

Задание № 3

Вычисление невозмущённой эфемериды ИСЗ

Постановка задачи и исходные данные

В качестве исходных данных студент использует элементы орбиты $a, e, i, \Omega, \omega, M_1$ в момент времени t_1 , вычисленные в задании № 2. Требуется на заданный момент времени $t = t_1 + 3^h$ вычислить прямоугольные координаты x, y, z и составляющие скорости $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ искусственного спутника Земли.

Алгоритм вычислений

1. Вычисляем среднее движение ИСЗ

$$n = \frac{\sqrt{\mu}}{a\sqrt{a}},$$

где μ - геоцентрическая гравитационная постоянная.

2. Вычисляем среднюю аномалию на заданный момент времени t

$$M = M_1 + n(t - t_1).$$

3. Задавшись точностью вычислений ε , методом последовательных приближений вычисляем эксцентрическую аномалию

$$E_0 = M + e \sin M;$$

$$E_k = M + e \sin E_{k-1}, k=1, 2, \dots, n.$$

Вычисления прекращаем, когда $|E_k - E_{k-1}| < \varepsilon = 0,0000001^\circ$.

3. Вычисляем истинную аномалию

$$\vartheta = E + 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{e \sin E}{1 + \sqrt{1 - e^2} - e \cos E} \right).$$

5. Вычисляем аргумент широты

$$u = \omega + \vartheta.$$

6. Вычисляем геоцентрическое расстояние до спутника

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \vartheta}.$$

7. Вычисляем прямоугольные координаты спутника

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos \Omega \cos u - \sin \Omega \sin u \cos i \\ \sin \Omega \cos u + \cos \Omega \sin u \cos i \\ \sin u \sin i \end{pmatrix}.$$

8. Вычисляем составляющие скорости спутника

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{\mu}{p}} e \sin \vartheta \begin{pmatrix} \cos \Omega \cos u - \sin \Omega \sin u \cos i \\ \sin \Omega \cos u + \cos \Omega \sin u \cos i \\ \sin u \sin i \end{pmatrix} + \sqrt{\frac{\mu}{p}} (1 + e \cos \vartheta) \begin{pmatrix} -\cos \Omega \sin u - \sin \Omega \cos u \cos i \\ -\sin \Omega \sin u + \cos \Omega \cos u \cos i \\ \cos u \sin i \end{pmatrix}.$$

Задание № 4

Вычисление элементов орбиты ИСЗ по координатам и составляющим скорости

Постановка задачи и исходные данные

На момент времени t заданы координаты x, y, z и составляющие скорости $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ искусственного спутника Земли. Требуется вычислить элементы орбиты $a, e, i, \Omega, \omega, M$ на тот же момент времени. В качестве исходных данных студент использует результаты, полученные в задании № 3.

Алгоритм вычислений

1. Вычисляем постоянные площадей

$$c_1 = y\dot{z} - \dot{y}z;$$

$$c_2 = \dot{x}z - x\dot{z};$$

$$c_3 = x\dot{y} - \dot{x}y;$$

$$c = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2}.$$

2. Вычисляем фокальный параметр

$$p = \frac{c^2}{\mu}.$$

μ – геоцентрическая гравитационная постоянная.

3. Вычисляем угол наклона плоскости орбиты к плоскости экватора

$$i = \arccos\left(\frac{c_3}{c}\right).$$

4. С помощью формул

$$\sin \Omega = \frac{c_1}{c \sin i};$$