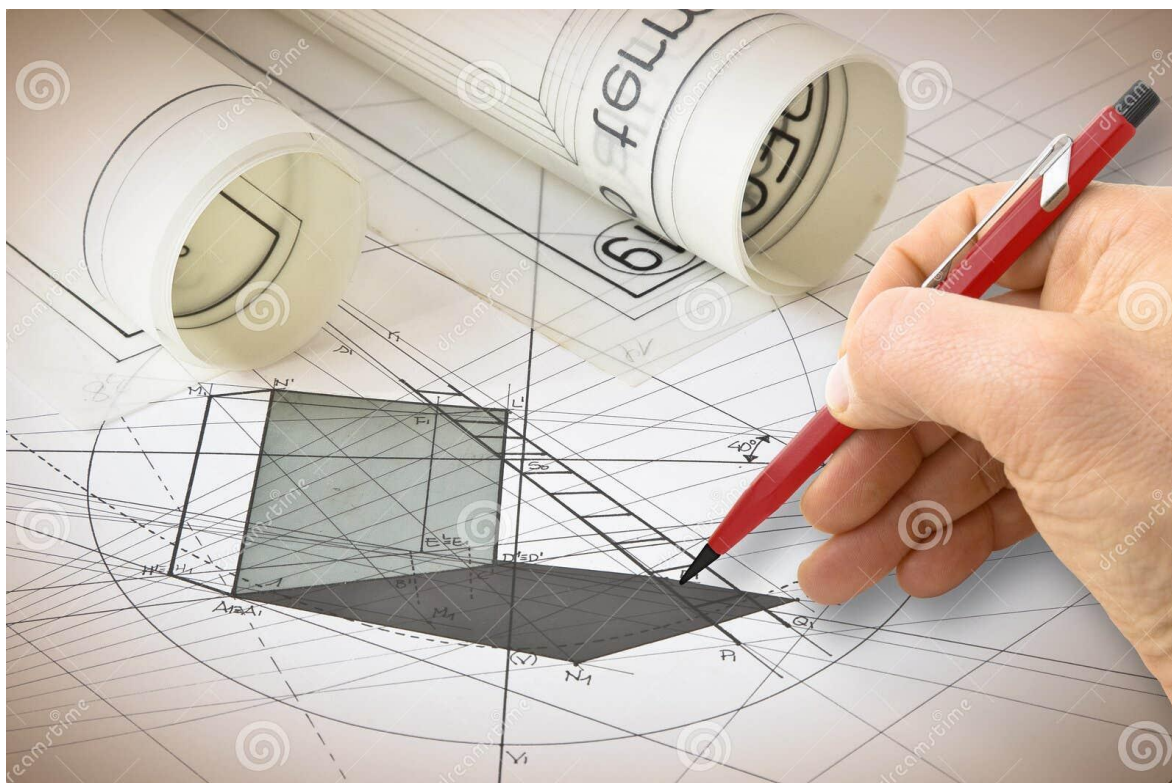


Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет
(СибАДИ)»

А.В. Жданов, М.Е. Агапов

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

*Рабочая тетрадь
для теоретических и практических занятий*



Студент _____
Группа _____
Преподаватель _____

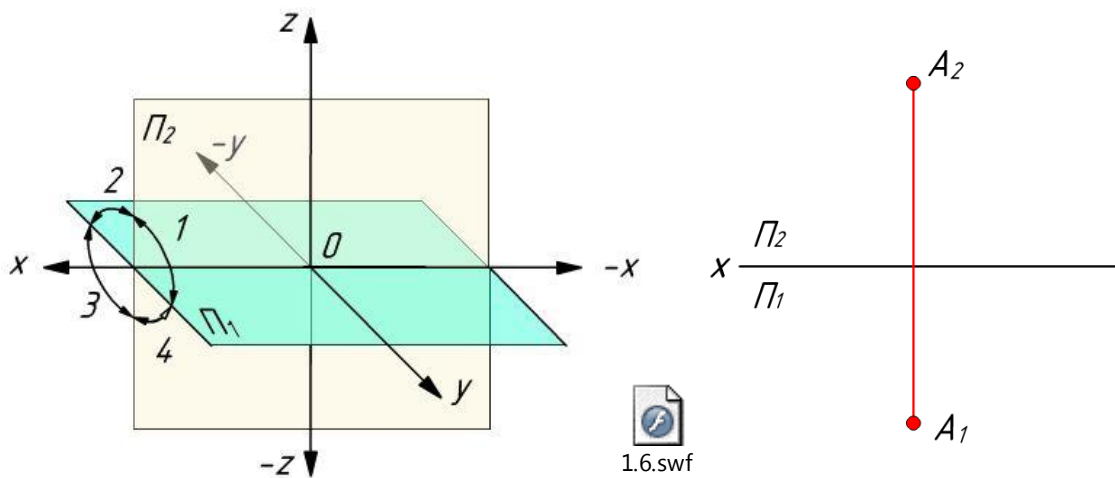
Омск • 2025

1. ОБРАЗОВАНИЕ ПРОЕКЦИЙ. МЕТОД МОНЖА. ПРОЕКЦИИ ПРЯМОЙ ЛИНИИ

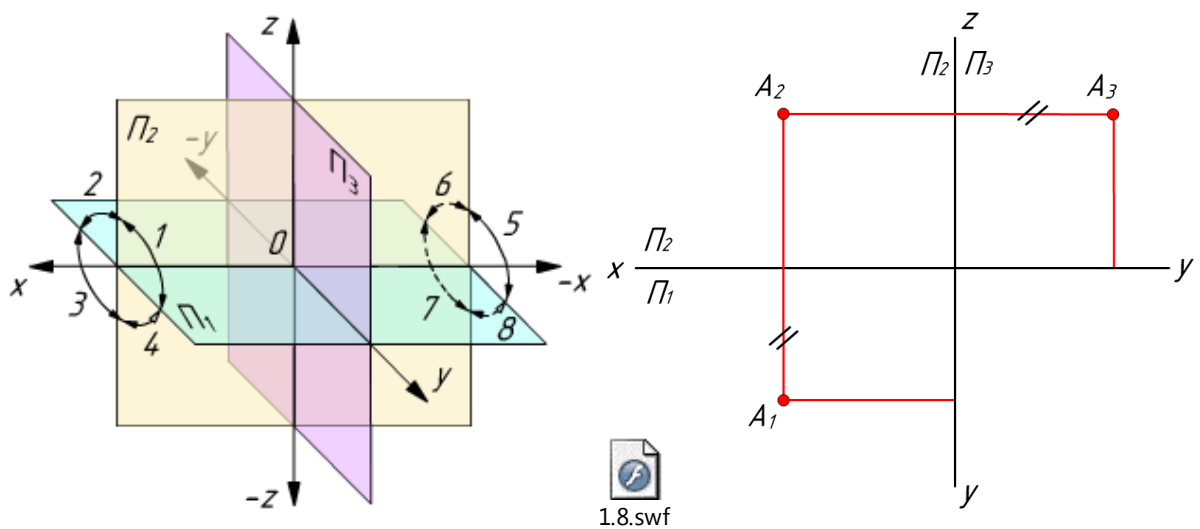
1.1 ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ НА ДВЕ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ. МЕТОД МОНЖА

Метод Монжа _____

Проецирование точки на две плоскости проекций

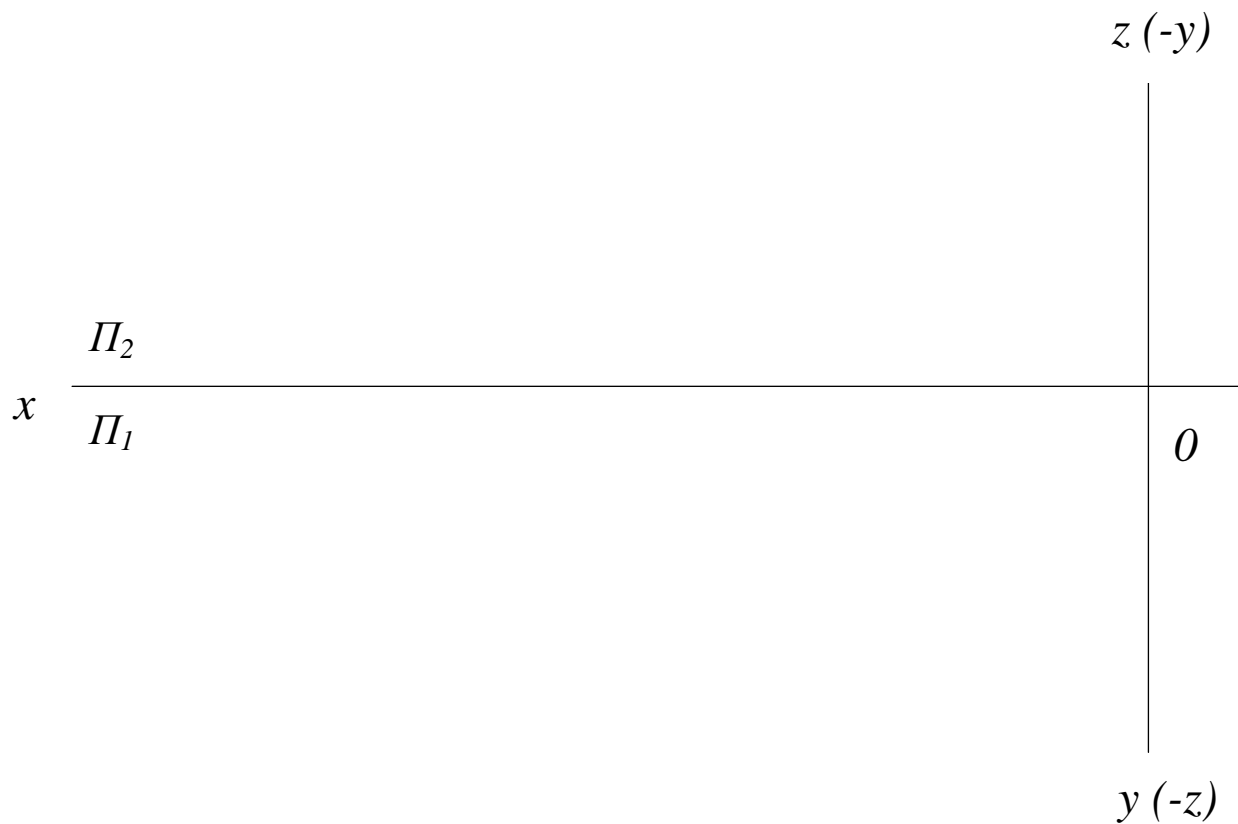


Проецирование точки на три плоскости проекций

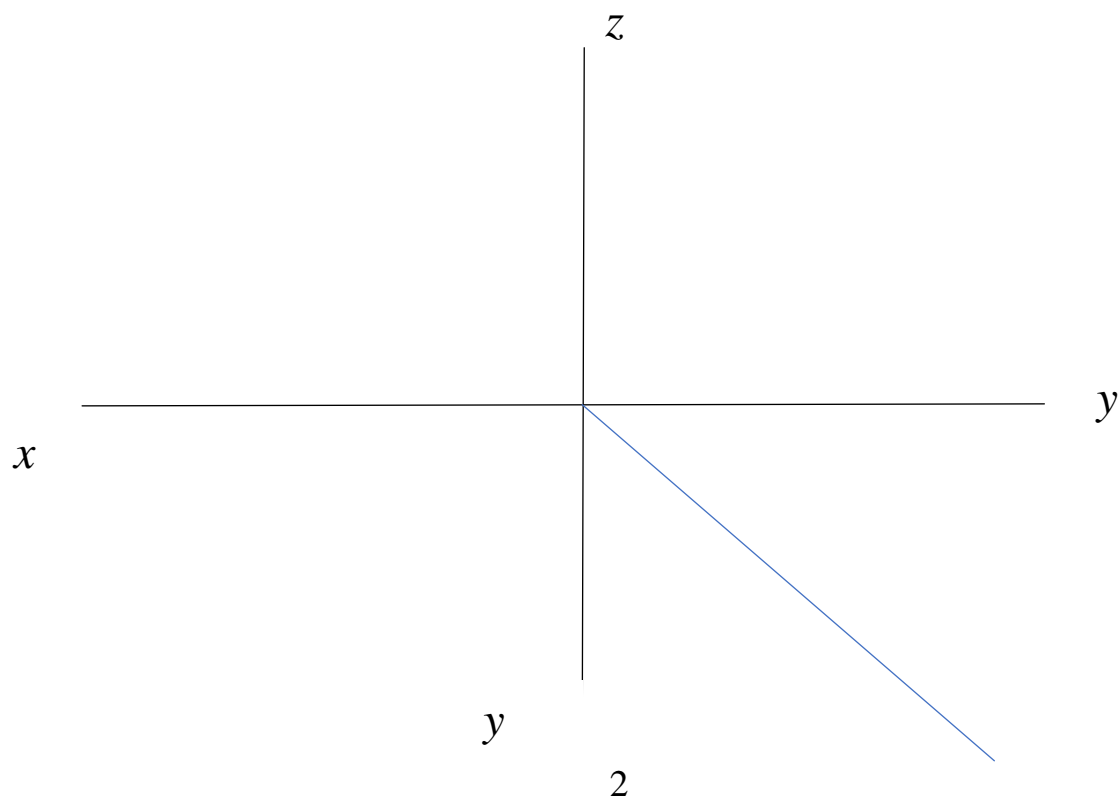


Координаты точки _____

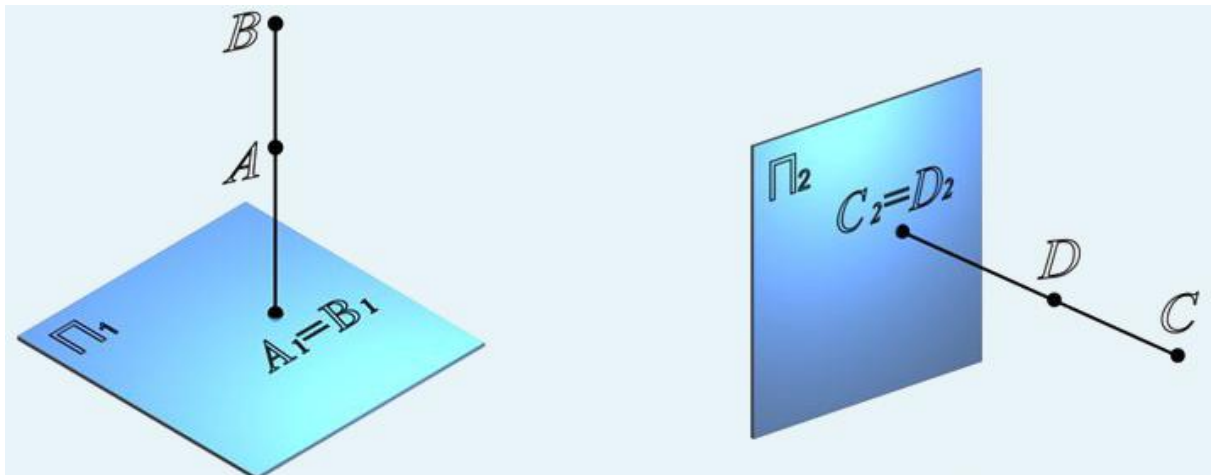
Задание 1: Построить проекции точек в двух проекциях по координатам А (30; 40; 55), В (50; -40; 50), С (70; 60; -20), D (90; -30; -60). Назвать четверти.



Задание 2: Построить проекции точек в трех проекциях по координатам А (20; 40; 20), В (40; 0; 50), С (60; 35; 0).



1.2 ПОНЯТИЕ О КОНКУРИРУЮЩИХ ТОЧКАХ

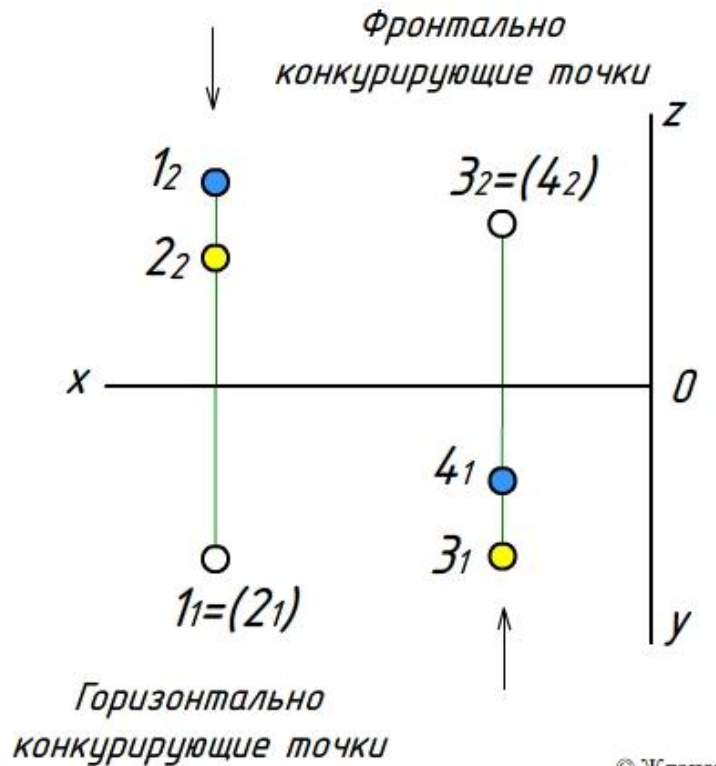


Конкурирующие точки

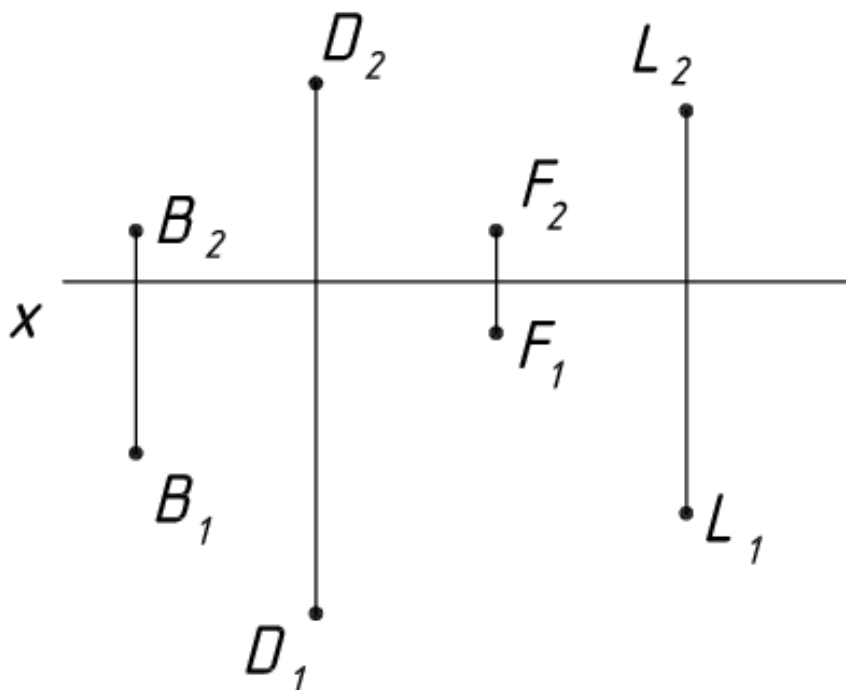
Из двух горизонтально конкурирующих точек на чертеже видимой будет та, фронтальная проекция которой расположена выше; из двух фронтально конкурирующих видимой будет та, горизонтальная проекция которой будет ниже.



1.10.swf

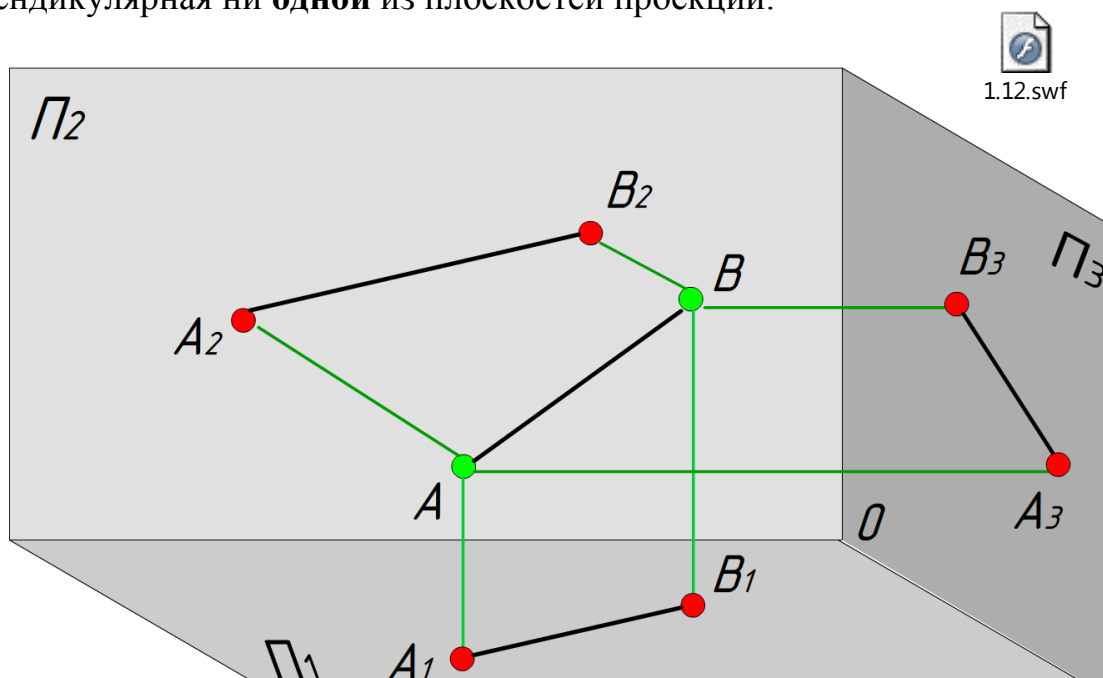


Задание 3: Построить проекции точек, расположенных: А - выше точки В на 10 мм; С - ниже точки D на 10 мм; Е - перед точкой F на 15 мм; К - за точкой L на 15 мм.



1.3 ПРЯМЫЕ НА ЧЕРТЕЖЕ. ОБЩЕЕ И ЧАСТНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ.

Прямой общего положения называется прямая, не параллельная и не перпендикулярная ни **одной** из плоскостей проекций.

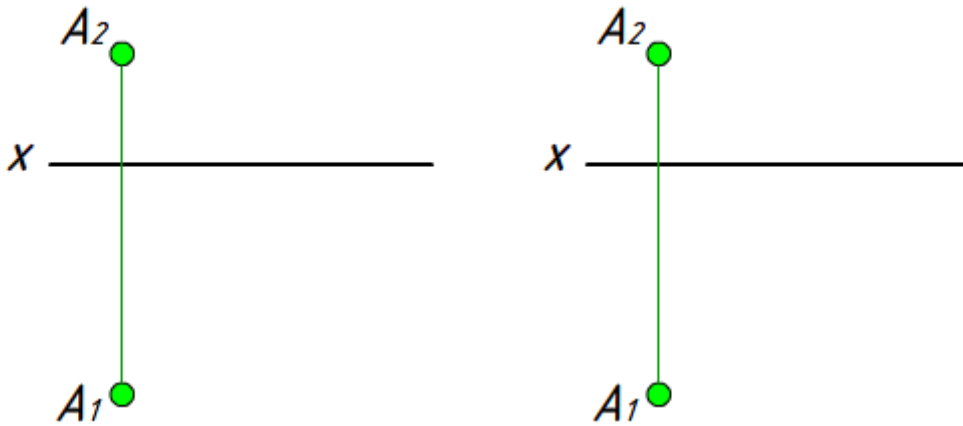


На проекциях прямой общего положения **НЕТ** натуральной величины!

Задание 4: Построить проекции прямой общего положения.

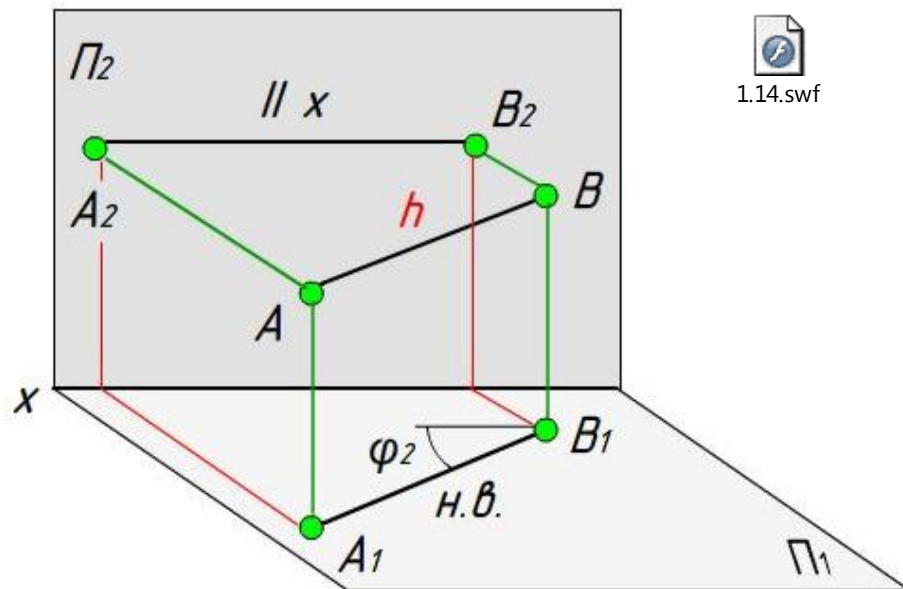
а) произвольно

б) длиной 50 мм. Под углом 37° к Π_2 ,



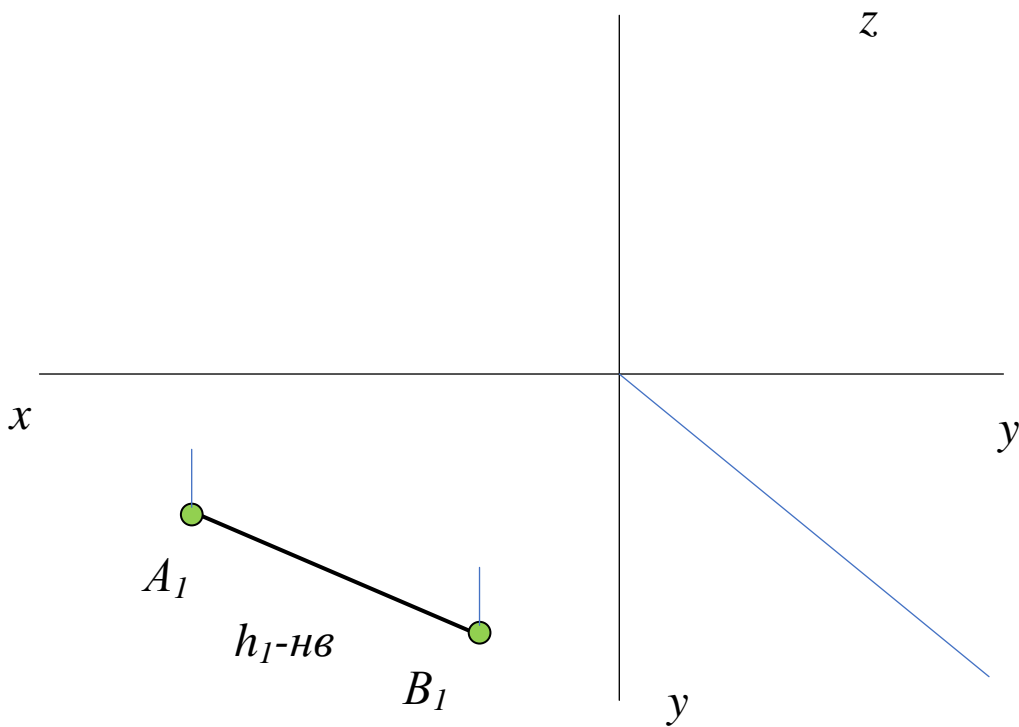
Прямой частного положения называется прямая, или параллельная или перпендикулярная **одной** из плоскостей проекций.

Горизонтальная уровня (горизонталь) – прямая параллельная ($h \parallel \Pi_1$) горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

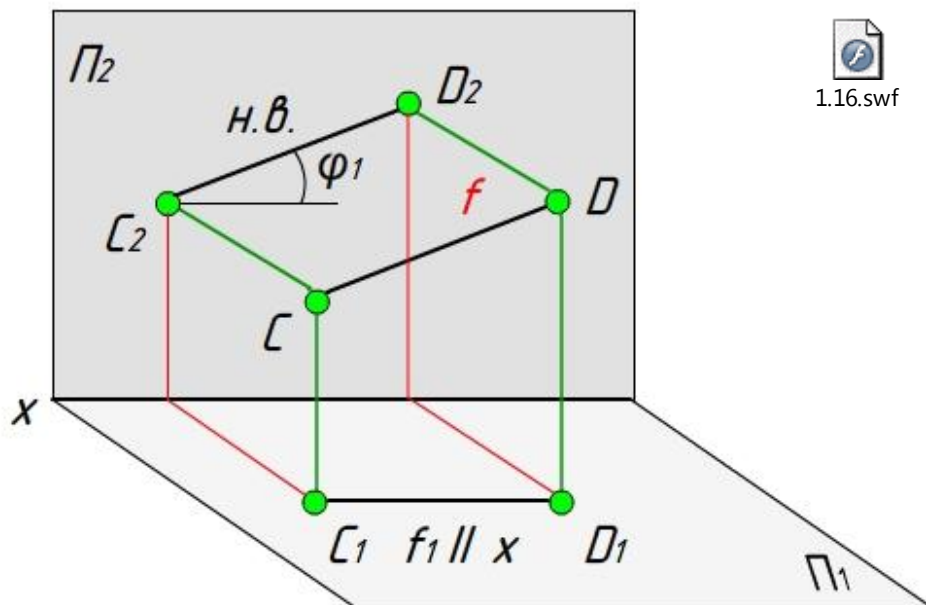


На проекциях горизонтальной уровня ЕСТЬ натуральная величина прямой! А еще угол наклона к Π_2

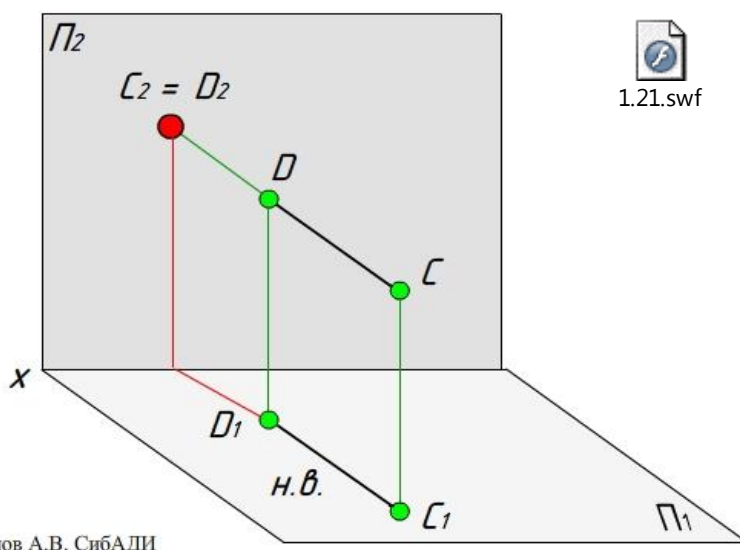
Задание 5: Построить недостающие проекции горизонтали на уровне 30 мм от плоскости Π_1 . Найти угол наклона к Π_2 .



Фронтальная уровня (фронталь) – прямая параллельная ($f \parallel \Pi_2$) фронтальной плоскости проекций Π_2 .



Фронтально проецирующая – прямая перпендикулярная фронтальной плоскости проекций Π_2 .

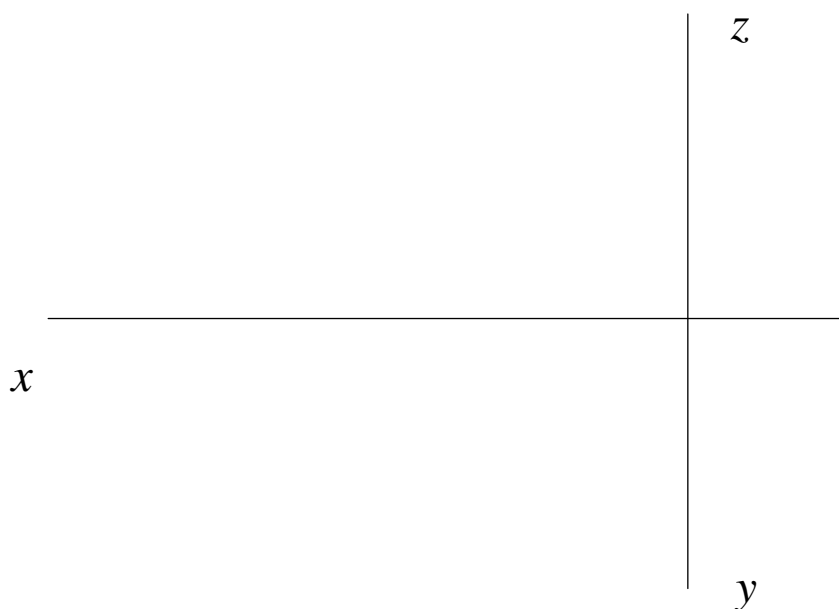


© Жданов А.В. СибАДИ



Горизонтально проецирующая проецируется на Π_1 в точку, получается вырожденная проекция. На Π_2 будет натуральная величина. Для фронтально проецирующей наоборот!

Задание 7: Построить чертежи горизонтально и фронтально проецирующих, если координаты вырожденных проекций $A_1=B_1 (30; 20)$ и $C_2=D_2 (50; 10)$.

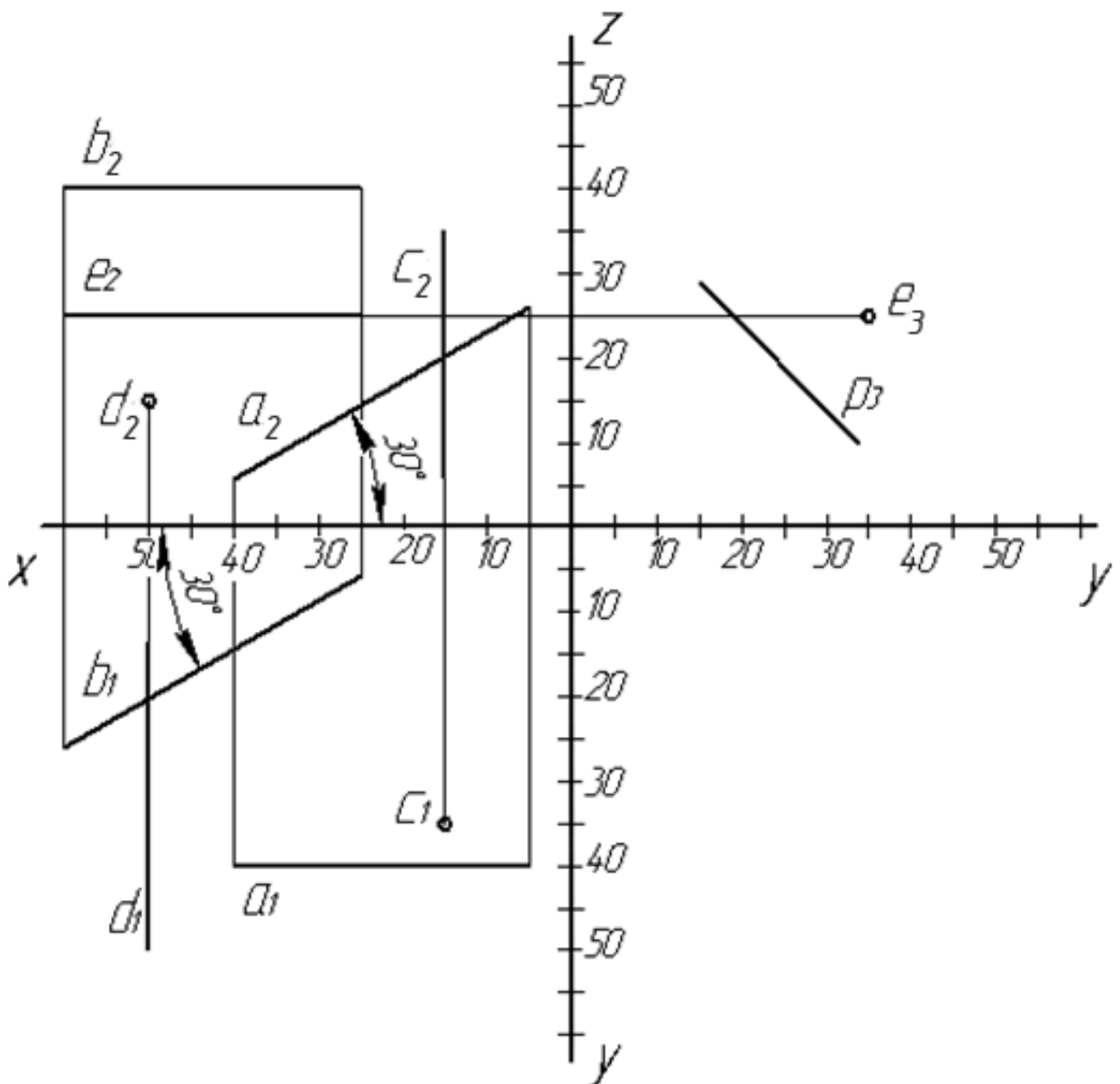


1.4 УСЛОВИЕ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ТОЧКИ ПРЯМОЙ ЛИНИИ

Точка принадлежит прямой, если

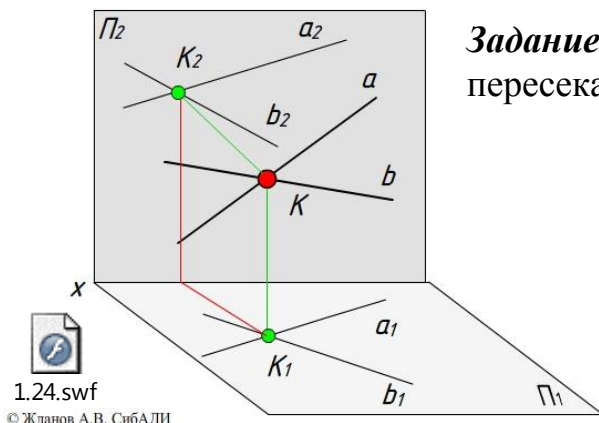
Задание 8:

1. Определить, какая из указанных на рисунке прямых является:
 - а) Горизонтальной прямой, находящейся на расстоянии 40 мм от плоскости Π_1 и наклоненной под углом 30° к плоскости Π_2 ?
 - б) Фронтально-проецирующей прямой?
 - в) Горизонтально проецирующей прямой?
 - г) Фронтальной прямой, находящейся на расстоянии 40 мм от плоскости Π_2 и наклоненной под углом 30° к горизонтальной плоскости проекций?
2. Построить горизонтальную проекцию прямой e . Как называется эта прямая?
3. Построить две недостающие проекции профильной прямой p , если известно, что она находится на расстоянии 45 мм от профильной плоскости проекций Π_3 .



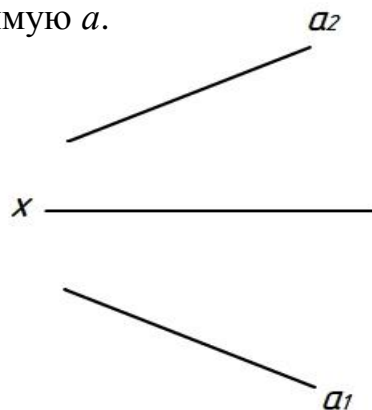
1.5 ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПРЯМЫХ НА ОРТОГОНАЛЬНОМ ЧЕРТЕЖЕ

Пересекающиеся прямые

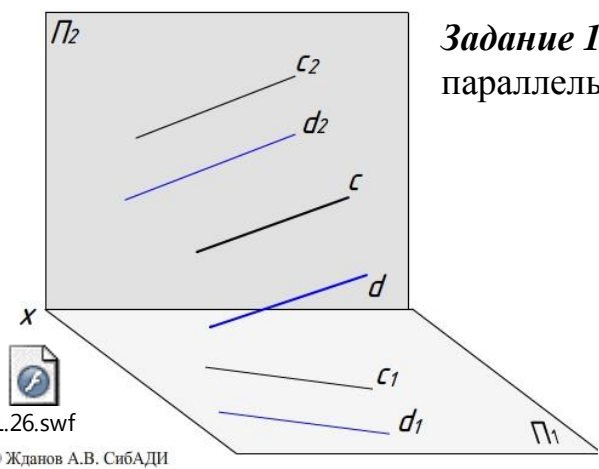


1.24.swf
© Жданов А.В. СибАДИ

Задание 9: построить прямую b , пересекающую прямую a .

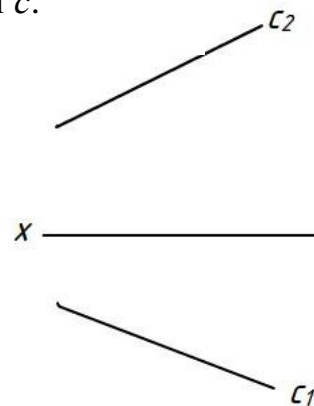


Параллельные прямые



1.26.swf
© Жданов А.В. СибАДИ

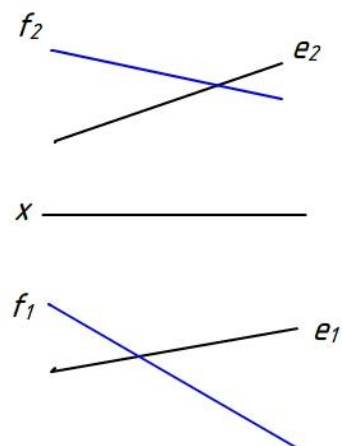
Задание 10: построить прямую d , параллельную прямой c .



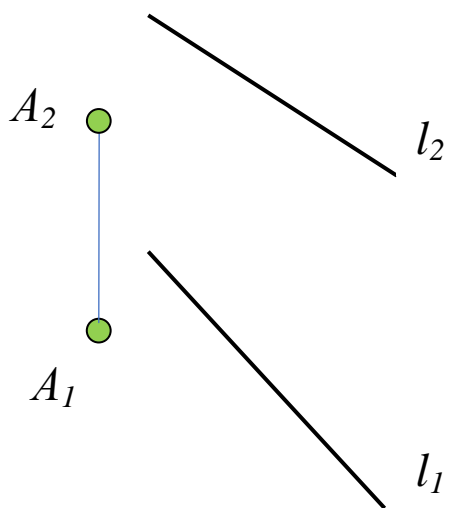
Скрещивающиеся прямые

Задание 11: найти и отметить конкурирующие точки.

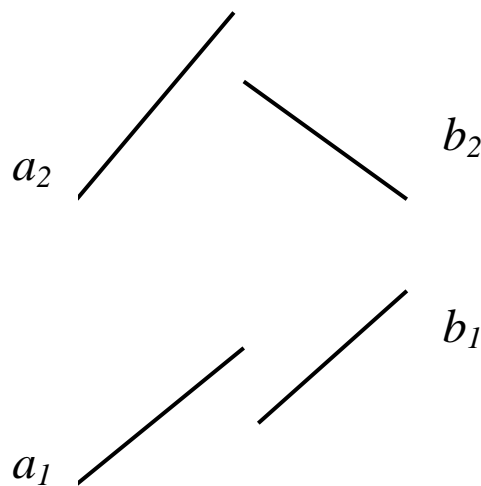
1.27.swf



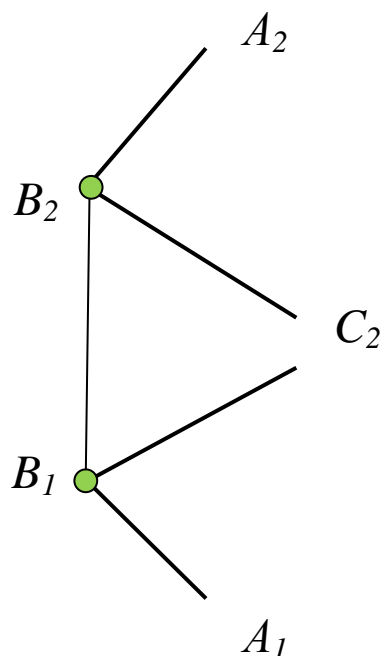
Задание 12: Через точку A провести горизонталь и фронталь, пересекающие прямую l общего положения.



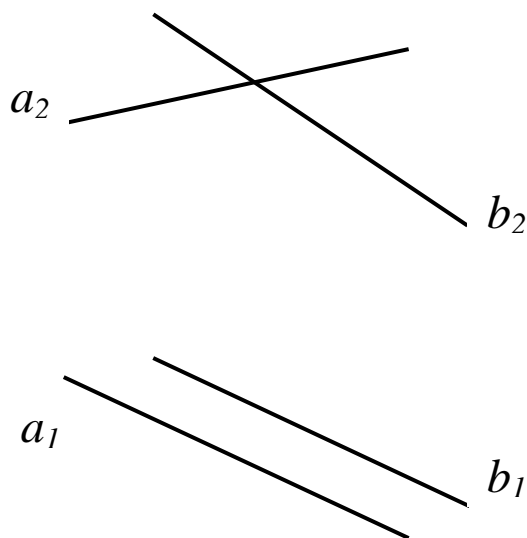
Задание 13: Прямые a и b пересечь горизонталью.



Задание 14: Достроить проекции параллелограмма $ABCD$.



Задание 15: Скрещивающиеся прямые a и b пересечь фронтально-проецирующей прямой t .

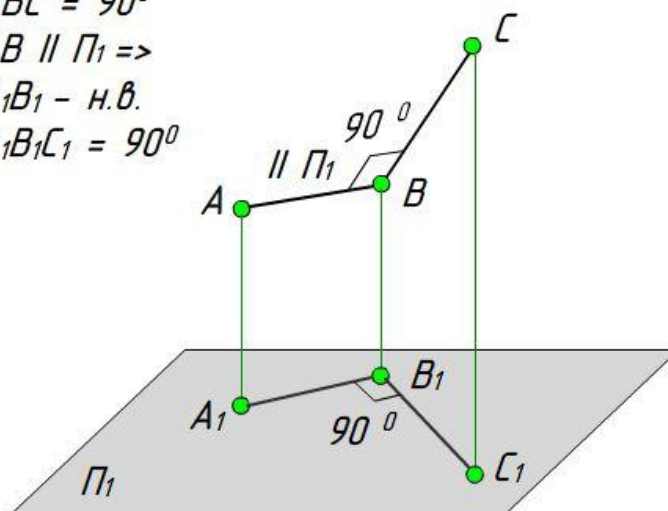


1.6 ТЕОРЕМА О ПРОЕКЦИИ ПРЯМОГО УГЛА

$\angle ABC = 90^\circ$
 $AB \parallel \Pi_1 \Rightarrow$
 $A_1B_1 - \text{н.в.}$
 $\angle A_1B_1C_1 = 90^\circ$



1.31.swf



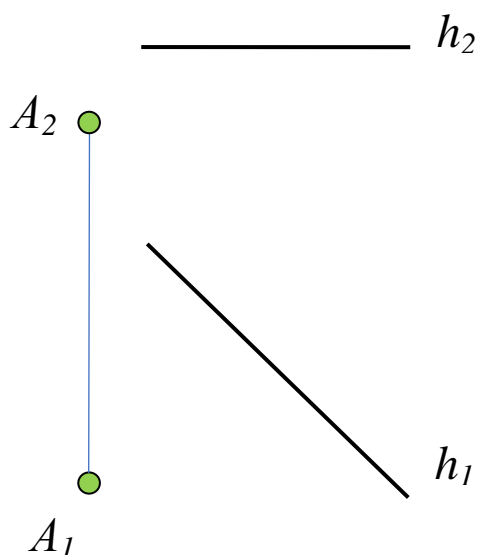
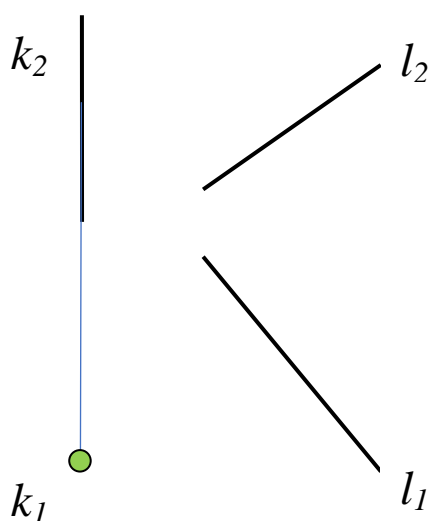
© Жданов А.В. СПбАДИ



На чертеже прямой угол проецируется в натуральную величину, **только** когда одна из его сторон тоже проецируется в натуральную величину. Т.е. опускать **перпендикуляр** можно только к натуральной величине.

Задание 16: Построить горизонталь, пересекающую заданные прямые под прямым углом.

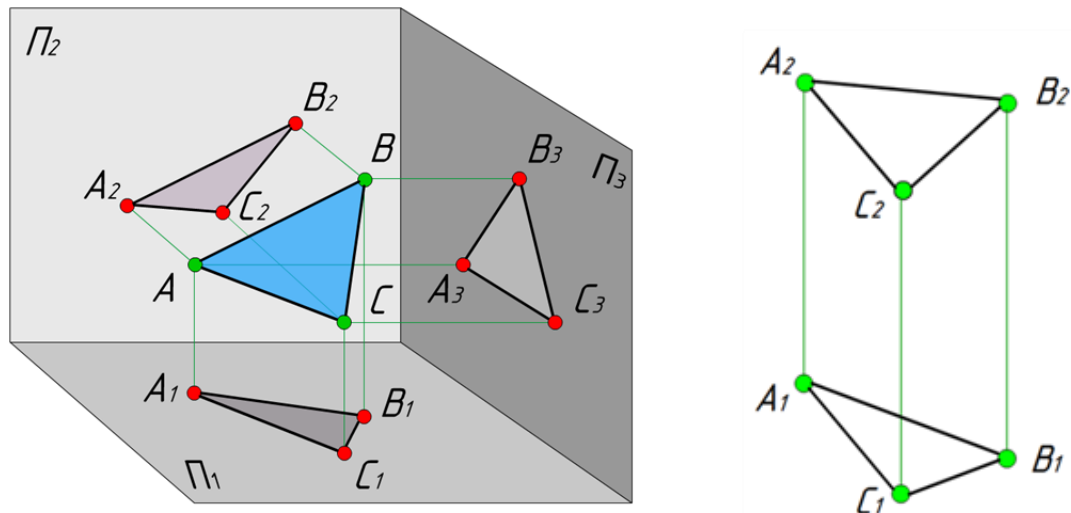
Задание 17: Построить точку симметричную точке A относительно прямой h .



2. ПЛОСКОСТЬ. ПРЯМАЯ И ТОЧКА В ПЛОСКОСТИ. ПРЯМЫЕ ОСОБОГО ПОЛОЖЕНИЯ В ПЛОСКОСТИ.

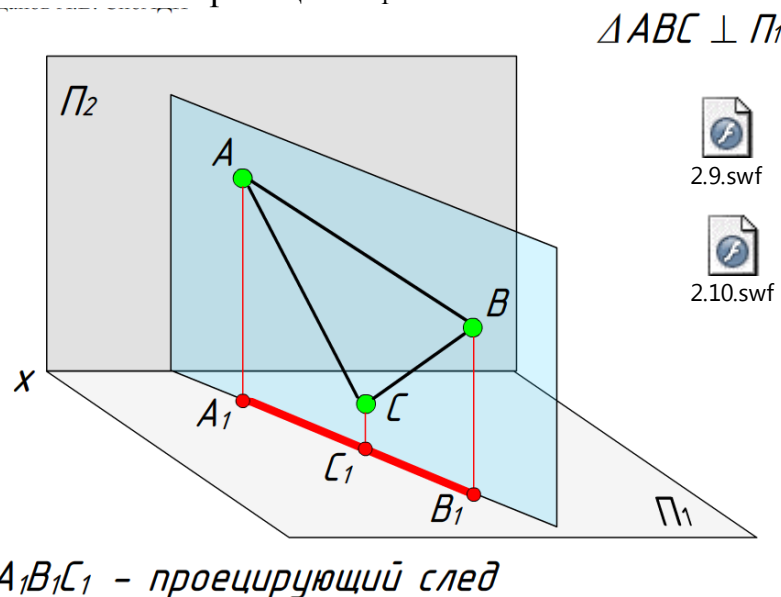
2.1 ПЛОСКОСТЬ НА ЧЕРТЕЖЕ. ОБЩЕЕ И ЧАСТНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ.

Плоскостью общего положения называется плоскость, не параллельная и не перпендикулярная **ни одной** из плоскостей проекций.

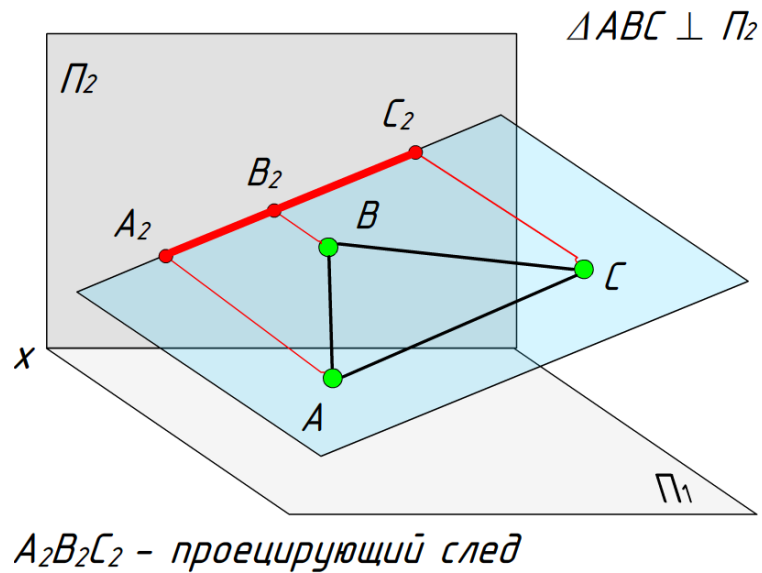


Плоскостью частного положения называется плоскость, перпендикулярная или параллельная **одной** из плоскостей проекций.

Горизонтально проецирующая – плоскость перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций Π_1 .

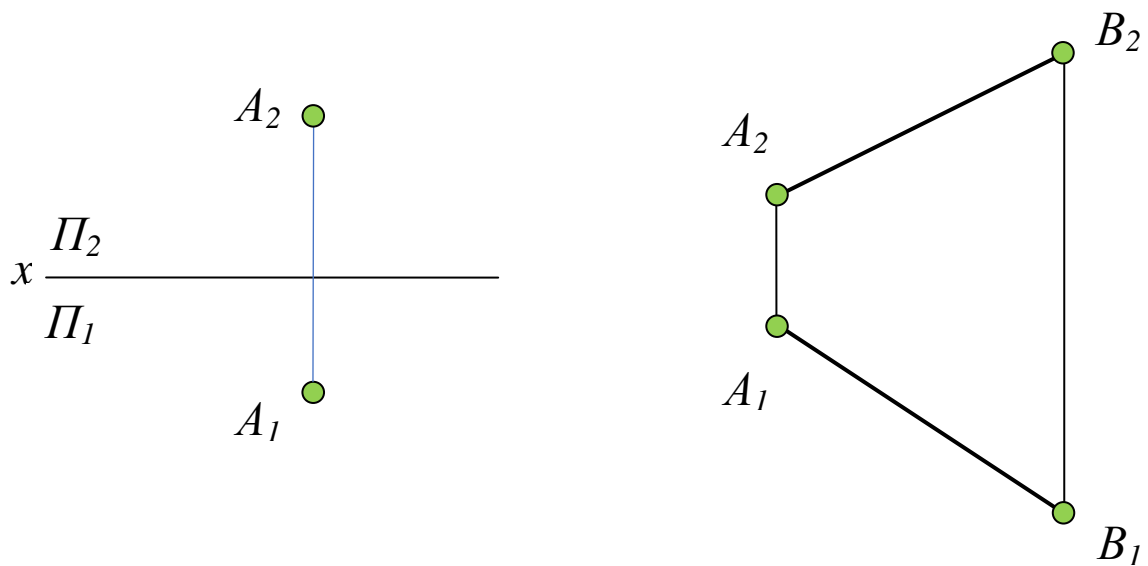


Фронтально проецирующая – плоскость перпендикулярная фронтальной плоскости проекций Π_2 .

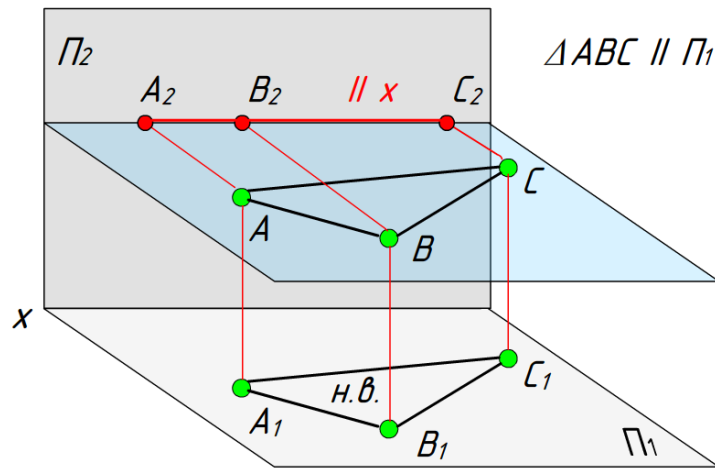


Задание 18: Через точку A провести горизонтально проецирующую плоскость, наклоненную к Π_2 под углом 45° . Задать плоскость параллельными прямыми

Задание 19: Через отрезок AB провести фронтально проецирующую плоскость. Задать плоскость треугольником.



Горизонтальная уровня – плоскость параллельная горизонтальной плоскости проекций Π_1 .



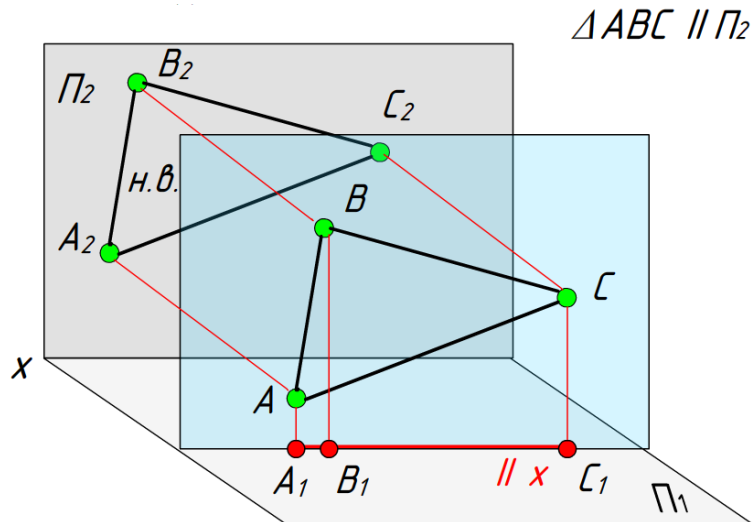
2.18.swf



2.19.swf

$A_2B_2C_2$ - проецирующий след; $A_2B_2C_2 \parallel x$

Фронтальная уровня – плоскость параллельная фронтальной плоскости проекций Π_2 .



2.21.swf



2.22.swf

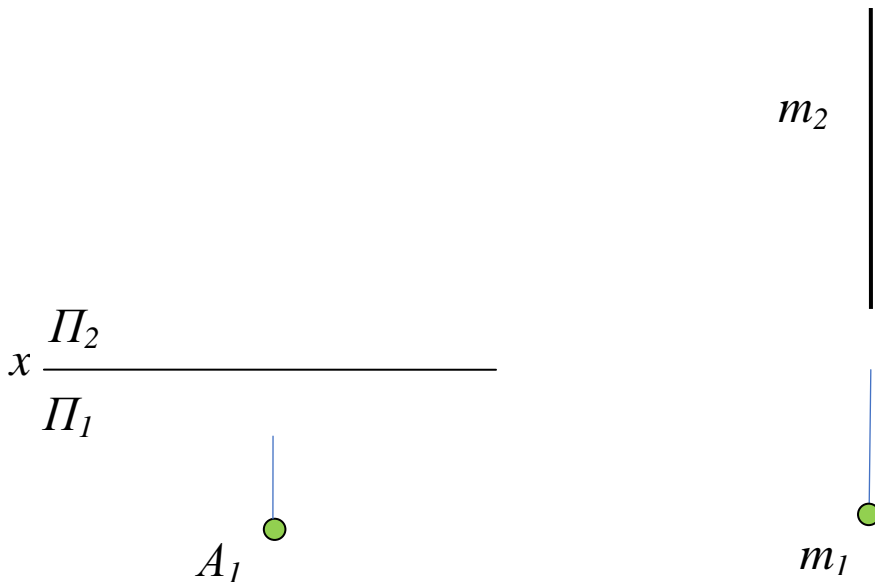
$A_1B_1C_1$ - проецирующий след



На проекциях плоскостей горизонтальной и фронтальной уровня ЕСТЬ натуральная величина!

Задание 20: Через точку A провести плоскость горизонтальную уровня на расстоянии 30 мм от Π_1 .
Плоскость задать пересекающимися прямыми.

Задание 21: Через прямую t провести фронтальную плоскость уровня. Задать плоскость квадратом со стороной 30 мм.

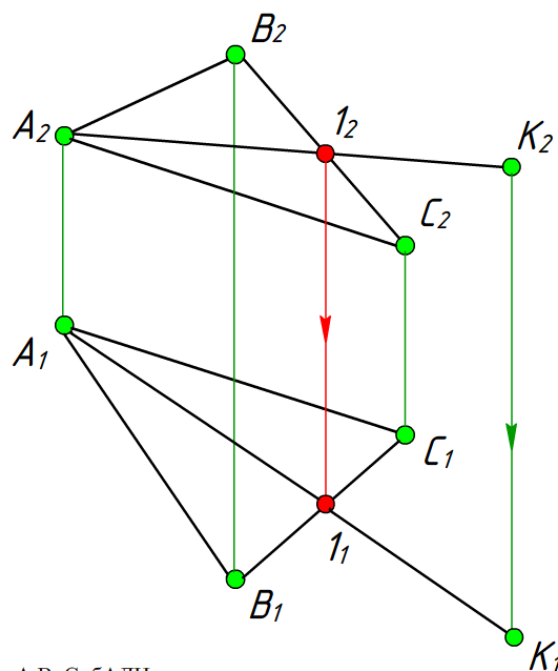


2.2 УСЛОВИЕ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

Прямая принадлежит плоскости, если она проходит:

- ✓ _____.
- ✓ _____.

Точка принадлежит плоскости, если _____.

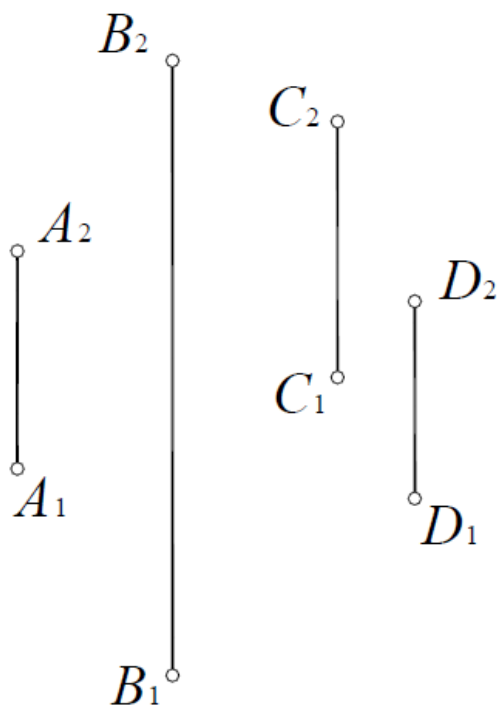


$K \in \triangle ABC$
 $1 \in BC \Rightarrow$
 $AK \in \triangle ABC$

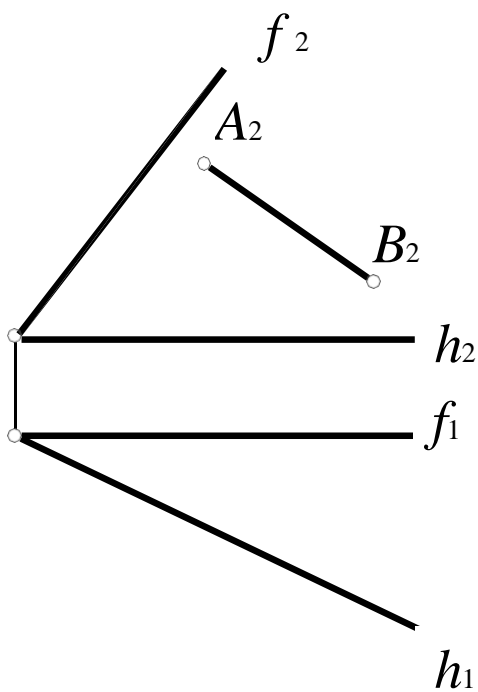


2.24.swf

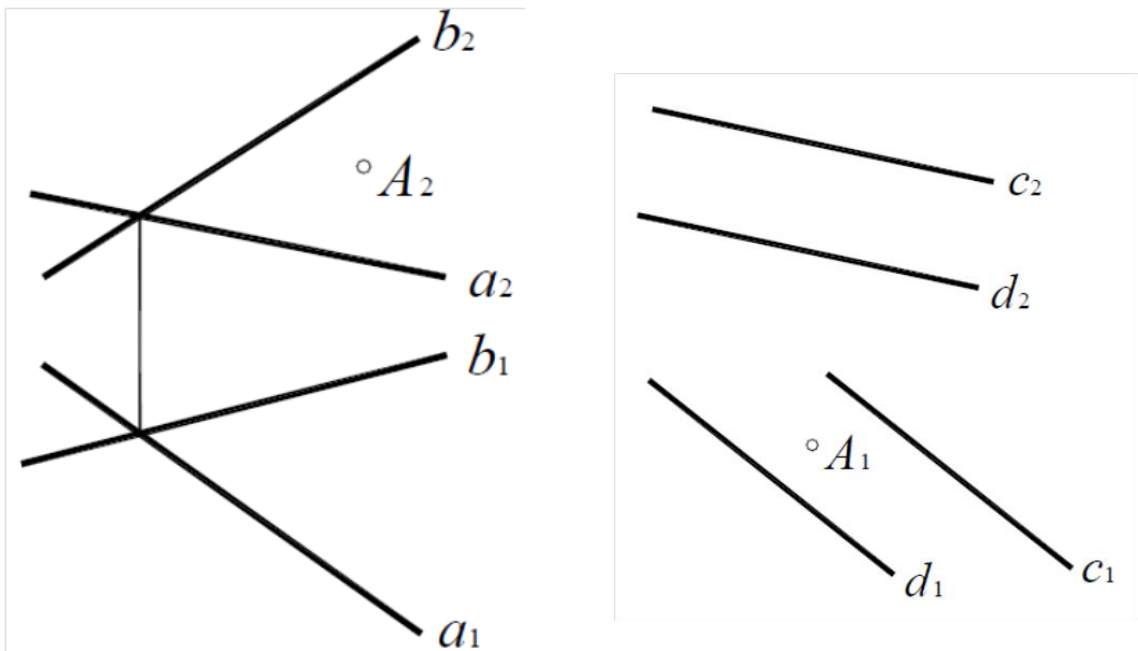
Задание 22: Определить, принадлежат ли заданные точки A, B, C, D одной плоскости.



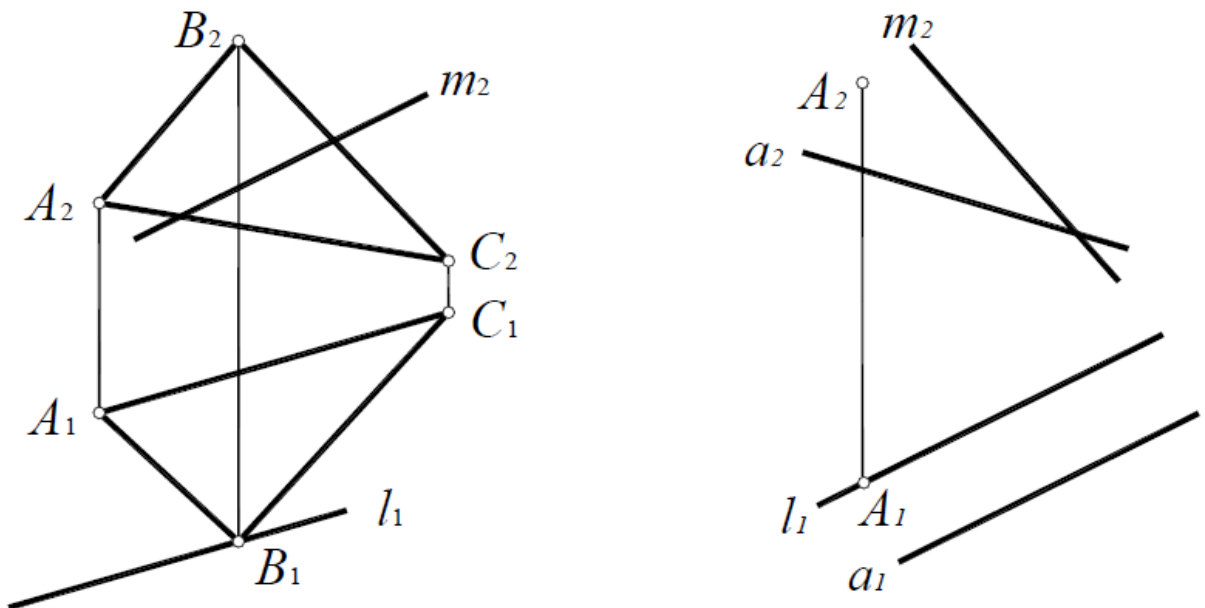
Задание 23: Построить недостающую проекцию отрезка AB , принадлежащего плоскости α ($f \times h$).



Задание 24: Построить недостающую проекцию точки A , зная, что она принадлежит плоскости α ($\alpha \times b$); β ($c \parallel d$)



Задание 25: Построить недостающие проекции прямых l и m , лежащих в плоскости α (ΔABC) и β (A, a).



2.3 ПРЯМЫЕ ОСОБОГО ПОЛОЖЕНИЯ В ПЛОСКОСТИ (ГОРИЗОНТАЛИ И ФРОНТАЛИ)

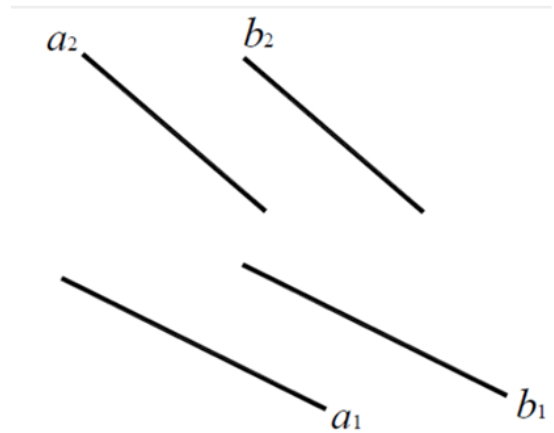
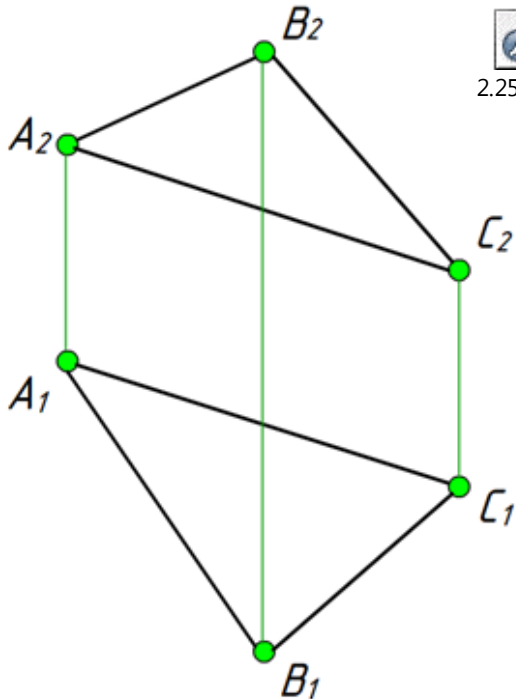
Горизонталью плоскости h называется прямая, принадлежащая плоскости и параллельная плоскости проекций Π_1 .

Фронталью плоскости f называется прямая, принадлежащая плоскости и параллельная плоскости проекций Π_2 .



Горизонталь плоскости начинают строить с **фронтальной** проекции Πx , **фронталь** с **горизонтальной** проекции Πx .

Задание 26: В заданной плоскости α провести горизонталь и фронталь: $\alpha (\Delta ABC)$ и $\beta (a \parallel b)$.



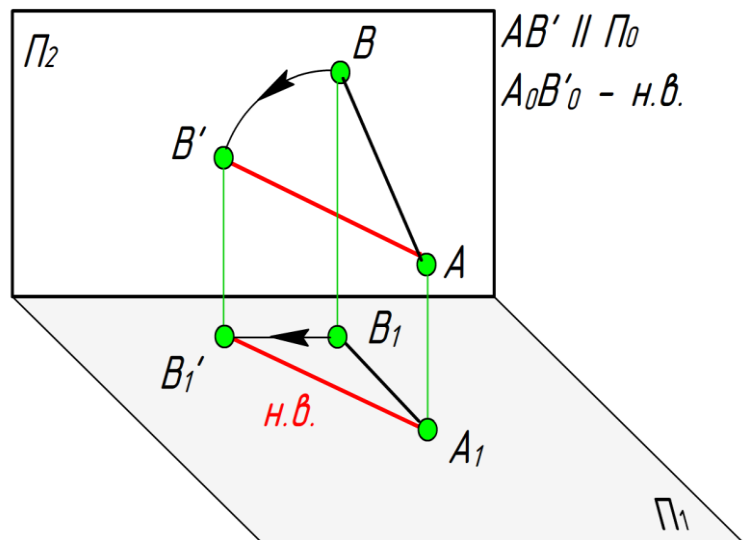
3. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА

3.1 СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ ВОКРУГ ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПРЯМОЙ

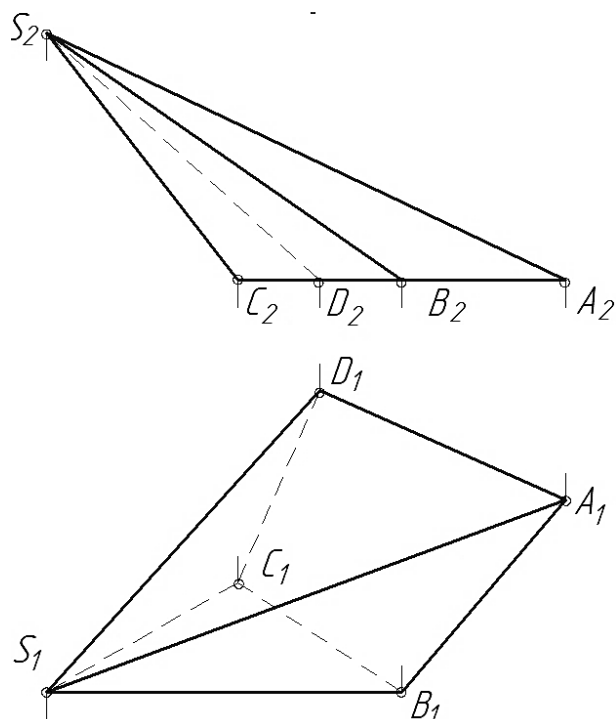
При вращении вокруг некоторой неподвижной прямой (ось вращения), перпендикулярной плоскости проекций, каждая точка вращаемой фигуры перемещается в плоскости, перпендикулярной оси вращения.

Фигура доворачивается до положения уровня и проецируется на ту плоскость проекций, которой стала параллельна, в натуральную величину.

AB - прямая общего положения

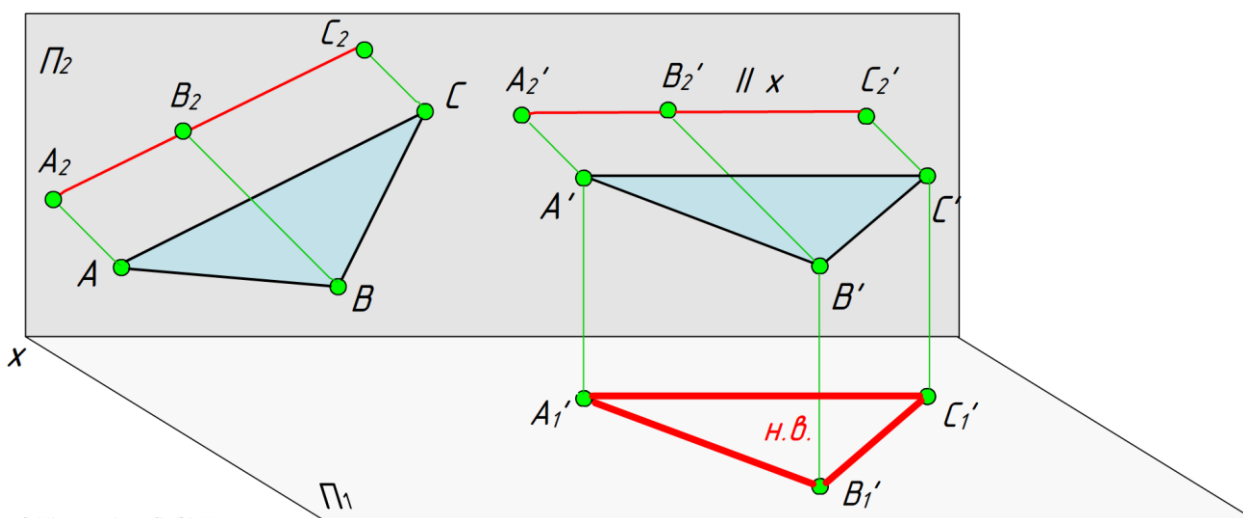


Задание 27: Вращением определить натуральную величину ребер пирамиды.



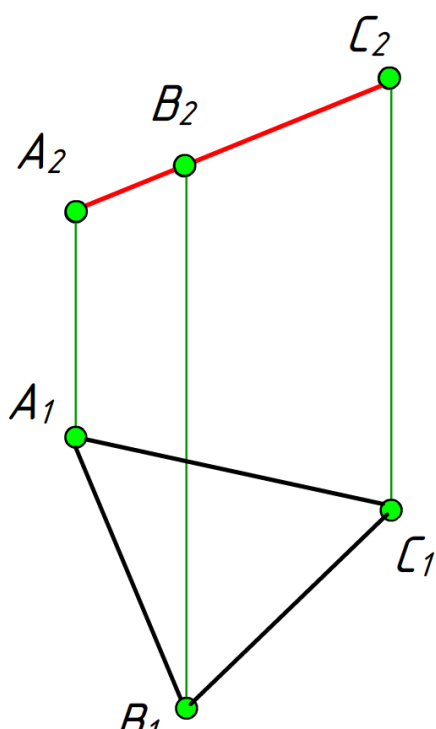
3.2 СПОСОБ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

При использовании способа плоскопараллельного перемещения фигура приводится в частное положение перемещением в пространстве относительно неподвижной системы плоскостей проекции.



© Мещеряков А. В. СибАДИ

Задание 28: Плоскопараллельным перемещением определить натуральную величину ΔABC .





3.3 СПОСОБ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

Суть способа состоит _____



Координаты точек для «НОВОЙ» плоскости берут с плоскости, которую заменили, т.е. от «СТАРОЙ» оси до «СТАРОЙ» проекции, и откладывают от «НОВОЙ» оси, получая «НОВУЮ»

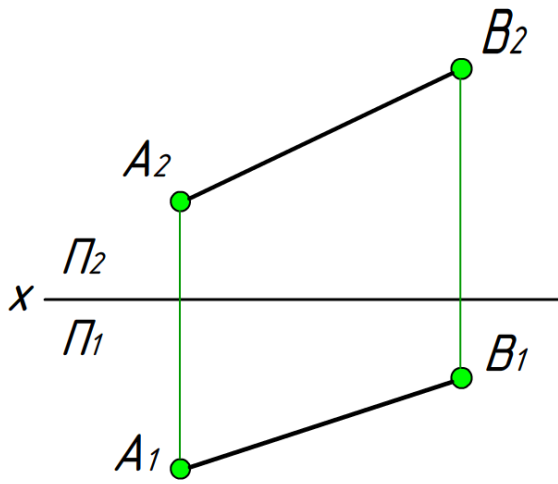
проекцию.  

Замены одной плоскости проекций достаточно для решения следующих задач:

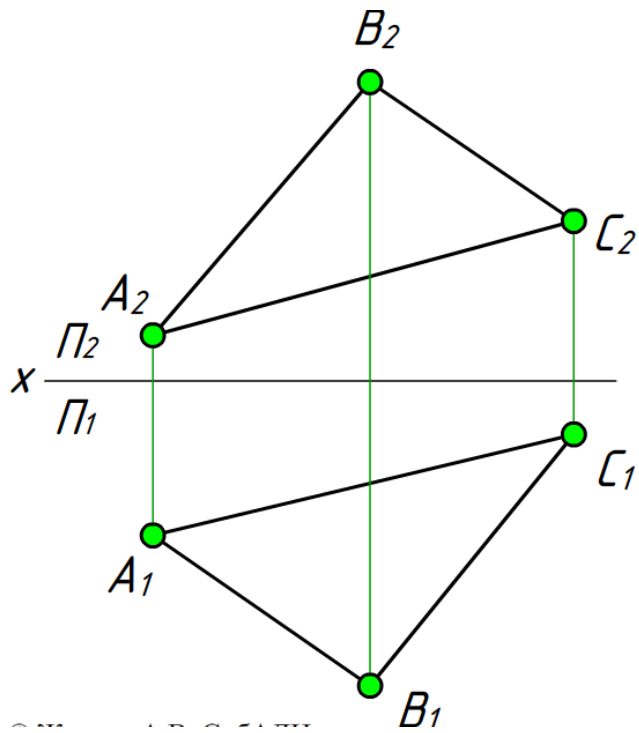
- 1) преобразования отрезка прямой общего положения в прямую уровня (определение н.в. прямой);
- 2) преобразования плоскости общего положения в проецирующую плоскость (проецирование плоскости в линию).

При последующих заменах решаются задачи:

- 1) преобразования отрезка прямой уровня в проецирующую прямую (проецирование прямой в точку);
- 2) преобразования проецирующей плоскости в плоскость уровня (определение н.в. плоскости).



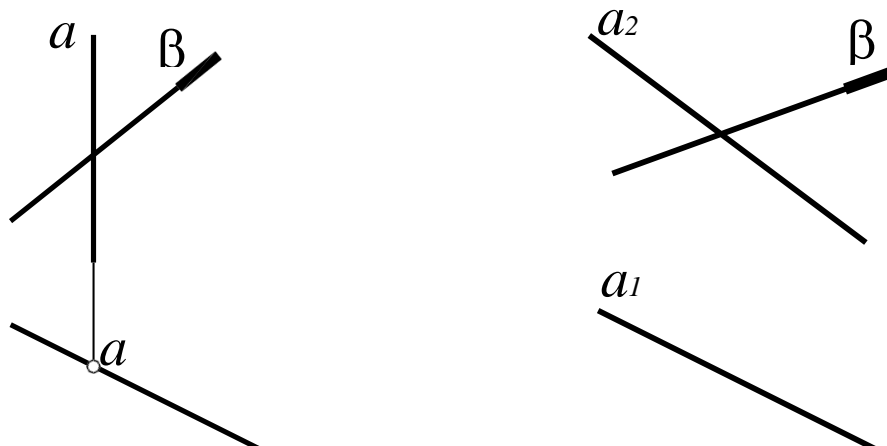
4.8.swf



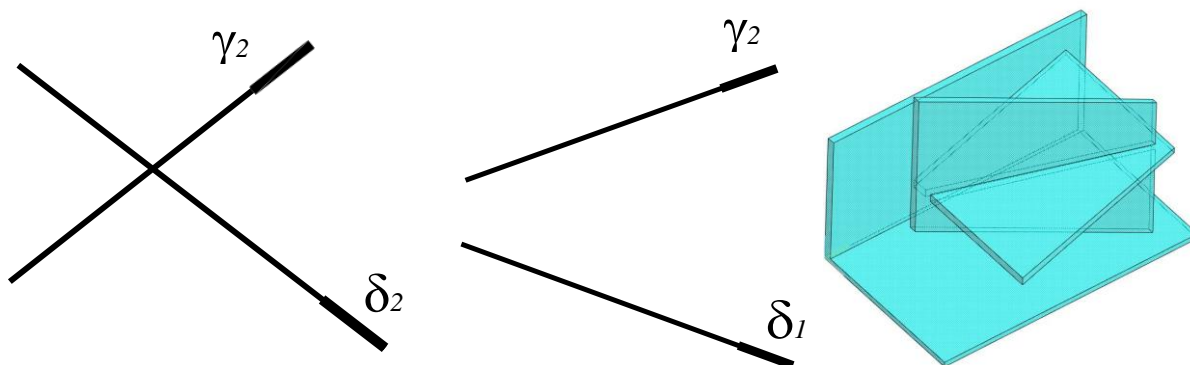
10.swf

4. ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

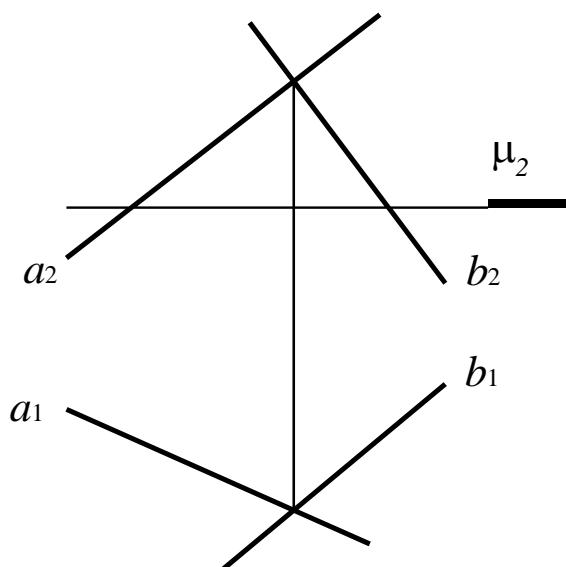
Задание 29: Построить точку пересечения прямой a и плоскости частного положения β .



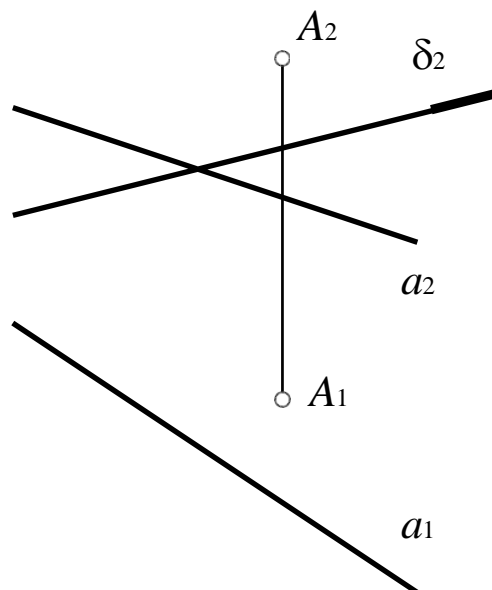
Задание 30: Построить линию пересечения двух плоскостей частного положения γ и δ .



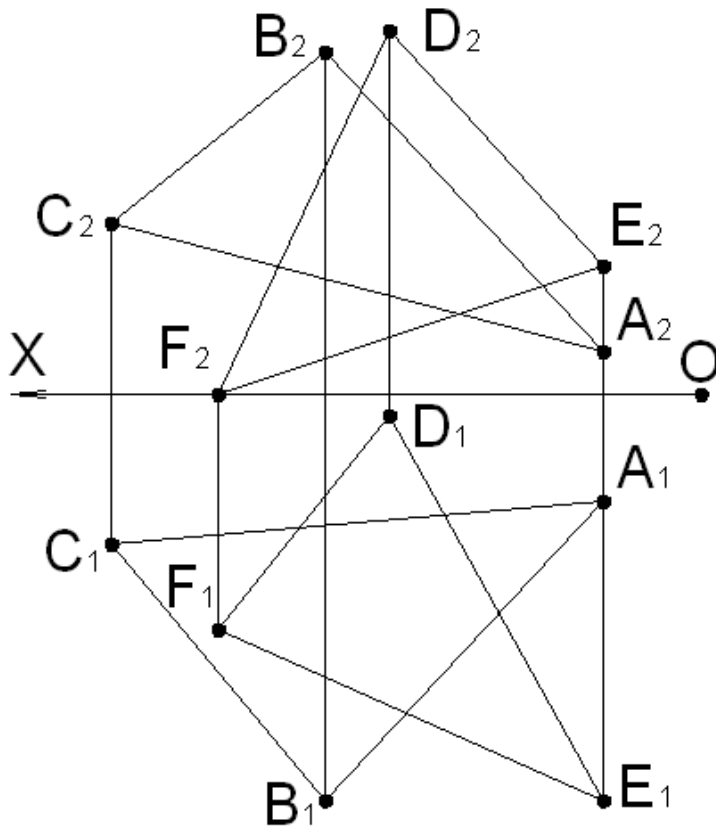
Задание 31: Построить линию пересечения плоскости α ($a \times b$) с плоскостью μ .



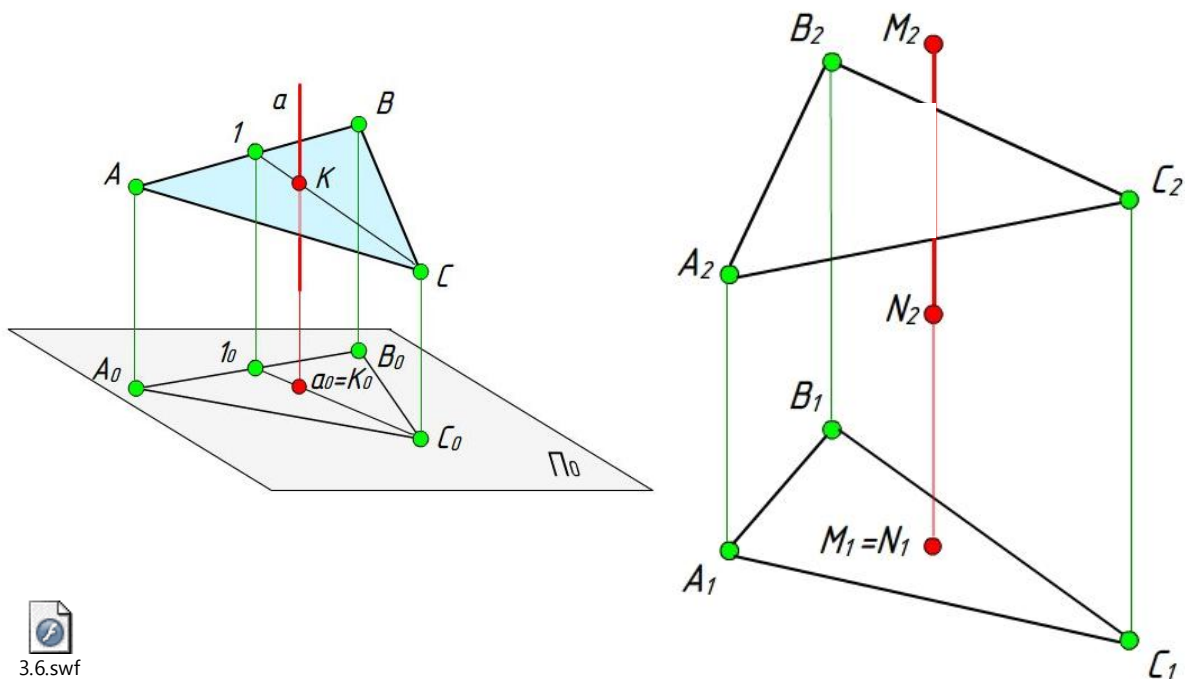
Задание 32: Построить линию пересечения плоскости α (A, a) с плоскостью δ .



Задание 33: Способом замены плоскостей проекций построить линию пересечения плоскостей $\triangle ABC$ и $\triangle DEF$ и определить видимость.



Задание 34: Построить точку пересечения плоскости $\triangle ABC$ и проецирующей прямой MN . Определить видимость.

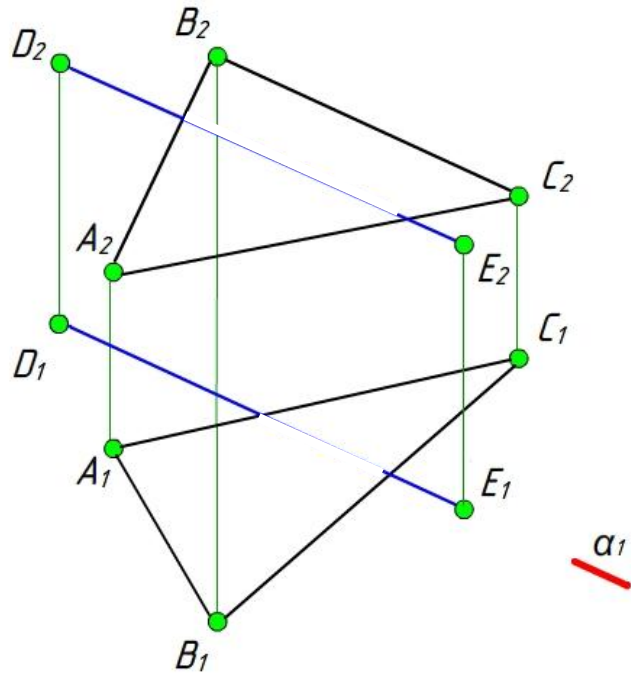
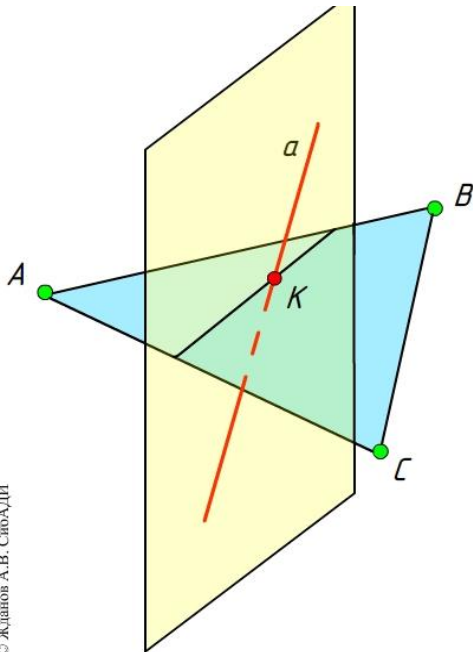


Задание 35: Построить точку пересечения плоскости ΔABC и прямой общего положения DE . Определить видимость. Построить общим способом и с помощью замены. Сравнить результат.

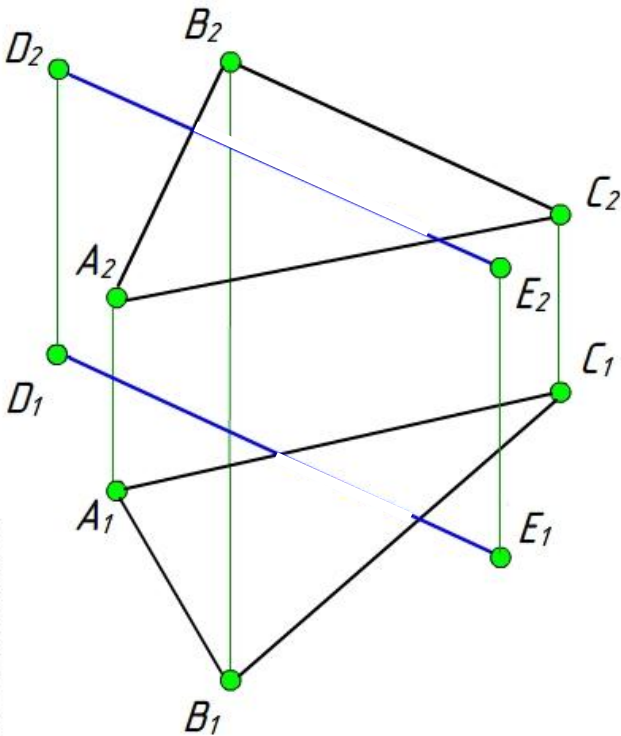


Общий способ:

через прямую необходимо провести вспомогательную плоскость, проецирующую или уровня.



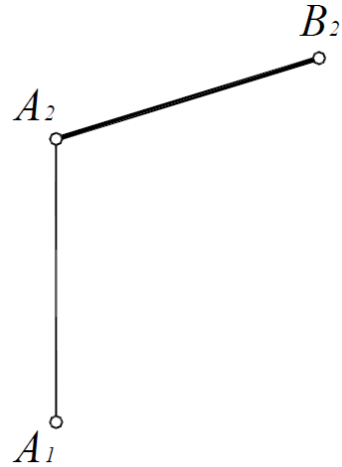
© Жданов А.В. СибАДИ



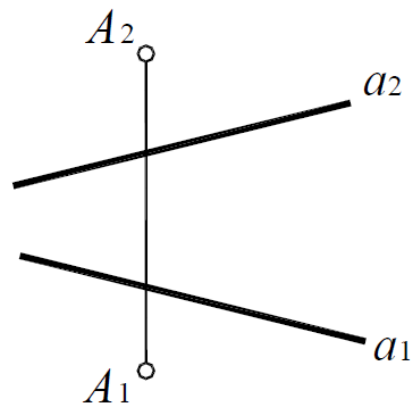
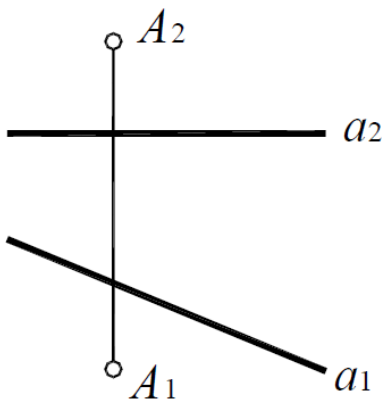
© Жданов А.В. СибАДИ

5. МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Задание 36: Построить горизонтальную проекцию отрезка AB , если дана его фронтальная проекция, а угол наклона к Π_2 равен 30° .



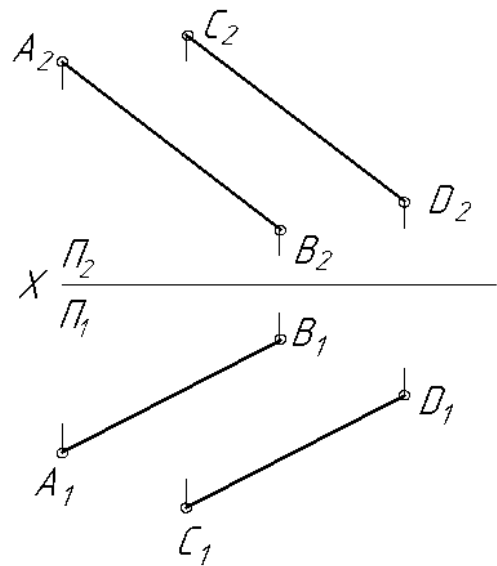
Задание 37: Определить натуральную величину и проекции перпендикуляра, измеряющего расстояние от точки A до прямой a .



Задание 38: Найти расстояние между параллельными прямыми АВ и CD. Вернуть решение.



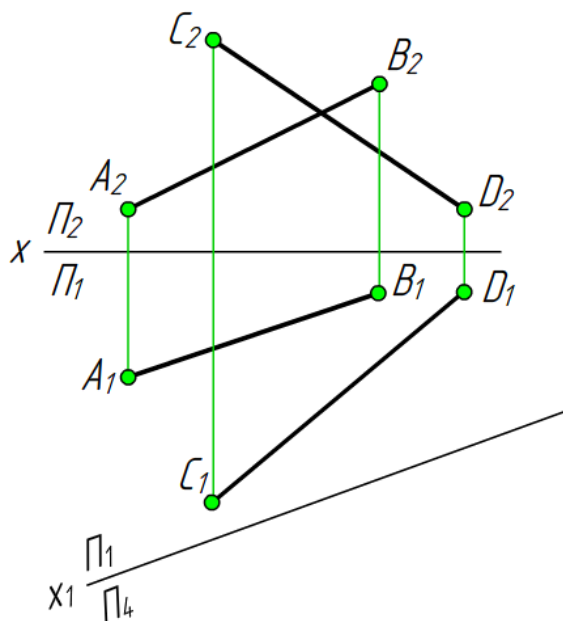
6.4.swf



Задание 39: Определить н.в. расстояния между скрещивающимися прямыми. Вернуть решение на исходные плоскости.



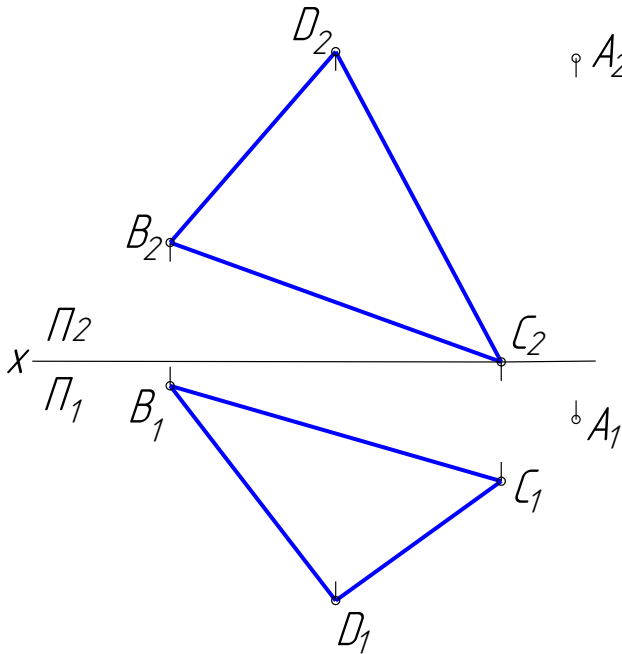
6.5.swf



Задание 42: Определить расстояние от точки A до плоскости ΔBCD и построить точку M , симметричную точке A относительно плоскости ΔBCD , построить шар с центром в точке A , касательной к плоскости ΔBCD .



7.5.swf

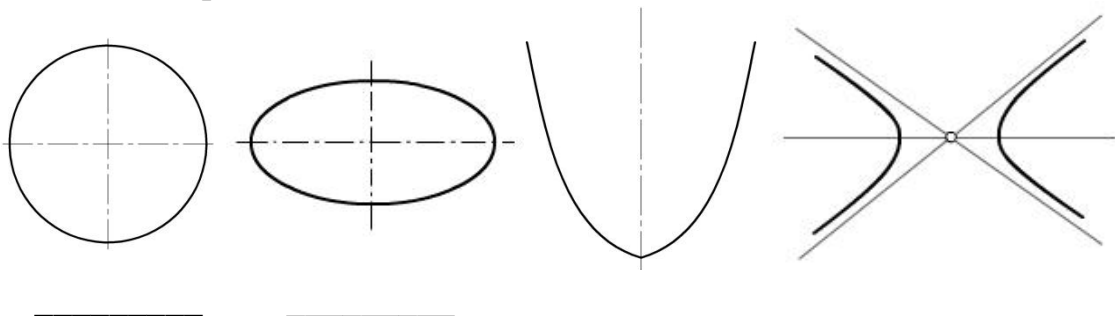


6. КРИВЫЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ. ТОЧКИ НА ПОВЕРХНОСТЯХ

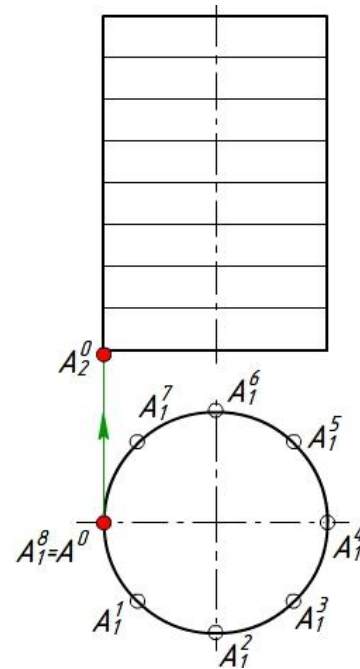
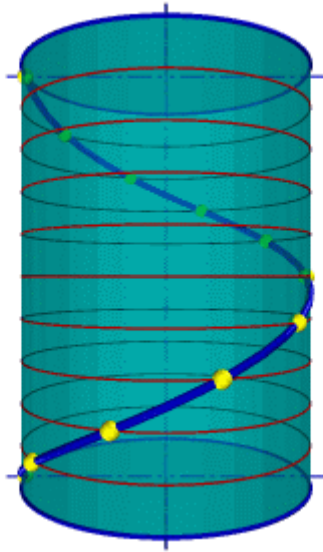
6.1 КРИВЫЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ

Кривая линия _____

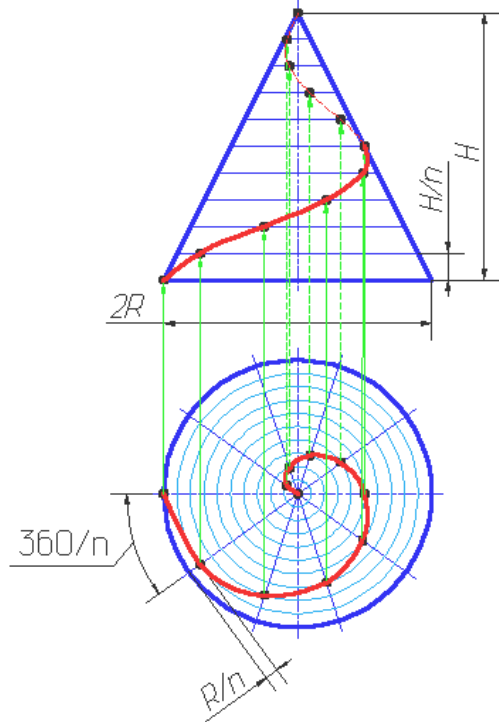
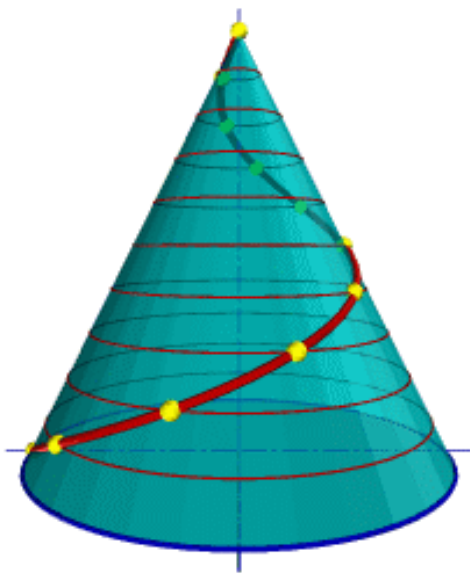
Плоские кривые:



Пространственные кривые: цилиндрическая и коническая винтовая линия



5.4.swf



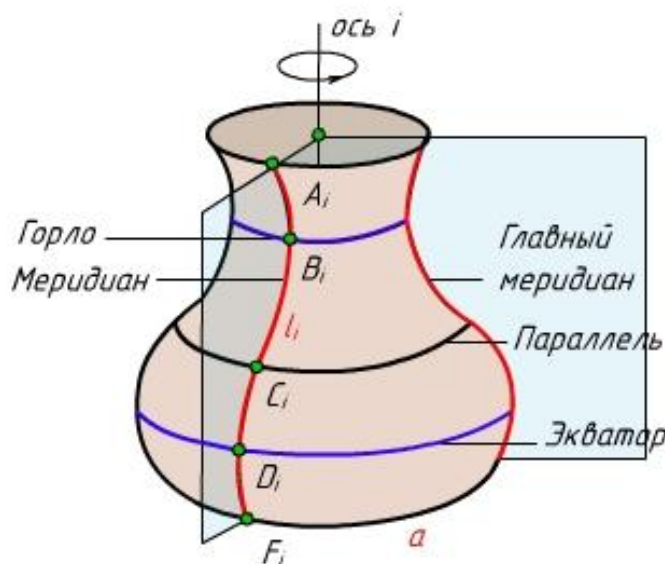
Поверхность

Линию, производящую поверхность, в каждом ее положении называют _____, а линию, по которой перемещается образующая, называют _____.

Поверхность вращения

Поверхность вращения можно задать образующей и положением оси. Каждая точка образующей описывает _____.

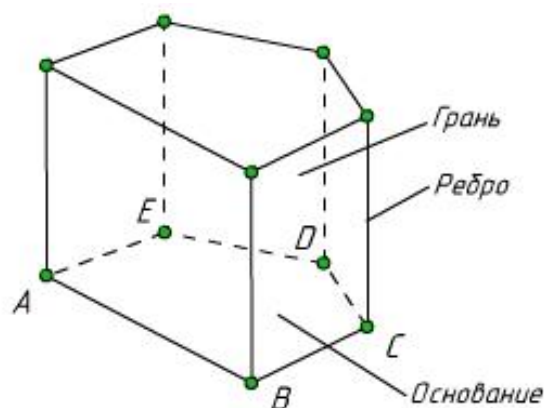
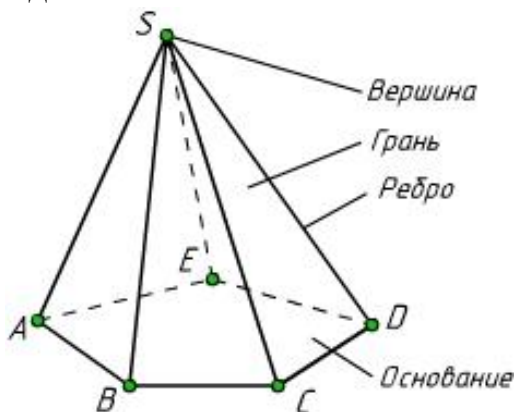
Плоскость, перпендикулярная к оси вращения, пересекает поверхность по _____. Такие окружности называют _____. Наибольшая параллель называется _____, наименьшая — _____. Плоскость, проходящая через ось вращения, называется меридиональной. Линии, по которым эта плоскость пересекает поверхность вращения, называют _____ или _____.



Многогранники



Из всего многообразия многогранников наибольший практический интерес представляют **призмы, пирамиды**, правильные многогранники и их разновидности.

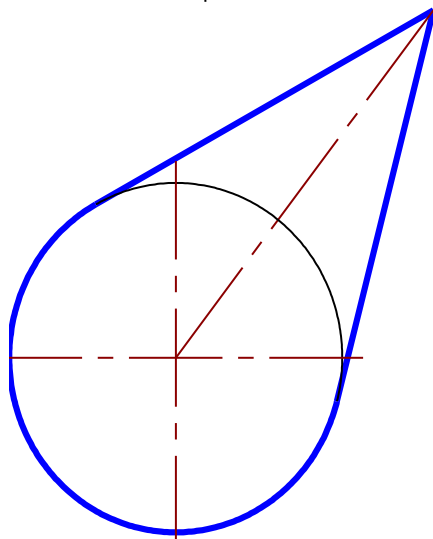
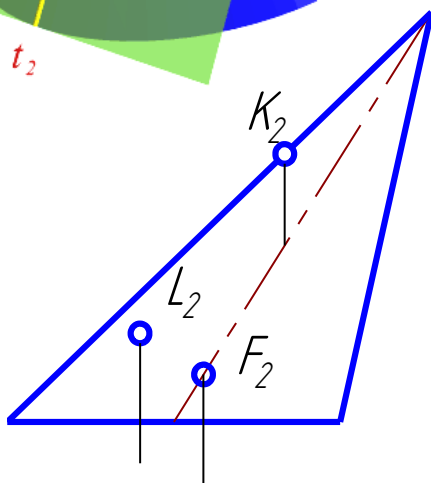
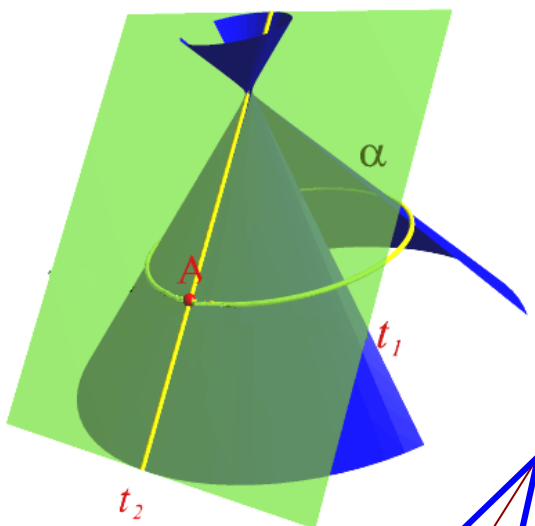


6.2 ПОСТРОЕНИЕ ТОЧЕК НА ПОВЕРХНОСТЯХ



Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит _____

Точки на поверхностях вращения находят при помощи _____ и _____. То есть на поверхности строят графически простые линии: **ОКРУЖНОСТИ** или **ПРЯМЫЕ!**

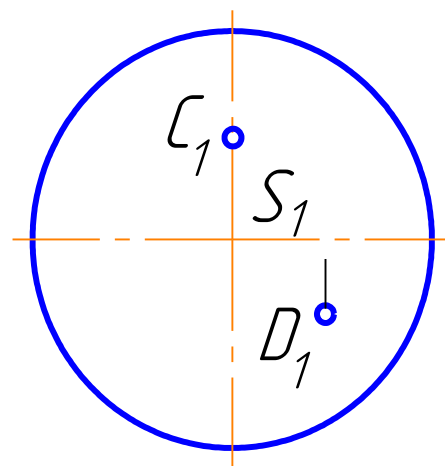
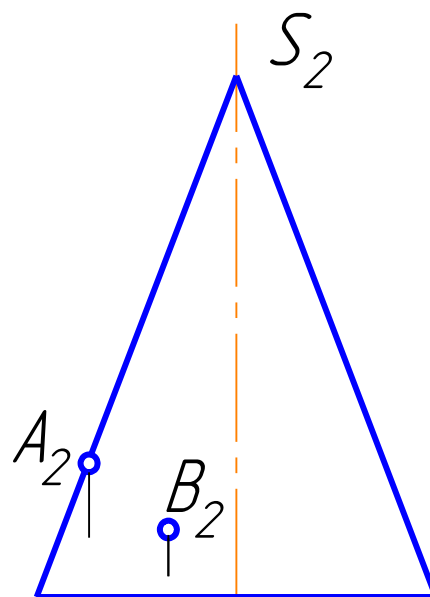


Построение точек на конусе

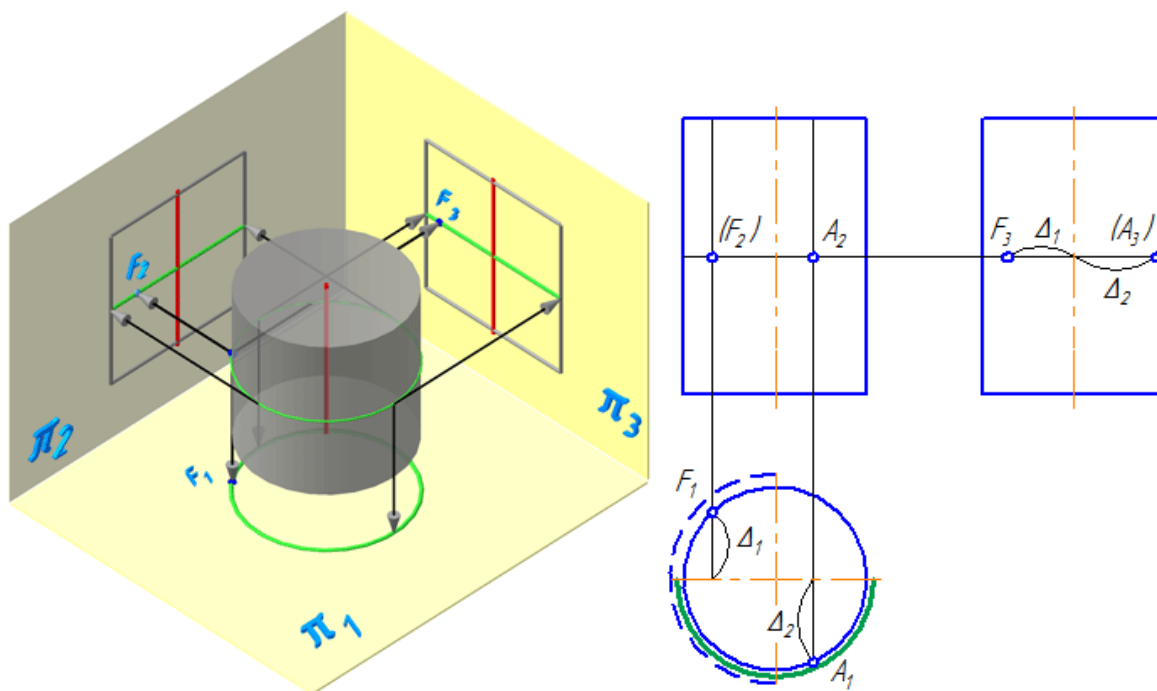
Задание 43: Построить недостающие проекции точек на конусе. Точки считать видимыми.



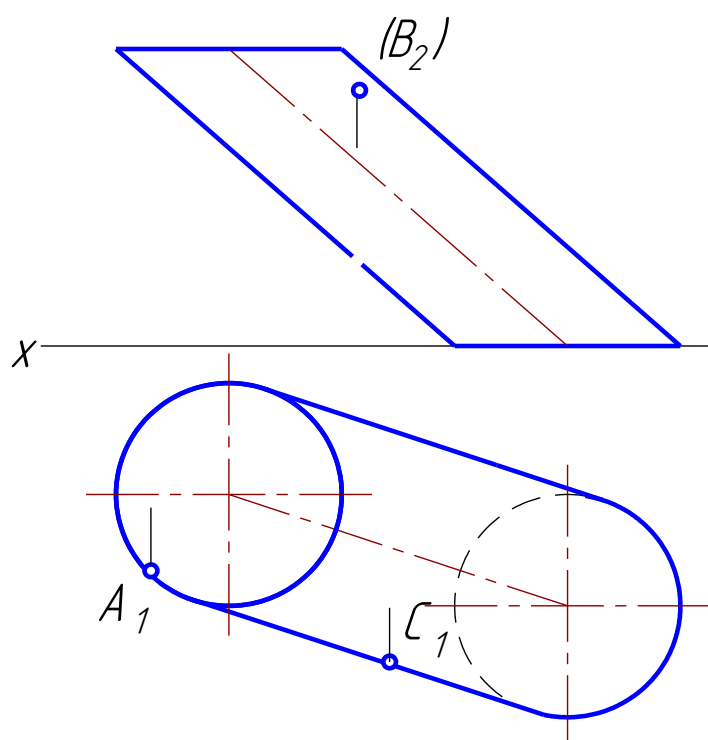
5.11.swf



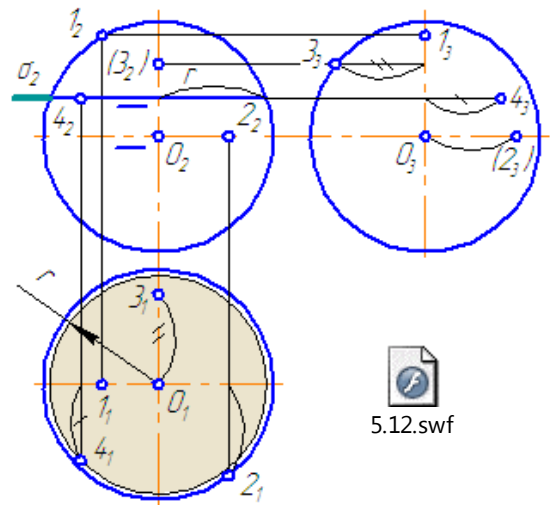
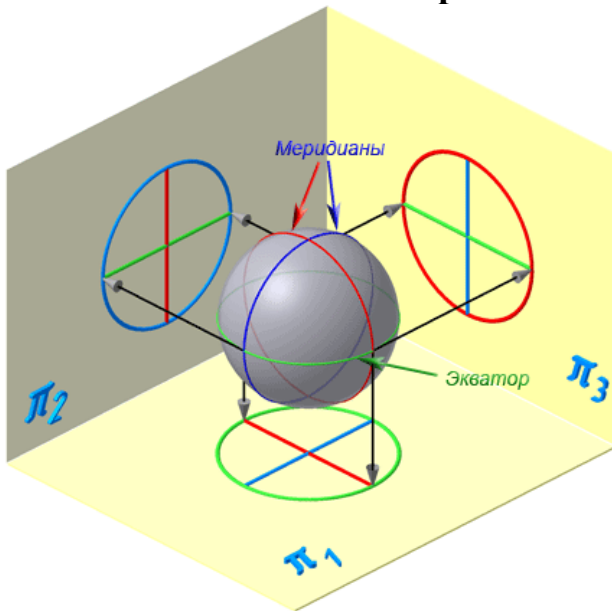
Построение точек на цилиндре



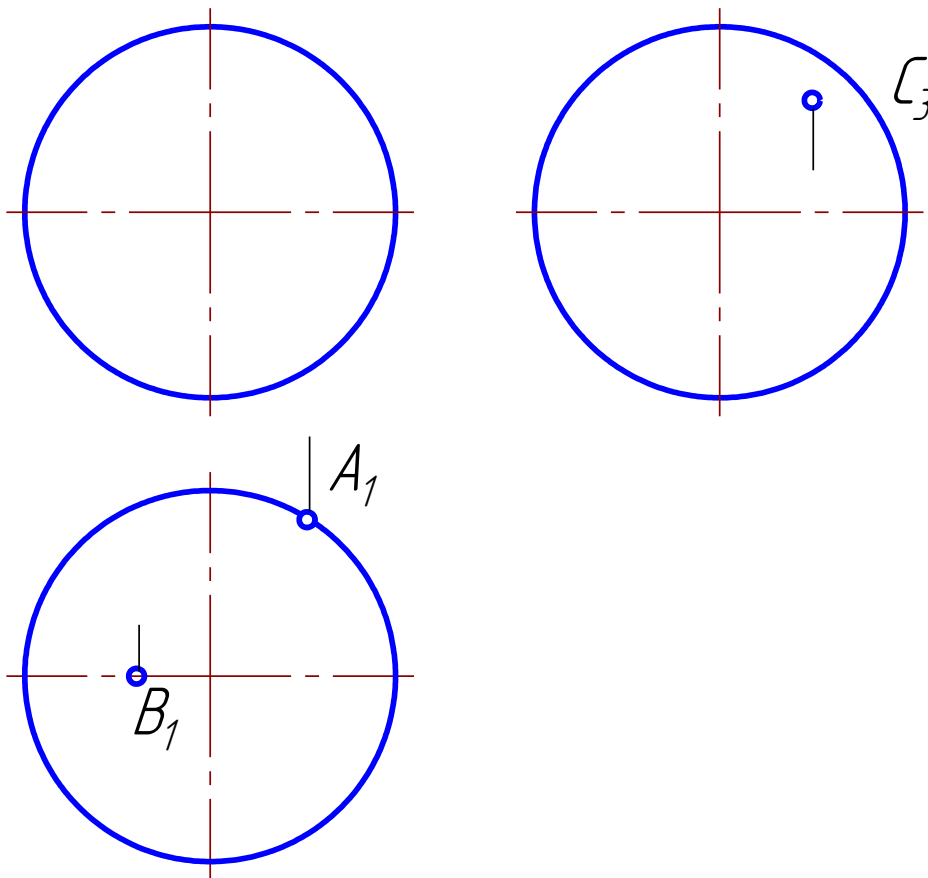
Задание 44: Построить недостающие проекции точек на наклонном цилиндре. Точки считать видимыми.



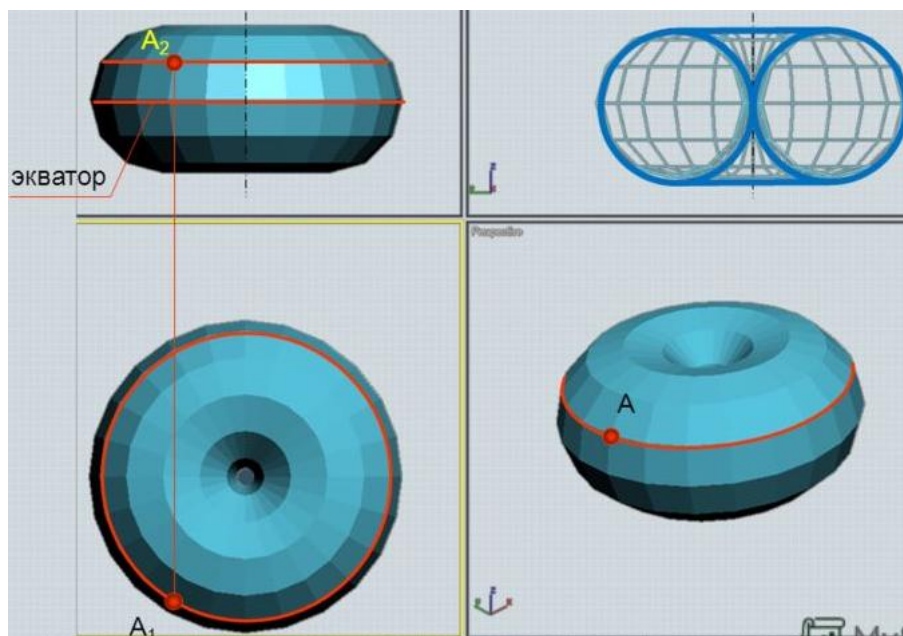
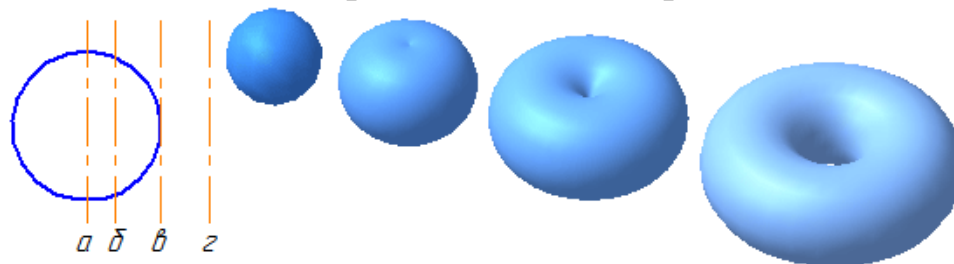
Построение точек на сфере



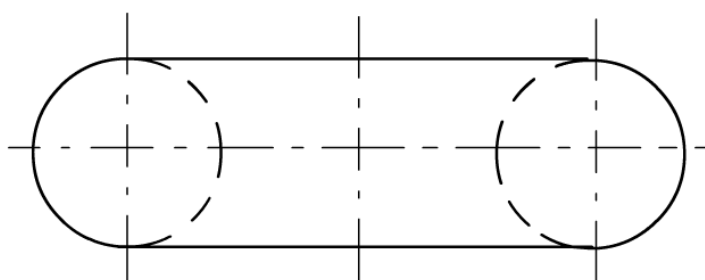
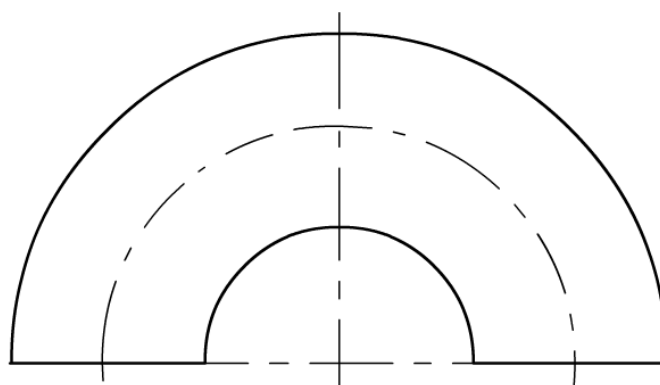
Задание 45: Построить недостающие проекции точек на сфере. Точки считать видимыми.



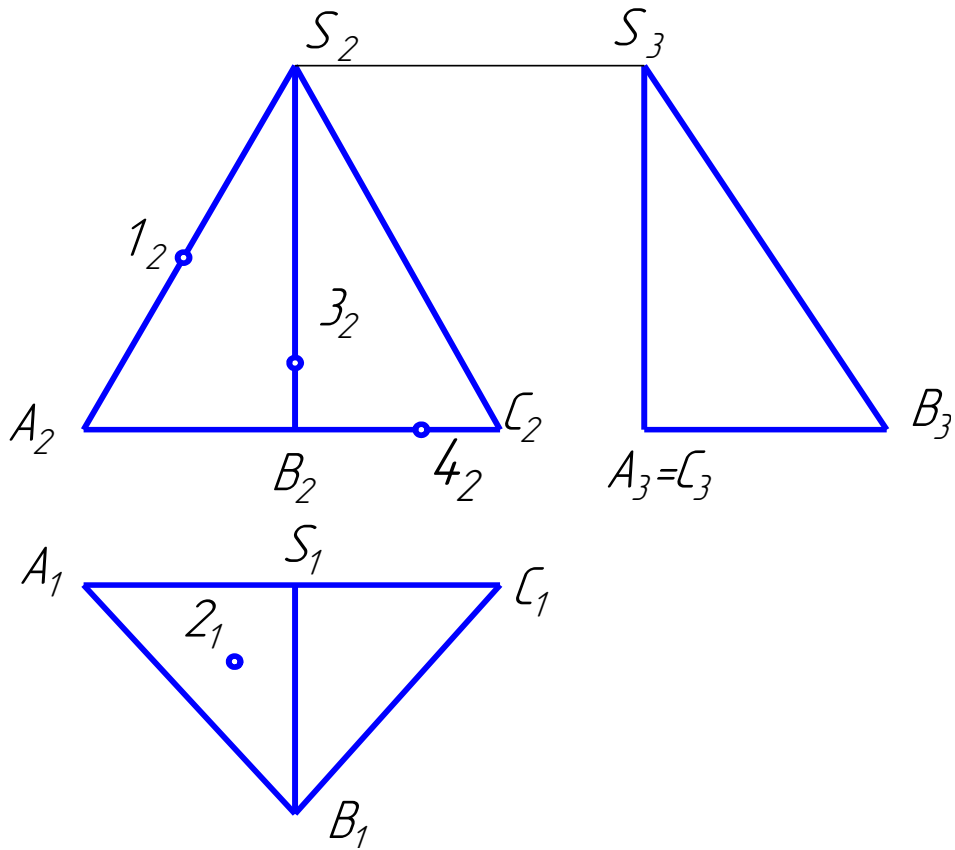
Построение точек на торе



Задание 46: Построить недостающие проекции точек на торе. Точки считать видимыми.



Построение точек на гранных поверхностях



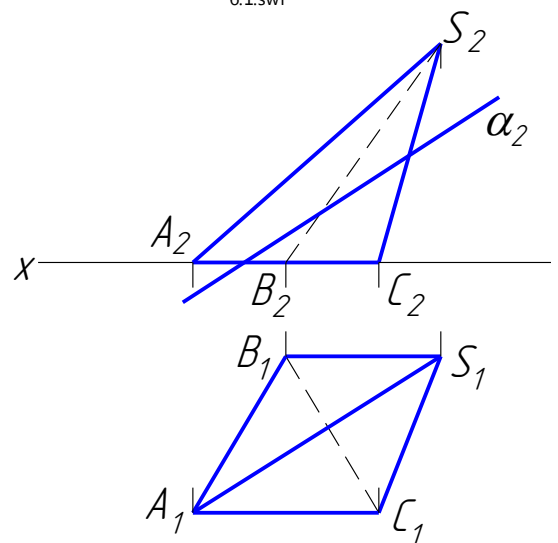
7. СЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

При пересечении поверхности плоскостью образуется **линия сечения**.
 Линия сечения – это плоская кривая или ломаная линия.



Сечение гранных поверхностей плоскостью
 Фигура сечения многогранника плоскостью представляет собой замкнутый плоский многоугольник.

Задание 47:
 Построить проекции и натуральную величину сечения пирамиды



плоскостью.

Сечение прямого кругового конуса плоскостью (конические сечения)

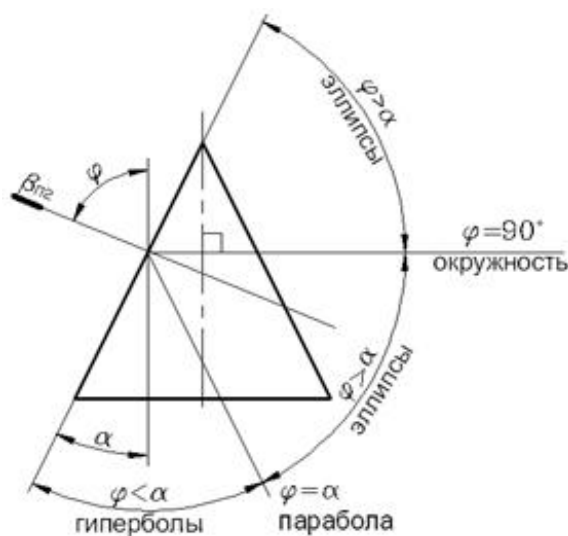
При сечении конуса плоскостью образуются кривые второго порядка: **окружность**, если секущая плоскость перпендикулярна оси конуса; **эллипс**, если плоскость пересекает все образующие конуса под углом к оси; **парабола**, если плоскость параллельна одной образующей; **гипербола**, если плоскость параллельна двум образующим; **треугольник**, если плоскость проходит через вершину и основание.



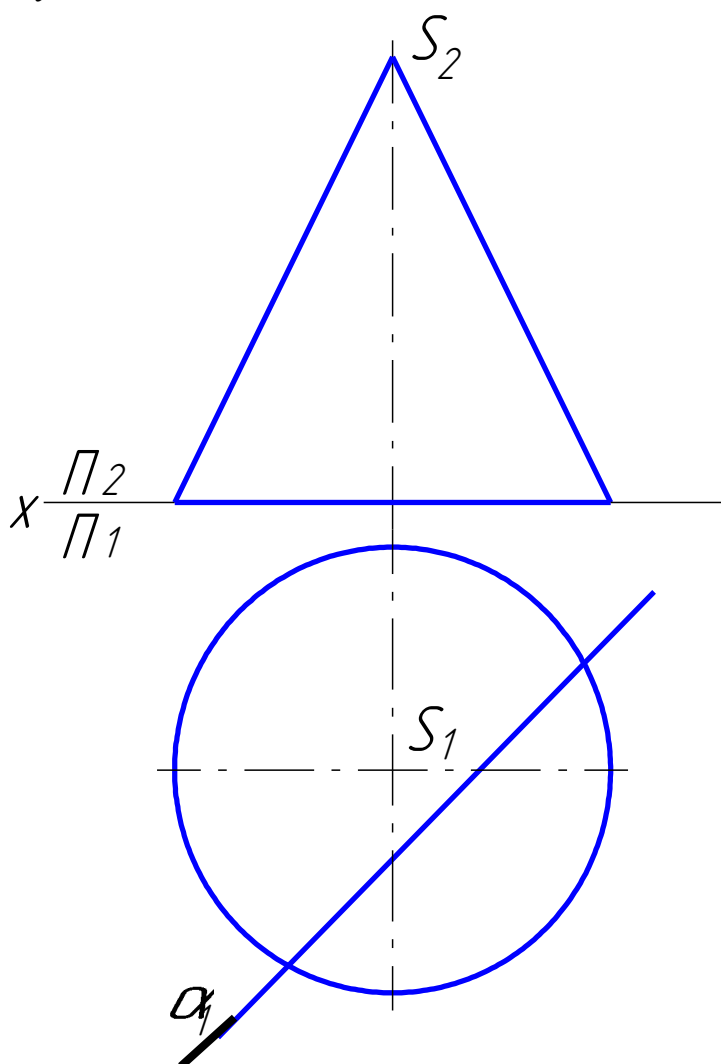
6.3.swf



6.4.swf

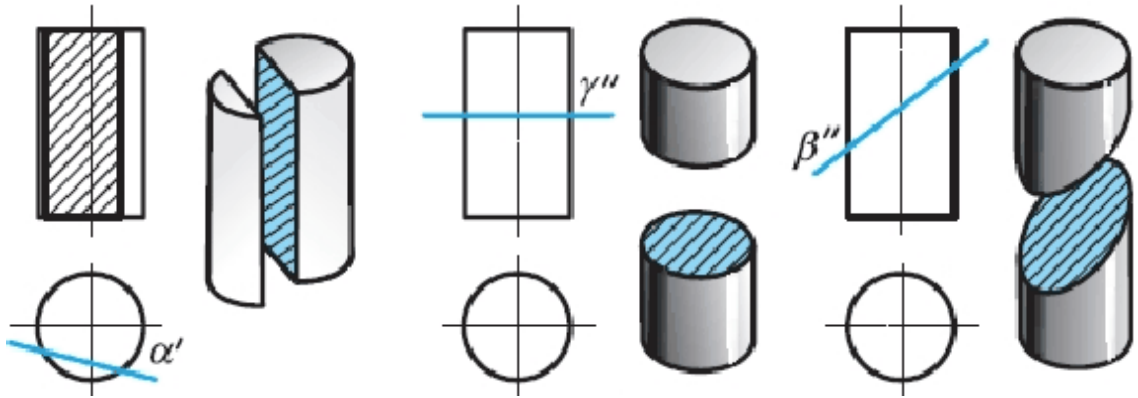


Задание 48: Построить проекции линии сечения конуса плоскостью, натуральную величину и дать ей название.

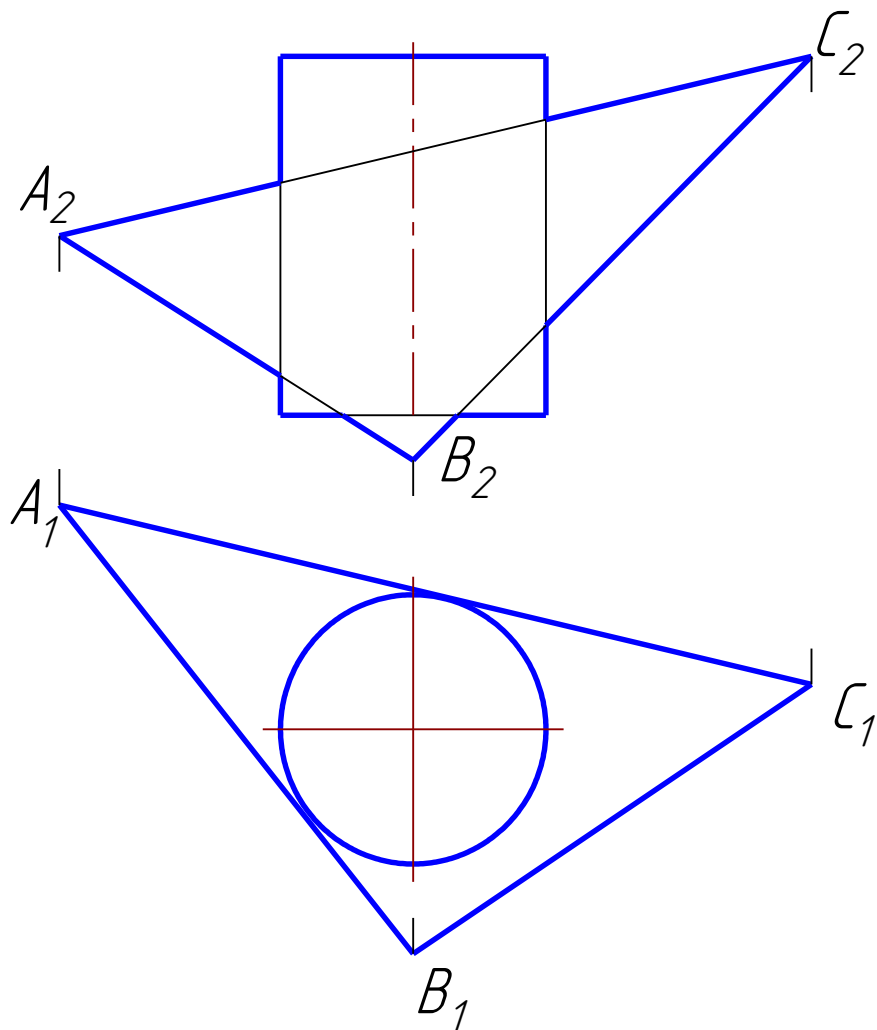


Сечение цилиндра плоскостью

При сечении цилиндра плоскостью образуются следующие линии: **окружность**, если секущая плоскость перпендикулярна оси цилиндра; **эллипс**, если секущая плоскость наклонная; **прямоугольник**, если секущая плоскость параллельна образующим цилиндра.

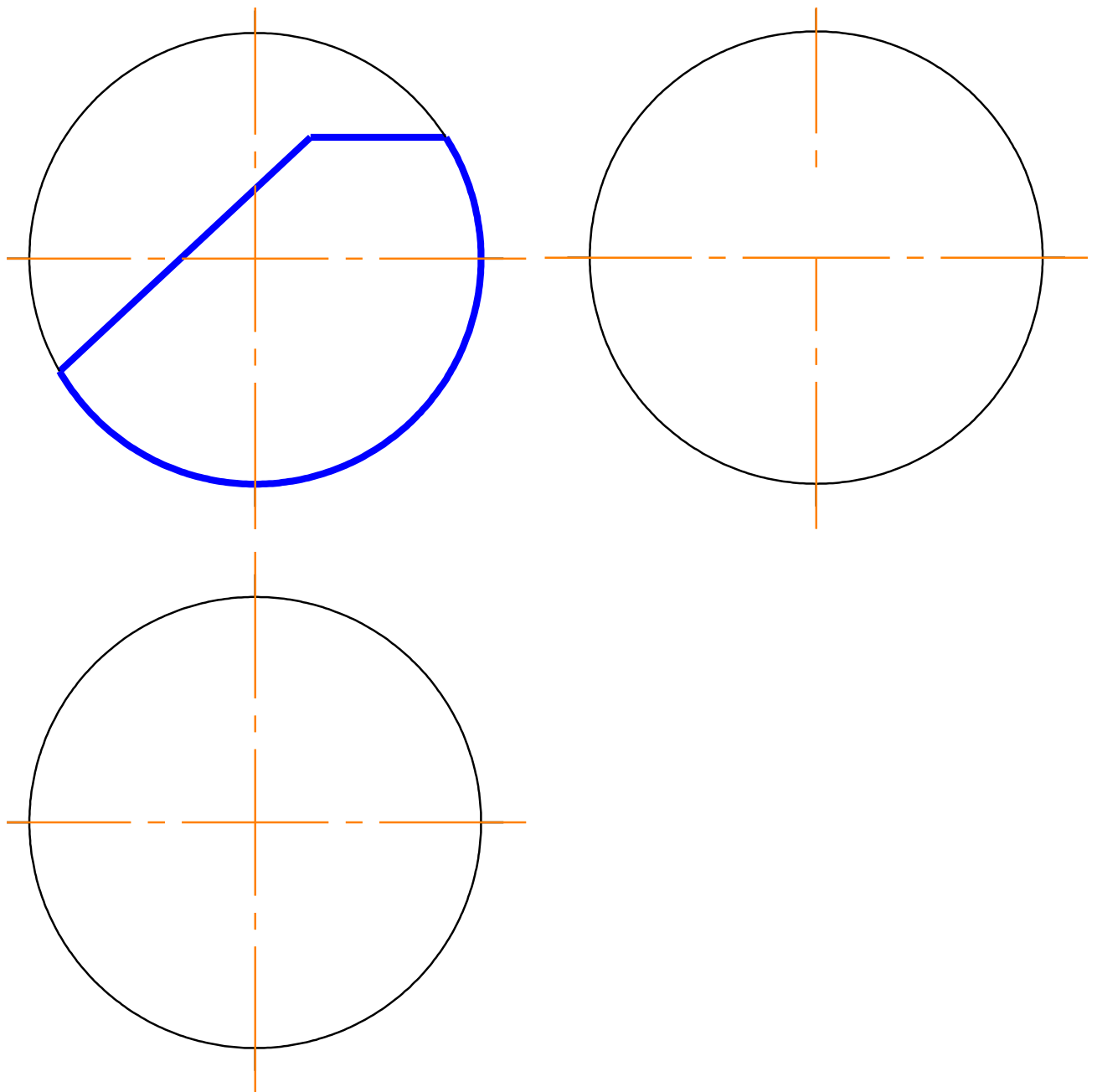
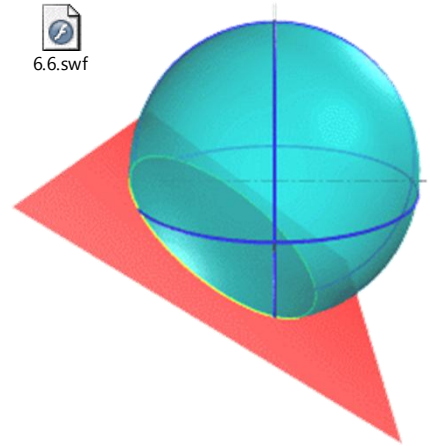


Задание 49: Построить проекции линии сечения цилиндра плоскостью.



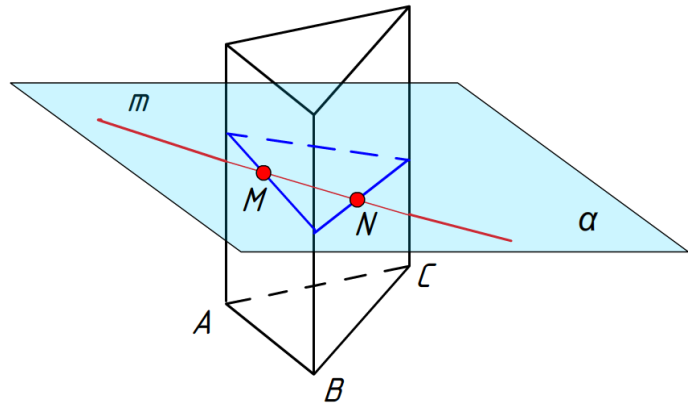
Сечение сферы плоскостью

При сечении сферы плоскостью в сечении всегда образуется **окружность**, которая может проецироваться в отрезок прямой линии, эллипс или окружность.



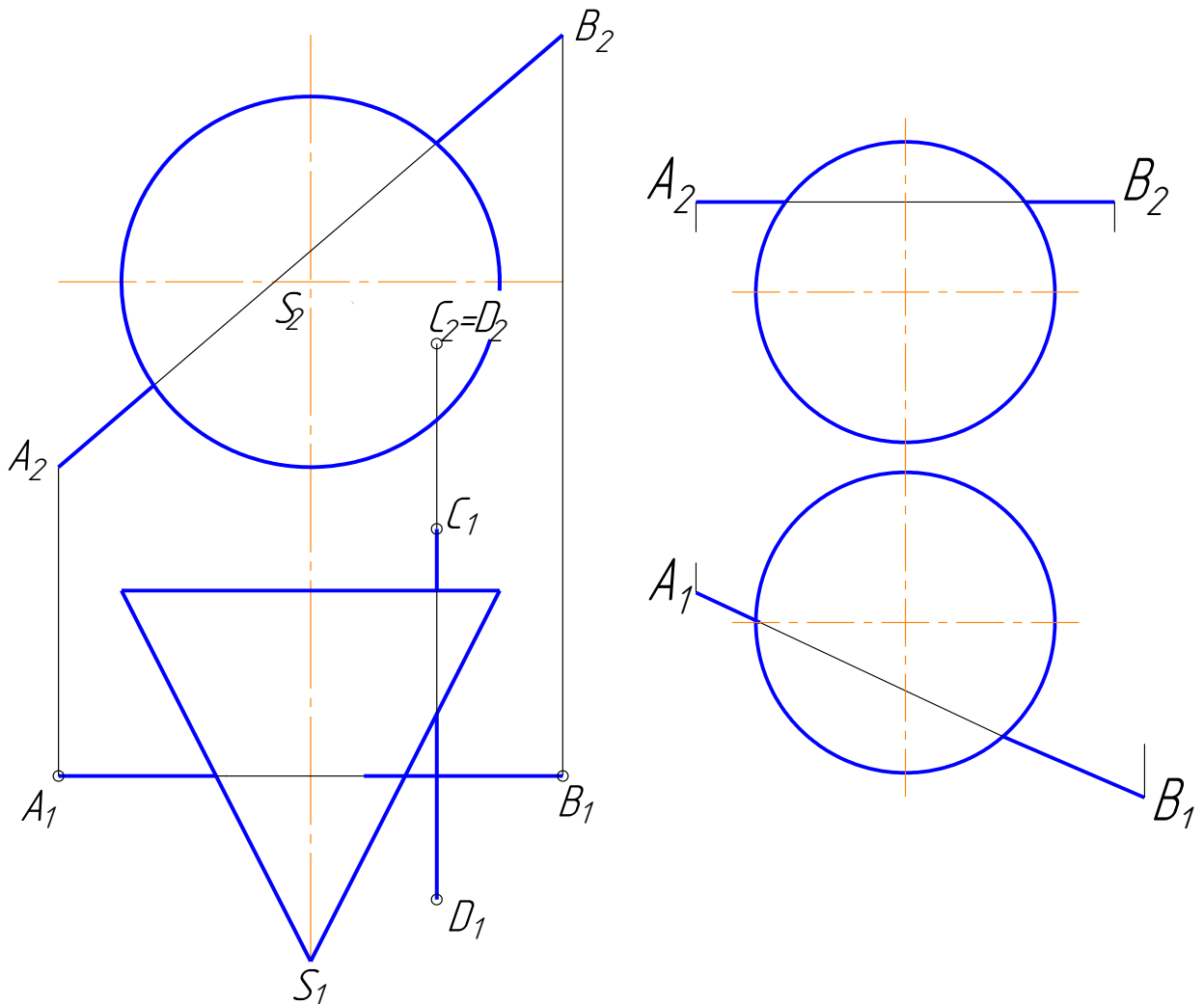
8. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ С ПОВЕРХНОСТЯМИ

Общий способ заключается в следующем: через прямую проводят вспомогательную плоскость, находят линию пересечения этой плоскости с поверхностью, точки пересечения заданной прямой и построенной линии на поверхности будут искомыми точками пересечения прямой с поверхностью.



Вспомогательные плоскости проводят таким образом, чтобы они пересекали заданные поверхности по **окружностям** или **прямым** линиям.

Задание 51: Построить точки пересечения прямых с поверхностями.

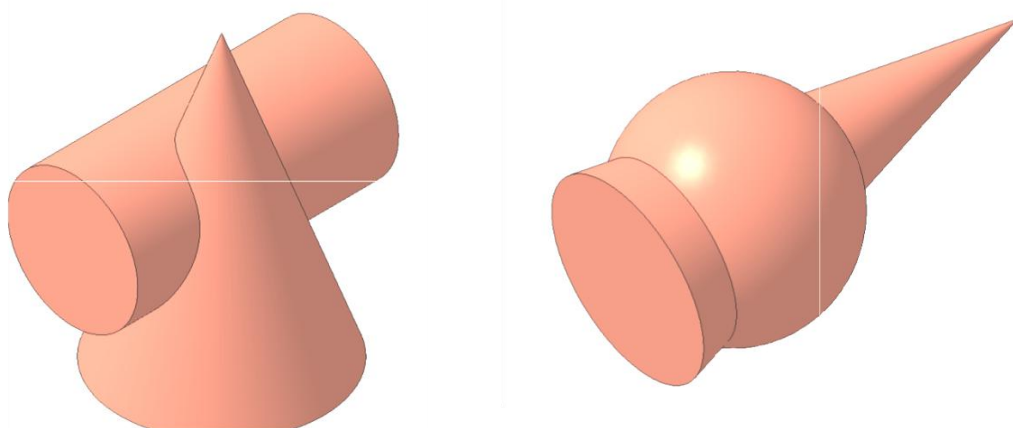


9. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Линии пересечения поверхностей – это линии, общие для обеих поверхностей, они могут быть плоскими или пространственными, замкнутыми или разомкнутыми, кривыми или ломаными.

Пересечение поверхностей может быть полным – «проницание» или частичным – «врезка». При полном проницании образуются две или более линии пересечения, а при врезке – только одна линия пересечения.

Линия пересечения поверхностей всегда лежит в области наложения проекций этих поверхностей.



Последовательность построения линии пересечения поверхностей

1. Определить какие поверхности пересекаются.
2. Определить тип линии пересечения.
3. Определить тип пересечения: проницание или врезка.

Способ вспомогательных секущих плоскостей

Общий способ построения линии пересечения таких поверхностей заключается в том, что точки линии пересечения находят при помощи **вспомогательных плоскостей**.

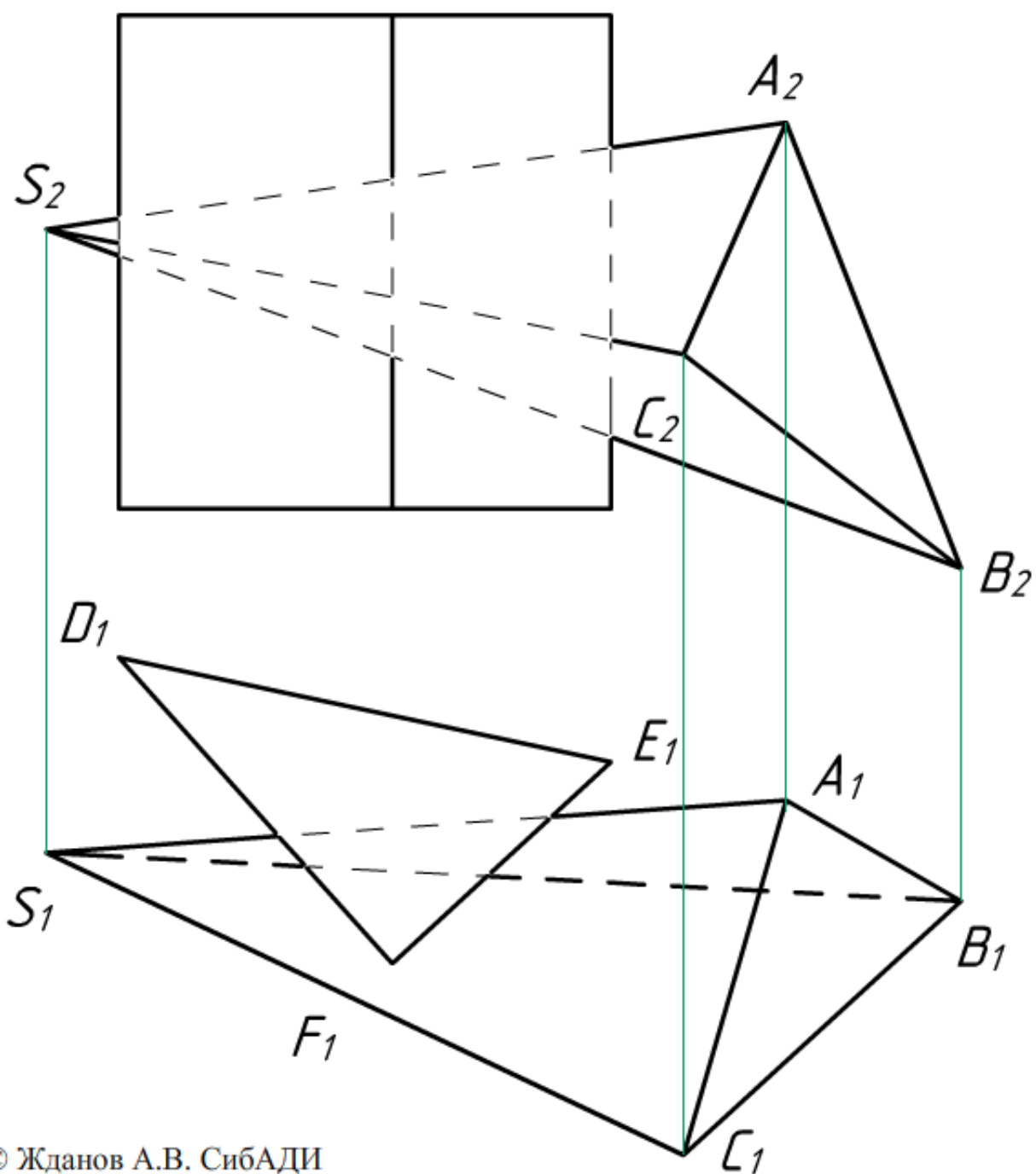
Секущие плоскости выбирают так, чтобы они пересекали заданные поверхности по **окружностям** или **прямым** линиям.

Взаимное пересечение многогранников

Линией пересечения многогранников является **ломаная линия: плоская или пространственная**.

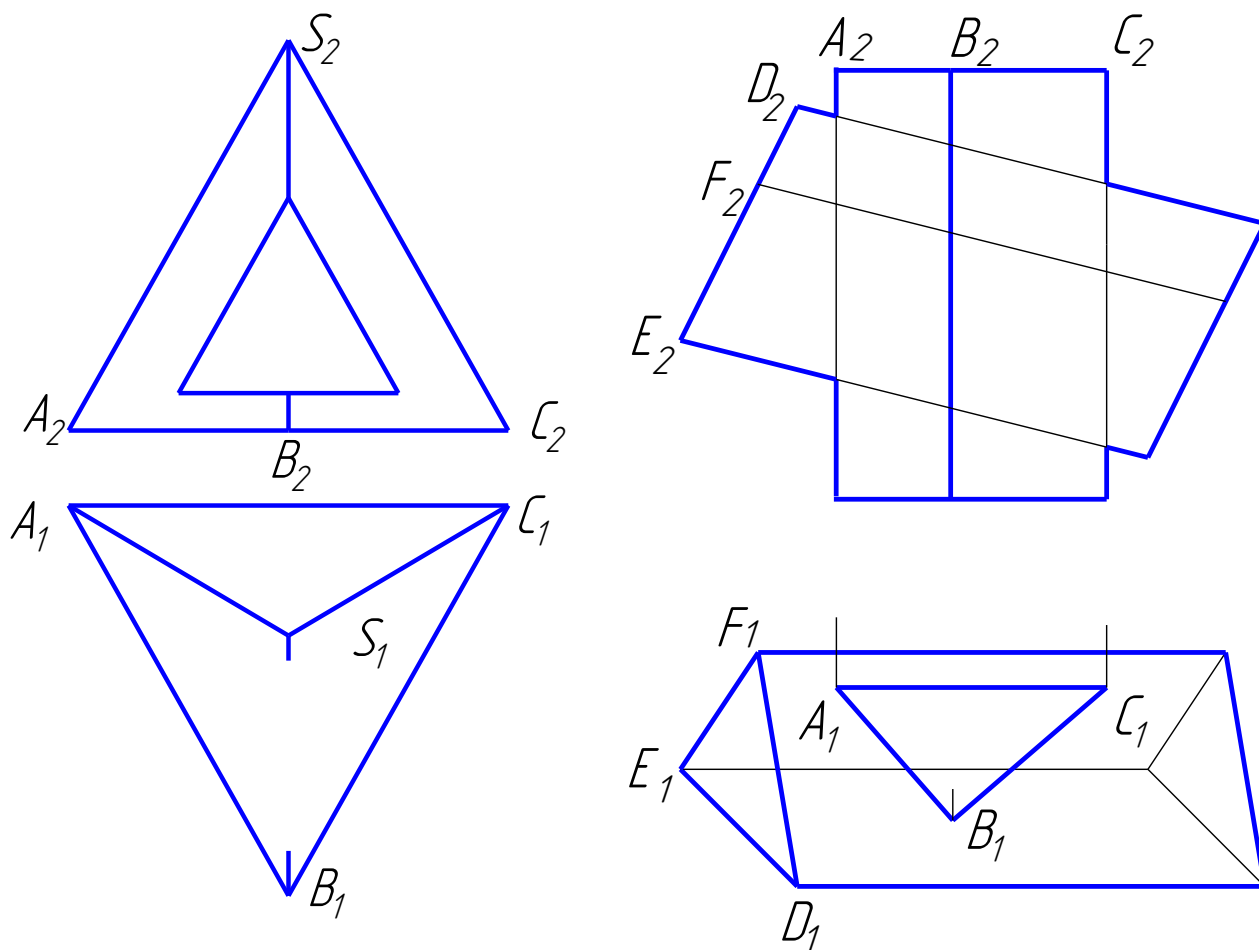
Для построения линии пересечения находят точки пересечения ребер одной поверхности с гранями другой или линии пересечения граней пересекающихся поверхностей.

Задание 52: Построить линию пересечения гранных поверхностей.



© Жданов А.В. СибАДИ

Задание 53: Достроить недостающую проекцию линии пересечения гранных поверхностей.



Взаимное пересечение многогранника с поверхностью вращения

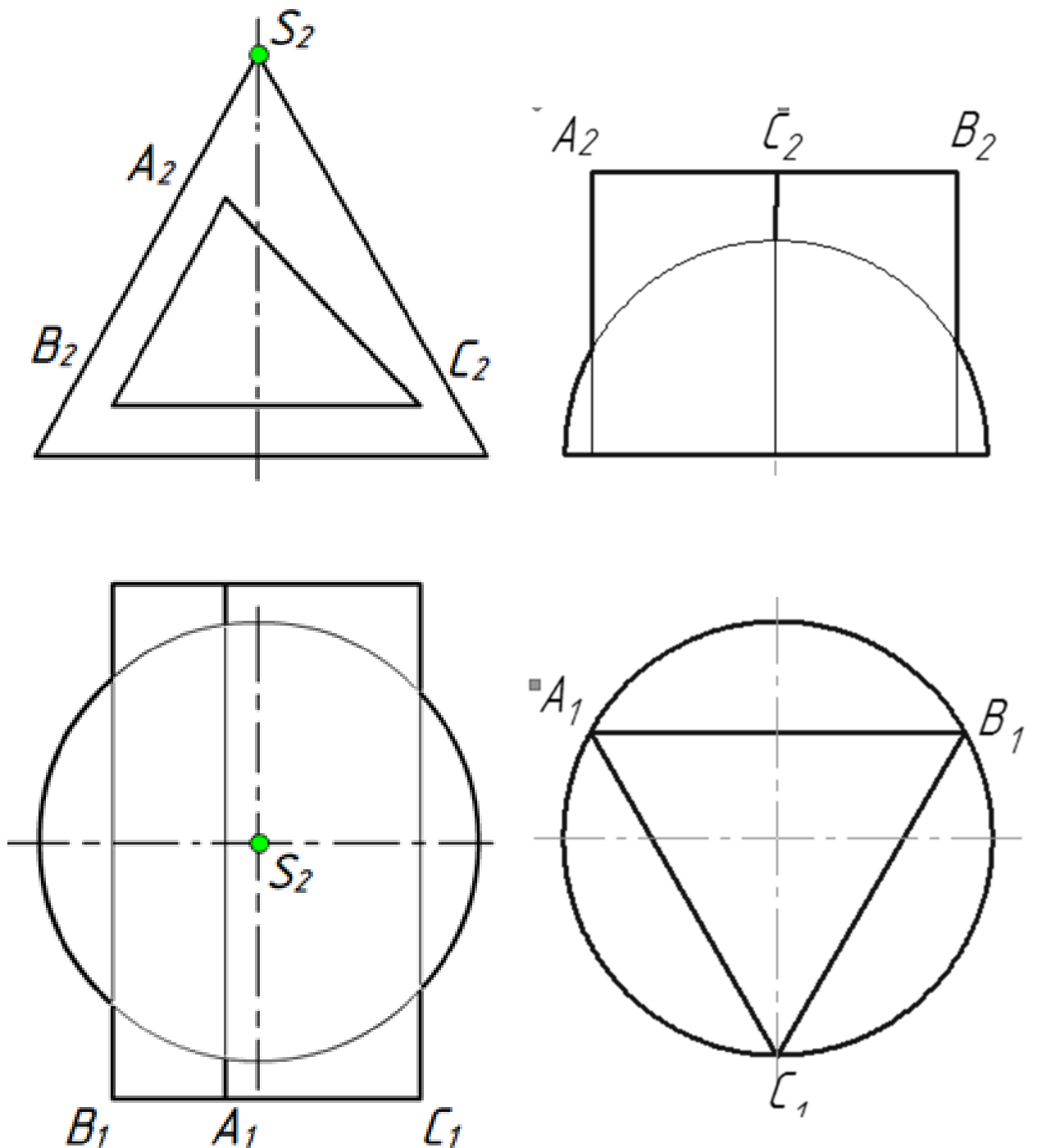
Линией пересечения таких поверхностей является **пространственная линия, состоящая из отдельных плоских кривых линий**, пересекающихся на ребрах многогранника.

Сначала строят точки пересечения ребер многогранника с поверхностью вращения. Затем определяют характер отдельных участков линии пересечения и строят промежуточные точки этих участков.

Задание 54: Достроить недостающую проекцию линии пересечения гранных поверхностей и поверхностей вращения.



8.2.swf



Взаимное пересечение поверхностей вращения

Линия пересечения представляет собой **пространственную замкнутую кривую линию**.

Задание 55: Достроить недостающую проекцию линии пересечения поверхностей вращения.



