

Задание № 2

Вычисление элементов невозмущённой орбиты по наблюдениям спутника с пункта земной поверхности

Постановка задачи

Пусть с пункта земной поверхности, координаты которого известны, выполнены наблюдения искусственного спутника Земли и определены топоцентрические направления и расстояния до трёх его мгновенных положений. В результате вычислены геоцентрические прямоугольные координаты этих мгновенных положений. Требуется вычислить элементы орбиты спутника. Для решения подобной задачи разработано много методов определения орбит. Наиболее широко используемым является классический метод Гаусса. Здесь приводится алгоритм модифицированного метода Гаусса.

Исходные данные

№ варианта	Момент времени, с	Координаты ИСЗ в равноденственной системе координат		
		x, м	y, м	z, м
1	0	-6662728,915	1577513,095	3689276,000
	120	-7062483,517	1196770,711	3031564,267
	240	-7376184,744	801445,953	2336912,946
2	0	9151804,816	3383704,248	5507903,577
	120	8720959,022	3665290,369	6007144,890
	240	8254553,329	3931931,322	6481892,168
3	0	-9572849,511	9178349,804	20597123,981
	120	-10016322,150	9082709,836	20428060,924
	240	-10455884,323	8983523,894	20251022,560
4	0	-41061388,755	-2112567,611	1954505,021
	120	-41041305,330	-2485298,627	1943523,154
	240	-41017844,241	-2857825,105	1932381,337
5	0	-2038180,783	2407252,931	-7261470,056
	120	-2510389,522	1700870,949	-7313982,410
	240	-2953596,278	974838,617	-7281997,201

6	0	-1846436,379	-6756507,109	8526689,395
	120	-1152495,551	-6963444,758	8492841,123
	240	-453643,050	-7140713,008	8422806,630
7	0	-9328466,455	-23290495,355	-6120733,281
	120	-9028977,004	-23310043,220	-6484368,805
	240	-8726478,645	-23321823,012	-6845843,412
8	0	-16457705,850	12754177,768	-31508562,356
	120	-16524037,431	12504839,969	-31620038,712
	240	-16588613,679	12254173,777	-31728156,101
9	0	-3980385,455	-1958097,099	5124784,247
	120	-3757228,545	-2817825,853	4886393,996
	240	-3464904,324	-3625680,154	4558049,441
10	0	-3900399,419	2383943,271	5008228,345
	120	-4078611,839	1503502,310	5203495,728
	240	-4181833,559	595418,109	5303089,949
11	0	396909,262	-5917368,361	3315788,804
	120	1064148,745	-6133564,451	2723130,202
	240	1711947,101	-6237704,992	2080722,022
12	0	-4214290,282	65245,752	5309690,341
	120	-4145374,195	-851560,700	5295249,205
	240	-4000182,993	-1752697,616	5183375,130
13	0	-3555960,391	877738,870	-11723422,162
	120	-4156532,259	610164,021	-11539558,029
	240	-4744225,266	340698,684	-11319939,428
14	0	-3944800,767	-7377882,278	-8978229,698
	120	-4317145,204	-7711073,385	-8511742,732
	240	-4676078,216	-8020309,757	-8018813,959
15	0	-4688980,289	-11060428,914	2389814,750
	120	-4849852,566	-10832793,563	3015714,286
	240	-4995570,693	-10571309,594	3632190,556
16	0	22167190,671	11659028,078	-4753144,779
	120	21992226,911	11813615,198	-5166381,542
	240	21809644,535	11964109,809	-5577828,552
17	0	16356782,519	-38888572,526	-460576,770

	120	16695951,404	-38744069,369	-467120,954
	240	17033844,288	-38596605,166	-473629,437
18	0	2681845,036	-8325484,917	-1856687,687
	120	2489767,021	-8193866,799	-2624962,996
	240	2277814,214	-7996843,889	-3372351,085
19	0	2532193,512	-8135657,539	-5151203,820
	120	2133541,277	-7876688,405	-5743995,139
	240	1722569,941	-7572247,112	-6303631,483
20	0	1889254,451	-6371638,681	-8150806,351
	120	1402745,494	-5998603,184	-8559845,535
	240	909371,685	-5596222,768	-8927016,627
21	0	7401681,472	-961017,997	-8245351,529
	120	7072492,571	-448584,090	-8616351,138
	240	6714075,136	65706,785	-8951746,772
22	0	-10022482,695	1598612,952	7108425,669
	120	-10413293,859	1311796,800	6648222,707
	240	-10772939,701	1021054,094	6168123,737
23	0	-10022482,695	1598612,952	7108425,669
	120	-10413293,859	1311796,800	6648222,707
	240	-10772939,701	1021054,094	6168123,737
24	0	-6604045,785	-325470,447	2898987,020
	120	-6830501,908	-892777,921	2219738,343
	240	-6946330,097	-1446595,362	1506919,191
25	0	-6912028,391	481981,639	2579151,224
	120	-7156165,085	-23178,325	1878371,679
	240	-7299015,458	-528013,808	1151000,772
26	0	-7202175,123	746414,422	2194514,755
	120	-7416748,148	277644,365	1477108,831
	240	-7533206,917	-194799,832	740160,616
27	0	7584874,466	2015165,187	-34055,276
	120	7444719,695	2366335,048	735790,273
	240	7216193,812	2689415,352	1496900,908
28	0	-16284086,661	-7418319,852	-34355272,947
	120	-16180159,211	-7610444,709	-34173764,251

	240	-16074613,021	-7801808,136	-33988836,645
29	0	10048880,468	24872178,077	26046,428
	120	9801229,299	24967606,432	404955,519
	240	9550663,894	25055611,075	783744,202
30	0	2298527,388	-10920826,560	5166112,858
	120	2696503,116	-10607848,079	5618721,489
	240	3086170,184	-10262182,723	6054017,066
31	0	-2965651,234	-7245899,093	13209,828
	120	-2670649,675	-7315113,520	813120,682
	240	-2343743,828	-7296939,985	1603318,016

Формирование варианта задания. Номер варианта соответствует номеру дня в месяце рождения студента.

Алгоритм вычислений

1. Вычисляем геоцентрические прямые восхождения, склонения и модули векторов ИСЗ для трёх его положений

$$\alpha_s = \operatorname{arctg} \frac{y_s}{x_s};$$

$$\delta_s = \operatorname{arctg} \frac{z_s}{\sqrt{x_s^2 + y_s^2}};$$

$$r_s = \sqrt{x_s^2 + y_s^2 + z_s^2}, s=1,2,3.$$

2. Вычисляем угол наклона i плоскости орбиты ИСЗ к плоскости экватора Земли по формуле

$$\cos i = \frac{x_1 y_3 - x_3 y_1}{\sqrt{(y_1 z_3 - y_3 z_1)^2 + (x_3 z_1 - x_1 z_3)^2 + (x_1 y_3 - x_3 y_1)^2}}.$$

3. Вычисляем долготу восходящего узла Ω орбиты ИСЗ, используя формулы

$$\sin(\alpha_1 - \Omega) = \operatorname{ctg} i \operatorname{tg} \delta_1;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 - \Omega) = \frac{\operatorname{tg} \delta_1 \sin(\alpha_3 - \alpha_1)}{\operatorname{tg} \delta_3 - \operatorname{tg} \delta_1 \cos(\alpha_3 - \alpha_1)}.$$

4. Вычисляем значения аргументов широты для трёх положений ИСЗ

$$\cos u_s = \cos(\alpha_s - \Omega) \cos \delta_s;$$

$$\sin u_s = \frac{\sin \delta_s}{\sin i}, s = 1,2,3$$

Вычисляем фокальный параметр

$$p = \frac{r_1[\sin(u_3-u_1)+\sin(u_1-u_2)+\sin(u_2-u_3)]}{\sin(u_2-u_3)+\frac{r_1}{r_2}\sin(u_3-u_1)+\frac{r_1}{r_3}\sin(u_1-u_2)}.$$

5. Вычисляем истинную аномалию для первого положения ИСЗ, используя формулы

$$\operatorname{tg}\vartheta_1 = \frac{\frac{p-r_1}{r_1}\cos(u_2-u_1)-\frac{p-r_2}{r_2}}{\frac{p-r_1}{r_1}\sin(u_2-u_1)};$$

$$\operatorname{sign}(e \cos \vartheta_1) = \operatorname{sign}\left(\frac{p-r_1}{r_1}\right).$$

6. Вычисляем эксцентриситет орбиты

$$e = \frac{p-r_1}{r_1 \cos \vartheta_1}.$$

7. Вычисляем аргумент перицентра

$$\omega = u_1 - \vartheta_1.$$

8. Вычисляем большую полуось орбиты

$$a = \frac{p}{1-e^2}.$$

9. Вычисляем среднее движение

$$n = \frac{\sqrt{\mu}}{a\sqrt{a}},$$

где $\mu = 3,9860044 \cdot 10^{14} \text{ м}^3 \text{ с}^{-2}$ - геоцентрическая гравитационная постоянная

10. Вычисляем эксцентрическую аномалию ИСЗ для его первого положения по формулам

$$\cos E_1 = \frac{e + \cos \vartheta_1}{1 + e \cos \vartheta_1};$$

$$\sin E_1 = \frac{\sqrt{1-e^2} \sin \vartheta_1}{1 + e \cos \vartheta_1}.$$

11. Вычисляем значение средней аномалии M_1 на момент времени t_1

$$M_1 = E_1 - e \sin E_1$$