

волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x , и волны, распространяющейся ей навстречу, будут иметь вид

$$\begin{cases} \xi_1 = A \cos(\omega t - kx), \\ \xi_2 = A \cos(\omega t + kx). \end{cases} \quad (157.1)$$

Сложив эти уравнения и учитывая, что $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ [см. (154.3)], получим **уравнение стоячей волны**:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos kx \cos \omega t = \\ &= 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t. \end{aligned} \quad (157.2)$$

Из уравнения стоячей волны (157.2) вытекает, что в каждой точке этой волны происходят колебания той же частоты ω с амплитудой $A_{\text{ст}} = \left| 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right|$, зависящей от координаты x рассматриваемой точки.

В точках среды, где

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (157.3)$$

амплитуда колебаний достигает максимального значения, равного $2A$. В точках среды, где

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (157.4)$$

амплитуда колебаний обращается в нуль. Точки, в которых амплитуда колебаний максимальна ($A_{\text{ст}} = 2A$), называются **пучностями стоячей волны**, а точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю ($A_{\text{ст}} = 0$), называются **узлами стоячей волны**. Точки среды, находящиеся в узлах, колебаний не совершают.

Из выражений (157.3) и (157.4) получим соответственно **координаты пучностей и узлов**:

§ 157. Стоячие волны

Частным случаем интерференции являются **стоячие волны** — это волны, образующиеся при наложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу с одинаковыми частотами и амплитудами, а в случае поперечных волн еще и одинаковой поляризации.

Для вывода уравнения стоячей волны предположим, что две плоские волны распространяются навстречу друг другу вдоль оси x в среде без затухания, причем обе волны характеризуются одинаковыми амплитудами и частотами. Кроме того, начало координат выберем в точке, в которой обе волны имеют одинаковую начальную фазу, а отсчет времени начнем с момента, когда начальные фазы обеих волн равны нулю. Тогда соответственно уравнения

$$x_n = \pm m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots); \quad (157.5)$$

$$x_{\text{узел}} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (157.6)$$

Из формул (157.5) и (157.6) следует, что расстояния между двумя соседними пучностями и двумя соседними узлами одинаковы и равны $\frac{\lambda}{2}$. Расстояние между соседними пучностью и узлом стоячей волны равно $\frac{\lambda}{4}$.

В отличие от бегущей волны, все точки которой совершают колебания с *одинаковой амплитудой*, но с *запаздыванием по фазе* [в уравнении (157.1) бегущей волны фаза колебаний зависит от координаты x рассматриваемой точки], все точки стоячей волны между двумя узлами колеблются с *разными амплитудами*, но с *одинаковыми фазами* [в уравнении (157.2) стоячей волны аргумент косинуса не зависит от x]. При переходе через узел множитель $2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x$ меняет свой знак, поэтому фаза колебаний

по разные стороны от узла отличается на π , т.е. точки, лежащие по разные стороны от узла, колеблются в противофазе.

Образование стоячих волн наблюдается при интерференции бегущей и отраженной волн. Если конец веревки закрепить неподвижно (например, к стене), то отраженная в месте закрепления веревки волна будет интерферировать с бегущей волной, образуя стоячую волну. На границе, где происходит отражение волны, в данном случае возникает узел.

Будет ли на границе отражения узел или пучность, зависит от соотношения плотностей сред. Если среда, от которой происходит отражение, менее плотная, то в месте отражения возникает пучность (рис. 224, а), если более плотная — узел (рис. 224, б). Образование узла связано с тем, что волна, отражаясь от более плотной среды, меняет фазу на противоположную и у границы происходит сложение колебаний с противоположными фазами, в результате чего получается узел. Если же волна отражается от менее плотной среды, то изменения фазы не происходит и у границы колебания складываются с одинаковыми фазами — образуется пучность.

Если рассматривать бегущую волну, то в направлении ее распространения переносится энергия колебательного движения. В случае же стоячей волны *переноса энергии нет*, так как падающая и отраженная волны одинаковой амплитуды несут одинаковую энергию в противоположных направлениях. Поэтому полная энергия результирующей стоячей волны в пределах между узловыми точками остается постоянной. Лишь в пределах расстояний, равных половине длины волны, происходят взаимные превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно.

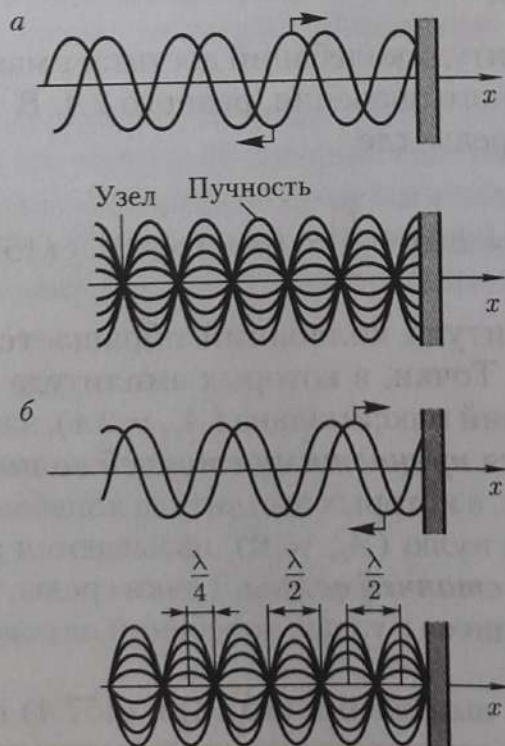


Рис. 224