислен, согласно (12.30): $K = 0.12$.

Подстановка найденных значений в (12.24) дает

$$\frac{y_{F,\max}}{b} = \frac{K_w K c_{\Pi}}{\text{Sh}^2 \cdot \text{Sc}} = \frac{0.6 \cdot 0.12 \cdot 0.2}{0.18^2 \cdot 10} = 0.044,$$

т.е. $y_{F,\max} = 0.044$ м. Сделанное предположение, что $y_F(x_1)/b < 0.1$, оказалось справедливым.

Вектор инерционной нагрузки по 1-й моде найдем по формуле (12.43):

$$\{F_{\text{ин}}\} = [M]\{\phi_1\}(2\pi f_1)^2 y_{F,\max} = [M]\{\phi_1\}(2\pi \cdot 5.3)^2 0.044 = 48.8[M]\{\phi_1\}.$$

В соответствии с (12.44) k -й элемент вектора нагрузки

$$F_{\text{ин},k} = 48.8 m_k \phi_{k,1},$$

где m_k – масса, сосредоточенная в k -й точке; $\phi_{k,1}$ – k -й элемент вектора ϕ_1 .

Полученная нагрузка и изгибающие моменты в узлах конечно-элементной модели приведены в табл. 12.8.

Способы снижения колебаний конструкций при вихревом возбуждении

Срыв вихрей с поверхности тела происходит синхронно по всей его длине. При колебаниях сооружения это происходит при достижении его точками крайних положений. Поэтому колебания сооружения при вихревом возбуждении можно уменьшить, если разрушить вихри или предотвратить их синхронный срыв.

С этой целью на конструкцию устанавливают специальные аэродинамические устройства, предназначенные для срыва воздушного потока. Но применяя их, необходимо учитывать, что они эффективны только при специальных условиях, в частности, если число Скратона $\text{Sc} > 8$ [111].

Одно из таких устройств – спиральные ребра (*интерцепторы*) на поверхности цилиндра, устанавливаемые в его верхней части на длине от 33 до 40% от высоты (рис. 12.20,а). Система состоит из трех тонких прямоугольных ребер с шагом спирали $5D$ (D – диаметр трубы) и высотой ребра в радиальном направлении $t = 0.1D$ (для легких сооружений с малым демпфированием $t = 0.13D$). Эффективность интерцепторов не уменьшается, если между ребрами и цилиндрической поверхностью имеется зазор шириной до $0.005D$. Следует иметь в виду, что интерцепторы, уменьшая аэроупругие колебания, в то же время увеличивают лобовое сопротивление сооружения (рис. 12.20,б, [76]) и, следовательно, статическую и пульсационную компоненты ветровой нагрузки (см. разд. 12.2.3).

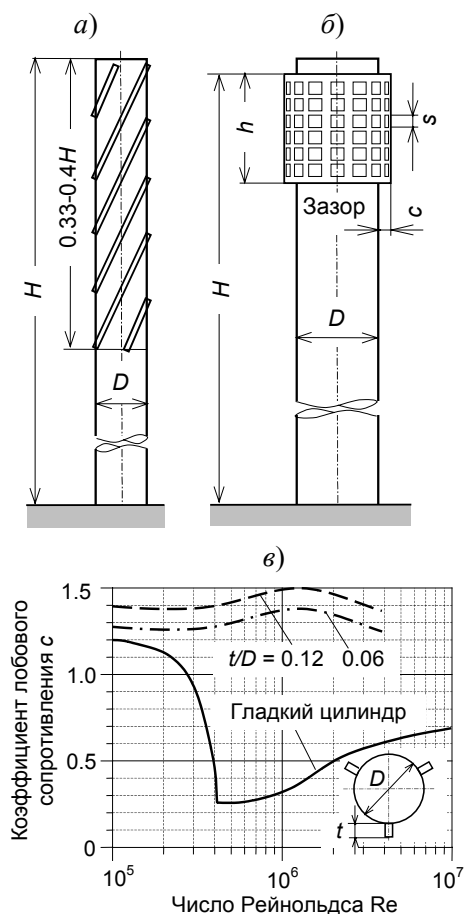


Рис. 12.20. Устройства для снижения колебаний при вихревом возбуждении: *а* – интерцепторы; *б* – перфорированная оболочка; *в* – коэффициент лобового сопротивления трубы с интерцепторами [76]

бой механическую систему с одной степенью свободы, настроенную в резонанс с частотой возмущающей силы. Теория динамического гасителя колебаний имеется, например, в [53, 84].

Сочетания внутренних усилий в конструкции при учете вихревого возбуждения

Нагрузка при колебаниях из-за вихревого возбуждения, с одной стороны, и сумма статической и пульсационной составляющих ветровой нагрузки, определяемых по нормам [42], с другой, действуют

Другой эффективный способ нарушения синхронности срыва вихрей – установка поверх трубы перфорированной оболочки (рис. 12.20, *б*). Эксперименты показали, что колебания существенно снижаются даже тогда, когда оболочка экранирует только 25% верхней части. Наилучшее действие наблюдалось, если суммарная площадь проемов составляла от 20 до 36% площади поверхности оболочки (квадратные отверстия со стороной $s = 0.052 \div 0.07D$), а величина зазора между ней и трубой $c = 0.12D$.

Амплитуду вынужденных колебаний конструкции можно уменьшить обычным способом, а именно: путем увеличения рассеяния энергии. Например, если конструкция находится рядом с другим, неподвижным сооружением, то можно установить между ними демпферы.

Еще один, классический, способ снижения вибраций – применение динамического гасителя колебаний. Он представляет собой

во взаимно перпендикулярных плоскостях. Поэтому суммирование создаваемых ими усилий производится по формуле

$$R = \sqrt{R_B^2 + (R_{ст} + R_{п})^2}, \quad (12.48)$$

где R – суммарное усилие (напряжение, момент, перерезывающая сила); R_B – усилие за счет колебаний при вихревом возбуждении; $R_{ст}$ и $R_{п}$ – усилия за счет статической и пульсационной компонент ветровой нагрузки [73].

12.3.3. Галопирование гибких конструкций

Галопирование – это самовозбуждающиеся изгибные колебания (автоколебания) гибких конструкций поперек направления ветра, в процессе которых их сечение движется по эллиптической траектории. При определенных условиях амплитуда колебаний может в десять и более раз превышать поперечное сечение конструкции. Частота колебаний значительно меньше частоты срыва вихрей, т.е. хотя галопирование внешне и похоже на колебания при вихревом возбуждении, но представляет собой иное физическое явление. С теорией этого явления можно познакомиться в [76]. Далее изложены практические способы анализа возможности возникновения данного процесса, приведенные в [111].

Опасные формы поперечного сечения конструкции. Этому виду аэродинамической неустойчивости подвержены конструкции со специфическими D-, L-, I-, U- и T-образными формами поперечного сечения. Теоретически доказано, что галопирование круговых цилиндров невозможно [76], но оно может начаться, если их сечение изменилось за счет образования наледи, в результате чего приобрело D-образную форму (пример – галопирование проводов линий электропередачи). Опасные виды сечений указаны в табл. 12.9.

Начальная скорость ветра. Галопирование начинается, если скорость ветра достигла начального значения $v_{нг}$. При его превышении амплитуда колебаний быстро увеличивается. Скорость равна

$$v_{нг} = \frac{2Sc}{a_r} f_1 b \text{ (м/с)}, \quad (12.49)$$

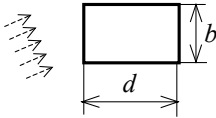
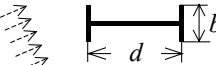
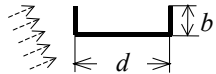
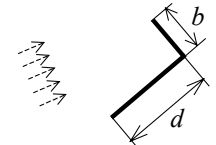
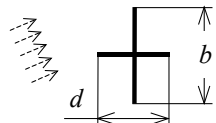
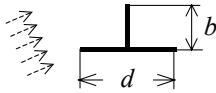
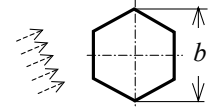
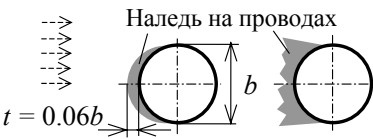
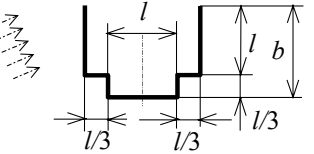
где Sc – число Скратона, вычисляемое по формуле (12.25); f_1 – первая собственная частота колебаний конструкции поперек ветра; b – размер сечения, показанный в табл. 12.9; a_r – коэффициент неустойчивости по отношению к галопированию, приведенный в табл. 12.9 (если этот коэффициент неизвестен, можно считать $a_r = 10$).

Возникновение галопирования возможно, если

$$v_{нг} < 1.25v_m, \quad (12.50)$$

где v_m – скорость ветра в точке, где ожидается максимальная амплитуда колебаний, вычисленная по формуле (12.7).

Таблица 12.9. Коэффициент a_r неустойчивости к галопированию

Номер схемы	Поперечное сечение	d/b	a_r
1		2.0	2.0
		1.5	1.7
		1.0	1.2
		2/3	1.0
		1/2	0.7
		1/3	0.4
2		2.7	5.0
		5.0	7.0
3		3.0	7.5
4		2.0	0.7
5		3/4	3.2
6		2.0	1.0
7			1.0
8			1.0
9			4.0

Примечание: при промежуточных значениях отношения d/b коэффициент a_r можно определять по линейной интерполяции. Экстраполяция за приведенные пределы d/b не допускается.

Если скорость ветра $v_{нг}$ лежит в диапазоне

$$0.7 < \frac{v_{нг}}{v_{кр,1}} < 1.5, \quad (12.51)$$

где $v_{кр,1}$ – скорость ветра, при которой происходит срыв вихрей [см. (12.21)], то возможно сочетание галопирования с вихревым возбуждением колебаний. Для этого случая нормы [111] не дают никаких рекомендаций, ограничиваясь замечанием, что необходимо специальное исследование.

Методы расчета движения конструкции при галопировании достаточно сложны и здесь не рассматриваются. Они описаны, например, в [73, 76]. Отметим, что рассчитать движение удастся лишь в некоторых простейших случаях, а в более сложных требуется проведение испытаний в аэродинамической трубе.

Как следует из (12.49) и (12.50), для предотвращения галопирования следует увеличить собственную частоту конструкции и рассеяние в ней энергии. Кроме того, следует предпринять конструктивные и организационные меры для предотвращения неблагоприятного искажения формы сечения. Например, часто наблюдается галопирование проводов высоковольтных передач вследствие появления наледи. Один из способов его предотвращения – кратковременное пропускание через обледеневшие провода тока высокой частоты, который нагревает их и вызывает плавление льда.

Пример 5. Проверим возможность возникновения галопирования вентиляционной трубы, рассмотренной в примере 2. Будем предполагать, что вследствие погодных условий на трубе образовалась наледь, при которой ее сечение приобрело опасную с точки зрения галопирования форму (см. табл. 12.9, схема 8).

Как было показано в примере 2, скорость ветра в точке, где ожидается максимальная амплитуда колебаний (на отметке +60.0), $v_m = 33.6$ м/с. Диаметр трубы $d = 1$ м (он же – размер сечения b). Первая собственная частота трубы $f_1 = 3$ Гц; число Скратона $Sc = 10$. По формуле (12.49) найдем начальную скорость ветра, при которой может начаться галопирование трубы (согласно табл. 12.9, коэффициент $a_r = 1$):

$$v_{нг} = \frac{2 Sc}{a_r} f_1 b = \frac{2 \cdot 10}{1} 3 \cdot 1 = 60 \text{ (м/с)}.$$

По условию (12.50) галопирование может начаться, если скорость $v_{нг}$ превышает скорость ветра v_m менее чем на 25 %. Проверим выполнение этого условия:

$$1.25 v_m = 1.25 \cdot 33.6 = 42 \text{ м/с} < v_{нг} = 60 \text{ (м/с)}.$$

Следовательно, галопирования трубы можно не опасаться.

Галопирование связанных цилиндров

Классическая проблема галопирования – колебания связанных между собой цилиндров, показанных в табл. 12.6. Начальная скорость ветра $v_{нг}$ вычисляется по формуле (12.49), где f_1 – первая собственная частота изгибных колебаний; b – размер, показанный в табл. 12.6 (диаметр цилиндра); a_T – коэффициент неустойчивости по отношению к галопированию, который зависит от отношения размера b к расстоянию между цилиндрами a (см. табл. 12.6).

Возможность начала галопирования определяется по формуле (12.50), в которой скорость ветра v_m задают в точке, где максимальная амплитуда колебаний.

Галопирование не связанных цилиндров в спутной струе

Если несколько не связанных между собой цилиндров близко расположены друг к другу, то при определенной скорости ветра может наблюдаться их галопирование в спутной струе («кильватерном следе»). Это явление стало причиной ряда тяжелых аварий. Примером может служить разрушение слишком близко расположенных градирен на электростанции Феррибридж в Великобритании (рис. 12.21). Теория этого явления изложена в [76] и здесь не рассматривается. Ограничимся объяснением его физической природы.



Рис. 12.21. Разрушение градирен на ТЭС Феррибридж (Англия)

При определенной скорости ветра за первым цилиндром образуется турбулентный след. Если воздушный поток набегаёт под некоторым углом атаки β к оси расположения цилиндров (рис.12.22), то цилиндр, находящийся ниже по течению, оказывается на краю

зоны турбулентности. Под ее влиянием могут начаться его сильные поперечные колебания. Но это произойдет только в том случае, если частоты его колебаний меньше частоты образования вихрей за ним и таких же частот у первого цилиндра.

Если отношение расстояния между осями к диаметру цилиндра $a/b < 3$, то критическая скорость, при которой начинается галопирование в спутной струе [111]:

$$v_{г,сп} = 3.5 f_1 \sqrt{\frac{ab Sc}{a_{н,сп}}}, \text{ м/с}, \quad (12.52)$$

где f_1 – первая частота колебаний второго цилиндра поперек ветра; $a_{н,сп}$ – коэффициент неустойчивости (можно принимать $a_{н,сп} = 3.0$). Для предотвращения галопирования необходимо обеспечить выполнение условия (12.50): $v_{г,сп} > 1.25v_m$. Как следует из (12.52), повышения критической скорости $v_{г,сп}$ можно достигнуть за счет увеличения собственной частоты и потерь энергии в конструкции, диаметра d , расстояния между трубами a . Один из конструктивных способов предотвращения галопирования – связать цилиндры между собой: в этом случае оно начнется при большей скорости ветра.

Пример 6. На рис. 12.23 изображена пара расположенных рядом вентиляционных труб. Проверим возможность возникновения галопирования трубы в спутной струе. Скорость ветра на отметке +60.0, где ожидается максимальная амплитуда колебаний, $v_m = 32$ м/с. Диаметр трубы $d = 1.5$ м (он же – размер сечения b); погонная масса $m = 245$ кг/м; расстояние между осями $a = 2$ м. Первая собственная частота трубы $f_1 = 3$ Гц.

Логарифмический декремент колебаний трубы был вычислен в разд. 12.3.5 (пример 8), $\delta = 0.025$. По формуле (12.25) найдем число Скратона: $Sc = 9.22$.

Сначала будем считать, что *трубы не связаны между собой*. Вычислим по формуле (12.52) критическую скорость ветра, соответствующую началу галопирования:

$$v_{г,сп} = 3.5 f_1 \sqrt{\frac{ab Sc}{a_{н,сп}}} = 3.5 \cdot 3 \sqrt{\frac{2 \cdot 1.5 \cdot 9.22}{3}} = 31.9 \text{ (м/с)}.$$

Проверим возможность галопирования по критерию (12.50):

$$1.25v_m = 1.25 \cdot 32 = 40 \text{ м/с} > v_{г,сп}.$$

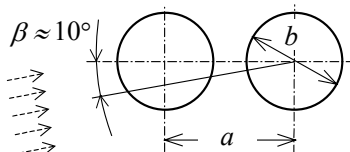


Рис. 12.22. Геометрические параметры для расчета галопирования в спутной струе

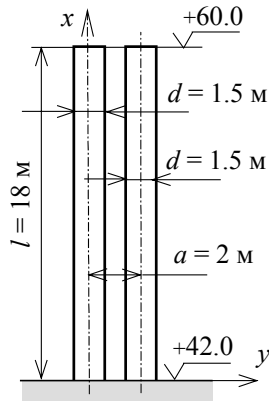


Рис. 12.23. Вентиляционные трубы

Следовательно, *возникновение колебаний второй трубы в спутной струе возможно.*

Теперь рассмотрим вариант, когда *трубы связаны между собой.* Скорость ветра, соответствующую началу колебаний, найдем по формуле (12.49). Входящий в нее коэффициент a_r определяется по табл. 12.6: отношение $a/b = 1.33 < 1.5$, поэтому $a_r = 1.5$. Начальная скорость

$$v_{нг} = \frac{2 Sc}{a_r} f_1 b = \frac{2 \cdot 9.22}{1.5} 3 \cdot 1.5 = 55.3 \text{ (м/с)}.$$

Проверим выполнение критерия начала колебаний (12.50):

$$1.25v_m = 40 \text{ м/с} < v_{нг}.$$

Таким образом, если связать трубы между собой, то *колебания в спутной струе не возникнут.*

12.3.4. Дивергенция и флаттер

Физическая картина явлений. Дивергенция и флаттер первоначально изучались применительно к проектированию летательных аппаратов. В строительном деле эта проблема актуальна по отношению к гибким конструкциям с удлиненным поперечным сечением (например, к пролетным строениям подвесных мостов).

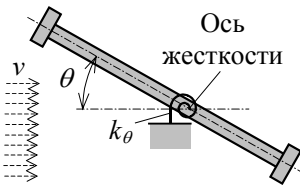


Рис. 12.24. Движение конструкции при дивергенции

Для объяснения физической картины *дивергенции* рассмотрим простейшую конструкцию с малым отношением толщины к ширине (рис. 12.24). При действии ветра конструкция нагружена силой лобового давления, подъемной силой, возникающей из-за наличия угла поворота θ («угла атаки»), и аэродинамическим крутящим моментом. Кон-

струкция оказывает упругое противодействие моменту (жесткость k_θ). С увеличением скорости ветра аэродинамический крутящий момент возрастает, что приводит к увеличению угла θ (к скручиванию конструкции), из-за чего момент еще увеличивается, и т.д.

В результате при определенной, критической, скорости ветра момент становится настолько большим, что уже не может быть воспринят конструкцией, и она разрушается. Это явление в чем-то подобно потере устойчивости колонной при сжатии, что также происходит при критической нагрузке. Дивергенция зависит от гибкости конструкции и от того, в какой мере ее скручивание вызывает нарастание аэродинамического момента, и не зависит от прочности конструкции.

Флаттер конструкции представляет собой колебания с быстро нарастающей амплитудой.

Впервые с этим явлением столкнулись в авиации, где при испытаниях новых скоростных самолетов произошло множество тяжелых и необъяснимых катастроф. Вот как описывает историю этих событий заслуженный летчик-испытатель, герой Советского Союза М.Л. Галлай [23]. «С появлением новых скоростных самолетов в авиации едва ли не всех передовых стран мира прокатилась волна таинственных, необъяснимых катастроф.

Случайные свидетели, наблюдавшие эти катастрофы с земли, видели во всех случаях почти одинаковую картину: самолет летел совершенно нормально, ничто в его поведении не внушало ни малейших опасений, как вдруг внезапно какая-то неведомая сила, будто взрывом, разрушала машину – и вот уже падают на землю изуродованные обломки: крылья, оперение, фюзеляж ...

Все очевидцы, не сговариваясь между собой, применяли выражение «взрыв», так как не представляли себе других возможных причин столь молниеносного и полного разрушения. Однако осмотр упавших обломков не подтверждал этой версии: никаких следов взрыва – копоти или ожогов – на них не оказывалось.

Самым надежным источником информации – докладом экипажа потерпевшего аварию самолета – воспользоваться, как правило, увы, не удавалось. Те же, насчитывавшиеся буквально единицами, летчики, которым удалось выбраться из стремительно летящих вниз, беспорядочно вертящихся обломков фюзеляжа и воспользоваться парашютом, ничего сколько-нибудь существенного добавить к рассказам наземных очевидцев не могли. Очень уж неожиданно и быстро развивались события: всего за несколько секунд до катастрофы ничто не предвещало ее, а затем сразу – удар, треск, грохот, и самолет разлетается на куски.

Новому грозному явлению было дано название *флаттер* (от английского *flutter* – трепетать), но, если не ошибаюсь, еще Мольер сказал, что больному не делается легче от того, что он знает, как называется эта болезнь по-латыни».

Но флаттер послужил причиной и ряда катастроф сооружений, главным образом отличающихся большой гибкостью вантовых мостов. Наиболее известная из них – обрушение в 1940 г. вантового моста «Такома Нарроу» через залив Пьюджет Саунд на Восточном побережье США. Мост имел центральный пролет длиной 650 м, а шириной – всего 12 м. После его ввода в строй выяснилось, что при ветре начинаются колебания подвесного пролета, порой настолько интенсивные, что скрывалась из виду впереди идущая машина. Новый мост прозвали «Прыгающая Герти». Некоторые водители жаловались на головокружение и боялись ездить по нему. Другие, любители «экстрима», специально приезжали, чтобы испытать острые ощущения, как при катании на «американских горках».

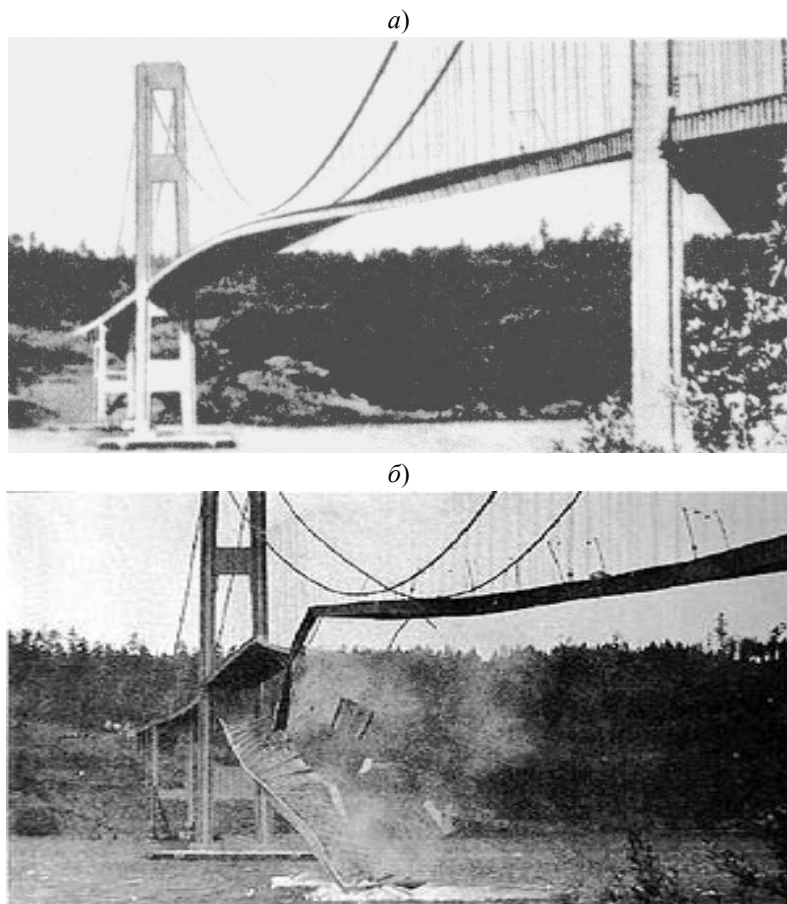


Рис. 12.25. Катастрофа вантового моста «Такома Нарроу» (США):
а – изгибно-крутильные колебания подвесного пролета; *б* – обрушение

Вновь построенный мост простоял всего 4 месяца. В один из дней его подвесная часть сначала длительное время совершала изгибно-крутильные колебания с большой амплитудой, пока в конце концов не обрушилась (рис. 12.25).

Характерно, что при обрушении моста скорость ветра была существенно меньше максимальной, на которую был произведен его статический расчет. Поэтому после этой аварии стали учитывать аэроупругие колебания сооружений, опасность которых прежде недооценивали.

Исследованию флаттера, прежде всего в авиации, но также и в строительном деле, посвящено огромное количество работ. Различают несколько его разновидностей («классический», срывной, па-

нельный, флаттер системы с одной степенью свободы). Строгая теория этих колебаний достаточно сложна и не может быть изложена в ограниченном объеме настоящей книги. При расчете на флаттер в простейшей постановке рассматривают плоскую задачу, схематизируя конструкцию в виде системы с двумя степенями свободы: поступательное движение x и поворот θ (рис. 12.26). Такое изложение теории флаттера имеется в [76].

С физической точки зрения флаттер – это типичные автоколебания, которые происходят вследствие того, что упругая система за счет своих перемещений подпитывается энергией от воздушного потока. Если в начальный момент времени она получила исходное возмущение, то ее дальнейшие перемещения будут затухать или нарастать в зависимости от того, будет энергия, получаемая от потока, больше или меньше потерь энергии в самой системе.

Критерии возможности реализации дивергенции и флаттера. Строительная конструкция должна быть спроектирована так, чтобы исключить возможность появления дивергенции или флаттера. Далее приведены три простейших строительных критерия, с помощью которых можно оценить склонность конструкции к возникновению этих явлений. Проверку следует осуществлять последовательно, начиная с первого, простейшего критерия.

Если хотя бы один из критериев не выполняется, дивергенция или флаттер невозможны.

1. Строительная конструкция или ее значительная часть имеет удлиненное поперечное сечение (подобное плоской плите) с отношением $b/d < 0.25$ (рис. 12.27).

2. Ось поворота параллельна плоскости плиты, перпендикулярна направлению ветра и находится на расстоянии не меньше $l \geq 0.25d$ от кромки, на которую набегает воздушный поток. Это условие включает и общий случай, когда центр поворота совпадает с геометрическим центром (центрально опертая конструкция), а также случай, когда он находится на задней, подветренной кромке плиты (например, консольный навес).

3. Низшая собственная частота конструкции соответствует ее поворотным колебаниям, либо частота, отвечающая таким колебаниям, менее чем в 2 раза превосходит низшую частоту, соответствующую поступательному движению.

4. Низшая собственная частота конструкции соответствует ее поперечным колебаниям, либо частота, отвечающая таким колебаниям, менее чем в 2 раза превосходит низшую частоту, соответствующую поступательному движению.

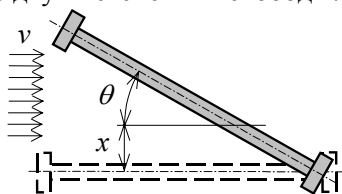


Рис. 12.26. Движение конструкции при флаттере

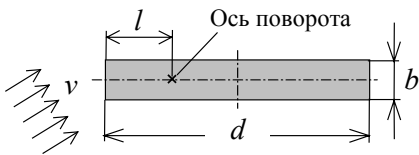


Рис. 12.27. Размеры плиты

В случае, если выполняются все три условия, т.е. дивергенция или флаттер, в принципе, возможны, то необходимо проведение дополнительных исследований.

Критическая скорость ветра для начала дивергенции. Дивергенция начнется, если скорость ветра превысит значение

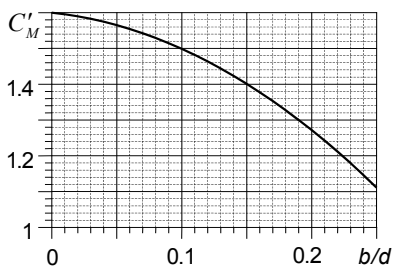


Рис. 12.28. Скорость изменения аэродинамического момента

$$v_{\text{див}} = \sqrt{\frac{2k_{\theta}}{\rho d^2 C'_M}}, \quad (12.53)$$

где k_{θ} – жесткость системы на поворот (см. рис. 12.24); ρ – плотность воздуха; C_M – коэффициент аэродинамического момента,

$$C_M = \frac{2M}{\rho v^2 d^2}; \quad (12.54)$$

M – аэродинамический момент на единицу длины конструкции;

d – длина конструкции (см. критерий 2 и рис. 2.26); C'_M – скорость изменения аэродинамического момента в зависимости от угла поворота θ (в радианах),

$$C'_M = \frac{dC_M}{d\theta} = -6.3 \left(\frac{b}{d} \right)^2 - 0.38 \frac{b}{d} + 1.6. \quad (12.55)$$

График изменения C'_M приведен на рис. 12.28.

Возможность дивергенции *следует учитывать*, если выполнено условие

$$v_{\text{див}} < 2v_m, \quad (12.56)$$

где v_m – то же, что выше.

Пример 7. Определим критическую скорость ветра, при которой произойдет дивергенция навеса, схема которого показана на рис. 12.29. Размеры: $b = 0.1$ м, $d = 2.5$ м. Жесткость $k_{\theta} = 0.2 \cdot 10^6$ Нм.

Отношение $b/d = 0.04$. По формуле (12.55) находим

$$C'_M = \frac{dC_M}{d\theta} = 1.57.$$

Критическая скорость ветра вычисляется, согласно (12.53):

$$v_{\text{див}} = \sqrt{\frac{2k_{\theta}}{\rho d^2 \frac{dC_M}{d\theta}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.2 \cdot 10^6}{1.22 \cdot 2.5^2 \cdot 1.57}} = 182.8 \text{ (м/с)}.$$

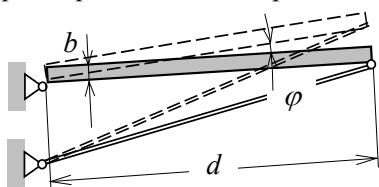


Рис. 12.29. Схема навеса

В соответствии с критерием (12.56) возможность дивергенции следует принимать во внимание, если скорость ветра на площадке

$$v_m > 0.5v_{\text{див}} = 91.4 \text{ м/с.}$$

Такая скорость может быть, например, при торнадо класса не ниже F3, которое будет рассмотрено в гл. 13 (см. табл. 13.1).

Некоторые конструктивные рекомендации для уменьшения опасности флаттера. Флаттеру подвержены главным образом гибкие плоские конструкции типа пролетных строений мостов. На атомных электростанциях они встречаются редко, и поэтому методы определения скорости ветра, при которой начинается флаттер, здесь не рассматриваются (их можно найти в [76]). Ограничимся только некоторыми рекомендациями относительно влияния характеристик моста на его аэроупругую устойчивость по отношению к флаттеру [76]. Очевидно, что они справедливы и для строительных конструкций иного назначения.

Устойчивость моста против флаттера определяется следующими факторами.

1. Геометрические характеристики балки жесткости. Неустойчивы балки следующих видов: со сплошными стенками или Н-образного поперечного сечения (типа изображенного на рис. 12.24); в виде сквозных ферм при сплошной без прорезей или не-вентилируемой плите проезжей части; имеющие весьма плохобтекаемые поперечные сечения. С другой стороны, устойчивость повышается, если придать балке жесткости обтекаемые формы или применить сквозные фермы в сочетании с вентиляционными отверстиями в плите проезжей части моста или со сквозным настилом.

2. Частоты колебаний моста. Устойчивость повышается при высоких частотах крутильных и крутильно-изгибных колебаний. Хорошо противостоят закручиванию, например, балки с закрытыми коробчатыми поперечными сечениями или в виде высоких ферм, объединенных в сплошную решетчатую конструкцию плитой проезжей части и ветровыми связями. Напротив, балки с Н-образным поперечным сечением чувствительны к крутильным колебаниям.

3. Величина конструкционного демпфирования моста: чем оно больше, тем выше аэроупругая устойчивость.

12.3.5. Логарифмический декремент колебаний

Для определения ветровых нагрузок и расчета аэроупругих колебаний конструкций необходимо знать их динамические параметры – собственные частоты и моды. Строгие и приближенные методы их определения были изложены в гл. 2 и 3. Далее приводится заимствованный из [111] способ определения характеристики потерь энергии в конструкции – логарифмического декремента колебаний, от величины которого зависят пульсационная ветровая на-

грузка, возможность возникновения и интенсивность аэроупругих колебаний.

Таблица 12.10. Логарифмический декремент δ_k

Тип сооружения		δ_k
Железобетонные здания		0.10
Стальные сооружения		0.05
Смешанные конструкции из железобетона и стали		0.08
Железобетонные башни и трубы		0.03
Сварные стальные трубы без внутреннего ствола и без внешней теплоизоляции		0.012
Сварные стальные трубы без внутреннего ствола и с внешней теплоизоляцией		0.020
Сварные стальные трубы с одним внутренним стволом и внешней теплоизоляцией ¹	$h/d < 18$	0.020
	$20 \leq h/d < 24$	0.040
	$h/d \geq 26$	0.014
Сварные стальные трубы с двумя и более внутренними стволами и внешней теплоизоляцией ¹		$h/d < 18$ 0.020
Стальные трубы, облицованные торкрет-бетоном, без внутреннего ствола		0.04
Стальные мосты ² и решетчатые стальные башни	Сварные	0.02
	На высокопрочных болтах	0.03
	На обычных болтах	0.05
Бетонные мосты ²	Предварительно напряженные, без трещин	0.04
	С трещинами	0.10
Деревянные мосты ³		0.06÷0.12
Композитные мосты ²		0.04
Мосты из алюминиевых сплавов ²		0.02
Мосты из пластика, армированного стекловолокном или иными волокнами ²		0.04÷0.08
Тросы	С параллельными прядями	0.006
	Со спиральными прядями	0.020

Примечания:

¹ h – высота, d – диаметр трубы. При промежуточных значениях отношения h/d следует пользоваться линейной интерполяцией.

² Для вантовых мостов значения δ_k следует умножать на 0.75.

³ Значения для сооружений из дерева и композитного пластика – ориентировочные. В случаях, когда аэродинамические нагрузки существенны для проектирования, необходимы специальные исследования с целью получения более точных значений δ_k .

При колебаниях сооружения по 1-й моде логарифмический декремент колебаний δ равен сумме трех составляющих:

$$\delta = \delta_k + \delta_a + \delta_{сп}, \quad (12.57)$$

где δ_k отражает конструкционное демпфирование; δ_a показывает потери энергии при аэродинамическом возбуждении; $\delta_{сп}$ задает потери энергии в специальных устройствах (демпферах, за счет колебаний жидкости в баках и пр.).

Приближенные значения логарифмического декремента δ_k приведены в табл. 12.10. Отметим, что они значительно меньше значений, заданных в нормах [42] (см. экспликацию к рис. 12.11), а также принимаемых при сейсмических расчетах (см. гл. 17, табл. 17.3). В последнем случае большая разница может объясняться тем, что уровень внутренних усилий в конструкциях при аэроупругих колебаниях существенно меньше, чем при землетрясении.

Точно определить логарифмический декремент δ_a , соответствующий аэродинамическому возбуждению, достаточно сложно (см., например, [73]). Приближенно его можно вычислить по формуле

$$\delta_a = \frac{c_x \rho v_m b}{2 f_1 m_3}, \quad (12.58)$$

где, как и ранее, ρ и f_1 – соответственно плотность воздуха и первая собственная частота конструкции; m_3 – эквивалентная погонная масса конструкции, вычисление которой было описано в разд. 3.3.6; v_m – скорость ветра на отметке, где первая мода достигает максимума; b – поперечный размер конструкции; c_x – коэффициент лобового сопротивления конструкции, который можно принимать по приложению 4 к нормам [42] или по нормам [111], как это сделано ниже.

Логарифмический декремент $\delta_{сп}$, отражающий потери энергии в специальных устройствах, определяется по их характеристикам.

Пример 8. Определим логарифмический декремент колебаний для сварной стальной вентиляционной трубы без внешней термоизоляции, рассмотренной в примере 2.

По табл. 12.10 находим, что $\delta_k = 0.012$.

Вычислим аэродинамический логарифмический декремент колебаний δ_a по формуле (12.58). Входящие в нее величины: попереч-

Таблица 12.11. Эквивалентная шероховатость поверхностей Δ

Тип поверхности	Δ , мм
Стекло	0.0015
Полированный металл	0.0042
Высококачественная окраска	0.006
Окраска пульверизатором	0.02
Зачищенная сталь	0.05
Чугун	0.2
Оцинкованная сталь	0.2
Гладкий бетон	0.2
Грубый бетон	1.0
Струганное дерево	0.5
Грубое пиленое дерево	2.0
Ржавчина	2.0
Кирпичная кладка	3.0

ный размер трубы $b = 1$ м (он же – диаметр d); погонная масса $m_3 = m = 245$ кг/м. Кроме того, в примере 2 были найдены: первая собственная частота трубы $f_1 = 3$ Гц; скорость ветра $v_m = 33.6$ м/с.

Коэффициент лобового сопротивления трубы c_x был вычислен в примере 1 по российским нормам [42]. Для сравнения определим его по нормам ЕЭС [111], так как в них несколько более точно учитываются характеристики конструкции (при этом сохраним обозначения норм [42]):

$$c_x = kc_{x\infty} . \quad (12.59)$$

Сомножитель $c_{x\infty}$ представляет собой коэффициент лобового сопротивления бесконечно длинного цилиндра (рис. 12.30). Он зависит от числа Рейнольдса и шероховатости обтекаемой поверхности.

Для рассматриваемой трубы число Рейнольдса найдено в примере 1: $Re = 2 \cdot 10^6$. Эквивалентная шероховатость различных поверхностей Δ приведена в табл. 12.11. Будем считать, что рассматриваемая труба окрашена с помощью пульверизатора. В этом случае $\Delta = 0.02$ мм $= 2 \cdot 10^{-5}$ м. Отношение $\Delta/d = 2 \cdot 10^{-5}$. По графику на рис. 12.30 находим, что $c_{x\infty} \approx 0.6$.

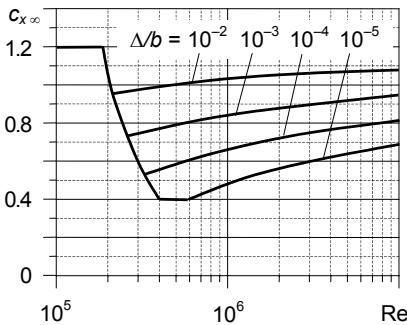


Рис. 12.30. Коэффициент $c_{x\infty}$

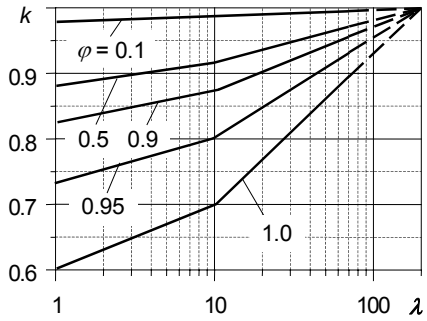


Рис. 12.31. Коэффициент k

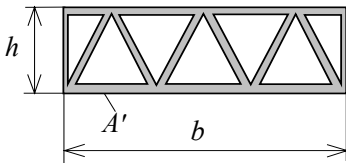
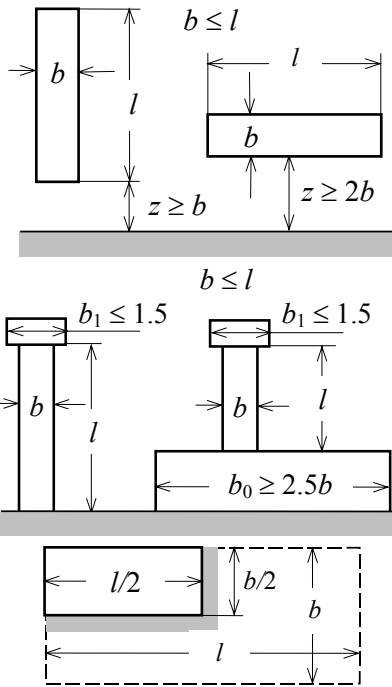
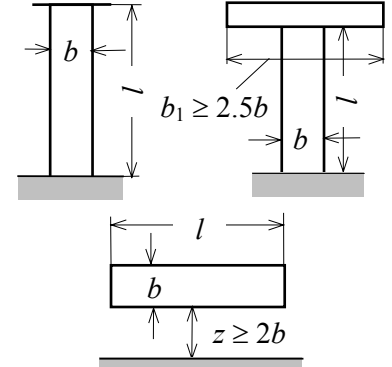


Рис. 12.32. К определению проницаемости конструкции ϕ

Коэффициент k в (12.59) учитывает соотношение размеров конструкции, ее проницаемость для ветра и положение относительно неподвижной поверхности. Он определяется по рис. 12.31 в зависимости от гибкости конструкции λ и проницаемости ϕ . Гибкость λ найдем по табл. 12.12.

Проницаемость ϕ равна отношению суммы A' площадей проекций всех элементов конструкции на плоскость, перпендикулярную ветру, к площади A проекции всей конструкции. Например, на рис. 12.32 площадь A' затенена, а $A = bh$.

Таблица 12.12. Гибкость конструкции λ

Положение конструкции (ветер перпендикулярен плоскости чертежа)	Эффективная гибкость λ
 <p> $b \leq l$ $z \geq b$ $z \geq 2b$ $b_1 \leq 1.5$ $b_0 \geq 2.5b$ $l/2$ $b/2$ l b </p>	<p>Для многоугольных, прямоугольных конструкций, конструкций с заостренными краями и решетчатых конструкций:</p> <p>при $l \geq 50$ м $\lambda = 1.4l/b$, но не более 70;</p> <p>при $l < 15$ м $\lambda = 2l/b$, но не более 70.</p> <p>Для круговых цилиндров:</p> <p>при $l \geq 50$ м $\lambda = 0.7l/b$, но не более 70;</p> <p>при $l < 15$ м $\lambda = l/b$, но не более 70.</p> <p>При промежуточных значениях l следует использовать линейную интерполяцию</p>
 <p> $b_1 \geq 2.5b$ $z \geq 2b$ </p>	<p>При $l \geq 50$ м λ равно большему из значений: $\lambda = 0.7l/b$ и $\lambda = 70$.</p> <p>При $l < 15$ м λ равно большему из значений: $\lambda = l/b$ и $\lambda = 70$.</p> <p>При промежуточных значениях l следует использовать линейную интерполяцию</p>

Длина рассматриваемой трубы $l = 18$ м, отношение $l/b = 18$. По табл. 12.12 определяем, что $\lambda = 17.5$ (как для цилиндрической конструкции длиной $15 < l < 50$ м). Проницаемость $\varphi = 1$. По рис. 12.31 находим: $k = 0.76$. Таким образом, $c_x = kc_{x\infty} = 0.76 \cdot 0.6 \approx 0.46$.

Отметим, что в примере 1 коэффициент c_x для той же трубы, вычисленный по российским нормам [42], был равен 1.02, т.е. в 2.2 раза больше. Отчасти это получается за счет несколько более низких значений $c_{x,\infty}$ по нормам [111], но, главным образом, благодаря более точному заданию в них шероховатости поверхности Δ .

С использованием найденных выше значений получаем

$$\delta_a = \frac{c_x \rho v_m b}{2 f_1 m_s} = \frac{0.46 \cdot 1.22 \cdot 33.6 \cdot 1}{2 \cdot 3 \cdot 245} = 0.013.$$

Логарифмический декремент $\delta_{\text{сп}} = 0$, так как отсутствуют специальные устройства, рассеивающие энергию.

Согласно (12.55), суммарный логарифмический декремент

$$\delta = \delta_k + \delta_a + \delta_{\text{сп}} = 0.012 + 0.013 + 0 = 0.025.$$

Ранее коэффициент c_x был определен для отдельно стоящего вертикального цилиндра. При расположении нескольких цилиндров в ряд этот коэффициент зависит от расстояния между осями a (см. рис. 12.33). В российских нормах [42] этот случай не рассматривается, поэтому приведем его в соответствии с [111]:

$$c_x = k n c_{x,\infty}, \quad (12.60)$$

где $c_{x,\infty}$ и k – те же, что и для отдельного цилиндра, а n – коэффициент, принимаемый в зависимости от соотношения между диаметрами цилиндров b и расстояниями a между ними (табл. 12.13).

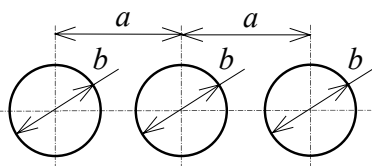


Рис. 12.33. Расположение вертикальных цилиндров в ряд

Таблица 12.13. Коэффициент n для расположенных в ряд вертикальных цилиндров

$a/b < 3.5$	1.15
$3.5 < a/b < 30$	$1.17 - \frac{a}{180b}$
$30 < a/b$	1.00

Заключительные замечания. Расчет логарифмического декремента колебаний, описанный в разд. 12.3.6, производится с использованием данных из Европейских норм [111], которые в значительной мере подобны данным из российских норм [42]. Тем не менее, несмотря на их сходство, поскольку применена методика из норм [111], следует использовать и данные из этих же норм. Использование вперемешку разных нормативных документов может привести к серьезным ошибкам.

Глава 13

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

13.1. Виды экстремальных ветровых нагрузок

Согласно классификации, принятой в документе МАГАТЭ [90], различают «экстремальные метеорологические переменные» и «экстремальные метеорологические явления». Первые означают экстремальные значения таких величин, как температура воздуха, скорость ветра, высота снежного покрова, количество атмосферных осадков. Их определяют посредством регулярных замеров на метеорологических станциях. Ко вторым относят особо интенсивные и редкие явления, прежде всего – ураганы и торнадо, максимальные параметры которых, ввиду их редкости, на многих метеостанциях могут и не быть зафиксированы. Поэтому их интенсивность характеризуется либо качественно, например, через характер повреждений, либо количественно – через скорость ветра.

Согласно российским нормам [50], должны учитываться следующие экстремальные климатические переменные с повторяемостью 1 раз в 10 000 лет: снеговые и ветровые нагрузки, температура наружного воздуха. В принципе, их значения должны задаваться на основе метеорологических исследований. Но допускается задавать экстремальные ветровые и снеговые нагрузки по нормам [42], принимая следующие коэффициенты перегрузки: для ветра $K_{п} = 2.5$, для снега $K_{п} = 2$. В остальном расчет строительных конструкций на эти нагрузки производится обычным образом, а потому здесь затрагиваться не будет.

В данной главе рассмотрены нагрузки на сооружения, создаваемые двумя экстремальными метеорологическими явлениями – торнадо и ураганами.

13.2. Торнадо

13.2.1. Общая характеристика и интенсивность торнадо

Торнадо (другие наименования – «смерч», «тромб») [17, 44, 45, 50, 69, 76, 90] представляет собой стремительно вращающийся и поступательно перемещающийся вертикальный воронкообразный вихрь, спускающийся от нижней границы облаков (рис. 13.1,а). Чаще всего он образуется во время сильной грозы. Иногда при своем движении он соприкасается с землей непрерывно, а периодически отрывается от нее, а затем через несколько километров пути вновь спускается («скачущее торнадо»). Скорость ветра в вихре может достигать огромной величины, а потому торнадо – это наиболее разрушительное из метеорологических явлений.

На рис. 13.1,*б* показаны последствия торнадо. Вызванные им разрушения имеют катастрофический характер: груда обломков на переднем плане – это все, что осталось от домов. Но в то же время на заднем плане видны совершенно целые здания, в которых сохранилось даже остекление окон. Это показывает, что торнадо проходит узкой полосой и за пределами смерча совершенно не ощущается. Этим оно отличается от обычного «плоского» ветра.

а)



б)



Рис. 13.1. Торнадо:


а – воронка вихря; *б* – разрушения, вызванные торнадо

Интенсивность торнадо описывается с помощью F -шкалы Фуджиты, приведенной в табл. 13.1 [90]. Согласно ей, интенсивность торнадо разделена на 12 классов. Качественно класс характеризуется степенью разрушений и иными внешними проявлениями, а количественно – диапазоном максимальных скоростей ветра V_m . Нижний предел скорости ветра V_{Fk} , соответствующий k -му классу F_k , вычисляется по формуле

$$V_{Fk} = 6.3(k+1)^{1.5}, \text{ м/с}, \quad k = 1, 2, \dots, 5. \quad (13.1)$$

Характер разрушений, соответствующих каждому из классов, показан на снимках в табл. 13.1, сделанных Фуджитой с высоты около 150 м после торнадо, разрушившего поселок из относительно новых пригородных домов.

Таблица 13.1. **Интенсивность торнадо по F -шкале Фуджиты**

Класс торнадо	Максимальная скорость ветра V_m и степень повреждения	
F_0	$V_m \leq 33$ м/с. СЛАБЫЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ. Некоторые повреждения труб и телевизионных антенн; сломаны ветки деревьев; повалены деревья с неглубоко залегающими корнями.	
F_1	$33 < V_m \leq 49$ м/с. СРЕДНИЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ. Сорваны крыши; разбиты окна; перевернуты или передвинуты легкие автоприцепы; некоторые деревья вырваны с корнями или унесены; движущиеся автомобили снесены с дороги. (32.6 м/с – начало ураганной скорости ветра).	
F_2	$50 < V_m \leq 69$ м/с. ЗНАЧИТЕЛЬНЫЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ. Сорваны крыши с каркасов домов (прочные вертикальные стены не разрушаются); разрушены неустойчивые здания в сельских районах; разрушены жилые автоприцепы; крупные деревья вырваны с корнями или унесены; опрокинуты железнодорожные товарные вагоны; подняты в воздух легкие предметы; снесены автомобили с шоссе.	

Класс торнадо	Максимальная скорость ветра V_m и степень повреждения
F_3	<p>$70 < V_m \leq 92$ м/с. СЕРЬЕЗНЫЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ. Сорваны крыши с каркасов домов и разрушена часть вертикальных стен; некоторые здания в сельской местности полностью разрушены; перевернуты поезда; разорваны конструкции со стальной оболочкой типа ангаров или паγκαузов; автомобили отрывались от земли и подбрасывались в воздух; большинство деревьев в лесу вырвано с корнями, унесено или повалено.</p> 
F_4	<p>$93 < V_m \leq 116$ м/с. ОПУСТОШИТЕЛЬНЫЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ. Каркасы домов целиком повалены на землю, остались лишь груды обломков; стальные конструкции сильно разрушены; кора с деревьев содрана небольшими летящими обломками; автомобили и поезда отброшены на некоторое или большое расстояние; крупные летящие предметы в воздухе.</p> 
F_5	<p>$117 < V_m \leq 140$ м/с. ПОТЯСАЮЩИЕ ПОВРЕЖДЕНИЯ. Каркасы домов полностью сорваны с фундаментов; железобетонные конструкции сильно повреждены; в воздухе летящие предметы размером с автомобиль; могут возникать чрезвычайные явления.</p> 
$F_6 - F_{12}$	<p>140 м/с $< V_m$ – до скорости звука (330 м/с). НЕВООБРАЗИМЫЕ РАЗРУШЕНИЯ. Если случится торнадо со скоростью ветра, превышающей скорость по классу F_6, то степень и тип повреждений трудно предсказать. Такие летящие предметы, как холодильники, водонагреватели, цистерны и автомобили могут нанести вторичные повреждения конструкциям.</p>

В табл. 13.2 приведена еще одна классификация торнадо – P -шкала Пирсона. Согласно ей, интенсивность торнадо подразделяется на 5 классов, характеризующихся длиной L_k и шириной W_k пути смерча [90]. Длина пути, соответствующая k -му классу P_k , вычисляется по формуле

$$L_k = 1609 \cdot 10^{0.5(k-1)}, \text{ м, } k = 1, 2, \dots, 5, \quad (13.2)$$

а его ширина

$$W_k = 1609 \cdot 10^{0.5(k-5)}, \text{ м, } k = 1, 2, \dots, 5. \quad (13.3)$$

Таблица 13.2. Интенсивность торнадо по P -шкале Пирсона

Класс торнадо	Длина пути L_k , км	Ширина пути W_k , м
P_0	≤ 1.6	≤ 16
P_1	$1.6 \div 5.0$	$16 \div 50$
P_2	$5.1 \div 16.0$	$51 \div 160$
P_3	$16.1 \div 50.9$	$161 \div 509$
P_4	$51 \div 160$	$510 \div 1600$
P_5	$161 \div 507$	$1601 \div 5070$

Похожее на торнадо, но пока малоизученное явление – водяные смерчи (рис. 13.2). Они образуются над водными просторами, но иногда заходят до нескольких километров в глубь суши и также могут обладать большой разрушительной силой.



Рис. 13.2. Водяной смерч

В разных странах и частях света (США, Австралия, Западная Европа, Индия, Япония) торнадо возникают с разной частотой, имеют неодинаковые размеры и интенсивность. Так, например, в

США диаметр вихря обычно составляет порядка 300 м, скорость перемещения относительно земли от 30 до 100 км/ч, длина траектории примерно 15 км. Максимальная скорость ветра, зафиксированная в США, составляла около 100 м/с, хотя не исключено, что она может быть и выше. В Японии торнадо (по-японски «татсумаки») обычно слабее: диаметр около 50 м, скорость поступательного движения 40÷50 км/час, средняя длина траектории около 3 км, максимальная скорость ветра около 55 м/с.

13.2.2. Учет торнадо в проекте АЭС по нормам России

За период с 1844 по 2001 г. на территории России и бывшего СССР было зарегистрировано 367 смерчей, каталог которых приведен в нормах [69]. Смерчи возникают в теплое время года, чаще всего днем, и обычно перемещаются с юго-запада на северо-восток. Скорость их движения относительно земли и длина траектории примерно такие же, как в США, но диаметр вихря обычно меньше – в среднем 160 м. Скорость ветра чаще всего не превышала 50 м/с, хотя имеются наблюдения, что в центральных областях России она достигала 100 м/с, а может быть, и больше.

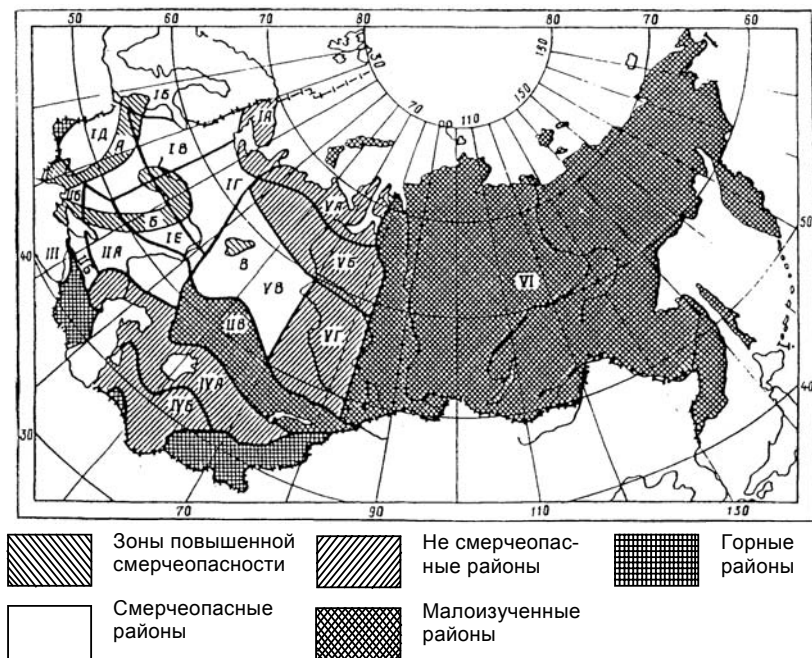


Рис. 13.3. Схематическая карта районирования территории бывшего СССР по смерчеопасности [69]

На рис. 13.3 показана карта смерчопасности регионов территории бывшего СССР [17, 69]. Буквами и цифрами обозначены зоны с различными расчетными характеристиками смерчей, которые приведены в табл. 13.3. Их смысл и способы вычисления разъясняются в разд. 13.2.1 и 13.2.2. На рисунке видно, что половина территории относится к малоизученным районам. Недостаток наблюдений в этих регионах объясняется, по-видимому, не только редкостью самого явления, но и малой плотностью населения.

Таблица 13.3. Основные характеристики смерчей на территории бывшего СССР [69]

Зона	Вероятность реализации P_s , 1/год, на площади 1000 км ²	Расчетный класс интенсивности k_p	Максимальная горизонтальная скорость ветра V_m , м/с	Скорость перемещения вихря V_{tr} , м/с	Падение давления в центре вихря Δp , кПа
А	$30 \cdot 10^{-4}$	2.58	72	18	6.4
Б	$87 \cdot 10^{-4}$	3.58	94	24	10.9
В	$12 \cdot 10^{-4}$	1.93	59	15	4.2
ВБ	$1.6 \cdot 10^{-4}$	0.56	34	8	1.4
ВВ	$3.6 \cdot 10^{-4}$	1.75	55	14	3.7
Г	$39 \cdot 10^{-4}$	3.69	97	24	11.5
ГД	$14 \cdot 10^{-4}$	2.75	76	19	7.0
ГЕ	$6.6 \cdot 10^{-4}$	2.12	62	16	4.8
ПА	$5.6 \cdot 10^{-4}$	2.01	60	15	4.4
ПБ	$24 \cdot 10^{-4}$	2.71	75	19	6.9
ПВ	$19 \cdot 10^{-4}$	1.07	43	11	2.2
VB	$1.4 \cdot 10^{-4}$	1.47	50	12	3.0

В табл. 13.2 для зон, отмеченных на карте рис. 13.2, приведены вероятности P_s образования смерчей в течение одного года на территориях площадью 1000 км² [69]. Они вычислены в зависимости от количества зарегистрированных смерчей и вызванных ими разрушений. Согласно [69], территорию площадки АЭС следует считать смерчопасной, если для нее P_s больше принятого в проекте порогового значения P_0 .

13.2.3. Физическая модель торнадо

Для инженерных расчетов обычно используют упрощенную физическую модель торнадо, показанную на рис. 13.4,а («вихрь Ренкина») [76, 90]. Согласно ей, на оси вихря скорость ветра равна ну-

лю. При увеличении расстояния r от оси она сначала линейно возрастает до максимального значения V_m , достигаемого на радиусе $r = R_m$, а затем убывает обратно пропорционально r .

Таким образом, в пределах вихря класс торнадо по F -шкале Фуджиты изменяется: максимальный определяется скоростью V_m , а минимальный (F_0) отвечает скорости 33.5 м/с, достигаемой на радиусе r_D . На рис. 13.4,а выделена зона, соответствующая j -му классу, ограниченному скоростями V_j и V_{j+1} . Ширина пути, в пределах которого скорость ветра превосходит ураганную, равна $2r_D$.

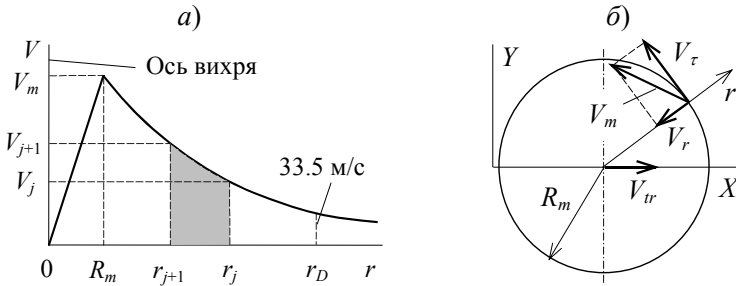


Рис. 13.4. Скорость ветра в вихре торнадо:

а – зависимость скорости от r (заштрихован диапазон, соответствующий j -му классу торнадо); б – компоненты максимальной скорости V_m и скорость движения вихря V_{tr} .

Скорость V_m представляет собой геометрическую сумму тангенциальной V_τ и радиальной V_r составляющих (рис. 13.4,б). Тангенциальная составляющая [76]:

$$V_\tau = \begin{cases} \frac{r}{R_m} V_m & \text{при } 0 \leq r < R_m; \\ \frac{R_m}{r} V_m & \text{при } R_m \leq r < \infty. \end{cases} \quad (13.4)$$

Относительно земли вихрь перемещается со скоростью V_{tr} . В США используют допущение [90] (вообще-то, нестрогое), что

$$V_{tr} \approx 0.25 V_m. \quad (13.5)$$

Строго говоря, ветровое давление должно определяться с использованием скорости ветра, равной геометрической сумме максимальной и трансляционной составляющих. Однако в США, где накоплен наибольший опыт проектирования на воздействие торнадо, ветровое давление определяют без учета последней.

Для определения нагрузок на строительные конструкции необходимо знать радиус R_m . Его можно определить через ширину пути торнадо W_k . Согласно (13.4), при $r > R_m$ справедливо

$$R_m = r \frac{V_\tau}{V_m}. \quad (13.6)$$

Если считать, что радиус r_D , на котором скорость $V_\tau = 33.5$ м/с, равен половине ширины пути W_k , то

$$R_m = \frac{33.5 W_k}{2 V_m}. \quad (13.7)$$

Отметим, что при торнадо значительной интенсивности вычисленный таким образом радиус R_m может оказаться более 100 м, что, по-видимому, является сильным преувеличением (очевидно, за счет приближенности W_k). В США для всех торнадо принимают

$$R_m = 150 \text{ футов} \approx 50 \text{ м}. \quad (13.8)$$

13.2.4. Нагрузки и воздействия на конструкции

Нагрузки при прохождении смерча обусловлены тремя факторами:

- 1) ветровая нагрузка за счет действия воздушного потока на сооружение;
- 2) изменение атмосферного давления при прохождении вихря над сооружением;
- 3) удары летящих предметов, поднятых вихрем в воздух.

Далее описаны способы определения этих нагрузок.

Ветровая нагрузка. Обычные, используемые в нормах [42] способы определения нагрузок от ветра, которые описаны в гл. 12, при торнадо неприменимы. Причина в том, что вихрь торнадо имеет малый размер, поэтому ветер не является «плоским», как предполагается в [42], а его скорость и направление сильно изменяются на небольшом расстоянии, соизмеримом с размерами здания. Строго говоря, скорость ветра изменяется и по высоте вихря, но этим обстоятельством обычно пренебрегают.

Следуя принятому с США допущению, будем определять ветровое давление $p_{вд}$ без учета трансляционной составляющей ветра. На расстоянии r от центра вихря

$$p_{вд} = \frac{1}{2} \rho V_\tau^2, \text{ Па}, \quad (13.9)$$

где $\rho = 1.22$ кг/м³ – плотность воздуха. Подставив сюда (13.4), получим

$$p_{вд} = \begin{cases} \frac{\rho V_m^2}{2} \left(\frac{r}{R_m} \right)^2 & \text{при } 0 < r \leq R_m; \\ \frac{\rho V_m^2}{2} \left(\frac{R_m}{r} \right)^2 & \text{при } R_m < r < \infty. \end{cases} \quad (13.10)$$

Преобразуем это выражение. Обозначим максимальное ветровое давление

$$p_{max} = \frac{1}{2} \rho V_m^2, \quad (13.11)$$

а отношение давления на радиусе r к максимальному

$$C_q = \frac{P_{вд}}{p_{max}} \quad (13.12)$$

Из (13.10) следует:

$$C_q = \begin{cases} (r/R_m)^2 & \text{при } 0 < r \leq R_m; \\ (R_m/r)^2 & \text{при } R_m < r < \infty. \end{cases} \quad (13.13)$$

Коэффициент C_q показан на рис. 13.5.

В США ветровое давление на сооружения АЭС при торнадо определяют по упрощенной методике [76], согласно которой его осредняют и представляют в виде

$$p_w = q_F C_p + q_m C_{pi}, \quad (13.14)$$

где q_F и q_m – соответственно основное внешнее и внутреннее давление; C_p – коэффициент внешнего давления, зависящий от формы здания и расположения рассматриваемой поверхности относительно

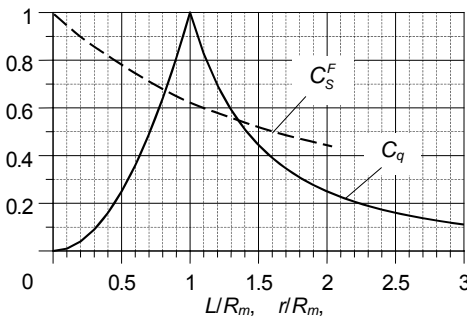


Рис. 13.5. Коэффициенты C_S^F и C_q

направления ветра; C_{pi} – коэффициент внутреннего давления, зависящий от проницаемости стены (отношения площади открытых проемов к общей площади стены). Коэффициенты C_p и C_{pi} приведены в строительных нормах США. Аналогичные коэффициенты имеются и в российских нормах [42]. Для зданий без проемов, какими часто являются сооружения АЭС, второе слагаемое в правой части равно нулю.

Внешнее и внутреннее давление вычисляется по формулам

$$q_F = p_{max} C_S^F; \quad (13.15)$$

$$q_m = p_{max} C_S^M, \quad (13.16)$$

Коэффициент C_S^F показан на рис. 13.5. Его значение принимается в зависимости от отношения L/R_m , где L – проекция горизонтального размера площади, с которой собирается нагрузка на рас-

сма­три­вае­мый эле­мент кон­струк­ции, на плос­кость, пер­пен­ди­ку­ляр­ную на­прав­ле­нию дви­же­ния вет­ра. На­при­мер, если про­ве­ря­ет­ся проч­ность от­дель­ной сте­но­вой па­не­ли, то в ка­че­стве L сле­ду­ет при­ни­мать про­ек­цию ее го­ри­зон­таль­но­го раз­ме­ра на на­зван­ную плос­кость. Если же вет­ро­вая на­груз­ка рас­пре­де­ля­ет­ся на не­сколь­ко эле­ментов кон­струк­ции (на­при­мер, по­сред­ством го­ри­зон­таль­ной диа­фраг­мы), то L – это про­ек­ция на ту же плос­кость го­ри­зон­таль­но­го раз­ме­ра сум­мар­ной пло­ща­ди сбор­а на­груз­ки на все эти эле­менты. Та­ким об­ра­зом, по­сред­ством коэф­фи­ци­ента C_S^F про­из­во­дят ос­ред­не­ние вет­ро­вого дав­ле­ния по дли­не рас­сма­три­вае­мой кон­струк­ции.

Коэф­фи­ци­ент C_S^M для зда­ний, про­емы в ко­то­рых при­мер­но оди­на­ковы по раз­ме­ру и дос­та­точ­но рав­но­мер­но рас­пре­де­лены по пе­ри­мет­ру, оп­ре­де­ля­ет­ся так же, как коэф­фи­ци­ент C_S^F ; в ка­че­стве L при­ни­ма­ет­ся про­ек­ция го­ри­зон­таль­но­го раз­ме­ра зда­ния на на­зван­ную вы­ше плос­кость. В про­тив­ном слу­чае C_S^M вы­чи­с­ля­ет­ся с по­мощью сле­ду­ю­щей про­це­ду­ры:

а) вы­чер­чи­ва­ет­ся план зда­ния в без­раз­мер­ных еди­ни­цах L/R_m в та­ком же мас­шта­бе, как ось абс­цисс на рис. 13.5;

б) этот план на­клад­вы­ва­ет­ся на гра­фик рис. 13.5 та­ким об­ра­зом, что­бы рас­сма­три­вае­мая по­верх­ность сов­па­дала с осью абс­цисс, а ле­вый край со­ору­же­ния на­хо­дил­ся в точ­ке с ко­ор­ди­натой

$$\frac{r_1}{R_m} = \frac{1}{2} \left[-\frac{L}{R_m} + \sqrt{\left(\frac{L}{R_m}\right)^2 + 4} \right]; \quad (13.17)$$

в) для ка­ждо­го про­ема пло­ща­дью A_{0i} по гра­фи­ку на­хо­дит­ся со­от­вет­ст­вую­щее зна­че­ние C_{qi} ;

г) вы­чи­с­ля­ет­ся коэф­фи­ци­ент C_S^M по фор­му­ле

$$C_S^M = \frac{\sum_{i=1}^n A_{0i} C_{qi}}{\sum_{i=1}^n A_{0i}}, \quad (13.18)$$

где n – об­щее чис­ло про­емов.

При­мер. Вы­чи­слим ос­ред­не­нное вет­ро­вое дав­ле­ние на на­вет­рен­ную сте­ну зда­ния, раз­ме­ры ко­то­ро­го по­ка­за­ны на рис. 13.6. Пло­ща­дь сте­ны $A_{ст} = 2700 \text{ м}^2$. Про­емы об­щей пло­ща­дью $A_{пр} = 540 \text{ м}^2$ при­мер­но оди­на­ковы и рав­но­мер­но рас­пре­де­лены по сте­не (на ри­сун­ке они не по­ка­за­ны).

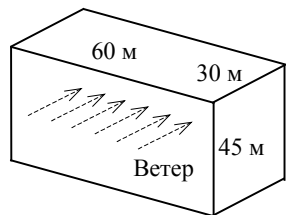


Рис. 13.6. Схема здания

Здание расположено в зоне 1Г (см. рис. 13.3). Согласно табл. 13.2, расчетный класс торнадо $k = 3.69$; максимальная скорость ветра $V_m = 97$ м/с; скорость перемещения смерча $V_{tr} = 24$ м/с. Будем считать, как принято в США, радиус $R_m = 50$ м.

По формуле (13.11) находим

$$p_{\max} = \frac{1}{2} \rho V_m^2 = \frac{1.22 \cdot 97^2}{2} = 5740 \text{ (Па)}.$$

Вычислим по формулам (13.15) и (13.16) основное внешнее и внутреннее давление — q_F и q_m . Найдем коэффициенты C_S^F и C_S^M . Поскольку проемы примерно одинаковы и равномерно распределены по площади стены, эти коэффициенты также одинаковы. Длина здания $L = 60$ м, отношение $L/R_m = 1.2$. По рис. 13.5 находим

$$C_S^F = C_S^M = 0.58.$$

Подставив эти значения в (13.15) и (13.16), получим

$$q_F = q_m = 5740 \cdot 0.58 \approx 3330 \text{ (Па)}.$$

Суммарное ветровое давление p_w найдем, согласно (13.14), куда вместо коэффициентов C_p и C_{pi} подставим аналогичные по смыслу коэффициенты c_e и c_i из Приложения 4 к российским нормам [42] (схема 9). Коэффициент внешнего давления

$$C_p = c_e = 0.8.$$

Согласно [42], при направлении ветра на стену

$$C_{pi} = c_i = 0.8.$$

Подставив эти значения в (13.9), найдем

$$p_w = q_F C_p + q_m C_{pi} = 3330 \cdot 0.8 + 3330 \cdot 0.8 \approx 5330 \text{ (Па)}.$$

Изменение атмосферного давления. В разных частях вихря торнадо атмосферное давление различно. Зависимость давления от расстояния от центра r можно найти с помощью дифференциального уравнения циклострофического ветра [76]

$$\frac{dp_a}{dr} = \frac{\rho V_\tau^2}{r}. \quad (13.19)$$

Его интегрирование с учетом (13.4) дает

$$p_a(r) = \begin{cases} -\frac{\rho V_m^2}{2} \left(2 - \frac{r^2}{R_m^2} \right) & \text{при } 0 \leq r < R_m; \\ -\frac{\rho V_m^2}{2} \frac{R_m^2}{r^2} & \text{при } R_m \leq r < \infty. \end{cases} \quad (13.20)$$

Если использовать обозначение (13.11), то падение атмосферного давления можно записать в виде

$$p_a(r) = p_{\max} C_a, \quad (13.21)$$

где коэффициент C_a показывает отношение падения атмосферного давления к максимальному ветровому давлению,

$$C_a = \begin{cases} -\left(2 - \frac{r^2}{R_m^2}\right) & \text{при } 0 \leq r < R_m; \\ -\frac{R_m^2}{r^2} & \text{при } R_m \leq r < \infty. \end{cases} \quad (13.22)$$

Зависимость C_a от расстояния до центра вихря показана на рис. 13.7. Как можно видеть, падение атмосферного давления тем больше, чем ближе точка к центру вихря. При $r = 0$

$$p_{a,\max} = -\rho V_m^2. \quad (13.23)$$

В закрытых сооружениях, какими обычно бывают здания АЭС, внутреннее давление за время прохождения торнадо не изменяется, поэтому на их ограждающие конструкции действует избыточное внутреннее давление, равное падению давления снаружи. Напротив, в полностью открытых сооружениях внутреннее и внешнее давления уравниваются практически мгновенно, и дополнительные нагрузки от падения давления равны нулю. Наконец, у частично открытых сооружений дополнительное давление на конструкцию зависит от скорости течения воздуха через помещения. Методику его расчета (достаточно сложную) можно найти в [76].

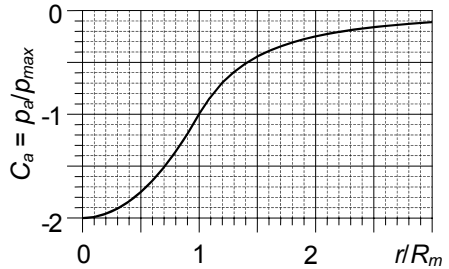


Рис. 13.7. Падение атмосферного давления

Формулы (13.20) описывают изменение атмосферного давления в зависимости от расстояния до оси вихря. Можно найти зависимость $p_a(t)$ давления в требуемой точке от времени, учитывая, что сам вихрь перемещается со скоростью V_{tr} . Если принять за нулевой момент времени расположение центра вихря над рассматриваемой точкой, то ее расстояние от оси

$$r = V_{tr} t. \quad (13.24)$$

Подставив это выражение в (13.20), получим

$$p_a(t) = \begin{cases} \frac{\rho V_m^2}{2} \left(2 - \frac{V_{tr}^2 t^2}{R_m^2}\right) & \text{при } -\frac{R_m}{V_{tr}} \leq t \leq \frac{R_m}{V_{tr}}; \\ \frac{\rho V_m^2}{2} \frac{R_m^2}{V_{tr}^2 t^2} & \text{при } t < -\frac{R_m}{V_{tr}} \text{ и } t > \frac{R_m}{V_{tr}}. \end{cases} \quad (13.25)$$

На рис. 13.8,*а* показано изменение атмосферного давления при торнадо в зоне 1Г, которое рассмотрено выше в примере (см. рис. 13.6). По нижней шкале графика определяется зависимость давления от расстояния до оси вихря, а по верхней – от времени. Для упрощения скорость движения вихря принята равной $V_{tr} = 25$ м/с, т.е. несколько больше, чем в табл. 15.3.

Иногда используют приближенный закон изменения давления, показанный на рис. 13.8,*б* [76].

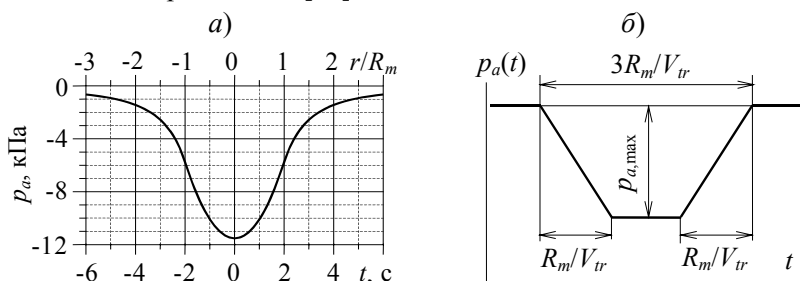


Рис. 13.8. Падение атмосферного давления при прохождении торнадо в зоне 1Г:

а – падение давления в зависимости от расстояния до оси вихря и от времени;
б – приближенный закон изменения атмосферного давления

Летающие тела. Торнадо может поднимать в воздух различные плохообтекаемые тела, размеры и вес которых зависят от скорости ветра. Некоторые вопросы и исследования, касающиеся аэродинамики плохообтекаемых тел, рассмотрены в [76]. Однако эта проблема до сих пор разработана недостаточно. Это объясняется, помимо сложности теоретического решения, большой неопределенностью исходных данных: начальных условий при подхватывании тела ветром (например, происходит захват из положения покоя, при движении под уклон или как-либо иначе); аэродинамических коэффициентов тела; распределения скоростей в вихре и пр. По этим причинам невозможно точно определить скорости летающих тел, и данные об их размерах и характере полета являются сугубо ориентировочными.

При проектировании АЭС обычно рассматривают летающие тела трех видов:

- массивные тела, обладающие большой кинетической энергией, которые при соударении с конструкцией вызывают ее общую деформацию;
- тяжелые жесткие тела, приводящие к локальному пробиванию защитных конструкций;
- небольшие жесткие тела, которые могут залететь внутрь здания через вентиляционные и иные отверстия и вывести из строя оборудование.

В отечественных нормах [69] в качестве таких тел предлагается принимать:

- автомобиль массой 1800 кг;
- 200-мм бронебойный артиллерийский снаряд (болванку) массой 125 кг;
- стальную сферу $\varnothing 2.5$ см.

Эти же летящие тела указаны в рекомендациях МАГАТЭ [90] и требованиях Комиссии по ядерному регулированию США (U.S. NRC) [139]. Удар наносится по нормали к поверхности, скорость тела составляет $0.35V_m$.

Таблица 13.4. Летящие тела при торнадо, рассматриваемые при проектировании АЭС в США [139]

№ п/п	Летящее тело	Горизонтальная скорость, %*
1	Деревянная доска 10×30×365 см, масса 52 кг	80
2	Стальной стержень $\varnothing 2.54$ см, длина 90 см, масса 3.6 кг	60
3	Стальная труба $\varnothing 15.2$ см, длина 460 см, масса 130 кг	40
4	Стальная труба $\varnothing 30.5$ см, длина 460 см, масса 340 кг	40
5	Деревянная опора $\varnothing 34$ см, длина 1050 см, масса 675 кг	40
6	Автомобиль с размерами 5×2×1.3 м, масса 1810 кг	20

* Скорость задана в процентах от максимальной скорости ветра.

Требования U.S. NRC [139] допускают также рассматривать другие летящие тела, представляющие собой предметы, находящиеся на строительной площадке. Один из рекомендованных списков таких тел приведен в табл. 13.4. Для всех тел, кроме малых стержней (№ 2), вертикальная компонента скорости составляет 70 % от горизонтальной. Для малых стержней, на удар которых проверяются проходы в защитных барьерах, обе компоненты скорости одинаковы. Удары всех тел, кроме № 5 и 6, могут быть нанесены на любой высоте, а двух последних тел – не выше 9 м над наивысшей точкой рельефа в радиусе 800 м от здания.

При определении ударных нагрузок на строительные конструкции такие тела, как автомобиль, деревянные брусья и опоры, считаются легко сминаемыми. Нагрузки от них

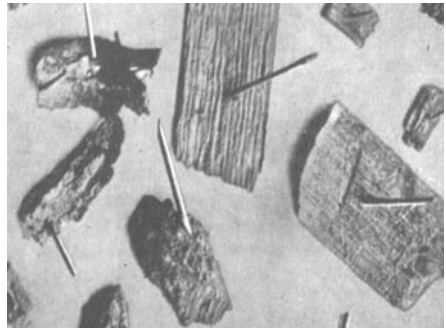


Рис. 13.9. Куски коры и щепки, пробитые при торнадо соломинками и стеблями растений [45]

находят путем расчета разрушения тела при ударе в недеформируемую преграду. Следует иметь в виду, что при ударе, нанесенном с огромной скоростью, даже мягкие тела могут серьезно повредить строительные конструкции, выполненные из гораздо более прочных материалов. В качестве примера, демонстрирующего последствия ударов мягких тел, на рис. 13.9 показаны куски коры и щепки, пробитые при торнадо соломинками и стеблями растений [45].

Такие тела, как металлические трубы и стержни, считаются абсолютно твердыми. Для расчета конструкций на их удар используют эмпирические формулы.

Сочетания нагрузок при торнадо. Обозначим через Q_T расчетную нагрузку на строительные конструкции при торнадо. Она представляет собой сочетание нагрузок, создаваемых ветровым давлением $Q_{\text{вет}}$, падением атмосферного давления $Q_{\text{атм}}$ и ударами летящих тел $Q_{\text{уд}}$. Наибольшая скорость ветра V_{max} , а значит, максимальные значения $Q_{\text{вет}}$ и $Q_{\text{уд}}$ достигаются при $r = R_m$. Наибольшее падение атмосферного давления $p_{a,\text{max}}$, т.е. максимум нагрузки $Q_{\text{атм}}$, соответствует $r = 0$, а при $r = R_m$ падение давления равно $0.5p_{a,\text{max}}$ (т.е. нагрузка $0.5Q_{\text{атм}}$). В США рассматривают шесть сочетаний нагрузок, применяемых в зависимости от типа сооружения [139].

1) $Q_T = Q_{\text{вет}}$. Это нагрузка на радиусе $r = R_m$, где скорость ветра максимальна. Данное сочетание не включает в себя падение атмосферного давления и применяется лишь для полностью открытых конструкций, для которых, вследствие их полной негерметичности, перепад давления (разрежение) равен нулю;

2) $Q_T = Q_{\text{вет}} + Q_{\text{уд}}$. Нагрузка на радиусе $r = R_m$, где скорость ветра максимальна; учитываются удары летящих тел. Это сочетание, как и предыдущее, применяется при расчетах полностью открытых сооружений;

3) $Q_T = Q_{\text{уд}}$. Удар летящего тела, выброшенного с большой скоростью в зону, где ветровое давление и падение атмосферного давления малы. Если для определения этой нагрузки использовать приведенные выше скорости тел, то она получается с запасом, так как на таком расстоянии скорость тела меньше [76];

4) $Q_T = Q_{\text{атм}}$. Нагрузка в центре торнадо, $r = 0$. Она реализуется для закрытых сооружений, к которым, в частности, относится большинство зданий АЭС;

5) $Q_T = Q_{\text{вет}} + 0.5Q_{\text{атм}}$. Нагрузка на радиусе $r = R_m$, где скорость ветра максимальна, а удары летящих тел отсутствуют. Сочетание используется для закрытых сооружений;

6) $Q_T = Q_{\text{вет}} + 0.5Q_{\text{атм}} + Q_{\text{уд}}$. Нагрузка на радиусе $r = R_m$, где скорость ветра максимальна, с учетом ударов летящих тел. Данное сочетание, как и предыдущие два, применяется для закрытых сооружений, причем только для наветренной стены, так как удар летящих тел в подветренную стену невозможен.

Сделаем несколько замечаний по поводу сочетаний нагрузок № 5 и 6. На наветренной стене здания, на которую набегает воздушный поток, нагрузки на стену, создаваемые ветровым давлением $p_{вд}$ и падением атмосферного давления p_a , направлены в противоположные стороны и вычитаются. На подветренной стене, кровле и боковых стенах они направлены вовне, т.е. на отрыв, и суммируются.

Сравнивая формулы (13.11) для ветрового давления $p_{вд}$ и (13.23) для падения атмосферного давления p_a , видим, что при $0 \leq r \leq R_m$

$$p_a = -1 - p_{вд}, \quad (13.26)$$

а при $R_m \leq r$

$$p_a = -p_{вд}, \quad (13.27)$$

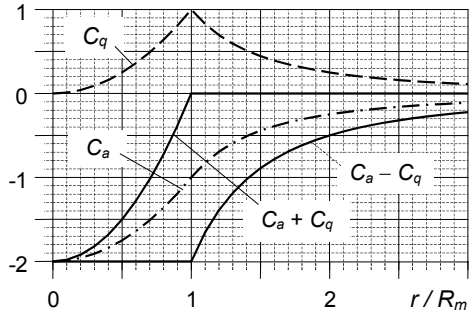


Рис. 13.10. Сумма и разность ветрового давления и падения атмосферного давления

На рис. 3.10 показаны коэффициенты C_q и C_a , представляющие собой величины этих давлений в долях от максимального ветрового давления p_{max} , а также их сумма и разность. При $0 \leq r \leq R_m$ их сумма (т.е. нагрузка на наветренную стену) убывает от -2 до нуля, а при $R_m \leq r$ равна нулю. Их разность на этом же интервале равна -2 , а затем убывает до нуля.

Для суммы нагрузок от ветрового давления $Q_{вет}$ и падения давления $Q_{атм}$ такое соотношение не выполняется строго, так как первая из этих нагрузок на разных поверхностях здания получается путем умножения $p_{вд}$ на аэродинамические коэффициенты, отличные от единицы. Но, тем не менее, по сочетанию № 5 нагрузка на наветренную стену на радиусе $r < R_m$ будет близка к нулю, ближе к центру вихря отрицательна и по модулю возрастает до величины $Q_{атм}$, т.е. стремится к нагрузке по сочетанию № 4, а при $r > R_m$ будет близка к нулю. Нагрузка на подветренную стену по этому сочетанию при $r \leq R_m$ будет близка к $Q_{атм}$, а на большем расстоянии от центра вихря стремится к нулю.

Как было отмечено ранее, сочетание № 6 рассматривается только для наветренной стены. При этом сумма $Q_{вет} + 0.5Q_{атм}$ близка к нулю, т.е. фактически это сочетание близко к сочетанию № 3.

13.3. Ураганы

Между 5 и 20° северной и южной широты могут возникать атмосферные возмущения, именуемые тропическими циклонами [45, 76, 89]. Другое наименование этого явления – тайфун (на Дальнем Востоке), циклон (в Австралии и в Индийском океане). Они возни-

кают над океанами и обладают огромной энергией благодаря скрытой теплоте за счет конденсации водяного пара.

Тропический циклон представляет собой спиралевидную вращающуюся массу теплого воздуха диаметром от 100 до нескольких сотен километров. В его центре находится район слабых ветров, малооблачного неба и низкого атмосферного давления (которое может быть меньше 90 кПа) – так называемый «глаз циклона». Он имеет круглую или эллиптическую форму, диаметр – от 1÷2 до 150 км и более. На его периферии, называемой стенкой глаза, ветер резко усиливается и может достигать 100 м/с, а по мере удаления от стенки постепенно убывает. Скорость поступательного движения циклона – от нескольких до десятков метров в секунду.

Тропические циклоны, в которых скорость ветра превышает 120 км/ч (33 м/с), называют ураганами. Поскольку они возникают над океаном, то представляют опасность прежде всего для сооружений, располагающихся на побережье и островах. Для обеспечения их безопасности необходимо учитывать, во-первых, непосредственное воздействие ветра на сооружения. Во-вторых, возможен массивный нагон воды («штормовая бора»), а также затопление местности сильными ливнями. Нагон воды тем больше, чем больше диаметр глаза циклона, а кроме того, зависит от направления и скорости движения урагана, рельефа морского дна, направления береговой линии.

В районах севернее 20° с.ш., где тропических циклонов не бывает, ветер, тем не менее, также может достигать ураганной скорости (свыше 33 м/с). Иногда такую скорость имеют местные ветры, примером которых может служить «бора» в Новороссийске – холодный ветер, дующий с гор в сторону моря.

Как было отмечено в разд. 12.2, согласно российским нормам проектирования АЭС [50], максимальная расчетная ветровая нагрузка, создаваемая ураганом или местным ветром на элементы станции, связанные с обеспечением безопасности, должна задаваться с повторяемостью 1 раз в 10000 лет. Она вычисляется по формуле (13.11) через максимальную скорость ветра V_{\max} , которая, в принципе, должна устанавливаться на основе метеорологических исследований. Однако нормы [50] допускают задавать ветровую нагрузку по общестроительным нормам [42], умножая приведенные в них расчетные коэффициенты ветрового давления w_0 [в формуле (13.11) эта величина обозначена p_{\max}] на коэффициент перегрузки $K_{\Pi} = 2.5$. Расчетные значения w_0 (для обычных сооружений) заданы для каждого ветрового района на территории бывшего СССР, устанавливаемого по карте ветрового районирования в нормах [42]. Эти значения приведены в табл. 12.3, где указаны также соответствующие им скорости ветра v_0 , вычисленные по формуле (13.11). В этой же таблице для сравнения даны также ветровое давление и соответ-

ствующая ему скорость ветра для объектов атомной энергетики, рассчитанные путем умножения на указанный выше коэффициент перегрузки.

Из данных, представленных в табл. 12.3, видно, что для обычных объектов скорость ветра превосходит ураганную (33 м/с) только в VI и VII ветровых районах (побережье и острова Северного Ледовитого и Тихого океанов, Охотского моря). Для объектов же атомной энергетики такая скорость ветра считается возможной во всех районах, кроме I и Ia. Эти два ветровых района включают, главным образом, центральные области Европейской части бывшего СССР, а также некоторые центральные регионы Сибири.

Методы расчета сооружений на нагрузки при ураганах не имеют каких-либо принципиальных особенностей по сравнению с используемыми при менее интенсивном ветре [26, 42], хотя значения получаемых нагрузок значительно больше. При защите АЭС от урагана необходимо, помимо взаимодействия конструкций с воздушным потоком, учитывать также удары поднятых в воздух тел. Их виды и характеристики можно принимать такими же, как при торнадо с соответствующей скоростью ветра в вихре.

Часть III

ПРОЕКТИРОВАНИЕ АЭС НА ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Глава 14

ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ АЭС НА ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Экстремальные воздействия (ЭВ), на которые должна рассчитываться АЭС, создают нагрузки большой интенсивности. К наиболее опасным ЭВ относятся удары летящих тел различной природы, взрывы, а также экстремальные климатические явления – ураганы и торнадо (смерчи). В данной главе рассмотрены общие принципы проектирования АЭС на такие воздействия.

Отметим, что еще одним важнейшим ЭВ, обязательно учитываемым в проекте любой АЭС, является землетрясение. Но в данной книге оно не рассматривается, так как имеется обширная литература, посвященная этой проблеме (см., например, библиографию в книге [12]).

14.1. Основные понятия

Главным требованием, которому должна удовлетворять АЭС, а также иные объекты, связанные с радиоактивными веществами, является обеспечение их радиационной и ядерной безопасности, под которыми понимается предотвращение недопустимого риска для здоровья и безопасности населения и персонала. Согласно требованиям российских норм [48, 51, 75], это означает, что не должны быть превышены предельные эквивалентные дозы облучения, установленные для населения и различных категорий персонала. Для этого должно быть гарантировано выполнение следующих условий при любых эксплуатационных и аварийных режимах работы:

- безопасная остановка реактора и поддержание его в безопасном состоянии;
- отвод остаточного тепла от активной зоны после остановки реактора;
- снижение вероятности выброса радиоактивных веществ и обеспечение условий, при которых любые выбросы не будут превышать установленные пределы.

В нашей стране учет природных и техногенных ЭВ в проекте АЭС регламентируется нормами [86]. Международная проектная

практика отражена в Руководствах по безопасности МАГАТЭ [88–90, 113, 114]. Отметим, что хотя российские нормы в целом соответствуют документам МАГАТЭ, полного совпадения в подходах и методах все же нет. Имеющиеся отличия будут отмечены в дальнейшем.

Приведем некоторые важнейшие определения и понятия из этих документов и норм [51], которые будут применяться при изложении проблемы.

Авария запроектная – авария, вызванная не учтенными в проекте событиями или сопровождающаяся отказами элементов АЭС, не предполагавшимися при ее проектировании, которая может привести к неприемлемым радиологическим последствиям.

Авария проектная – авария, возникновение которой учитывается проектом АЭС, для которой предусмотрены системы безопасности, ограничивающие ее последствия допустимыми пределами.

Безопасное расстояние, или БР, – расстояние до источника опасности, за пределами которого его можно не учитывать.

Величина дистанции отбора, или ВДО (*Screening Distance Value, SDV*), – то же, что и безопасное расстояние (БР).

Вероятность для проектных основ, или ВПО (*Design Basis Probability Value, DBPV*), – полная вероятность нарушения работы АЭС при событии конкретного вида, которое может привести к неприемлемым радиологическим последствиям. Данное понятие используется в [112] при детальном анализе событий для включения в проектные основы, а в нормах [86] отсутствует.

Вероятность нарушения работы условная, или УВНР (*Conditional Probability Value, CPV*), – наибольшее значение условной вероятности нарушения работы АЭС (1/год), приводящего к неприемлемым радиологическим последствиям, при условии реализации события конкретного вида. В российских нормах [86] это понятие отсутствует. В [112] оно используется при детальном анализе событий для включения в проектные основы.

Воздействие – отдельное событие или связанная с ним последовательность событий, которые оказывают влияние на персонал или важное для безопасности оборудование АЭС и результаты которых могут отрицательно отразиться на безопасности.

Исходное событие (*Initiating Event*) – внутренние причины или внешние воздействия, которые могут привести к неблагоприятным условиям работы АЭС или нарушению функций безопасности.

Исходное событие постулируемое (*Design Basis Event*) – единственный отказ в системах АЭС, внешнее воздействие или ошибка персонала, которые приводят к нарушению ее нормальной эксплуатации и могут привести к нарушению пределов и/или условий безопасной эксплуатации. В их число входят **внешние воздействия**

техногенного и природного происхождения (*Design Basis Human Events* и *Design Basis Natural Events*).

Принцип единичного отказа – принцип проектирования АЭС, согласно которому любая система должна выполнять свои функции при исходном событии, требующем ее работы, если одновременно и независимо от него произойдет отказ одного из активных элементов или пассивного элемента с движущимися механическими частями.

Проектные основы АЭС (соответствующий термин в [112] – *Design Basis*) – это совокупность исходных данных о параметрах и технических характеристиках элементов АЭС (строительных конструкций, систем и оборудования), которые должны быть выдержаны для обеспечения ее безопасной эксплуатации в течение требуемого срока и вывода из нее. В проектные основы также входят постулируемые исходные события.

Риск – полная вероятность недопустимых повреждений АЭС и связанных с этим последствий для жизни и здоровья людей и окружающей среды. Из определения УОВ, которое будет приведено ниже, следует, что максимально допустимый риск составляет 10^{-7} 1/год, т.е. одно неприемлемое для безопасности событие за 10 млн. лет*.

Системы (элементы) АЭС, важные для безопасности, – системы и элементы, предназначенные для выполнения функций безопасности АЭС, а также системы и элементы нормальной эксплуатации, отказы которых нарушают нормальную работу АЭС и могут приводить к проектным и запроектным авариям.

Уровень отбора событий по вероятности, или УОВ (*Screening Probability Level, SPL*) – наименьшая вероятность реализации события (1/год), приводящего к серьезным радиологическим последствиям, начиная с которой это событие необходимо включить в проектные основы. Согласно нормам [86], при проектировании должны учитываться природные процессы (гидрометеорологические, геологические и инженерно-геологические) с максимальными значениями, определенными на интервале времени 10 000 лет, и техногенные факторы с УОВ = 10^{-6} 1/год. В некоторых странах для вновь проектируемых АЭС принимается $SPL = 10^{-7}$ 1/год, что является консервативным значением** [112].

* Для сравнения: по разным оценкам, древнейшие люди появились от 1 до 2 млн. лет тому назад. Таким образом, недопустимые последствия нарушения работы АЭС могут реализоваться не чаще одного раза за срок, от 5 до 10 раз превосходящий все время существования человечества как вида.

** Отметим, что обычные эксплуатационные нагрузки имеют вероятность реализации порядка 10^{-1} 1/год, а особые нагрузки – 10^{-2} 1/год. Например, при проектировании обычных промышленных и гражданских сооружений для сейсмических районов учитывается землетрясение с интервалом повторяемости один раз в 50 лет, т.е. с вероятностью реализации $2 \cdot 10^{-2}$ 1/год [82].

Элемент АЭС активный – такой элемент АЭС, функционирование которого зависит от работы другого устройства (например, источника энергии, управляющего устройства).

Элемент АЭС пассивный – элемент, функционирование которого связано только с вызвавшим его работу событием и не зависит от работы другого, активного, устройства.

14.2. Включение событий в проектные основы

Отличительными особенностями ЭВ, в том числе техногенных, является, с одной стороны, чрезвычайно высокий уровень нагрузок, которые они создают. Но, с другой стороны, вероятность их реализации крайне мала, часто на грани «порогового уровня», до которого нагрузка может вообще не учитываться. Если проектировать АЭС исходя из «наихудшего варианта» этих нагрузок, то это может привести к значительному и неоправданному ее удорожанию. Поэтому включение их в проектные основы выполняется на основе специального анализа, учитывающего расположение источника воздействия и вероятность его реализации.

Последовательность такого анализа для техногенных ЭВ, предлагаемая документом МАГАТЭ [112], показана на рис. 14.1, комментарии к которой приведены ниже. Отметим, что по российским нормам [86] эта процедура имеет некоторые отличия, которые будут указаны по ходу изложения.

Сначала выполняется *предварительный анализ* потенциальных источников техногенной опасности в регионе, который начинается со сбора информации о наличии источников. Такая предварительная информация необходима на стадии сравнения альтернативных площадок строительства АЭС. После того как выбрана окончательная площадка, информация должна быть уточнена применительно к ней. Кроме того, эти данные должны периодически проверяться и уточняться в течение всего срока функционирования АЭС.

Прежде всего необходимо установить все стационарные и передвижные источники потенциальной техногенной опасности (блок 1 схемы). Примерами могут служить взрывоопасные стационарные производства; нефтепроводы и газопроводы; наземные, водные и воздушные транспортные пути, по которым перемещаются взрывоопасные вещества или где возможны взрывы горючего самих транспортных средств; воздушные трассы и аэропорты, откуда можно ожидать падения самолета, и пр. Размер изучаемого района зависит от типа источника, а также других факторов – потенциального количества взрывчатых веществ, видов транспортных средств и др. Обычно это несколько километров, но для отдельных источников может быть и больше.

Далее для каждого из таких источников определяются все возможные исходные события (блок 2).



Рис. 14.1. Последовательность анализа для включения событий в проектные основы

Дальнейший анализ осуществляется с целью исключить из рассмотрения по возможности большее число источников. Первый этап – их сортировка по величине безопасного расстояния (БР), ко-

торое устанавливается для каждого из исходных воздействий (блок 3) и зависит от типа и ожидаемой интенсивности воздействия из этого источника, типа сооружений АЭС и других факторов. Конкретные значения БР для воздействий различных типов будут указаны в следующих разделах.

Обеспечение защиты от ЭВ осуществляется в несколько этапов (образно говоря, имеет несколько «рубежей обороны»).

Сначала проверяют, не лежит ли рассматриваемый источник за пределами БР (блок 4). Если «да», то его можно не учитывать.

Если источник находится в пределах БР, его, тем не менее, можно исключить из рассмотрения, если вероятность реализации воздействия меньше уровня отбора событий по вероятности УОВ (блок 5). Для этого должна быть детально проанализирована реальная вероятность рассматриваемого события с использованием данных об условиях площадки строительства АЭС [86, 112]. Методы определения этой вероятности для падения самолета и взрыва будут изложены в гл. 15.

Здесь, однако, необходимо сделать существенную оговорку. Исходные данные для вероятностного анализа являются, как правило, недостаточно точными. Поэтому независимо от его результатов в проектные основы включают ЭВ с интенсивностью не ниже определенного уровня. Так, согласно [86], в проекте любой АЭС обязательно должны быть учтены: падение легкого самолета массой 5 т; ВУВ с давлением на фронте 10 кПа и фазой сжатия 1 с; землетрясение с ускорением грунта 0.1g; стандартный пожар по внешним причинам длительностью 1.5 ч.

Если данный источник не исключен из рассмотрения, то производится более детальная оценка его опасности. Для этого необходимо найти верхнюю границу значений условной вероятности нарушения работы АЭС, 1/год, приводящего к неприемлемым радиологическим последствиям, при реализации события конкретного вида (УВНР). Величина УВНР зависит от типа и особенностей АЭС и должна быть установлена достаточно консервативно. В некоторых странах принимают $УВНР = 0.1$ [112].

После этого проверяют, выполняется ли неравенство $\frac{УОВ}{УВНР} < ВПО$? Если «да», то данный источник можно не учитывать (блок 6).

Отметим, что эти шаги анализа отличаются от российских норм [86], в которых, как уже было отмечено, отсутствуют понятия УВНР и ВПО. Вместо этого в них указано, что меры по защите от ЭВ зданий и сооружений АЭС, важных для безопасности, можно не предпринимать при выполнении следующих условий:

- исключаются недопустимые отказы и повреждения систем и элементов, важных для безопасности;

- частота проектных аварий и тяжесть их последствий, рассчитанные путем вероятностного анализа безопасности АЭС при внешних воздействиях, существенно не изменятся по сравнению с аналогичными данными при учете только исходных событий внутреннего происхождения;
- частота запроектных аварий, вызванных внешними природными или техногенными воздействиями, не больше 10^{-6} 1/год;
- значение частоты предельного аварийного выброса радиоактивных веществ в окружающую среду не более 10^{-7} 1/год.

Вернемся к описываемой процедуре документа [112]. Если приведенное выше неравенство не выполняется, то необходимо установить, можно ли надежно защитить АЭС от рассматриваемого ЭВ с помощью конструктивно-планировочных или административных мер. Если это невозможно, то **рассматриваемая площадка строительства считается непригодной** (блок 7).

Если защита возможна, то данное ЭВ включается в проектные основы, и устанавливаются его параметры и характеристики, учитываемые в проекте (блок 8). Согласно нормам [86], значения максимальных расчетных параметров должны определяться с доверительной вероятностью не превышения среднего значения (математического ожидания) 0.95.

Далее следует проверить, все ли исходные события были учтены для данного источника опасности и все ли такие источники в регионе рассмотрены (блоки 9 и 10).

Наконец, если в проектные основы оказалось включено более одного источника и/или исходного события, можно попытаться уменьшить их количество, учтя только «перекрывающее» воздействие (блок 11). Например, удар самолета создает нагрузки больше, чем летящие предметы при торнадо; вибрации оборудования при взрывах часто оказываются менее интенсивными, чем при землетрясении или ударе самолета, и т.п. При вибрациях зданий нормы [86] допускают производить оценку их опасности путем сравнения амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) воздействий с преобладающими частотами оборудования. При этом необходимо показать, что АЧХ воздействий не превышают АЧХ нагрузок, на которые оборудование рассчитано или испытано.

14.3. Классификация элементов АЭС по отношению к экстремальным воздействиям

Для уточнения требований к проектированию элементов АЭС на действие ЭВ следует произвести их классификацию по отношению к этим воздействиям («ЭВ-классификация»). Ее цель – установить последовательность возможных отказов при ЭВ и необходимые действия персонала. Она выполняется в дополнение к обычной классификации элементов АЭС по безопасности и должна быть со-

вместима с ней. Классификация по безопасности включает следующие элементы, важные для безопасности:

- отказ которых может прямо или косвенно привести к постулируемому исходному событию (сюда, в частности, входят элементы, защищающие АЭС от экстремальных воздействий);
- необходимые для остановки реактора, контроля критических параметров, поддержания реактора в остановленном состоянии и отвода остаточного тепла;
- необходимые для предотвращения выделения радиоактивных веществ или ограничения его допустимыми пределами, установленными надзорным органом.

Помимо этого, ЭВ-классификация должна охватывать и такие элементы, которые:

- сами не являются важными для безопасности, но отказ которых может повлечь за собой отказ важных;
- не входящие в перечисленные выше группы, но необходимые для предотвращения или снижения тяжести аварийных условий на АЭС на время, в течение которого вероятно появление ЭВ.

В то же время в ЭВ-классификацию могут не включаться элементы АЭС, которые непосредственно не подвергаются ЭВ (например, при торнадо – внутренние конструкции зданий, на которые оно непосредственно не воздействует).

Включение элементов в тот или иной ЭВ-класс зависит от их функций по обеспечению безопасности АЭС во время и после ЭВ. При этом части одних и тех же систем могут относиться к разным классам.

В [112] рекомендуется разделять элементы АЭС на классы:

- *ЭВ-класс 1 (ЭВ-1)* включает в себя элементы, важные для безопасности; они должны проектироваться и изготавливаться в соответствии с требованиями, обеспечивающими выполнение ими своих функций во время и после ЭВ;
- *ЭВ-класс 2 (ЭВ-2)* – элементы, отказ которых при ЭВ в принципе допустим, но при условии, что он не приведет к повреждению ЭВ-1; они должны проектироваться и изготавливаться исходя из этого требования;
- *ЭВ-класс 3 (ЭВ-3)* – элементы или части систем, отказ которых может привести к радиологическим последствиям, кроме тех, которые создаются реакторной установкой (например, здания хранилищ отработавшего топлива и радиоактивных отходов); при их проектировании нагрузки при ЭВ включают с еще более низкими коэффициентами сочетаний, чем для ЭВ-1;
- *элементы, не входящие в ЭВ-классификацию (ЭВ-4)*, – все прочие части АЭС.

Типичные системы, относящиеся к ЭВ-1:

- Наружная защитная оболочка здания реактора (или другая защитная конструкция), включая фундамент, которая необходима для предотвращения потери герметичности.
- Строительные конструкции сооружений, в которых располагаются системы, важные для безопасности, в пределах, необходимых для обеспечения их функционирования.
- Системы, их вспомогательные части и кабельные трассы, предназначенные для аварийного энергоснабжения активных систем безопасности, других ответственных потребителей, контрольно-измерительных систем.
- Системы аварийного водоснабжения ответственных потребителей, включая трубопроводы и распределительные устройства.
- Пульт управления АЭС и все дополнительные контрольные точки, где должны сохраняться условия безопасной работы персонала и функционирования систем.
- Системы и их части, предназначенные для контроля и управления всеми системами, защищаемыми от ЭВ.
- Системы, необходимые для ревизии АЭС после ЭВ.

Элементы класса ЭВ-2 соответствуют его определению. В их число включаются также элементы, отказ которых может привести к нанесению такого вреда персоналу пульта управления АЭС, который может помешать исполнению им своих обязанностей.

К классу ЭВ-3 относят хранилища отработавшего топлива, включая их охлаждающие системы, а также хранилища радиоактивных отходов.

Элементы АЭС, относящиеся к названным классам, должны удовлетворять следующим требованиям.

- Элементы ЭВ-1 должны проектироваться и изготавливаться в соответствии с обычными требованиями к элементам, важным для безопасности. Эти требования могут конкретизироваться в зависимости от исполняемых функций (работоспособность во время и после ЭВ, сохранение прочности, плотности, допустимые перемещения и пр.).
- Требования к элементам ЭВ-2 могут быть снижены, поскольку в процессе ЭВ в их работе нет необходимости, а они лишь не должны получить повреждения, которые могли бы привести к отказу ЭВ-1.
- Элементы ЭВ-3 должны удовлетворять требованиям, связанным с возможностью радиологических последствий, но обычно менее жестким, чем к ЭВ-1.
- Элементы ЭВ-4 в принципе могут проектироваться без учета ЭВ. Однако для некоторых из них ЭВ все же учитывается из со-

ображений снижения экономических потерь, связанных с остановкой и ревизией АЭС.

ЭВ-классификация не означает использования разных уровней нагрузок, соответствующих различным сценариям воздействия. Тем не менее сниженные значения нагрузок могут рассматриваться в двух случаях:

- для установления порогового уровня экстремального воздействия, при превышении которого должны вступать в действие специальные требования, касающиеся остановки, инспекции и процедур безопасности АЭС;
- при сочетании нагрузок ЭВ с прочими нагрузками, значения которых могут устанавливаться с учетом частоты их реализации (например, обычный ветер, нормальная температура и осадки).

При кратковременных ЭВ иногда можно на основе вероятностного анализа устанавливать менее строгие проектные требования к некоторым элементам АЭС, но при условии, что они не являются важными для безопасности и что по окончании ЭВ производится проверка их соответствия проектным требованиям.

Воздействие ЭВ на АЭС может выразиться в самых различных формах: повреждение строительных конструкций, нарушение функционирования систем и оборудования, утрата персоналом работоспособности, потеря каналов отвода тепла, источников внешнего энергоснабжения и пр. При проектировании конкретной АЭС необходимо учесть все эти последствия, включая вторичные эффекты. При этом следует использовать достаточно правдоподобный сценарий развития и последствий ЭВ, так как проектирование «по наихудшему варианту» может оказаться неоправданно консервативным. В частности, при составлении комбинации нагрузок от ЭВ и вызванных ими вторичных эффектов можно учесть, если имеется, их несовпадение по времени.

Необходимо также принимать во внимание возможность отказов систем по общей причине. При обычных воздействиях количество дублирующих систем назначают исходя из «принципа единичного отказа». Но он может быть неприменим по отношению к отказам по общим причинам, если ЭВ захватывает большие площади.

Рассматривать сочетание ЭВ с иными особыми воздействиями, независимыми от них (например, с другими техногенными и природными ЭВ, с отказами оборудования и ошибками персонала и т.п.), в принципе не требуется. Исключение представляют случаи, когда вероятность реализации иных воздействий очень велика и нельзя исключить их случайное совпадение с ЭВ. Это оценивается путем вероятностного анализа.

Должна быть, в частности, учтена возможность потери внешнего энергоснабжения АЭС. Это обязательно, если ЭВ воздействует на всю площадку АЭС (например, ураган или торнадо), вследствие

чего повышается вероятность отказов по общей причине. Для других, локально действующих, ЭВ (например, падение самолета) потерю внешнего энергоснабжения следует предполагать, если могут быть выведены из строя линии электропередачи или распределительные устройства. Надо предусмотреть достаточные запасы времени на восстановление поврежденных объектов вне площадки АЭС. Обычно считают, что на такое восстановление требуется как минимум 48 ч после ЭВ.

Необходимо обеспечить сохранение во время и после ЭВ работоспособности системы ответственного водоснабжения (с ее помощью осуществляется охлаждение теплоносителя, прокачиваемого через активную зону реактора после его остановки), в том числе – системы ее подпитки. Если запас воды для подпитки хранится на территории АЭС, то либо он должен быть настолько большим, чтобы при выходе из строя части системы подпитки воды хватило на время ее восстановления, либо следует защитить систему подпитки от ЭВ. В крайнем случае, если невозможно защитить ее полностью, надо хотя бы рассредоточить части системы по площадке АЭС или защитить их так, чтобы немедленно после ЭВ имелось в наличии хотя бы минимальное необходимое количество воды.

Нельзя ожидать, что сразу после ЭВ персонал сможет предпринимать какие-либо действия по ограничению или ликвидации последствий: трудность доступа в соответствующие помещения, их удаленность, плохая связь могут помешать правильно оценить обстановку и выполнить необходимые операции. При проектировании АЭС можно рассчитывать на действия персонала только в том случае, если абсолютно надежно доказано, что это на самом деле выполнимо. Но и при этом надо предусматривать достаточные запасы времени, так как необходимого сотрудника или детали в нужный момент может не оказаться на месте.

АЭС проектируется исходя из «принципа глубоко эшелонированной защиты» [51]. Это означает, что предусматривается система барьеров на пути распространения ионизирующего излучения и радиоактивных продуктов в окружающую среду. Она включает в себя топливную матрицу; оболочки тепловыделяющих элементов; границу контура теплоносителя, охлаждающего активную зону реактора; герметичное ограждение локализуемых систем безопасности (обычно – герметичную защитную оболочку). При нормальной эксплуатации АЭС все барьеры должны быть в работоспособном состоянии, иначе работа на мощности запрещена. Но при интенсивных ЭВ строгое выполнение этого требования может оказаться затруднительным, и появляется опасность нарушения одного из уровней защиты. Тогда при проектировании АЭС можно несколько снизить требования, используя все или некоторые из следующих способов [112].

- Произвести более тщательный отбор систем, включаемых в класс ЭВ-1 для защиты от данного ЭВ, и проверить, действительно ли все они строго необходимы.
- Рассматривать данное ЭВ в сочетании только с наиболее вероятными состояниями АЭС (например, считать, что оно не совпадает с аварийными состояниями, перегрузкой топлива или профилактическими работами, производимыми при разгерметизированной защитной оболочке).
- Использовать менее консервативные (т.е. более высокие) прочностные характеристики материалов и методы проектирования и расчета.
- Применять для барьеров третьего и четвертого уровней, предназначенных для защиты от проектных аварий (например, герметичной защитной оболочки), более низкие коэффициенты запаса и менее строгие критерии отказа, чем при иных ЭВ.

Однако если допущены такие послабления в требованиях, то должны быть разработаны специальные процедуры управления АЭС, предусмотрены (где возможно) соответствующие контрольные системы, а также непрерывное наблюдение за работой систем нормальной эксплуатации. Должна быть также выполнена специальная вероятностная оценка безопасности.

14.4. Особенности проектирования АЭС на экстремальные воздействия

Для обеспечения безопасности АЭС при ЭВ проектировщик может использовать либо специальные защитные устройства, либо уже имеющиеся системы, обеспечивающие безопасность при внутренних событиях. В обоих случаях проектирование должно производиться исходя из принципа единичного отказа (см. разд. 14.1). Этого можно достигнуть посредством дублирования систем.

Имеются два основных пути обеспечения защиты АЭС от ЭВ: либо посредством специальных защитных барьеров (например, наружная железобетонная защитная оболочка реакторного отделения – рис. 14.2), либо путем проектирования систем исходя из требования, чтобы они могли противостоять ЭВ (включая их дублирование, разнотипность и пространственное разделение). Решение должно представлять собой баланс между требованиями безопасности, эксплуатационными требованиями и другими важными факторами. Например, можно обеспечить способность АЭС выдерживать локально действующие ЭВ (например, удар самолета) путем физического разделения дублирующих систем, что позволит предотвратить их одновременный выход из строя при падении самолета или его обломков, а также при воздействии авиационного топлива. Так располагают дублирующие системы электроснабжения ответственных потребителей (дизель-генераторы), насосные станции ответственного водо-

снабжения, системы автоматики и пр. При проектировании таких отдельно стоящих сооружений ЭВ можно не учитывать.

Иногда дублирующие системы располагают в одном здании, например, в обстройке реакторного отделения, но также настолько удаляют их друг от друга, чтобы они не могли быть все одновременно разрушены ударом самолета или ВУВ. При этом можно допустить разрушение части этих систем. Однако надо учитывать, что, например, удар самолета вызывает интенсивные колебания здания, а потому на оставшиеся не разрушенными системы будут действовать динамические инерционные нагрузки.

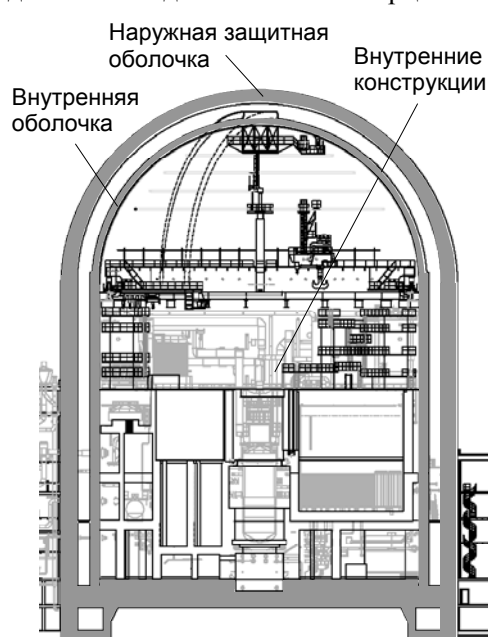


Рис. 14.2. Пример компоновки реакторного отделения АЭС

Наконец, часть систем принципиально не может быть разделена в пространстве. В этом случае защита от ЭВ обеспечивается за счет надлежащего выбора конструктивно-компоновочных решений зданий и обеспечения прочности строительных конструкций при нагрузках, создаваемых ЭВ.

Это прежде всего относится к зданию реактора, в котором располагается ядерная паропроизводящая установка (ЯППУ). По технологическим требованиям, а также для упрощения защиты от ЭВ применяется особая компоновка здания (см. рис. 14.2).

Здание реактора – круглое в плане и состоит из трех частей. Центральная часть – это строительные конструкции, на которых располагается реактор водо-водяного типа (ВВЭР) и технологические системы, необходимые для его эксплуатации, безопасной остановки, в том числе при максимальной проектной аварии (МПА), и для поддержания в остановленном состоянии.

Внутренние конструкции окружены герметичной железобетонной предварительно напряженной защитной оболочкой. Ее предназначение – удержать внутри радиоактивные вещества в случае МПА. На АЭС типа ВВЭР в качестве МПА рассматривается разрыв первого (радиоактивного) контура. На описываемой АЭС давление

под оболочкой при МПА повышается примерно до 0.4 МПа, а температура – до 100 °С. Для обеспечения герметичности оболочки предусмотрена ее внутренняя металлическая облицовка, которая продолжается внутри фундаментной плиты, создавая замкнутый контур герметизации. Предварительное напряжение бетона осуществляется с помощью заложенных в оболочку тросов, натяжение которых производится из галереи под фундаментной плитой.

Герметичная оболочка в свою очередь находится внутри второй, наружной, железобетонной оболочки, назначение которой – защита внутренней оболочки и всего здания от внешних природных и техногенных воздействий. Она рассчитывается на все внешние ЭВ, в том числе ВУВ и удар самолета (нагрузки за счет разрушения фюзеляжа, обломков и воздействие авиационного топлива). Пример такого расчета приведен в гл. 16.

Но кроме внутренних усилий в строительных конструкциях удар самолета и ВУВ вызывают колебания здания, создающие динамические нагрузки на технологическое оборудование. Для их уменьшения три части здания разделены швами и соединены между собой только на уровне фундаментной плиты*. В результате динамическая нагрузка передается от наружной оболочки к внутренним конструкциям, на которых установлены ответственные системы, не непосредственно, а через фундамент. При жестком основании под фундаментной плитой это значительно снижает интенсивность вынужденных колебаний. Расчет колебаний и определение нагрузок на оборудование подробнее описаны в гл. 17.

Для обеспечения безопасности от воздействий, связанных с авиационным топливом, необходимо, прежде всего, предотвратить его проникание внутрь здания. Кроме того, должна быть обеспечена прочность строительных конструкций при взрыве топлива, для чего они должны быть рассчитаны на соответствующее давление. Примеры такого расчета приведены в разд. 9.3.2 и гл. 16. Необходимо также предусмотреть противопожарные меры, в том числе – защиту от воздействия продуктов сгорания. Опасность с их стороны можно не учитывать только при условии, что дублирующие системы достаточно удалены друг от друга. Например, если дублирующие дизель-генераторные станции электроснабжения ответственных потребителей разнесены на достаточное расстояние, то можно не учитывать возможность попадания продуктов сгорания в вентиляцию, всасывающие трубопроводы, их коррозионное действие и пр. Но в то

* Внутренняя оболочка отрезана швами также и по другим причинам, не связанным с задачей уменьшения колебаний. Во-первых, она должна беспрепятственно расширяться при МПА. Во-вторых, она выполнена из предварительно напряженного бетона, а примыкающие к ней части здания – из обычного.

же время необходимо предотвратить возможность оседания сажи на контактах электрических устройств, что может привести к ложным срабатываниям аппаратуры.

Особое внимание следует уделить предотвращению отказов по общим причинам больших и разветвленных систем, таких как система охлаждения реактора, насосные станции, трубопроводные системы, связанные с главным циркуляционным контуром, и т.п. Можно использовать сочетание следующих стратегий защиты.

- Надлежащее дублирование систем. Степень дублирования следует определять исходя из принципа единичного отказа. В виде исключения от него можно отступить, если вероятность ЭВ очень мала и системы являются пассивными.
- Значительное пространственное разделение дублирующих систем. Это позволяет предотвратить как их отказ по общей причине под действием локального ЭВ (например, удар летящего тела), так и влияние отказа по внутренним причинам одной системы на остальные (например, воздействие возгорания одной кабельной трассы на дублирующие). Необходимое расстояние между дублирующими системами следует определять на основе тщательного анализа радиуса действия каждого ЭВ.
- Разнотипность дублирующих систем (например, использование в одной трубопроводной трассе клапанов с электрическим приводом, а в другой – с пневматическим). Это особенно желательно при ЭВ, которое может вызвать отказы по общей причине. Если возможно, разнотипность систем следует сочетать с их пространственным разделением.

Дополнительная безопасность обеспечивается путем принятия профилактических и административных мер (например, уменьшение количества горючих и взрывоопасных материалов на самой площадке АЭС и вблизи нее; запрещение провоза рядом с нею взрывоопасных и токсичных материалов и т.п.). При этом эффективность административных мер сильно зависит от строгости их выполнения. В частности, необходимо гарантировать, что они останутся в силе при смене администрации.

Для обеспечения безопасности следует также предусмотреть:

- гарантированную возможность попадания после ЭВ на главный щит управления АЭС, а также во все помещения и к оборудованию, которые необходимы для управления станцией;
- АЭС должна быть спроектирована так, чтобы в результате ЭВ она не получила повреждений, которые делают невозможным контроль ее безопасности;
- относительно систем, отнесенных к ЭВ-4, следует принять допущение, что во время ЭВ они функционируют или отключены, что более неблагоприятно для защиты АЭС.

При проектировании защиты от ЭВ следует, по возможности, стремиться к тому, чтобы она в минимальной степени усложняла работу АЭС при прочих событиях, включенных в проектные основы. Например, защитные барьеры могут затруднять доступ для инспекции и обслуживания систем; рассредоточение систем по территории может потребовать увеличения численности персонала, необходимого для их инспектирования и обследования, удлинения трубопроводных и кабельных трасс, вентиляционных каналов и т.п.

Защита от ЭВ должна быть выполнена с некоторым запасом, чтобы АЭС не оказалась чувствительной к отклонениям от сценария развития ЭВ. Надо гарантировать, что небольшие изменения этого сценария не вызовут недопустимых резких отклонений параметров работы станции (эффект «обвала»).

14.5. Последовательность проектирования

На рис. 14.3 показана общая последовательность проектирования АЭС с учетом ЭВ.

Прежде всего необходимо установить ЭВ, учитываемые в проектных основах, и их параметры (блок 1 схемы). Методы выполнения этой работы были описаны в разд. 14.2.

Кроме этого, путем вероятностного анализа следует установить, в каких состояниях может оказаться АЭС при этих ЭВ (блок 2): работа на мощности, горячий останов реактора, его расхолаживание, перегрузка топлива, ревизия, ремонт.

После этого надо установить возможные сценарии развития событий при ЭВ (блок 3). Это позволит составить перечень элементов АЭС, которые окажутся под воздействием ЭВ, задать их характеристики и пределы стойкости (блок 4). Количество элементов, попавших в этот перечень, в значительной степени зависит от того, является ЭВ локальным или покрывает всю территорию АЭС. К первым относится удар самолета и других летящих тел (даже если их более одного). Примерами ЭВ второго вида являются взрывы, ураганы, торнадо.

При составлении перечня следует также иметь в виду, что требования к элементам могут быть обусловлены не только непосредственным действием на них ЭВ, но и его косвенными последствиями, которые не всегда очевидны. Например, если в результате ЭВ может быть нарушено внешнее энергоснабжение АЭС, то минимальное количество хранящегося на территории АЭС топлива для дизель-генераторов, с помощью которых осуществляется энергоснабжение ответственных потребителей, определяется временем, необходимым для восстановления внешнего энергоснабжения. Это количество может быть уменьшено только при условии, что полностью гарантирована доставка топлива извне. Другой пример – отказ вентиляционной системы в результате падения самолета, что может

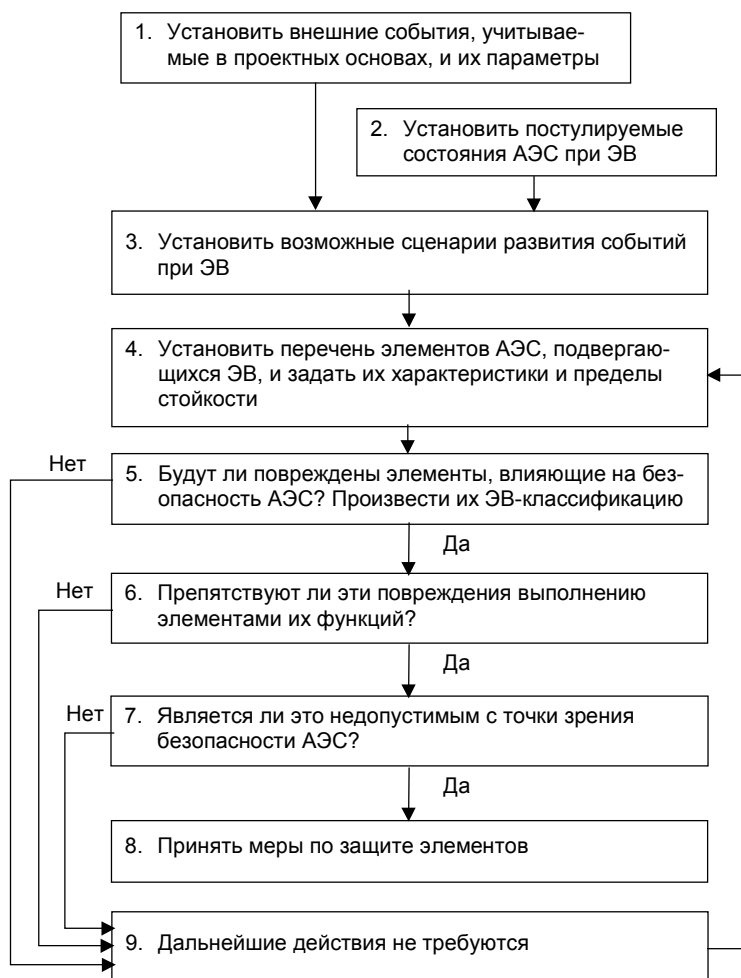


Рис. 14.3. Последовательность проектирования АЭС с учетом экстремальных воздействий

вызвать повышение температуры внутри зданий и отказ электронного оборудования.

После того как идентифицированы все элементы АЭС, которые подвергнутся ЭВ, следует собственно анализ его влияния.

Сначала надо проверить, будут ли повреждены, непосредственно или косвенно, элементы, влияющие на выполнение требований безопасности АЭС (блок 5)? По результатам этого рассмотрения выполняется разделение элементов на ЭВ-классы (см. разд. 14.3). Если повреждений элементов не произойдет, то дальнейшие действия не требуются (переход к блоку 9).

Если элементы будут повреждены, то следует конкретизировать, являются ли повреждения настолько серьезными, что элементы не смогут функционировать (блок 6)? Если «нет», то дальнейшие действия по отношению к ним не нужны (переход к блоку 9).

В противном случае надо проверить, являются ли повреждения недопустимыми с точки зрения безопасности АЭС (блок 7)? Если «нет», то дальнейшие действия не нужны (переход к блоку 9). Если же «да», то необходимо принять меры, позволяющие предотвратить повреждения при ЭВ или снизить последствия до допустимых пределов (блок 8). Этого можно достигнуть разными путями:

- усилить элементы, чтобы они могли противостоять ЭВ;
- обеспечить их пассивную защиту (посредством барьеров) или активную защиту (например, оснастить задвижки на трубопроводах приводами, гарантирующими срабатывание при ЭВ);
- использовать дублирующие системы, которые достаточно удалены друг от друга;
- уменьшить последствия повреждения элементов.

Если ЭВ действует на ограниченной площади, но невозможно предсказать, в каком именно месте оно реализуется (например, удар самолета или других летящих тел), то следует считать, что это возможно где угодно. Но и в этих случаях полезно установить места, где ЭВ заведомо невозможно. Например, если два здания АЭС располагаются близко одно к другому, то они взаимно защищают друг друга от удара самолета.

Если ЭВ может влиять на всю площадь АЭС (например, ураганы или торнадо), то следует считать, что все важные для безопасности элементы АЭС подверглись воздействию одновременно. Это означает, что пространственное разделение дублирующих систем не спасает, и необходимо предусмотреть специальную защиту элементов с помощью барьеров.

После принятия описанных мер необходимо произвести повторный анализ влияния ЭВ с учетом усиления или защиты элементов (блок 8).

14.6. Задание нагрузок

Основные проектные параметры и схемы нагружения при каждом ЭВ должны соответствовать критериям отказа, принятым для элементов АЭС (например, сохранение плотности, отсутствие сквозного пробивания или выкрошивания бетона при ударе летящего тела и т. п.). Эти параметры также связаны с точностью используемых методов расчета (линейный, нелинейный, трехмерный, динамический и пр.). Особое внимание следует уделить адекватности замены динамических нагрузок эквивалентными статическими,

достоверности определения законов нагружения при соударении тел, обоснованности пространственного осреднения нагрузок и т. п.

Нагрузки при действии ВУВ, ударе самолета и других тел являются кратковременными и быстро возрастающими. Кроме того, при ударах они приложены в пределах небольшого «пятна». В массивной конструкции они вызывают существенный локальный отклик (перемещения, внутренние усилия) вблизи точки удара, в то время как отклик всей остальной конструкции мал.

Нередко нагрузки, создаваемые ЭВ, задают с помощью упрощенных инженерных подходов, иногда на основе экспериментов (см. часть II данной книги). В этом случае следует проверять, соответствуют ли допущения при определении нагрузок или условия экспериментов реальным условиям применения нагрузок. Также необходимо проверить «чувствительность» результатов расчета по отношению к методам его выполнения и малым вариациям исходных данных.

В особых случаях может потребоваться уточненный численный анализ и/или физические эксперименты. Примерами могут служить эффект взаимодействия для группы градирен при ветровой нагрузке, вынужденные колебания высоких и тонких вентиляционных труб, удар самолета в большие и гибкие плиты и пр.

14.7. Сочетания нагрузок и характеристики пригодности

Нагрузки, создаваемые статистически независимыми ЭВ, ввиду их кратковременности и малой вероятности реализации, обычно рассматривают в сочетании только с нагрузками при нормальных условиях эксплуатации АЭС. Например, не рассматривают сочетание нагрузок от удара самолета и ВУВ. Однако все воздействия, создаваемые конкретным ЭВ, должны быть учтены и соответствующим образом распределены во времени и пространстве. Например, при ударе самолета должны быть учтены нагрузки от разрушения фюзеляжа, удар твердого обломка, пожар и/или взрыв авиационного топлива (см. гл. 8); при торнадо строительные конструкции должны быть проверены на действие ветрового давления, падение атмосферного давления, удары поднятых в воздух тел.

Характеристики пригодности элементов АЭС (плотность, устойчивость, работоспособность и пр.) устанавливают в соответствии с их функциями и ЭВ-классификацией. Они должны быть выражены в виде соответствующих количественных критериев отказа (например, допускаемая утечка, максимальное раскрытие трещин, сохранение упругости, максимальные допустимые перемещения).

При этом, однако, надо иметь в виду, что при нагрузках нормальной эксплуатации критерии отказа предполагают упругую работу конструкций. Поэтому не оправдано использование этих же

критериев при ЭВ, создающих очень большие и часто кратковременные нагрузки, и критерии следует модифицировать с учетом физических особенностей и характера работы конструкции. Например, в отдельных строительных конструкциях (балках, плитах) можно допустить ограниченные неупругие деформации, если это не нарушает условия безопасности. Согласно нормам [50], при ударе самолета допускается работа железобетонных конструкций за пределами упругости и не лимитируется ширина раскрытия трещин, при условии, что это не приведет к неконтролируемым утечкам радиоактивных жидкостей и газов. Можно также допустить ограниченные неупругие деформации в рамах, сдвиговых стенах и иных строительных конструкциях, если при этом обеспечена общая устойчивость сооружения.

14.8. Общие требования к расчетным моделям

Процедуры проектирования должны позволять с достаточной точностью определять параметры, характеризующие безопасную работу АЭС. Для этого иногда приходится использовать не одну, а серию математических моделей, описывающих разные аспекты поведения конструкции. Например, для определения отклика всего здания на удар летящего тела можно использовать линейно-упругую модель, а для вычисления локальных неупругих деформаций в окрестностях «пятна удара» – нелинейную.

Используемые модели должны быть совместимы друг с другом, и поэтому при их последовательном применении следует особое внимание уделять передаче данных от одной к другой. Кроме того, во избежание накопления ошибок и получения неправдоподобного окончательного отклика конструкции необходимо следить за точностью расчетов по каждой из моделей.

В настоящее время при проектировании АЭС расчеты чаще всего выполняют по методу конечных элементов (МКЭ). Степень детальности конечно-элементной модели (КЭ-модели), т.е. частота сетки, должна выбираться с учетом особенностей ЭВ и требуемой точности результатов расчета. Например, при детонационном взрыве нагрузка, как правило, является очень кратковременной и быстро возрастающей (см. гл. 9), поэтому вызывает отклик конструкции на высоких частотах. В связи с этим во избежание ложной «фильтрации» воздействия сооружением его КЭ-модель должна позволять достоверно вычислять высокочастотные моды. Для этого требуется более мелкая сетка конечных элементов, чем, скажем, при сейсмическом воздействии, которое является сравнительно низкочастотным. Кроме того, если используются явные схемы интегрирования системы дифференциальных уравнений движения, то шаг интегрирования должен составлять долю периода колебаний по наивысшей моде конструкции, что также накладывает требования на детальность модели.

Модель должна иметь соответствующие граничные условия. При расчете здания они отражают влияние его основания. Если же рассчитывается подконструкция, то ее граничные условия должны адекватно отображать отброшенную часть сооружения.

Следует заметить, что при выполнении практических расчетов конструкций одним из наиболее трудоемких этапов является создание расчетных КЭ-моделей. Поэтому желательно, по возможности, уменьшить их число. Современная вычислительная техника и программное обеспечение позволяют использовать настолько детальные КЭ-модели, что по ним с достаточной точностью вычисляется отклик конструкции как при статических, так и при высокочастотных динамических нагрузках. Примеры таких моделей приведены в следующих главах книги.

Расчет конструкций на некоторые воздействия (например, удары недеформируемых летящих тел) может выполняться с применением эмпирических формул (см. гл. 7). При их использовании необходимо следить, чтобы действительные параметры соответствовали условиям экспериментов, на основе которых получены формулы (при ударах летящих тел – размеры, масса и скорость тела).

Помимо проверки прочности конструкций выполняются расчеты вынужденных колебаний зданий АЭС с целью определения динамических нагрузок на подсистемы, прежде всего – оборудование и трубопроводы. Чаще всего эти нагрузки задают с помощью поэтажных спектров отклика (ПС), расчет которых, как правило, производится с использованием линейных моделей зданий. Однако при их вычислении необходимо оценить влияние нелинейностей (например, зазоров), а также разброса исходных данных. Подробнее эти вопросы рассмотрены в гл. 17.

Ответственное оборудование проектируют исходя из требования сохранения работоспособности во время и после ЭВ. Проверка работоспособности может осуществляться аналитически или экспериментально с использованием вычисленных ПС. Кроме динамических нагрузок необходимо учесть влияние дыма, пыли и прочих факторов, которые могут образоваться при ЭВ.

14.9. Характеристики материалов

Назначение расчетных характеристик материалов при динамических нагрузках было рассмотрено в гл. 1. Здесь отметим только следующие два обстоятельства.

Во-первых, прочность строительных материалов (бетона, арматурной стали) повышается с увеличением скорости нагружения (см. гл. 1). При этом их динамические характеристики (модуль упругости, коэффициент Пуассона) изменяются мало.

Во-вторых, как известно, прочностные характеристики материалов являются случайными величинами. В строительных нормах,

регламентирующих проектирование конструкций на действие обычных нагрузок, расчетные прочностные характеристики заданы с обеспеченностью (вероятностью непревышения) примерно 0.95. Это означает, что расчетная прочность материала задана так, чтобы с вероятностью 0.95 реальная прочность оказалась больше нее. Но вероятность реализации ЭВ очень мала, а потому в принципе можно было бы задавать прочностные характеристики с меньшей обеспеченностью (т.е. более высокими), исходя из условия, чтобы вероятность отказа конструкции при ЭВ была не ниже, чем при обычных нагрузках.

Тем не менее в современной проектной практике принято повышать прочностные характеристики материалов с учетом скорости нагружения, но возможность их повышения за счет малой вероятности реализации воздействия обычно не используют.

14.10. Вторичные воздействия

ЭВ может привести к непосредственному отказу элементов АЭС («первичный эффект»). Но, кроме этого, возможен отказ под воздействием других отказавших элементов («вторичный эффект»), что может привести к распространению отказов. Поэтому при проектировании АЭС вторичные отказы также должны рассматриваться. Потенциально опасные с этой точки зрения элементы относятся к классу ЭВ-2.

В процессе проектирования следует также обратить внимание на возможные вторичные воздействия на оборудование и персонал АЭС. К ним, в частности, относятся:

- вторичные летящие тела, такие, как осколки бетона, отколовшиеся изнутри при ударе в стены; разлетающиеся металлические конструкции; обломки самолета (обычно двигатель) и пр.;
- объекты, обрушившиеся из-за колебаний зданий при ВВ;
- разрушение высокоэнергетических трубопроводов и оборудования;
- затопление вследствие разрушения резервуаров и бассейнов, расположенных внутри зданий и на территории АЭС;
- химические воздействия: взрывы, выделение токсических и удушающих газов;
- пожары, вызванные отказами электрооборудования;
- электромагнитные воздействия.

Следует иметь в виду, что возможны и другие вторичные эффекты, кроме перечисленных. Предугадать их все на стадии проектирования АЭС трудно, поэтому предпочтительнее обеспечить общую защиту от ЭВ, а не индивидуальную защиту ее элементов от вторичных эффектов. Кроме того, эти эффекты могут потребовать дополнительных включений систем безопасности, повышают вероятность отказов по общей причине.

14.11. Методы расчетов конструкций АЭС на экстремальные воздействия

14.11.1. Предварительные замечания

Как правило, ЭВ являются чрезвычайно редкими событиями. Поэтому расчеты АЭС на их действие должны в принципе выполняться на вероятностной основе. Но в то же время методы расчетов, предусмотренные нормами проектирования, обычно являются по форме детерминистическими (т.е. невероятностными).

Приведем кратко основные принципы детерминистических и вероятностных методов расчетов. Отметим, что это описание имеет целью дать читателю только общее представление о состоянии вопроса, а потому ни в коей мере не претендует на полноту. Прежде всего введем несколько терминов.

Основная задача проектирования конструкции – обеспечить при всех возможных воздействиях ее *работоспособность*, под которой понимается способность выполнять требуемые функции. Противоположным понятием является *отказ* конструкции. Что именно понимается под работоспособностью данной конструкции, зависит от того, какую предполагаемую форму ее отказа надо предотвратить. Например, работоспособность может означать сохранение ею прочности, устойчивости, ограниченной величины перемещений, плотности и пр.

Реакцию конструкции на рассматриваемое воздействие будем именовать ее *откликом*. Под ним могут пониматься внутренние усилия (напряжения, моменты, продольные и поперечные силы), перемещения, опорные реакции и пр. То, какие именно отклики должны быть рассмотрены при анализе работоспособности конструкции, также зависит от предполагаемого вида ее отказа, который надо предотвратить.

14.11.2. Детерминистический расчет конструкций

Обозначим отклики конструкции Q_i . Они определяются посредством ее расчета на рассматриваемое воздействие и зависят от многих факторов: приложенных сил и иных воздействий, формы и геометрических размеров конструкции, характера сопряжения ее элементов и пр. Все эти факторы принципиально не могут быть заданы точно. Например, силы могут иметь разную величину, направление, место приложения и т.д. Геометрические размеры конструкции также могут отличаться от проектных значений из-за погрешностей изготовления и монтажа, а кроме того, могут изменяться в процессе эксплуатации вследствие износа, коррозии и т.п. Таким образом, отклики представляют собой случайные величины и могут быть найдены лишь приближенно.

Для проверки сохранения работоспособности конструкции отклики сравниваются с соответствующими предельными значениями

– прочностью материалов, допускаемыми перемещениями и т.п. Все эти предельные значения для краткости будем называть *параметрами прочности* и обозначать R_k . Прочность конструкции зависит прежде всего от характеристик ее материалов. Но она также может зависеть от приложенных к конструкции воздействий. Например, при действии на железобетонную строительную конструкцию статических нагрузок прочностные характеристики материалов можно считать независимыми от нагрузки. Однако при динамическом нагружении они зависят от скорости нарастания нагрузок, при температурном воздействии – от температуры и т.п. Так же как и отклики, прочность может быть задана лишь с некоторым разбросом, поскольку, как известно, прочностные и динамические характеристики материалов являются случайными величинами, варьирующими в определенных пределах.

Рассмотрим *обобщенный отклик* Q и *обобщенную прочность* R , которые являются некоторыми функциями откликов и параметров прочности конструкции (они должны быть заданы в одинаковых единицах). Если они выражены в явной форме, то условие сохранения работоспособности имеет вид

$$Q \leq R. \quad (14.1)$$

Наиболее экономичную конструкцию можно было бы получить, если бы в соотношении (14.1) выполнялось равенство. Но поскольку и левая, и правая его части известны только приближенно, то для того чтобы гарантировать сохранение работоспособности конструкции, все детерминистические методики расчетов построены таким образом, чтобы в (14.1) выполнялось строгое неравенство. Это достигается следующим путем.

Во-первых, используют повышенные расчетные значения нагрузок. Практически это осуществляют, умножая нагрузки, действующие на конструкцию, на коэффициенты, значения которых не меньше 1. Так, согласно российским нормам [42], нагрузки умножают на повышающие коэффициенты перегрузки. При одновременном учете нескольких нагрузок они суммируются с коэффициентами сочетаний, зависящими от вида и длительности действия нагрузки (постоянные, временные, кратковременные, особые), которые косвенно учитывают вероятность одновременной реализации нагрузок различной природы. Коэффициенты, с помощью которых образуются расчетные отклики, будем называть *коэффициентами надежности по нагрузкам (или откликам)*: $n_q > 1$.

Во-вторых, снижают прочность, с которой сравнивают повышенные таким образом усилия. В нормах это осуществляется путем умножения параметров прочности материалов на понижающие коэффициенты, которые будем называть *коэффициентами надежности по прочности*: $k_r < 1$. Например, при расчете стальных конструкций по нормам [80] расчетные сопротивления стали получают

путем умножения ее прочностных характеристик, гарантированных государственными стандартами, на понижающие коэффициенты меньше 1. Фактически то же самое делают при расчетах железобетонных конструкций по нормам [4]: расчетные характеристики бетона и арматуры получают путем деления нормативных характеристик на коэффициенты надежности больше 1.

С учетом этого неравенство (14.1) может быть представлено в виде, представляющем собой основную формулу общепринятого сегодня метода расчета конструкций по предельному состоянию:

$$\sum n_{qi} Q_i \leq mF(k_{r1} R_1, k_{r2} R_2, \dots), \quad (14.2)$$

где в левой части – сумма откликов со своими коэффициентами надежности по нагрузкам; F – функция параметров прочности материалов конструкции с коэффициентами надежности по прочности; m – множитель, зависящий от условий работы конструкции (*коэффициент условий работы*).

14.11.3. Вероятностный анализ надежности

В результате детерминистического расчета конструкции формально получается однозначный ответ на вопрос, сохраняется или нет ее работоспособность. Однако в действительности используемые значения коэффициентов позволяют гарантировать работоспособность только с некоторой вероятностью. Методы оценки этой вероятности изложены в работах [14, 64, 72, 81], и других, но ее вычисление является достаточно сложным. Одной из причин является то, что значения коэффициентов надежности часто задают на основе опыта, «инженерных соображений» и «волевых решений».

Случайный характер нагрузок и прочности может быть непосредственно учтен путем выполнения вероятностного расчета конструкции. Первые предложения по применению теории вероятностей к расчету сооружений были сделаны еще в 20-х гг. XX в. М. Майером [122] и Н. Ф. Хоциаловым [93]. С тех пор в этой области выполнено огромное количество исследований и появилось множество публикаций, посвященных как обоснованию нормативных методов расчета, так и вероятностному обоснованию расчетов на различные нагрузки и воздействия (сейсмические, ветровые, снеговые и пр.). В данной книге не ставится задача дать полный обзор работ, посвященных этой теме, и детальное изложение вероятностных методов расчета. Далее будут описаны только основные принципы таких расчетов, прежде всего – применительно к проектированию АЭС на экстремальные воздействия. Поэтому в библиографическом списке указаны лишь некоторые из публикаций по этой проблеме [1, 12 – 14, 59, 63, 82, 90, 94, 123, 131], в которых можно найти ее более подробное изложение и библиографию. Отметим только, что существенный вклад в разработку методов вероятност-

ной оценки надежности конструкций внесли отечественные ученые Н. С. Стрелецкий, А. Р. Ржаницын, В. В. Болотин и многие другие.

При вероятностном анализе рассматривают нагрузки на конструкцию и характеристики прочности материалов как случайные величины. Этот анализ можно разделить на следующие основные шаги, на каждом из которых имеются свои источники неопределенности и разброса результатов.

Первый шаг – нахождение вероятностного распределения нагрузок. Для этого должны быть выполнены сбор и статистическая обработка касающейся их информации.

Второй шаг – разработка расчетной математической модели конструкции, отражающей ее геометрические размеры, характер сопряжения элементов, места приложения нагрузок, законы деформирования материалов и пр. Такая модель неизбежно содержит неопределенности, например, вследствие невозможности точного задания масс и размеров элементов конструкции, мест и способов приложения нагрузок и др. Кроме того, источником неопределенности являются принятые законы деформирования материалов. Это является следствием, во-первых, их приближенности (например, использование допущений о линейной упругости материалов, идеальной пластичности и т.п.). Во-вторых, не могут быть заданы точно входящие в эти законы количественные характеристики (модуль упругости, предел текучести и пр.).

Третий шаг – расчет требуемых компонент отклика конструкции на действие нагрузок и нахождение их вероятностных распределений. Этот этап анализа также порождает свои неопределенности ввиду необходимости использования различных допущений и упрощений. Примеры таких допущений: гипотеза плоских сечений при изгибе балок, мембранная идеализация для пластин и оболочек, постоянство распределения напряжений по сечению при осевом растяжении стержней и пр. Следует отметить, что вклад этих неопределенностей в разброс конечных результатов расчета обычно относительно мал, а их влияние плохо поддается оценке. Поэтому часто их либо не учитывают совсем, либо учитывают путем соответствующих консервативных изменений результатов.

То, какие именно случайные параметры рассматриваются при вероятностном анализе конструкции, зависит от предполагаемого вида ее отказа. Например, если рассчитывается вероятность потери прочности или устойчивости строительной конструкции, то учитывается случайность величин и направлений нагрузок, а также прочностных характеристик материалов. Если же интересует вероятность отказа конструкции из-за малоциклового усталости при действии на нее изменяющейся во времени нагрузки, то необходимо знать вероятностное распределение количества циклов и усталостных характеристик материалов.

Общие принципы вероятностного анализа конструкций заключаются в следующем. Будем обозначать отказ конструкции как событие F , а сохранение ею работоспособности – как событие C . Поскольку эти события являются дополнительными, т.е. $C = \bar{F}$, то их вероятности связаны соотношением

$$P(C) = 1 - P(F). \quad (14.3)$$

Вероятность сохранения работоспособности конструкции называется ее *надежностью*.

Обобщенный отклик Q и прочность R являются случайными величинами, которые для простоты изложения будем считать независимыми. Они должны быть выражены в одних и тех же единицах, соответственно q и r . Чтобы вычислить надежность, необходимо знать плотность вероятности откликов $\varphi_Q(q)$ и интегральный закон распределения прочности $\Phi_R(r)$. Их находят через законы распределения нагрузок, геометрических размеров конструкции, прочностных характеристик материалов и пр.

Отказ конструкции происходит, если выполняется неравенство, обратное (14.1), т.е. если $Q > R$. Вероятность отказа

$$P(F) = \int_0^{\infty} \Phi_R(x) \varphi_Q(x) dx. \quad (14.4)$$

Отметим, что вычисление этого интеграла может быть сопряжено с определенными трудностями. Описание различных методов его вычисления можно найти, например, в [64].

Для того чтобы сделать вывод о том, достаточна ли надежность конструкции, полученная вероятность отказа должна быть сопоставлена с допусаемым значением. Его устанавливают в зависимости от ответственности конструкции или на основе вероятностного анализа последовательности событий. При этом в отличие от детерминистического расчета, который формально дает однозначный ответ относительно сохранения работоспособности конструкции, при вероятностном анализе вероятность отказа конструкции никогда не равна нулю, а только может быть сделана, при условии надежного проектирования, достаточно малой.

Это обстоятельство часто вызывает психологическое неприятие, так как означает, что отказ конструкции, пусть и с малой вероятностью, но допускается. В действительности это различие между методами расчета является кажущимся, поскольку (см. разд. 14.2) фактически при детерминистическом расчете сохранение работоспособности конструкции также гарантируется лишь с некоторой вероятностью, величина которой, однако, достаточно трудно определима. При вероятностном же расчете ее находят явно.

Конечной целью вероятностного расчета является определение величины *риска* (см. разд. 14.1). Для этого среди элементов АЭС

(систем, оборудования, строительных конструкций) выделяют те, которые важны для ее безопасности [51]; для краткости будем именовать их *ответственными*.

Методология проектирования АЭС на ЭВ использует понятия вероятности реализации воздействия, последовательности отказов ответственных элементов АЭС, а также связанного с этим риска. При этом подходе анализируется последовательность событий.

Первое из этих событий B_1 – это реализация самого рассматриваемого ЭВ (например: падение на АЭС самолета; образование летящего обломка оборудования при аварии; прохождение торнадо или урагана и пр.).

Второе событие B_{2i} заключается в том, что это воздействие окажется приложенным к i -му ответственному элементу АЭС. Примером события B_{2i} может служить попадание падающего самолета в реакторное отделение АЭС или какое-либо другое здание, содержащее ответственные системы. Другой пример – попадание образовавшегося при аварии летящего обломка в какую-либо из единиц ответственного оборудования, в защищающую ее строительную конструкцию и пр.

Наконец, третье событие B_{3i} – вызванный этим воздействием отказ i -го ответственного элемента.

Обозначим вероятность реализации события B_1

$$P_1 = P(B_1); \quad (14.5)$$

вероятность реализации события B_{2i} при условии, что произошло событие B_1 ,

$$P_{2i} = P(B_{2i} | B_1); \quad (14.6)$$

условную вероятность того, что произойдет отказ i -го ответственного элемента АЭС, если реализовались события B_1 и B_{2i} ,

$$P_{3i} = P(B_{3i} | B_1, B_{2i}). \quad (14.7)$$

Вероятность отказа i -го ответственного элемента P_i равна произведению этих вероятностей:

$$P_i = P_1 P_{2i} P_{3i} = P(B_1) P(B_{2i} | B_1) P(B_{3i} | B_1, B_{2i}). \quad (14.8)$$

Задачей обеспечения безопасности АЭС является предотвращение недопустимых последствий (превышения предельных радиологических доз, смертей, сокращения продолжительности жизни, травм и пр.), которые могут наступить в результате отказа каждого из ответственных элементов.

Риск R_{ik} равен вероятности P_{cik} реализации k -го из таких последствий при отказе i -го элемента АЭС. Этот риск

$$R_{ik} = P_i P_{cik}. \quad (14.9)$$

Полный риск k -го последствия при рассматриваемом ЭВ получают путем суммирования вероятностей, соответствующих всем отказавшим элементам:

$$R_k = \sum_{i=1}^n R_{ik} = \sum_{i=1}^n P_i P_{cik}, \quad (14.10)$$

где n – число отказавших элементов.

Способы нахождения вероятностей P_1 , P_{2i} и P_{3i} зависят от вида рассматриваемого ЭВ и будут описаны далее (в соответствующих главах). Однако при любом из воздействий анализ начинается с определения вероятности его реализации P_1 . Если оказывается, что она меньше уровня отбора событий по вероятности (см. разд. 14.1), то это событие исключается из рассмотрения в проекте АЭС. Кроме того, если риск R_{ik} , вызванный отказом i -го элемента АЭС, равен нулю, то этот отказ также не учитывается.

Пример последовательности определения риска применительно к вылету обломков оборудования при авариях приведен в разд. 15.3.

Глава 15

ВКЛЮЧЕНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ В ПРОЕКТНЫЕ ОСНОВЫ АЭС

В данной главе описана процедура анализа необходимости включения в проектные основы АЭС техногенных экстремальных воздействий – падения самолета, взрыва и ударов тел, разлетающихся при технологических авариях.

15.1. Падение самолета

15.1.1. Предварительные замечания

Проблема защиты АЭС от падения самолета впервые возникла в 60-е гг. XX в. Это техногенное воздействие является одним из самых опасных, и его обязательный учет предусмотрен российскими и зарубежными нормами проектирования АЭС, а также рекомендациями МАГАТЭ [112].

Согласно российским нормам [86], независимо от реального воздушного движения в окрестности АЭС в проекте должен быть учтен удар легкого самолета, используемого на внутренних авиалиниях. Такое же требование содержится в нормах некоторых других стран (например, Франции [62]). Учет такого удара позволяет одновременно обеспечить защиту от летящих тел другой природы с близкими массами и скоростями (например, поднятых в воздух ураганом или торнадо; образовавшихся при обрушении вышерасположенных строительных конструкций; при злонамеренных действиях людей и т.п.).

Следует отметить, что анализ необходимости учета этого воздействия основан на предположении, что падение самолета является аварийным, т.е. непреднамеренным. Однако после террористической атаки с применением самолетов Всемирного торгового центра в Нью-Йорке, совершенной 11 сентября 2001 г., уже нельзя исключить преднамеренный удар самолета в здание АЭС. В настоящее время изучаются подходы к защите АЭС от подобного террористического акта, но пути решения этой задачи пока не до конца ясны. Этот аспект проблемы не входит в тематику данной монографии и здесь затрагиваться не будет.

Падение самолета создает очень тяжелые динамические нагрузки на строительные конструкции и оборудование станции, но в то же время вероятность реализации этого воздействия чрезвычайно мала. В связи с этим решение о включении в проектные основы АЭС падения более опасного самолета, чем предусмотрено нормами [86], должно приниматься на основе анализа воздушной обстановки в окрестностях площадки станции. Рассмотрим процедуру его выполнения.

15.1.2. Процедура анализа

Общая последовательность анализа необходимости учета удара самолета схематически показана на рис. 15.1. Он начинается с установления вероятности P_0 падения самолета на АЭС за счет общего воздушного движения в регионе (блок 1 схемы). Величина этой вероятности обсуждается далее. Если P_0 меньше уровня отбора событий по вероятности (УОВ – см. разд. 14.1), то в проект включается падение малого самолета по нормам [86], и дальнейший анализ не нужен (блок 2). В противном случае необходимо определить все потенциально опасные места («источники»), откуда может упасть самолет (блок 3).

Далее анализируется необходимость учета падения из каждого источника. Если из него не может упасть более опасный самолет, чем по нормам [86], то в проект включается самолет в соответствии с этими нормами, и дальнейший анализ данного источника не нужен (блок 4).

Если падение такого самолета возможно (блок 5), то для данного источника устанавливается величина дистанции отбора (ВДО – см. разд. 14.1). Эти величины для потенциальных источников разного вида приведены далее. Если площадка АЭС расположена за пределами ВДО, то падение самолета из данного источника можно не учитывать (блок 6).

Когда площадка расположена в пределах ВДО, необходим более детальный анализ вероятности падения самолета на АЭС в целом и на ее отдельные объекты (блок 7). Процедура такого анализа будет приведена далее. Если полученная вероятность оказалась меньше уровня отбора событий по вероятности (УОВ), то падение самолета можно не учитывать (блок 8).

Если вероятность падения самолета настолько велика, что это воздействие необходимо учитывать, то необходимо установить типы и характеристики всех самолетов, падение которых возможно из данного опасного места (блок 9). Для самолета каждого типа надо установить нагрузки и воздействия, закладываемые в проектные основы АЭС (блок 10).

После этого необходимо проверить, все ли потенциально опасные источники учтены (блок 11)? Если «нет», следует повторить анализ для оставшихся источников.

Наконец, производится анализ всех полученных нагрузок, чтобы определить, нельзя ли рассматривать падение не всех самолетов, а только тех, которые создают нагрузки больше, чем остальные (блок 12).

15.1.3. Величина дистанции отбора

Данный подход формально является детерминистическим (невероятностным). Однако величины дистанции отбора для возмож-

ных мест падения самолета установлены исходя из статистики авиапроисшествий, и поэтому в действительности он основан на вероятностных соображениях.

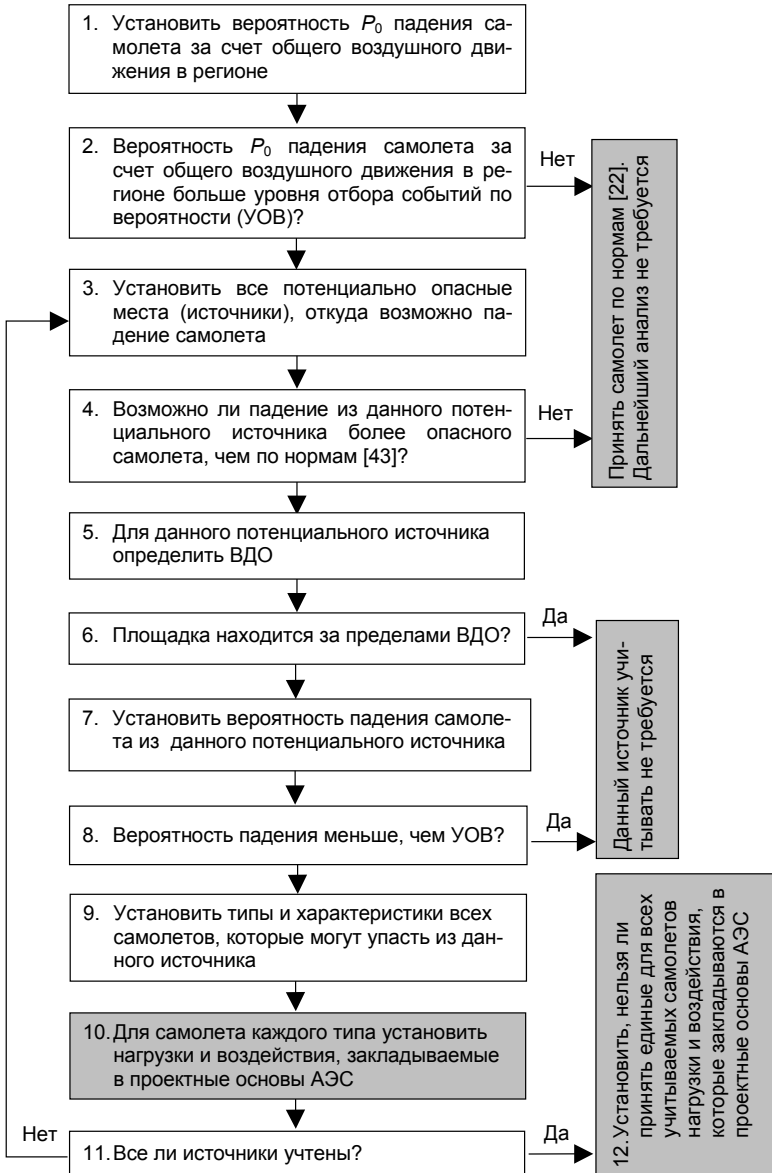


Рис. 15.1. Процедура анализа необходимости включения падения самолета в проектные основы АЭС

Например, известно, что аварии при взлете и посадке самолета обычно происходят в непосредственной близости от аэропорта. Вероятность аварии при этих операциях имеет порядок 10^{-5} – 10^{-6} . На основе этого установлено, что падение самолета может произойти в радиусе 7.5 км от конца взлетно-посадочной полосы, наиболее вероятно – в радиусе 3–4 км от ее конца в пределах сектора $\pm 30^\circ$ от ее оси [112].

В документе МАГАТЭ [112] приведены также значения ВДО по нормам США [138]. Падение самолета следует учитывать, если:

- воздушные коридоры или трассы захода на посадку расположены ближе 4 км;
- имеются любые аэропорты в пределах 10 км;
- в пределах 16 км имеются аэропорты с числом взлетов и посадок более $500d^2$ в год, а за пределами 16 км – более $1000d^2$ в год (размерность параметра d – км);
- в пределах 30 км имеются военные объекты или воздушные зоны, представляющие опасность для АЭС (например, полигоны практического бомбометания, стрельбища и т.п.).

15.1.4. Вероятность падения самолета на площадку АЭС

Если оказалось, что площадка АЭС расположена в пределах ВДО, то производится уточненный анализ вероятности падения самолета. Очевидно, что она зависит от плотности воздушного движения в окрестностях конкретной АЭС, его общей организации в стране, типов используемых летательных аппаратов и пр. Поэтому величина вероятности является специфической не только для разных стран, но и для каждой конкретной площадки АЭС.

Согласно рекомендациям МАГАТЭ [112], отражающим международную проектную практику по данной проблеме, возможность падения самолета может быть обусловлена одной или несколькими из следующих причин:

- авиакатастрофы при общем воздушном движении в регионе;
- аварии при взлетах и посадках в аэропортах;
- падение при движении гражданских самолетов по основным воздушным коридорам, а также военных самолетов в зонах их полетов;
- катастрофы в специфических местах с высокой степенью вероятности аварий (например, пересечение трасс, трассы учебных полетов и пр.).

Соответственно этому вероятность P падения в конкретном месте может быть представлена в виде суммы независимых вероятностей:

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + P_3, \quad (15.1)$$

где P_0 , как и ранее, – вероятность падения за счет общего воздушного движения в регионе; P_1 – вероятность падения вследствие взлетно-посадочных операций в аэропортах; P_2 – то же вследствие воздушного движения по основным воздушным коридорам; P_3 – то же для специфических мест с высокой степенью вероятности аварий.

Вероятность P_0 особенно велика в густонаселенных регионах с интенсивным воздушным движением. В [112] рекомендуется учитывать полеты в регионе, ограниченном окружностью радиусом 100–200 км с центром на площадке АЭС, а саму станцию – рассматривать как круг площадью 0.1–1.0 км². Вероятность P_0 равна среднему числу авиакатастроф в регионе за год, умноженному на отношение площади АЭС к площади региона.

Таблица 15.1. Тренды уровней безопасности [18]

Год	Число авиапроисшествий летные часы · 10 ⁻⁷			
	Группа воздушных судов гражданской авиации			
	1	2	3	4
1976	24.2	16.3	23.0	79.4
1980	17.1	13.4	20.4	68.5
1985	11.1	10.5	17.6	57.0
1990	7.20	8.24	15.2	47.4
2000	3.00	5.07	11.4	32.6
2015	0.82	2.44	7.30	18.9
2050	0.10	0.73	3.60	7.40
	Группа воздушных судов военной авиации			
	5	6	7	8
	1976	370	400	275
1980	350	380	261	548
1985	324	353	241	504
1990	306	333	228	476
2000	–	–	–	–
2015	216	235	161	336
2050	153	167	114	238

Имеются оценки частоты авиапроисшествий, выполненные для территории России [18, 19]. Весь парк воздушных судов разделен на следующие восемь групп:

1 – магистральные самолеты гражданской авиации 1-го и 2-го классов со скоростью полета свыше 800 км/ч (Ил-86, Ил-62, Ту-154, Ту-134, Як-42);

2 – самолеты гражданской авиации, обслуживающие местные линии, со скоростью полета около 500 км/ч. К ним относятся самолеты 3-го класса (Ан-24, Ан-26, Ан-30, Як-40), а также близкие к ним самолеты 2-го и 4-го классов;

- 3 – легкие самолеты гражданской авиации типа Ан-2 для полетов на местных авиалиниях и авиационно-химических работ;
 4 – вертолеты гражданской авиации;
 5 – военно-транспортные самолеты;
 6 – военные самолеты дальней авиации (бомбардировщики);
 7 – самолеты фронтовой авиации (истребители, истребители-бомбардировщики и штурмовики);
 8 – вертолеты армейской авиации.

Для описанных типов судов на основе анализа статистики авиационных происшествий за период 1976–1990 гг. были получены тренды уровней безопасности (табл. 15.1) и значения частот авиационных происшествий на 1 км маршрута в зависимости от этапа полета (табл. 15.2).

Таблица 15.2. Частота авиационных происшествий [18]

Год	Число авиационных происшествий 1 км маршрута · 10 ⁻⁷			
	Группа воздушных судов гражданской авиации			
	1	2	3	4
	П о л е т п о м а р ш р у т у			
1990	0.028	0.318	4.18	13.0
2015	0.014	0.089	2.00	5.20
2050	6.1·10 ⁻⁴	0.015	0.80	1.41
	П о л е т в з о н е п о д х о д а			
1990	0.700	1.16	–	–
2015	0.076	0.41	–	–
2050	0.0052	0.079	–	–
	П о л е т п о к р у г у			
1990	4.10	9.30	–	–
2015	0.51	3.06	–	–
2050	0.03	0.62	–	–
	Группа воздушных судов военной авиации			
	5	6	7	8
1990	П о л е т п о м а р ш р у т у			
	0.073	0.074	0.039	1.55
	П о л е т в з о н е п о д х о д а			
	1.12	4.9	1.24	–
	П о л е т п о к р у г у			
	1.76	6.81	0.54	–

Для военной авиации характерно выполнение полетов в специальных зонах. Анализ статистических данных за 1976–2000 гг. показал, что частота авиационных происшествий при таких полетах составляет 3·10⁻⁶ авиационных происшествий на один полет. Такую же частоту можно принять и для других видов авиации [18].

Данные для 2000–2015 гг. являются оценочными. Реальная аварийность будет зависеть, с одной стороны, от качества обслуживания и степени старения имеющегося воздушного парка, а с другой – от появления новых, более совершенных самолетов.

В мировой проектной практике вероятность падения вычисляется по формуле (15.1). Опишем методы оценки вероятностей, фигурирующих в правой части (15.1). Следует учитывать, что разброс исходных данных обычно очень велик, и при их задании необходимо гарантировать их достоверность и консервативность.

Вероятность P_1 падения самолета вблизи аэропорта, т.е. при взлете и посадке, является наибольшей по сравнению с другими вероятностями в правой части (15.1).

Таблица 15.3. **Вероятность падения самолета C_j [138]**

Расстояние от конца взлетно-посадочной полосы, миля	Вероятность ($\times 10^{-8}$) авиакатастрофы на 1 милю ² и на 1 полет самолета для авиации			
	транспортной	общего назначения*	военно-морских сил и морской пехоты	военно-воздушных сил
0 – 1	16.7	84	8.3	5.7
1 – 2	4.0	15	1.1	2.3
2 – 3	0.96	6.2	0.33	1.1
3 – 4	0.68	3.8	0.31	0.42
4 – 5	0.27	1.2	0.2	0.4
5 – 6	0			
6 – 7	0			
7 – 8	0	Нет данных	Нет данных	Нет данных
8 – 9	0.14			
9 – 10	0.12			

* Под авиацией общего назначения понимают малые, в том числе частные, самолеты.

В требованиях [138] Комиссии по ядерному регулированию США (US NRC) P_1 вычисляется по формуле

$$P_1 = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M C_j N_{ij} A_j, \quad (15.2)$$

где L – число взлетно-посадочных полос, на которых следует учитывать маневры самолетов (т.е. взлеты и посадки) для данной площадки АЭС; M – число различных типов самолетов, использующих аэропорт; C_j – вероятность падения самолета j -го типа на 1 маневр и на 1 милю (1.605 км) (значения C_j , принимаемые в США, приведены в табл. 15.3; для территории России их можно принимать по табл. 15.2.); N_{ij} – число операций самолетов j -го типа на i -й взлетно-посадочной полосе в течение года; A_j – эквивалентная площадь (1 миля² = 2.576 км²), учитываемая для самолета j -го типа.

В работе [127] предложено выражение, согласно которому вероятность падения самолета в пределах 5 миль (8 км) от аэропорта зависит от положения точки падения относительно конца взлетно-посадочной полосы:

$$P_1 = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^K N_{ijk} A_{jk} R_{jk} D_k, \quad (15.3)$$

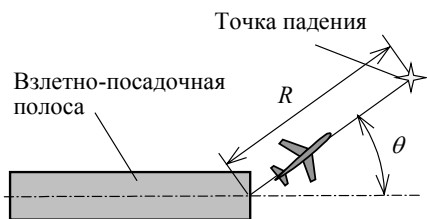


Рис. 15.2. Положение точки падения относительно взлетно-посадочной полосы

где L и M – то же, что в (15.2); K – число маневров самолетов; N_{ijk} – число операций самолетов j -го типа на i -й взлетно-посадочной полосе в год; A_{jk} – эквивалентная площадь, миля², для самолета j -го типа при k -м маневре; D_k – зависимость вероятности падения от положения точки падения относительно взлетно-посадочной полосы:

$$D_k = \begin{cases} \frac{0.22}{R} e^{-R/2} e^{-\theta/80} & \text{при взлете;} \\ \frac{0.31}{R} e^{-R/2.5} e^{-\theta/43} & \text{при посадке;} \end{cases} \quad (15.4)$$

R – расстояние, миля, от конца взлетно-посадочной полосы до места падения (т.е. до площадки АЭС); θ – угол, градус, между продолжением осевой линии полосы и линией, соединяющей ее конец и точку падения (рис. 15.2); R_{jk} – коэффициент аварийности для самолета j -го типа при k -м маневре:

$$R_{jk} = \begin{cases} 1.8 \cdot 10^{-6} & \text{на 1 взлет;} \\ 4.9 \cdot 10^{-6} & \text{на 1 посадку.} \end{cases} \quad (15.5)$$

Следует учитывать, что значения R_{jk} согласно (15.5) были получены путем обработки статистики авиапроисшествий за 1964–1968 гг. Но с течением времени надежность авиационной техники повышается, а аварийность – снижается. Например, на территории США частота авиакатастроф в авиации общего назначения уменьшается, следуя зависимости

$$c = 6.5 \cdot 10^{-8} e^{-0.05t}, \quad (15.6)$$

где t – число лет, прошедших после 1975 г.

Зависимость (15.6) нельзя распространять на авиацию другого вида (транспортную, военную и др.). Кроме того, приведенные формулы справедливы для авиации США, но их применимость в других странах требует специального изучения. Тем не менее ясно, что формулы (15.3)–(15.5) дают вероятность падения с запасом.

Еще одна формула для вычисления вероятности падения в пределах $R = 5$ миль (8 км) от аэропорта, полученная в предположении, что воздушное движение от него и к нему является осесимметричным, приведена в [119]:

$$P_1 = \frac{1}{2\pi R} P N_c A, \quad (15.7)$$

где P – число аварий на единицу длины полета; N_c – число полетов в год; A – эквивалентная площадь (миля²).

Вероятность P_2 падения самолета при полете по трассе значительно меньше, чем при взлете и посадке. Здесь аварии чаще всего случаются с авиацией общего назначения (малыми самолетами). В документе US NRC [138] приведена следующая формула, которая с запасом дает величину этой вероятности:

$$P_2 = \frac{CNA}{w}, \quad (15.8)$$

где w – ширина коридора, миля (если площадка АЭС располагается за его пределами, то к этой ширине следует прибавить удвоенное расстояние между нею и краем коридора); N – число полетов по трассе в год; A – эквивалентная площадь площадки АЭС, миля²; C – количество авиакатастроф на 1 милю полета (в США для гражданских самолетов принимают $C = 4 \cdot 10^{-10}$ 1/миля [138], кроме нагруженных трасс с числом полетов более 100 в день, для которых нужен дополнительный анализ).

Формула (15.8) выведена в предположении, что падение самолета в любую точку по ширине коридора является равновероятным. В действительности же чем дальше точка от оси трассы, тем вероятность падения на одну и ту же площадь меньше. В работе [119] приведена формула, позволяющая учесть это обстоятельство:

$$P_2 = CNA \cdot F(x), \quad (15.9)$$

где C , N и A – то же, что в (15.8); $F(x)$ – функция распределения вероятностей падения в зависимости от расстояния x до оси трассы (рис. 15.3):

$$F(x) = 0.5ke^{-kx}, \quad (15.10)$$

где коэффициент k , 1/миля, для различных видов авиации:

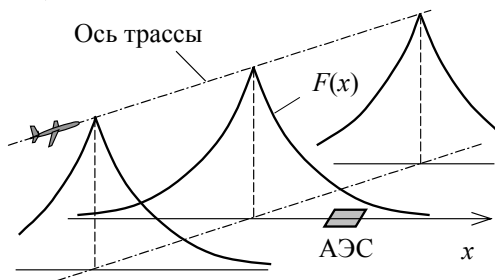


Рис. 15.3. Вероятность падения самолета при полете по трассе

$$k = \begin{cases} 1.0 - \text{военная;} \\ 2.0 - \text{общего назначения (кроме специальной);} \\ 1.0 - \text{общего назначения (специальная);} \\ 1.6 - \text{транспортная.} \end{cases}$$

Как видно, наиболее часто происходят аварии с самолетами авиации общего назначения.

Вероятность P_3 , соответствующая специфическим местам с высокой вероятностью аварий. Одним из таких мест является трасса тренировочных полетов (рис. 15.4).

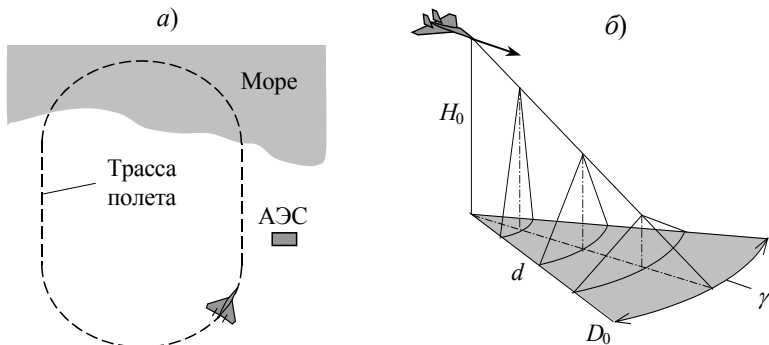


Рис. 15.4. Вероятность падения самолета при тренировочном полете по трассе: а – трасса полета; б – схема к вычислению распределения вероятности падения

Вероятность падения военного самолета во время горизонтального полета по трассе вычисляется по формуле [119]

$$P = P_h N_t A \int p_s dt, \quad (15.11)$$

где P_h – коэффициент частоты катастроф ($2 \cdot 10^{-5}$ катастрофа/ч); N_t – число полетов по трассе в год ($1 \cdot 10^5$ полет/год); A – эффективная площадь АЭС (100×100 м); p_s – плотность вероятности падения на горизонтальную площадь,

$$p_s = \frac{6}{D_0^2 \Gamma} \left(1 - \frac{d}{D_0} \right) \left(1 - \frac{|\gamma|}{\Gamma} \right); \quad (15.12)$$

здесь d – расстояние от центра полярных координат; $D_0 = C_d H_0$; $\Gamma = C_g H_0$ ($C_d = 12$ миля/миля – коэффициент скорости снижения самолета; H_0 – высота в момент аварии; $C_g = 0.1$ градус/миля – коэффициент бокового скольжения).

Криволинейный интеграл в (15.13) вычисляется по длине трассы.

Другими местами с повышенной опасностью авиакатастроф являются зоны свободных полетов (рис. 15.5). Если предполагать, что

распределение места нахождения самолета в зоне и направления его полета является равномерным, то плотность вероятности падения самолета выражается формулой [119]

$$p_s = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{k}{z} \right)^2 \exp\left(-\frac{kd}{z}\right), \quad (15.13)$$

где k – константа убывания ($k=1.125$); d – расстояние между самолетом и станцией:

$$d = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}, \quad (15.14)$$

где (x, y) и (x_0, y_0) – координаты самолета и АЭС.

Интегрируя по площади зоны v с использованием (15.13), получим вероятность падения

$$P_3 = P_h A C_t f \int p_s dv, \quad (15.15)$$

где P_h и A – то же, что в (15.11); C_t – число полетных часов в году; f – плотность полетов в зоне свободных полетов, полет/км³.

Интеграл вычисляется по всем точкам зоны, откуда в принципе возможно падение самолета на АЭС.

15.1.5. Вероятность удара самолета в здание АЭС

Из формул разд. 15.1.4 ясно, что частота падений самолетов является случайной величиной. Она задается как среднее число падений ν на стандартную площадь A_0 . Например, было установлено, что на всей территории Германии $\nu = 10^{-6}$ 1/год на площадь $A_0 = 10^4$ м². Следует подчеркнуть, что это значение представляет собой число падений на горизонтальную площадь.

Пользуясь средней частотой падений, можно определить вероятность падения на горизонтальную площадь A за время τ :

$$P = P_\tau P_A, \quad (15.16)$$

где P_τ – вероятность падения за рассматриваемое время; P_A – вероятность попадания в площадь A .

Обе эти вероятности удовлетворяют условиям, при которых можно считать, что они подчиняются закону Пуассона («закону редких явлений») [20], а именно:

- частота падений самолетов распределена во времени и по площади с одинаковой средней плотностью;
- вероятности падений в течение разных интервалов времени и на разные площади не зависят друг от друга;

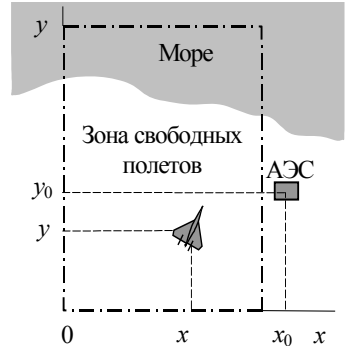


Рис. 15.5. К вычислению вероятности падения из зоны свободных полетов

– вероятность двух или более падений в течение одного интервала времени и на одну и ту же площадь пренебрежимо мала.

Как известно, если случайная величина распределена по закону Пуассона, то вероятность того, что произойдет n ее реализаций, составляет

$$P^{(n)} = \frac{a^n}{n!} \exp(-a), \quad (15.17)$$

где a – параметр распределения, представляющий собой среднее число реализаций события.

При анализе вероятности падения самолета на АЭС следует рассматривать однократную реализацию такого события, так как после него станция должна быть остановлена, произведена ее ревизия и, если необходимо, ремонт, после чего возобновляются те же условия, что и до падения самолета. Вероятность однократной реализации события ($n = 1$)

$$P^{(1)} = a \exp(-a). \quad (15.18)$$

Вероятность того, что событие не реализуется ни разу* (т.е. $n = 0$),

$$P^{(0)} = \exp(-a). \quad (15.19)$$

Если среднее число падений самолетов за 1 год на стандартную площадь A_0 равно ν , то параметр закона Пуассона, т.е. среднее число падений за время τ на площадь A ,

$$a = \nu \tau A / A_0. \quad (15.20)$$

При оценке безопасности АЭС принято рассматривать вероятность отказа за срок $\tau = 1$ год. В этом случае

$$a = \nu A / A_0. \quad (15.21)$$

С учетом этого найдем, согласно (15.18), вероятность однократного падения

$$P^{(1)} = \frac{\nu A}{A_0} \exp\left(-\frac{\nu A}{A_0}\right). \quad (15.22)$$

Обычно $(\nu A / A_0) \ll 1$, поэтому $\exp(-\nu A / A_0) \approx 1 - \nu A / A_0$. Подставив это в выражение (15.22) и пренебрегая величиной высшего порядка малости, получим

$$P^{(1)} \approx \frac{\nu A}{A_0} \left(1 - \frac{\nu A}{A_0}\right) \approx \frac{\nu A}{A_0}. \quad (15.23)$$

Например, если, как в Германии, $\nu = 10^{-6}$ 1/год, $A_0 = 10^4$ м², то при $A \ll 10^{10}$ м² можно принимать

* Напомним, что по определению $0! = 1$.

$$P^{(1)} \approx 10^{-10} A. \quad (15.24)$$

Приведенные формулы предназначены для вычисления вероятности падения самолета на горизонтальную площадь A . Но для оценки необходимости учета этого события в проекте АЭС надо оценить вероятность удара самолета в здания и другие элементы, важные для безопасности. Для этого в формулу (15.23) следует подставить вместо A эквивалентную площадь АЭС A_3 :

$$P^{(1)} = \frac{\nu A_3}{A_0} \exp\left(-\frac{\nu A_3}{A_0}\right) \approx \frac{\nu A_3}{A_0}. \quad (15.25)$$

При частоте падений, принятой в Германии, и при достаточно малой площади A_3 из (15.24) следует

$$P^{(1)} = 10^{-10} A_3. \quad (15.26)$$

Эквивалентная площадь A_3 зависит от высоты, формы и размеров здания в плане, угла падения самолета. При ее вычислении учитывают также размеры самолета и его скольжение на крыло. Рассмотрим способы определения этой площади в разных странах.

В Рекомендациях МАГАТЭ [112] этот способ не конкретизирован, а только указано, что в некоторых странах площади A_3 принимались равными $10^4 - 4 \cdot 10^4 \text{ м}^2$ при угле наклона траектории к горизонту от 10 до 45° .

Во французских нормах [62] метод определения вероятности удара самолета вообще не регламентирован.

В Германии, как уже отмечено, для всех АЭС была принята эквивалентная площадь $A_3 = 10^4 \text{ м}^2$. Таким образом, вероятность удара самолета

$$P^{(1)} = 10^{-10} A_3 = 10^{-10} \cdot 10^4 = 10^{-6}.$$

Поскольку в этой стране $УОВ = 10^{-7}$, т.е. на порядок меньше, то падение самолета учитывается для любой АЭС.

Согласно требованиям Комиссии по атомной энергии США (US NRC) [138], эквивалентная площадь A_3 принимается равной площади тени, отбрасываемой зданием на горизонтальную плоскость при рассматриваемом угле падения самолета (рис. 15.6,а).

Все эти способы вычисления A_3 являются достаточно условными. Более того, способ, указанный в нормах США [138], приводит к противоречию, которое ясно из следующих рассуждений.

Допустим, имеется горизонтальная плоскость площадью A (рис. 15.6,б, пунктир), вероятность удара в которую вычисляется согласно (15.26). Зададим вопрос: если та же плоскость расположена вертикально (см. рис. 15.6,б, сплошная линия), то вероятность удара в нее будет больше или меньше, чем в горизонтальную?

В соответствии с [138] для вычисления этой вероятности следует подставить в (15.25) площадь тени A_3 . Если $\gamma < 45^\circ$, то $A_3 > A$, т.е.

при таких углах вероятность удара в вертикальную плоскость больше, чем в горизонтальную. Однако это противоречит здравому смыслу: удар в горизонтальную плоскость может быть нанесен из любой точки верхней полусферы, а для вертикальной плоскости половина этой полусферы является «мертвой зоной», удар из которой невозможен (см. рис. 15.6,б). Поэтому вероятность удара в вертикальную плоскость не может быть больше, чем в горизонтальную.

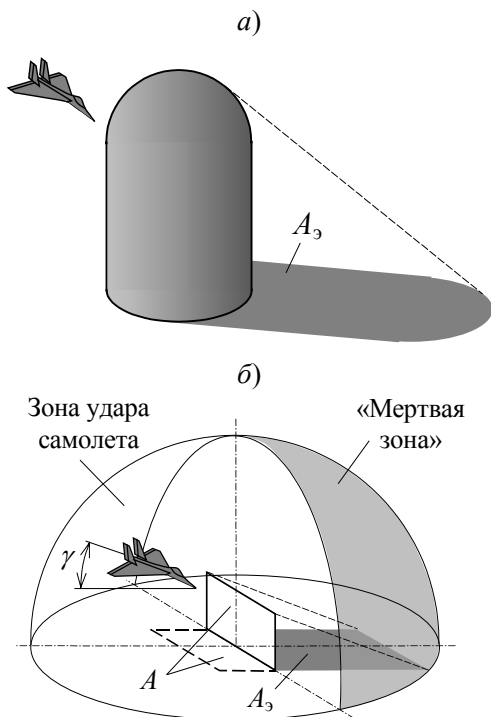


Рис. 15.6. К определению эквивалентной площади A_3 по нормам США [138]:
 а – эквивалентная площадь A_3 ; б – связь между A_3 и площадью плоскости A

15.1.6. Вероятность удара самолета в конкретную конструкцию здания

Рассмотрим другой, более строгий, метод определения вероятности удара самолета в здание [106, 107]. В соответствии с ним направление падения и точка удара в здание считаются случайными параметрами.

Направление падения задается вектором \bar{R} , линию действия которого можно определить двумя углами (рис. 15.7): α с вертика-

Ошибкой рассматриваемого способа заключается в том, что частота падений, используемая при вычислении вероятности падения на тень, считается такой же, как и на открытую горизонтальную плоскость. Но, как было сказано ранее, горизонтальная плоскость открыта для удара со всех сторон, в то время как в тень самолет может ударить, только пролетев через «окно», очерченное абрисом сооружения.

Заметим также, что при горизонтальной траектории полета площадь тени, независимо от величины A , становится бесконечно большой, и, значит, вероятность удара не зависит от размеров здания, что также противоречит здравому смыслу.

лю и β между горизонтальной проекцией траектории и осью Ox . Эти углы являются случайными величинами, зависят от типа самолета и расположения АЭС по отношению к потенциально опасным местам полетов. В принципе законы их распределения следует находить на основе статистических данных. Для изложения методики зададим плотности вероятности $p_1(\beta)$ и $p_2(\alpha)$ следующим образом.

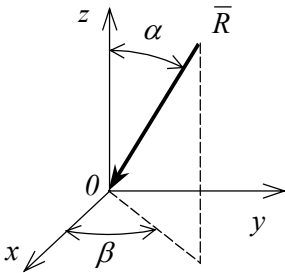


Рис. 15.7. Задание направления падения самолета

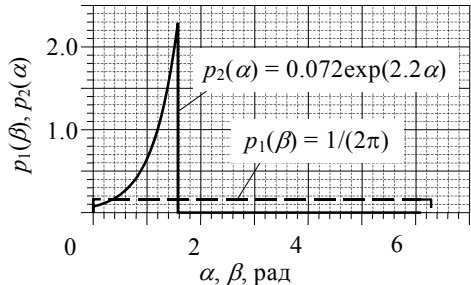


Рис. 15.8. Плотности вероятности углов α и β

Ввиду отсутствия иной информации считается, что приближение самолета к АЭС с любой стороны равновероятно, т. е. угол β равномерно распределен на интервале $(0; 2\pi)$:

$$p_1(\beta) = 1/(2\pi). \quad (15.27)$$

Плотность вероятности $p_2(\alpha)$ была установлена путем анализа протоколов авиапроисшествий в различных районах мира [100]. При $0 \leq \alpha \leq \pi/2$

$$p_2(\alpha) = 0.072 \exp(2.2\alpha). \quad (15.28)$$

Плотности вероятности углов α и β показаны на рис. 15.8. Необходимо подчеркнуть, что при выводе $p_2(\alpha)$ была изучена статистика авиапроисшествий только с самолетами коммерческой авиации, и для самолетов других типов может потребоваться дополнительный анализ.

Чтобы найти совместную плотность вероятности $p(\alpha, \beta)$, вычислим вероятность dP того, что вектор \bar{R} находится в пределах «пирамиды», ограниченной углами $\alpha, \alpha+d\alpha, \beta, \beta+d\beta$ (рис. 15.9). Вероятность пропорциональна

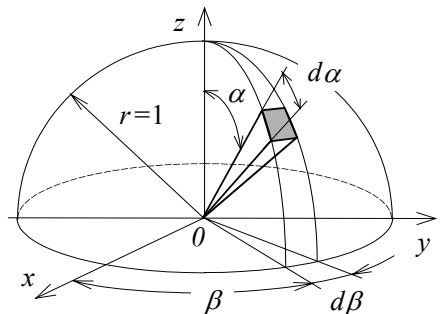


Рис. 15.9. К определению совместной плотности вероятности углов α и β

величине телесного угла (равного, как известно, площади, вырезанной углом на поверхности сферы единичного радиуса с центром в вершине угла):

$$dS = \sin \alpha d\alpha d\beta. \quad (15.29)$$

Следовательно,

$$dP = Cp_1(\beta)p_2(\alpha)dS = C \frac{0.072}{2\pi} \exp(2.2\alpha) \sin \alpha d\alpha d\beta. \quad (15.30)$$

Коэффициент пропорциональности C определяется из условия нормировки

$$\int_{\beta=0}^{2\pi} \int_{\alpha=0}^{\pi/2} dP = 1. \quad (15.31)$$

В результате получаем

$$p(\alpha, \beta) = 1.315 \cdot 10^{-2} \exp(2.2\alpha) \sin \alpha. \quad (15.32)$$

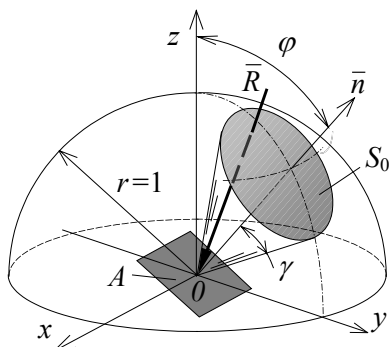


Рис. 15.10. К вычислению вероятности падения в пределах телесного угла

Найдем вероятность того, что вектор \bar{R} окажется в пределах заданного телесного угла S_0 , ограниченного конусом с осью \bar{n} и углом при вершине γ (далее он для краткости именуется «конусом удара») (рис. 15.10). Эта вероятность

$$f(\varphi, \gamma) = \int_{(S_0)} p(\alpha, \beta) d\alpha d\beta. \quad (15.33)$$

Обозначим $\beta(\alpha)$ зависимость угла β от α для точек, лежащих на окружности L , ограничивающей область S_0 . Тогда

$$f(\varphi, \gamma) = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \int_0^{\beta(\alpha)} e^{2.2\alpha} \sin \alpha d\alpha d\beta = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} e^{2.2\alpha} \beta(\alpha) \sin \alpha d\alpha, \quad (15.34)$$

где α_1 и α_2 – значения угла α , соответствующие точкам пересечения конуса удара с диаметральной плоскостью yOz .

При этом часть конуса, расположенная ниже горизонтальной плоскости xOy , из рассмотрения исключается, т.е. верхний предел $\alpha_2 = (\varphi + \gamma) \leq \pi/2$.

Условная интегральная функция вероятности удара под углом γ к нормали площадки, наклоненной на угол φ , выражается следующим образом:

$$P_\gamma(\gamma | \varphi) = f(\varphi, \gamma) + e(\gamma - \pi/2), \quad (15.35)$$

где $e(\gamma - \pi/2)$ – единичная ступенчатая функция («скачок»):

$$e = \begin{cases} 0 & \text{при } \gamma \leq \pi/2; \\ 1 & \text{при } \gamma > \pi/2. \end{cases} \quad (15.36)$$

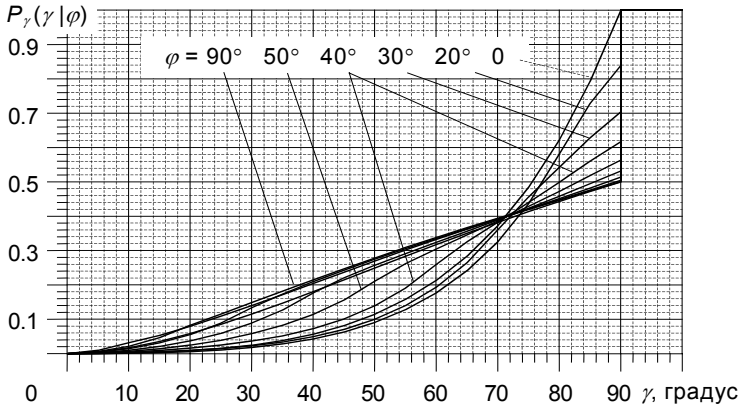


Рис. 15.11. Интегральная функция вероятности $P_\gamma(\gamma|\varphi)$

Таблица 15.4. Значения функции $f(\varphi, \gamma)$

γ , градус	φ , градус									
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.010	0.005
10	0.002	0.002	0.003	0.004	0.006	0.010	0.015	0.022	0.032	0.017
15	0.004	0.003	0.006	0.009	0.014	0.021	0.031	0.047	0.053	0.036
20	0.008	0.006	0.010	0.016	0.025	0.037	0.056	0.083	0.080	0.059
25	0.015	0.011	0.015	0.025	0.039	0.060	0.089	0.115	0.109	0.086
30	0.025	0.018	0.023	0.037	0.058	0.089	0.134	0.149	0.140	0.116
35	0.038	0.029	0.034	0.052	0.083	0.127	0.174	0.182	0.172	0.148
40	0.057	0.043	0.050	0.073	0.114	0.177	0.210	0.215	0.205	0.181
45	0.082	0.064	0.071	0.101	0.156	0.221	0.243	0.247	0.237	0.215
50	0.115	0.091	0.100	0.140	0.211	0.257	0.276	0.279	0.270	0.250
55	0.158	0.128	0.140	0.191	0.262	0.291	0.306	0.309	0.302	0.284
60	0.213	0.177	0.194	0.260	0.305	0.324	0.335	0.339	0.333	0.318
65	0.284	0.242	0.265	0.326	0.345	0.357	0.364	0.367	0.363	0.351
70	0.373	0.326	0.361	0.383	0.386	0.390	0.393	0.394	0.392	0.383
75	0.484	0.437	0.457	0.440	0.429	0.423	0.422	0.421	0.420	0.414
80	0.623	0.582	0.543	0.499	0.473	0.458	0.451	0.449	0.447	0.443
85	0.793	0.729	0.629	0.560	0.518	0.495	0.482	0.476	0.474	0.472
90	1.000	0.840	0.704	0.617	0.563	0.532	0.514	0.505	0.501	0.500

При $0 \leq \gamma \leq \pi/2$ функции $f(\varphi, \gamma)$ и $P_\gamma(\gamma|\varphi)$ совпадают. Значения $f(\varphi, \gamma)$ приведены в табл. 15.4, а $P_\gamma(\gamma|\varphi)$ – на рис. 15.11.

Функция $P_\gamma(\gamma|\varphi)$ [или, что то же, $f(\varphi, \gamma)$] представляет собой вероятность падения самолета в пределах «конуса удара», т.е. под углом к нормали не больше γ (см. рис. 15.10). При одинаковом значении γ она зависит от угла наклона площадки φ , причем, как показывает рис. 15.11, до значений $\gamma \approx 72-73^\circ$ вероятность удара с увеличением угла наклона площадки возрастает, а при больших углах γ – убывает. Такое изменение функции $f(\varphi, \gamma)$ объясняется тем, что на величину вероятности влияют два противоположно действующих фактора.

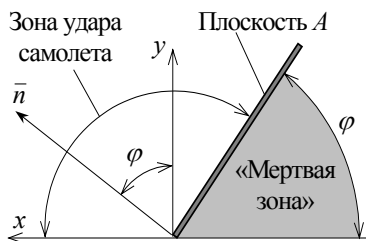


Рис. 15.12. Зона удара самолета и «мертвая зона» для наклонной площадки

С одной стороны, при горизонтальной площадке и малых значениях γ «конус удара» примыкает к вертикальной оси ($\alpha = 0^\circ$), где вероятность падения самолета минимальна (см. рис. 15.8), а с увеличением наклона площадки этот конус перемещается в сторону горизонтали, и вероятность падения возрастает. Но, с другой стороны (см. комментарий к рис. 15.6), падение самолета на горизонтальную площадку (т.е. при $\varphi = 0^\circ$) возможно из любой точки верхней полусферы, а на наклонную – только из той ее области, куда направлена нормаль к поверхности, а остальная часть является «мертвой зоной» (рис. 15.12). Поэтому с увеличением наклона площадки уменьшается область верхней полусферы, из которой возможно падение самолета.

Существованием «мертвой зоны» объясняется также то, что для горизонтальной площадки максимальная вероятность падения равна 1 (при $\gamma = 90^\circ$), а для наклонных площадок она меньше 1. Например, при ударе в вертикальную площадку эта вероятность равна 0.5.

Существованием «мертвой зоны» объясняется также то, что для горизонтальной площадки максимальная вероятность падения равна 1 (при $\gamma = 90^\circ$), а для наклонных площадок она меньше 1. Например, при ударе в вертикальную площадку эта вероятность равна 0.5.

Таблица 15.5. Значения функции $\frac{\partial f(\varphi, \gamma)}{\partial \gamma}$

γ , градус	φ , градус									
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.003	0.006	0.009	0.013	0.019	0.027	0.039	0.055	0.082	0.055
10	0.010	0.016	0.025	0.038	0.055	0.079	0.116	0.171	0.249	0.149
15	0.020	0.021	0.040	0.063	0.093	0.137	0.200	0.294	0.306	0.224
20	0.033	0.034	0.053	0.088	0.134	0.200	0.295	0.433	0.325	0.280
25	0.051	0.051	0.069	0.116	0.183	0.273	0.406	0.432	0.350	0.325
30	0.074	0.073	0.098	0.150	0.236	0.360	0.540	0.405	0.370	0.358

Окончание табл. 15.5

γ , градус	φ , градус									
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
35	0.105	0.103	0.134	0.195	0.306	0.469	0.501	0.399	0.382	0.384
40	0.149	0.143	0.183	0.262	0.395	0.607	0.436	0.395	0.391	0.400
45	0.203	0.195	0.248	0.351	0.517	0.543	0.408	0.387	0.392	0.410
50	0.279	0.268	0.336	0.468	0.684	0.448	0.388	0.377	0.390	0.415
55	0.382	0.365	0.453	0.627	0.617	0.413	0.369	0.366	0.382	0.414
60	0.521	0.496	0.611	0.838	0.512	0.397	0.354	0.353	0.373	0.408
65	0.714	0.677	0.830	0.766	0.481	0.388	0.344	0.341	0.361	0.399
70	0.987	0.933	1.131	0.654	0.473	0.387	0.343	0.329	0.348	0.384
75	1.382	1.304	1.091	0.643	0.479	0.389	0.343	0.324	0.336	0.371
80	1.993	1.872	1.017	0.674	0.499	0.403	0.349	0.324	0.325	0.357
85	3.047	2.064	1.135	0.755	0.547	0.427	0.362	0.329	0.321	0.346
90	6.386	2.642	1.579	1.012	0.686	0.498	0.395	0.343	0.326	0.333

Чтобы найти условную плотность распределения, надо продифференцировать функцию вероятности $P_\gamma(\gamma|\varphi)$ по γ :

$$p_\gamma(\gamma|\varphi) = \frac{\partial f(\varphi, \gamma)}{\partial \gamma} + \delta(\gamma - \pi/2), \quad (15.37)$$

где $\delta(\gamma - \pi/2)$ — δ -функция, свойства которой выражаются формулами (3.69)–(3.71); первое слагаемое в правой части (15.37) показано на рис. 15.13 и приведено в табл. 15.5.

Пользуясь функцией $f(\varphi, \gamma)$, можно вычислить вероятность однократного удара в здание АЭС в течение года. Наружные поверхности таких зданий обычно имеют следующие типичные формы: горизонтальная и вертикальная плоскости, цилиндр с вертикальной осью, сферический сегмент. Найдем для них вероятности удара и эквивалентные площади.

Горизонтальная плоскость

Обозначим $P_{\gamma, \gamma}^{(1)}$ вероятность удара в горизонтальную плоскость (т.е. при $\varphi = 0$) площадью A под углом к нормали (т.е. вертикали), не превосходящим γ . Она равна произведению вероятности того, что самолет упадет на плоскость, и вероятности того, что угол с вертикалью не превзойдет γ . Первую вероятность можно вычислить, подставив A в (15.23), а вторая равна $f(0, \gamma)$. Следовательно,

$$P_{\gamma, \gamma}^{(1)} = f(0, \gamma) \nu A / A_0. \quad (15.38)$$

Максимальная вероятность удара в горизонтальную плоскость соответствует $\gamma = 90^\circ = \pi/2$. Поскольку $f(0, \pi/2) = 1$,

$$P_{\pi}^{(1)} = \nu A / A_0. \quad (15.39)$$

Сравнивая (15.39) с (15.25), видим, что, как и следовало ожидать, для горизонтальной плоскости эквивалентная площадь

$$A_{г,э} = A. \quad (15.40)$$

Вертикальная плоскость

Площадь плоскости также равна A . В этом случае $\varphi = \pi/2$. Рассуждая так же, как и ранее, получим, что вероятность удара в нее под углом к нормали не больше γ

$$P_{в,\gamma}^{(1)} = f(\pi/2, \gamma) \nu A / A_0. \quad (15.41)$$

Для нахождения максимальной вероятности удара в вертикальную плоскость надо подставить $\gamma = \pi/2$ в (15.37). Поскольку $f(\pi/2, \pi/2) = 0.5$, эта вероятность

$$P_{в}^{(1)} = 0.5 \nu A / A_0, \quad (15.42)$$

т.е. для вертикальной плоскости эквивалентная площадь

$$A_{в,э} = 0.5 A. \quad (15.43)$$

Этот результат вполне закономерен, поскольку распределение угла β равномерное, а угол наклона траектории к вертикали не зависит от β . Поэтому вероятность удара прямо пропорциональна размеру горизонтального сектора, с которого самолет может приблизиться к конструкции. Для вертикальной плоскости половина окружности находится в «мертвой зоне», поэтому вероятность удара в нее оказывается вдвое меньше, чем в горизонтальную.

Круговой цилиндр с вертикальной осью

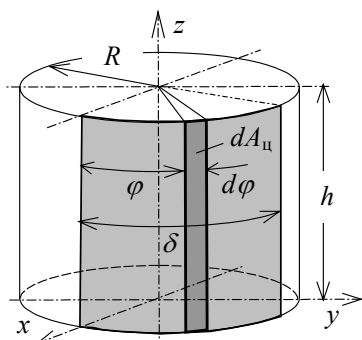


Рис. 15.13. К вычислению вероятности удара в круговой цилиндр

Рассмотрим сегмент поверхности кругового цилиндра радиусом r и высотой h , ограниченный углом δ (рис. 15.13) (если рассматривается не сегмент, а весь цилиндр, то $\delta = 2\pi$). Выделим элемент поверхности, ограниченный углом $d\varphi$. Его можно считать плоскостью, площадь которой

$$dA_{ц} = Rh d\varphi. \quad (15.44)$$

В соответствии с (15.41) вероятность удара в этот элемент под углом не больше γ

$$dP_{ц,\gamma}^{(1)} = f(\pi/2, \gamma) \frac{\nu}{A_0} dA_{ц} = f(\pi/2, \gamma) \frac{\nu}{A_0} Rh d\varphi. \quad (15.45)$$

Интегрируя (15.45) по φ , получим вероятность удара в сегмент поверхности

$$P_{ц,\gamma}^{(1)} = \int_0^{\delta} dP_{ц,\gamma}^{(1)} = f(\pi/2, \gamma) \frac{V}{A_0} Rh\delta. \quad (15.46)$$

Площадь поверхности цилиндрического сегмента

$$A_{ц} = Rh\delta, \quad (15.47)$$

поэтому формулу (15.46) можно записать в виде

$$P_{ц,\gamma}^{(1)} = f(\pi/2, \gamma) \nu A_{ц} / A_0, \quad (15.48)$$

т.е. она аналогична формуле (15.41) для вертикальной плоскости.

Так же как и для вертикальной плоскости, максимальная вероятность удара (при $\gamma = 90^\circ = \pi/2$)

$$P_{ц}^{(1)} = 0.5 \nu A_{ц} / A_0. \quad (15.49)$$

Таким образом, эквивалентная площадь для цилиндрического сегмента

$$A_{ц,э} = 0.5 A_{ц}. \quad (15.50)$$

Сферическая поверхность

Найдем вероятность удара в сегмент сферической поверхности радиуса R , ограниченный конусом с вертикальной осью и углом при вершине δ (рис. 15.14).

Площадь элемента поверхности $dA_{сф}$, нормаль к которому \vec{n} наклонена под углом α к вертикали:

$$dA_{сф} = R^2 \sin \varphi d\varphi d\beta. \quad (15.51)$$

Этот элемент можно считать плоским, поэтому вероятность удара в него под углом, не превосходящим γ ,

$$dP_{сф,\gamma}^{(1)} = f(\varphi, \gamma) \frac{V}{A_0} dA_{сф} = f(\varphi, \gamma) \frac{V}{A_0} R^2 \sin \varphi d\varphi d\beta. \quad (15.52)$$

Для всего сферического сегмента вероятность удара

$$P_{сф,\gamma}^{(1)} = \int_{\beta=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\delta} dP_{сф,\gamma}^{(1)} = \frac{V}{A_0} R^2 \int_0^{2\pi} d\beta \int_0^{\delta} f(\varphi, \gamma) \sin \varphi d\varphi =$$

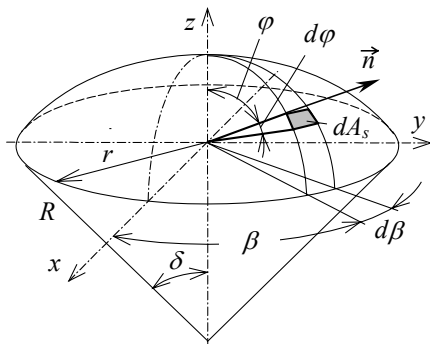


Рис. 15.14. К вычислению вероятности удара в сферический сегмент

$$= 2\pi R^2 \frac{V}{A_0} \int_0^{\delta} f(\varphi, \gamma) \sin \varphi d\varphi. \quad (15.53)$$

Обозначим

$$a_{\text{сф}}(\delta, \gamma) = \int_0^{\delta} f(\varphi, \gamma) \sin \varphi d\varphi. \quad (15.54)$$

Функция $a_{\text{сф}}(\delta, \gamma)$ приведена на рис. 15.15.

Таким образом, вероятность удара в сегмент под углом не больше γ

$$P_{\text{сф}, \gamma}^{(1)} = 2\pi R^2 a_{\text{сф}}(\delta, \gamma) \frac{V}{A_0}. \quad (15.55)$$

Максимальная вероятность удара соответствует $\gamma = 90^\circ = \pi/2$:

$$P_{\text{сф}, \gamma}^{(1)} = 2\pi R^2 a_{\text{сф}}\left(\delta, \frac{\pi}{2}\right) \frac{V}{A_0}. \quad (15.56)$$

Следовательно, эквивалентная площадь для сферического сегмента

$$A_{\text{сф}, \text{э}} = 2\pi R^2 a_{\text{сф}}\left(\delta, \frac{\pi}{2}\right). \quad (15.57)$$

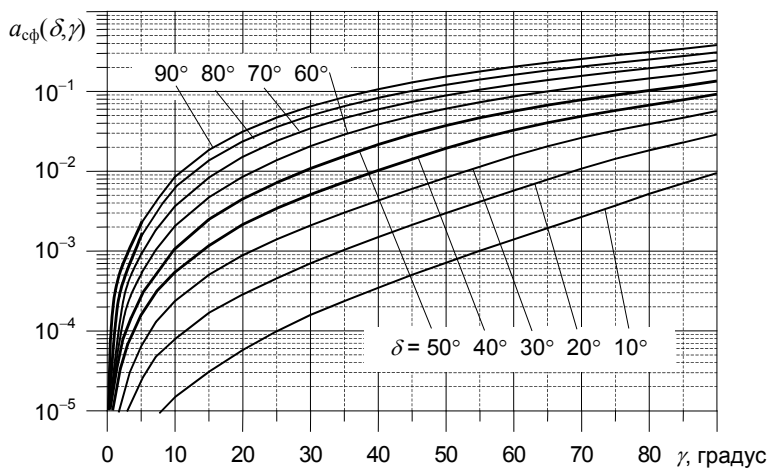


Рис. 15.15. Функция $a_{\text{сф}}(\delta, \gamma)$

При уменьшении угла δ вероятность удара в сферический сегмент стремится к вероятности удара в горизонтальную плоскость. Чтобы убедиться в этом, выразим $P_{\text{сф}, \gamma}^{(1)}$ через радиус окружности, на которую опирается сегмент

$$r = R \sin \delta. \quad (15.58)$$

Подстановка (15.58) в (15.53) дает

$$P_{\text{сф},\gamma}^{(1)} = \pi r^2 \frac{v}{A_0} \frac{2}{\sin^2 \delta} \int_0^\delta f(\varphi, \gamma) \sin \varphi d\varphi. \quad (15.59)$$

При $\delta = 0$ интеграл в (15.59) с множителем перед ним представляет собой неопределенность типа $0/0$. Раскроем ее по правилу Лопиталя:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\sin^2 \delta} \int_0^\delta f(\varphi, \gamma) \sin \varphi d\varphi \right) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{2f(\delta, \gamma) \sin \delta}{2 \sin \delta \cos \delta} = f(0, \gamma). \quad (15.60)$$

Следовательно,

$$P_{\text{сф},\gamma}^{(1)} = \pi r^2 f(0, \gamma) \frac{v}{A_0}. \quad (15.61)$$

Так как πr^2 – площадь горизонтальной проекции сферического сегмента, формула (15.61) эквивалентна (15.38). Поэтому при малых значениях δ эквивалентную площадь сферического сегмента можно вычислять, заменяя его горизонтальной плоскостью.

Пример. Найдем эквивалентную площадь для здания реактора АЭС, состоящего из цилиндрической части диаметром $D = 50$ м и полусферического купола радиусом $R = 25$ м. Для простоты будем считать, что здание открыто для удара со всех сторон (на самом деле оно обычно частично защищено другими зданиями).

Эквивалентную площадь цилиндрической части найдем по формуле (15.50):

$$A_{\text{ц},\delta} = 0.5 \cdot 50\pi \cdot 50 = 3927 \text{ м}^2.$$

Эквивалентную площадь полусферического купола определим по (15.57), где $a_{\text{сф}} \approx 0.383$, так как $\delta = \gamma = 90^\circ$. Получаем

$$A_{\text{сф},\delta} = 2\pi \cdot 25^2 \cdot 0.383 = 1504 \text{ м}^2.$$

Суммарная эквивалентная площадь здания реактора

$$A_3 = A_{\text{ц},\delta} + A_{\text{сф},\delta} = 3927 + 1504 = 5431 \text{ м}^2.$$

Для сравнения вычислим эквивалентную площадь по американским нормам [138], т.е. как площадь тени, отбрасываемой зданием на горизонтальную плоскость. При падении под углом 45° к горизонтали она составляет 4463 м^2 , а при 10° равна $25\,310 \text{ м}^2$. Как видно, в первом случае она меньше, а во втором – значительно больше, чем определенная по предлагаемой методике.

В следующих главах данная методика будет использована для вероятностного расчета прочности и колебаний зданий АЭС при ударе самолета.

15.2. Воздействие взрыва

Согласно российским нормам [87], в проекте любой АЭС, независимо от наличия реальных источников взрыва, следует учитывать воздействие ВУВ с давлением на фронте не менее 10 кПа.

Для оценки необходимости учета в проекте более интенсивного взрыва должно быть установлено расположение взрывоопасных объектов на территории самой станции и в ее ближайших окрестностях, а также характер и возможное количество содержащихся на них взрывчатых веществ (ВВ). По требованиям норм [40], для ядерных установок, радиационных источников и пунктов хранения радиоактивных веществ, находящихся в федеральной собственности или имеющих федеральное, межрегиональное или региональное значение, рекомендуется исследовать территорию на расстоянии не менее 5 км от периметра ограды. Для менее ответственных радиационно-опасных объектов местного значения это расстояние можно принимать равным 2 км.

Источники взрывов могут быть стационарными и мобильными. Примерами первых являются объекты оборонного комплекса, хранилища ВВ, взрывоопасные производства, трубопроводы для перекачки взрывоопасных сред (нефти и нефтепродуктов, газа и пр.). Опасность представляют также емкости, содержащие среды под высоким давлением (паровые котлы, баллоны со сжатым газом и т.п.). Мобильными источниками являются наземные, водные и воздушные транспортные средства, перевозящие или содержащие различные ВВ.

Процедура оценки необходимости учета каждого из источников взрыва начинается со сравнения расстояния до него с величиной дистанции отбора (ВДО), т.е. с расстоянием, за пределами которого взрыв можно не учитывать (см. разд. 14.1). Методика определения ВДО в разных странах несколько отличается.

По российским нормам [40] должны быть проанализированы все взрывоопасные объекты на расстоянии до 10 км от ограды АЭС. При выборе площадок для вновь строящихся АЭС рекомендуется обеспечивать удаление не менее 10 км от объектов, где возможны взрывы большой интенсивности.

В некоторых других странах ВДО также принимают от 5 до 10 км [112]. По нормам США [137]

$$\text{ВДО} = 18 \sqrt[3]{Q_{\text{эф}}}, \text{ м}, \quad (15.62)$$

где $Q_{\text{эф}}$ – эффективная масса, кг (см. разд. 9.2).

При таком значении ВДО давление на фронте ВУВ составляет примерно 6.5 кПа. Более слабые взрывы в США не рассматривают, так как считается, что их воздействие менее опасно, чем торнадо и землетрясение, которые обязательно учитываются в проектах АЭС.

Заметим, что по нормам США [137] взрыв является менее мощным, чем по российским [87].

При определении $Q_{эф}$ для транспортных средств можно считать, что в автомобиле перевозится 23 т ВВ, в железнодорожном вагоне – 60 т, на судне – 4500 т [137]. Масса взрывающихся сжиженных газов зависит от способа сжижения (см. разд. 9.2). Следует также учитывать способ транспортировки (например, перевозится ВВ по воде одним судном или караваном; входит в состав железнодорожного состава один или несколько вагонов с ВВ). В некоторых странах имеются правила формирования грузовых железнодорожных составов, по которым вагоны с ВВ располагают таким образом, чтобы взрыв одного не привел к взрыву остальных. Это позволяет рассматривать взрыв только одного вагона, независимо от их количества в железнодорожном составе.

Расстояние до места взрыва следует задавать с учетом возможного дрейфа облака ГПВС (кроме облаков водорода, который, ввиду легкости по сравнению с воздухом, либо взрывается непосредственно в месте выделения, либо быстро улетучивается). Чем сильнее ветер, тем больше скорость дрейфа, но и быстрее происходит рассеивание до взрывобезопасной концентрации.

Таблица 15.6. Классификация, характеристики устойчивости атмосферы и коэффициенты α и k в формуле (15.63)

Класс устойчивости по Пасквиллу	Характеристики устойчивости атмосферы	Состояние атмосферы	Типичная скорость ветра, м/с	α	k
A	Очень сильно развитая конвекция	Солнечно и жарко	1	0.43	0.89
B	Неустойчивое состояние, умеренная конвекция	Солнечно и тепло	2	0.26	0.92
C	Слегка неустойчивое состояние, слабая конвекция	Переменная облачность в течение дня	5	0.20	0.92
D	Нейтральное состояние	Облачно	5	0.13	0.92
E	Почти устойчивое состояние, слабая инверсия	Переменная облачность в течение ночи	3	0.08	0.94
F	Устойчивое состояние, умеренная инверсия	Ясная ночь	2	0.05	0.94

Длина пути дрейфа L зависит от радиуса облака и класса устойчивости атмосферы по Пасквиллу (табл. 15.6). Она определяется по формуле

$$L = \left(\frac{0.44r_0}{\alpha} \right)^{1/k}, \quad (15.63)$$

где r_0 – радиус облака (способ его определения рассмотрен в разд. 9.2.2); коэффициенты α и k принимаются по данным метеорологических наблюдений для наиболее вероятного состояния атмосферы (см. табл. 15.6).

Обычно в запас надежности считают, что облако перемещается в сторону объекта. Поэтому при вычислении нагрузок от взрыва следует расстояние R до него уменьшить на величину L . Если $R < L$, считают, что объект находится внутри облака.

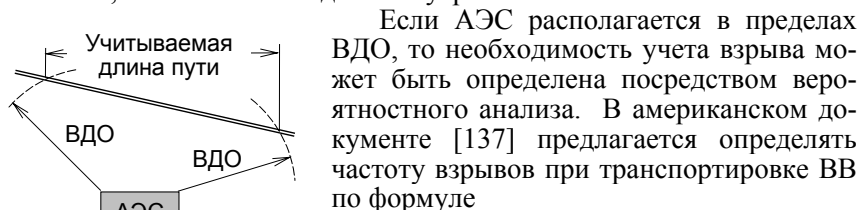


Рис. 15.16. Определение учитываемой длины пути [137]

Если АЭС располагается в пределах ВДО, то необходимость учета взрыва может быть определена посредством вероятностного анализа. В американском документе [137] предлагается определять частоту взрывов при транспортировке ВВ по формуле

$$r = nfs, \quad (15.64)$$

где r – общая частота взрывов, событие/год; f – число перевозок в год для рассматриваемого вида ВВ и транспорта; n – частота взрывов для них на 1 км длины пути, событие/год; s – учитываемая длина пути, км (рис. 15.16).

При отсутствии достоверных данных для конкретной площадки АЭС можно использовать национальную статистику, полагая

$$n = n_1 n_2, \quad (15.65)$$

где n_1 – число аварий на 1 км пути для данного вида транспорта; n_2 – число взрывов на одну аварию данного вида транспорта.

Если рядом с АЭС имеются пути транспортировки различного вида, то надо суммировать частоты взрывов на каждом из них.

Согласно нормам [137], при использовании формулы (15.64) риск от взрыва можно считать достаточно малым (т.е. его можно не учитывать в проекте АЭС), если $r \leq 10^{-7}$ 1/год. Если использована формула (15.65), то ввиду меньшей достоверности исходных данных должна быть $r \leq 10^{-6}$ 1/год. При наличии достаточно надежных исходных данных для стационарных источников взрыва вероятностный анализ можно произвести также и для них.

Следует, однако, отметить, что исходные данные, необходимые для выполнения вероятностного анализа взрыва как мобильных, так

и стационарных источников, труднодостижимы или крайне неточны. Поэтому если АЭС оказалась в пределах ВДО, то чаще всего считают, что реализуется наиболее неблагоприятный взрыв.

15.3. Летящие тела при авариях

Технологические аварии могут сопровождаться разрушением оборудования и трубопроводов, приводящим к разлету обломков и динамическим нагрузкам на элементы АЭС. Выполнить анализ этих событий для абстрактной АЭС невозможно, так как все зависит от особенностей ее компоновки и оборудования. Поэтому приведем только общую характеристику проблемы в соответствии с документом МАГАТЭ [126].

15.3.1. Причины образования летящих тел при авариях

Назовем некоторые, наиболее важные причины появления летящих тел при технологических авариях.

Прежде всего это **разрушение технологического оборудования и трубопроводов**. Кратко перечислим возможные аварии.

Разрывы сосудов с жидкостью под высоким давлением. Разрушение таких сосудов может происходить самыми разными способами в зависимости от их формы, характеристик материалов, расположения сварных швов, конструкции патрубков, методов монтажа и эксплуатации. Но поскольку, как правило, проектирование, изготовление, монтаж и эксплуатация ответственных сосудов под давлением (например, корпусов реакторов) находятся под строгим контролем, их крупное повреждение считается маловероятным. Это особенно относится к сосудам из пластичных металлов. Однако полностью исключить образование летящих тел все же нельзя. При этом необходимо гарантировать, чтобы сам сосуд не мог быть целиком сорван с места и превратился в летящее тело.

Клапаны в системах с жидкими средами под высоким давлением также являются возможными источниками летящих тел. Обычно они состоят из нескольких частей, которые заменяют при техническом обслуживании. Именно эти части и могут выбрасываться из клапана. Наиболее вероятен выброс штока или крышки клапана. Возможность разрушения его корпуса обычно не рассматривают, так как его прочность, как правило, существенно больше, чем присоединенных трубопроводов.

Разрывы высокоэнергетических трубопроводов. Согласно [126], высокоэнергетическими считаются трубопроводы с водой под давлением не ниже 2 МПа и температурой не менее 100 °С. В некоторых странах любые трубопроводы со сжатыми газами, независимо от давления, также считаются высокоэнергетическими. Опасность их повреждений связана не только с летящими предметами. При разрыве могут происходить биения трубопровода под

действием реактивных сил, создаваемых истекающей струей. Эксперименты и опыт эксплуатации показывают, что трубопровод, как правило, не освобождается от удерживающих его зажимов. Но его удары по строительным конструкциям и соседним узлам создают большие динамические нагрузки, сходные по своему действию с ударами летящих тел. Кроме этого, возможно образование и летящих тел: выброс целых клапанов и масс, находящихся внутри или снаружи поврежденных трубопроводов (например, арматуры и глухих приборных каналов). Наконец, большие нагрузки создаются самой струей жидкости.

Обычно консервативно предполагают, что произошел «гильотинный» разрыв по всей окружности трубы и образовался шарнир пластичности около ближайшей неподвижной опоры. Хотя вероятность разрыва очень мала, общепринято предусматривать на отдельных участках трубопровода ограничители, препятствующие его биениям при разрыве, и включать в проектные нагрузки воздействие истекающей струи. Описание методов определения нагрузок при разрыве трубопровода приведено, например, в [11].

Выброс регулирующего стержня из реактора. При работе реакторов некоторых типов (например, ВВЭР) в них вводятся и выводятся твердые регулирующие стержни для поглощения нейтронов. Кожухи, в которых они перемещаются, образуют глухие каналы в корпусе реактора. Обычно постулируют, что под действием давления жидкости в реакторе возможен выброс такого стержня, который может нанести серьезные повреждения, например, защитной оболочке или соседним регулирующим стержням.

Машины с высоким числом оборотов. На АЭС используется много таких машин и агрегатов (например, турбина, большие насосы, их двигатели и маховики). Высокооборотные вращающиеся части обладают огромной кинетической энергией и при разрушении образуют опасные летящие тела. Предсказать их размеры и форму достаточно сложно. Эксперименты показывают, что при разрушении тел простых геометрических форм (например, дисков) чаще всего образуются несколько приблизительно равных сегментов. Но то, как именно разрушится деталь, в большой степени зависит от таких труднопрогнозируемых факторов, как локальная концентрация напряжений, неоднородность и дефекты материала и т.п. Быстро вращающиеся части машин обычно ограждают кожухами, которые должны поглощать часть энергии летящих тел, образовавшихся при разрушении. Однако иногда для упрощения не учитывают влияние кожуха, что идет в запас безопасности.

Скопление взрывчатых газов, разрывы баллонов со сжатыми газами. Методы расчета соответствующих нагрузок, а также параметры и дальность полета образующихся обломков изложены в гл. 9 и 10.

Причинами аварий, приводящих к образованию летящих тел, могут стать *ошибки операторов* (например, потеря нагрузки турбогенератора, приводящая к превышению числа оборотов).

Летящие тела образуются также при *разрушении конструкций и падении тяжелых грузов при транспортировке* (см. гл. 11).

При анализе опасности летящих тел следует учитывать не только их непосредственное действие, но и создаваемые ими *вторичные воздействия и возможность каскадных разрушений и отказов*. Прежде всего необходимо убедиться в том, что не будут нанесены повреждения элементам АЭС, которые привели бы к выбросу радиоактивных веществ. Могут быть повреждены высокоэнергетические трубопроводы, последствия чего рассмотрены ранее. Возможно образование *вторичных летящих тел* (например, разлет осколков бетона с внутренней стороны бетонной преграды при ударе в нее, см. разд. 7.3.1). Разрушение опорных конструкций может привести к *падению тяжелого оборудования и элементов строительных конструкций*.

Повреждение резервуаров и коммуникаций чревато *затоплением, отказом систем энергоснабжения, контрольно-измерительных приборов и автоматики, пожаром* из-за замыканий в электрических сетях, изменением *параметров среды (повышение влажности, температуры и давления)* и пр. Наконец, летящие тела могут нанести *поражения персоналу АЭС*, ответственному за выполнение станцией функций безопасности.

15.3.2. Анализ опасности летящих тел

Анализ опасности ударов летящих тел основан на оценке вероятности их последствий, или *риска*. Кратко изложим его общие принципы.

Вероятность неприемлемых повреждений P можно представить как произведение трех вероятностей:

$$P = P_1 P_2 P_3, \quad (15.66)$$

где P_1 – вероятность образования летящего тела; P_2 – вероятность удара в мишень, важную для безопасности; P_3 – вероятность нанесения неприемлемых повреждений в результате первичных или вторичных эффектов.

В разд. 14.1 было разъяснено понятие *риска*, который представляет собой вероятность недопустимых повреждений АЭС и связанных с этим последствий для жизни и здоровья людей и окружающей среды. По российским нормам [86] допускаемая величина риска составляет $[R] = 10^{-7}$ 1/год.

При ударе одного летящего предмета риск R вычисляется по формуле (14.9), согласно которой он прямо пропорционален вероятности P . Летящий предмет можно не учитывать в проекте, если $P \leq 10^{-7}$ 1/год. Поскольку каждая из трех вероятностей в правой

части (15.66) не больше единицы, то это условие выполняется, если хотя бы одна из них не больше предельного значения.

Наилучший подход при проектировании состоит в том, чтобы исключить образование летящих тел (т.е. сделать приемлемо малой вероятность P_1). Следующим шагом является отделение или защита

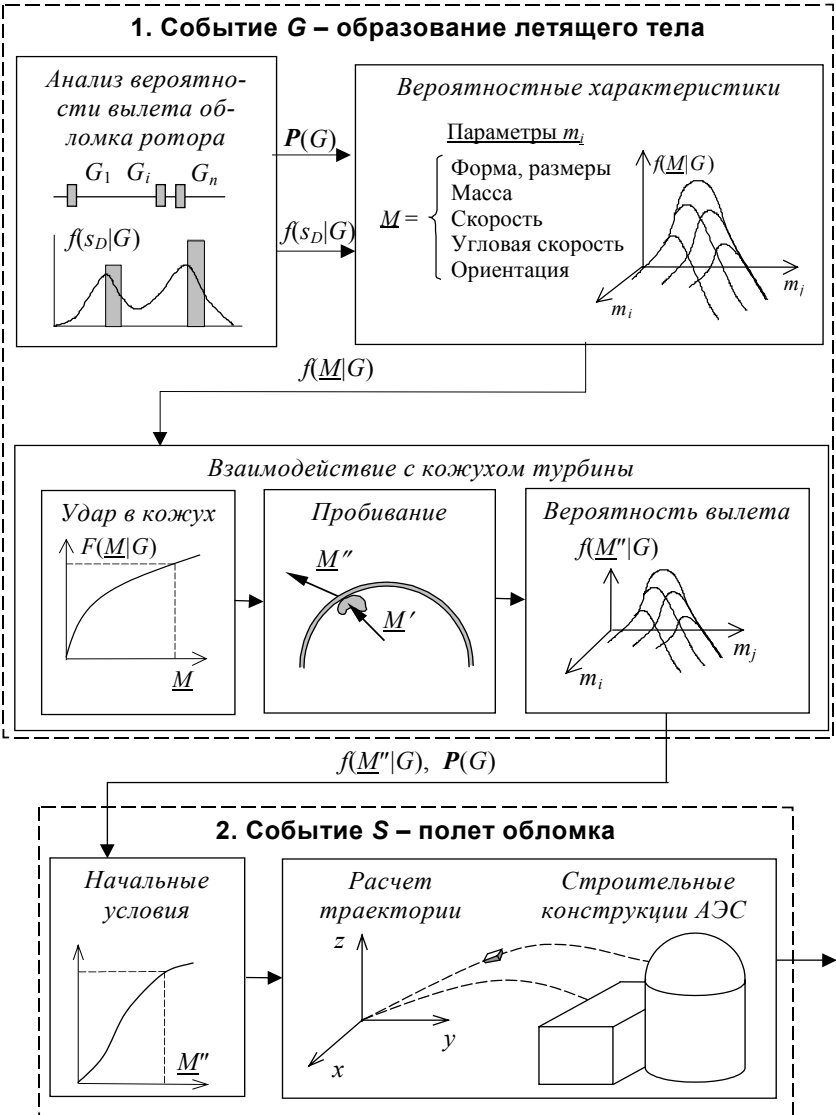
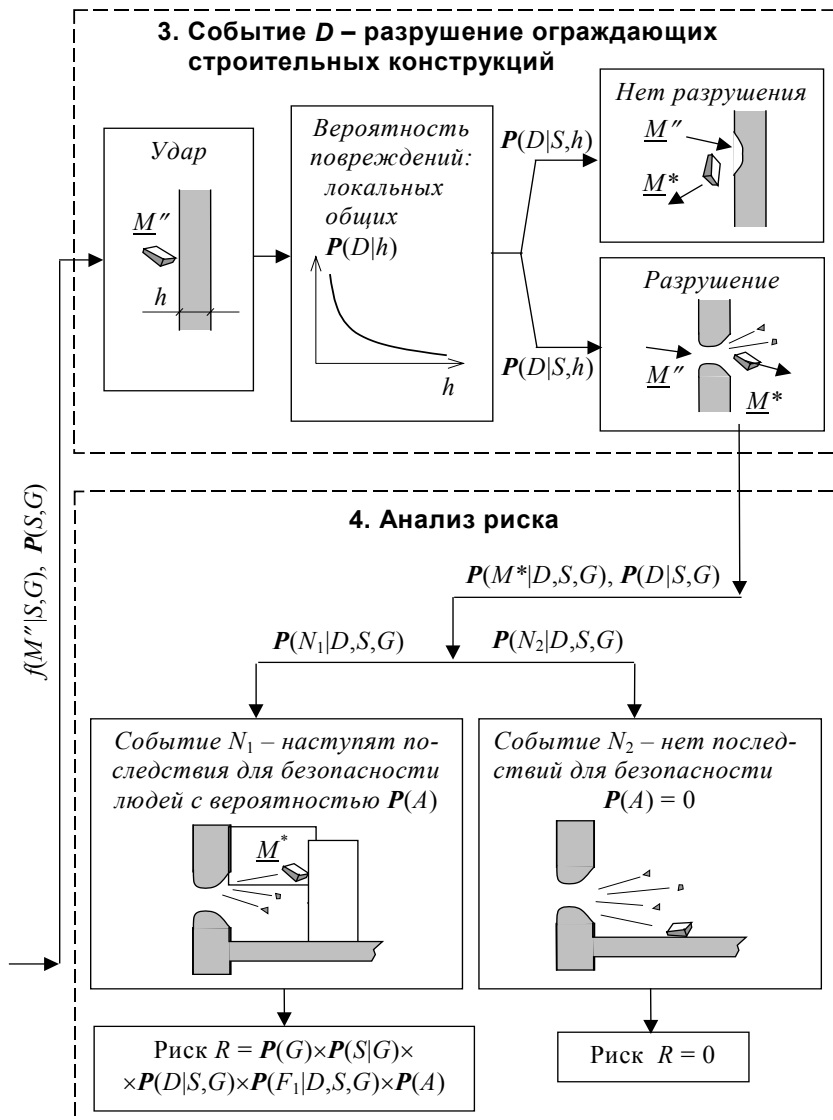


Рис. 15.17. Последовательность анализа риска

ответственных мишеней (т.е. уменьшение вероятности P_2). И, наконец, можно уменьшить вероятность P_3 . Но в некоторых случаях получить требуемый уровень риска удастся только за счет снижения всех трех этих вероятностей.



при вылете обломка ротора турбины

Пример. Продемонстрируем порядок определения риска при вылете обломка ротора турбины [127]. Последовательность событий, которые могут произойти вслед за исходным событием (т.е. вылетом обломка) и привести к повреждению строительных конструкций и оборудования, важных для безопасности АЭС, показана на рис. 15.17. Обычно собственно анализу риска предшествует рассмотрение трех основных этапов (групп событий).

Первый основной этап G^* связан с образованием летящего тела (обломка). Он включает в себя несколько событий. Прежде всего анализируется вероятность первого из них – разрушения ротора турбины с образованием летящего тела (обломка). Она определяется или на основе статистики таких аварий, или аналитически, посредством вероятностного анализа с использованием дерева событий (его построение рассмотрено далее), которые могут привести к вылету обломка. Если вероятность такого разрушения $P(G)$ достаточно мала (например, меньше 10^{-7} за год), то опасность вызванного им удара летящего обломка можно вообще не учитывать. В противном случае определяются вероятностные характеристики параметров m_i вылетевшего обломка (форма, размеры, масса, скорость, ориентация) и совместная плотность их вероятности $f(\underline{M}|G)$. С их использованием находят вероятность пробивания кожуха турбины и плотность вероятности $f(\underline{M}''|G)$ параметров обломка, вылетевшего за его пределы. Строго говоря, после пробивания кожуха надо еще оценить вероятности удара обломка в оборудование и строительные конструкции здания турбины и пробивания последних (этот этап на рис. 15.17 не отображен).

Второй основной этап (группа событий) S – полет обломка между сооружениями АЭС. С использованием случайных начальных условий, определенных на предыдущем этапе, рассчитываются условные вероятности $P(S|G)$ движения обломка по различным траекториям и, как следствие, мест и направлений удара в строительные конструкции зданий, важные для обеспечения безопасности АЭС. В итоге для каждой из строительных конструкций определяются параметры обломка (масса, скорость и пр.) и условная вероятность удара $f(\underline{M}'''|G,S)$.

Третий основной этап D связан с оценкой повреждений ограждающих строительных конструкций, важных для безопасности. Для каждой из конструкций производится прочностной расчет при всех совокупностях условий удара (линейной и угловой скоростях, массе летящего тела, его ориентации, направлении удара). В результате определяются общая прочность и локальные повреждения конструкции. Возможны четыре варианта локальных последствий удара (см. гл. 7): полное отсутствие повреждений, выкрошивание бетона в месте удара с лицевой стороны, образование и разлет осколков бе-

тона с обратной стороны, сквозное пробивание конструкции летящим телом. Исходя из вероятности условий удара определяется условная вероятность каждого из видов повреждений $P(D|S,G)$. Степень повреждения зависит от ориентации конструкции в пространстве, толщины стены h , прочностных характеристик материалов. Какие именно повреждения считать недопустимыми – зависит от консерватизма принятого критерия отказа конструкции. Обычно считают, что при полном отсутствии повреждений, а чаще всего и при выкрошивании бетона только с лицевой стороны удар не представляет опасности и может не учитываться, но при сквозном пробивании конструкции дальнейший анализ риска обязателен. Иногда недопустимым считается также выкрошивание бетона с внутренней стороны конструкции, сопровождающееся разлетом его осколков (вторичных летящих тел). Это консервативный критерий отказа, так как он неявно предполагает следующее: во-первых, энергия осколков достаточна, чтобы повредить ответственное оборудование; во-вторых, оно расположено в непосредственной близости от места удара; в-третьих, условная вероятность попадания в него осколка равна 1.

Четвертый этап – собственно вычисление риска R . Как сказано выше, он представляет собой произведение вероятности события и вероятности $P(A)$ вызываемых им последствий (например, недопустимых доз облучения, болезней, смертей и т.д.). Для нахождения риска необходимо, зная вероятность недопустимых повреждений конструкции $P(D|S,G)$, рассчитать возможные траектории движения внутри здания как самого обломка, так и вторичных летящих тел, вплоть до полной потери ими энергии. Если происходит их удар в какое-либо ответственное оборудование (см. рис. 15.17, событие N_1), то вероятность повреждения

$$P(N_1, D, S, G) = P(G) \cdot P(S|G) \cdot P(D|S, G) \cdot P(F_1|D, S, G). \quad (15.67)$$

Таким образом, риск

$$R(N_1, D, S, G) = P(N_1, D, S, G) \cdot P(A). \quad (15.68)$$

Если удар ни в какое ответственное оборудование не произойдет (событие N_2) или он не вызывает никаких опасных последствий, то $P(A) = 0$, т.е. риск $R = 0$.

Как видно, для снижения риска необходимо уменьшить вероятности в правой части (15.66). Этого можно достигнуть путем применения соответствующих объемно-планировочных и проектных решений. Например, можно вообще исключить возможность попадания вылетевшего обломка ротора турбины в потенциально опасные места, соответствующим образом расположив ее ось по отношению к другим зданиям на генплане АЭС. Можно также увеличить толщину ограждающей стены h , использовать более прочные

строительные материалы, облицевать стену изнутри стальным листом или металлической сеткой для предотвращения разлета осколков бетона, предусмотреть дополнительные защитные барьеры перед ответственным оборудованием (например, стальные или железобетонные экраны) и т.п.

В то же время ясно, что определить вероятность многих событий, последовательность которых приводит к повреждению ответственного оборудования, или трудно, или удается только приближенно. Поэтому часто при вычислении этих вероятностей сначала прибегают к упрощающим предположениям, идущим в запас надежности. В частности, при рассмотрении вылета обломка ротора принимают следующие предположения. На первом этапе анализа считают параметры обломка и условия его удара в кожух турбины наиболее неблагоприятными. На третьем этапе (при рассмотрении удара обломка в строительную конструкцию) считают, что летящее тело имеет максимально возможную энергию, его угловая скорость равна нулю, а ось направлена наиболее невыгодно для преграды. Принимают также, что удар нанесен по нормали к строительной конструкции и в наиболее уязвимое ее место. Значения прочностных характеристик материалов задают консервативно, без использования возможности их повышения за счет малой вероятности воздействия. Часто также принимают консервативный критерий отказа конструкции, обуславливающийся выше: отказом считают разлет осколков бетона изнутри. Если полученная таким образом результирующая вероятность повреждения ответственного оборудования оказывается чрезмерно большой, то, анализируя влияние на эту вероятность каждого из допущений, устанавливают, какие именно из них требуют дополнительного уточнения.

Рассмотренная последовательность состояла из трех событий, но в действительности их может быть значительно больше. Анализ такой последовательности и вычисление вероятности наступления недопустимых последствий производится с помощью построения *дерева событий*. В качестве примера на рис. 15.18 изображено такое дерево разлета обломков при разрушении ротора турбины. В узлах разветвлений указаны события, а возле ветвей – условные вероятности их реализации.

Само разрушение ротора обозначено как исходное событие B , его вероятность равна $P(B)$. В результате этого события может образоваться n летящих обломков, различающихся формой, массой, скоростью (события $F_1 - F_n$). Условная вероятность образования i -го обломка (событие F_i) равна $P(F_i|B)$.

Прежде чем вывести из строя какую-либо систему, обломок должен пробить ограждающие конструкции здания, в котором она расположена. Например, для i -го обломка возможен удар в k таких конструкций (события $M_1 - M_k$), а условная вероятность пробивания

j -й конструкции равна $P(M_j|B, F_i)$. Кроме того, рассматривается событие $M_{\text{проч}}$, означающее, что обломок не пробил ни одну из важных строительных конструкций. Его условная вероятность $P(M_{\text{проч}}|B, F_i)$. Сумма условных вероятностей пробивания конструкций каждым из обломков должна равняться 1.

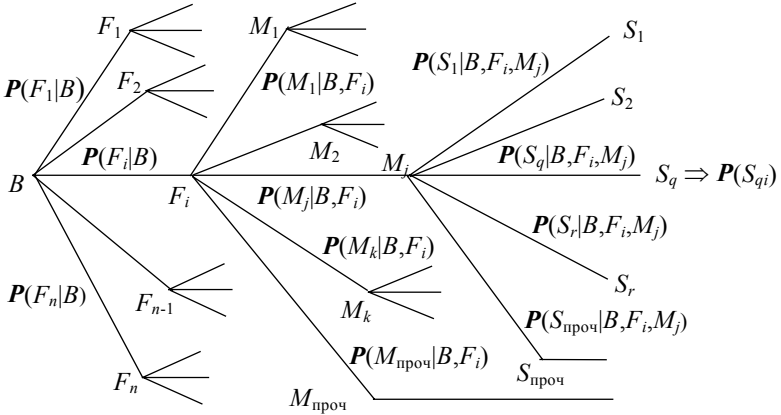


Рис. 15.18. Дерево событий

Пробив j -ю конструкцию, i -й обломок может вывести из строя r находящихся за нею ответственных систем (события $S_1 - S_r$). Условная вероятность отказа q -й из них (событие S_q) равна $P(S_q|B, F_i, M_j)$. Кроме того, рассматривается событие $S_{\text{проч}}$, означающее, что обломок не поразил ни одну из ответственных систем. Вероятность отказа q -й системы вследствие удара i -го обломка

$$P(S_{qi}) = P(B) \cdot P(F_i|B) \cdot P(M_j|B, F_i) \cdot P(S_q|B, F_i, M_j). \quad (15.69)$$

Эта же система может быть выведена из строя и другими обломками при пробивании других защитных конструкций. Полную вероятность ее отказа $P(S_q|B)$ при рассматриваемом исходном событии получают путем суммирования вероятностей всех отказов.

Данный пример приведен только с демонстрационной целью и сильно упрощен. В действительности последовательность событий может включать в себя намного большее их число, а потому дерево событий может оказаться значительно более «ветвистым». В частности, при разлете обломков, вызванном аварией турбины, необходимо было бы дополнительно учесть пробивание кожуха турбины, строительных конструкций машинного зала и др.

Следует отметить, что достоверность величины риска, получаемой по формуле (15.66), зависит от точности определения вероятностей P_1 , P_2 и P_3 в ее правой части. Но ввиду недостатка и неопределенности исходных данных их расчет является достаточно трудоемким и часто весьма приближенным. Поэтому нередко предполага-

ют, что летящие тела образуются обязательно (т.е. принимают $P_1 = 1$) и предусматривают преграды для защиты от них. Кроме того, считают также, что их удар в преграду произойдет обязательно (т.е. $P_2 = 1$), и проектируют ее так, чтобы исключить пробивание.

Примеры типичных тел, используемых в проектной практике США, приведены в табл. 15.7.

Таблица 15.7. Типичные летящие тела при авариях, рассматриваемые в проектной практике США [135]

Летящее тело	Масса, кг	Скорость, м/с	Площадь удара, см ²	Кинетическая энергия, кН·м
Шток задвижки				
– тяжелый	23	27.5	30	8.7
– средний	14	20	10	2.8
– легкий	0.9	42	5	0.8
Крышка задвижки				
– тяжелая	455	80	850	1456
– средняя	180	43	180	166
– легкая	35	37	130	24
Элементы датчиков КИП	2.5	30	8	1.1
Механизм привода регулирующих стержней	55	92	16	233
Обломки ротора турбины				
Разрыв на малой скорости				
– тяжелый	3715	130	5800	31390
– средний	1860	160	3640	23808
– легкий	90	245	440	2701
Разрыв на большой скорости				
– тяжелый	3715	200	5800	74300
– средний	1860	235	3640	51360
– легкий	90	300	440	4050

15.3.3. Методы и средства защиты АЭС от летящих тел

Как уже было сказано, прежде всего стремятся исключить саму возможность появления летящих тел или, насколько удастся, уменьшить вероятность их образования, т.е. P_1 . Это достигается путем применения консервативных подходов при проектировании оборудования и трубопроводов, проведением регулярных инспекций при их эксплуатации, устройством системы непрерывного наблюдения за их работой, применением технических средств, ограничивающих скорость вращения узлов, исключающих превышение давления, и пр.

Для снижения вероятности удара в элемент АЭС, важный для безопасности, т.е. P_2 , необходимо изучить возможные отказы обо-

рудования, чтобы определить ожидаемые размеры, массы, скорости и траектории летящих тел. В результате можно исключить из рассмотрения те элементы АЭС, до которых эти тела или не долетят, или, долетев, будут иметь слишком малую энергию. Этого же можно достигнуть, уточнив возможную зону их выброса. Например, достаточно определенными являются направления выброса клапанного штока, места падения предметов, ударов при биении разорвавшихся трубопроводов, действия струй. Обломки быстро вращающихся деталей также вылетают под малым углом к плоскости вращения. На основе такого исследования удастся сузить круг рассматриваемых элементов АЭС или принять компоновочные решения, чтобы убрать эти элементы из зоны возможного поражения.

Дальнейшее снижение вероятности P_2 достигается путем установки специальных устройств, удерживающих или отклоняющих летящие тела вблизи места их образования. Часто эту роль играют тяжелые стальные корпуса насосов, статоры моторов и генераторов, которые могут удержать обломки роторов. На участках возможных разрывов трубопроводов применяют специальные ограничители, препятствующие биению. Но при установке таких устройств надо убедиться, что не произойдет их отказ одновременно с отказом оборудования, сопровождающимся вылетом летящих тел, и что сами они не будут сорваны с места и не превратятся в летящие тела.

Важнейшим аспектом снижения P_2 являются принципы компоновки оборудования. Разумеется, она выбирается прежде всего по технологическим соображениям. Но в тех случаях, когда это возможно, удачное размещение оборудования позволяет понизить или исключить опасность удара в него. Например, вылет обломков ротора турбины, как правило, происходит в пределах угла в 25° к плоскости вращения. Поэтому часто ось турбины располагают по радиусу защитной оболочки реакторного отделения, что исключает попадание в нее обломков ротора. Подобным образом часто можно разместить клапаны, насосы, баллоны с газом под высоким давлением, чтобы зоной удара обломков оказалась защитная бетонная конструкция. Единственным ограничением такого подхода является обеспечение условий обслуживания и инспекции оборудования.

Самым действенным методом защиты является возведение специальных барьеров между источником летящих тел и ответственным оборудованием. Чаще всего используют бетонные или стальные плиты, но могут применяться и другие устройства (например, стальные сетки или дефлекторы, изменяющие направление полета). Методы расчета таких барьеров изложены в гл. 7.

Если невозможно доказать, что вероятности P_1 и P_2 достаточно малы, то следующим шагом является снижение до приемлемого уровня вероятности недопустимых повреждений ответственных элементов, т.е. P_3 . Один из основных способов достижения этого —

физическое разделение дублирующих систем безопасности. Это по существу также вопрос размещения оборудования, о котором уже говорилось. Вообще физическое разделение систем на АЭС предпринимается для обеспечения их независимой работы и уменьшения вероятности отказов по общим причинам. Летящие тела и являются одной из таких причин. При образовании только одного-двух летящих тел (падении предметов, выбросе деталей клапанов, биении трубопроводов и т.п.) физическое разделение является эффективным способом защиты. Но когда летящих тел образуется много (при разрыве сосудов, взрывах, превышении скорости вращения и пр.), требуется внимательный анализ возможности поражения сразу нескольких систем.

Как уже было отмечено, вторичным воздействием удара летящих тел может оказаться изменение параметров среды (влажности, температуры, давления). Необходимо предусмотреть меры сохранения работоспособности оборудования при таких условиях.

При проектировании систем безопасности обычно стараются закладывать предпочтительный сценарий протекания их отказов, в том числе безопасную траекторию разлета обломков.

Глава 16

ПРОЧНОСТЬ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ УДАРЕ САМОЛЕТА И ВЗРЫВЕ

В данной главе описаны прочностные расчеты строительных конструкций АЭС на удар самолета и ВУВ. Расчеты выполнялись детерминистическими методами. Вероятностный анализ при ударе самолета будет рассмотрен в гл. 18.

16.1. Предварительные замечания

Удар самолета и ВУВ создают очень большие нагрузки на сооружения. В связи с этим необходимо проверять не только прочность отдельных конструкций, но также прочность и устойчивость здания в целом и его фундаментов.

Рассматриваемые воздействия имеют ярко выраженный динамический характер. Поэтому расчет прочности при создаваемых ими нагрузках должен производиться либо динамическими методами, либо на квазистатическую нагрузку, найденную с использованием коэффициента динамичности (см. гл. 4).

Для снижения трудоемкости расчетов предпочтительно проверить прочность всех строительных конструкций здания сразу, по единой конечно-элементной расчетной схеме. Однако чтобы достаточно точно определить внутренние усилия во всех конструкциях реального сложного сооружения, необходима расчетная схема с очень большим числом степеней свободы, а значит, значительные вычислительные возможности.

По этой причине часто здание подразделяют на первичные конструкции и закрепленные на них подконструкции (или основную систему и подсистемы) и выполняют расчет в две стадии. На первой используется «грубая» расчетная схема для первичных конструкций, в которой вторичные учтены упрощенно. С ее помощью рассчитывают вынужденные колебания здания и находят законы движения его точек (чаще всего – ускорения, или «позтажные акселерограммы», ПА), по которым вычисляют позтажные спектры отклика (ПС). Затем, используя их в качестве возмущающего воздействия, выполняют расчет вторичных конструкций. Процедура расчета ПА и ПС описана в гл. 17.

Расчет с применением ПА и ПС ничем в принципе не отличается от расчета конструкций на сейсмостойкость. Если в качестве характеристики возмущения использован ПС, то это предполагает расчет по линейно-спектральной теории. Методы таких расчетов подробно описаны в [12] и здесь рассматриваться не будут.

Согласно нормам [50], при проверке прочности строительных конструкций на удар самолета и ВУВ могут использоваться повы-

шенные прочностные характеристики материалов в соответствии с нормами [29] (см. гл. 1).

16.2. Общие положения учета падения самолета на АЭС

16.2.1. Нагрузки и воздействия при падении самолета

Падение самолета на АЭС создает целый комплекс нагрузок и воздействий. Прежде всего это механические нагрузки на строительные конструкции, которые разделяются на два вида: за счет разрушения фюзеляжа и за счет удара твердого обломка самолета (чаще всего рассматривают удар турбины двигателя). При определении нагрузок первого вида фюзеляж самолета рассматривают как легко разрушающееся тело. Методам определения таких нагрузок посвящена гл. 8, где приведены примеры нагрузок для самолетов нескольких типов (для других типов нагрузки можно найти в [19]). При ударе твердого обломка расчет прочности выполняют по эмпирическим формулам, приведенным в гл. 7.

Помимо механических нагрузок необходимо учитывать возможность пожара и/или взрыва авиационного топлива, количество которого может измеряться тоннами.

16.2.2. Задачи и методы защиты АЭС от авиакатастрофы

Чтобы гарантировать безопасность АЭС при падении самолета, необходимо решить следующие задачи.

1. Обеспечение общей прочности и устойчивости зданий АЭС, в которые нанесен удар.
2. Обеспечение локальной прочности строительных конструкций при действии нагрузок от самолета и его обломков.
3. Расчет вынужденных колебаний зданий АЭС, вызванных ударом, и определение динамических нагрузок на технологическое оборудование и трубопроводы.
4. Обеспечение прочности и работоспособности оборудования и трубопроводов, важных для безопасности, при действии этих динамических нагрузок.
5. Предотвращение последствий пожара и/или взрыва авиационного топлива.

Обеспечение защиты АЭС может привести к ее значительному удорожанию. Поэтому прежде всего стремятся свести к минимуму количество элементов, для которых необходимо учитывать данное воздействие. Это достигается путем такого рассредоточения сооружений АЭС на генплане, чтобы при падении самолета они не могли быть одновременно выведены из строя. Так, согласно рекомендациям МАГАТЭ [112], если здание, в котором находятся дублирующие системы безопасности, расположены дальше 40 м друг от друга, то

на нагрузки от разрушения фюзеляжа самолета, которые особенно велики, их рассчитывать не надо, а только на удары обломков. Это же относится к подземным трубопроводам, каналам и другим объектам, если они разнесены более чем на 15 м. Считается, что 1.5 – 2-метровый слой грунта над ними обеспечивает достаточную защиту от обломков [112].

Защиту дублирующих систем, расположенных в одном здании, также можно осуществить путем их физического разделения, но при этом следует учитывать, что динамические нагрузки при ударе действуют на них одновременно, и необходимо предотвратить их отказ по общей причине.

16.2.3. Требования к расчетам на удар самолета

Обеспечение прочности строительных конструкций при ударе самолета регламентируется нормами [50]. При данном воздействии, как и при всех иных, требования норм направлены на безусловную гарантию безопасной остановки реактора и поддержание его в остановленном состоянии, отсутствие выхода радиоактивных продуктов за установленные пределы. Для этого должно быть предотвращено сквозное пробивание самолетом или его обломками ограждающих строительных конструкций, обеспечено отсутствие растрескивания последних и разлета обломков бетона изнутри (если они представляют опасность), предотвращение попадания внутрь здания авиационного топлива, что может повлечь за собой взрыв или пожар.

В настоящее время обычно используют консервативное предположение о том, что удар нанесен в наиболее опасное место и под наиболее неблагоприятным наклоном к строительной конструкции в пределах возможных углов падения самолета. При этом считается, что угол падения гражданского самолета составляет от 0 до 10° к горизонту, а военного – от 0 до 45°. Более аккуратный анализ прочности с учетом вероятности как самого удара самолета в здание, так и его направления приведен в гл. 18.

Напряженно-деформированное состояние строительных конструкций зависит от характеристик грунтового основания, на котором возведено здание. Однако они не могут быть определены абсолютно точно и обычно имеют достаточно большой разброс. При расчете АЭС на сейсмическое воздействие, учет которого в проекте обязателен, вариация характеристик основания оказывает существенное влияние на результат и должна приниматься во внимание. Но при ударе самолета влияние этой вариации невелико, поэтому можно принимать средние значения характеристик [112].

В сочетании нагрузок, действующих одновременно с ударом самолета, достаточно включать только постоянные и длительно действующие нагрузки: собственный вес, вес оборудования, нагрузки при нормальных условиях эксплуатации АЭС и т. п.

Максимальные внутренние усилия в строительных конструкциях достигаются вблизи места удара, а в остальной части здания малы. В этом состоит отличие данного воздействия от сейсмического, например, при котором внутренние усилия в различных частях здания имеют примерно одинаковый порядок величин. Такую особенность распределения внутренних усилий следует иметь в виду при разработке математических моделей рассчитываемых конструкций. Они могут быть линейно-упругими, за исключением, возможно, области, ближайшей к месту удара.

Напряженно-деформированное состояние конструкции при нагрузке, создаваемой разрушением фюзеляжа, можно найти квазистатическим или динамическим методом. Квазистатический расчет производится с применением коэффициента динамичности, на который следует умножить максимальное значение динамической нагрузки, и полученную эквивалентную нагрузку приложить к конструкции как статическую. Примеры коэффициентов динамичности при ударах некоторых самолетов приведены в гл. 8. Преимущество такого расчета состоит в его относительной простоте, а также в том, что эквивалентную статическую нагрузку проще рассматривать в сочетании с другими, также статическими нагрузками. Однако этот метод не учитывает действующие на конструкцию инерционные силы, которые могут быть значительными. Кроме того, невозможно учесть тот факт, что вследствие колебаний конструкции большие усилия могут возникать не только в тех же местах, что и при статическом действии нагрузки, но и в иных (например, эффект «упругой отдачи») конструкции, см. разд. 16.3).

Значительно более точным, но и более сложным является динамический расчет при задании нагрузки, зависящей от времени. Внутренние усилия в конструкции, получаемые в результате такого расчета, также зависят от времени. Поэтому для проверки ее прочности требуется найти момент времени, когда эти усилия наиболее неблагоприятны, и по ним подобрать геометрические размеры сечений и армирование. Поскольку в разных точках конструкции эти моменты времени могут не совпадать, то обычно приходится рассматривать несколько вариантов внутренних усилий. Такой анализ является достаточно трудоемким, но при ударе самолета его упрощает то, что наибольшие внутренние усилия достигаются, как правило, в «пятне удара» и вблизи него, а с удалением от него быстро убывают. Это позволяет ограничить область, в которой необходимо производить анализ усилий.

Нормы [50] допускают при расчетах на удар самолета работу железобетонных конструкций за пределами упругих деформаций, не ограничивают ширину раскрытия трещин (при условии отсутствия опасности неконтролируемых протечек радиоактивных жидкостей и газов). Очевидно, что точно определить неупругие деформа-

ции можно только посредством нелинейного динамического расчета. При использовании квазистатического метода иногда учитывают неупругие деформации полумэмпирическим методом, вводя понижающие коэффициенты к нагрузке или повышающие – к прочностным характеристикам материалов. Но соответствующие коэффициенты сильно зависят от особенностей конструкции, и их следует использовать с осторожностью.

Для того чтобы произвести динамический расчет конструкции, особенно с учетом ее неупругой работы, необходимо располагать достаточно мощной вычислительной техникой и совершенным программным обеспечением. Для уменьшения требований к вычислительным средствам иногда «вырезают» из всей конструкции рассчитываемую часть, по контуру которой задают те или иные граничные условия (чаще всего заделку или шарнирное опирание). Но при этом надо иметь в виду, что такой прием вносит неопределенность в результаты расчета, так как они зависят и от размера «вырезанного» участка, и от принятых условий закрепления его границ. Для исключения этой неопределенности предпочтительнее все же выполнять динамический расчет здания или ударяемой конструкции в целом.

16.3. Динамический расчет железобетонной защитной оболочки на удар самолета

В качестве примера приведем результаты расчетов на удар самолета наружной защитной оболочки реакторного корпуса АЭС с водо-водяным энергетическим реактором ВВЭР-1000, компоновка которого была изображена ранее (см. рис. 14.2). Предполагается удар большого коммерческого самолета *Boeing 474-400* (законы изменения нагрузки на строительную конструкцию и площади пятна удара – см. рис. 8.29 и 8.30).

Оболочка состоит из цилиндрической части и полусферического купола (рис. 16.1). Наружный диаметр цилиндрической части равен 54.4 м, отметка линии ее сопряжения со сферической +40.6, отметка верха сферической части +67.4. Толщина оболочки была задана на основе опыта ранее выполненных проектов и составляет в цилиндрической части 2.2 м, а в купольной – 1.8 м.

Расчеты выполнялись с использованием комплекса вычислительных программ MSC/PATRAN и MSC/NASTRAN [123–125], разработанных фирмой The MacNeal–Schwendler Corp. Первая является многопрофильной коммерческой программой, с помощью которой создаются конечно-элементные модели для выполнения различных видов расчетов. Она также дает возможность интерпретировать результаты численного анализа. Конечным результатом препроцессорной стадии расчета являются исходные файлы для расчета по второй программе, т. е. MSC/NASTRAN. Это коммерческая программа общего назначения, позволяющая вычислять по методу

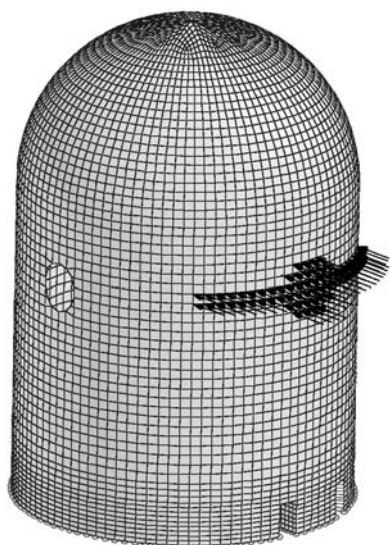


Рис. 16.1. Конечно-элементная модель наружной защитной оболочки

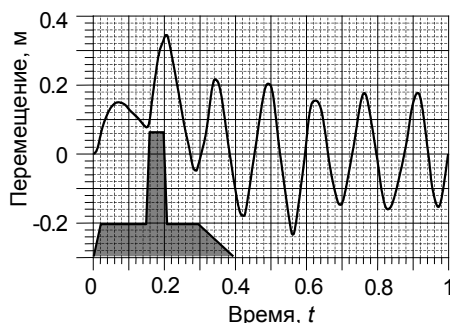


Рис. 16.2. Перемещение центра «пятна удара»

рентные усилия совмещены с ее деформированным состоянием. Рис. 16.3 соответствует моменту времени $t = 0.206$ с. Как видно, оболочка в месте удара «промята» внутрь, но «раздалась» в поперечном направлении. На рис. 16.4 оболочка показана в момент времени $t = 0.56$ с, когда она «выпучилась» в месте удара и сжалась в поперечном направлении. Такое поведение естественно для любой упругой системы с относительным затуханием меньше критического: будучи отклонена от положения равновесия в одну сторону, она затем качнется в противоположную.

конечных элементов поля перемещений и напряжений в 1-, 2- и 3-мерных конструкциях. Решаются задачи расчета на статические и динамические воздействия при линейной или нелинейной работе материалов конструкции. Результаты расчета по этой программе обрабатываются пост-процессором MSC/PATRAN.

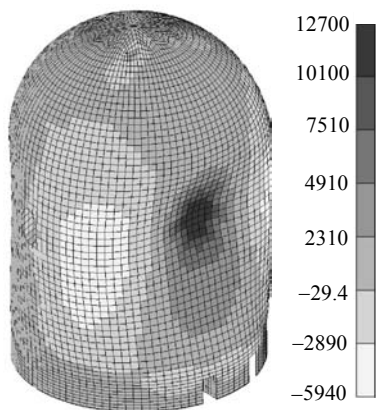
Приведем результаты удара по нормали к цилиндрической части оболочки. Место приложения нагрузки показано на рис. 16.1.

Удар вызывает колебания оболочки. На рис. 16.2 изображено движение центра пятна удара. Закон изменения нагрузки изображен в левом нижнем углу рисунка. В течение времени ее действия происходит наложение

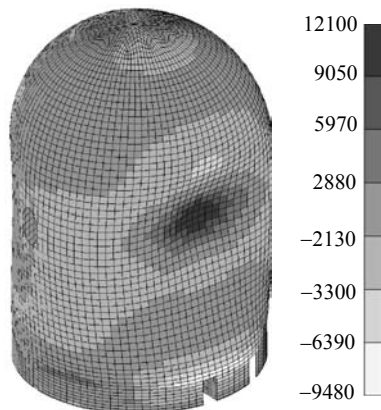
колебаний оболочки на перемещение, соответствующее статическому приложению силы, а после этого оболочка совершает свободные колебания. Ее наибольший прогиб внутрь достигается в момент времени $t = 0.206$ с, а наибольшее обратное перемещение («упругая отдача») – при $t = 0.56$ с.

Характер движения остальных точек оболочки виден на рис. 16.3 и 16.4, где внут-

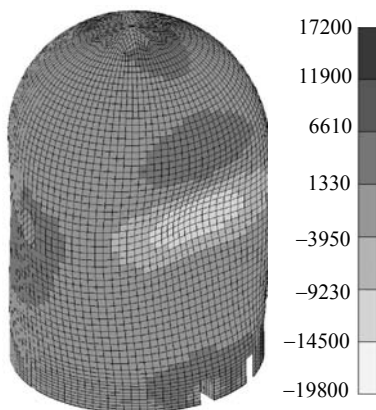
Изгибающий момент в кольцевом направлении, кН·м/м



Изгибающий момент в меридиональном направлении, кН·м/м



Продольная сила в кольцевом направлении, кН/м



Продольная сила в меридиональном направлении, кН/м

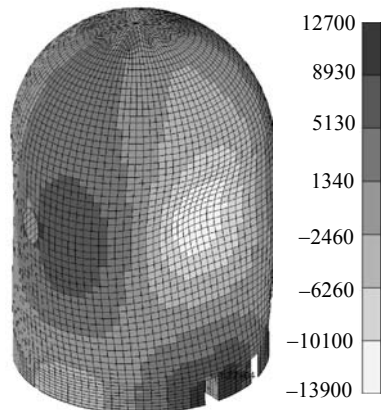
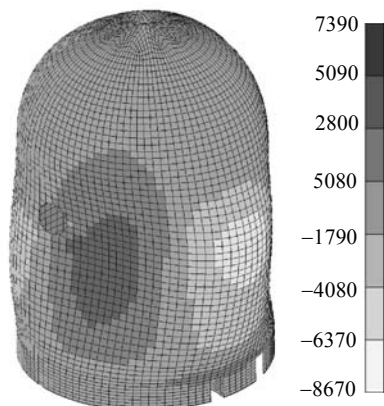


Рис. 16.3. Внутренние усилия в оболочке при наибольшем прогибе внутрь ($t = 0.206$ с); знаки продольных сил: сжатие +, растяжение -

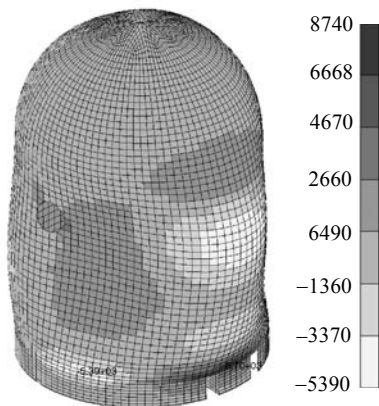
Так же как и перемещения, внутренние усилия в конструкции изменяют свои значения и знаки. Изгибающие моменты в меридиональном и кольцевом направлениях при максимальном прогибе оболочки внутрь показаны на рис. 16.3. Наибольшие усилия достигаются в центре пятна удара, при этом растяжение и раскрытие трещин в бетоне происходит у внутренней поверхности оболочки. Распределение внутренних усилий при максимальной упругой отдаче изображено на рис. 16.4. Наибольшие усилия достигаются в

той же точке, но при этом растянута и растрескалась наружная поверхность оболочки.

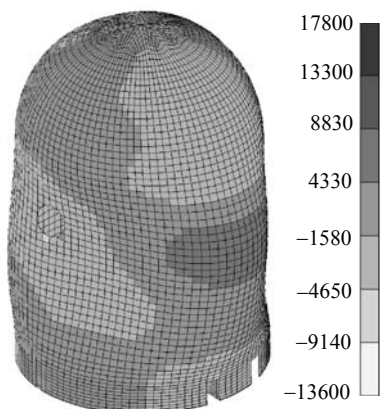
Изгибающий момент в кольцевом направлении, кН·м/м



Изгибающий момент в меридиональном направлении, кН·м/м



Продольная сила в кольцевом направлении, кН/м



Продольная сила в меридиональном направлении, кН/м

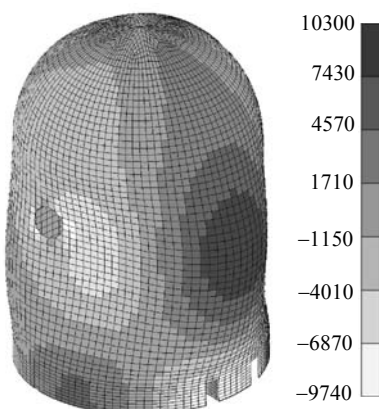


Рис. 16.4. Внутренние усилия в оболочке при наибольшей «упругой отдаче» ($t = 0.56$ с); знаки продольных сил: сжатие +, растяжение –

Вследствие попеременного изгиба оболочки в противоположные стороны в ней образуются сквозные трещины. Их наличие очень важно в связи с проблемой предотвращения проникания в межоболочечное пространство авиационного топлива (керосина), где возможно его возгорание и/или взрыв. Процент армирования оболочки был назначен таким, чтобы напряжения в арматуре не превосходили предела текучести, т. е. чтобы она оставалась в пределах

упругих деформаций. Поэтому после окончания действия нагрузки сквозные трещины будут закрыты за счет упругости арматуры. Тем не менее в качестве дополнительного барьера против авиационного топлива предусмотрена стальная облицовка наружной оболочки изнутри. Она же служит для предотвращения разлета осколков бетона вследствие растрескивания внутренней поверхности при ударе.

Оболочка выполнена из бетона класса В45, армирование осуществляется стержневой арматурой класса АIII. Учитывая кратковременность и высокочастотный характер нагрузки при ударе самолета, при проверке ее прочности в соответствии с нормами [50] использовались повышенные прочностные характеристики материалов, приведенные в нормах [29]. Расчет прочности выполнялся для двух вариантов напряженного состояния: при максимальном прогибе оболочки внутрь и при максимальной «упругой отдаче». Прочность проверялась тремя способами: по российским нормам [4], по Еврокоду [114] и по теории деформирования железобетона с трещинами при сложном напряженном состоянии, разработанной Н. И. Карпенко [33, 34]. Приведем описание и краткое обсуждение этих расчетов.

1. Проверка прочности по нормам России. Расчет произведен по нормам [4], так как работа выполнялась до выхода новых норм [5, 6], но это не изменяет характер выводов. Согласно нормам [4], для определения необходимого количества арматуры выполняется следующий комплекс проверок железобетонной конструкции:

а) расчет на действие изгибающих моментов и продольных сил для обеспечения прочности по нормальному сечению;

б) расчет по наклонным сечениям на действие поперечной силы для обеспечения прочности по наклонной трещине, который производится по наиболее опасному наклонному сечению;

в) расчет на продавливание.

Первые две проверки выполняются на действие внутренних усилий (изгибающих моментов и продольных сил) независимо в двух ортогональных плоскостях (для наружной оболочки – в кольцевом и меридиональном направлениях). Таким образом, нормы [4] не учитывают сложное напряженное состояние элементов пространственной конструкции.

Необходимое количество арматуры в наиболее нагруженном элементе (центре пятна удара), полученное по нормам [4], приведено в табл. 16.1. Поскольку удар может быть нанесен в любую точку, такое же армирование следует принять для всей цилиндрической части оболочки. Результаты расчета будут обсуждены далее.

2. Проверка прочности по теории Карпенко. Теория, разработанная Н. И. Карпенко и другими [33, 34], описывает деформирование железобетона с трещинами с учетом двухосного напряженного состояния конструкции. Суть метода состоит в том, что по внутрен-

ним усилиям, действующим в ортогональных плоскостях, находят площадки главных изгибающих моментов, по которым начинается трещинообразование. После этого определяется необходимое количество арматуры с учетом расположения трещин. Результат такого расчета для защитной оболочки приведен в табл. 16.1. Поперечное армирование по теории Карпенко не определяется и задано таким же, как по российским нормам [4].

3. Проверка прочности оболочки по Еврокоду. Методология проверки прочности железобетонных конструкций, заложенная в Еврокоде [114], существенно отличается от российских норм [4]. Детальный анализ этих отличий выходит за рамки настоящей книги. Отметим только, что, как и в методе Карпенко, учитывается двухосное напряженное состояние конструкции. Имеются также особенности при проверке прочности на продавливание. Ниже приведен процент армирования, полученный по этим нормам (см. табл. 16.1).

Таблица 16.1. Количество арматуры в наружной оболочке по разным методам расчета

Способ проверки прочности (документ)	Вид арматуры					
	Продольная, %				Поперечная	
	Поверхность оболочки				Диаметр стержней, мм	Шаг установки, м
	Наружная		Внутренняя			
	Направление армирования					
	Кольцевое	Меридиональное	Кольцевое	Меридиональное		
Нормы России	0.8	0.9	0.4	0.4	18	0.25×0.25
Теория Карпенко	1.0	1.0	0.4	0.4	18	0.25×0.25
Еврокод	1.3	1.3	0.8	0.9	16	0.25×0.38

4. Обсуждение результатов динамического расчета прочности оболочки. Расчеты показали, что хотя оболочка при ударе прогибается внутрь, требуемое количество арматуры у внутренней поверхности оказалось меньше, чем у наружной. Этот кажущийся парадоксальным результат имеет следующее объяснение.

Внутреннее продольное армирование оболочки подбирается по усилиям при ее максимальном прогибе внутрь, а наружное – при наибольшей «упругой отдаче». Но в первом случае вследствие кривизны оболочки продольные силы, действующие на наиболее нагруженный элемент, являются сжимающими как в меридиональном, так и в кольцевом направлениях (см. рис. 16.3). При упругой же отдаче (см. рис. 16.4) эти силы – растягивающие. Следовательно, в первом случае сечение находится в условиях внецентренного сжатия, а во втором – внецентренного растяжения, что гораздо хуже.

Таким образом, разница в армировании у наружной и внутренней сторон оболочки объясняется наличием сжимающих сил вслед-

ствие ее кривизны. Если удар нанесен в ее цилиндрическую часть, то сжимающие силы в кольцевом направлении больше, чем в меридиональном. Если же удар нанесен в полусферический купол (достаточно далеко от границы цилиндра), то эти силы практически одинаковы. Поэтому, как показывают расчеты (они здесь не приведены), купол обычно может быть тоньше, чем цилиндрическая часть, что и осуществлено в рассматриваемой оболочке. Напротив, при ударе в плоскую конструкцию сжатие отсутствует.

Величина упругой отдачи, от которой зависит требуемое количество продольной арматуры у наружной поверхности оболочки, в свою очередь зависит от закона изменения нагрузки, создаваемой ударом самолета, и от соотношения ее длительности и основного периода колебаний конструкции. Поэтому при ударах различных самолетов и даже одного и того же самолета, но в разные точки конструкции величина упругой отдачи будет неодинаковой.

Расчеты показали, что количество продольной арматуры, необходимое для обеспечения прочности при ударе самолета, достаточно велико. При этом по нормам России и теории Карпенко армирование получается примерно одинаковым. Согласно же Еврокоду, количество арматуры больше – от 30 до 200 % и более, т.е. европейские нормы более консервативны, чем российские.

Если при рассмотренном выше ударе самолета *Boeing 474-400* необходима толщина цилиндрической части оболочки 2.2 м, то при ударах самолетов других типов она может быть меньше. Так, для защиты от удара истребителя-бомбардировщика *Phantom* (см. разд. 8.3.3) достаточно толщины примерно 1.7 м [112], а при ударах легких самолетов *Lear Jet* и *Cessna* (см. разд. 8.3.2) – 0.8 м.

5. Прочность оболочки при ударе двигателя самолета. Проверена прочность той же самой наружной защитной оболочки при ударе двигателя самолета *Boeing 474-400*. Его масса составляет $M = 4300$ кг, диаметр $d = 0.91$ м, скорость удара $v = 150$ м/с. Предполагается, что удар нанесен в цилиндрическую часть оболочки толщиной 2.2 м. Цилиндрическая прочность бетона $f_c = 26.9$ МПа, плотность $\rho = 2350$ кг/м³.

Определена локальная прочность оболочки на пробивание. Двигатель считался абсолютно твердым телом, и проверка производилась по эмпирическим формулам Bechtel Corp. и SEA-EDF, рассмотренным в гл. 7. Для краткости расчет здесь не приводится, а даны только его результаты.

Согласно формулам SEA-EDF, толщина оболочки достаточна для предотвращения пробивания. По формуле Bechtel Corp. оболочка также не будет пробита, но произойдет ее растрескивание изнутри с возможным разлетом осколков бетона. Для его предотвращения требуется толщина оболочки 2.6 м. Однако необходимо отметить, что это значение нельзя считать вполне достоверным, так как

параметры летящего тела и преграды не соответствуют условиям экспериментов, на основе которых была получена формула. По этой причине для предотвращения разлета осколков бетона, которые могли бы привести к повреждению герметичной внутренней оболочки, предусмотрена облицовка наружной защитной оболочки. Эта облицовка также препятствует прониканию авиационного топлива в межоболочечное пространство.

6. Прочность оболочки при взрыве авиационного топлива.

Расчет прочности оболочки выполнялся на взрыв 75 000 кг топлива, которые несет самолет *Boeing 474-400*. Предполагалось, что этим топливом является авиакеросин марки ТС-1.

Прежде всего необходимо отметить, что среди специалистов нет единого мнения относительно самой возможности взрыва авиакеросина. Некоторые считают, что может происходить только его горение, а взрыв невозможен, так как для его реализации необходимо образование взрывной газовойоздушной или капельно-воздушной смеси с достаточно равномерным распределением капель. При больших количествах топлива это является сложной технической задачей, даже если используются специальные средства распыления, применяемые для проведения объемных взрывов. По этой причине авиакеросин, имеющий прочные связи между атомами в молекулах, для объемных взрывов не применяют.

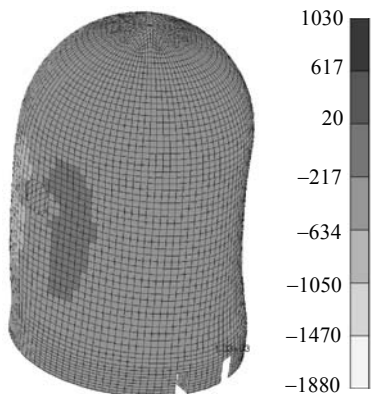
По мнению других специалистов, помимо горения все-таки возможен взрыв авиакеросина, который будет иметь дефлаграционный характер (см. гл. 9). Но для этого необходимо образование паровоздушной смеси, на что уйдет от 0.5 с до 40 мин. Учитывая, что продолжительность действия ударной нагрузки не превосходит 0.4 с, можно сделать вывод, что удар самолета и взрыв не совпадают по времени, т.е. прочность оболочки на эти два воздействия можно проверять независимо.

Метод расчета нагрузки, создаваемой дефлаграционным взрывом, описан в разд. 9.3. Его отличительной особенностью является то, что максимальное давление Δp_{\max} в облаке взрыва зависит только от скорости горения взрывающегося вещества, но не от его количества. От последнего же зависит размер облака и длительность действия нагрузки. Кроме того, при дефлаграционном взрыве время нарастания давления до максимума обычно велико по сравнению с основным периодом колебаний конструкции, и поэтому нагрузку можно рассматривать как статическую (см. гл. 9).

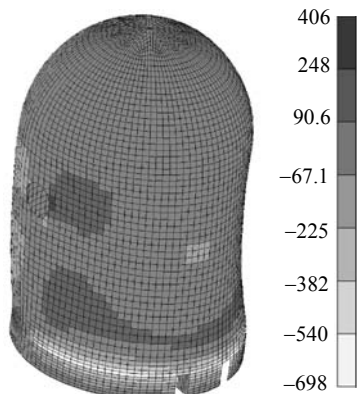
Параметры взрыва авиакеросина ТС-1 были определены в разд. 9.3.2. Максимальное избыточное давление в облаке взрыва составляет $\Delta p_{\max} = 0.35 \cdot 10^5$ Па, а его радиус при взрыве 75 000 кг керосина $R = 50.4$ м. Таким образом, облако взрыва покрывает всю защитную оболочку. Поэтому при проверке ее прочности считалось, что к половине ее поверхности статически приложено нор-

мальное давление Δp_{\max} . Полученные внутренние усилия показаны на рис. 16.5. Они существенно меньше, чем усилия от разрушения фюзеляжа, т.е. прочность оболочки достаточна.

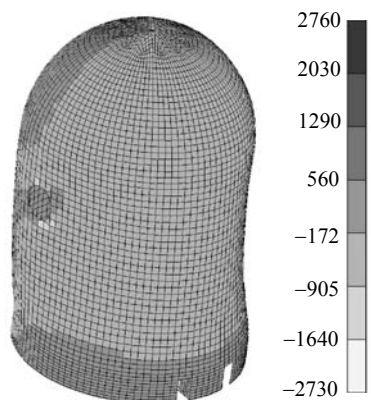
Изгибающий момент в кольцевом направлении, кН·м/м



Изгибающий момент в меридиональном направлении, кН·м/м



Продольная сила в кольцевом направлении, кН/м



Продольная сила в меридиональном направлении, кН/м

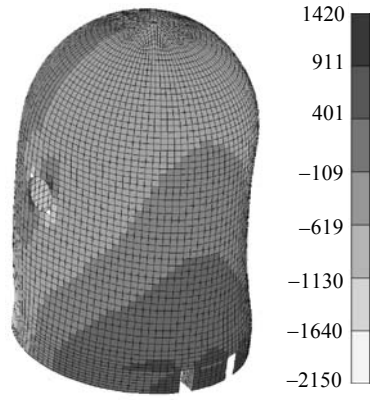


Рис. 16.5. Внутренние усилия в оболочке при взрыве авиационного топлива; знаки продольных сил: сжатие +, растяжение –

Самолеты других типов несут меньше топлива, чем *Boeing 474-400*. Например, в разд. 5.2 был выполнен расчет нагрузки при взрыве 10 000 кг авиакеросина, которые несет истребитель-бомбардировщик *Phantom*. Давление при взрыве будет таким же, как выше, а радиус облака взрыва составит $R = 28.3$ м.

16.4. Учет неупругих деформаций конструкций при ударе самолета

Согласно нормам [50], при ударе самолета допускается появление в строительных конструкциях неупругих деформаций, если это не приводит к утечкам радиоактивных веществ. Такой подход позволяет снизить материалоемкость конструкций.

Кроме этого, в настоящее время работает много АЭС, которые проектировались либо вообще без учета удара самолета, либо, в связи с ужесточением требований к безопасности, надо учесть более тяжелый удар. В этом случае необходимо мобилизовать все ресурсы прочности конструкций, включая их неупругие деформации.

В принципе сегодня имеются вычислительные программы, позволяющие произвести расчет железобетонной конструкции за пределами упругих деформаций. Но, не говоря уже о сложности такого анализа, на практике при его выполнении возникают проблемы с заданием характеристик материалов и критериев отказа конструкций. Это вопрос обсуждался в разд. 5.1.

Более просто и ближе к требованиям строительных норм можно выполнить неупругий расчет с использованием расчетных схем с шарнирами пластичности, рассмотренных в гл. 5. В этом случае анализ распадается на два этапа: сначала обычный линейный конечно-элементный динамический расчет; затем, после достижения внутренними усилиями в конструкции предельных величин, определение неупругих перемещений по схеме с шарнирами пластичности. Критерий отказа конструкции – превышение допускаемой величины неупругих перемещений, указанной в гл. 1.

Посредством неупругого расчета можно также выполнить анализ последовательного пробивания самолетом нескольких строительных конструкций. Такая проблема актуальна в том случае, когда помещения, содержащие радиоактивные среды, находятся внутри неотчетственного здания, т.е. защищены снаружи строительными конструкциями, которые могут быть разрушены самолетом.

Пример такого здания показан на рис. 16.6. Предполагается удар самолета *Lear Jet-23*, характеристики которого приведены в разд. 8.2.3. Внутренние помещения, где находятся радиоактивные материалы, на рисунке затенены. По условиям защиты от радиационного излучения ограждающие их («ответственные») стены и перекрытия имеют толщину 600 мм и должны оставаться в пределах упругости. Снаружи они защищены неотчетственными строительными конструкциями, которые могут быть разрушены самолетом. Например, при ударе самолета со стороны ряда И одна из ответственных стен, а именно стена № 3 защищена двумя неотчетственными стенами толщиной по 300 мм – №1 и 2 (см. рис. 16.6). Материал всех стен – бетон В25, армирование стен симметричное.

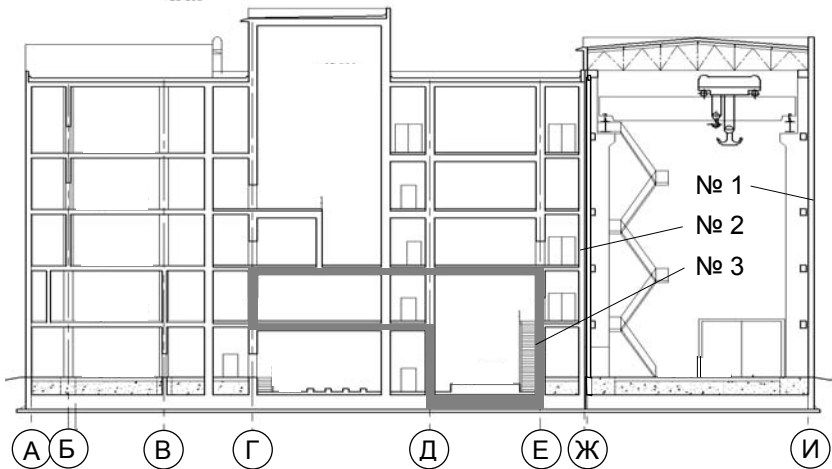


Рис. 16.6. Расположение помещений, содержащих радиоактивные вещества (контур выделен серым цветом), внутри неответственного здания

Обеспечить безопасность ответственной стены № 3 можно различными способами.

Способ 1 – спроектировать стену № 1 таким образом, чтобы самолет не пробил ее. Для этого придется увеличить ее толщину до 600 мм. Здесь возможны два варианта:

а) стена № 1 при ударе сохраняет упругость. В этом случае ее расчет можно выполнить динамическим методом на нагрузку, показанную ранее (см. рис. 8.11,а), или квазистатическим с использованием коэффициента динамичности (см. рис. 8.11,б). Методы выполнения первого расчета рассмотрены в гл. 2, а второго – в гл. 4. Требуемое количество арматуры показано в табл. 16.2;

б) в соответствии с нормами [50] в стене № 1 допускаются неупругие деформации. Неупругий расчет можно выполнить, задав нагрузку, показанную ранее (см. рис. 8.11,а). В этом случае армирование стены, требуемое для сохранения прочности, почти в три раза меньше, чем при сохранении упругости (см. табл. 16.2).

Способ 2 – допустить последовательное пробивание самолетом стен № 1 и 2, за счет чего погасить его энергию настолько, чтобы стена № 3 при ударе осталась упругой. В этом случае толщины стен увеличивать не требуется. Одновременное разрушение самолета и движения стены рассчитывается по уравнениям (8.79)–(8.80). При ударе самолета в стену № 1 его скорость равна 100 м/с, а после ее пробивания падает до 73 м/с; при этом разрушаются передние 4.15 м фюзеляжа. После пробивания стены № 2 скорость уменьшается до 41.5 м/с, и разрушены 4.22 м фюзеляжа. При ударе в стену № 3 разрушится еще 3.30 м фюзеляжа; деформация арматуры в стене оста-

нется в пределах упругости. При использовании этого способа защиты (см. табл. 16.2) толщины стен увеличивать не надо, а суммарное количество арматуры в них меньше, чем необходимо было бы поставить в стену № 1 при сохранении ею упругости.

Таблица 16.2. Способы защиты ответственных стен

Способ защиты	Толщина стены, мм	Стадия работы	Армирование, см ² /м
За счет стены № 1	600	Упругая	55
		Неупругая	19
За счет пробивания стен № 1 и № 2	300	Стена № 1 пробита	15.7
	300	Стена № 2 пробита	15.7
	600	Стена № 3 упругая	15.7

16.5. Прочность строительных конструкций при взрыве

Нагрузки на здание при взрывах были рассмотрены в гл. 9. При детонационном взрыве происходит обтекание здания ВУВ, в процессе которого на его наружные поверхности действует зависящее от времени давление. Законы его изменения на фронтальной, боковых, тыльной стенах и на кровле приведены в разд. 9.2.3. Прочность строительных конструкций можно проверить, задав воздействие такой нагрузкой и произведя динамический расчет по МКЭ.

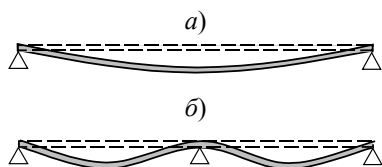


Рис. 16.7. Формы колебаний балок при взрыве:
а – однопролетной; б – двухпролетной

Другой способ – заменить динамическую нагрузку эквивалентной статической, равной произведению максимального значения динамической нагрузки и коэффициента динамичности k_d . При расчетах этим способом конструкция должна быть представлена в виде эквивалентной системы с одной степенью свободы, от собственной частоты которой

зависит коэффициент динамичности. Процедура определения параметров эквивалентной системы, а также значения k_d при различных законах изменения давления приведены в гл. 4.

Иногда в качестве эквивалентной частоты принимают собственную частоту конструкции, соответствующую моде, конфигурация которой близка к перемещениям конструкции при действии статического давления. Например, для однопролетной балки (рис. 16.7,а) – это первая собственная частота, а для двухпролетной (рис. 16.7,б) – третья.

Обычно раздельно проверяют прочность всего здания (скажем, устойчивость железобетонного или металлического каркаса) и его

отдельных конструктивных элементов (например, стеновых или кровельных панелей).

При проверке прочности всего здания необходимо учитывать, что при его обтекании ВУВ давление на разных поверхностях (фронтальной, боковых, тыльной стенах и на кровле) приложено не одновременно, законы изменения давления на них различны, и оно действует в разных направлениях (см. гл. 9). Поэтому эти нагрузки могут в принципе уравновешивать друг друга, но это зависит от соотношения размеров здания, длительности фазы сжатия ВУВ и скорости ее фронта. Поскольку эта скорость больше звуковой, в документе МАГАТЭ [112] рекомендуется при длине здания от 50 до 75 м (в направлении, параллельном движению фронта) прикладывать давление ВУВ ко всем наружным поверхностям одновременно. Для зданий большего размера следует учитывать сдвиг нагрузок по времени более точно. Отметим, что в [112] эта рекомендация сделана применительно к ВУВ с продолжительностью фазы сжатия, составляющей десятки доли секунды. Она тем более справедлива при использовании нагрузки из норм России [50], где продолжительность фазы сжатия составляет 1 с, а также при расчетах на давление при дефлаграционном взрыве, продолжительность которого также измеряется секундами (гл. 9).

Для определения эквивалентной статической нагрузки на все здание нужно вычислить ее равнодействующую (см. пример 2 в разд. 9.2.3), а затем умножить ее максимальное значение на коэффициент динамичности. Эквивалентную частоту можно определить так, как описано в начале данного раздела.

В отличие от этого при проверке прочности отдельных конструкций давление действует с одной стороны и прикладывается во всех их точках одновременно. Коэффициент динамичности определяют для каждого элемента отдельно.

При анализе прочности строительных конструкций на действие взрыва следует использовать повышенные прочностные характеристики материалов, как описано в гл. 1. Кроме того, необходимо задавать критерий отказа конструкций исходя из требований к выполнению ими проектных требований. Существенный выигрыш может дать учет перемещений конструкции за пределами упругости, если они в ней могут реально развиваться и допустимы по условиям эксплуатации. Такие расчеты железобетонных и металлических конструкций описаны в гл. 5.

Глава 17

КОЛЕБАНИЯ ЗДАНИЙ И НАГРУЗКИ НА ВТОРИЧНЫЕ СИСТЕМЫ ПРИ УДАРЕ САМОЛЕТА И ВЗРЫВЕ

Удар самолета и воздушная ударная волна (ВУВ) вызывают интенсивные колебания зданий АЭС и, вследствие этого, динамические нагрузки на расположенные в них трубопроводы и технологическое оборудование. Они играют роль вторичных систем (или подсистем, подконструкций), закрепленных на первичной системе (или основной конструкции), в качестве которой выступает здание. Для определения этих динамических нагрузок требуется рассчитать вынужденные колебания здания. Таким же образом можно проверить прочность тех строительных конструкций самого здания, которые можно рассматривать как вторичные системы, закрепленные на основной.

Глава посвящена методам расчетов вынужденных колебаний зданий при ударе самолета и ВУВ и определению нагрузок на вторичные системы.

17.1. Предварительные замечания

Рассматриваемые методы расчета вторичных систем используются для расчета как технологического оборудования и трубопроводов (далее для краткости все они именуются «оборудованием»), так и строительных конструкций. При действии экстремальных нагрузок они должны сохранять работоспособность. Далее под этим термином будем понимать выполнение предъявляемых к ним проектных требований (прочности, плотности, величины перемещений, функционирования в течение действия динамических нагрузок или после их окончания и пр.). Для каждого вида оборудования или строительной конструкции эти требования устанавливаются исходя из их роли в обеспечении безопасности АЭС.

Первоначально проблема расчета вторичных систем возникла в связи с обеспечением безопасности АЭС при сейсмическом воздействии, применительно к которому были разработаны способы задания динамических нагрузок и проверки работоспособности. Аналогичным образом решают эту проблему и при ударе самолета и ВУВ, хотя характер этих воздействий и создаваемых ими нагрузок несколько отличается от землетрясения.

Основное внимание уделим не самой проверке работоспособности вторичных систем (для этого применяются методы строительной механики, изложение которых не входит в задачи книги), а определению динамических нагрузок на них и связанным с этим расчетам колебаний зданий.

17.2. Поэтажные спектры отклика

Вынужденные колебания вторичной системы происходят под действием переносного движения точек ее закрепления на первичной, т.е. при кинематическом возмущении. Расчетная проверка работоспособности сегодня чаще всего производится квазистатическим методом, именуемым «линейно-спектральной теорией» (ЛСТ), который описан в разд. 4.3. Этот метод предполагает задание воздействия с помощью спектров отклика, смысл и свойства которых были рассмотрены в разд. 4.3.

При расчете вторичных систем используются *поэтажные спектры отклика** (ПС), задающие динамическое воздействие на отметках здания (первичной системы). Рассмотрим вопросы, связанные с их расчетом.

17.2.1. Процедура расчета поэтажных спектров отклика

Процедура расчета ПС (для определенности – при ударе самолета) схематически изображена на рис. 17.1.

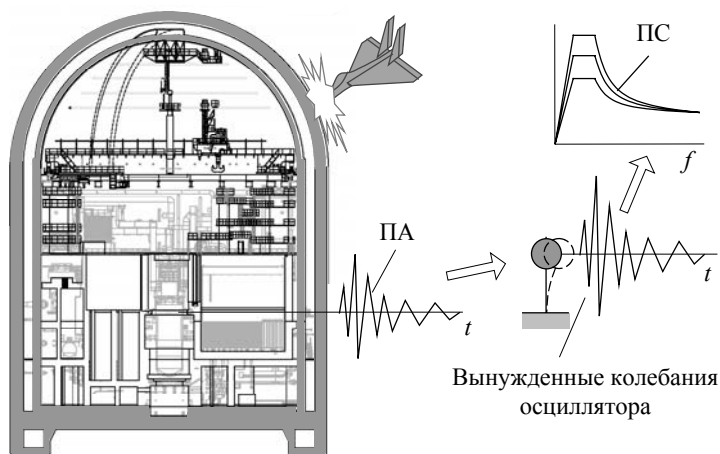


Рис. 17.1. Последовательность расчета ПС

Сначала рассчитывают закон вынужденных колебаний требуемой точки или отметки здания (чаще всего поэтажную акселерограмму – ПА, т.е. абсолютные ускорения). Затем, используя этот закон колебаний в качестве возмущающего воздействия, рассчитывают вынужденные колебания линейных неконсервативных осцилляторов с различными собственными частотами f и значениями затухания ξ . Наконец, по ним строят ПС. Для этого наносят на график значения максимального по модулю отклика осциллятора – от-

* В зарубежной литературе они именуются *Floor Response Spectra* или *In-structure Response Spectra*, т.е. спектры отклика внутри зданий.

носительного перемещения, скорости или абсолютного ускорения, соответствующие каждой комбинации значений частоты f и затухания ξ .

17.2.2. Моделирование зданий для расчета поэтажных спектров отклика

Особенности используемых расчетных моделей. Моделирование сооружений для расчета ПС при сейсмическом воздействии подробно описано в [12]. Однако при расчетах ПС при ударе самолета и ВУВ имеются некоторые особенности, связанные прежде всего с более высокочастотным характером этих нагрузок.

Если при землетрясении весь диапазон частот воздействия ограничен 30–33 Гц, а преобладающие частоты – 10–15 Гц, то в частотном составе нагрузок при ударе самолета и ВУВ существенную роль могут играть частоты порядка 100–200 Гц и более. Поэтому, для того чтобы отразить влияние высоких частот без искажений, необходимо использовать значительно более подробные, чем при землетрясении, модели сооружений. При задании числа их степеней свободы обычно считают, что количество достоверно определенных собственных частот и мод равно примерно половине этого числа.

Необходимо отметить, что такой высокочастотный характер возмущения может объясняться не только реальной природой самих воздействий, но и неудачным способом задания нагрузок, т.е. являться всего лишь математическим артефактом. Удаление этих нереальных частот может позволить снизить требования к детальности математической модели здания. Это будет рассмотрено в следующих разделах.

В настоящее время практические расчеты сооружений, как правило, выполняются с помощью конечно-элементных вычислительных комплексов. При этом одним из самых трудоемких этапов работы является разработка конечно-элементной модели. По этой причине желательно использовать одну и ту же модель и для расчетов прочности, и для динамических расчетов, в том числе ПС. Современные программные комплексы и вычислительная техника позволяют достичь этого.

На рис. 17.2 в качестве примера изображена конечно-элементная модель реакторного отделения АЭС (часть ее удалена, чтобы показать внутренние конструкции здания). Ее характеристики: число степеней свободы 187 260; количество узлов 31 210; число конечных элементов 59 917. Расчеты выполнялись с помощью вычислительного комплекса MSC/PATRAN–NASTRAN [123–125].

Вблизи места удара самолета строительные конструкции могут деформироваться упруго, но в остальной части здания усилия в них малы. Поэтому для расчета вынужденных колебаний здания, как правило, используются линейно-упругие модели. При этом массы

оборудования, жидкости в бассейнах и баках обычно рассматривают как абсолютно твердые тела; учитывают реальные, а не расчетные (с коэффициентами перегрузки) величины временных нагрузок [112].

Интегрирование системы дифференциальных уравнений, описывающих колебания здания, может выполняться как пошаговым методом, так и методом модальной суперпозиции (см. гл. 2). При использовании последнего способа очень трудоемкой частью работы является вычисление высоких собственных частот и соответствующих им мод. Но зато потом с их использованием можно достаточно легко определить ПС при различных вариантах нагрузки, местах удара самолета и пр.

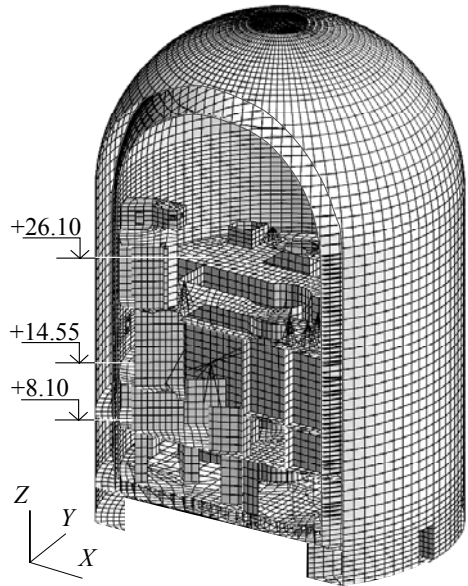


Рис. 17.2. Конечно-элементная модель здания реактора

Учет влияния грунтового основания. Интенсивность вынужденных колебаний конструкций здания, вызванных ударом самолета или ВУВ, сильно зависит от податливости основания. Если, например, произойдет удар самолета в реакторное отделение АЭС, у которого наружная оболочка соединена с внутренними конструкциями только на уровне фундаментной плиты (см. рис. 17.2), то очевидно, что при очень жестком основании колебания на внутренние конструкции почти не передадутся, а при мягком – будут значительно интенсивнее. Способы учета влияния основания при сейсмических расчетах сооружений описаны в [12]. Приведем некоторые важнейшие положения.

Динамические характеристики грунтов, от которых зависит влияние основания, – это плотность грунта ρ , кг/м^3 ; динамический модуль упругости E , Па, и связанный с ним модуль сдвига G , Па; коэффициент Пуассона ν . Они определяются через скорости распространения волн – продольных V_p и поперечных V_s , м/с:

$$E = \rho V_s^2 \frac{3\delta^2 - 4}{\delta^2 - 1}; \quad \nu = \frac{\delta^2 - 2}{2(\delta^2 - 1)}, \quad \text{где } \delta = \frac{V_p}{V_s}. \quad (17.1)$$

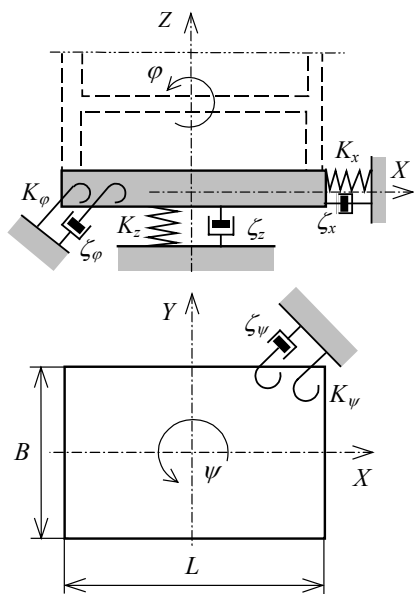


Рис. 17.3. Жесткости и демпферы, моделирующие влияние основания

При сейсмических расчетах считается, что для зданий любого типа основание можно считать недеформируемым, если скорость распространения в нем поперечных волн, определенная с учетом пригрузки от веса здания, $V_s \geq 1100$ м/с [102]. Это, очевидно, справедливо и при других воздействиях.

Основание чаще всего включают в расчетную модель посредством эквивалентных динамических параметров*. Они представляют собой совокупность шести присоединенных к фундаментной плите эквивалентных пружин, отражающих сопротивление основания поступательным перемещениям по трем осям и поворотам относительно них, и соответствующих шести демпферов (рис. 17.3). Их характеристики находят из решения задачи о колебаниях штампа на упругом однородном полупространстве или на слоистом основании, подстилаемом скалой.

В табл. 17.1 и 17.2 приведены часто применяемые в мировой проектной практике формулы для вычисления эквивалентных жесткостей и коэффициентов затухания для оснований под круглыми и прямоугольными в плане фундаментами [102]. Эти формулы применяют и для фундаментных плит более сложных очертаний, сводя их к эквивалентным круглым или прямоугольным. Их размеры опреде-

Модуль сдвига

$$G = \rho V_s^2. \quad (17.2)$$

Модули упругости и сдвига и коэффициент Пуассона связаны соотношением

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (17.3)$$

Степень влияния основания на динамическую реакцию сооружения зависит от соотношения их жесткостей. Для гибких зданий (например, каркасных) это влияние относительно мало, и для них часто можно использовать модель недеформируемого основания. Однако на действии ВУВ и удар самолета обычно рассчитывают очень жесткие и массивные здания АЭС, для которых влияние основания существенно.

* За рубежом их именуют *impedance functions* – импедансные функции.

ляют исходя из равенства с исходной плитой площади их подошвы (при вычислении линейных жесткостей) или момента инерции площади относительно соответствующей оси (для угловых жесткостей).

Таблица 17.1. Эквивалентные характеристики жесткостей и рассеяния энергии в основании круглого в плане сооружения [102]

Направление колебаний	Эквивалентные жесткости	Эквивалентные затухания
Горизонтальное	$K_x = \frac{32(1-\nu)GR}{7-8\nu}$, Н/м	$b_x = 0.576K_xR\sqrt{\frac{\rho}{G}}$, Н·с/м
Вертикальное	$K_z = \frac{4GR}{1-\nu}$, Н/м	$b_z = 0.85K_zR\sqrt{\frac{\rho}{G}}$, Н·с/м
Качание в вертикальной плоскости	$K_\varphi = \frac{8GR^3}{3(1-\nu)}$, Н·м	$b_\varphi = \frac{0.30}{1+B_\varphi}K_\varphi R\sqrt{\frac{\rho}{G}}$, Н·м·с
Поворот в горизонтальной плоскости	$K_\psi = \frac{16}{3}GR^3$, Н·м	$b_\psi = \frac{1}{1+B_\psi}\sqrt{K_\psi I_\psi}$, Н·м·с

Обозначения: $B_\varphi = \frac{3(1-\nu)I_{0m}}{8\rho R^5}$; $B_\psi = \frac{2I_{\psi m}}{\rho R^5}$, где R – радиус фундамента, м; I_{0m} – момент инерции *сооружения* относительно горизонтальной оси, проходящей через центр основания, кг·м²; $I_{\psi m}$ – полярный момент инерции *сооружения* относительно вертикальной оси симметрии, кг·м².

Таблица 17.2. Эквивалентные характеристики жесткостей и рассеяния энергии в основании прямоугольного сооружения [102]

Направление колебаний	Эквивалентные жесткости	Эквивалентные затухания
Горизонтальное	$K_x = 2(1+\nu)G\beta_x\sqrt{BL}$, Н/м	Как для круглого фундамента радиусом $R = \sqrt{BL/\pi}$
Вертикальное	$K_z = \frac{G}{1-\nu}\beta_z\sqrt{BL}$, Н/м	
Качание в вертикальной плоскости	$K_\varphi = \frac{G}{1-\nu}\beta_\varphi BL^2$, Н·м	То же – радиусом $R = \sqrt[4]{BL^3/(3\pi)}$
Поворот в горизонтальной плоскости	Как для круглого фундамента радиусом $R = \sqrt[4]{BL(B^2 + L^2)/(6\pi)}$	

Обозначения: B – ширина фундамента в направлении, перпендикулярном направлению горизонтального возмущения, м; L – длина фундамента в направлении, параллельном горизонтальному возмущению, м; $\beta_x, \beta_z, \beta_\varphi$ – коэффициенты, зависящие от отношения B/L (рис. 17.4).

Жесткости, близкие к вычисленным по формулам из табл. 17.1 и 17.2, получаются из решения статической задачи о штампе на упру-

гом основании [74]. Для естественных (скальных и нескальных) оснований коэффициенты жесткости часто представляют в виде

$$K_x = C_x A; \quad K_z = C_z A; \quad K_\varphi = C_\varphi I_0; \quad K_\psi = C_\psi I_\psi, \quad (17.4)$$

где K_x – линейная жесткость, Н/м, при горизонтальных поступательных перемещениях здания (упругом равномерном сдвиге); K_z – то же, Н/м, при вертикальных поступательных перемещениях (упругом равномерном сжатии); K_φ – угловая жесткость, Н·м, при качении в вертикальной плоскости (упругом неравномерном сжатии); K_ψ – то же, Нм, при повороте в горизонтальной плоскости (упругом неравномерном сдвиге); A – площадь фундаментной плиты, m^2 ; I_0 – момент инерции площади фундамента относительно горизонтальной оси качения, m^4 ; I_ψ – полярный момент инерции площади фундамента относительно вертикальной оси, m^4 ; C_x , C_z , C_φ и C_ψ – коэффициенты, зависящие от вида грунта и размеров основания, H/M^3 .

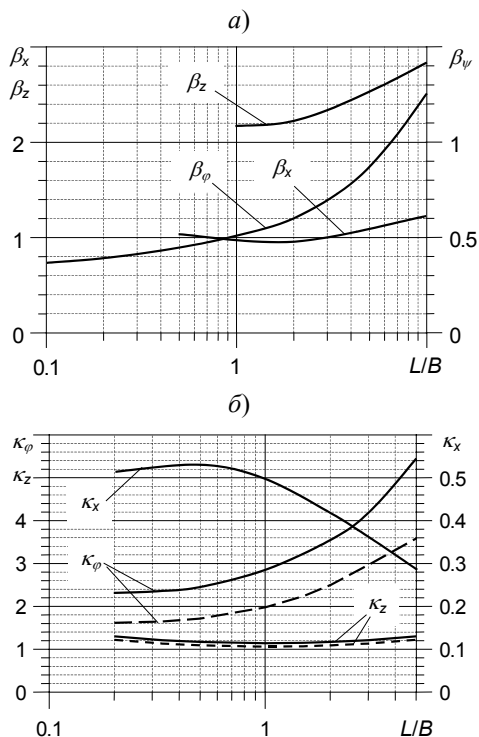


Рис. 17.4. Коэффициенты для определения жесткости основания:

a – по формулам табл. 17.1; *б* – по формулам (17.4) – (17.5) (сплошная линия – жесткий штамп, пунктир – гибкий штамп)

C_φ и C_ψ вычисляются по следующим формулам [24, 26, 74]:

$$C_z = \frac{\kappa_z E}{(1-\nu^2)\sqrt{A}}; \quad C_x = \frac{(1-\nu)}{(1-\kappa_x \nu)} C_z; \quad C_\varphi = \frac{\kappa_\varphi}{\kappa_z} C_z; \quad C_\psi = 1.5 C_x, \quad (17.5)$$

где κ_x , κ_z и κ_φ – коэффициенты, приведенные на рис. 17.4, *a* (коэффициенты κ_z и κ_φ даны для двух случаев: когда фундаментная плита рассматривается как жесткий и как гибкий штамп на упругом полупространстве).

Для однородного основания коэффициенты C_x , C_z ,

При поступательных перемещениях значения жесткостей, получаемые по формулам табл. 17.2, 17.3 и (17.4)–(17.5), достаточно близки, но при угловых – различие больше. Так, жесткость при качании прямоугольного фундамента в вертикальной плоскости по формулам (17.4)–(17.5) примерно равна жесткости по табл. 17.2, умноженной на $\sqrt{B/L}$. Таким образом, при $B/L = 1$ они совпадают, но чем более удлиненным является фундамент, тем разница между ними больше.

При мягких грунтах формулы (17.5) занижают жесткость основания [74]. Поэтому для таких грунтов предложены полуэмпирические формулы, вариант которых содержится в нормах [92]. Согласно ему, жесткости основания рассчитываются по формулам (17.4), в которых коэффициенты

$$C_z = b_0 E_d \left(1 + \sqrt{\frac{A_{10}}{A}} \right); \quad C_x = 0.7 C_z; \quad C_\varphi = 2 C_z; \quad C_\psi = C_z, \quad (17.6)$$

где b_0 – коэффициент, м^{-1} (для песчаных грунтов $b_0 = 1.0$; для супесей и суглинков $b_0 = 1.2$; для глин и крупнообломочных грунтов $b_0 = 1.5$); E_d – модуль деформации грунта под подошвой фундамента, Па; A – площадь подошвы фундамента, м^2 (если $A > 200 \text{ м}^2$, то при вычислении C_z следует принимать $A = 200 \text{ м}^2$); A_{10} – площадь эталонного штампа при испытаниях грунта, $A_{10} = 10 \text{ м}^2$.

Приведенные выше формулы дают значения *суммарных* жесткостей основания, и в динамической расчетной схеме здания полученные «пружины» присоединяют в одной точке – центре тяжести фундамента. Такое представление оправдано, если пренебрегают податливостью фундаментной плиты. В противном случае, например, при конечно-элементной схематизации здания, следует учесть распределение жесткостей по подошве плиты. Для K_x и K_z это наиболее просто сделать, приняв для них равномерное распределение. Тогда суммарная жесткость (например, K_z) раскладывается на сумму элементарных жесткостей k_{zi} , пропорциональных площадям, отнесенным к точкам подошвы (узлам конечно-элементной сетки), в которых они присоединены. Можно принять более правдоподобное допущение о распределении жесткостей, например, считать его «седловидным». Обсуждение этого вопроса можно найти в [12].

Но если линейные жесткости распределены по подошве фундамента, то они оказывают сопротивление и повороту здания. Если, например, жесткость k_{zi} присоединена в точке на расстоянии r_i от оси поворота (качания), то при повороте она создает угловую жесткость $k_{zi} r_i^2$. Для учета этого обстоятельства представим k_{zi} в форме, аналогичной (17.4), а именно: $k_{zi} = C_z a_i$, где a_i – площадь, отнесенная к i -й точке подошвы фундамента. Сумма этих угловых жесткостей

$$K'_\varphi = C_z \sum_i a_i r_i^2 \approx C_z I_0, \quad (17.7)$$

где I_0 – момент инерции площади подошвы относительно оси поворота, м^4 .

Эта угловая жесткость меньше суммарной жесткости K_φ , и поэтому к плите необходимо присоединить угловую жесткость $K_{\varphi,к}$, компенсирующую эту разность:

$$K_{\varphi,к} = K_\varphi - K'_\varphi = (C_\varphi - C_z) I_0. \quad (17.8)$$

Если обозначить

$$\Delta_\varphi = C_z / C_\varphi, \quad (17.9)$$

то компенсирующая угловая жесткость

$$K_{\varphi,к} = \Delta_\varphi K_\varphi. \quad (17.10)$$

Ее распределение по плите можно принять равномерным. При использовании формул из табл. 17.1 $\Delta_\varphi = 0.375$, а формул (17.6) – $\Delta_\varphi = 0.5$.

Аналогично можно получить выражение для компенсирующей угловой жесткости при повороте в горизонтальной плоскости:

$$K_{\psi,к} = \Delta_\psi K_\psi, \quad (17.11)$$

где для формул из табл. 17.1 $\Delta_\psi = \frac{3(1-\nu)}{7-8\nu}$, а при использовании формул (17.6) – $\Delta_\psi = 1$.

Здания АЭС часто бывают более или менее заглублены в грунт. Жесткость боковой засыпки следует добавить к жесткости основания по подошве фундамента. Ее значение можно вычислить, например, методом конечных элементов или приближенно (учитывая, что перемещения происходят по нормали к поверхности контакта со стеной, воспользоваться формулой для K_z). Однако уже при первых поперечных перемещениях здания засыпка может частично «обмяться», и неясно, какая же часть засыпки в итоге будет оказывать упругое сопротивление. Поэтому, например, в практике проектирования АЭС в США исключают из рассмотрения верхние 6 м засыпки. Правда, если на поверхности основания рядом с рассматриваемым зданием располагается другое массивное сооружение, пригрузка от которого эквивалентна давлению 6-метрового слоя грунта, то засыпка учитывается на всю глубину. Кроме того, согласно американской практике, *если отношение заглубления к эквивалентному радиусу фундаментной плиты не превышает 0.3, то заглубление вообще не принимают во внимание*. При этом в качестве расчетных должны приниматься характеристики грунта под подошвой фундаментной плиты [102].

При сейсмическом воздействии большое влияние на величину ПС оказывает вариация жесткости основания. Поэтому при этом воздействии ПС вычисляют при нескольких значениях модуля сдвига грунта, а в качестве расчетного ПС принимают их огибающую.

В отличие от этого при ударе самолета и ВУВ влияние вариации основания на величины ПС существенно меньше. Поэтому в этих случаях можно их вычислять только при одном, среднем значении модуля сдвига [112]. Разумеется, это справедливо, если речь идет об одной конкретной площадке строительства. Если же проектируется типовая АЭС, которую планируется устанавливать на площадках с разными грунтовыми условиями, то необходимо учесть весь возможный диапазон изменения жесткости грунтов.

Учет потерь энергии в системе «сооружение – основание». Величина ПС сильно зависит от потерь энергии в системе «сооружение – основание» (см. рис. 4.10): чем они больше, тем меньше спектральные ускорения в резонансном диапазоне частот.

Формулы для нахождения потерь энергии в основании уже были приведены (см. табл. 17.1 и 17.2). Заметим, что, согласно требованиям надзорных органов США, величина потерь энергии в основании ограничивается по сравнению с этими величинами.

В табл. 17.3 приведены значения затухания в различных элементах АЭС при сейсмическом воздействии, заданные в нормах США [136]. При их использовании надо иметь в виду следующее.

Значения затухания заданы для двух уровней напряжений. Уровень 1 соответствует примерно 67 %, а уровень 2 – примерно 90 % от предельной прочности конструкции.

Затухание в строительных конструкциях задано в предположении, что все они относятся к одному типу и выполнены из одинакового материала. Способ задания затухания для конструкций, включающих разные подсистемы, можно найти в [12]. Для стальных конструкций, включающих соединения разных типов, должно использоваться меньшее из значений затухания. Допускается задавать «среднее взвешенное» значение для всей конструкции, определенное в зависимости от относительного количества соединений различного типа.

При расчетах поэтажных спектров отклика затухание в строительных конструкциях следует, как правило, принимать, как при уровне напряжений 1. При этом оно отражает потери энергии только в сооружении, но не в его основании.

Значения затухания в трубопроводных системах, приведенные в табл. 17.3, являются средними. Если динамическое воздействие на такую систему задано посредством одинакового спектра отклика на всех опорах, то допускается задавать затухание в зависимости от собственной частоты, как показано на рис. 17.5.

Таблица 17.3. Коэффициенты относительного затухания ζ в различных элементах АЭС [136]

Тип конструкции	Коэффициент ζ при уровне напряжений	
	1	2
Строительные конструкции		
Железобетонные	0,04	0,07
Армированные кирпичные	0,04	0,07
Предварительно напряженные железобетонные	0,03	0,05
Стальные сварные и на высокопрочных болтах (фрикционно-болтовые)	0,03	0,04
Стальные на обычных болтах	0,05	0,07
Трубопроводные системы	0.03	0.04
Кабельные коммуникации		
Кабельные лотки		
Максимально нагруженные	0.07	0.10
Пустые	0.05	0.07
С противопожарным покрытием или устройствами, удерживающими кабели от перемещений в лотке	0.05	0.07
Кабельные каналы		
Максимально заполненные кабелями	0.05	0.07
Пустые	0.03	0.05
Короба теплоснабжения, отопления, вентиляции		
Фальцевое соединение	0.07	0.10
Фланцевое соединение	0.05	0.07
Сварные	0.03	0.04
Механические и электрические устройства		
Корпуса моторов, вентиляторов и компрессорных установок (ограждающие и опорные конструкции)	0.02	0.03
Котлы под давлением, теплообменники, корпуса насосов и задвижек (граница давления)	0.02	0.03
Сварные подставки под аппараты (опорная конструкция)	0.02	0.03
Электрические шкафы, панели и машинные центры управления (ограждающие и опорные конструкции)	0.02	0.03
Колебание жидкости в резервуарах под атмосферным давлением		
Импульсивная составляющая нагрузки	0.02	0.03
Нагрузка за счет плеска воды	0.005	0.005

Если расчет трубопровода производится не по спектру отклика, а на акселерограмму, то применение затухания по рис. 17.5 требует дополнительного обоснования. Кроме того, этот способ непригоден,

если с целью увеличения рассеяния энергии в опорах трубопровода допускаются неупругие деформации.

Для механических и электрических устройств приведенные значения затухания применяют для пассивных компонент, работоспособность которых можно проверить расчетом. Работоспособность активных компонент необходимо подтверждать посредством испытаний.

Данные табл. 17.3 можно использовать при ударе самолета и ВУВ. Но в то же время в вопросе учета потерь энергии в сооружениях при этих воздействиях имеется достаточно много неясностей.

Первая из них связана с рассеянием энергии при колебаниях сооружения по высшим модам. Значения затухания в железобетонных и стальных конструкциях, приведенные в табл. 17.3, основаны на экспериментах, которые имитировали сейсмическое, т.е. достаточно низкочастотное воздействие. Оправдано задавать такое затухание по низшим модам, но неясно, каково затухание по высшим.

При ударе самолета дополнительная сложность заключается в том, что потери энергии в разных частях сооружения существенно различаются. Как известно, эти потери тем больше, чем выше внутренние усилия в конструкции. Но если при землетрясении эти усилия имеют примерно одинаковый порядок во всех конструкциях здания, то при ударе самолета различаются очень сильно: вблизи места удара они очень велики, а в остальной части здания – малы. Кроме этого, помимо потерь энергии в строительных конструкциях следует учитывать потери в основании здания. Существуют методы задания эквивалентного модального затухания с учетом неодинаковых потерь энергии в разных частях динамической системы [12], но они достаточно сложны. В практических, массовых расчетах иногда задают затухание по низшим модам по табл. 17.3 при уровне напряжения 2, а по высшим – при уровне 1.

Отдельный вопрос: каким образом задать затухание в математической модели сооружения? Различные способы рассмотрены в [12]. При интегрировании связанной системы дифференциальных уравнений пошаговым методом часто используют матрицу диссипации $[C]$, предложенную Релеем (*пропорциональное затухание*):

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K], \quad (17.12)$$

где $[M]$ и $[K]$ – матрицы масс и жесткости системы; α и β – постоянные коэффициенты.

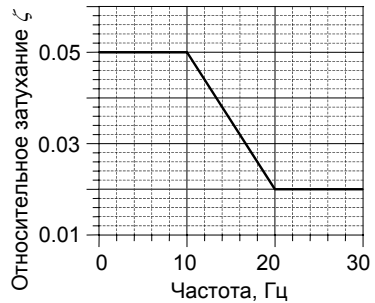


Рис. 17.5. Зависимость относительного затухания в трубопроводной системе от частоты

С помощью этой матрицы можно точно получить необходимые значения затухания только при каких-либо двух значениях круговых частот ω_i и ω_n . Если эти затухания должны быть равны ζ_i и ζ_n , то надо задать следующие значения α и β :

$$\alpha = \frac{2\omega_i\omega_n(\zeta_i\omega_n - \zeta_n\omega_i)}{\omega_n^2 - \omega_i^2}; \quad \beta = \frac{2(\zeta_n\omega_n - \zeta_i\omega_i)}{\omega_n^2 - \omega_i^2}. \quad (17.13)$$

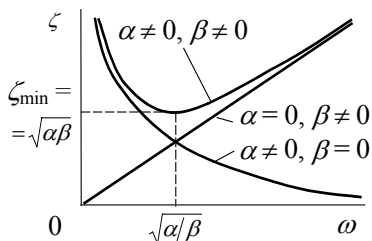


Рис. 17.6. Зависимость затухания от частоты при использовании матрицы диссипации Рейля

На любой другой частоте ω затухание составит

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega} + \beta\omega \right). \quad (17.14)$$

Зависимость затухания от коэффициентов α и β изображена на рис. 17.6. Его минимальное значение равно $\zeta = \sqrt{\alpha\beta}$ и достигается на частоте $\omega = \sqrt{\alpha/\beta}$. Варьируя значения α и β , можно примерно

подобрать необходимую величину потерь энергии в различных диапазонах частот.

Если интегрирование системы дифференциальных уравнений производится методом модальной суперпозиции, то необходимые значения диссипации вводятся непосредственно в дифференциальные уравнения движения по каждой из мод.

17.3. Поэтажные спектры отклика при ударе самолета

Падающий самолет может обладать огромной кинетической энергией*. По этой причине удар самолета в здание АЭС, даже такое тяжелое, как реакторное отделение, вызывает его интенсивные вынужденные колебания и динамические нагрузки на установленное внутри оборудование и трубопроводы. Проверку их прочности и работоспособности при этих нагрузках выполняют с помощью ПС, специфика которых рассмотрена ниже.

Прежде всего отметим особенности колебаний зданий при ударе самолета. Обычно их рассчитывают, задавая в качестве возмущающего воздействия нагрузку от разрушения фюзеляжа. Примеры таких нагрузок приведены в гл. 8. Они отличаются малой продолжительностью, небольшой площадью приложения и значительной интенсивностью, особенно при ударе тяжелых или высокоскорост-

* Для сравнения: кинетическая энергия военного самолета *Phantom RF-4E* (масса 20 т, скорость 215 м/с) равна энергии товарного состава из 20 вагонов массой 60 т, идущего со скоростью 100 км/ч. Энергия самолета *Boeing 747-400* (масса 390 т, скорость 100 м/с) эквивалентна такому составу из 85 вагонов.

ных самолетов. Поэтому они вызывают высокочастотные колебания строительных конструкций с большими ускорениями, особенно вблизи места удара.

Расчет вынужденных колебаний можно выполнять как прямым пошаговым интегрированием дифференциальных уравнений движения, так и методом модальной суперпозиции. В последнем случае требуется учитывать моды и собственные частоты до 150–200 Гц. Для получения достаточной точности решения шаг интегрирования должен составлять не более $\frac{1}{4}$ (а лучше $\frac{1}{8}$ – $\frac{1}{10}$) периода колебаний по высшей интересующей моде. Это требование обусловлено точностью решения, а не условиями его сходимости, поэтому должно выполняться и при использовании неявных методов интегрирования, хотя они и сходятся при любом шаге. Вследствие высокочастотного характера вынужденных колебаний диапазон частот осциллятора при вычислении ПС также должен доходить до 150–200 Гц. Для сравнения укажем, что при сейсмическом воздействии (которое обязательно учитывается в проекте любой АЭС) диапазон частот на ПС ограничен 30–33 Гц.

В качестве примера приведем результаты вычисления ПС при ударе самолета в здание реактора, компоновка которого была изображена на рис. 14.2, а конечно-элементная модель – на рис. 17.2. Здание имеет железобетонную наружную цилиндрическую защитную оболочку с полусферическим куполом. Описание компоновки здания дано в разд. 14.4, где было отмечено, что его внутренние конструкции, на которых расположена ядерная паропроизводящая установка, соединяются с наружной оболочкой только на уровне фундаментной плиты. Это «смягчает» динамическое воздействие при ударе, чему способствует также то, что здание расположено на скальном основании.

Вычислялись ПС при ударах двух самолетов: истребителя-бомбардировщика *Phantom RF-4E* и большого коммерческого *Boeing 747-400*. Соответствующие нагрузки и размеры пятна удара приведены в разд. 8.3.3 и 8.3.4. Угол наклона удара военного самолета – от 0° до 45° , а коммерческого – от 0° до 10° к горизонту.

В принципе ПС надо определять при ударах в различные точки здания и под разными углами, дающими наибольшие значения ускорений. Но приведенные ниже ПС даны для примера, поэтому при их вычислении рассмотрены удары только в следующие три точки наружной оболочки.

1. Горизонтальный удар коммерческого самолета в низ цилиндрической части наружной оболочки. Направление удара – вдоль глобальной оси X (см. рис. 17.2). Эта точка выбрана потому, что она находится ближе всего к фундаментной плите, и воздействие наиболее интенсивно передается на внутренние конструкции.

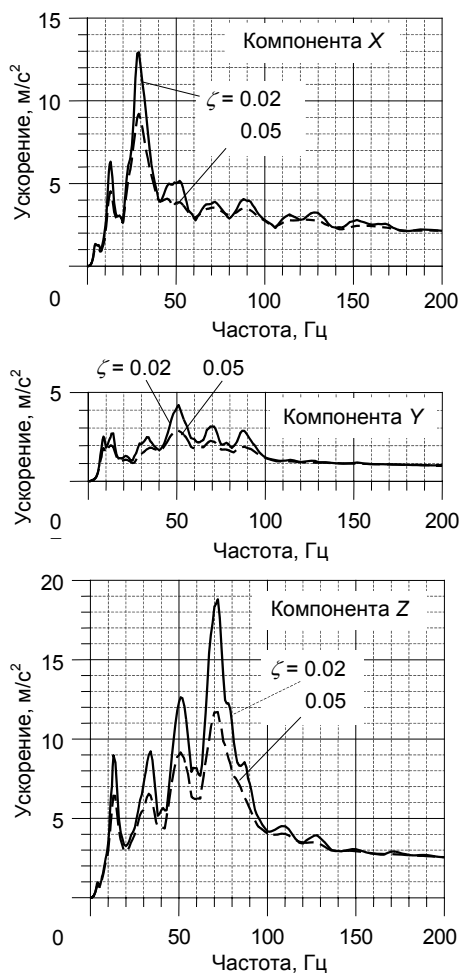


Рис. 17.7. ПС ускорений на отм. +8.10 при ударе самолета

+8.10, +14.55 и +26.10 (см. рис. 17.2). Затем по ним построены результирующие ПС на каждой из этих отметок как огибающие спектров во всех точках отметки и при всех ударах.

Эти спектры приведены на рис. 17.7–17.8. Их компоненты соответствуют направлениям глобальных осей, показанным на рис. 17.2. На рисунках приведены ПС только при двух значениях затухания $\zeta = 0.02$ и 0.05 , хотя на практике их вычисляют для нескольких значений в диапазоне от 0.005 до 0.3.

2. Горизонтальный удар того же самолета вдоль глобальной оси X в стык цилиндрической части и купола наружной оболочки. Приложенная здесь нагрузка создаст наибольший опрокидывающий момент.

3. Удар истребителя по нормали к куполу под углом 45° к горизонту в плоскости осей $X-Z$. Удар истребителя в купол оказывается опаснее, чем удар коммерческого самолета: хотя нагрузка от истребителя меньше, но она прикладывается по нормали к конструкции, в то время как от коммерческого самолета – под углом не более 10° к горизонту.

Расчет вынужденных колебаний здания производился методом модальной суперпозиции. Учтены все моды с частотами до 100 Гц (1865 мод). Интегрирование дифференциальных уравнений выполнялось с шагом 0.001 с.

При ударах во все названные точки были вычислены ПС ускорений в нескольких точках на трех перекрытиях внутренних конструкций здания, а именно:

Проанализируем характер ПС ускорений. Прежде всего рассмотрим их зависимость от расстояния до точки удара самолета. Максимальные ускорения строительной конструкции и, соответственно, наибольшие значения ПС достигаются в точке удара. Если перекрытие здания соединено с внешней стеной, в которую нанесен удар, то и на нем наибольшие значения ПС получаются рядом с местом удара, а по мере удаления от него быстро убывают.

Однако на внутренних конструкциях рассматриваемого здания реактора эта закономерность не выполняется. Не приводя для краткости ПС, вычисленные в различных точках перекрытий, опишем их соотношение.

На отм. +8.10 в ближайшей к удару точке и в середине перекрытия горизонтальные компоненты спектров X (совпадающие с направлением удара) близки по значениям, а в наиболее удаленной точке в 2.5 раза выше. Компонента Y (перпендикулярная удару) оказалась наименьшей в ближайшей точке, а в середине перекрытия и в удаленной точке ее значения близки, причем примерно в 1.5 раза выше. Наконец, компонента Z (вертикальная) достигает максимального значения в ближайшей точке, в удаленной – в 1.5 раза меньше, а в середине перекрытия – в 5 раз меньше.

Такой же нерегулярный характер имеют ПС и на других отметках: в их разных точках ускорения одноименных компонент могут отличаться в 3–4 раза, причем, против ожидания, максимальные ускорения достигаются не в ближайших, а в удаленных от удара точках.

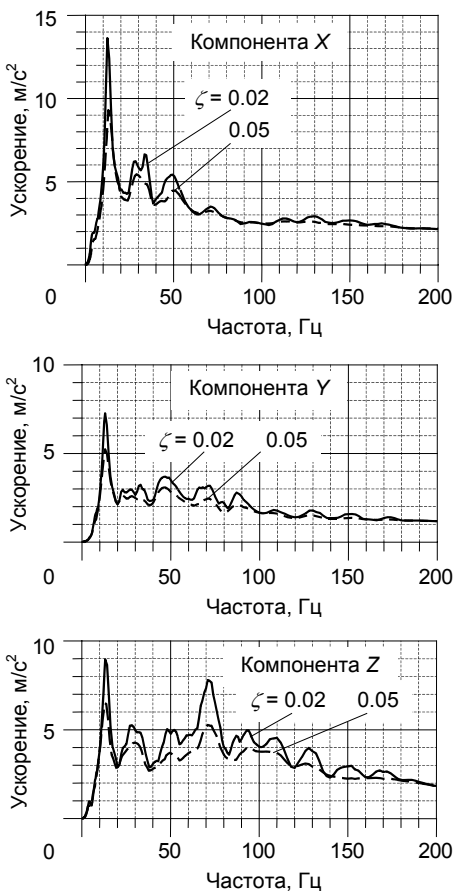


Рис. 17.8. ПС ускорений на отм. +14.55 при ударе самолета

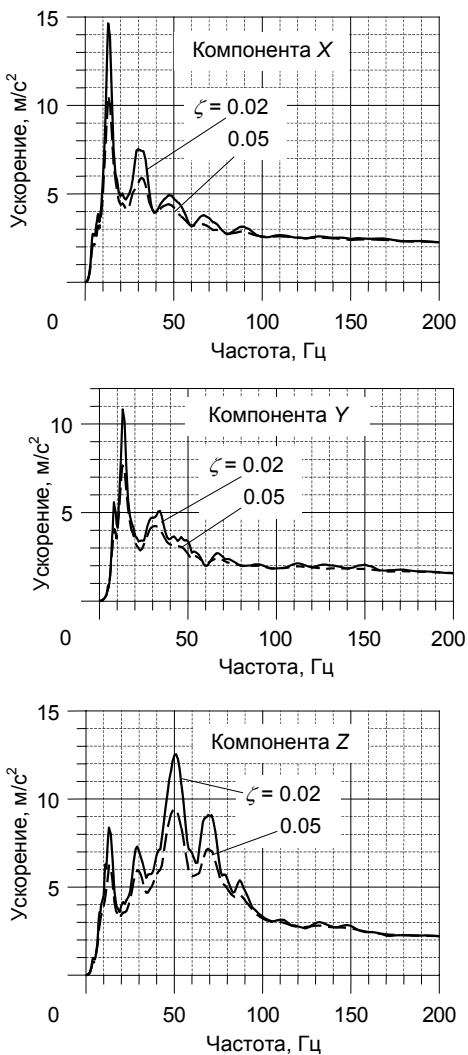


Рис. 17.9. ПС ускорений на отм. +26.10 при ударе самолета

на компонентах X и Y возрастают. Однако для компоненты Z эта закономерность не подтверждается: наибольшие значения достигаются ПС на отм. +8.10, на отм. +26.1 они в 1.5 раза меньше, а на промежуточной отм. +14.55 – в 2 раза меньше. Эта особенность объясняется тем, что сравниваемые ПС построены как огибающие по отметкам, а они, как было отмечено, очень сильно зависят от локальных особенностей строительных конструкций.

Отсюда следует, что расчетные ПС при ударе самолета, построенные как огибающие по точкам отметок здания, могут обладать значительным консерватизмом. Если проектирование оборудования с их использованием вызывает затруднения, то этот консерватизм можно понизить, задав отдельные ПС для различных зон одной отметки или даже непосредственно для места установки интересующей нас единицы оборудования.

Возвращаясь к рассмотренной выше зависимости ПС от расстояния до точки удара, отметим, что хотя при землетрясении значения ПС в разных точках отметки также неодинаковы, их разброс, особенно горизонтальных компонент, обычно гораздо меньше, чем у самолетных. У вертикальных компонент, вычисленных в разных точках перекрытия (прежде всего в пролете и у стен), этот разброс может оказаться больше.

Зависимость самолетных ПС от высоты также нерегулярна. Сравнение ПС, приведенных на рис. 17.7–17.11, показывает, что с увеличением высоты отметки ускорения

Интересно сравнить ПС при ударе самолета (для краткости они именуются *самолетными*) и при сейсмическом воздействии (*сейсмические*). Такое сравнение важно потому, что, согласно нормам [86], любая АЭС, даже в районе со сколь угодно низкой сейсмичностью, должна быть рассчитана на землетрясение с максимальным ускорением колебаний грунта не менее $0.1g$ (интенсивность 7 баллов по шкале MSK-64 [12]). Но если кроме землетрясения учитывается также и удар самолета, т.е. оборудование и трубопроводы необходимо спроектировать на оба эти воздействия, то разница между сейсмическими и самолетными ПС становится важной.

Сначала сравним ускорения самолетных и сейсмических ПС в разных диапазонах частот. Для этого на рис. 17.10 нанесены на один график ПС при ударе самолета *Boeing 747-400* и при землетрясении интенсивностью 8 баллов по шкале MSK-64 (максимальное ускорение основания 2 м/с^2 [12]). Видно, что на низших частотах (примерно до 10 Гц) самолетный ПС лежит ниже сейсмического, но на более высоких может значительно превышать его.

Такое соотношение самолетных и сейсмических ПС означает, что если оборудование, в динамический отклик которого основной вклад дают моды с частотами до 10 Гц, рассчитано на это сейсмическое воздействие, то дополнительно усиливать его для вос-

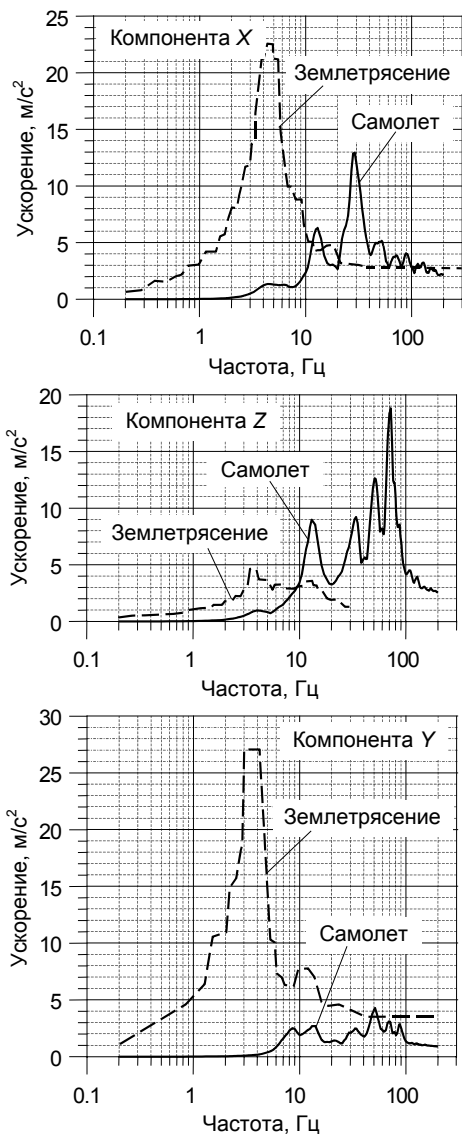


Рис. 17.10. ПС (ускорений) на отм.+8.10 при ударе самолета *Boeing 747-400* и при 8-балльном землетрясении

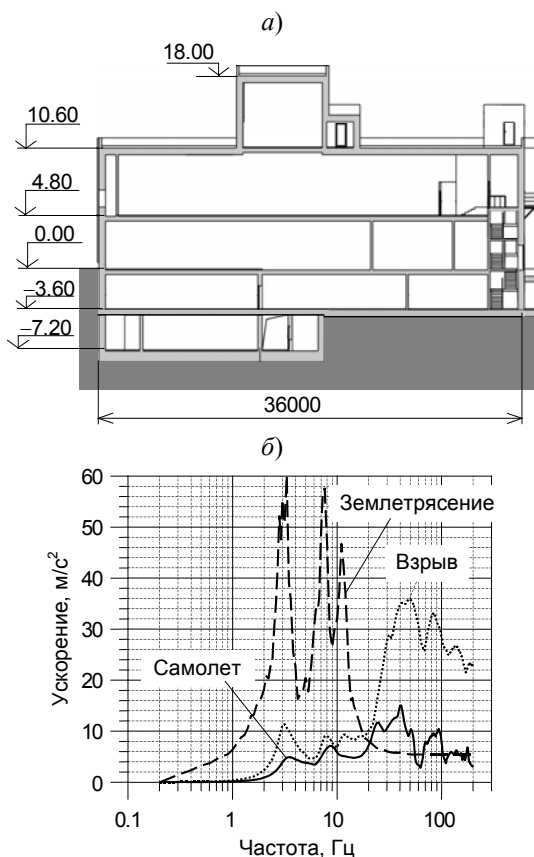


Рис. 17.11. Спектры отклика на отгм. +4.80 резервной дизель-электростанции:

a – размеры здания; *б* – поэтажные спектры отклика

ответственных потребителей (систем, важных для безопасности). На рис. 17.11,б приведены ПС при ударе легкого самолета типа *Lear Jet-23* (нагрузка была показана на рис. 8.11,а) и при землетрясении с ускорением основания 0.25g (более 8 баллов по шкале MSK-64). Видно, что и здесь на высоких частотах уровень «самолетных» ПС выше, чем сейсмических.

17.4. Поэтажные спектры отклика при действии ВУВ

При детонационном взрыве отклик сооружения является высокочастотным. Во избежание искажения высокочастотных компонент расчеты ПС производят с применением столь же подробных конечно-элементных моделей зданий, как при ударе самолета. По

приятия нагрузки от удара самолета не нужно. Но для оборудования, у которого вклад высших мод в динамическую нагрузку является существенным, требуется дополнительная проверка на «самолетные» нагрузки.

Приведенные выше ПС вычислены при ударе тяжелого транспортного самолета. Поскольку здание реактора имеет очень большие массу и жесткость, при ударе в него легкого самолета ускорения колебаний существенно меньше. Но это не относится к более легким и гибким зданиям, удар в которые даже малого самолета приводит к значительным динамическим нагрузкам на оборудование. В качестве примера на рис. 17.11,а изображен разрез здания резервной дизель-электростанции (РДЭС), предназначенной для энергоснабжения

этой же причине интегрирование системы дифференциальных уравнений движения производится с очень мелким шагом.

Высокочастотный характер отклика в значительной мере объясняется тем обстоятельством, что давление на фронте ВУВ считается мгновенно возрастающим (см. рис. 9.1). Однако такой профиль ВУВ является математической абстракцией. Принимая это во внимание, иногда для уменьшения высокочастотной части отклика «смягчают» возмущающее воздействие, считая, что давление на фронте волны возрастает не мгновенно, а в течение малого интервала времени (например, за 0.002 с).

Законы изменения давления на различных поверхностях здания (фронтальной, боковых, тыльной стенах и на кровле) приведены в разд. 9.2.3. В нулевой момент времени к фронтальной стене прикладывается отраженное давление (см. рис. 9.4,б). Такое же давление действует и на стены, параллельные фронтальной, но сдвинутые «в глубину» (как, например, стена надстройки на кровле здания на рис. 17.11,а). Однако начало действия нагрузки на них запаздывает на время, равное отношению их расстояния от фронтальной стены к скорости фронта ВУВ. На тыльную стену действует давление, показанное ранее (см. рис. 9.4,в).

На кровле и боковых стенах, параллельных движению ВУВ, действует такое же давление, как в падающей волне (см. рис. 9.4,а), но время начала его действия различно: оно равно времени пробега ВУВ от фронтальной стены до данного сечения [см. (9.29)]. Для не слишком больших в плане зданий иногда для простоты этим пренебрегают, считая, что во всех точках этих поверхностей давление прикладывается в один и тот же момент времени (например, достижения фронтом волны середины боковой стены).

Взаимодействие сооружения с основанием учитывают методами, описанными в разд. 17.2.2. Поскольку при действии ВУВ влияние основания обычно невелико, для определения его жесткости используют средние значения характеристик грунта, пренебрегая возможной их вариацией. Относительное затухание в системе «сооружение–основание» считают равным 5 – 10 %.

На рис. 17.10,б был в качестве примера приведен ПС при действии ВУВ, вычисленный на отметке +4.8 здания РДЭС. Профиль волны принят в соответствии с российскими нормами [50]: давление на фронте ВУВ 30 кПа, продолжительность фазы сжатия 1 с. Для того чтобы достаточно точно вычислить отклик сооружения в диапазоне высоких частот, интегрирование системы дифференциальных уравнений движения выполнялось с очень мелким шагом (0.0005 с). Видно, что в высокочастотном диапазоне ПС при действии ВУВ может оказаться выше, чем ПС при 8-балльном землетрясении.

17.5. Способы снижения динамических нагрузок на оборудование

Большие значения ускорений в высокочастотной области ПС при ударе самолета и ВУВ могут создавать сложности при проектировании оборудования АЭС. Причина заключается в следующем. Как было отмечено выше, в проекте любой АЭС обязательно учитывается землетрясение, и ее трубопроводы и технологическое оборудование проверяют на сейсмостойкость. Для этого чаще всего используют ПС, рассчитанные при сейсмическом воздействии («сейсмические»). При этом, чтобы по возможности уменьшить величину инерционных сейсмических нагрузок, оборудование стараются спроектировать так, чтобы его низшие частоты оказались правее пика на сейсмическом ПС. Но если в проекте АЭС кроме землетрясения учитываются также удар самолета и ВУВ, то низшие частоты оборудования попадают в диапазон наибольших ускорений на «самолетных» и «взрывных» ПС, и добиться уменьшения расчетных инерционных нагрузок не удается.

Снижения этих нагрузок, прежде всего – создаваемых ударом самолета, добиваются разными способами. Рассмотрим их.

Конструктивно-планировочные решения. Для уменьшения динамических нагрузок, передающихся при ударе самолета на оборудование внутри зданий, используют специальные конструктивно-планировочные решения: отрезают внутренние конструкции здания от наружных стен, в которые наносится удар самолета, чтобы он не передавался непосредственно на перекрытия. Соответствующие способы описаны в гл. 14 (см. рис. 14.2 и 14.3).

Отсечка высокочастотной части ПС. На рис. 17.12,*а* приведены сейсмический и самолетный спектры ускорений, а на рис. 17.12,*б* – самолетный спектр перемещений. Видно, что на высоких частотах, где самолетный спектр выше сейсмического, перемещения упругой системы очень малы. Например, в диапазоне частот выше 20 Гц значения спектра перемещений не превышают 0.001 м. Экспериментальными и аналитическими исследованиями подтверждено, что такие малые перемещения не представляют опасности для горячих трубопроводов и многих типов оборудования, поскольку чем меньше перемещения, тем более значительно влияние зазоров, трения, локальных неупругих деформаций и пр. [88]. Кроме того, на высоких частотах происходят повышенные потери энергии в строительных конструкциях.

Исходя из этих соображений, в некоторых странах выполняют отсечку ПС на частоте 20–30 Гц. Такая процедура производится после полного завершения проектирования здания и считается допустимой, только если перемещения не превышают заданного порогового значения [112].

Иногда частоту отсечки задают по значению спектра перемещений [88]. Пусть при частоте f_s значение спектра перемещений $S_d(f_s)$, а при более высоких частотах – меньше. Если считается, что такие перемещения не представляет опасности, то можно принять f_s в качестве частоты отсечки. Для оборудования и трубопроводов часто принимают $S_d(f_s) = 0.5-1$ мм.

Использование этого способа показано на рис. 17.12. Наименьшее учитываемое значение спектра перемещения принято 0.001 м. Соответствующая ему частота отсечки $f_s = 18$ Гц. Усеченный самолетный ПС ускорений показан на рис. 17.12,а сплошной линией, а отброшенная часть исходного – точечной. В диапазоне частот выше f_s значения усеченного ПС равны ускорению нулевого периода (смысл этого термина разъяснен в разд. 17.2.1). Хотя на высоких частотах исходный самолетный спектр намного выше сейсмического, усеченный – практически не превышает его.

Отметим, что при использовании этого способа отсечки не принимается во внимание, какая именно вторичная система будет рассчитываться по усеченному ПС. Но для разных систем (единиц оборудования) одна и та же величина перемещения может представлять неодинаковую опасность. Кроме того, ПС перемещений $S_d(f_s)$ не полностью характеризует отклик системы (в том числе перемещения ее точек), так как он зависит не только от значений спектра, но и от мод конструкции. Этот фактор учитывается путем ограничения

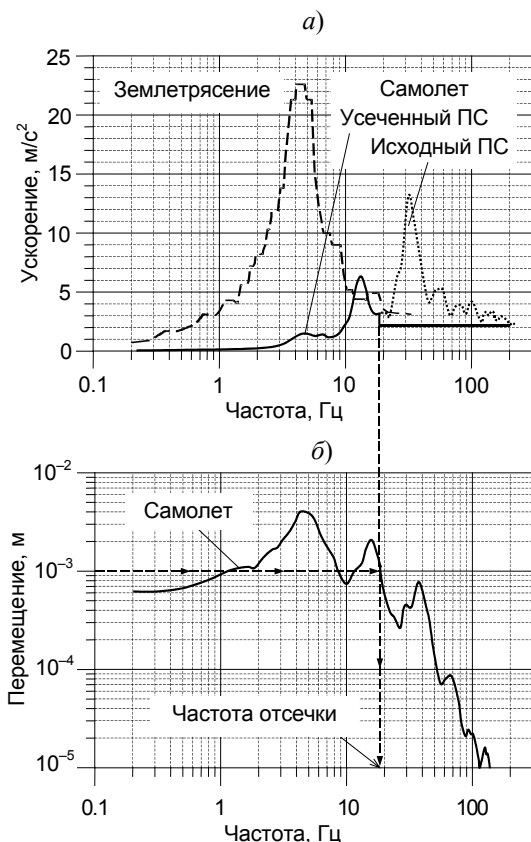


Рис. 17.12. Поэтажные спектры отклика:
а – ускорений; б – перемещений

при расчете по ЛСТ числа учитываемых мод (этот способ обсуждается далее).

Учет нелинейности деформаций строительных конструкций. Приведенные выше ПС рассчитывались в предположении, что ударяемая строительная конструкция является линейно-упругой. Однако если можно допустить ее нелинейную работу вблизи места удара, в частности, развитие неупругих деформаций, то это «смягчает» удар и приводит к снижению нагрузки на сооружение. При этом можно учесть отмеченный ранее факт: большие внутренние усилия и, следовательно, неупругие деформации конструкции развиваются только в непосредственной близости к месту удара.

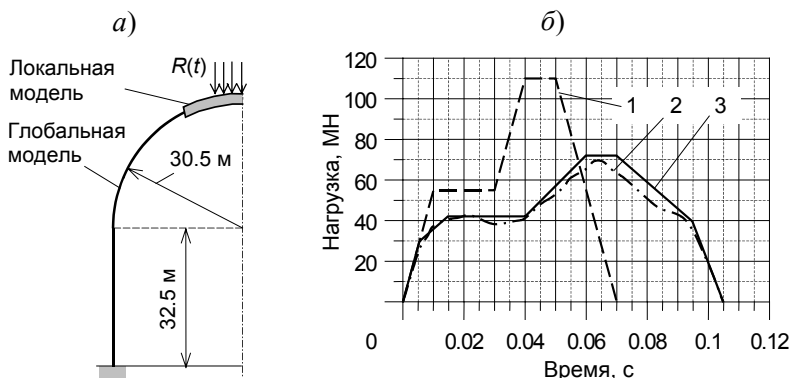


Рис. 17.13. Нагрузка при ударе самолета с учетом неупругих деформаций строительных конструкций:

a – расчетная схема защитной оболочки; *б* – нагрузки: 1 – исходная; 2 – скорректированная при ударе в полусферический купол; 3 – сглаженная огибающая для сферической и цилиндрической частей

Такие расчеты, выполненные применительно к ударам самолета в различные здания АЭС, описаны в [120]. Использовались конечно-элементные модели сооружений, состоящие из двух частей (рис. 17,12,а). Основная часть схематизирована с помощью обычных линейно-упругих элементов типа пластинки-оболочки («глобальная модель»). Область вблизи места удара («локальная модель») схематизирована посредством объемных элементов, позволяющих учесть нелинейные факторы – пластические деформации, растрескивание бетона, проскальзывание арматуры (использованная для этого реологическая модель железобетонной конструкции в [120] не указана).

Процедура расчета также состоит из двух частей. Сначала выполняется неупругий динамический расчет локальной модели на исходную нагрузку, соответствующую удару самолета в недеформируемую преграду. В результате определяется нагрузка на ее гра-

ницах («скорректированная»), на воздействие которой затем рассчитываются колебания здания по обычной линейно-упругой модели (глобальной). Такое разделение расчетов позволяет избежать чрезвычайно трудоемкого неупругого расчета всего сооружения.

Результаты такого расчета железобетонной защитной оболочки показаны на рис. 17.13. На рис. 17.13,а изображены глобальная

и локальная модели для осесимметричного удара в полусферический купол, а на рис. 17.13,б – исходная и скорректированная нагрузки для этого случая. Такой же расчет был произведен при ударе в цилиндрическую часть оболочки, и построена сглаженная огибающая нагрузок при ударах в различные точки, показанная на рис. 17.13,б. С ее использованием затем производились расчет вынужденных колебаний здания и построение ПС.

Сравнивая нагрузки на рис. 17.13,б, видим, что учет нелинейности деформаций ударяемой конструкции привел к значительному уменьшению максимального значения расчетной нагрузки и увеличению ее длительности, т.е. она приобрела менее высокочастотный характер. Правда, такой эффект достигается не всегда: при ударе в точку, где появление больших неупругих деформаций невозможно (в стык стены и кровли, возле опоры и т.п.), скорректированная нагрузка мало отличается от исходной.

На рис. 17.14 изображены ПС в одной из точек внутренних конструкций реакторного отделения (на опоре реактора), рассчитанные по исходной и скорректированной нагрузкам. Как видно, в последнем случае ускорения уменьшились почти на всех частотах.

Однако при использовании описанного способа снижения ПС необходимо иметь в виду, что, во-первых, он применим только в том



Рис. 17.14. ПС на опоре реактора:

а – расчетная схема реакторного отделения; б – горизонтальная компонента ПС; в – вертикальная компонента ПС

случае, если неупругие деформации конструкции допустимы по условиям эксплуатации здания. В частности, поскольку допускается нарушение сплошности конструкции, необходимо убедиться в том, что это не приведет к выходу радиоактивных веществ за допустимые пределы, а также принять меры для предотвращения проникания внутрь здания авиационного топлива.

Во-вторых, изменение частотного состава воздействия может, в зависимости от собственных частот внутренней конструкции, привести как к уменьшению, так и к увеличению ПС. Например, ПС на рис. 17.14,в на некоторых частотах не снизился, а повысился.

Ограничение числа учитываемых мод при расчете оборудования с использованием ПС. Реальное влияние высокочастотной части ПС можно более точно учесть, ограничив при расчете по нему оборудования количество учитываемых мод исходя из условия достаточной точности отклика системы. Эти способы рассмотрены в разд. 4.4.5.

Еще один путь снижения расчетных ПС при ударе самолета – **использование вероятностных методов расчета**, которые будут описаны в гл. 18.

Ранее рассматривалось снижение ПС при ударе самолета. При действии ВУВ это снижение производится аналогичными методами, прежде всего посредством отсечки высокочастотной части. Кроме того, можно ограничивать число мод, учитываемых в расчетах с их использованием.

Глава 18

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АНАЛИЗ ПРОЧНОСТИ И КОЛЕБАНИЙ ЗДАНИЙ АЭС ПРИ УДАРЕ САМОЛЕТА

Проектирование АЭС с учетом удара самолета сегодня обычно ведется по принципу «наихудшего варианта воздействия». Это означает, что предполагается, будто удар нанесен по нормали к строительной конструкции, а скорость и масса самолета близки к максимально возможным. В результате получаются очень большие нагрузки на строительные конструкции зданий, а также, вследствие колебаний последних при ударе, на расположенное в них оборудование. Все это приводит к значительному удорожанию АЭС.

Однако вероятность падения самолета на АЭС очень мала. Кроме этого, создаваемые ударом нагрузки зависят от многих случайных факторов: типа, скорости и массы самолета, точки и угла его соударения с преградой. При определении динамических нагрузок на оборудование добавляется еще один случайный фактор – расстояние от точки удара до места расположения рассчитываемой единицы оборудования. Интуиция подсказывает, что проектирование по «наихудшему варианту воздействия» приводит к чрезвычайно консервативным результатам, так как совпадение самых неблагоприятных факторов крайне маловероятно. При этих условиях оправдано использование вероятностных методов анализа. Применению таких методов к проблемам прочности и надежности строительных конструкций посвящены многочисленные работы отечественных и зарубежных авторов, но, к сожалению, привести их перечень в ограниченном объеме книги невозможно.

В данной главе изложены вероятностные методы анализа прочности и колебаний зданий АЭС при ударе самолета. Они позволяют количественно оценить вероятность реализации нагрузок при этом воздействии, а также задать их расчетные значения исходя из условия непревышения допустимой вероятности наступления неприемлемых радиологических последствий [106, 107].

18.1. Вероятностный анализ прочности строительных конструкций

18.1.1. Вероятность отказа конструкции

Основным понятием вероятностного анализа является *отказ элемента*. Для элементов АЭС под этим понимают потерю способности выполнять проектные требования. Что именно следует считать отказом («критерий отказа»), устанавливают исходя из условий безопасности АЭС. Для строительной конструкции, в зависимости от ее ответственности и функций, под отказом может пониматься,

например, ее сквозное пробивание самолетом, растрескивание изнутри с разлетом обломков бетона, раскрытие сквозных трещин, недопустимые остаточные деформации и пр.

Принципиальным отличием вероятностного анализа прочности от обычно выполняемых детерминистических (т.е. невероятностных) расчетов является то, что его результатом является заключение не о том, достаточна или нет прочность конструкции, а о том, какова вероятность ее отказа. Вероятность отказа может не равняться нулю, но конструкция считается пригодной, если эта вероятность не превосходит допускаемой величины. Иными словами, допускаются, что отказ все-таки произойдет, но вероятность этого очень мала.

Удар самолета в строительную конструкцию представляет собой случайное событие, которое обозначим \mathbf{B} , а его вероятность – $P(\mathbf{B})$. Согласно (15.23), вероятность однократного удара в поверхность здания

$$P(\mathbf{B}) = \frac{\nu}{A_0} A_s, \quad (18.1)$$

где ν – среднее число падений самолетов за 1 год на стандартную площадь A_0 ; A_s – эквивалентная площадь конструкции, зависящая от ее формы (значения A_s для конструкций различного вида приведены в гл. 15).

Отказ строительной конструкции – это также случайное событие, которое обозначим \mathbf{F} , а его вероятность – $P(\mathbf{F})$. Она равна произведению вероятности удара в конструкцию и условной вероятности ее отказа при этой нагрузке:

$$P(\mathbf{F}) = P(\mathbf{B})P(\mathbf{F} | \mathbf{B}) = \frac{\nu}{A_0} A_s P(\mathbf{F} | \mathbf{B}). \quad (18.2)$$

Условная вероятность отказа зависит от места и угла удара в конструкцию, а также от величины динамической нагрузки, которая в свою очередь зависит от типа, скорости и массы самолета.

18.1.2. Вероятность отказа с учетом угла и места удара самолета

Сначала определим вероятность отказа с учетом только двух названных в заголовке факторов. Обозначим как случайное событие \mathbf{F}_s отказ s -го плоского элемента конструкции, нормаль которого \vec{n} наклонена к вертикали на угол φ_s (рис. 18.1). Вероятность удара в этот элемент – \mathbf{B}_s . В соответствии с (18.3) вероятность отказа

$$P(\mathbf{F}_s) = \frac{\nu}{A_0} A_s P(\mathbf{F}_s | \mathbf{B}_s), \quad (18.3)$$

где $P(\mathbf{F}_s | \mathbf{B}_s)$ – условная вероятность отказа.

Запишем закон изменения нагрузки при ударе самолета в виде

$$R(t) = R_{\max} R_1(t), \quad (18.4)$$

где $R_1(t)$ – нормированная нагрузка, максимальное значение которой равно 1; R_{\max} – действительное максимальное значение нагрузки.

Прежде всего необходимо проверить прочность конструкции, приложив нагрузку (18.4) по нормали. Если прочность достаточна, то вероятность отказа равна нулю:

$$P(F_s) = P(F_s|B_s) = 0, \quad (18.5)$$

т.е. отказ элемента не происходит.

Если прочность конструкции оказалась недостаточной, то надо определить, какую максимальную нагрузку R_{\lim} она может выдержать. При ударе под углом к нормали прочность строительной конструкции зависит прежде всего от нормальной компоненты нагрузки. Поэтому при вычислении $P(F_s|B_s)$ касательную компоненту в первом приближении учитывать не будем. Тогда очевидно, что отказ произойдет, если нагрузка окажется приложенной в пределах конуса (далее он именуется «конусом удара»), ось которого совпадает с нормалью, а угол при вершине составляет (см. рис. 18.1)

$$\gamma_s = \arccos \frac{R_{\lim}}{R_{\max}}. \quad (18.6)$$

Таким образом, условная вероятность отказа s -го элемента конструкции равна вероятности того, что удар нанесен в пределах «конуса удара». Для плоского элемента она равна значению функции $f(\varphi_s, \gamma_s)$, вычисленной в гл. 15 (см. рис. 15.11 и табл. 15.4):

$$P(F_s|B_s) = f(\varphi_s, \gamma_s). \quad (18.7)$$

Полная вероятность отказа элемента вычисляется согласно (18.3):

$$P(F_s) = f(\varphi_s, \gamma_s) A_s \frac{V}{A_0}, \quad (18.8)$$

а вероятность отказа всего здания равна сумме вероятностей отказов всех m его элементов:

$$P(F) = \sum_{s=1}^m P(F_s) = \frac{V}{A_0} \sum_{s=1}^m f(\varphi_s, \gamma_s) A_s. \quad (18.9)$$

Нахождение вероятности отказа упрощается, если несущая способность всех элементов конструкции одинакова, т.е. одинаков угол γ_s при вершине «конуса удара». В этом случае при вычислении вероятностей отказа поверхностей различного вида вместо суммы в правой части (18.9) используются эквивалентные площади, найденные в гл. 15.

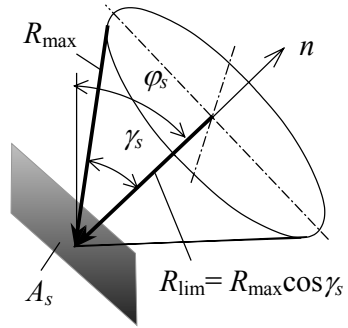


Рис. 18.1. «Конус удара»

Горизонтальная плоскость. Угол $\varphi_s = 0$; эквивалентная площадь, как следует из (15.40), равна площади плоскости A_r . Следовательно, вероятность отказа

$$P_r(F) = f(0, \gamma_s) A_r \frac{V}{A_0}. \quad (18.10)$$

Вертикальная плоскость. Угол $\varphi_s = \pi/2$. Согласно (15.43), эквивалентная площадь равна половине площади плоскости A_b . Вероятность отказа

$$P_b(F) = f(\pi/2, \gamma_s) 0.5 A_b \frac{V}{A_0}. \quad (18.11)$$

Круговой цилиндр с вертикальной осью. Из (15.50) видно, что отличие от предыдущего случая заключается только в том, что вместо площади A_b в (18.11) должна стоять площадь поверхности цилиндра $A_{ц}$:

$$P_{ц}(F) = f(\pi/2, \gamma_s) 0.5 A_{ц} \frac{V}{A_0}. \quad (18.12)$$

Сферический сегмент. Вероятность отказа конструкции в форме сферического сегмента радиуса R , ограниченного конусом с углом при вершине δ (см. рис. 15.14),

$$P_{сф}(F) = 2\pi R^2 a_{сф}(\delta, \gamma_s) \frac{V}{A_0} \quad (18.13)$$

(функцию $a_{сф}(\delta, \gamma_s)$ см. на рис. 15.15).

Если для определенности принять, что частота падений самолетов такая же, как на территории Германии, а именно: $\nu = 10^{-6}$ 1/год, $A_0 = 10^4$ м², то в формулы (18.10)–(18.13) следует подставить

$$\frac{V}{A_0} = 10^{-10}. \quad (18.14)$$

18.1.3. Учет случайности места, угла удара, скорости и массы самолета

Нагрузки на строительную конструкцию при ударе самолета зависят от его массы и скорости в момент удара. Оба эти параметра являются случайными, и поэтому вероятность отказа конструкции зависит не только от места и угла удара, но и от скорости и массы самолета. Рассмотрим методiku вероятностного анализа с учетом всех названных величин. Для определенности она излагается применительно к падению самолета *Phantom*.

Для выполнения вероятностного анализа необходимо располагать законами распределения вероятности случайных параметров. На рис. 18.2 приведены законы распределения скоростей и масс при катастрофах самолетов *Phantom*, которые заимствованы из [143].

Зафиксированные скорости самолетов v_0 составляли от 70 до 240 м/с. Плотность их распределения удовлетворительно описывается сдвинутым логнормальным законом с математическим ожиданием $\bar{v}_0 = 130$ м/с и стандартным отклонением $\sigma_v = 47$ м/с.

Массы самолетов m составляли от 13.5 до 20 т. Их плотность распределения может быть принята в виде усеченного нормального закона с математическим ожиданием $\bar{m} = 17.36$ т и стандартным отклонением $\sigma_m = 1.505$ т. Отметим, что в гл. 2 при вычислении расчетной нагрузки, соответствующей удару этого самолета, предполагалось, что его масса равна 20 т, а скорость 215 м/с. Таким образом, эти параметры (а значит, и нагрузка) принимались близкими к максимальным.

Для вычисления вероятности отказа строительной конструкции необходимо знать закон распределения нагрузки при ударе самолета. Найдем его, сделав следующие упрощающие предположения.

Во-первых, хотя при изменении его скорости и массы изменяются и закон изменения нагрузки, и ее максимальное значение, и длительность (см. рис. 8.18), но при вероятностном анализе принято, что изменяется только ее максимальное значение. Во-вторых, предполагается, что диапазон изменения масс – от 12 до 22 т, что перекрывает реальный диапазон, указанный выше; диапазон изменения скоростей – такой же, как выше. Наконец, считается, что распределение масс является нормальным (а не усеченным нормальным) с теми же, что и выше, математическим ожиданием и стандартным отклонением.

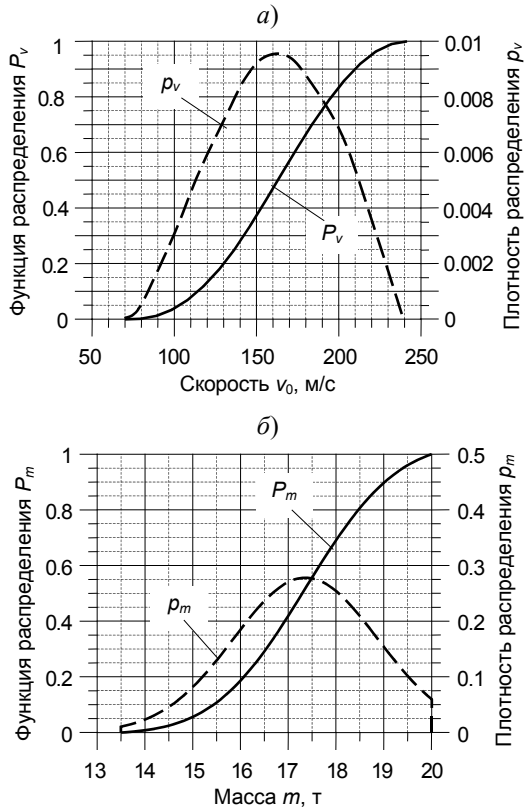


Рис. 18.2. Законы распределения скоростей и масс самолетов *Phantom RF-4E* при авариях:
а – скорости; б – массы

Закон распределения нагрузки как функции случайной скорости и массы самолета найден посредством следующей процедуры.

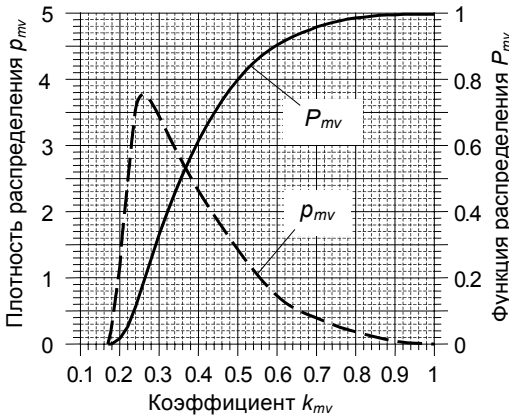
Диапазоны вариации скоростей и масс разбиты на интервалы, и для каждой комбинации скорости v_i и массы m_j по формуле Риеры (8.5) найдено максимальное значение нагрузки R_{ij} . Эти нагрузки представлены как доля наибольшего значения $R_{\max} = 185$ МН, соответствующего скорости 240 м/с и массе 22 т:

$$R_{ij} = k_{mv}^{(ij)} R_{\max} . \tag{18.15}$$

Полученные значения коэффициента лежат в диапазоне $0.17 \leq k_{mv} \leq 1$.

Чтобы найти плотность распределения $p_k(k_{mv})$, зависимости k_{mv} от массы m при фиксированных скоростях v_i линейно аппроксимированы:

$$k_{mv}^{(v_i)} = a_{v_i} + b_{v_i} m \quad (b_{v_i} > 0) . \tag{18.16}$$



Поскольку приближенно принято, что масса самолета распределена по нормальному закону, то и закон распределения условной вероятности $p(k_{mv}^{(v_i)} | v_i)$ также является нормальным с математическим ожиданием $\bar{k}_{mv}^{(v_i)} = a_{v_i} \bar{m} + b_{v_i}$ и стандартотом $\sigma_{mv}^{(v_i)} = b_{v_i} \sigma_m$.

Скорость и масса самолета – это независимые случайные величины. Поэтому плотность распределения коэффициента k_{mv} равна произведению его условной плотности распределения и плотности распределения скорости:

$$p_{mv}(k_{mv}) = p_m(k_{mv}^{(v)} | v) p_v(v) . \tag{18.17}$$

Вычисленные таким образом плотность распределения $p_{mv}(k_{mv})$ и функция вероятности $P_{mv}(k_{mv})$ показаны на рис. 18.3.

Оценка вероятности отказа s -й конструкции с учетом случайности скорости и массы самолета исходит из тех же соображений, что и без их учета. Как и в разд. 18.1.2, обозначим отказ s -го плоского элемента конструкции с нормалью \vec{n} , наклоненной на угол φ_s к вертикали (см. рис. 18.1), как случайное событие F_s , а дополнительную

к ней вероятность сохранения прочности – как \overline{F}_s . Кроме того, по-прежнему считаем, что прочность конструкции зависит только от нормальной компоненты нагрузки.

Пусть предельная величина нормальной нагрузки, которую может выдержать s -я конструкция, составляет R_{lim} . В соответствии с (18.15) при определенной комбинации скорости и массы самолета максимальная нагрузка на строительную конструкцию $R = k_{mv} R_{\text{max}}$ (индексы i, j для краткости опускаем). Если $R \leq R_{\text{lim}}$, то при ударе под любым углом к нормали разрушение конструкции не произойдет, т.е. вероятность ее отказа равна нулю. В противном случае отказ возможен, и необходимо найти его вероятность.

Введем обозначения:

$$\tilde{\kappa} = \frac{R_{\text{lim}}}{R_{\text{max}}}; \quad (18.18)$$

$$\kappa = k_{mv} \cos \gamma. \quad (18.19)$$

Нормальная компонента нагрузки при ударе под углом γ к нормали

$$R_n = \kappa R_{\text{max}}. \quad (18.20)$$

Условие отказа конструкции

$$R_n > R_{\text{lim}}, \quad (18.21)$$

т.е. критерий отказа

$$\tilde{\kappa} < \kappa. \quad (18.22)$$

Коэффициент κ является произведением двух случайных величин, т.е. также является случайной величиной. Найдем условную функцию его распределения $P_{\kappa}(\kappa | \varphi_s)$. Она равна затемненной площади под кривой на рис. 18.4:

$$\begin{aligned} P_{\kappa}(\kappa | \varphi_s) &= \int_0^{\pi/2} p_{\gamma}(\gamma | \varphi_s) \int_{0.17}^{\kappa/\cos \gamma} p_{mv}(k_{mv}) dk_{mv} d\gamma = \\ &= \int_0^{\pi/2} P_{\gamma}(\gamma | \varphi_s) P_{mv} \left(\frac{\kappa}{\cos \gamma} \right) d\gamma. \end{aligned} \quad (18.23)$$

Функция распределения P_{mv} приведена выше; плотность распределения $p_{\gamma}(\gamma | \varphi)$ была вычислена в гл. 15 [см. (15.37) и табл. 15.5].

Функция $P_{\kappa}(\tilde{\kappa} | \varphi_s)$ – это вероятность того, что значение $\tilde{\kappa}$ не будет превышено, т.е. что при ударе в площадку, наклоненную под углом φ_s , нормальная компонента нагрузки не превысит значение R_{lim} . Но это значение не будет превышено также и в том случае, если удар в площадку вообще не нанесен, т.е. траектория самолета лежит в «мертвой зоне» (см. рис. 15.12). Обозначим это событие \mathbf{B}_0 . Его вероятность

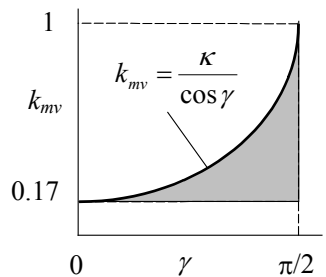


Рис. 18.4. К вычислению функции распределения $P_{\kappa}(\kappa | \varphi_s)$

$$P(\mathbf{B}_0) = 1 - f(\varphi_s, \pi/2). \quad (18.24)$$

Таким образом, вероятность того, что при ударе в s -ю наклонную площадку не произойдет ее отказ,

$$P(\overline{F}_s | \varphi_s) = P_\kappa(\tilde{\kappa} | \varphi_s) + P(\mathbf{B}_0) = P_\kappa(\tilde{\kappa} | \varphi_s) + 1 - f(\varphi_s | \pi/2). \quad (18.25)$$

Вероятность отказа

$$P_{\text{отк}} = P(F_s | \varphi_s) = 1 - P(\overline{F}_s | \varphi_s). \quad (18.26)$$

Ее зависимость от коэффициента κ приведена в табл. 18.1. Из нее видно, что при $\kappa = 0$ (т.е. $R_{\text{lim}} = 0$) вероятность отказа для горизонтальной площадки равна 1, а при других углах наклона площадки – вероятности удара в нее. При $\kappa = 1$ (т.е. если $R_{\text{lim}} = R_{\text{max}}$) вероятность отказа 0.

Вероятность отказа элемента в течение одного года вычисляется по формулам (18.10)–(18.14), в которые вместо $f(\varphi_s, \gamma_s)$ следует подставить $P_{\text{отк}}(\kappa, \varphi_s)$.

Таблица 18.1. Вероятность отказа $P_{\text{отк}}(\kappa, \varphi) = P(F | \varphi)$

κ	φ , градус				
	0	10	20	30	40
0	1	0.80150	0.68110	0.60380	0.55620
0.02	0.79974	0.71483	0.62978	0.57078	0.53363
0.04	0.66413	0.61782	0.57656	0.53540	0.50790
0.06	0.52731	0.49947	0.51008	0.49171	0.47572
0.08	0.42525	0.40547	0.44579	0.45131	0.44598
0.10	0.34372	0.32866	0.38063	0.40947	0.41595
0.15	0.20501	0.19744	0.24525	0.29763	0.33331
0.20	0.12308	0.11943	0.15226	0.19992	0.24183
0.25	0.07281	0.07116	0.09224	0.12759	0.16366
0.30	0.04304	0.04237	0.05562	0.07976	0.10753
0.35	0.02560	0.02539	0.03375	0.04935	0.06924
0.40	0.01505	0.01505	0.02027	0.03003	0.04368
0.45	0.00873	0.00880	0.01203	0.01799	0.02689
0.50	0.00500	0.00509	0.00706	0.01065	0.01613
0.55	0.00279	0.00288	0.00405	0.00617	0.00941
0.60	0.00149	0.00156	0.00224	0.00346	0.00528
0.65	0.00075	0.00080	0.00118	0.00184	0.00281
0.70	0.00036	0.00039	0.00059	0.00093	0.00141
0.75	0.00015	0.00017	0.00026	0.00041	0.00063
0.80	0.00005	0.00006	0.00010	0.00016	0.00024
0.85	0.00002	0.00002	0.00003	0.00005	0.00007
0.90	$2.5 \cdot 10^{-6}$	$3.4 \cdot 10^{-6}$	$5.6 \cdot 10^{-6}$	$8.7 \cdot 10^{-6}$	$1.3 \cdot 10^{-5}$
0.95	$8.1 \cdot 10^{-8}$	$1.3 \cdot 10^{-7}$	$2.2 \cdot 10^{-7}$	$3.2 \cdot 10^{-7}$	$4.6 \cdot 10^{-7}$
0.99	$4.8 \cdot 10^{-8}$	$7.6 \cdot 10^{-8}$	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$1.9 \cdot 10^{-7}$	$2.7 \cdot 10^{-7}$
1	0	0	0	0	0

Окончание табл. 18.1

κ	φ , градус				
	50	60	70	80	90
0	0.52800	0.51240	0.50450	0.50120	0.50000
0.02	0.51148	0.49919	0.49294	0.49018	0.48866
0.04	0.49125	0.48197	0.47723	0.47476	0.47197
0.06	0.46543	0.45967	0.45658	0.45412	0.44936
0.08	0.44135	0.43865	0.43686	0.43399	0.42720
0.10	0.41697	0.41721	0.41644	0.41281	0.40385
0.15	0.35188	0.35994	0.36085	0.35464	0.34015
0.20	0.27127	0.28762	0.29160	0.28427	0.26607
0.25	0.19161	0.20875	0.21424	0.20811	0.19104
0.30	0.13092	0.14593	0.15114	0.14640	0.13235
0.35	0.08757	0.09999	0.10463	0.10113	0.09009
0.40	0.05716	0.06695	0.07091	0.06847	0.06008
0.45	0.03638	0.04366	0.04689	0.04529	0.03915
0.50	0.02261	0.02780	0.03025	0.02925	0.02493
0.55	0.01362	0.01730	0.01910	0.01848	0.01551
0.60	0.00784	0.01037	0.01173	0.01138	0.00937
0.65	0.00419	0.00580	0.00679	0.00664	0.00534
0.70	0.00211	0.00301	0.00366	0.00363	0.00284
0.75	0.00093	0.00136	0.00174	0.00176	0.00134
0.80	0.00035	0.00051	0.00070	0.00074	0.00054
0.85	0.00010	0.00015	0.00022	0.00024	0.00017
0.90	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$2.7 \cdot 10^{-5}$	$3.9 \cdot 10^{-5}$	$4.9 \cdot 10^{-5}$	$3.3 \cdot 10^{-5}$
0.95	$6.6 \cdot 10^{-7}$	$9.6 \cdot 10^{-7}$	$1.4 \cdot 10^{-6}$	$2.0 \cdot 10^{-6}$	$1.3 \cdot 10^{-6}$
0.99	$3.9 \cdot 10^{-7}$	$5.7 \cdot 10^{-7}$	$8.3 \cdot 10^{-7}$	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$7.3 \cdot 10^{-7}$
1	0	0	0	0	0

Как и прежде, вычисление вероятности отказа упрощается, если несущая способность всех элементов конструкции одинакова, т.е. одинаковы предельные значения коэффициента $\tilde{\kappa}$. В этом случае вероятности отказа для поверхностей различного вида вычисляются с использованием эквивалентных площадей, найденных в гл. 15. В приведенных ниже формулах вероятность $P_{\text{отк}}(\tilde{\kappa}, \varphi_s)$ следует принимать соответствующей данной величине $\tilde{\kappa}$.

Горизонтальная плоскость. Угол $\varphi_s = 0$. При площади плоскости A_T вероятность отказа

$$P_T(F) = P_{\text{отк}}(\tilde{\kappa} | 0) A_T \frac{V}{A_0}. \quad (18.27)$$

Вертикальная плоскость. Угол $\varphi_s = \pi/2$, площадь плоскости A_B . Вероятность отказа

$$P_B(F) = P_{\text{отк}}(\tilde{\kappa} | \pi/2) 0.5 A_B \frac{V}{A_0}. \quad (18.28)$$

Круговой цилиндр с вертикальной осью. Площадь поверхности цилиндра $A_{ц}$. Вероятность отказа

$$P_{ц}(F) = P_{отк}(\tilde{\kappa} | \pi/2) 0.5 A_{ц} \frac{\nu}{A_0}. \quad (18.29)$$

Сферический сегмент. Вероятность отказа конструкции в форме сферического сегмента радиуса R , ограниченного конусом с углом при вершине δ (см. рис. 15.15),

$$P_{сф}(F) = 2\pi R^2 b_{сф}(\delta, \kappa) \frac{\nu}{A_0}, \quad (18.30)$$

где

$$b_{сф}(\delta, \gamma) = \int_0^{\delta} P_{отк}(\tilde{\kappa} | \varphi) \sin \varphi d\varphi. \quad (18.31)$$

Функция $b_{сф}(\delta, \kappa)$ показана на рис. 18.5.

Если принять, как в Германии, $\nu = 10^{-6}$ 1/год и $A_0 = 10^4$ м², то в формулы (18.27)–(18.31) надо подставить $\nu/A_0 = 10^{-10}$.

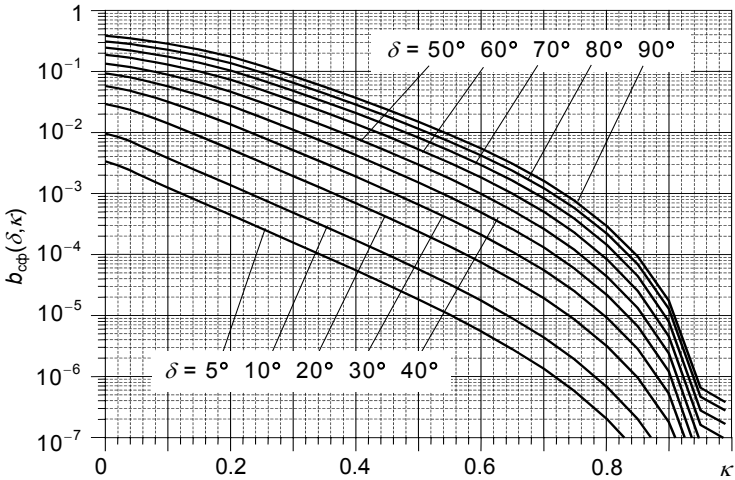


Рис. 18.5. Функция $b_{сф}(\delta, \kappa)$

18.1.4. Учет случайности нагрузки при проектировании конструкций

В предыдущих разделах была рассмотрена вероятность отказа в течение одного года какого-то одного, s -го, элемента строительной конструкции. Но удары самолета в разные конструкции здания являются независимыми случайными событиями. Поэтому полная вероятность $P(F)$ отказа конструкций здания равна сумме вероятностей отказов всех элементов:

$$P(\mathbf{F}) = \sum_{s=1}^m P(\mathbf{F}_s) = \frac{V}{A_0} \sum_{s=1}^m P_s. \quad (18.32)$$

Эта вероятность не должна превосходить допускаемую вероятность отказа $[P]$:

$$P(\mathbf{F}) \leq [P]. \quad (18.33)$$

Значение $[P]$ должно в принципе назначаться на основе вероятностного анализа безопасности всей АЭС и с учетом важности рассматриваемых конструкций. Можно принять его равным наибольшей допускаемой частоте аварийного выброса радиоактивных веществ в окружающую среду согласно российским нормам [86]:

$$[P] = 10^{-7} \text{ 1/год}. \quad (18.34)$$

Следует отметить, что сам по себе отказ строительных конструкций еще не означает аварийного выброса радиоактивности, так как для этого должен одновременно произойти отказ технологического оборудования с радиоактивными средами. Поэтому допускаемая вероятность (18.34) обеспечивает безопасность с запасом.

Подставив (18.28) и (18.30) в (18.29), получим, что строительные конструкции должны проектироваться исходя из условия

$$\frac{V}{A_0} \sum_{s=1}^m P_s < 1. \quad (18.35)$$

Если возможно падение самолетов k различных типов с вероятностями $P(\mathbf{B}_k)$, то необходимо сначала найти вероятность отказа конструкций $P(\mathbf{F} | \mathbf{B}_k)$ для каждого из них. После этого вероятность отказа конструкций вычисляется по формуле полной вероятности:

$$P(\mathbf{F}) = \sum_{k=1}^k P(\mathbf{F} | \mathbf{B}_k) P(\mathbf{B}_k). \quad (18.36)$$

При вероятностном анализе прочности строительных конструкций могут рассматриваться задачи двух видов, которые условно назовем «прямая» и «обратная».

Под прямой задачей понимается анализ вероятности отказа конструкций, прочность которых известна. Такая проблема может решаться, например, при анализе безопасности уже построенной АЭС, в проекте которой падение самолета либо вовсе не учитывалось, либо появилась необходимость рассмотрения не учтенного ранее типа самолета. Процедура решения такой задачи совпадает с описанной в предыдущих разделах: сначала вычисляется вероятность отказа конструкций, а затем она сопоставляется с допускаемой величиной.

Обратная задача заключается в определении величины расчетной нагрузки, вероятность реализации которой не превышает допускаемую вероятность отказа. После этого производится обычный

прочностной расчет строительных конструкций на эту нагрузку. Такая задача может решаться при проектировании новой АЭС.

Преимущества вероятностного подхода видны из приведенных примеров решения прямой и обратной задач.

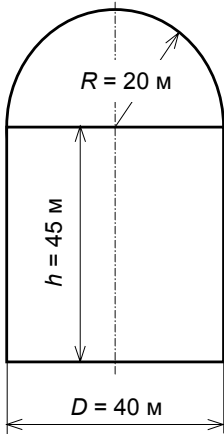


Рис. 18.6. Защитная оболочка

Пример 1. Определим вероятность отказа защитной оболочки, размеры которой показаны на рис. 18.6, при ударе самолета *Phantom*. Оболочка рассчитана на нагрузку $R_{\text{lim}} = 12$ МН, соответствующую удару самолета авиации общего назначения *Lear Jet* (см. рис. 8.11,а). Максимальная нагрузка при ударе самолета *Phantom* составляет $R_{\text{max}} = 110$ МН (см. рис. 8.16,а). Частота падений самолетов 10^{-6} 1/год на 10^4 м².

Сначала вычислим вероятность отказа оболочки с учетом случайности только угла и места удара самолета, т.е. по методике, изложенной в разд. 18.1.2. Угол при вершине «конуса удара» найдем по формуле (18.6):

$$\gamma_s = \arccos \frac{R_{\text{lim}}}{R_{\text{max}}} = \arccos \frac{12}{110} = 83.7^\circ.$$

Вероятность отказа цилиндрической части вычисляется по формуле (18.12), куда подставляется площадь ее открытой для удара поверхности $A_{\text{ц}} = 4240$ м² (предполагается, что 25 % ее площади защищено другими сооружениями АЭС); $\varphi = 90^\circ$; $\gamma_s = 83.7^\circ$:

$$P_{\text{ц}}(F) = f(90^\circ, \gamma_s) \cdot 0.5 A_{\text{ц}} \cdot 10^{-10} = f(90^\circ, 83.7^\circ) \cdot 0.5 \cdot 4240 \cdot 10^{-10}.$$

По рис. 15.11 или табл. 15.4 находим $f(90^\circ, 83.7^\circ) = 0.465$. Таким образом,

$$P_{\text{ц}}(F) = 0.465 \cdot 0.5 \cdot 4240 \cdot 10^{-10} = 0.99 \cdot 10^{-7}.$$

Вероятность отказа сферической части найдем по формуле (18.30), в которую подставим $\delta = 90^\circ$ и $\gamma_s = 83.7^\circ$:

$$P_{\text{сф}}(F) = 2\pi R^2 a_{\text{сф}}(\delta, \gamma_s) \cdot 10^{-10} = 2\pi \cdot 20^2 a_{\text{сф}}(90^\circ, 83.7^\circ) \cdot 10^{-10}.$$

По рис. 15.15 находим, что $a_{\text{сф}}(90^\circ, 83.7^\circ) \approx 0.35$. Вероятность отказа

$$P_{\text{сф}}(F) = 2\pi \cdot 20^2 \cdot 0.35 \cdot 10^{-10} = 0.88 \cdot 10^{-7}.$$

Вероятность отказа всей оболочки

$$P(F) = P_{\text{ц}}(F) + P_{\text{сф}}(F) = 0.99 \cdot 10^{-7} + 0.88 \cdot 10^{-7} = 1.87 \cdot 10^{-7} > [P] = 10^{-7}.$$

Теперь вычислим вероятность отказа оболочки с учетом случайности угла, места удара, скорости и массы самолета, т.е. по методике разд. 18.2.2.

Найдем по формуле (18.18) коэффициент $\tilde{\kappa}$:

$$\tilde{\kappa} = \frac{R_{\text{lim}}}{R_{\text{max}}} = \frac{12}{110} = 0.11.$$

Вероятность отказа цилиндрической части оболочки вычислим по формуле (18.29):

$$P_{\text{ц}}(\mathbf{F}) = P_{\text{отк}}(\tilde{\kappa} | 90^\circ) 0.5 A_{\text{ц}} 10^{-10} = P_{\text{отк}}(0.11 | 90^\circ) 0.5 \cdot 4240 \cdot 10^{-10}.$$

По табл. 18.1 находим, что при $\kappa = \tilde{\kappa} = 0.11$ $P(F | 90^\circ) \approx 0.39$, и, следовательно,

$$P_{\text{ц}}(\mathbf{F}) = 0.39 \cdot 0.5 \cdot 4240 \cdot 10^{-10} = 0.83 \cdot 10^{-7}.$$

Вероятность отказа полусферического купола найдем по формуле (18.14):

$$P_{\text{ц}}(\mathbf{F}) = 2\pi R^2 b_{\text{сф}}(\delta, \tilde{\kappa}) 10^{-10} = 2\pi \cdot 20^2 b_{\text{сф}}(90^\circ, 0.11) 10^{-10}.$$

По рис. 18.5 находим $b_{\text{сф}}(90^\circ, 0.11) \approx 0.3$. Таким образом,

$$P_{\text{сф}}(\mathbf{F}) = 2\pi \cdot 20^2 \cdot 0.3 \cdot 10^{-10} = 0.75 \cdot 10^{-7}.$$

Вероятность отказа оболочки

$$P(\mathbf{F}) = P_{\text{ц}}(\mathbf{F}) + P_{\text{сф}}(\mathbf{F}) = 0.83 \cdot 10^{-7} + 0.75 \cdot 10^{-7} \approx 1.6 \cdot 10^{-7} > [P] = 10^{-7}.$$

Видно, что несмотря на то, что нагрузка при ударе самолета *Phantom* более чем в девять раз превышает расчетную, вероятность отказа защитной оболочки оказалась лишь немного больше допускаемой вероятности $[P] = 10^{-7}$. При этом отметим, во-первых, что, как сказано в комментарии к формуле (18.34), сам по себе отказ наружной оболочки еще не означает выхода радиоактивных веществ за установленные пределы. Для дальнейшей оценки безопасности АЭС необходимо вычислить вероятность отказа технологического оборудования и трубопроводов. Во-вторых, благодаря учету случайности не только места и угла удара, но и скорости и массы самолета вероятность отказа оболочки снизилась на 25 %.

Пример 2. Для той же защитной оболочки, что в примере 1 (см. рис. 18.6), определим расчетную нагрузку, при которой вероятность ее отказа не превзойдет $[P] = 10^{-7}$. Частота падения самолетов такая же, как в примере 1. При ударе самолета *Phantom* максимальная нагрузка $R_{\text{max}} = 110$ МН, закон ее изменения показан на рис. 8.16,а. Будем считать, что расчетная нагрузка R_{lim} пропорциональна этому закону, но отличается от него максимальным значением.

Сначала найдем расчетную нагрузку с учетом случайности только угла и места удара самолета. Согласно (18.35), условие того, что надежность конструкции достаточна, имеет вид

$$P(\mathbf{F}) = P_{\text{ц}}(\mathbf{F}) + P_{\text{сф}}(\mathbf{F}) = 10^{-10} [0.5 A_{\text{ц}} f(90^\circ, \gamma) + 2\pi R^2 a_{\text{сф}}(90^\circ, \gamma)] \leq 10^{-7}.$$

После подстановки величин $A_{ц}$ и R получим уравнение относительно угла γ :

$$2.12f(90^\circ, \gamma) + 2.51a_{сф}(90^\circ, \gamma) - 1 \leq 0.$$

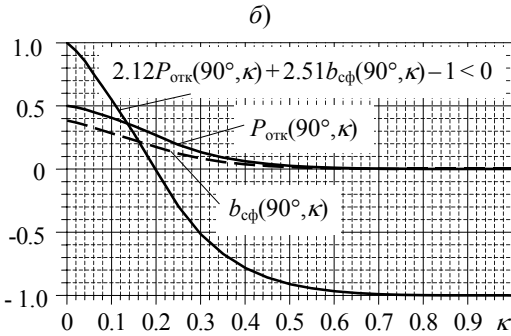
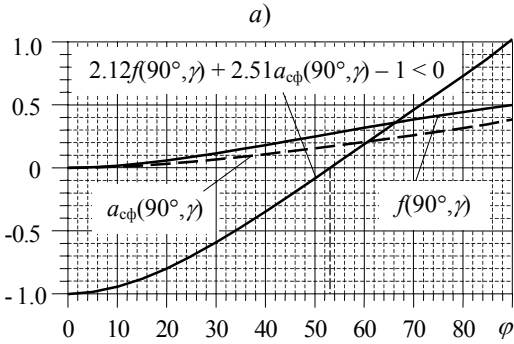


Рис. 18.7. Графическое решение уравнений для нахождения расчетной нагрузки:

а — с учетом случайности угла и места удара самолета; б — с учетом случайности угла, места удара, скорости и массы самолета

$$2.12P_{отк}(90^\circ, \tilde{\kappa}) + 2.51b_{сф}(90^\circ, \tilde{\kappa}) - 1 \leq 0.$$

Его численное решение (рис. 18.7, б) дает значение $\tilde{\kappa} = 0.2$. С его помощью расчетная нагрузка вычисляется по формуле (18.18). Но при этом следует иметь в виду, что при нахождении распределения вероятности нагрузки считалось, что $R_{\max} = 200$ МН. Подставив в (18.18) $\tilde{\kappa}$ и это значение R_{\max} , получим, что расчетная нагрузка должна составлять

$$R_{lim} = R_{\max}\kappa = 200 \cdot 0.2 = 40 \text{ МН.}$$

Найденные нагрузки показаны на рис. 18.8. Видно, что при учете случайности только угла и места удара расчетную нагрузку можно принимать на 40 %, а при дополнительном учете случайности

Решая это уравнение численно или графически (рис. 18.7, а), получаем значение предельного угла при вершине «конуса удара» $\gamma = 53^\circ$. Следовательно, расчетная нагрузка, при которой вероятность отказа оболочки составит не более 10^{-7} 1/год,

$$\begin{aligned} R_{lim} &= R_{\max}\cos\gamma = \\ &= 110 \cdot 0.6 = 66 \text{ МН.} \end{aligned}$$

Теперь определим расчетную нагрузку с учетом случайности угла, места удара, скорости и массы самолета. В этом случае в равенство (18.35) надо вместо $f(90^\circ, \gamma)$ и $a_{сф}(90^\circ, \gamma)$ подставить соответственно $P_{отк}(90^\circ, \tilde{\kappa})$ и $b_{сф}(90^\circ, \tilde{\kappa})$. Так же как и ранее, отсюда получаем уравнение относительно коэффициента κ :

скорости и массы самолета – в 2.5 раза меньше максимально возможной. При этом вероятность отказа оболочки будет не больше 10^{-7} 1/год.

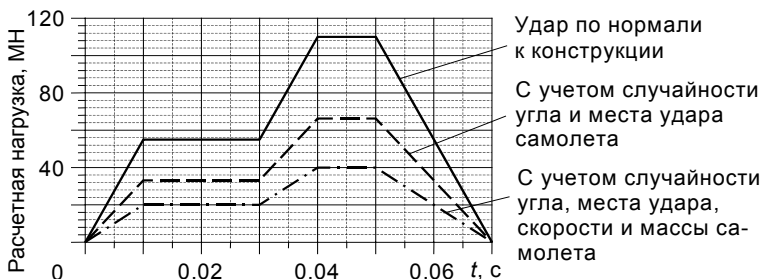


Рис. 18.8. Расчетная нагрузка R_{lim} на защитную оболочку при ударе самолета *Phantom* (пример 2)

Пример 3. При тех же условиях, что и в примере 2, найдем расчетную нагрузку для защитной оболочки на рис. 18.9, размеры которой больше, чем у оболочки, показанной на рис. 18.5. Площадь открытой для удара цилиндрической части оболочки составляет $A_{ц} = 7070 \text{ м}^2$ (считаем, что 25 % ее площади закрыто другими сооружениями).

Процедура определения расчетной нагрузки R_{lim} – та же, что в примере 2. Если учитывается случайность только угла и места удара самолета, то угол при вершине «конуса удара» γ определяется из уравнения

$$3.54f(90^\circ, \gamma) + 5.66a_{\text{сф}}(90^\circ, \gamma) - 1 \leq 0.$$

Его решение дает $\gamma = 35^\circ$, и, следовательно, следует принять расчетную нагрузку

$$R_{lim} = R_{\text{max}} \cos \gamma = 110 \cdot 0.82 = 90 \text{ МН}.$$

При дополнительном учете случайности скорости и массы самолета найдем коэффициент \tilde{k} из уравнения

$$3.54P_{\text{отк}}(90^\circ, \tilde{k}) + 5.66b_{\text{сф}}(90^\circ, \tilde{k}) - 1 \leq 0.$$

Полученные значения расчетной нагрузки изображены на рис. 18.10. Их сравнение с нагрузками, приведенными на рис. 18.8, показывает, что чем меньше сооружение, тем меньше может быть задана расчетная нагрузка, при которой будет гарантировано непревышение требуемой вероятности его отказа.

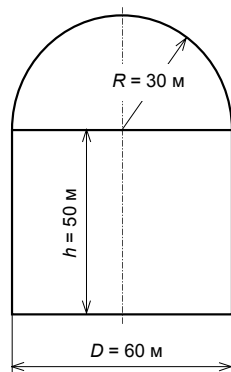


Рис. 18.9. Размеры защитной оболочки

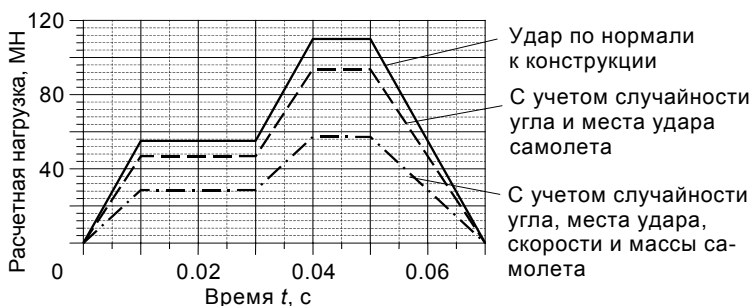


Рис. 18.10. Расчетная нагрузка R_{lim} на защитную оболочку при ударе самолета *Phantom* (пример 3)

18.2. Вероятностный анализ вынужденных колебаний зданий

18.2.1. Предварительные замечания

Динамические нагрузки, передающиеся на технологическое оборудование и трубопроводы АЭС при вынужденных колебаниях здания, вызванных ударом самолета, задаются посредством поэтажных спектров отклика (ПС). Их расчету была посвящена гл. 17. Интенсивность колебаний рассматриваемой точки здания и, следовательно, характер ПС зависят от закона изменения нагрузки и направления удара, а также от расстояния между этой точкой и местом удара. Если ПС построен в точке, близкой к удару, то его ускорения, т.е. динамические нагрузки на оборудование, будут очень велики.

Сегодня принято проектировать оборудование АЭС в предположении, что реализуется наихудший вариант внешнего воздействия, т.е. предполагается падение самолета с массой и скоростью, близкими к максимальным, удар в самую невыгодную точку и под наиболее опасным углом. Если строго следовать этому принципу, расчетный ПС должен строиться как огибающая ПС, соответствующих ударам во все точки здания. Но в этом случае расчетные ускорения могут оказаться чрезвычайно большими. Кроме этого, при ударе самолета большие ускорения приходятся на высокочастотную часть ПС, что создает дополнительные трудности при проектировании оборудования (см. гл. 17).

Однако в действительности падение самолета на АЭС – крайне редкое событие. Кроме того, параметры, от которых зависит ускорение колебаний здания, являются случайными, и вероятность реализации их наихудшего сочетания, при котором ускорения ПС окажутся максимальными, ничтожно мала.

Рассмотрим приближенную методику расчета ПС с учетом всех названных выше случайных факторов, позволяющую получать нагрузки на оборудование с требуемой вероятностью реализации, что позволяет обеспечить необходимую надежность АЭС.

18.2.2. Рассматриваемые случайные параметры

При расчетах ПС (далее предполагается, что это спектры ускорений) учитывается случайность тех же параметров, что и в разд. 18.1: частота падений самолетов, направление удара, величина нагрузки, зависящая от типа самолета, его массы m и скорости v_0 . В дополнение к этому учитывается случайность расстояния от места удара до точки построения ПС. В принципе случайные характеристики, относящиеся к самолету, должны определяться на основе анализа статистики авиапроисшествий в окрестности АЭС, но для определенности они приняты такими же, как в разд. 18.1.

18.2.3. Распределение вероятности поэтажных спектров отклика

Вынужденные колебания зданий АЭС рассчитывают с применением линейных моделей (см. гл. 17). Поэтому ускорения точек здания пропорциональны максимальной величине возмущающей силы. Если удар в строительную конструкцию нанесен под углом к ее нормали, то с целью упрощения учитывается только нормальная компонента нагрузки. Это допущение отчасти оправдано тем соображением, что если угол между нагрузкой и нормалью мал, то касательная компонента нагрузки также мала, а если велик, то возможны скольжение самолета по поверхности конструкции и рикошет, что уменьшает нагрузку.

Обозначим событие «удар самолета в j -ю точку здания» B_j . Если эквивалентная площадь, относящаяся к этой точке (узлу конечно-элементной сетки), равна A_j , то вероятность B_j вычисляется согласно (18.1).

Предположим, что в точке удара нормаль к поверхности строительной конструкции наклонена к вертикали на угол φ . Если направление удара совпадает с нормалью, а скорость и масса самолета максимальны, то нормальная компонента нагрузки равна $R_{\max}(t)$. Соответствующий ПС в точке здания, где закреплено

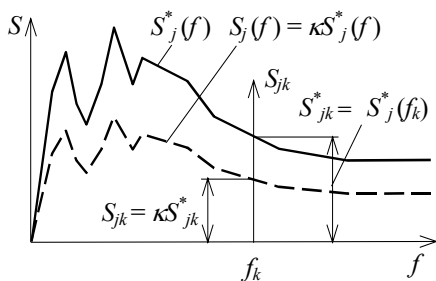


Рис. 18.11. Зависимость ПС от κ

интересующее нас оборудование, будем обозначать $S_j^*(f)$ (для краткости не обозначается зависимость ПС от затухания ζ , так как учет последнего не изменит процедуру вероятностного анализа).

Если скорость и масса самолета не максимальны и удар нанесен под углом γ к нормали, то нормальная компонента нагрузки вычис-

ляется согласно (18.21), т.е. путем умножения R_{\max} на коэффициент $\kappa < 1$, определяемый согласно (18.20).

Так как проблема вычисления ПС линейна, соответствующий ПС $S_j(f) = \kappa S_j^*(f)$. (18.37)

Рассмотрим значения ускорений ПС (далее они называются «спектральными ускорениями») на произвольной частоте осциллятора f_k . Их максимальные значения равны $S_j^*(f_k)$; для краткости будем обозначать их S_{jk}^* . При конкретном значении κ спектральное ускорение (см. рис. 18.11)

$$S_{jk} = \kappa S_{jk}^*. \quad (18.38)$$

Поскольку κ – случайное число, то и S_{jk} – также случайное число. Оно соответствует удару в j -ю точку здания (т.е. случайному событию \mathbf{B}_j). Значит, плотность его условной вероятности

$$p_{\kappa}(S_{jk} | \mathbf{B}_j) = \frac{1}{S_{jk}^*} p_{\kappa} \left(\frac{S_{jk}}{S_{jk}^*} \right), \quad (18.39)$$

а интегральный закон распределения

$$P_{\kappa}(S_{jk} | \mathbf{B}_j) = \frac{1}{S_{jk}^*} \int_0^{S_{jk}} p_{\kappa} \left(\frac{S_{jk}}{S_{jk}^*} \right) dS_{jk} = \int_0^{\kappa S_{jk}^*} p_{\kappa}(\kappa) d\kappa = P_{\kappa}(\kappa S_{jk}^* | \varphi_j). \quad (18.40)$$

Он представляет собой *вероятность неперевышения* отношения S_{jk}/S_{jk}^* . Функция $P_{\kappa}(x|\varphi)$ вычисляется по формуле (18.26) и приведена на рис. 18.12.

Полная вероятность неперевышения значения S_{jk}

$$P_{\kappa}(S_{jk}) = P_{\kappa}(S_{jk} | \mathbf{B}_j) \cdot P(\mathbf{B}_j) = P_{\kappa}(\kappa S_{jk}^* | \varphi_j) \cdot P(\mathbf{B}_j). \quad (18.41)$$

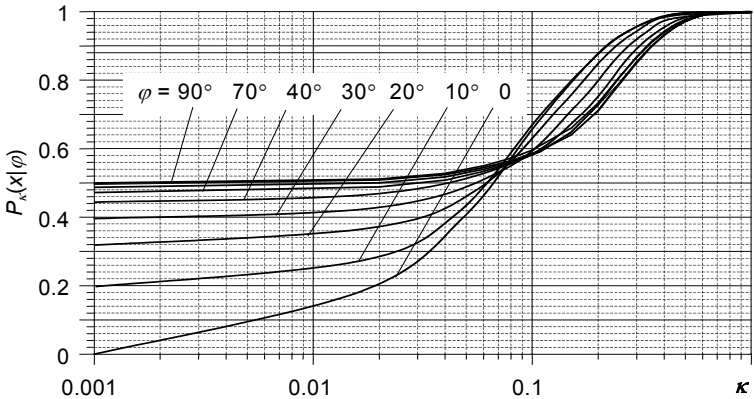


Рис. 18.12. Вероятность неперевышения отношения S_{jk}/S_{jk}^*

Аналогично вычисляются вероятности непревышения спектральных ускорений на всех остальных частотах осциллятора. Если удар нанесен в другую, n -ю точку здания (случайное событие \mathbf{B}_n), то можно таким же образом найти вероятность $P_\kappa(S_{nk})$ непревышения спектральных ускорений на частоте f_k и всех других частотах.

Случайные события \mathbf{B}_j и \mathbf{B}_n (т.е. удары в различные точки здания) являются независимыми, и поэтому плотность вероятности значений ПС на произвольной частоте равна сумме соответствующих плотностей вероятности (рис. 18.13).

Выполнив описанные выше вычисления для всех m точек на открытых для удара наружных поверхностях здания, найдем плотность вероятности $p_s(S)$ для ПС во всех интересующих нас внутренних точках. Интегральный закон распределения на частоте f_k , т.е. вероятность непревышения спектральных ускорений:

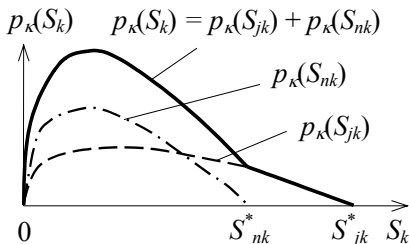


Рис. 18.13. Плотности вероятности спектральных ускорений на частоте f_k при ударах в j -ю и n -ю точки здания

$$P_\kappa(S_j) = \sum_{j=1}^m P_\kappa(\kappa S_{jk}^* | \varphi_j) \cdot P(\mathbf{B}_j). \quad (18.42)$$

18.2.4. Допускаемая вероятность непревышения спектральных ускорений

Вероятностный анализ работоспособности рассматриваемой единицы оборудования выполняется исходя из требования

$$P_f \leq [P], \quad (18.43)$$

где P_f – вероятность ее отказа в течение одного года; $[P]$ – допускаемая вероятность отказа.

Вопрос о том, какой может быть принята вероятность $[P]$, должен решаться на основе анализа вероятности отказа систем с учетом параллельной и последовательной работы входящих в них единиц оборудования, для чего надо построить деревья отказов. Приведем некоторые соображения относительно выбора допускаемой вероятности отказа. Он основан на следующих упрощающих предположениях.

Во-первых, считаем, что превышение ПС в точке установки рассматриваемого оборудования означает отказ последнего. Это предположение обеспечивает завышенную оценку вероятности отказа, поскольку линейно-спектральный метод расчета дает большие запасы. Если частота падений самолетов такая же, как в разд. 18.1.2 ($\nu = 10^{-6}$ 1/год), то вероятность превышения ПС за год

$$\bar{P}_{\text{пр}}(S_j) = 10^{-6}[1 - P_{\kappa}(S_j)]. \quad (18.44)$$

Во-вторых, предположим, что отказ рассматриваемой единицы оборудования или системы приводит к отказу всей АЭС, т.е. к неприемлемым радиологическим и ядерным последствиям. В этом случае допускаемая вероятность отказа принимается в соответствии с (18.34), т.е. $[P] = 10^{-7}$. Отметим, что это предположение также приводит к очень большому запасу надежности, так как не учитывает наличие дублирующих систем безопасности и локализирующих систем, предотвращающих распространение радиоактивности.

Из (18.43) и (18.44) следует

$$10^{-6}[1 - P_c(S_j)] \leq 10^{-7}, \quad (18.45)$$

откуда получаем требуемую вероятность непревышения ПС

$$P_c(S_j) \geq 0.9. \quad (18.46)$$

18.2.5. Примеры вероятностного расчета поэтажных спектров отклика

Чтобы продемонстрировать преимущества вероятностного расчета ПС, далее приведены примеры вычисленных таким образом ПС для здания реактора АЭС. Его конечно-элементная модель показана на рис. 18.14. Рассматривался удар самолета *Phantom*. Построены ПС в трех характерных точках здания: опоры реактора, балки полярного крана и проходок трубопроводов в наружной защитной оболочке.

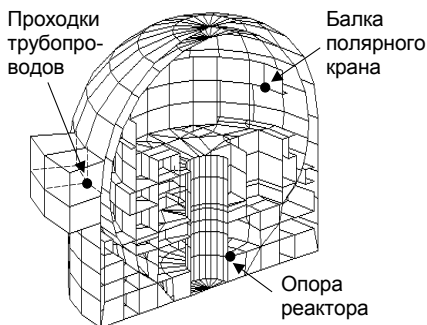


Рис. 18.14. Конечно-элементная модель здания реактора и места построения ПС

На рис. 18.15 представлены «вероятностные» ПС, рассчитанные описанным выше методом (кривые 1). Они найдены исходя из условия (18.46), т.е. вероятность их превышения составляет 10^{-7} 1/год. Кривые 2 на рис. 18.15 – это максимальные «самолетные» ПС, построенные обычным методом,

применяемым сегодня: как огибающие ПС, соответствующих всем точкам удара самолета. Они дают наихудший вариант динамических нагрузок. Наконец, кривые 3 и 4 – это ПС при землетрясениях интенсивностью 8 и 7 баллов по шкале MSK-64 (максимальное ускорение грунта 0.1g и 0.2g).

Можно видеть, что при частотах выше 3–8 Гц «максимальные» самолетные ПС превосходят 8-балльные сейсмические и дают очень

большие спектральные ускорения. Например, для проходок трубопроводов, расположенных рядом с местом удара, эти ускорения больше 30g. В то же время «вероятностные» ПС в этой точке и на балке полярного крана ниже 8-балльных сейсмических, а на опоре реактора – ниже 7-балльных. Это означает, что если в проекте АЭС учтено землетрясение такой интенсивности, то при проектировании трубопроводов и оборудования динамические нагрузки от удара самолета можно не учитывать.

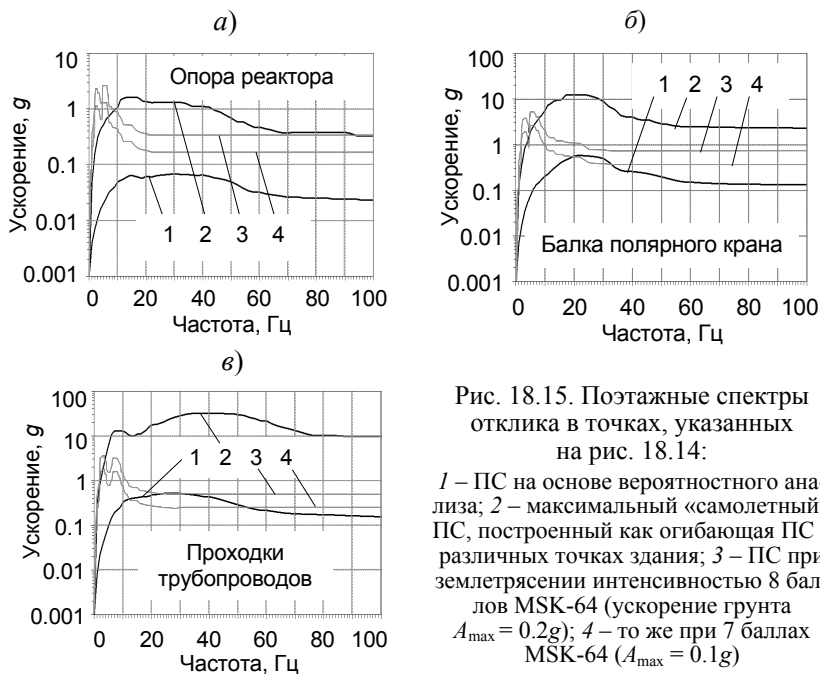


Рис. 18.15. Поэтажные спектры отклика в точках, указанных на рис. 18.14:

1 – ПС на основе вероятностного анализа; 2 – максимальный «самолетный» ПС, построенный как огибающая ПС в различных точках здания; 3 – ПС при землетрясении интенсивностью 8 баллов MSK-64 (ускорение грунта $A_{\max} = 0.2g$); 4 – то же при 7 баллах MSK-64 ($A_{\max} = 0.1g$)

18.3. Заключительные замечания

Сегодня проверку прочности строительных конструкций при ударе самолета обычно выполняют «по наихудшему варианту»: задают нагрузку, близкую к максимально возможной, и прикладывают ее в самой неблагоприятной точке по нормали к конструкции. Такой подход приводит к сильному преувеличению опасности удара самолета. Методика вероятностного анализа при падении самолета, описанная в настоящей главе, дает возможность учесть важнейшие случайные факторы этого воздействия: тип, скорость и массу самолета, определяющие нагрузку на строительную конструкцию, а также место и угол соударения с ней. Это позволяет значительно снизить расчетные нагрузки.

Так, в примере 1 разд. 18.2 произведен расчет защитной оболочки на нагрузку при ударе самолета, которая более чем в девять раз превысила ту, на которую изначально была рассчитана оболочка. Тем не менее вероятность отказа последней лишь ненамного превосходит допускаемую вероятность наступления неприемлемых радиологических последствий при работе АЭС, установленную российскими нормами [86]. При этом надо иметь в виду, что отказ защитной оболочки еще не означает наступления таких последствий. Для оценки их вероятности необходимо продолжить анализ и оценить вероятность отказа оборудования и трубопроводов.

Вероятность удара самолета в сооружение снижается с уменьшением размеров последнего. Описанная методика показывает, что чем меньше сооружение, тем меньше может быть задана расчетная нагрузка, при которой будет гарантировано непревышение требуемой вероятности его отказа.

Полная вероятность отказа строительной конструкции равна произведению вероятности попадания в нее самолета и условной вероятности отказа при этом ударе. Поэтому для небольшой по размерам конструкции, вероятность попадания в которую мала, такую же полную вероятность ее отказа можно получить, увеличив условную вероятность, т.е. уменьшив расчетную нагрузку на конструкцию.

Библиографический список

1. Аугусти Г. Вероятностные методы в строительном проектировании : [пер. с англ.] / Г. Аугусти, А. Баррата, Ф. Кашиати. – М. : Стройиздат, 1988.
2. Бате К. Численные методы анализа и МКЭ : [пер. с англ.] / К. Бате, Е. Вильсон. – М. : Стройиздат, 1982.
3. Бетонные и железобетонные конструкции : СНиП II-21-75 / Госстрой СССР ; ЦИТП Госстроя СССР. – М., 1976.
4. Бетонные и железобетонные конструкции : СНиП 2.03.01-84* / Госстрой СССР ; ЦИТП Госстроя СССР. – М., 1985.
5. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения : СНиП 52-01-2003. – М., 2004.
6. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры : СП 52-101-2003. – М., 2004.
7. Бидерман В. Л. Прикладная теория механических колебаний / В. Л. Бидерман. – М. : Высш. шк., 1972.
8. Бирбраер А. Н. К определению динамических нагрузок на строительные конструкции атомных электростанций при ударах летящих тел / А. Н. Бирбраер, А. Ю. Роледер, Г. С. Шульман // Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденева. – 1991. – Т. 225. – С. 92 – 100.
9. Бирбраер А. Н. Нагрузки на строительные конструкции при наклонном ударе легкодеформируемого твердого тела / А. Н. Бирбраер, А. Ю. Роледер // Экспресс-информация; Информ-энерго. Сер. Энергетика и электрификация. Сооружение атомных электростанций. – 1990. – Вып. 11. – С. 8 – 10.
10. Бирбраер А. Н. Нагрузки на строительные конструкции при ударах разрушающихся летящих тел / А. Н. Бирбраер, И. А. Волкодав // Сейсмостойкое строительство и безопасность сооружений. – 2008. – № 2. – С. 53 – 57.
11. Бирбраер А. Н. Прочность и надежность конструкций АЭС при особых динамических воздействиях / А. Н. Бирбраер, С. Г. Шульман. – М. : Энергоатомиздат, 1989.
12. Бирбраер А. Н. Расчет конструкций на сейсмостойкость / А. Н. Бирбраер. – СПб. : Наука, 1998.
13. Болотин В. В. Случайные колебания упругих систем / В. В. Болотин. – М. : Наука, 1979.
14. Болотин В. В. Статистические методы в строительной механике / В. В. Болотин. – М. : Стройиздат, 1965.
15. Болотин В. В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений / В. В. Болотин. – М. : Стройиздат, 1971.
16. Бронштейн И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Наука, 1967.
17. Брюхань Ф. Ф. Смерчопасные зоны в СССР и размещение атомных станций / Ф. Ф. Брюхань, М. Е. Ляхов, В. Н. Погребняк // Изв. АН СССР. Сер. геогр. – 1989. – № 1. – С. 40–48.

18. *Бугаенко С. Е.* Прочность и надежность конструкций АЭС при экстремальных воздействиях / С. Е. Бугаенко [и др.]. – М. : Энергоатомиздат, 2005.
19. *Буторин С. Л.* Методы анализа безопасности АЭС при авиакатастрофах / С. Л. Буторин, Г. С. Шульман, С. Г. Шульман. – М. : Энергоатомиздат, 2006.
20. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : Академия, 2003.
21. Взрывные явления. Оценка и последствия / У. Бейкер [и др.]. – М. : Мир, 1986.
22. Вибрации в технике : справ. В 6 т. Т. 1. – М. : Машиностроение, 1981.
23. *Галлай М. Л.* «Через невидимые барьеры» // Избранные произведения. В 2 т. Т 1 / М. Л. Галлай. – М. : Воениздат, 1990.
24. *Горбунов-Посадов М. И.* Расчет конструкций на упругом основании / М. И. Горбунов-Посадов. – М. : Стройиздат, 1953.
25. *Горев В. А.* Определение параметров сферической дефлаграции / В. А. Горев, А. К. Трошин // Физика горения и взрыва. – 1979. – № 2. – С. 73.
26. Динамический расчет зданий и сооружений / М. Ф. Барштейн [и др.]. – М. : Стройиздат, 1984.
27. Динамический расчет специальных инженерных сооружений и конструкций / Ю. К. Амбриашвили [и др.]. – М. : Стройиздат, 1986.
28. *Жарницкий В. И.* Нагрузки от обрушаемых конструкций зданий на покрытия встроенных убежищ гражданской обороны / В. И. Жарницкий, С. О. Курнавина // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2003. – № 6. – С. 43–48.
29. Защитные сооружения гражданской обороны : СНиП II-11-77* / Госстрой России ; ГУП ЦПП. – М., 2002.
30. *Зельдович Я. Б.* Элементы прикладной математики / Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис. – М. : Наука, 1972.
31. Инструкция по расчету перекрытий на импульсивные нагрузки / ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко Госстроя СССР. – М. : Стройиздат, 1966.
32. *Караковский М. В.* О динамическом взаимодействии жесткопластического стержня с плоской конструкцией / М. В. Караковский, Г. С. Шульман // Изв. ВНИИГ им. Веденева. – 1993. – Т. 227. – С. 75–80.
33. *Карпенко Н. И.* Исследование прочности и деформаций железобетонных плит в области с косыми трещинами / Н. И. Карпенко, Т. А. Мухамедиев, В. П. Рослов // Новые исследования элементов железобетонных конструкций при различных предельных состояниях : сб. науч. тр. / НИИЖБ. – М., 1982. – С. 105–124.
34. *Карпенко Н. И.* Теория деформирования железобетона с трещинами / Н. И. Карпенко. – М., 1976.
35. *Карпинский В. С.* Вычислительный комплекс SCAD / В. С. Карпинский [и др.]. – М. : АСВ, 2004.

36. *Кириллов А. П.* Разработка и обоснование метода расчета прочности железобетонных конструкций при действии локальных динамических нагрузок / А. П. Кириллов, А. Е. Саргсян, Е. И. Нейман // *Современные методы расчета ТЭС и АЭС на основе использования ЭВМ* : тр. Гидропроекта. – 1985. – С. 93–102.
37. *Клаф Р.* Динамика сооружений : [пер. с англ.] / Р. Клаф, Дж. Пензен. – М. : Стройиздат, 1979.
38. *Котляревский В. А.* Убежища гражданской обороны. Конструкция и расчет / В. А. Котляревский [и др.]. – М. : Стройиздат, 1989.
39. *Малинин Н. Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести / Н. Н. Малинин. – М. : Машиностроение, 1975.
40. Методика оценки последствий аварийных взрывов топливоздушных смесей : РД 03-409-01 / Госгортехнадзор России. – М., 2001.
41. Нагрузки и воздействия : СНиП II-6-74 / Госстрой СССР. – М., 1976.
42. Нагрузки и воздействия : СНиП 2.01.07-85* / Минстрой РФ. – М., 1996.
43. Нагрузки и воздействия на здания и сооружения / В. Н. Гордеев [и др.] ; под общ. ред. А. В. Перельмутера. – Киев : Сталь, 2005.
44. *Наливкин Д. В.* Смерчи / Д. В. Наливкин. – Л. : Наука, 1984.
45. *Наливкин Д. В.* Ураганы, бури и смерчи / Д. В. Наливкин. – Л. : Наука, 1969.
46. *Напетваридзе Ш. Г.* Вопросы усовершенствования существующей методики определения сейсмической нагрузки / Ш. Г. Напетваридзе // *Сейсмостойкость сооружений* : сб. науч. тр. – Тбилиси : Мацниереба, 1965. – С. 3–18.
47. Нормы проектирования сейсмостойких атомных станций : НП 031-01 / Госатомнадзор России. – 2001.
48. Нормы радиационной безопасности (СП 2.6.1.758-89) : НРБ-99 / Минздрав России. – 1989.
49. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок : ПНАЭ Г-7-002-86 / Госатомэнергонадзор СССР. – М. : Энергоатомиздат, 1989.
50. Нормы строительного проектирования атомных станций с реакторами различного типа : ПиНАЭ-5.6-86 / Минатомэнерго РФ. – 1986.
51. Общие положения обеспечения безопасности атомных станций (ОПБ 88/97) : НП-001-97 (ПНАЭ Г-01-011-97) / Госатомнадзор России. – 1998.
52. Общие правила взрывобезопасности для взрывопожароопасных химических, нефтехимических и нефтеперерабатывающих производств : ПБ 09-540-03 / Госгортехнадзор России. – 2003.
53. *Пановко Я. Г.* Введение в теорию механического удара / Я. Г. Пановко. – М. : Наука, 1977.
54. *Пановко Я. Г.* Основы прикладной теории колебаний и удара / Я. Г. Пановко. – Л. : Машиностроение, 1976.
55. *Пановко Я. Г.* Устойчивость и колебания упругих систем. Современные концепции, парадоксы и ошибки / Я. Г. Пановко, И. И. Губанова. – М. : Наука, 1967.

56. *Перельмутер А. В.* Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – Киев : ВПП «Компас», 2001.
57. *Писаренко Г. С.* Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – Киев : Наук. думка, 1975.
58. Пожарная безопасность технологических процессов. Общие требования. Методы контроля : ГОСТ Р 12.3.047-98. – 2000.
59. *Попов Н. А.* Рекомендации по уточненному динамическому расчету зданий и сооружений на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки / Н. А. Попов; Госстрой России, ЦНИИСК им. В. А. Кучеренко, ООО Еврософт. – М., 2000.
60. *Попов Н. Н.* Динамический расчет железобетонных конструкций / Н. Н. Попов, Б. С. Расторгуев. – М. : Стройиздат, 1974.
61. *Попов Н. Н.* Расчет конструкций специальных сооружений / Н. Н. Попов, Б. С. Расторгуев. – М. : Стройиздат, 1990.
62. Правила проектирования и строительства строительных конструкций ядерного острова с реактором типа REP (с водой под давлением) : RCC-G / Электрисите де Франс. – Июль 1988.
63. Прочность, устойчивость, колебания : справ. В 3 т. Т. 1 ; под ред. И. А. Биргера, Я. Г. Пановко. – М. : Машиностроение, 1968.
64. *Райзер В. Д.* Теория надежности в строительном проектировании / В. Д. Райзер. – М. : Изд-во Ассоциации строительных вузов, 1988.
65. Расторгуев Б. С. Проектирование зданий и сооружений при аварийных взрывных воздействиях / Б. С. Расторгуев, А. И. Плотников, Д. З. Хуснутдинов. – М. : Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2007.
66. Расчет железобетонных конструкций на взрывные и ударные нагрузки / Н. Н. Белов [и др.] / Scientific & Technical Translations (SST). – Нортхэмптон ; Томск, 2004.
67. Расчет конструкций убежищ / М. Д. Боданский [и др.]. – М. : Стройиздат, 1974.
68. Расчет сооружений на специальные воздействия / М. Ф. Барштейн [и др.]. – М. : Стройиздат, 1981.
69. Рекомендации по оценке характеристик смерча для объектов использования атомной энергии / Госатомнадзор России. – М., 2001.
70. *Ржаницын А. Р.* Предельное равновесие пластинок и оболочек / А. Р. Ржаницын. – М. : Наука, 1983.
71. Руководство по анализу опасности аварийных взрывов и определению параметров их механического действия : РБ Г-05-039-96 / НТЦ ЯРБ Госатомнадзора России. – М., 2000.
72. Руководство по определению нагрузок на строительные конструкции и оборудование атомных станций при падении в бассейн, заполненный водой, контейнера или других тел : РД 95 1054-96 / Минатомэнерго РФ. – М., 1996.
73. Руководство по расчету зданий и сооружений на действие ветра / М. Ф. Барштейн; ЦНИИСК им. Кучеренко. – М. : Стройиздат, 1978.

74. *Савинов О. А.* Современные конструкции фундаментов под машины и их расчет / О. А. Савинов. – Л. : Стройиздат, 1964.
75. Санитарные правила проектирования и эксплуатации атомных электростанций : СП АЭС-88/93 / Минздрав РФ. – 1993.
76. *Симиу Э.* Воздействие ветра на сооружения : [пер. с англ.] / Э. Симиу, Р. Сканлан. – М. : Стройиздат, 1984.
77. *Скубко В. М.* О классах бетона по прочности на сжатие / В. М. Скубко // Бюл. строительной техники. – 1985. – № 6. – С. 15–16.
78. Справочник по динамике сооружений / под общ. ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича. – М. : Стройиздат, 1972.
79. Справочник по теории упругости / под общ. ред. П. М. Варвака, А. Ф. Рябова. – Киев : Будівельник, 1971.
80. Стальные конструкции : СНиП II-23-81* / Госстрой СССР; ЦИТП Госстроя СССР. – М., 1990.
81. *Стрелецкий Н. С.* Основы статистического учета запаса прочности сооружений / Н. С. Стрелецкий. – М. : Стройиздат, 1947.
82. Строительство в сейсмических районах : СНиП II-7-81* / Госстрой России. – М., 2000.
83. *Таубкин В. С.* О методиках расчета параметров взрыва облаков газо-паро-воздушных смесей / В. С. Таубкин, А. В. Фролов; Российский федеральный центр судебной экспертизы при Минюсте РФ.
84. *Тимошенко С. П.* Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко. – М. : Физматгиз, 1959.
85. *Тимошенко С. П.* Механика материалов / С. П. Тимошенко, Дж. Герге. – М. : Мир, 1976.
86. Учет внешних воздействий природного и техногенного происхождения на объекты использования атомной энергии : НП-064-05 / Федеральная служба по экологическому, технологическому и атомному надзору. – 2006.
87. Учет внешних воздействий природного и техногенного происхождения на ядерно- и радиационно-опасные объекты : ПНАЭ Г-05-035-94 / Федеральное агентство по ядерной и радиационной безопасности. – М., 1994.
88. Учет внешних событий, вызванных деятельностью человека, при проектировании атомных электростанций. Руководство по безопасности № 50-SG-D5 (Rev. 1) / МАГАТЭ. – Вена, 1997.
89. Учет тропических циклонов в основах проекта атомных электростанций. Руководство по безопасности № 50-SG-S11B / МАГАТЭ. – Вена, 1986.
90. Учет экстремальных метеорологических явлений при выборе площадок АЭС. (Без учета тропических циклонов). Руководство по безопасности № 50-SG-S11A / МАГАТЭ. – Вена, 1983.
91. *Филин А. П.* Приближенные методы математического анализа в механике твердых деформируемых тел / А. П. Филин. – Л. : Стройиздат, 1971.
92. Фундаменты машин с динамическими нагрузками : СНиП 2.02.05-87 / Госстрой СССР; ЦИТП Госстроя СССР. – М., 1988.

93. *Хоциалов Н. Ф.* Запасы прочности / Н. Ф. Хоциалов // *Строительная промышленность*. – 1929. – № 10. – С. 840–844.
94. *Хуснутдинов Д. З.* Поле максимальных величин давлений при дефлаграционных взрывах различной интенсивности / Д. З. Хуснутдинов // *Охрана труда / МИСИ*. – М., 1988.
95. *Чугаев Р. Р.* Гидравлика / Р. Р. Чугаев. – Л.: Энергоиздат, 1982.
96. *Шамин В. М.* Расчет защитных сооружений на действие взрывных нагрузок / В. М. Шамин. – М.: Стройиздат, 1989.
97. *Шпете Г.* Надежность несущих строительных конструкций: [пер. с нем.] / Г. Шпете. – М.: Стройиздат, 1994.
98. *Шульман Г. С.* Об ударе летящего тела в сферическую преграду / Г. С. Шульман // *Изв. ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева*. – 1993. – Т. 227. – С. 81–84.
99. *Adeli H., Amin A.* Local Effects under Crash Impact on Concrete Structures // *Nucl. Engng. and Des.* 1985. 88, No. 3. P. 301–317.
100. *Aircraft Accident Digest // ICAO Circular. No.16.1.88-AN/74 – No. 29.191-AN-116.*
101. *American National Standard Building Code Requirements for Minimum Design Loads in Buildings and Other Structures. A58.1 / American National Standard Institute. New York, 1972.*
102. *ASCE Standard “Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary”. ASCE 4-98 / American Society of Civil Engineers.*
103. *Barr P.* Guidelines for the Design and Assessment of Concrete Structures Subjected to Impact. SRD 439. Issue 2 / *United Kingdom Atomic Energy Authority Safety and Reliability Directorate. 1988.*
104. *Bauer J., Sharpf F., Schwarz R.* Analysis of Reinforced Concrete Structures Subjected to Aircraft Impact Loading. J. 39/4 // *Trans. of the 7th SMiRT. Chicago, USA. 1983.*
105. *Bignon P. G., Riera J. D.* Verification of Methods for Soft Missile Impact Problems // *Nucl. Engng. and Des.* 1980. Vol. 60. P. 311 – 326.
106. *Birbraer A. N., Roleder A. J., Arhipov S. B.* Probabilistic Assessment of NPP Building Structures Strength under Aircraft Impact. Paper No. 1644 / *Trans. 16th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 16), Washington DC, Aug. 2001.*
107. *Birbraer A. N., Roleder A. J., Arhipov S. B.* Probabilistic Assessment of NPP Building Vibrations Caused by Aircraft Impact. Paper No. 1645 / *Trans. 16th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 16), Washington DC, Aug. 2001.*
108. *Code Requirements for Nuclear Safety Related Concrete Structures (ACI 349-90). ANSI/ACI 349-90 / American Concrete Institute. 1990.*
109. *Drittler K., Gruner P.* Calculation of the Total Force Acting upon a Rigid Wall by Projectiles // *Nucl. Engng. and Des.* 1976. Vol. 37. P. 231–234.
110. *Drittler K., Gruner P.* The Force Resulting from Impact of Fast-Flying Military Aircraft upon a Rigid Wall // *Nucl. Engng. and Des.* 1976. Vol. 37. P. 245–248.

111. Eurocode 1: Actions on structures. Pt. 1–4: General actions – Wind actions. BS EN 1991-1-4:2005. Brussels.: CEN / European Committee for Standardization. April 2005.
112. External Human-Induced Events in Site Evaluation for Nuclear Power Plants. IAEA Safety Standards Series. Safety Guide No. NS-G-3.1 / International Atomic Energy Agency. Vienna, 2002.
113. External Events Excluding Earthquakes in the Design of Nuclear Power Plant. IAEA Safety Standards Series. Safety Guide No. NS-G-1.5 / International Atomic Energy Agency. Vienna, 2003.
114. Eurocode No. 2. Design of Concrete Structures. Pt. 1: General Rules and Rules for Buildings (Revised Final Draft). October 1990.
115. *Florence A. L.* Clamped Circular Rigid-Plastic Plates under Central Blast Loading // International Journal of Solids and Structures. 1966. Vol. 2.
116. *Haas E., Lockau J., Müller G.* Earthquake and Aircraft Impact Simulation Testing of Piping Systems // Nucl. Engng. and Des. 1985. Vol. 85. P. 25–29.
117. *Hurwitz M. M.* A Revision of the Dynamic Design-Analysis Method (DDAM) in NASTRAN / Naval Sea Systems Command Report. DTNSRDC – 82/107. Dec. 1982.
118. *Kennedy R. P.* A Review of Procedures for Analysis and Design of Concrete Structures to Resist Impact Effects // Nucl. Engng. and Des. 1976. Vol. 37. P. 183–203.
119. *Kobayashi T.* Probability Analysis of an Aircraft Crash to a Nuclear Power Plant // Nucl. Engng. and Des. 1988. Vol. 110. P. 207–211.
120. *Krutzik N. J.* Reduction of the Dynamic Response by Aircraft Crash on Building Structures // Nucl. Engng. and Des. 1988. Vol. 110. P. 191–200.
121. *Lockau J., Haas E., Steinwender F.* The Influence of High-Frequency Excitation on Piping and Support Design // Trans. ASME, J. of Pressure Vessel Technology. 1984. Vol. 106. P. 177–190.
122. *Maier M.* Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Grenzkräften anstatt nach zulässigen Spannungen. Berlin: Springer-Verlag, 1926.
123. MSC/PATRAN. Version 7.5. Release Guide / The MacNeal-Schwendler Corporation. Los Angeles, California. January 1998.
124. MSC/NASTRAN Linear Static Analysis. Users Guide, Version 69+ / The MacNeal-Schwendler Corporation. Los Angeles, California. July 1997.
125. MSC/NASTRAN Basic Dynamic Analysis. Users Guide, Version 69+ / The MacNeal-Schwendler Corporation. Los Angeles, California. July 1997.
126. Protection Against Internal Hazards Other Than Fires and Explosions in the Design of Nuclear Power Plants. Safety Standards Series No. NS-G-1.11. Safety Guide / International Atomic Energy Agency. Vienna, 2004.
127. Report of the ASCE Committee on the Impactive and Impulsive Loads / Proc. of the Second ASCEE Conference “Civil Engineering and Nuclear Power”. Vol. V. Knoxville, Tennessee. Sept. 15-17, 1980.

128. Richtlinie für den Schutz von Kernkraftwerken gegen Druckwellen aus chemischen Reaktionen durch Auslegung der Kernkraftwerke hinsichtlich ihrer Festigkeit // Bundesanzeiger. No. 179. Bonn (22.9.1976). S. 1–3.
129. *Riera J. D.* On the Stress Analysis of Structures Subjected to Aircraft Impact Forces // Nucl. Engng. and Des. 1968. Vol. 8. P. 415–426.
130. *Riera J. D.* Penetration, Scabbing and Perforation of Concrete Structures Hit by Solid Missiles // Nucl. Engng. and Des. 1989. Vol. 115. P. 121–131.
131. *Riera J. D.* A Critical Reappraisal of Nuclear Power Plant Safety Against Accidental Aircraft Impact // Nucl. Engng. and Des. 1980. Vol. 57. P. 193–206.
132. *Sagano T., Tsubota Y., Kasai Y. et al.* Full-Scale Aircraft Test for Calculation of Impact Force // Nucl. Engng. and Des. 1993. Vol. 140. P. 373–385.
133. Sandia National Laboratories Website / <http://www.sandia.gov/media/Nrgallery00-03.htm>.
134. *Sliter G. E.* Assessment of Empirical Concrete Impact Formulas // Proc. ASCE. 1980. Vol. 106, No. ST5. P. 1023–1045.
135. Structural Analysis and Design of Nuclear Plant Facilities / Ed. J. D. Stevenson // ASCE. 1980.
136. U.S. Nuclear Regulatory Commission Regulatory Guide 1.61. “Damping Values for Seismic Design of Nuclear Power Plants” (Revision 1). March 2007.
137. U.S. Nuclear Regulatory Commission. Regulatory Guide 1.91. “Evaluations of Explosions Postulated to Occur on Transportation Routes near Nuclear Power Plants” (Revision 1). Feb. 1978.
138. U.S. Nuclear Regulatory Commission Standard Revue Plan. NUREG-0800 (Revision 2). July 1987.
139. U.S. Nuclear Regulatory Commission Standard Revue Plan. NUREG-0800. Section 3.3.2. “Tornado Loads” (Revision 2). June 1987.
140. U.S. Nuclear Regulatory Commission Standard Revue Plan. Section 3.8.4. “Other Category 1 Structures”. 1974.
141. *Wolf J. P., Bucher K. M., Skrikerud P. E.* Response of Equipment to Aircraft Impact // Nucl. Engng. and Des. 1978. Vol. 47. P. 169–193.
142. XI. Kernenergieanlagen. b) Bautechnische Bestimmungen. 1. Richtlinien für die Bemessung von Stalbetonbauteilen von Kernkraftwerken für außergewöhnliche äußere Belastungen (Erdbeben, äußere Explosionen, Flugzeugabsturz) // Fassung Juli 1974.
143. *Zorn N. F., Schuëller G. J.* On the Failure Probability of the Containment under Accidental Aircraft Impact // Nucl. Engng. and Des. 1986. Vol. 91. P. 277–286.

Предметный указатель

- А**
- Авария
 - запроектная 443
 - максимальная проектная (МПА) 454
 - проектная 443
 - Акселерограмма 111
 - поэтажная (ПА) 527
 - Амплитуда 34
 - Аэроупругость 390
- Б**
- Безопасное расстояние (БР) – см. величина дистанции отбора
 - Бидерман 191
 - Бофорта шкала скорости ветра 373
 - Бубнова–Галеркина метод 96
 - Буссинек 189
- В**
- Вектор
 - перемещений 38, 46
 - ускорений 38
 - Величина дистанции отбора (ВДО) 443, 472
 - для взрыва 494
 - для падения самолета 474
 - Велосиграмма 111
 - Вероятность
 - для проектных основ (ВПО) 443
 - нарушения работы условная (УВНР) 443
 - падения самолета
 - ~ на здание 481
 - ~ на площадку АЭС 474
 - ~ удар в конкретную конструкцию здания 484
 - Ветровая нагрузка
 - средняя 377
 - пульсационная 377, 380
 - при аэроупругих колебаниях 389
 - Ветровое давление 375
 - Взрыв
 - внешний 260
 - детонационный 261, 266
 - ~ в неограниченном пространстве 262
 - ~ в закрытых и частично открытых помещениях 281
 - дефлаграционный 261, 287
 - ~ волновая диаграмма 290
 - ~ нагрузки на строительные конструкции 295
 - ~ распределение давления по цилиндрической или сферической поверхности 298
 - ~ скорость фронта пламени 261
 - Взрывчатое вещество (ВВ) 261
 - газо- и паровоздушная смесь (ГПВС) 268
 - ~ облако 268
 - ≈ дрейф 491
 - ≈ классификация по чувствительности 263
 - ≈ классификация территории 263
 - ≈ режим взрывного превращения 265
 - ≈ характер взрыва 262
 - ~ стехиометрическая смесь 269
 - ~ характеристики горючих компонентов 270
 - концентрированное (твердое) 266
 - Внутренние усилия в стержне 65, 70
 - Воздействие 443
 - вторичное 463
 - экстремальное (ЭВ) 442, 448
 - ~ природное 442
 - ~ техногенное 442
 - ~ ЭВ-классификация 448
 - Возмущение
 - кинематическое 36, 53, 70, 80
 - силовое 35, 47, 66, 79
 - Волна
 - воздушная ударная (ВУВ) 260, 266
 - ~ дифракция 276
 - ~ отражение ВУВ
 - ≈ наклонное 277
 - ≈ нормальное 274
 - ~ по российским нормам 280
 - ~ режим обтекания 275
 - ~ скорость горения 265
 - ~ скорость фронта пламени 265
 - ~ фаза разрежения 261, 267
 - ~ фаза сжатия 261, 266, 272

- детонационная 269
- отраженная 189
- падающая 275
- проходящая 274
- сжатия 189

Г

Гамильтона вариационный принцип 89

Герц Г. Р. 191

Д

Давление

- избыточное 267, 272
- на фронте волны 267, 272, 274
- отраженное
 - ~ при детонации 275
 - ~ при дефлаграции 296

Демпфирование – см. затухание

Дерево событий 505

Дирака δ -функция 69

Диссипация энергии – см. затухание

Ж

Жесткость

- балки 86
- изгибная железобетонных элементов 86
- пластинки цилиндрическая 77
- пружины 33
- эквивалентная 89

З

Затухание

- в строительных конструкциях и трубопроводах 535
 - критическое 35
 - относительное 35
 - по Фойгту–Кельвину 33
 - пропорциональное 538
- Защита от взрыва с помощью экранов 331

И

Импульс

- давления 276, 282, 291, 314
- силы 170

Интеграл

- двойной, схема вычисления 100
- Дюамеля 36

Интегрирование пошаговое 48

Исходное событие 443

- постулируемое 443

К

Кармана вихревая дорожка 371

Кирхгофа – Лява гипотезы 77

Колебания

- аэроупругие 377, 390
 - ~ вихревое возбуждение 390
 - ~ галопирование гибких конструкций 407
 - ~ в спутной струе 410
 - ~ связанных цилиндров 412
 - ~ дивергенция 412
 - ~ флаттер 412

– вынужденные 35, 48, 66, 70, 79, 80

– изгибные – см. колебания поперечные

– переходный процесс 72

– поперечные

~ пластинок 77

~ стержней (балок) 57, 66, 70

– свободные 33, 38, 57, 77

– сдвиговые 82

Количество движения 170

«Конус удара» самолета 553

Координата нормальная (обобщенная) 43

Коэффициент

– восстановления при ударе 189, 339

– динамического упрочнения

~ арматурной стали 20

~ бетона 21

– динамичности 75, 104

– затухания 34

– пластичности 24

– поглощения 35

– сдвига 82

– участия 49, 54, 67, 68, 72, 81

– эквивалентности для ВВ 266

Кратковременная нагрузка

– импульсивная 33

– ударная 33

Крылова функции 58

Л

Лагранжа уравнение 2-го рода 89

Лапласа оператор 77

- Линейно-спектральная теория (ЛСТ)
 110, 527
 Логарифмический декремент колебаний 34, 417
 Локальные повреждения
 – бетонной преграды 194
 ~ выкрошивание с поверхности (spalling) 194
 ~ пробивание (perforation) 194
 ~ растрескивание изнутри (scabbing) 194
 – стальных конструкций 214
- М**
- Матрица
 – диссипации Релея 537
 – жесткости 38, 55
 – масс 38, 55
 – податливости 56
 Метод
 – Бубнова–Галеркина 96
 – квазистатический 110
 – модальной суперпозиции 43, 49, 54, 66, 70, 80
 – разделения переменных 58, 78
 – Релея–Ритца 98
 – Фурье 58, 78
 – энергетический расчета конструкций 170
 Механизм 133
 Мишень – см. преграда
 Модальные параметры
 – внутренние усилия 115
 – жесткость 44
 – инерционные нагрузки 114
 – масса 44
 – перемещение 43, 114
 – ускорение 114
 Моды 38, 59
 – масштабирование 46
 – нормирование 40
 ~ сумма нормированных векторов мод 55
 – ограничение числа учитываемых мод 50, 118
 ~ по величине «потерянной массы» 127
 ~ по точности определения внут-
- ренних усилий 122
 ~ по точности определения перемещения 118
 ~ по энергии системы 124
 – ортогональность 41, 60, 79
 – ортонормированные 42
 – свойства 41, 60, 79
- Н**
- Надежность 468
 Напетваридзе поправка 128
 Начальная фаза 34
 Норма
 – вектора моды 40
 – функции моды 60
- О**
- Оболочка защитная 454
 – герметичная (внутренняя) 454
 – наружная 454
 Обрушение зданий 367
 Осциллятор
 – закон движения при действии импульса 104
 – линейный 33
 – упругопластический 154
 ~ приближенное задание характеристики пружины 160
 – эквивалентный упругий линейный 89, 98, 101
 Отказ 468
 Отклик конструкции 110, 465
 – модальный 110, 113
 – суммарный (расчетный) 112, 116
 Оцифровка 36
- П**
- Падение груза
 – абсолютно твердого на упругую конструкцию 334
 ~ Кокса метод 335
 ~ методика ВОДУ 342
 ~ свободные колебания конструкции 334
 ~ учет отскока груза и неупругих деформаций конструкции 338
 – в резервуары и бассейны 355
 – разрушающегося на недеформируемую преграду 347

- разрушающегося на податливую преграду 352
- Пасквилла шкала состояния атмосферы 495
- Перемещение возможное 90
- Период колебаний 35
- Пластический момент сопротивления 141
- Полная система
 - векторов 41
 - функций 61, 79
- Полный базис – см. полная система
- Поражающее действие взрыва 309
- Последовательное пробивание барьеров, строительных конструкций 210, 523
- Потери энергии – см. затухание
- Прандтля диаграмма 23, 155
- Преграда 188, 216
 - железобетонная, нагрузка при внедрении жесткого тела 212
 - недеформируемая 189, 216
 - податливая 225
- Предельные состояния строительных конструкций 21
- Предельный момент 132
- Предельный угол раскрытия трещины в шарнире пластичности 24
- Принцип единичного отказа 444
- Пробит-функция 309
- Проблема собственных значений 41
- Проектные основы АЭС 444
- Прочность бетона
 - призменная 18
 - цилиндрическая 18
- Р**
- Работа деформации 176
- Работоспособность конструкции 464
- Разлет осколков при взрыве 318
- Разложение движения по модам – см. метод модальной суперпозиции
- Разрыв резервуаров со сжатым газом 299
- Рассеяние энергии – см. затухание
- Расстояние приведенное
 - при детонации газо- и паровоздушной смеси 269
 - при детонации твердых ВВ 266
 - при дефлаграции 289
- Реактор водо-водяной энергетический (ВВЭР) 454
- Релея–Ритца метод 98
- Ренкина вихрь 429
- Риеры формула 218
- Риск 444, 468, 499
- С**
- Самолет
 - авиации общего назначения
 - ~ *Cessna* 241
 - ~ *Lear Jet-23* 240
 - ~ малый спортивный 242
 - военный
 - ~ *Phantom RF-4E* 216, 243
 - ~ по нормам России 247
 - ~ штурмовик *FB-111* 248
 - коммерческой авиации
 - ~ *Boeing 707-320* 249
 - ~ *Boeing 747-400 “Jumbo Jet”* 250
 - ~ АН-26 и АН-24 252
- Сейсмограмма 111
- Сен-Венан 189
- Сирс 191
- Система
 - вторичная 110
 - дискретная 37
 - консервативная 38
 - континуальная 57
 - непрерывная – см. континуальная
 - с одной степенью свободы – см. осциллятор
 - сплошная – см. континуальная
 - с распределенными параметрами – см. континуальная
- Смерч – см. торнадо
- водяной 427
- Снаряд – см. тело летящее
- Снижение динамических нагрузок на подсистемы 546
- Собственные значения матрицы 41
- Собственные формы – см. моды
- Спектр отклика 111
 - зависимость между спектрами перемещений, скоростей и ускорений 111
 - перемещений 111

- поэтажный (ПС) 111, 527
 - ~ при действии ВУВ 544
 - ~ при ударе самолета 538
- скоростей 111
- ускорений 111
- Стержень
 - жесткопластический с распределенными характеристиками 216
 - нагрузка разрушения 216
 - погонная масса 216
- Суммирование модальных откликов 116
 - метод CQC (Complete Quadratic Combination) 117
 - метод KKCK (SRSS) 117
 - метод NRL (US Naval Research Laboratory – Морская исследовательская лаборатория США) 117
 - правило 10% (10% Method) 117
- Т**
 - Тело летящее
 - абсолютно твердое 111, 189
 - жесткое 188
 - легко деформируемое – см. разрушающееся
 - линейно-упругое 189
 - полужесткое 202
 - при аварии 497
 - при торнадо 256, 436
 - ~ деревянный брус 256
 - ~ автомобиль 258
 - разрушающееся 188
 - с линейно изменяющимися массой и прочностью 224
 - с постоянными по длине массой и прочностью 222
 - Теорема об изменении количества движения (импульсов) 170
 - Теория предельного равновесия 31, 131
 - Техническая теория колебаний
 - балок 73
 - пластинок 77
 - Тимошенко балка 73
 - Торнадо 423
 - интенсивность
 - ~ шкала Фуджиты 425
 - ~ шкала Пирсона 427
 - нагрузки и воздействия на конструкции 431
 - ~ ветровая нагрузка 431
 - ~ изменение атмосферного давления 434
 - ~ летящие тела 435
 - ~ сочетания нагрузок 438
 - по нормам России 428
 - физическая модель 429
 - Точка переменной массы 217
 - Трение – см. затухание
 - вязкое – см. затухание по Фойгту–Кельвину
 - Тромб – см. торнадо
 - Тропиловый эквивалент 266, 305
- У**
 - Удар разрушающегося летящего тела
 - по нормали к преграде 216, 226
 - под углом к нормали больше угла трения 236, 238
 - под углом к нормали меньше угла трения 230
 - Уравнение
 - вековое 39
 - частотное 59
 - Ураган 439
 - Уровень отбора событий по вероятности (УОВ) 444
 - Ускорение
 - абсолютное 37, 112
 - «нулевого периода» 111
 - относительное 37
 - Условия
 - граничные – см. крайевые
 - крайевые 58, 77
 - начальные 38, 58, 77
- Ф**
 - Формулы эмпирические для удара твердого тела в преграду
 - Bechtel Corp. 197
 - BRL (Ballistic Research Laboratory – Баллистическая исследовательская лаборатория, США) 214
 - CEA–EDF (CEA–Commissariat à l’Energie Atomique – Комиссариат по атомной энергии Франции; EDF – Electricité de France) 197

- NDRC (National Defence Research Committee – Национальный комитет по исследованию безопасности, США) 196
- SRI (Stanford Research Institute – Стэнфордский исследовательский институт, США) 215
- UK AEA (United Kingdom Atomic Energy Authority – Надзорный орган по атомной энергии Великобритании) 198

Х

- Характеристики основания
 - жесткость 531
 - рассеяние энергии 531

Ч

- Частота
 - в герцах (Гц) 35
 - кратная 39
 - круговая 34
 - собственная 34, 39, 61
 - с учетом демпфирования 34
 - эквивалентная 94, 96
- Число
 - Рейнольдса 370
 - Скратона 391
 - степеней свободы 38
 - Струхаля 371

Ш

- Шаг
 - интегрирования 36, 48
 - оцифровки 36
- Шарнир пластичности 24, 131

Э

- Эквивалентная система с одной степенью свободы 88
 - длина трубы 84
 - жесткость 82, 91, 102
 - корреляционная длина 392
 - масса 82, 84, 85, 91, 102
 - нагрузка 91, 98, 102
 - частота 94, 96
- Элемент АЭС
 - активный 445
 - важный для безопасности 444
 - пассивный 445
- Энергия
 - деформации 124
 - кинетическая 60, 79
 - потенциальная 60, 79

Я

- Ядерная паропроизводящая установка (ЯППУ) 454

CONTENTS

Foreword	13
Abbreviations	16

Part I

ANALYSIS OF STRUCTURES SUBJECTED TO IMPACTIVE AND IMPULSIVE LOADS

Chapter 1. Limit states and strength of dynamically loaded structures	17
1.1. Materials strength in case of dynamic loading	17
1.1.1. Strength standard notation	17
1.1.2. Materials stress-strain diagrams	18
1.2. Limit states of structures	21
1.2.1. Limit states characteristic	21
1.2.2. Standardisation of limit states of reinforced concrete and steel structures	23
1.2.3. On the failure criteria of reinforced concrete structures at in-elastic displacements.	30
Chapter 2. Linear discrete systems	33
2.1. One-degree-of-freedom system (“linear oscillator”)	33
2.1.1. Free vibrations	33
2.1.2. Forced vibrations	35
2.2. Discrete system free vibrations	37
2.2.1. Specification of discrete design model	37
2.2.2. Differential equations of motion	38
2.2.3. Natural frequencies and modes of a system.	38
2.2.4. Modes properties	41
2.2.5. Solution of free vibration equations through modal superposition method	43
2.3. Forced vibrations of discrete system under force excitation	47
2.3.1. Differential equations of motion.	47
2.3.2. Solution of differential equation system through step-by-step forth integration method	48
2.3.3. Solution by modal superposition method.	49
2.4. Forced vibrations of discrete system under kinematic excitation	53
2.4.1. Differential equations of motion	53
2.4.2. System integration via modal superposition method	54
2.4.3. Sum of normalized modes vectors.	55
2.5. Calculation of mass and compliance matrices via modes	55
Chapter 3. Linear continual systems	57
3.1. Bending vibrations of beams.	57
3.1.1. Free vibrations	57
3.1.2. Forced vibrations of beam at force excitation	66
3.1.3. Forced vibrations of beam at kinematic excitation.	70
3.1.4. Transient vibrations of beam	72

3.1.5. On the accuracy of modelling a building structure in a form of a beam	73
3.2. Bending vibrations of rectangular plates	77
3.2.1. Preliminary notes	77
3.2.2. Free vibrations	77
3.2.3. Plate forced vibrations in case of force excitation	79
3.2.4. Plate forced vibrations in case of kinematic excitation	80
3.2.5. On the refined theory of plates bending vibrations	82
3.3. Approximate determination of structures dynamic parameters	82
3.3.1. Single-span beams and plates with constant parameters	82
3.3.2. Multi-span beams	83
3.3.3. Chimneys	84
3.3.4. More than 50-m high multi-storey building.	84
3.3.5. The first modes of structures	85
3.3.6. Equivalent bulk mass of structures	85
3.4. Bending stiffness of reinforced concrete elements.	86
Chapter 4. Quasi-static methods of building structures analysis	88
4.1. Schematization of structure as a one-degree-of-freedom system	88
4.1.1. Schematization techniques	88
4.1.2. Equivalent linear oscillator parameters	89
4.1.3. Assignment of approximated bending function as displacements in case of static loading	95
4.1.4. Notes on a structure schematization as an equivalent linear oscillator	98
4.1.5. Equivalent linear oscillator parameters for some simple structures	101
4.2. Quasi-static analysis of structure in case of force action	104
4.2.1. Amplification factors	104
4.2.2. Oscillators motion time histories	104
4.2.3. One-degree-of-freedom system quasi-static analysis	108
4.2.4. Quasi-static analysis of structure as n -degree-of-freedom system	108
4.3. Quasi-static analysis for kinematic excitation	110
4.3.1. Response spectra	110
4.3.2. Sequence of calculation using response spectra analysis method	112
4.3.3. Modal responses of structure	113
4.3.4. Calculation of resultant (“design”) system response	116
4.3.5. Limitation of considered modes number in the subsystems analysis	118
4.3.6. Strength verification of structures	128
4.4. Advantages and disadvantages of quasi-static analysis methods	129
Chapter 5. Structures analysis beyond elasticity limits	130
5.1. On inelastic analysis using finite elements method	130
5.2. Plastic hinge approximation	131
5.3. Inelastic analysis of beams.	132
5.3.1. Reinforced concrete simply supported beam	132
5.3.2. Reinforced concrete beam with one fixed and one simply supported ends	136

5.3.3. Reinforced concrete beam with two fixed ends	138
5.3.4. Metal beams inelastic analysis	140
5.4. Reinforced concrete plates inelastic analysis.	142
5.4.1. On the analysis of reinforced concrete plates using plastic hinges models.	142
5.4.2. Uniformly loaded simply supported reinforced concrete plate	143
5.4.3. Uniformly loaded reinforced concrete plate with rigidly fixed four sides	149
5.4.4. Point-loaded reinforced concrete plate with simply supported four sides	150
5.4.5. Point-loaded reinforced concrete plate with rigidly fixed four sides	151
5.4.6. Reinforced concrete plates of other configurations and differ- ent boundary conditions	154
5.5. Analysis of structures modelled as an elastic-plastic oscillator	154
5.5.1. Preliminary remarks	154
5.5.2. Simply supported beam	155
5.5.3. Beam with one simply supported and one fixed ends	159
5.5.4. Beam with two fixed ends	162
5.5.5. Simply supported uniformly loaded reinforced concrete plate . .	163
5.5.6. Uniformly loaded reinforced concrete plate with rigidly fixed four sides	168
5.5.7. Point-loaded reinforced concrete plate with simply supported four sides	168
5.5.8. Point-loaded reinforced concrete plate with rigidly fixed four sides	168
5.6. Conclusive remarks	169
Chapter 6. Energy method of analysis of building structures sub- jected to short-term loads.	170
6.1. System points velocities in case of short-term force	170
6.2. Sequence of structure analysis using energy method	173
6.3. Examples of analysis of structure modelled as an oscillator	174
6.3.1. Preliminary remarks	174
6.3.2. Simply supported beam	174
6.3.3. Beam with fixed ends	177
6.3.4. Simply supported plate	181
6.3.5. Plate with rigidly fixed four sides	185
6.4. Conclusive remarks	187

Part II

LOADS ON STRUCTURES GENERATED BY EXTREME ACTIONS

Chapter 7. Analysis of structures impacted by rigid missiles	188
7.1. Rigid body impact on nondeformable target	189
7.2. Linear- and nonlinear-elastic body impact on nondeformable target	189

7.3. Local damages of reinforced concrete structures	194
7.3.1. Kinds of reinforced concrete target damages	194
7.3.2. Evaluation of reinforced concrete target local damages	195
7.3.3. Successive perforation of barriers by rigid missile	210
7.3.4. Load on reinforced concrete target during a rigid body penetration	212
7.4. Local damages of steel structures	214
Chapter 8. Loads on building structures caused by destroyed missile impact	216
8.1. Impact on nondeformable target	216
8.1.1. Normal impact on target	216
8.1.2. Solution of equation of missile motion in quadratures	219
8.1.3. Impact of missile with uniform lengthwise mass and strength	222
8.1.4. Impact of missile with linear varying mass and strength	224
8.2. Impact on flexible target	225
8.2.1. Normal impact on target	226
8.2.2. Impact under angle to normal less than friction one	230
8.2.3. Impact to flat target under angle to normal more than friction one	236
8.2.4. Impact to spherical and cylindrical target under angle to normal more than friction one	238
8.3. Loads and actions generated by aircraft crash on NPP	239
8.3.1. Considered kinds of aircraft	239
8.3.2. General aviation aircrafts	240
8.3.3. Military aircrafts	243
8.3.4. Commercial aviation aircrafts	249
8.3.5. Specific features of loads caused by aircraft impact	254
8.4. Tornado generated missiles	256
8.4.1. General missiles characteristic	256
8.4.2. Wood pole impact	256
8.4.3. Impact of automobile	258
Chapter 9. Action of explosions on structures	260
9.1. Explosion classification	261
9.1.1. Kinds of explosion	261
9.1.2. Character of air-gas and air-vapour clouds explosion	262
9.2. Detonation	266
9.2.1. Detonation of concentrated explosives	266
9.2.2. Detonation of explosive mix cloud	268
9.2.3. Loads on building structures due to detonation in unbounded space	274
9.2.4. Flowing of air shock wave through enclosure apertures	281
9.2.5. Loads on building structures due to detonation in confined and partially opened chambers	281
9.3. Deflagration	287
9.3.1. Determining excess pressure of deflagration	287

9.3.2. Loads on structures in case of deflagration	295
9.4. Rupture of compressed gas vessels	299
9.4.1. Above-ground vessel rupture	299
9.4.2. Underground vessel rupture	308
Chapter 10. Damaging effect of explosion	309
10.1. Evaluation of air shock wave damage	309
10.1.1. Extent of damage suffered by people and building structures	309
10.1.2. Blast area evaluation	318
10.2. Fragments scattering	318
10.2.1. Primary fragments	319
10.2.2. Loads on solid due to shock wave flow	322
10.2.3. Secondary fragments motion	325
10.2.4. Distance of fragments scattering	328
10.3. Protection from explosions by permeable screens	331
Chapter 11. Cargo drop and structures failure	334
11.1. Cargo drop.	334
11.1.1. Preliminary remarks	334
11.1.2. Rigid body drop on a elastic structure	334
11.1.3. Destroyed body drop on a nondeformable target.	347
11.1.4. Destroyed body drop on a flexible target.	352
11.1.5. Comparison of design loads calculated on the different basic assumptions	353
11.2. Cargoes drop into reservoirs and basins	355
11.2.1. Setting of a problem	355
11.2.2. Hydrodynamic loads	356
11.2.3. Body motion in water	358
11.2.4. Dynamic load caused by impact on bottom	359
11.2.5. Equivalent static loads	360
11.2.6. Water overflow and splash	360
11.2.7. Example. Drop of spent fuel transportation container into transfer well	361
11.3. Heap loads in case of building collapse.	367
Chapter 12. Wind loads on structures	370
12.1. General information on aerodynamics of high-drag bodies	370
12.2. Wind loads specification according to Russian standards.	373
12.2.1. Wind speed	373
12.2.2. Kinds of wind loads	376
12.2.3. Average component of wind load	377
12.2.4. Pulsating component of wind load	380
12.2.5. Analysis of wind loaded structures by means of computer code "SCAD Office"	388
12.3. Aeroelastic vibrations of structures	389
12.3.1. Aeroelasticity	389

12.3.2. Vortical excitation of structures vibrations	390
12.3.3. Galloping of flexible structures	407
12.3.4. Divergence and flutter	412
12.3.5. Logarithmic decrement of vibrations	417
Chapter 13. Extreme meteorological phenomena	423
13.1. Kinds of extreme meteorological wind loads	423
13.2. Tornado	423
13.2.1. Tornado general characteristic and intensity	423
13.2.2. Taking tornado into account in NPP project according to Russian standards.	428
13.2.3. Physical model of tornado	429
13.2.4. Loads and actions on structures	431
13.3. Hurricanes	439

Part III

NPP DESIGN WITH REGARD TO EXTREME ACTIONS

Chapter 14. General principles of NPP design with regard to extreme events.	442
14.1. Basic concepts	442
14.2. Including of the extreme events in NPP design basis	445
14.3. Classification of NPP components with regard to extreme events	448
14.4. Specific features of NPP design with regard to extreme events	453
14.5. Design sequence	457
14.6. Specifying loads	459
14.7. Load combinations and suitability criteria	460
14.8. General requirements to analysis models	461
14.9. Material properties	462
14.10. Secondary actions	463
14.11. Methodologies of NPP structures analysis for extreme events	464
14.11.1. Preliminary remarks	464
14.11.2. Deterministic structures analysis.	464
14.11.3. Probabilistic reliability analysis	466
Chapter 15. Including of extreme events in NPP design base	471
15.1. Aircraft crash.	471
15.1.1. Preliminary remarks	471
15.1.2. Sequence of analysis	472
15.1.3. Screening distance value	472
15.1.4. Probability of aircraft crash onto NPP site	474
15.1.5. Probability of aircraft impact on NPP building	481
15.1.6. Probability of aircraft impact on specified building structure	484
15.2. Influence of explosions	494
15.3. Accident missiles	497

15.3.1. Causes for accident missiles generation	497
15.3.2. Missile hazard analysis.	499
15.3.3. Methods and means for NPP protection against missiles	506
Chapter 16. Strength of building structures in case of aircraft crash or explosion	509
16.1. Preliminary remarks	509
16.2. General provisions of taking into account of aircraft crash onto NPP	510
16.2.1. Loads and actions caused by aircraft crash	510
16.2.2. Objectives and methods of NPP protection against aircraft crashes	510
16.2.3. Requirements to aircraft impact analysis	511
16.3. Reinforced concrete containment analysis for aircraft impact	513
16.4. Taking into consideration inelastic deformation of building struc- tures in case of aircraft impact	522
16.5. Strength of building structures at explosion loads	524
Chapter 17. Building vibrations and loads on secondary systems resulting from aircraft impact or explosion	526
17.1. Preliminary remarks	526
17.2. Floor response spectra	527
17.2.1. Sequence of floor response spectra calculation	527
17.2.2. Building modelling for floor response spectra calculation . . .	528
17.3. Floor response spectra in case of aircraft impact	538
17.4. Floor response spectra in case of air-shock wave action	544
17.5. Ways of decreasing dynamic loads on equipment	546
Chapter 18. Probabilistic analysis of NPP building strength and vibrations in case of aircraft crash	551
18.1. Probabilistic analysis of structures strength	551
18.1.1. Probability of structure failure	551
18.1.2. Failure probability with angle and point of aircraft impact taken into account	552
18.1.3. Taking into account of impact point and angle, aircraft ve- locity and mass randomness.	554
18.1.4. Taking into account of load randomness in structure design . .	560
18.2. Probabilistic analysis of building forced vibrations.	566
18.2.1. Preliminary remarks	566
18.2.2. Random parameters	567
18.2.3. Floor response spectra probability distribution	567
18.2.4. Allowed exceedance probability of spectral acceleration	569
18.2.5. Examples of floor response spectra probabilistic calculation	570
18.3. Conclusive remarks	571
References	573
Index	581

Бирбраер Адольф Никитич
Роледер Александр Юрьевич

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА СООРУЖЕНИЯ

Редакторы:
Е. А. Пряникова,
А. В. Явственная,
О. К. Чеботарева

Технический редактор
А. И. Колодяжная

Дизайн обложки
Т. М. Ивановой

Оригинал-макет подготовлен авторами

Директор Издательства Политехнического университета
А. В. Иванов

Свод. темплан 2009 г.

Лицензия ЛР № 020593 от 07.08.97

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, т. 2; 95 3004 – научная и производственная литература

Подписано в печать 26 октября 2009. Формат 60×90/16. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 37,25. Уч.-изд. л. 37,25. Тираж 500. Заказ 128.

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет.

Издательство Политехнического университета,
член Издательско-полиграфической ассоциации университетов России.

Адрес университета и издательства:
195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.



**Открытое акционерное общество
«Санкт-Петербургский научно-исследовательский
и проектно-конструкторский институт
«АТОМЭНЕРГОПРОЕКТ»
(ОАО «СПБАЭП»)**



2-я Советская ул., дом 9/2а, Санкт-Петербург, Россия, 191036
Телефон: (812) 717-21-96, факс (812) 600-68-10,
e-mail: info@spbaep.ru, <http://www.spbaep.ru>

Санкт-Петербургский институт «Атомэнергопроект» (СПБАЭП) отмечает свое **80-летие**. Институт осуществляет комплексное проектирование атомных, тепловых и газотурбинных электростанций, промышленных и отопительных котельных. Он широко известен и имеет высокий авторитет как в нашей стране, так и за рубежом.

По проектам СПБАЭП построено более ста крупных отечественных и зарубежных энергетических объектов различного типа. Среди них девять АЭС: Кольская и Белоярская – в России, Ловииса – в Финляндии, Моховце и Богунце-1 и 2 – в Словакии, Дукованы – в Чехии, Тяньваньская и Экспериментальная с реактором на быстрых нейтронах – в Китае.

Сегодня СПБАЭП работает над новыми проектами для нашей страны и зарубежных стран.



**Joint Stock Company
«Saint Petersburg Research and Design Institute
«ATOMENERGOPROEKT»
(JSC «SPAEP»)**



9/2a, 2nd Sovetskaya street, 191036 Saint Petersburg, Russia
Tel.: (812) 717-21-96, fax: (812) 600-68-10,
e-mail: info@spbaep.ru, <http://www.spbaep.ru>

St. Petersburg Institute Atomenergoproekt (SPAEP), famous in many countries throughout the world, celebrates **the eightieth anniversary**. Sphere of the Institute activity is a complex design of nuclear and fossil-fueled power plants, gas-turbine power stations, industrial and heating power stations, cooling towers of all types, turboset foundations, hydraulic engineering structures.

More than hundred of power installations, based on designs issued by Institute, have been constructed in our country and abroad. There are nine nuclear power plants among them. They are Kola and Belojarsk in Russia, Loviisa in Finland, Mochovce and Bohunice-1 and -2 in Slovak Republic, Dukovany in Czech Republic, Tianwan and Experimental Fast Reactor in China.

Nowadays a few dozen of designs for Russia and many other countries in the world are worked out in SPAEP.

ATOMENERGOPROEKT
SAINT PETERSBURG



A. N. BIRBRAER
A. J. ROLEDER

EXTREME ACTIONS ON STRUCTURES

Saint Petersburg
Polytechnic University Publishing House
2009