Задание № 1

Вычисление средних геоцентрических координат ИСЗ в системе координат стандартной эпохи по его истинным топоцентрическим координатам, заданным в системе координат эпохи наблюдения

Постановка задачи и исходные данные

Из обработки наблюдений искусственного спутника Земли на момент всемирного координированного времени $UTC_s = 19^h 01^m 56{,}511^s$ $dd.mm.yyyy$. (dd - номер дня рождения студента в месяце, mm - номер месяца рождения студента в году, $yyyy$ - номер года выдачи задания) получены истинные топоцентрические координаты ИСЗ (прямое восхождение, склонение, расстояние до спутника)

$$\tilde{\alpha}_{is}^{'} = 17^h dd^m mm,97^s,\ \tilde{\delta}_{is}^{'} = 63^o mm^{'} dd,88^{''},\ \tilde{r}_{is}^{'} = 5882645{,}68 \text{ м}$$

в системе координат эпохи наблюдения.

Требуется вычислить средние геоцентрические координаты ИСЗ $(\alpha_s, \delta_s, r_s)$, соответствующие положению средней точки весеннего равноденствия в стандартную эпоху *J2000.0*.

Геодезические координаты (геодезическая широта, геодезическая долгота, геодезическая высота)

$$B_i = 44^o dd^{'} mm,00^{''},\ L_i = 2^h mm^m dd,867^s\ H_i = 253{,}7 \text{ м}$$

пункта земной поверхности заданы относительно референц-эллипсоида с параметрами (большая полуось и сжатие)

$$a_e = 6378245 \text{ м},\ f = 1/298{,}3.$$

Координаты центра референц-эллипсоида

$$\Delta X_0 = 25{,}0 \text{ м},\ \Delta Y_0 = -141{,}0 \text{ м},\ \Delta Z_0 = -80{,}0 \text{ м}$$

в системе координат общего земного эллипсоида, ориентировка осей координат референцной системы

$$\varepsilon_x = 0{,}10^{''},\ \varepsilon_y = 0{,}35^{''},\ \varepsilon_z = 0{,}66^{''}$$

относительно системы координат общего земного эллипсоида и масштабный коэффициент $\beta_0 = 2{,}5 \cdot 10^{-7}$ заданы.

Координаты мгновенного полюса

$$x_p = -0{,}0132'' ,\ y_p = 0{,}1664''$$

относительно Международного Условного Начала и поправка за переход от всемирного согласованного времени к всемирному времени $\Delta UT1 = -0{,}3994^s$ известны.

Алгоритм вычислений

1. Вычисляем координаты вектора пункта i в референцной системе координат

$$\begin{pmatrix} X_{ref\,i} \\ Y_{ref\,i} \\ Z_{ref\,i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N_i + H_i) cosB_i cosL_i \\ (N_i + H_i) cosB_i sinL_i \\ [N_i(1-e^2) + H_i] sinB_i \end{pmatrix},$$

где $N_i = a_e / \sqrt{1 - e^2 sin^2 B_i}$ - радиус кривизны первого вертикала, $e^2 = 2f - f^2$ - квадрат первого эксцентриситета.

2. Вычисляем координаты вектора пункта i в средней общеземной системе координат

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = (1+\beta_0) \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z & \varepsilon_y \\ \varepsilon_z & 1 & -\varepsilon_x \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{ref\,i} \\ Y_{ref\,i} \\ Z_{ref\,i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X_0 \\ \Delta Y_0 \\ \Delta Z_0 \end{pmatrix}.$$

3. Вычисляем координаты вектора пункта i в мгновенной общеземной системе координат

$$\begin{pmatrix} \tilde{X}_i \\ \tilde{Y}_i \\ \tilde{Z}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -x_p \\ 0 & 1 & y_p \\ x_p & -y_p & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}.$$

4. Вычисляем составляющие нутации в долготе $\Delta\psi$ и наклонности $\Delta\varepsilon$

$$\Delta\psi = -17{,}21'' \sin F_5 + 0{,}003'' \cos F_5 - 1{,}32'' \sin 2(F_3 - F_4 + F_5) - 0{,}23'' \sin 2(F_3 + F_5) + 0{,}21'' \sin 2F_5 + 0{,}15'' \sin F_2 - 0{,}05'' \sin(F_2 + 2F_3 - 2F_4 + 2F_5) + 0{,}07'' \sin F_1;$$

$$\Delta\varepsilon = 9{,}21'' \cos F_5 + 0{,}002'' \sin F_5 + 0{,}57'' \cos 2(F_3 - F_4 + F_5) + 0{,}10'' \cos 2(F_3 + F_5) - 0{,}09'' \cos 2F_5 + 0{,}01'' \cos F_2 + 0{,}02'' \cos(F_2 + 2F_3 - 2F_4 + 2F_5),$$

где F_i - фундаментальные аргументы Делоне

$F_1 \equiv l = 134{,}96340251^o + 1717915923{,}2178'' t + 31{,}8792'' t^2 + 0{,}051635'' t^3 - 0{,}00024470'' t^4$;

$F_2 \equiv l' = 357{,}52910918^o + 129596581{,}0481'' t - 0{,}5532'' t^2 + 0{,}000136'' t^3 - 0{,}00001149'' t^4$;

$F_3 \equiv F = 93{,}272090062^o + 1739527262{,}8478'' t - 12{,}7512'' t^2 - 0{,}001037'' t^3 + 0{,}00000417'' t^4;$

$F_4 \equiv D = 297{,}85019547^o + 1602961601{,}2090'' t - 6{,}3706'' t^2 + 0{,}006593'' t^3 - 0{,}00003169'' t^4;$

$F_5 \equiv \Omega = 125{,}04455501^o - 6962890{,}5431'' t + 7{,}4722'' t^2 + 0{,}007702'' t^3 - 0{,}00005939'' t^4;$

$t = (JD - 2451545{,}0)/36525$ - промежуток времени в юлианских столетиях от стандартной эпохи до момента наблюдений;

$JD = 1721013{,}5 + 367 \cdot yyyy - E\{7[yyyy + E((mm + 9)/12)]/4\} + E(275 \cdot mm/9) + dd + (UT1)^d$ - юлианская дата, $E(x)$ - целая часть числа x;

$UT1 = UTC + \Delta UT1$ - момент Всемирного ремени.

5. Вычисляем координаты вектора пункта i в истинной равноденственной системе координат на момент наблюдения

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_i \\ \tilde{y}_i \\ \tilde{z}_i \end{pmatrix} = W^T \begin{pmatrix} \tilde{X}_i \\ \tilde{Y}_i \\ \tilde{Z}_i \end{pmatrix},$$

где $W = \begin{pmatrix} \cos S & \sin S & 0 \\ -\sin S & \cos S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – матрица суточного вращения Земли;

$S = 6^h 41^m 50{,}54841^s + 8640184{,}812866^s t + 0{,}093104^s t^2 - 6{,}2^s 10^{-6} t^3 + $
$+UT1 + 0{,}06667 \Delta\psi cos\varepsilon$ – момент гринвичского звёздного времени;

$\varepsilon = 84381{,}448'' - 46{,}84024'' t - 0{,}00059'' t^2 + 0{,}001813'' t^3$ - средний наклон эклиптики к экватору.

6. Вычисляем истинные топоцентрические координаты вектора спутника в равноденственной системе координат на момент наблюдения

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_{is}' \\ \tilde{y}_{is}' \\ \tilde{z}_{is}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{r}_{is}' cos\tilde{\alpha}_{is}' cos\tilde{\delta}_{is}' \\ \tilde{r}_{is}' sin\tilde{\alpha}_{is}' cos\tilde{\delta}_{is}' \\ \tilde{r}_{is}' sin\tilde{\delta}_{is}' \end{pmatrix}.$$

7. Вычисляем истинные геоцентрические координаты вектора спутника s в равноденственной системе координат на момент наблюдения

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_s \\ \tilde{y}_s \\ \tilde{z}_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_i \\ \tilde{y}_i \\ \tilde{z}_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{x}_{is}' \\ \tilde{y}_{is}' \\ \tilde{z}_{is}' \end{pmatrix}.$$

8. Вычисляем прецессионные параметры Ньюкома-Андуайе

$$\zeta_A = 2{,}5976176'' + 2306{,}0809506''\,t + 0{,}3019015''\,t^2 + 0{,}0179663''\,t^3 - 0{,}0000327''\,t^4 - -0{,}0000002''\,t^5;$$

$$\theta_A = 2004{,}1917476''\,t - 0{,}4269353''\,t^2 - 0{,}0418251''\,t^3 - 0{,}0000601''\,t^4 - 0{,}0000001''\,t^5;$$

$$z_A = -2{,}5976176'' + 2306{,}0803226''\,t + 1{,}0947790''\,t^2 + 0{,}0182273''\,t^3 + +0{,}0000470''\,t^4 - 0{,}0000003''\,t^5.$$

9. Формируем матрицы прецессии и нутации

$$P = R_3(-z_A)R_2(\theta_A)R_3(-\zeta_A);$$

$$N = R_1(-\varepsilon - \Delta\varepsilon)R_3(-\Delta\psi)R_1(\varepsilon),$$

где

$$R_1(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\alpha & sin\alpha \\ 0 & -sin\alpha & cos\alpha \end{pmatrix};$$

$$R_2(\alpha) = \begin{pmatrix} cos\alpha & 0 & -sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ sin\alpha & 0 & cos\alpha \end{pmatrix};$$

$$R_3(\alpha) = \begin{pmatrix} cos\alpha & sin\alpha & 0 \\ -sin\alpha & cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. Вычисляем средние геоцентрические координаты вектора спутника s в равноденственной системе координат на стандартную эпоху *J2000.0*

$$\begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{pmatrix} = P^T N^T \begin{pmatrix} \tilde{x}_s \\ \tilde{y}_s \\ \tilde{z}_s \end{pmatrix}.$$

11. Вычисляем полярные средние геоцентрические координаты спутника s в равноденственной системе координат на стандартную эпоху *J2000.0*

$$\alpha_s = arctg\frac{y_s}{x_s};$$

$$\delta_s = arctg\frac{z_s}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2}};$$

$$r_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2}.$$