ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 3

1. Исследовать сходимость числового ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!}=\frac{1}{3!}+\frac{1}{5!}+\ldots+\frac{1}{(2n+1)!}.$$

Решение. Напомним, $(2n+1)!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(2n+1)$ и

$$(2(n+1)+1)!=(2n+3)!=1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(2n+1)\cdot(2n+2)\cdot(2n+3).$$

Согласно признаку Даламбера получим

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{(2(n+1)+1)!}:\frac{1}{(2n+1)!}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)!}{(2n+3)!}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(2n+1)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot(2n+1)\cdot(2n+2)\cdot(2n+3)}=\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)!}{(2n+1)!\cdot(2n+2)\cdot(2n+3)}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{(2n+2)\cdot(2n+3)}=0<1.$$

Следовательно, по признаку Даламбера данный ряд сходится.

Ответ: сходится.

2. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{4n}\right)^n\cdot x^n=\left(\frac{1+1}{4}\right)\cdot x+\left(\frac{2+1}{4\cdot 2}\right)^2\cdot x^2+\left(\frac{3+1}{4\cdot 3}\right)^3\cdot x^3+$$

$$+\ldots+\left(\frac{n+1}{4n}\right)^n\cdot x^n+\ldots$$

Решение. Находим радиус сходимости степенного ряда по формуле

$$R = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt[n]{a_n}} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt[n]{\left(\frac{n+1}{4n}\right)^n}} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{\frac{n+1}{4n}} = \lim_{n\to\infty}\frac{4n}{n+1} = 4,$$

т.е. $R = 4$, ряд сходится в интервале $(-4;4)$. Исследуем ряд на сходимость в концах интервала. При $x = 4$ получаем числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{4n}\right)^n \cdot 4^n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^n \cdot 4^n}{4^n \cdot n^n} = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n,$$

который исследуем с помощью необходимого признака сходимости рядов. Имеем $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n = e \neq 0$, т.е. общий член ряда не стремится к нулю и ряд расходится. При $x = -4$ получаем числовой ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{4n}\right)^n \cdot (-4)^n = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^n \cdot \frac{(-1)^n 4^n}{4^n} = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot \left(\frac{n+1}{n}\right)^n,$$

который по признаку Лейбница для знакочередующихся рядов расходится, т.к. не выполняется условие $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.

Итак, окончательно имеем: областью сходимости будет промежуток $(-4;4)$.

Ответ: $(-4;4)$.

3. Вычислить определенный интеграл с помощью разложения подынтегральной функции в степенной ряд (прил. 6). Обеспечить абсолютную погрешность $h < 0{,}001$: $\int\limits_0^1 \frac{1-\cos 2x^2}{x}dx$ (при $x = 0$ значение подынтегральной функции принимается равным единице).

Решение. Из разложения для функции $\cos x$, заменяя x на $2x^2$, получаем

$$\cos 2x^2 = 1 - \frac{4x^4}{2!} + \frac{2^4 x^8}{4!} - \frac{2^6 x^{12}}{6!} + \ldots + (-1)^{n+1} \frac{2^{2n} x^{4n}}{(2n)!} + \ldots$$

$$1 - \cos 2x^2 = \frac{4x^4}{2!} - \frac{2^4 x^8}{4!} + \frac{2^6 x^{12}}{6!} + \ldots + (-1)^{n+1} \frac{2^{2n} x^{4n}}{(2n)!} + \ldots$$

Делением обеих частей последнего равенства на x находим

$$\frac{1 - \cos 2x^2}{x} = \frac{4x^3}{2!} - \frac{2^4 x^7}{4!} + \ldots + (-1)^{n+1} \frac{2^{2n} x^{4n-1}}{(2n)!} + \ldots$$

Это разложение, как и разложение для $\cos x$, имеет место на всей числовой оси, поэтому можно почленно интегрировать:

$$\int_0^1 \frac{1 - \cos 2x^2}{x} dx = \int_0^1 \frac{4x^3}{2!} dx - \int_0^1 \frac{2^4 x^7}{4!} dx + \ldots +$$

$$+ \int_0^1 (-1)^{n+1} \frac{2^{2n} x^{4n-1}}{(2n)!} dx + \ldots = \frac{4 \cdot x^4}{2! \cdot 4} \Big|_0^1 - \frac{2^4 \cdot x^8}{4! \cdot 8} \Big|_0^1 + \frac{2^6 \cdot x^{12}}{6! \cdot 12} \Big|_0^1 -$$

$$- \frac{2^8 x^{16}}{8! \cdot 16} + \ldots = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \frac{1}{135} - \frac{1}{2520} + \ldots$$

Данный ряд является знакочередующимся, для которого остаток ряда по модулю не превосходит модуль первого члена остатка ряда. Таким образом, вычисления проводятся до тех пор, пока слагаемое по модулю не будет меньше 0,0001.

Так как $h = |r_n| = \left| -\frac{1}{2520} \right| < 0{,}0001$, то достаточно взять

$$\int_0^1 \frac{1 - \cos 2x^2}{x} dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \frac{1}{135} \approx 0{,}1657.$$

Ответ: 0,1657.

4. В торговую фирму поступили телевизоры от трех поставщиков в отношении 1:4:5. Практика показала, что телевизоры, поступившие от первого, второго и третьего поставщиков, не потребуют ремонта в течение гарантийного срока соответственно в 98, 88 и 92 % случаев. Проданный телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. От какого поставщика, вероятнее всего, поступил этот телевизор?

Решение. Обозначим: событие A – телевизор не потребует ремонта в течение гарантийного срока. Введем три гипотезы: H_i – телевизор поступил в торговую фирму от i-го поставщика (i = 1,2,3).

По условию,

$$P(H_1) = \frac{1}{1+4+5} = 0{,}1; \quad P(A/H_1) = 0{,}98;$$
$$P(H_2) = \frac{4}{1+4+5} = 0{,}4; \quad P(A/H_1) = 0{,}88;$$
$$P(H_3) = \frac{5}{1+4+5} = 0{,}5; \quad P(A/H_1) = 0{,}92.$$

Тогда по формуле полной вероятности имеем

$$P(A) = 0{,}1 \cdot 0{,}98 + 0{,}4 \cdot 0{,}88 + 0{,}5 \cdot 0{,}92 = 0{,}91.$$

Известна дополнительная информация: наступило событие $\overline{A}$ – телевизор потребовал ремонта в течение гарантийного срока. Требуется найти вероятности гипотез, причем по условию

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}91 = 0{,}09.$$
$$P(\overline{A}/H_1) = 1 - 0{,}98 = 0{,}02;$$
$$P(\overline{A}/H_2) = 1 - 0{,}88 = 0{,}12;$$
$$P(\overline{A}/H_3) = 1 - 0{,}92 = 0{,}08.$$

Следовательно, по формуле Байеса имеем

$$P(H_1/\overline{A}) = \frac{0{,}1 \cdot 0{,}02}{0{,}09} = 0{,}022;$$

$$P(H_2/\overline{A}) = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}12}{0{,}09} = 0{,}533;$$

$$P(H_3/\overline{A}) = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}08}{0{,}09} = 0{,}444.$$

Таким образом, после наступления события $\overline{A}$ вероятность гипотезы H_2 увеличивается с $P(H_2)$ = 0,4 до максимальной $P(H_2/\overline{A}) = 0{,}533$, а гипотеза H_3 уменьшается от максимальной $P(H_3)$ = 0,5 до $P(H_3/\overline{A}) = 0{,}444$; если ранее (до наступления события $\overline{A}$) наиболее вероятной была гипотеза H_3, то теперь в свете новой информации наиболее вероятна гипотеза H_2 – поступления телевизора от второго поставщика.

Ответ: от второго поставщика.

5. Поезда метрополитена идут регулярно с интервалом 2 мин.. Пассажир выходит на платформу в случайный момент времени. Какова вероятность того, что ждать пассажиру придется не больше полминуты. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ – времени ожидания поезда.

Решение. Случайная величина ξ – время ожидания поезда на временном (в минутах) отрезке [0,2] – имеет равномерный закон распределения, плотность вероятности которой равна:

$$f(x) = \begin{cases} 0.5 & \text{при} \quad x \in [0,2]; \\ 0 & \text{при} \quad x \notin [0,2]. \end{cases}$$

Поэтому вероятность того, что пассажиру придется ждать не более полминуты, равна

$$P(\xi \le 0{,}5) = \int_0^{0{,}5} \frac{1}{2}\,dx = \frac{1}{2}x\Big|_0^{0{,}5} = \frac{1}{4}.$$

По формулам для математического ожидания и дисперсии находим

$$M[\,\xi\,]=\frac{0+2}{2}=1\text{ мин.};\ D[\,\xi\,]=\frac{(2-0)^2}{12}=\frac{1}{3};$$

$$\sigma_\xi=\sqrt{D[\xi]}=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\approx 0{,}58\text{ мин.}$$

Ответ: $M[\,\xi\,]=1$ мин; $\sigma_\xi=\sqrt{D[\xi]}\approx 0{,}58$ мин.

6. В ходе проведения эксперимента получен следующий набор данных:

55,42	67,49	57,71	64,59	56,01	70,97	71,53	47,66	67,70	82,75
40,89	29,04	59,59	97,18	51,00	67,15	62,16	52,77	53,26	33,04
68,22	96,22	46,60	51,25	58,66	65,12	67,98	61,10	60,44	65,73
53,19	69,11	71,90	71,24	83,94	74,64	73,35	50,80	75,48	59,12
89,03	60,87	60,01	46,90	54,85	27,21	72,91	45,28	49,57	44,11
67,54	78,21	54,19	65,35	26,81	70,84	34,52	60,96	76,75	63,58
93,89	44,32	54,91	48,84	63,08	68,11	71,08	72,17	80,42	59,43
55,41	70,35	62,28	22,61	63,95	100,46	54,59	79,99	41,43	63,39
80,67	62,73	48,82	38,49	77,63	52,98	62,16	43,78	65,55	56,26
42,33	58,28	51,16	83,50	45,74	49,66	53,69	54,96	67,58	79,60

Пусть случайная величина X – наугад взятое значение из набора данных. Требуется для случайной величины X:

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия p=0,95.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05.

Решение. 1. *Первым этапом статистического изучения вариации являются построение вариационного ряда* – упорядоченного распределения единиц совокупности по возрастающим (чаще) или по убывающим (реже) значениям признака и подсчет числа единиц с тем или иным значением признака. Для этого сначала построим ранжированный ряд. Ранжированный ряд – это перечень отдельных единиц совокупности в порядке возрастания (убывания) изучаемого признака.

22,61	43,78	49,57	53,69	57,71	61,10	65,12	68,11	72,17	80,42
26,81	44,11	49,66	54,19	58,28	62,16	65,35	68,22	72,91	80,67
27,21	44,32	50,80	54,59	58,66	62,16	65,55	69,11	73,35	82,75
29,04	45,28	51,00	54,85	59,12	62,28	65,73	70,35	74,64	83,50
33,04	45,74	51,16	54,91	59,43	62,73	67,15	70,84	75,48	83,94
34,52	46,60	51,25	54,96	59,59	63,08	67,49	70,97	76,75	89,03
38,49	46,90	52,77	55,41	60,01	63,39	67,54	71,08	77,63	93,89
40,89	47,66	52,98	55,42	60,44	63,58	67,58	71,24	78,21	96,22
41,43	48,82	53,19	56,01	60,87	63,95	67,70	71,53	79,60	97,18
42,33	48,84	53,26	56,26	60,96	64,59	67,98	71,90	79,99	100,46

Интервальным вариационным рядом называется упорядоченная совокупность интервалов варьирования значений случайной величины с соответствующими частотами или частностями попаданий в каждый из них значений величины.

Для его построения выполняем следующие действия:

1. Находим размах выборки

$$R = x_{наиб} - x_{наим} = 100{,}46 - 22{,}61 = 77{,}85$$

2. Назначаем число частичных интервалов *к*: $\kappa = 1 + 3{,}322 \ln n$.

Обычно $k = 9 \div 12$. Выберем *к*=12.

3. Находим длину *Δ* (шаг разбиения):

$$\Delta = \frac{R}{k},\ \Delta = \frac{77{,}85}{12} = 6.5,\ a_1 = 22{,}61$$

4. Численность отдельной группы сгруппированного ряда опытных данных называется выборочной частотой. Обозначается: m_i^* – выборочная частота.

$$\sum_{i=1}^{k} m_i^* = 1.$$

Относительная выборочная частота – отношение выборочной частоты данных вариантов к объёму выборки. Обозначается: p_i^* – относительная выборочная частота.

$$p_i^* = \frac{m_i^*}{n},$$

где i – номер варианты.

Выборочная относительная частота сходится по вероятности к соответствующей вероятности.

$$\sum_{i=1}^{k} p_i^* = 1.$$

5. Составляем таблицу расчетов (табл. 1):

Таблица1

i	$[a_i; a_{i+1}]$	m_i^*	p_i^*	$h_i^* = \frac{p_i^*}{\Delta}$	$\widetilde{x}_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$
1	22,61-29,11	4	0,04	0,006	25,86
2	29,11-35,61	2	0,02	0,003	32,36
3	35,61-42,11	3	0,03	0,005	38,86
4	42,11-48,61	9	0,09	0,014	45,36
5	48,61-55,11	18	0,18	0,028	51,86
6	55,11-61,61	15	0,15	0,023	58,36
7	61,61-68,11	20	0,2	0,03	64,86
8	68,11-74,61	12	0,12	0,018	71,36
9	74,61-81,11	9	0,09	0,014	77,86
10	81,11-87,61	3	0,03	0,005	84,36
11	87,61-94,11	2	0,02	0,003	90,86
12	94,11-100,61	3	0,03	0,005	97,36
		$\sum = 100$	$\sum = 1$		

Примечание. h_i^* – плотность относительной частоты; $\widetilde{x}_i$ – середина частичных интервалов.

2. *Построение гистограммы плотностей относительных частот.* Гистограмма относительных частот – это фигура, состоящая из прямоугольников, опирающихся на интервалы группировки с высотами, равными $h_i^* = \dfrac{p_i^*}{\Delta}$. Площадь всей гистограммы должна быть равна 1. Гистограмма является оценкой генеральной функции плотности $f(x)$.

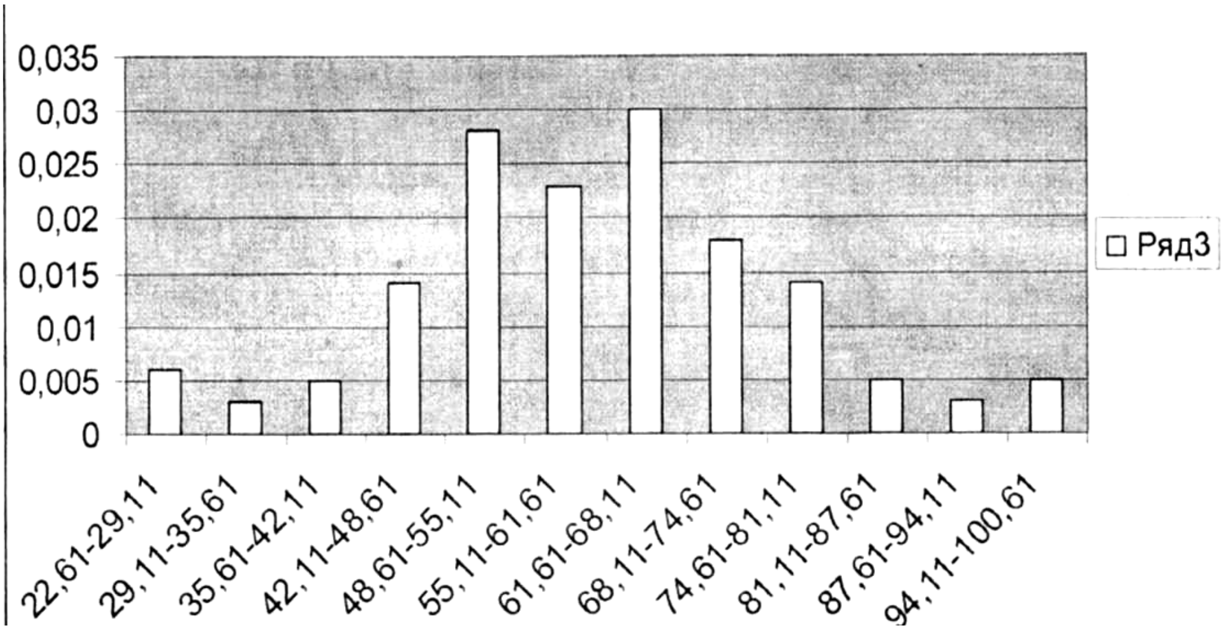

Рис. 6

По виду гистограммы (рис. 6) мы подбираем подходящий для данного случая теоретический закон распределения. Для этого сравниваем гистограмму с теоретическими кривыми основных законов (нормальный, показательный, равномерный).

По виду гистограммы можно выдвинуть гипотезу о нормальном законе случайной величины X.

3. Нахождение состоятельных несмещенных оценок математического ожидания и дисперсии. Найдем оценки математического ожидания a^* и дисперсии D^*.

Основными параметрами генеральной совокупности являются математическое ожидание (генеральная средняя) $M(X)$ и среднее квадратическое отклонение s . Это постоянные величины, которые можно оценить по выборочным данным. Оценка генерального параметра, выражаемая одним числом, называется точечной.

Точечной оценкой генеральной средней *a* является выборочное среднее. Выборочным средним называется среднее арифметическое всех значений величины, встречающихся в выборке.

Если выборочное среднее вычисляется по не сгруппированным данным, то для его определения сумму всех значений делят на количество элементов в выборке. В данном случае определяем по сгруппированным данным (табл.1):

$$a^* = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \tilde{x}_i \cdot m_i^*}{n} = \frac{6083}{100} = 60{,}83;$$

$$D^* = \bar{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (\tilde{x}_i - \bar{x})^2 \cdot m_i^*}{n} = \frac{23387{,}9}{99} = 236{,}24;$$

$$\bar{s} = \sqrt{\bar{s}^2} = \sqrt{36{,}24} = 15{,}37.$$

Таблица2

$(\tilde{x}_i - \bar{x})^2 \cdot$	$\tilde{x}_i \cdot m_i^*$
4891,6	103,44
1621,08	64,72
1448,04	116,58
2153,89	408,24
1448,3	933,48
91,51	875,4
324,82	1297,2
1330,57	856,32
2610,19	700,74
1660,98	253,08
1803,60	181,72
4003,32	292,08
$\sum = 23387$	$\sum = 6083$

$a \approx \bar{x},\ \sigma \approx \bar{s}.$

4. *Построим доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии.* Найдем доверительный интервал для оценки с надежностью $\gamma = 0{,}95$ неизвестного математического ожидания $M(x)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное стандартное отклонение $\bar{s} = 15{,}37$, выборочная средняя $\bar{x} = 60{,}83$, объем выборки $n = 100$.

Требуется найти доверительный интервал

$$\bar{x} - t\frac{\bar{s}}{\sqrt{n}} < M(x) < \bar{x} + t\frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}.$$

Все величины, кроме t, известны. Найдем t из соотношения

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0{,}95}{2} = 0{,}475.$$

По таблице значений функции $\Phi(t)$ (прил. 7) находим $t = 1{,}96$.

Подставив $t = 1{,}96$; $\bar{x} = 60{,}83$; $\bar{s} = 15{,}37$; $n = 100$, окончательно получим доверительный интервал

Для *M(x)*

$$J_\gamma = \left(\bar{x} - t\cdot\frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t\cdot\frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}\right),$$

$$J_\gamma = (60.1; 61.56).$$

Для *D(x)*

$$J_\gamma = \left(\bar{s}^2 - t\cdot\sigma_{\bar{s}^2}; \bar{s}^2 + t\cdot\sigma_{\bar{s}^2}\right),$$

$$J_\gamma = (220{,}33;252{,}15);$$

$$\sigma_{\bar{s}^2} = \sqrt{\frac{2}{n-1}\cdot \bar{s}^2} = 33{,}5.$$

5. *Построенная гистограмма по форме напоминает график плотности вероятности нормального распределения*. Поэтому естественно выдвинуть гипотезу о нормальном распределении случайной величины *X*. Проверим справедливость выдвинутой гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости α=0,05. Тогда гипотетическая функция плотности распределения случайной величины *X* имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

Нормальный закон распределения также называется законом Гаусса. Нормальный закон распределения занимает центральное место в теории вероятностей. Это обусловлено тем, что этот закон проявляется во всех случаях, когда случайная величина, является результатом действия большого числа различных факторов. К нормальному закону приближаются все остальные законы распределения.

Можно легко показать, что параметры a и σ, входящие в плотность распределения являются соответственно математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением случайной величины *X*.

График плотности нормального распределения называется нормальной кривой или кривой Гаусса.

Нормальная кривая обладает следующими свойствами:

- функция определена на всей числовой оси;
- $f(x)>0$;
- ось *OX* является горизонтальной асимптотой графика плотности вероятности, т.к. при неограниченном возрастании по абсолютной величине аргумента *x* значение функции стремится к нулю;
- $f(x)$ достигает max в точке $x=a$;

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}}=\frac{1}{\sigma}\cdot\varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right).$$

График функции имеет две точки перегиба: $x=a\pm\sigma$.

Для простоты вычислений составим таблицу 3. Для определения третьего столбца таблицы 3 воспользуемся приложением 8.

Таблица 3

i	$t_i=\frac{\widetilde{x}_i-a^*}{\sigma^*}$	$\varphi(t_i)$	$f(\widetilde{x}_i)=\frac{\varphi(t_i)}{\sigma^*}$	$p_i=f(\widetilde{x}_i)\cdot\Delta$
1	-2,28	0,03	0,002	0,013
2	-1,85	0,072	0,005	0,033
3	-1,43	0,144	0,009	0,059
4	-1,01	0,24	0,016	0,104
5	-0,58	0,337	0,022	0,143
6	-0,16	0,394	0,026	0,169
7	0,26	0,386	0,025	0,163
8	0,69	0,314	0,02	0,13
9	1,11	0,216	0,014	0,091
10	1,53	0,124	0,008	0,052
11	1,95	0,06	0,004	0,026
12	2,38	0,024	0,002	0,013
				$\Sigma=$ 0,0996

Функцию плотности $f(\widetilde{x}_i)=\frac{\varphi(t_i)}{\sigma^*}$ изобразим на гистограмме (рис.7).

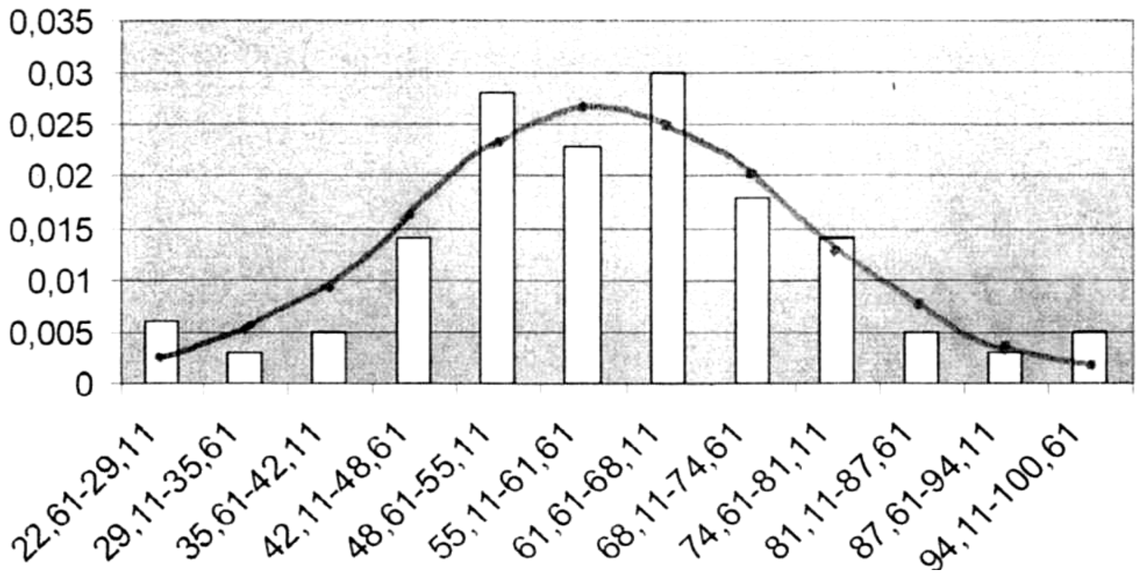

Рис.7

Критерий Пирсона основан на изучении меры расхождения между теоретическим и статистическим распределениями, которая в данном случае оценивается по сумме квадратов разности этих расхождений по всем интервалам выборки с учётом «веса» случайной величины $n \cdot p_i$.

Пирсон доказал, что значения статистического критерия не зависят от функции распределения *f(x)* и от числа опытов *n*, а зависят от числа частичных интервалов *r* интервального вариационного ряда.

Далее используем правило проверки гипотезы по критерию Пирсона:

1. Вычисляем квантиль $\chi_p^2(r-l-1)$. Для её вычисления нужно воспользоваться табличными распределениями X^2, в которых значения случайной величины находят по заданному уровню значимости α и вычисленному числу свободы υ.

$$\upsilon = r - l - 1 = 8 - 2 - 1 = 5,$$

где r– число частичных интервалов.

Если в некоторых из интервалов значения $m_i^* \prec 5$, то надо объединить расположенные рядом интервалы так, чтобы $m_i^* \succ 5$ или $m_i^* = 5$, тогда число r – число из необъединённых интервалов, l –число неизвестных параметров.

Имеем $p = 1 - \alpha = 0{,}95$; $m = 8$; $l = 2$.

По таблице распределения X^2 (прил. 9) находим

$$\chi^2_{0,95}(8-2-1) = \chi^2_{0,95}(5) = 11{,}1.$$

2. Находим $X^2_{выбор}$:

$$X^2_{выбор} = \frac{\sum_{i=1}^{R}(n \cdot p_i^* - n \cdot p)^2}{n \cdot p_i}, \text{или } X^2_{выбор} = \frac{\sum_{i=1}^{R}(m_i^* - m_i)^2}{m_i}.$$

Для этого удобно результаты вычислений вносить в следующую таблицу 4

Таблица 4

i	p_i^*	$n \cdot p_i^*$	$n \cdot p_i$	$(n \cdot p_i^* - n \cdot p_i)$	$(n \cdot p_i^* - n \cdot p_i)^2$	$\frac{(n \cdot p_i^* - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}$
1	0,09	9	10,5	-1,5	2,25	0,2
2	0,09	9	10,4	-1,4	1,96	0,2
3	0,18	18	14,3	3,7	13,69	0,96
4	0,15	15	16,9	-1,9	3,61	0,2
5	0,2	20	16,3	3,7	13,69	0,8
6	0,12	12	13	-1	0,01	0,001
7	0,09	9	9,1	-0,1	0,01	0,001
8	0,08	8	9,1	-1,1	1,21	0,133
						$\sum = X_{выбор.} = 2{,}495$

3. Окончательно имеем

$$2{,}495 = X^2_{выбор} \prec X^2_{0{,}95} = 11{,}1.$$

Ответ: гипотезу о нормальном распределении случайной величины X принимаем, т. к. $0{,}95 = P\left(X^2_{выбор} \prec X^2_{0{,}95}\right)$.