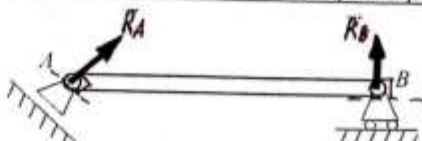
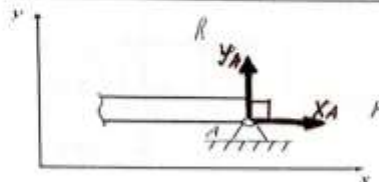
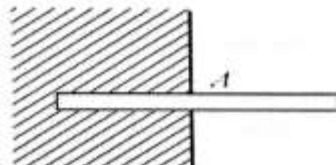
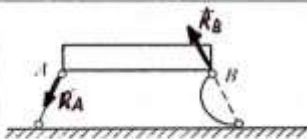


Практическая работа №1 «Определение реакций опор твёрдого тела»

Алгоритм решения задачи:

1. Определить и показать на рисунке опорные реакции.

Опорные реакции (реакции связей)	
 <p>a)</p>	<p>а) Подвижная опора (подвижный цилиндрический шарнир) – одна реакция, перпендикулярная опорной поверхности</p>
 <p>б)</p>	<p>б) Неподвижная опора (неподвижный цилиндрический шарнир). Две взаимно-перпендикулярные реакции X_A и Y_A, параллельные предварительно проведенным осям Ox и Oy.</p>
 <p>в)</p>	<p>в) Плоская жесткая заделка в точке A: три реакции связи X_A, Y_A, M_A</p>
 <p>з)</p>	<p>з) – опора A – опорный стержень с шарнирами на концах (реакция направлена по стержню; опора B – изогнутый стержень (реакция направлена вдоль линии действия, проходящей <u>через шарниры</u>).</p>

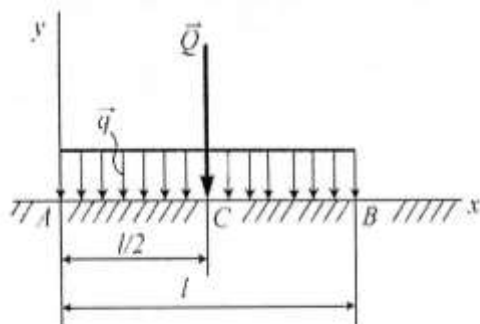
ПРИМЕРЫ

<p>Опора B – подвижная опора, в ней реакция R_B, перпендикулярна поверхности ОДНА РЕАКЦИЯ!!</p>			
<p>Опора A – неподвижная опора, в ней ДВЕ реакции X_A и Y_A</p>			
<p>Опора A – подвижный стержень, ОДНА реакция через шарниры</p>			
<p>Опора A – жесткая заделка, ТРИ реакции: $X_A; Y_A; M_A$</p>			

2. Равномерно-распределённую нагрузку заменить равнодействующей силой Q .

Сила $Q = q \cdot l$, где l – длина участка, на который действует равномерно-распределённая нагрузка.

Любое несвободное твердое тело можно превратить в свободное, если освободить его от связей, заменив их действие силами реакций.

**Равномерно распределенная нагрузка**

Модуль равнодействующей равен площади эпюры распределенных сил. Равнодействующая прямоугольной эпюры распределенных сил равна $Q = ql$. Точка приложения равнодействующей силы Q проходит через центр тяжести эпюры на расстоянии $l/2$.

Показать силу Q на рисунке.

3. Все наклонные силы разложить на две составляющие.

РАЗЛОЖЕНИЕ НАКЛОННЫХ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ СИЛ НА ДВЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

Дано: Произвольная плоская система сил. Для наклонных сил показан угол с вертикалью или с горизонталью. Ось X горизонтальная ось, направленная вправо. Ось Y вертикальная ось, направленная вверх.

Определить: Разложить наклонные силы на две составляющие и записать проекции сил на оси X и Y .

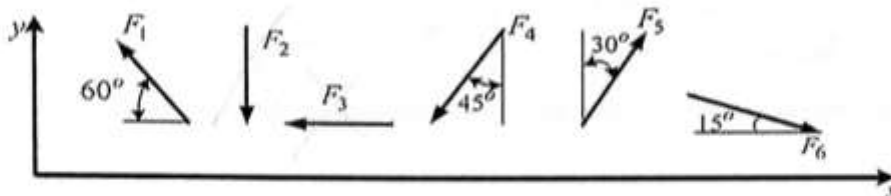


Рисунок 1

Сила F_2 вертикальная, сила F_3 горизонтальная их не надо раскладывать.

На наклонных силах построили прямоугольники, наклонная сила является гипотенузой (рис. 2).

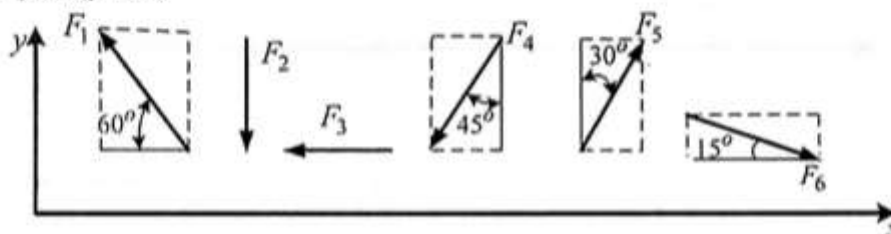


Рисунок 2

Разложить наклонные силы на две составляющие, т.е. наклонную гипотенузу разложить на два катета: горизонтальный и вертикальный.

Покажем вектор $F \cdot \cos \alpha$ равный произведению силы и косинуса угла. Прилежащий вектор – это косинус, где показан угол там косинус (рис. 3).

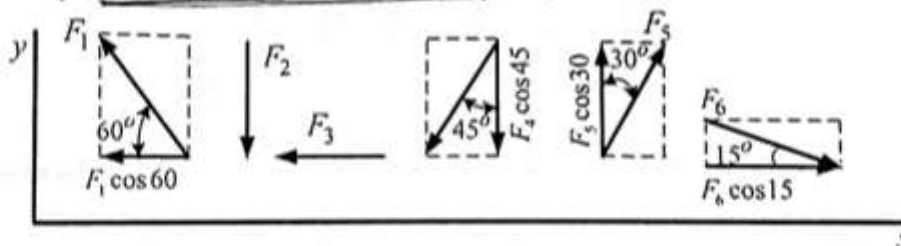


Рисунок 3

Добавим второй вектор $F \cdot \sin \alpha$ равный произведению силы и синуса угла (рис. 4).

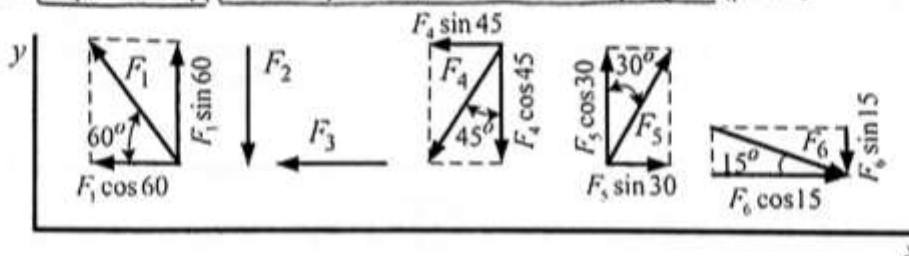


Рисунок 4

Горизонтальная ось X показана синим цветом, поэтому все **горизонтальные силы** выделим синим цветом. Вертикальная ось Y показана красным цветом, поэтому все **вертикальные силы** выделим красным цветом.

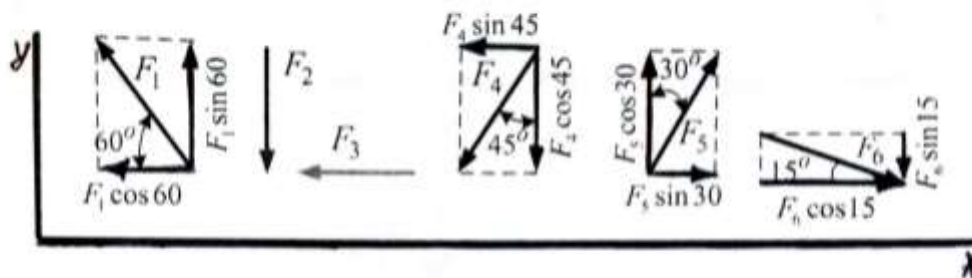


Рисунок 5

Записать проекцию всех сил на ось X . Правило: все синие силы, сонаправленные с X , имеют знак плюс, в другую сторону минус. Вправо плюс, влево минус (рис. 6).

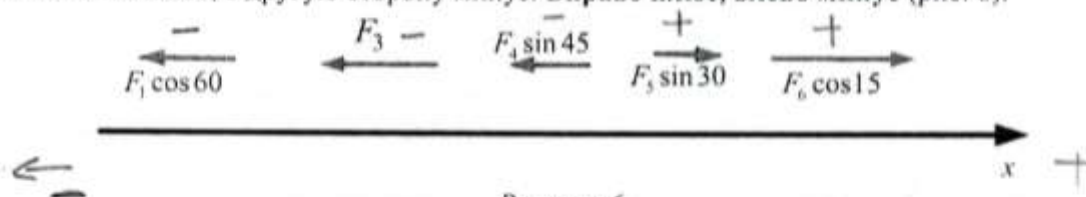


Рисунок 6

Проекция на ось X : $-F_1 \cos 60 - F_3 - F_4 \sin 45 + F_5 \sin 30 + F_6 \cos 15$

Записать проекцию всех сил на ось Y . Правило: все красные силы, сонаправленные с Y , имеют знак плюс, в другую сторону минус. Вверх плюс, вниз минус (рис. 7).

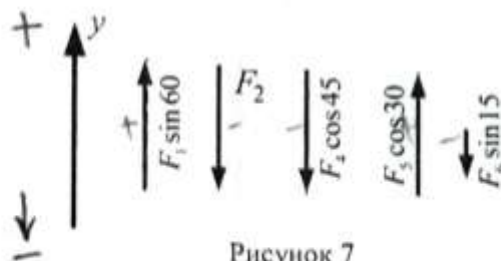


Рисунок 7

Проекция на ось Y : $F_1 \sin 60 - F_2 - F_4 \cos 45 + F_5 \cos 30 - F_6 \sin 15$

4. Составить три уравнения равновесия.

Если тело под действием произвольной системы сил находится в равновесии, то сумма моментов всех сил относительно точки равна нулю.

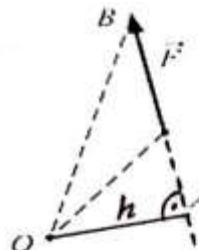
Момент силы относительно точки

Моментом силы относительно точки O на плоскости называется произведение модуля силы на её плечо относительно этой точки, взятое со знаком плюс или минус:

$$M_O = \pm Fd.$$

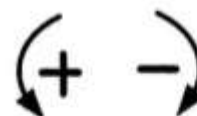
Плечом d силы F относительно точки O называют длину перпендикуляра, опущенного из точки O на линию действия силы AB .

Момент силы относительно точки O будем считать положительным, если сила F стремится повернуть плоскость чертежа вокруг точки O в сторону, противоположную движению часовой стрелки, и отрицательным, если по часовой.



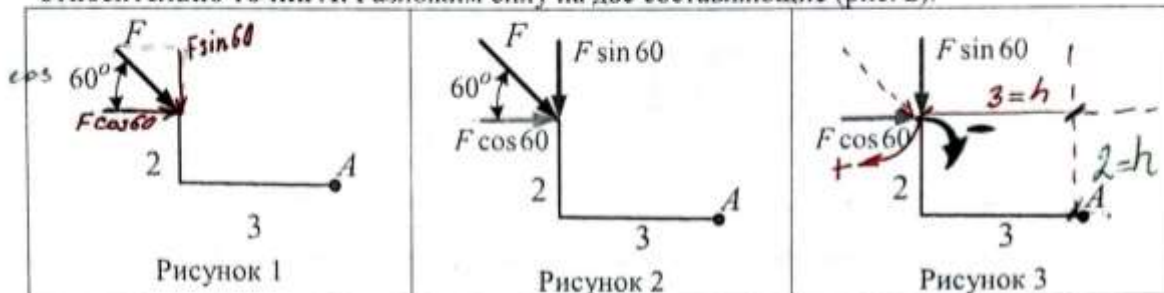
МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ

Алгебраический момент силы относительно точки – это алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на плечо, взятое со знаком плюс или минус.



ПРИМЕР 2. МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ

Задана сила F , расстояние два и три метра (рис. 1). Записать момент силы F относительно точки A . Разложим силу на две составляющие (рис. 2).



Силу F заменили двумя силами, для них запишем момент относительно точки A (рис. 3).

Правило знаков: в точке A закрепляем чертеж иголкой. Сила $F \cos 60$ стремится вращать чертеж по вращению часовой стрелки, значит знак минус \curvearrowright . Сила $F \sin 60$

стремится вращать чертеж против вращения часовой стрелки, значит знак плюс \curvearrowleft .

Плечо – кратчайшее расстояние между точкой и линией действия силы.

Определить плечо силы $F \sin 60$.

На силу $F \sin 60$ положить ручку и перенести ее параллельно до точки A .

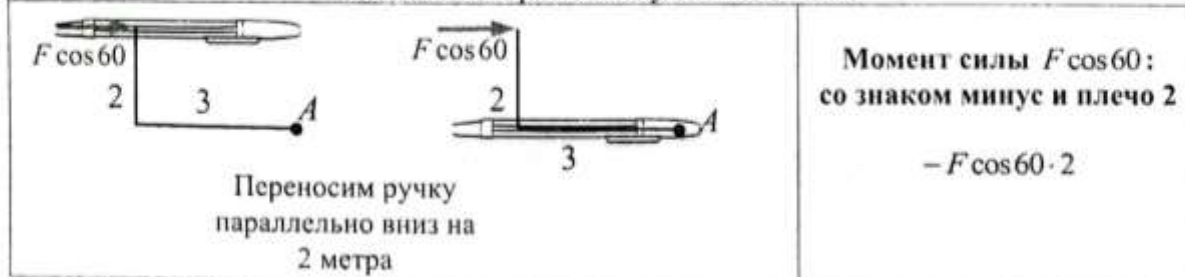
Расстояние переноса и будет плечо силы



Определить плечо силы $F \cos 60$.

На силу $F \cos 60$ положить ручку и перенести ее параллельно до точки A

Расстояние переноса и будет плечо силы

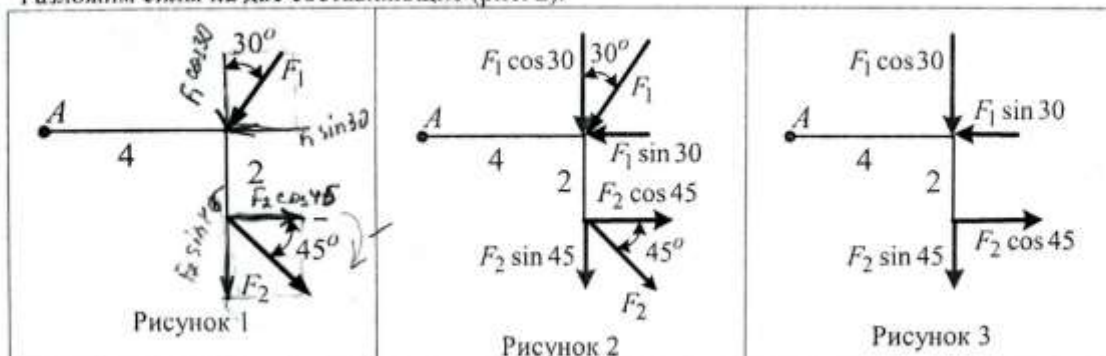


Таким образом, момент силы F относительно точки A равен $F \sin 60 \cdot 3 - F \cos 60 \cdot 2$ *есть*

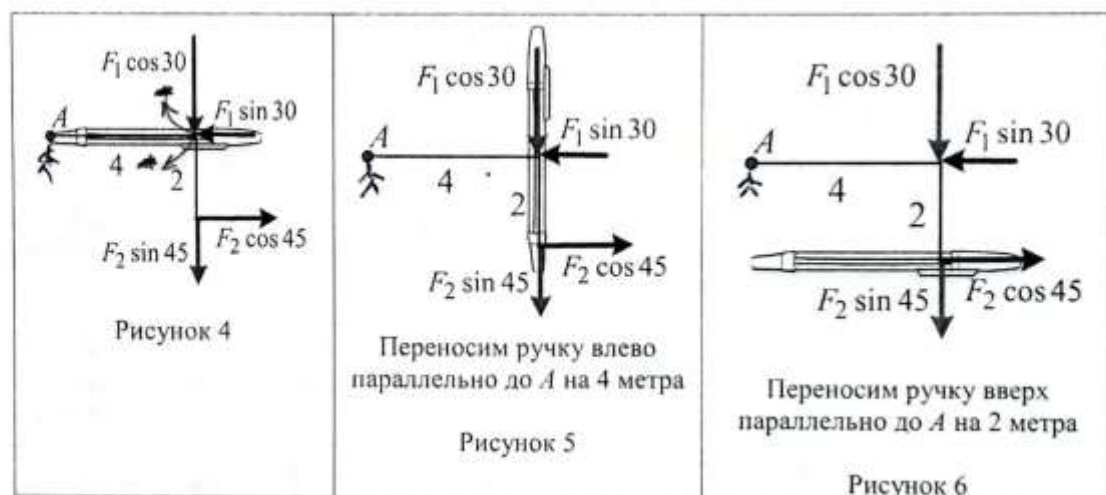
ПРИМЕР 3. МОМЕНТ СИЛЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ

Записать моменты сил F_1 и F_2 относительно точки A (рис. 1).

Разложим силы на две составляющие (рис. 2).



Силы F_1 и F_2 заменили двумя силами, для них запишем момент относительно точки A (рис. 3).



Положить ручку на силу $F_1 \sin 30$, видим, что линия действия силы пересекает точку A , значит момент будет равен НУЛЮ (не пишем момент силы $F_1 \sin 30$).

Момент силы $F_1 \cos 30$ со знаком минус и плечом 4: $-F_1 \cos 30 \cdot 4$ (рис. 5)

Момент силы $F_2 \sin 45$ со знаком минус и плечом 4: $-F_2 \sin 45 \cdot 4$ (рис. 5)

Момент силы $F_2 \cos 45$ со знаком плюс и плечом 2: $F_2 \cos 45 \cdot 2$ (рис. 6)

Таким образом, момент сил F_1 и F_2 относительно точки A равен

$$-F_1 \cos 30 \cdot 4 - F_2 \sin 45 \cdot 4 + F_2 \cos 45 \cdot 2$$

Тело, ограничивающее свободу движения другого тела, является по отношению к нему связью.

Реакцией связи называют силу или систему сил, выражающих механическое действие связи на тело. При определении направлений реакций связей можно использовать следующее правило: куда запрещено перемещение, оттуда направлена реакция связи.

Первое уравнение: сумма моментов всех сил относительно точки.

Момент силы относительно точки равен произведению силы на плечо, взятое со знаком плюс или минус.

Второе уравнение: сумма проекций всех сил на горизонтальную ось X равна нулю.

Третье уравнение: сумма проекций всех сил на вертикальную ось Y равна нулю.

Если тело под действием произвольной системы сил находится в равновесии, то:

1. Сумма моментов всех сил относительно точки равна нулю $\sum_{i=1}^n M_{iA} = 0$.
2. Сумма проекций всех сил на горизонтальную ось равна нулю $\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0$
3. Сумма проекций всех сил на вертикальную ось равна нулю $\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0$

5. Проверка.

Нужно на рисунке выбрать такую точку, чтобы в ней не пересекались опорные реакции.

Запишем уравнение: сумма моментов всех сил относительно точки.

$$\sum M_{iC} = 0;$$

Подставляем исходные данные и значения опорных реакций, которые нашли в трех уравнениях. При вычислении должен получиться ноль (значит, задача решена верно).

Варианты для самостоятельного решения

Вариант 1

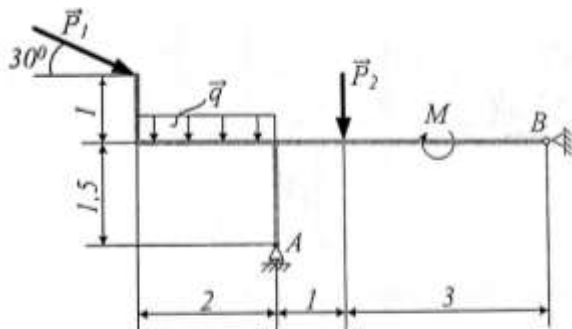


Рисунок 1

Дано. Заданы две активные силы $P_1=10$ кН; $P_2=12$ кН; момент пары сил $M = 17$ кН·м; интенсивность равномерно-распределенной нагрузки $q = 1,6$ кН/м.

Определить: опорные реакции.

Вариант 2

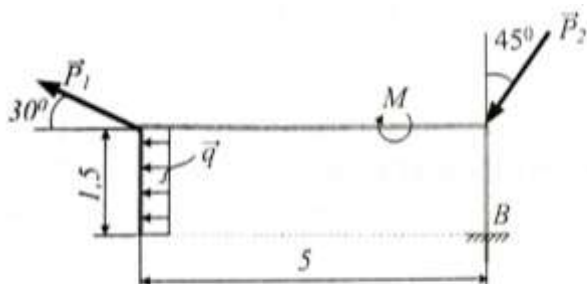


Рисунок 1

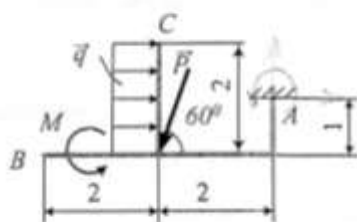
Дано. Заданы две активные силы: $P_1=10$ кН; $P_2=15$ кН; момент пары сил $M = 20$ кН·м; интенсивность равномерно-распределенной нагрузки $q = 3$ кН/м.

Определить: Опорные реакции.

Пример решения задачи

Определение реакций опор твердого тела

ПРИМЕР 1

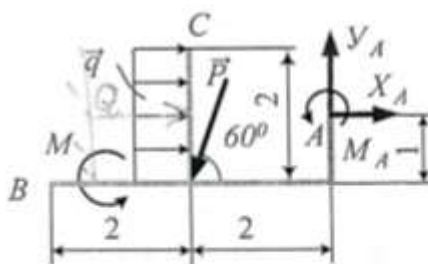


Дано. Сила $P = 20$ кН; момент пары сил $M = 10$ кН·м; интенсивность равномерно распределенной нагрузки $q = 2$ кН/м.

Определить: реакции опор твердого тела.

ПЛАН РЕШЕНИЯ

1. Показать на рисунке опорные реакции. Опора A – жесткая заделка, в ней три реакции X_A , Y_A и M_A .

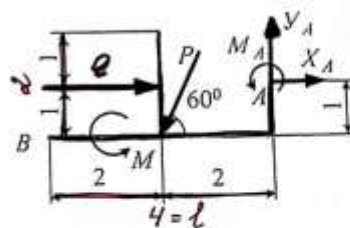


2. Равномерно-распределенную нагрузку заменить равнодействующей силой Q .

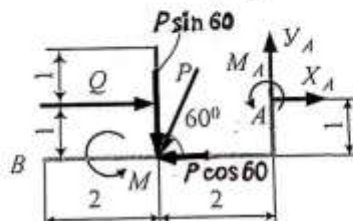
Сила $Q = q \cdot l$, где l – длина участка, на который действует равномерно-распределенная нагрузка.

$$Q = q \cdot l = 2 \cdot 2 = 4 \text{ кН.}$$

Показать силу Q в середине участка, т.е. на 1 м вверх и 1 м вниз.



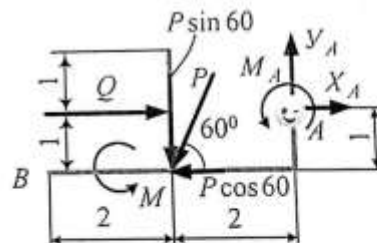
3. Все наклонные силы разложить на две составляющие



4. Составить три уравнения равновесия.

Если тело под действием произвольной системы сил находится в равновесии, то сумма моментов всех сил относительно точки равна нулю.

Первое уравнение: сумма моментов всех сил относительно точки A.



Момент силы относительно точки равен произведению силы на плечо, взятое со знаком плюс или минус. (+ -)

Плеча не будет у сил X_A , Y_A и Q , линии действия этих сил проходят через точку A (положите ручку на эти силы, они пересекают точку A)

$$\sum_{i=1}^n M_{iA} = 0; \quad M_A + M + P \sin 60^\circ \cdot 2 - P \cos 60^\circ \cdot 1 = 0. \quad (1)$$

Из уравнения (1) находим момент в заделке M_A

$$M_A = -M - P \sin 60^\circ \cdot 2 + P \cos 60^\circ = -10 - 20 \cdot 0,866 \cdot 2 + 20 \cdot 0,5 = -34,36 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Второе уравнение равновесия: сумма проекций всех сил на горизонтальную ось X равна нулю.

Синие силы вправо плюс, влево минус



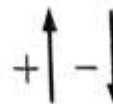
$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad Q - P \cos 60^\circ + X_A = 0; \quad (2)$$

Из уравнения (2) определим реакцию X_A в опоре A

$$X_A = P \cos 60^\circ - Q = 20 \cdot 0,5 - 4 = 6 \text{ кН.}$$

Третье уравнение равновесия: сумма проекций всех сил на вертикальную ось Y равна нулю.

Красные силы вверх плюс, вниз минус



$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad -P \sin 60^\circ + Y_A = 0. \quad (3)$$

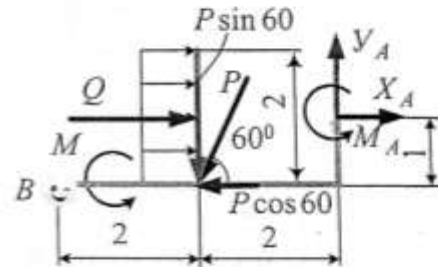
Из уравнения (3) определим реакцию Y_A в опоре A

$$Y_A = P \sin 60^\circ = 20 \cdot \sin 60 = 17,32 \text{ кН.}$$

Проверка: На рисунке выбрать точку, чтобы в ней не пересекались опорные реакции.

Выбрали точку B . Относительно точки B записать сумму моментов всех сил.

$$\sum M_{iB} = 0;$$



$$M - Q \cdot 1 - P \sin 60 \cdot 2 + M_A + Y_A \cdot 4 - X_A \cdot 1 = 0. \quad (4)$$

Подставляем исходные данные и значения опорных реакций, которые сейчас нашли. При вычислении должен получиться ноль.

$$10 - 4 \cdot 1 + 20 \cdot 0,866 \cdot 2 - 34,36 + 17,32 \cdot 4 - 6 = 0.$$

При вычислении получился ноль, задача решена верно.