

Б.Г. Кобцев

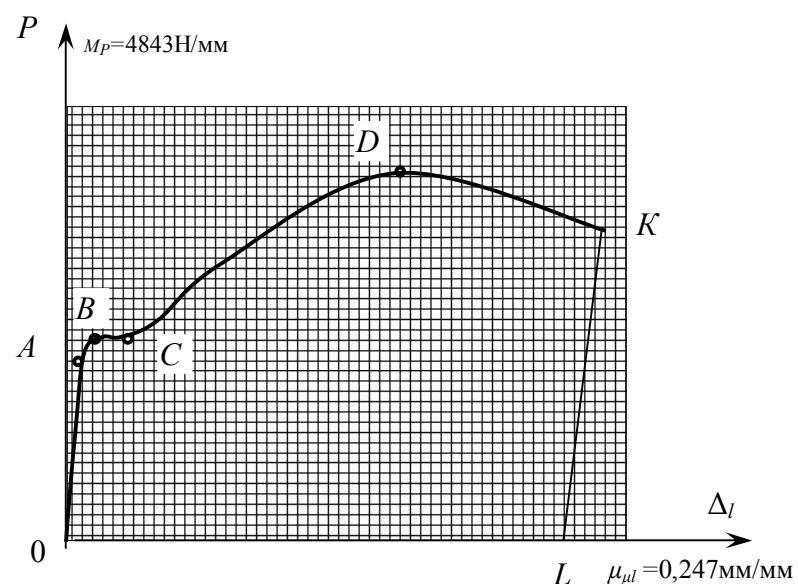
В.Н. Косякин

Ю.С. Корнеев

А.Ю. Корнеев

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

ПРАКТИКУМ



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ – УЧЕБНО-НАУЧНО-
ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ КОМПЛЕКС»

Б.Г. Кобцев, В.Н. Коськин,
Ю.С. Корнеев, А.Ю. Корнеев

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

ПРАКТИКУМ

Рекомендовано ФГОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК»
для использования в учебном процессе в качестве учебного пособия
для высшего профессионального образования

Орел 2011

УДК 539.371(076)

БКК 30.121я7

C64

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор кафедры
«Теоретическая и прикладная механика»

Федерального государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Государственный университет – учебно-научно-
производственный комплекс»

A.B. Коробко,

кандидат технических наук, заведующий кафедрой
«Инженерная графика и механика»

Федерального государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Орловского государственного аграрного университета»

Г.М. Абрамов

C64 Сопротивление материалов. Практикум: учебное пособие
для высшего профессионального образования / Б.Г. Кобцев,
В.Н. Коськин, Ю.С. Корнеев, А.Ю. Корнеев. – Орел: ФГОУ
ВПО «Госуниверситет – УНПК», 2011. – 184 с.

В данном практикуме, в соответствии с требованиями к объему знаний, изложенными в Стандартах специальностей немеханических профилей и рабочих учебных планах и программах, приведены теоретические основы деформации прямого стержня, его сложного нагружения и суждения о прочности изделий, определяющих содержание практикума по дисциплине «Сопротивление материалов» для студентов немашиностроительных специальностей, а также методические указания для проведения расчетно – графических работ и типовых расчетов и примеры их выполнения по указанному разделу.

Приложения содержат 900 заданий для расчетно-графических и контрольных работ.

Пособие предназначено для практикума студентов немеханических специальностей. Будет полезным и для студентов-заочников.

УДК 539.371 (076)

БКК 30.121я7

© ФГОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК», 2011

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
1. Основы теории напряженно-деформированного состояния стержней.....	7
1.1. Внутренние силовые факторы.....	7
1.2. Напряжения	9
1.3. Деформации	11
2. Простые деформации прямого стержня	14
2.1. Раствжение – сжатие	14
2.2. Сдвиг	20
2.3. Кручение	22
2.4. Изгиб	30
3. Допускаемые напряжения и характеристики сечений	52
3.1. Определение допускаемых напряжений для стальных деталей	52
3.2. Геометрические характеристики плоских сечений.....	58
4. Сложное сопротивление.....	73
4.1. Основные теоретические положения	73
4.2. Общая методика выполнения расчетов	76
4.3. Частные случаи сложной деформации стержней.....	77
4.4. Изгиб с кручением.....	82
5. Прочность при переменных напряжениях	87
5.1 Усталость и предел выносливости материалов	87
6. Устойчивость сжатых стержней	99
6.1. Формула Эйлера	99
6.2. Типовое задание для проверки устойчивости стержней	103
Литература	108
Приложение А. Задания для работ по теме «Растяжение – сжатие»	109
Приложение Б. Задания для работ по теме «Изгиб»	119
Приложение В. Задания для работ по теме «Кручение».....	129
Приложение Г. Задания для работ по теме «Определение допускаемых напряжений»	139
Приложение Д. Диаграммы растяжения материала образцов из некоторых сталей	142
Приложение Е. Механические характеристики некоторых сталей.....	146

Приложение Ж. Задания для работ по теме «Характеристики плоских сечений»	147
Приложение И. Задания для работ по теме «Внекентренное растяжение-сжатие стержней».....	152
Приложение К. Задания для работ по теме «Изгиб с кручением» ...	162
Приложение Л Задания для работ по теме «Прочность при переменных напряжениях»	172
Приложение М. Задания для работ по теме «Устойчивость сжатых стержней»	177
Приложение Н. Модули упругости и коэффициенты поперечной деформации некоторых материалов	182
Приложение П. Механические характеристики некоторых материалов	183

ВВЕДЕНИЕ

Повышение качества обучения связано с увеличением объема самостоятельной работы студентов. С этой целью учебными планами специальностей 260901 «Технология швейных изделий», 260902 «Конструирование швейных изделий», 260800 «Технология, конструирование изделий и материалы легкой промышленности» по дисциплине «Сопротивление материалов» во 2-м семестре введено выполнение одной расчетно-графической работы.

Рабочей программой указанной дисциплины предусматривается изучение в названном семестре основополагающего раздела о прочности, долговечности и надежности деталей машиностроения. Среди различных деформаций, которым подвергаются детали машин, наиболее часто встречаются растяжение, сдвиг, кручение и изгиб. Эти деформации относятся к простым и составляют первую часть расчетно-графической работы. Во второй части рассматриваются разделы «Определение допускаемых напряжений» и «Геометрические характеристики поперечных сечений», необходимые для обоснования достоверного суждения о прочности изделий машиностроения. В третьей части излагаются разделы о сложных деформациях: «Продольный изгиб», «Изгиб с кручением», «Прочность при переменных напряжениях» и «Устойчивость сжатых стержней». С точки зрения методики изучения последующей дисциплины – «Детали машин и основы конструирования» – целесообразно рассматривать в расчетно-графических работах именно эти деформации.

Настоящее учебное пособие является вторым, переработанным и дополненным второй частью издания книги «Сопротивление материалов. Стержни». – ОрелГТУ, 2006. В нем рассмотрены все перечисленные деформации, полностью охватывающие разделы практикума, которые должны быть изучены и закреплены за время, отводимое рабочей программой для аудиторных практических занятий.

При выполнении расчетно-графической работы студент должен овладеть навыками составления расчетных схем деталей, опре-

деления реакций со стороны соприкасающихся деталей, расчетов нагрузок, действующих в любом сечении детали, и возникающих при этом деформаций, а также решать вопросы прочности деталей.

В приложении даны задания по девяти темам. По каждой из тем предлагается 20 типов заданий. Каждый тип, в свою очередь, включает 5 вариантов исходных величин, необходимых для проведения расчетов. Таким образом, для проведения практикума предлагаются 900 заданий.

В каждом задании указаны: тип деформации, схема стержня, необходимые внешние нагрузки, точки их приложения и направления,

а также геометрические размеры стержня и, в необходимых случаях, характеристика материала: модуль упругости и (или) допускаемые напряжения и так далее.

Одновременно поставлена задача определения величин конкретных параметров и построения необходимых эпюр. При этом недостающие внешние нагрузки должны быть определены из условий статического равновесия стержня.

Задачи можно дополнить, например: при растяжении-сжатии – определением опасного участка стержня и перемещения его конца; при кручении – определением угла закручивания вала, подбором стандартного размера вала, нахождением опасного сечения, выбором материала; при изгибе – подбором сечения балки из стандартных прокатных профилей, построением эпюр напряжений, определением касательных напряжений и тому подобным; при внецентренном растяжении-сжатии – определением положения нейтральной оси; при изгибе с кручением – определением угла закручивания вала, подбором стандартного размера вала, нахождением опасного сечения, выбором материала; при продольном изгибе – подбором сечения балки из стандартных прокатных профилей и тому подобным.

Предлагаемые задания будут полезными при проведении практикумов по сопротивлению материалов для студентов специальностей 260201 «Технология хранения и переработки зерна», 260202 «Технология хлеба, кондитерских и макаронных изделий», 260303 «Технология молока и молочных продуктов», 260501 «Технология продуктов общественного питания», 260504 «Технология консервов и пищеконцентратов», 280101 «Безопасность жизнедеятельности в техносфере» и направлений 080401

«Товароведение и экспертиза товаров», 260100 «Технология продуктов питания», а также студентов очно-заочной формы обучения.

1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТЕРЖНЕЙ

1.1. Внутренние силовые факторы

Элементы всех конструкций устройств машин предназначены для передачи нагрузки, т.е. механического взаимодействия тел без разрушения и существенного изменения формы. Иными словами, они должны обладать достаточной прочностью и жесткостью. Мера механического взаимодействия тел – сила. Если рассматривать тело изолированно от сопряженных с ним деталей, то действие последних необходимо заменить силами, которые называются внешними. Силы взаимодействия между отдельными частями детали, возникающие под влиянием внешней нагрузки, называются внутренними силовыми факторами.

Под действием внутренних силовых факторов все элементы конструкций в той или иной мере испытывают смещение отдельных частиц относительно ненагруженного состояния, т.е. изменяют свою форму (деформируются).

Внутренние силовые факторы представляют собой силы межатомного взаимодействия, возникающие при действии на тело внешних нагрузок.

Для нахождения этих факторов используется метод сечений (рис. 1). Его суть заключается в том, что любое тело, как и его отсеченные части (рис. 1, а), рассматриваются находящимися в состоянии покоя. Тогда система внешних сил, действующих на тело, должна удовлетворять условиям равновесия:

$$\begin{aligned}\sum \overline{F}_i &= 0, \\ \sum \overline{M}_i &= 0.\end{aligned}\tag{1}$$

Если тело условно рассечь произвольной плоскостью на две части и действие отброшенной части заменить внутренними силами, то отсеченная часть также должна находиться в состоянии покоя (рис. 1, б). При этом действие рассматриваемой части тела на

отброшенную будет равно \bar{R} , так как действие равно противодействию.

Очевидно, для части тела

$$\sum \bar{F}_i + \bar{R} = 0. \quad (2)$$

Внутренние силы распределены по сечению сложным образом, однако если привести их к некоторому центру тяжести сечения O , то для рассматриваемой части тела они дадут главный вектор \bar{R} и главный момент \bar{M} , уравновешивающие внешние нагрузки.

$$\bar{R} = \sum \bar{F}_i, \quad (3)$$

$$\bar{M} = \sum m_o \bar{F}_i, \quad (4)$$

где \bar{F} и \bar{M} – векторы силы и момента силы, действующей на тело; m_o – моменты сил относительно центра сечения.

Очевидно, что в разных сечениях возникают различные внутренние силовые факторы.

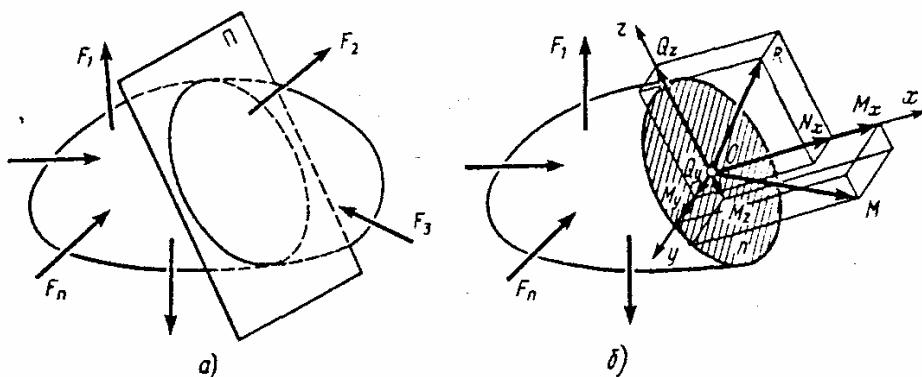


Рис. 1. Сечение тела плоскостью

Поместим в точку O начало системы координат XYZ , направив ось X по нормали к сечению, а оси Y и Z расположим в плоскости сечения.

Тогда можно разложить главный вектор \bar{R} и главный момент \bar{M} на составляющие:

$$\bar{R} = \bar{N}_x + \bar{Q}_y + \bar{Q}_z, \quad (5)$$

$$\bar{M} = \bar{M}_x + \bar{M}_y + \bar{M}_z, \quad (6)$$

где N_x, Q_y, Q_z – проекции главного вектора на оси координат, M_x, M_y, M_z – проекции главного момента на оси координат.

Проекции (составляющие) главного вектора и главного момента на оси координат называются внутренними силовыми факторами в сечении. Составляющая N_x называется продольной силой и вызывает деформацию растяжения или сжатия, то есть удлинение Δ_x . Составляющие Q_y и Q_z перпендикулярны нормали, расположены в плоскости сечения и стремятся сдвинуть одну часть тела относительно другой на величину сдвига Δ_y . Обе составляющие называют поперечными силами, так как их природа одинакова.

Составляющая M_x главного момента вызывает скручивание тела вдоль оси X на величину $\Delta\varphi$ и называется крутящим моментом. Моменты M_y и M_z изгибают тело в плоскости XOZ и XOY на величину изгиба Δ_y или Δ_z и называются изгибающими моментами. Их природа также одинакова.

Чтобы вычислить указанные силовые факторы, достаточно решить для отсеченной части следующие уравнения равновесия, вытекающие из (5) и (6):

$$\begin{aligned}\Sigma X_i &= 0, \\ \Sigma Y_i &= 0, \\ \Sigma Z_i &= 0, \\ \Sigma (m_i)_x &= 0, \\ \Sigma (m_i)_y &= 0, \\ \Sigma (m_i)_z &= 0,\end{aligned}\tag{7}$$

где X_i, Y_i, Z_i – проекции сил на оси координат;

$(m_i)_x, (m_i)_y, (m_i)_z$ – моменты сил относительно осей координат.

1.2. Напряжения

Величина внутренних силовых факторов в сечении не отражает условий работы материала детали в рассматриваемой точке даже для деталей схожей формы. Более эффективными характеристиками для оценки загруженности материала деталей являются интенсивность силовых факторов в тех или иных точках сечения – напряжения и соответствующие им деформации

Рассмотрим условия равновесия отсеченной части тела (рис. 2). Если считать, что тело имеет непрерывную сплошную структуру, то

закономерно можно предположить, что и внутренние силовые факторы непрерывно распределены по площади сечения.

Выделим произвольную элементарную площадку ΔA и обозначим ее центр точкой K . Равнодействующую на элементарной площадке обозначим ΔR .

Тогда: среднее напряжение на площадке

$$p_c = \frac{\Delta R}{\Delta A},$$

а истинное напряжение в точке K :

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A}.$$

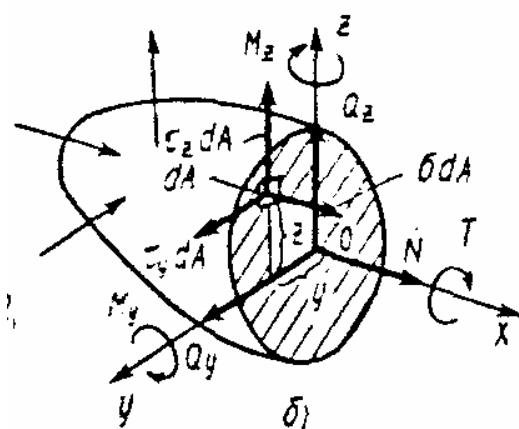


Рис. 2. Равновесие отсеченной части тела

Разложив силу ΔR на составляющие – ΔN нормальную и ΔQ перпендикулярную (касательную), можно определить нормальное σ и касательное τ напряжения.

В системе СИ напряжения измеряются в паскалях: $1 \text{ Па} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$.

Так как это очень малая величина, то чаще величины выражаются в мегапаскалях (мПа): $1 \text{ мПа} = 10^6 \text{ Па}$.

Нормальные и касательные напряжения более полно отражают сопротивление материала детали действию внешних нагрузок. При этом нормальное напряжение стремится сблизить или удалить частицы материала относительно друг друга по направлению нормали

к плоскости сечения, а касательные – сдвинуть их по плоскости сечения, поэтому их называют также напряжениями сдвига.

Касательные напряжения имеют разные направления в плоскости сечения, поэтому их удобнее разложить по осям Z и Y :

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_y + \vec{\tau}_z.$$

Для установления связи между напряжениями и внутренними силовыми факторами выделим в сечении бесконечно малую площадку dA на расстоянии x и y от центра сечения O (рис. 2). Пусть на площадку действуют элементарные силы

$$\begin{aligned} dN &= \sigma dA, \\ dQ_y &= \tau_y dA, \\ dQ_z &= \tau_z dA. \end{aligned}$$

Интегрируя по всему сечению силы и учитывая их моменты относительно осей координат, получим:

$$N = \int_A \sigma dA. \quad (8)$$

$$Q_z = \int_A \tau_z dA. \quad (9)$$

$$Q_y = \int_A \tau_y dA. \quad (10)$$

$$M_x = \int_A (\tau_z y - \tau_y z) dA. \quad (11)$$

$$M_y = \int_A \sigma z dA. \quad (12)$$

$$M_z = \int_A \sigma y dA. \quad (13)$$

Так как закон распределения напряжений по сечению не известен, то найти из приведенных уравнений статики напряжения невозможно. Для нахождения этого закона надо знать характер смещений точек.

1.3. Деформации

Как показывает опыт, возникновение перемещений (деформаций) в любом теле под действием внешних сил является обязательным результатом их приложения. При этом важно, чтобы эти перемещения (деформации) не нарушили работоспособности детали. Поэтому возникающие деформации должны быть малы и существенно не влиять на размеры деталей.

Пусть произвольное тело (рис. 3) занимает положение, указанное сплошной линией. Для определения деформаций в точке K выделим

отрезок KL длиной S (а также точки O, M, N), исходящий в произвольном направлении из точки K .

После приложения сил F_1, F_2, \dots, F_n , в результате деформации тело займет положение, указанное пунктирной линией, а его точки сместятся и займут положения K_1, L_1, O_1, M_1, N_1 , причем длина отрезка S увеличится на ΔS . Кроме того, изменится его угловое положение относительно осей координат.

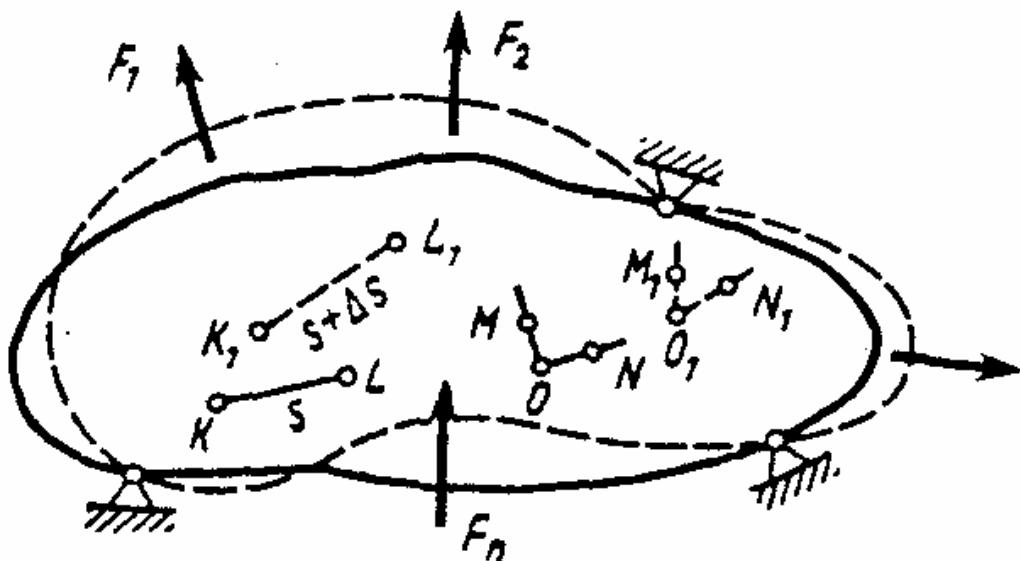


Рис. 3. Деформация тела

Безразмерная (относительная) деформация

$$\varepsilon = \frac{\Delta S}{S} \quad (14)$$

более полно характеризует степень деформации материала, чем абсолютная деформация тела ΔS .

Если спроектировать деформацию на оси координат, то

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_x + \bar{\varepsilon}_y + \bar{\varepsilon}_z .$$

Обычно величина ΔS не превышает 1...1,5 % первоначального размера детали.

Кроме линейной деформации, рассматривают угловую деформацию – разность углов, образованных в теле детали произвольными отрезками OM и ON до и после нагружения материала.

Угловая деформация в пространстве:

$$\gamma_{MON} = \lim (\angle MON - \angle M_1 O_1 N_1) \quad (15)$$

при $OM \rightarrow 0, ON \rightarrow 0$.

Угловая деформация в координатных плоскостях обозначается соответственно $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$.

В любой точке тела можно выделить три линейных и три угловых деформации, которые характеризуют состояние деформированного тела. Важнейшие простые деформации стержней приведены на рис. 4.

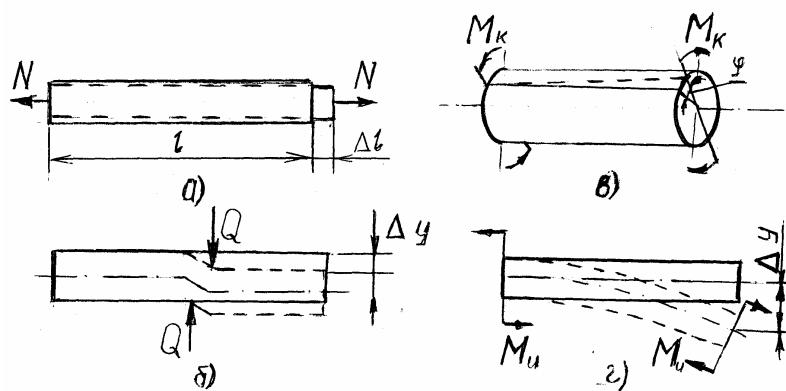


Рис. 4. Важнейшие деформации тела:
а – растяжение; б – сдвиг; в – кручение; г – изгиб

2. ПРОСТЫЕ ДЕФОРМАЦИИ ПРЯМОГО СТЕРЖНЯ

2.1. Раствжение – сжатие

Растяжением (сжатием) называется такой вид деформации, при котором в поперечном сечении стержня возникают только продольные (растягивающие или сжимающие) усилия.

В условиях растяжения находится стержень под действием осевых сил, приложенных, как показано на рис. 4, а.

Так как стержень рассматривается в сопротивлении материалов находящимся в покое, то сумма всех внешних сил всегда равна нулю.

2.1.1. Внутренние силовые факторы и их эпюры

Как показано ранее, продольная сила N является внутренним силовым фактором. Возникающие при действии силы N деформации растяжения схематично указаны на рис. 5, а.

Определяют продольную силу N , действующую в любом сечении, используется метод сечений. При этом считают силу N положительной, если она растягивает стержень, и отрицательной, если сжимает.

Для определения силы N (рис. 5, б) рассмотрим равновесие отсеченной на расстоянии X от начала координат части стержня. Так как отсеченная часть должна быть в равновесии, то

$$\Sigma F_i + N = 0,$$

где ΣF_i – сумма сил по одну сторону сечения.

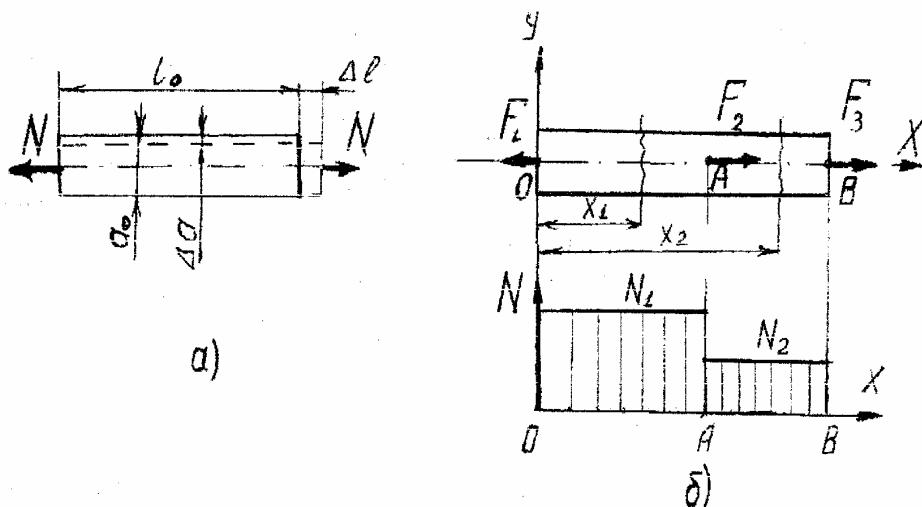


Рис. 5. Деформации и внутренние силы при растяжении:

a – схема деформаций N ; *б* – схема внутренних сил

Следовательно,

$$N = \Sigma F_i. \quad (16)$$

График (эпюра) продольных сил N (см. рис. 5, *б*), построенных по всей длине стержня, позволяет наглядно показать величину внутренних силовых факторов, действующих на стержень в любой точке.

2.1.2. Напряжения и деформации

Продольная сила N , приложенная в сечении стержня, является равнодействующей всех элементарных сил, действующих на все бесконечно малые (элементарные) площадки dA .

Тогда

$$N = \int_A \sigma dA, \quad (17)$$

где σ – интенсивность внутреннего силового фактора (напряжение), действующая на рассматриваемую площадку.

Если предположить, что в пределах действия законов Гука сечения остаются плоскими и параллельными и после приложения сил (гипотеза плоских сечений), то:

$$\sigma = const.$$

Поэтому

$$\sigma = \frac{N}{A}. \quad (18)$$

Стержень под действием продольных сил удлиняется против первоначальной длины l_o на величину абсолютного удлинения Δl (см. рис. 5, *а*).

Величина абсолютной деформации неодинакова для деталей различной формы из одного и того же материала, поэтому не дает полной информации о состоянии материала. Более полно описывает характер удлинения стержня относительная деформация:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_o}. \quad (19)$$

Опыты показывают, что после нагружения стержня силами происходит также изменение поперечного размера сечения α_o на величину $\Delta\alpha$. Относительная поперечная деформация ε_n (см. рис. 5, *а*) определяется как

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta\alpha}{\alpha_0}.$$

Отношение для каждого материала $\mu = \left| \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon} \right|$ – величина постоянная и называется коэффициентом Пуассона.

Так как по закону Гука

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E – модуль упругости материала, то, подставляя значения σ и ε , имеем для элементарного участка при постоянных значениях N, l, A :

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}. \quad (20)$$

Для ступенчатого стержня, составленного из различных материалов,

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{E_i A_i}, \quad (21)$$

где i – номер участка.

2.1.3. Содержание раздела расчетно-графической работы

Рабочей программой по дисциплине «Сопротивление материалов» предусматривается выполнение самостоятельной расчетно-графической работы по важнейшим разделам.

Выполнение раздела расчетно-графической работы по теме «Растяжение – сжатие стержня» осуществляется с целью закрепления знаний о деформации растяжения, для чего предусматривается:

- получение студентами навыков составления схем составных стержней, нагруженных осевыми силами;
- определение реакций заделки;
- изучение внутренних силовых факторов, действующих на материал в любом сечении стержня;
- определение деформации детали под действием внешних усилий.

Задания для выполнения раздела расчетно-графической работы по теме «Растяжение – сжатие стержня» помещены в прил. А.

Объем каждого задания – 1 лист формата А4 графических работ и 1-2 страницы расчетно-пояснительного текста.

2.1.4. Порядок проведения расчетов и графических построений

Выполнение раздела расчетно-графической работы можно проводить в следующем порядке:

- вычертить эскиз стержня на листе формата А4 в масштабе;
- нанести внешние силы $F_1, F_2 \dots$;
- выбрать оси координат, направив ось x вдоль стержня;
- заменить заделку (опору) ее реакцией R ;
- составить уравнения равновесия и определить реакцию;
- составить расчетную схему стержня, начертив ее под эскизом;
- нагрузить схему всеми внешними силами, включая реакции;
- разбить стержень на участки, нанести сечения на каждом из них, указать расстояния от начала системы координат и пределы изменения расстояний;
- составить выражения для продольных сил, напряжений и удлинений на каждом из участков;
- вычислить значения продольных сил, напряжений и удлинений для каждого из участков;
- нанести оси эпюор продольных сил, напряжений и удлинений под расчетной схемой и указать на них границы участков;
- выбрать масштаб построений эпюор таким образом, чтобы ординаты были длиной 40...60 мм;
- вычертить эпюры продольных сил, напряжений и удлинений;
- определить перемещение стержня.

2.1.5. Пример выполнения раздела «Растяжение- сжатие» прямого стержня

Типовое задание включает:

- эскиз стержня (рис. 6, а) составленного из трех частей длиной l разного сечения A_1, A_2, A_3 , нагруженного силами F_1, F_2, F_3 ;
- модуль упругости материала E .

Требуется: определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений Δl точек стержня.

Пусть для расчета заданы величины:

$$F_1 = 10 \text{ кН}, F_2 = 5 \text{ кН}, F_3 = 20 \text{ кН},$$

$$A_1 = 200 \text{ мм}^2, A_2 = 2A_1, A_3 = 4A_1, l = 1 \text{ м}, E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа.}$$

Выполнение работы начинаем с вычерчивания на листе формата А4 эскиза стержня и его схемы (рис. 6, *б*) в масштабе, обеспечивающем наглядное размещение всех точек приложения сил и имеющихся сечений стержня. Обозначаем границы участков и точек приложения сил, включая заделку, буквами по порядку *B, C, D, K, M, N*.

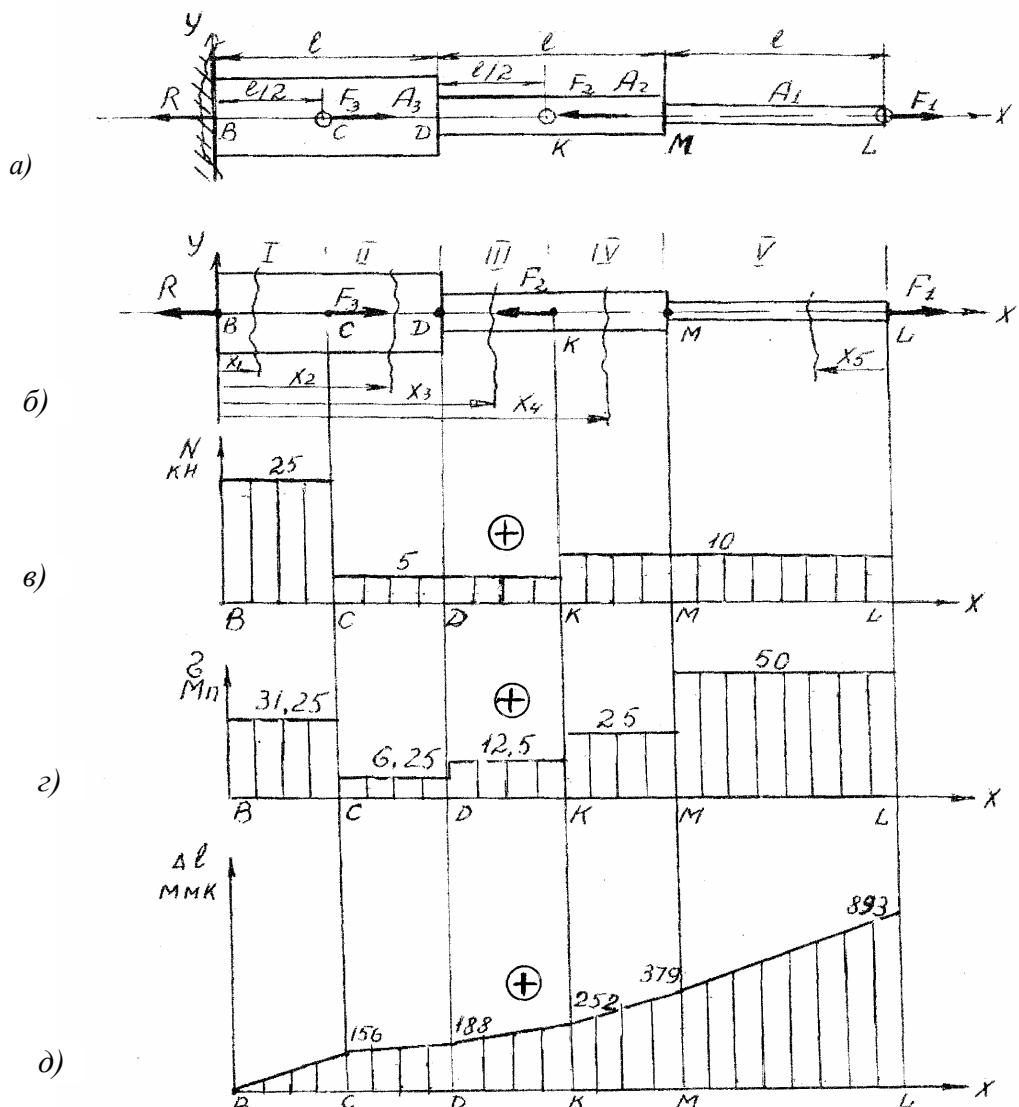


Рис. 6. Типовое задание и порядок представления графических параметров:
а – эскиз стержня; *б* – схема нагружения силами; *в* – эпюра продольных сил;
г – эпюра напряжений; *д* – эпюра удлинений

Наносим внешние нагрузки F_1, F_2, F_3 . Выбираем начало оси координат в точке *B* и направление оси *x* вдоль оси стержня. Заменяем действие заделки реакцией *R*, приложенной в точке *B*.

Уравнение равновесия стержня:

$$\Sigma x = 0, \quad -R + F_3 - F_2 + F_1 = 0,$$

откуда $R = F_1 - F_2 + F_3 = 10 - 5 + 20 = 25$ (кН).

Вычертим заново схему балки под ее эскизом. Для простой конструкции эскиз и схему можно совмещать. Выбираем начало координат в точке A , как указано на схеме (рис. 6, б), и разбиваем стержень на участки 1, 2, 3, 4, 5, соблюдая требование неизменности нагрузок

и сечений на каждом из них.

Назначаем на каждом из участков произвольные сечения, изображаемые волнистой линией на расстоянии соответственно x_1, x_2, x_3, x_4 от начала координат, а x_5 – от конца стержня.

При этом:

$$0 \leq x_1 \leq l/2;$$

$$l/2 \leq x_2 \leq l;$$

$$l \leq x_3 \leq 3/2l;$$

$$3/2l \leq x_4 \leq 2l;$$

$$0 \leq x_5 \leq l.$$

Составим выражения для продольной силы N на каждом участке и вычислим их. При этом учтем, что значение силы N численно совпадает с суммой сил по ту сторону сечения, которая отмечена изменением аргумента x и, кроме того, N имеет знак "+", если отсекаемая часть отрывается от стержня, и "-", если прижимается.

$$N_1 = +R = 25 \text{ (кН);}$$

$$N_2 = R - F_3 = 25 - 20 = 5 \text{ (кН);}$$

$$N_3 = R - F_3 = 25 - 20 = 5 \text{ (кН);}$$

$$N_4 = R - F_3 + F_2 = 25 - 20 + 5 = 10 \text{ (кН);}$$

$$N_5 = F = 10 \text{ (кН).}$$

По полученным значениям строго под схемой в масштабе 2 кН/мм строим эпюру продольных сил (см. рис. 6, в).

Далее для каждого участка вычисляем напряжения растяжения или сжатия по выражениям:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i};$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_3} = \frac{25 \cdot 10^3}{4 \cdot 200 \cdot 10^6} = 31,25 \cdot 10^6 \text{ (Па)} = 31,25 \text{ (мПа);}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_3} = \frac{5 \cdot 10^3}{4 \cdot 200 \cdot 10^6} = 6,25 \cdot 10^6 \text{ (Па)} = 6,25 \text{ (мПа)};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = \frac{5 \cdot 10^3}{2 \cdot 200 \cdot 10^6} = 12,5 \cdot 10^6 \text{ (Па)} = 12,5 \text{ (мПа)};$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_2} = \frac{10 \cdot 10^3}{2 \cdot 200 \cdot 10^6} = 25 \cdot 10^6 \text{ (Па)} = 25 \text{ (мПа)};$$

$$\sigma_5 = \frac{N_5}{A_1} = \frac{10 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6} = 50 \cdot 10^6 \text{ (Па)} = 50 \text{ (мПа)}.$$

Под эпюрой продольных сил строим эпюру напряжений (см. рис. 6, *г*).

Вычисляем удлинение каждого участка по выражению:

$$\Delta l_i = \frac{N_i l_i}{E_i A_i} = \frac{\sigma_i l_i}{E_i}.$$

Тогда, для каждого участка:

$$\Delta l_1 = \frac{31,25 \cdot 10^6 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6} = 0,000156 \text{ (М)};$$

$$\Delta l_2 = \frac{6,25 \cdot 10^6 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6} = 0,000032 \text{ (М)};$$

$$\Delta l_3 = \frac{12,5 \cdot 10^6 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6} = 0,000064 \text{ (М)};$$

$$\Delta l_4 = \frac{25 \cdot 10^6 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6} = 0,000128 \text{ (М)};$$

$$\Delta l_5 = \frac{50 \cdot 10^6 \cdot 1}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6} = 0,000513 \text{ (М)}.$$

Строим эпюру удлинений (см. рис. 6, *д*) в микронах (*мкМ*), при этом начинаем построение от точки заделки В, а на каждом последующем участке – из конца предыдущего.

Общее перемещение конца стержня:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 + \Delta l_5 = 156 + 32 + 64 + 128 + 513 = \\ = 893 \text{ (мкМ)}$$

На рис. 6, *д* знак «+» указывает на растяжение участка стержня.

2.2. Сдвиг

Сдвигом называется деформация стержня, вызванная только лишь действием поперечной силы (см. рис. 4, *б*), при отсутствии остальных

силовых факторов. Сдвиг характерен для стержней, нагруженных поперечными силами на малом расстоянии друг от друга: заклепок, штифтов и подобных деталей, а также паяных, клеевых и других соединений.

От действия близко расположенных сил Q , направленных навстречу друг другу, на участке стержня между ними может произойти срез стержня. Ему предшествует деформация элементарных параллелепипедов, выделенных в теле стержня, которая выражается в изменении его двухгранных углов.

На рис. 7 представлено сечение элементарного параллелепипеда (элемента) плоскостью, параллельной продольной оси OX стержня.

Очевидно, поперечная сила Q является равнодействующей касательных напряжений, действующих в этом сечении:

$$Q = \int_A \tau dA. \quad (22)$$

Полагая, что в сечении $\tau = const$, имеем:

$$\tau = \frac{Q}{A}. \quad (23)$$

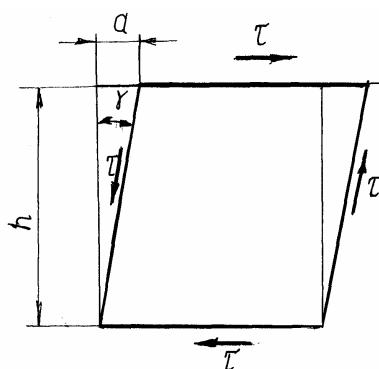


Рис. 7. Напряжения и деформации при сдвиге

Экспериментально установлено, что величина a сдвига верхней грани элемента в пределах упругих деформаций пропорциональна поперечной силе Q и расстоянию h между гранями и, кроме того, обратно пропорциональна площади сечения A :

$$a = \frac{Qh}{GA}, \quad (24)$$

где G – коэффициент пропорциональности второго рода.

Из рис. 7 имеем:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{a}{h} \approx \gamma,$$

где γ – относительный сдвиг.

Из двух последних зависимостей вытекает закон Гука при сдвиге:

$$\tau = G\gamma . \quad (25)$$

Чистый сдвиг в реальных конструкциях встречается редко вследствие дополнительного изгиба стержня даже при небольшом расстоянии между плоскостями действия сил. Однако в указанных случаях дополнительные напряжения, возникающие при этом, малы по сравнению с касательными напряжениями τ .

Такие детали условно рассчитываются по касательным напряжениям, возникающим при чистом сдвиге, по выражению:

$$\tau = \frac{Q}{A} \leq [\tau], \quad (26)$$

где $[\tau]$ – допускаемое напряжение сдвига.

2.3. Кручение

2.3.1. Внутренние силовые факторы

Под кручением понимается такой вид деформации, когда в поперечных сечениях вала действует только крутящий момент, а остальные силовые факторы (нормальные и поперечные силы и изгибающие моменты) отсутствуют.

Для определения напряжения и деформации вала необходимо знать значения крутящих моментов, действующих на его отдельных участках.

Диаграмму, показывающую распределение значений крутящих моментов по длине вала, называют эпюрой крутящих моментов. Для построения таких эпюр следует придерживаться правила знаков. Принято, что если наблюдатель смотрит на поперечное сечение со стороны внешней нормали и видит момент направленным против

часовой стрелки, то такой момент считается положительным. При противоположном направлении ему приписывается знак минус.

Для определения крутящего момента в сечении используют метод сечений. Рассмотрим пример вала механизма и действующих на него моментов (рис. 8). На его схеме (рис. 8, а) показан вращающий момент T_o , который подводится к валу от шкива O ременной передачи

и снимается с вала через передающие шкивы 1, 2 и 3 на другие валы механизма в виде моментов T_1 , T_2 и T_3 . Для определения крутящего момента в сечении $x = x_1$ рассмотрим равновесие, например, левой части (рис. 8, б).

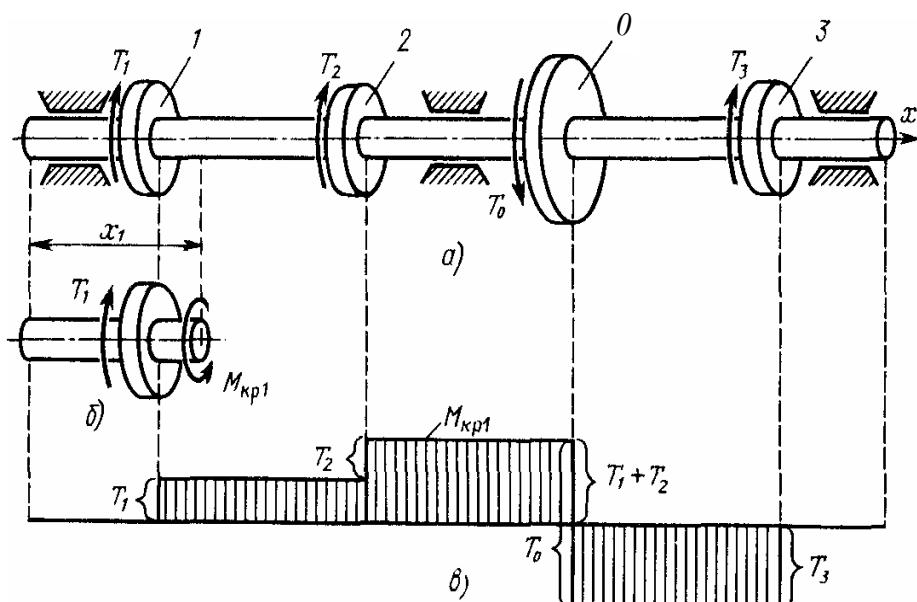


Рис. 8. Вал механизма:
а, б – расчетная схема вала; в – эпюра скручивающих моментов

Из уравнения равновесия для отсеченной части стержня (рис. 8, б) находим:

$$-T_1 + M_{kp1} = 0,$$

откуда

$$M_{kp1} = T_1.$$

При рассмотрении равновесия правой части получим:

$$M_{kp1} = T_3 + T_2 - T_o.$$

В любом сечении вала действует крутящий момент, равный сумме вращающих моментов, лежащих по одну сторону от этого сечения.

Эпюра крутящих моментов вала представлена ступенчатой линией (рис. 8, в) и показывает степень нагруженности участков вала. Значение максимального крутящего момента, определяющего диаметр вала, зависит от положения приемного шкива 0 относительно раздаточных шкивов 1, 2 и 3.

В этом несложно убедиться, поменяв местами, например, шкивы 0 и 3.

2.3.2. Напряжения и деформации

Изобразим схему участка вала (рис. 9) длинной l и двумя сечениями I и II, близко расположеными друг от друга.

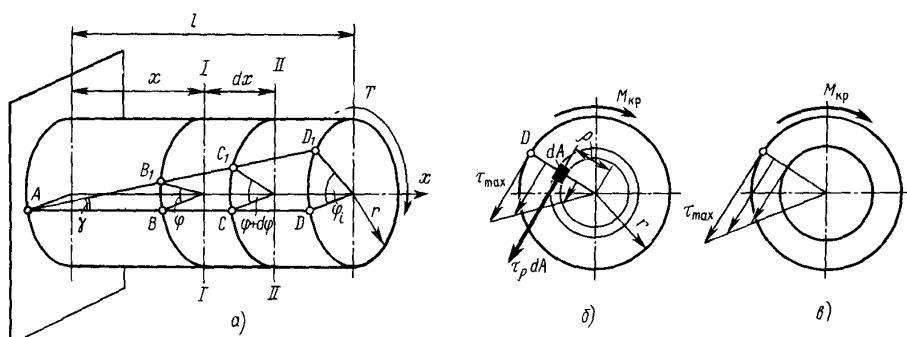


Рис. 9. Схема участка вала при кручении:

- a – деформация выделенного сечениями элемента;
- б – распределение касательных напряжений по сплошному стержню;
- в – по полому стержню

Элементарный участок dx представляется в виде стержней BC (рис. 9, а) с площадью поперечного сечения dA (рис. 9, б), испытывающих деформацию сдвига.

Тогда, на основании закона Гука, касательное напряжение

$$\tau = G\gamma,$$

где γ – относительная деформация.

В соответствии с (рис. 9, а):

$$\gamma = (CC - BB) : BC = r \frac{d\varphi}{dx}.$$

Отношение $\frac{d\varphi}{dx}$ обозначается θ и называется относительным углом закручивания.

Из рис. 9, а очевидно:

$$\gamma = r\theta.$$

Используя эту формулу, можно определить напряжение в окрестности любой точки тела, находящейся на расстоянии ρ от оси (рис. 9, б), по величине относительного сдвига:

$$\tau_\rho = G\theta\rho. \quad (27)$$

Отсюда следует, что значение касательных напряжений в точках сечения пропорционально расстоянию их от оси стержня. Максимальные напряжения действуют вблизи наружной поверхности вала.

Распределение касательных напряжений в сечениях круглого и кольцевого сечения валов показано (рис. 9, б и 9, в).

Значение θ может быть найдено из условия, что касательные напряжения в сечении приводятся к паре сил, момент которой равен крутящему моменту M_{kp} . Выделим вокруг произвольной точки сечения элементарную площадку dA , на которой будет действовать элементарная окружная сила τdA (рис. 9, б).

Элементарный момент, создаваемый этой силой относительно оси стержня:

$$dM_{kp} = \tau_\rho dA \rho. \quad (28)$$

Суммируя элементарные площадки, получим соотношение для крутящего момента в сечении:

$$M_{kp} = \int_A \tau_\rho \rho dA$$

или

$$M_{kp} = \int_a G\theta\rho^2 dA.$$

Так как произведение $G\theta$ постоянно для всех точек сечения, то

$$M_{kp} = G\theta \int_A \rho^2 dA. \quad (29)$$

Интеграл $\int_A \rho^2 dA = J_p$ представляет собой чисто геометрическую характеристику и носит название полярного момента инерции сечения.

Таким образом, получаем:

$$M_{kp} = GJ_p\theta,$$

откуда угол закручивания на единицу стержня будет

$$\theta = \frac{M_{kp}}{GJ_p}.$$

Произведение GJ_p называется жесткостью сечения стержня при кручении.

Полный угол закручивания (в рад):

$$\varphi = \int_0^l \theta dx = \int_0^l \frac{M_{kp}}{GJ_p} dx.$$

Если крутящий момент и момент инерции сечения постоянны по длине стержня, то полный угол закручивания:

$$\varphi = \frac{M_{kp}}{GJ_p} l. \quad (30)$$

Для определения зависимости напряжения от крутящего момента в закон Гука вместо θ подставим его значение из ранее полученного выражения:

$$\tau = G\theta\rho = \frac{M_{kp}}{J_p} \rho.$$

Отсюда наибольшее напряжение при кручении (см. рис. 9, б):

$$\tau_{\max} = \frac{M_{kp}}{J_p} r. \quad (31)$$

Величину $\frac{J_p}{r} = W_p$ называют полярным моментом инерции,

тогда

$$\tau_{\max} = \frac{M_{kp}}{W_p}. \quad (32)$$

2.3.4. Содержание практикума по теме «Кручение стержня»

Практическая работа по теме «Кручение стержня» имеет целью проверку знаний студентов о деформации кручения и связанных с этим расчетов деталей конструкций на прочность.

Для ее выполнения студенты должны знать и уметь:

- составить расчетную схему вала, работающего на скручивание под действием внешних нагрузок;
- определить условия работы детали под действием приложенных нагрузок;
- найти опасные сечения и провести расчеты детали на прочность.

Задания для выполнения практической работы по теме «Кручение стержня» помещены в прил. *B*.

Объем каждого задания – 1 лист формата *A4* графических работ и 1-2 страницы расчетно-пояснительного текста.

2.3.5. Порядок выполнения практикума

Выполнение практикума рекомендуется проводить в следующем порядке:

- вычертить схему вала;
- выбрать оси координат, совмещая при этом ось абсцисс с осью вала;
- нагрузить вал известными значениями моментов внешних сил;
- составить уравнение равновесия для внешней нагрузки;
- найти недостающие значения моментов нагрузок;
- разбить вал на участки между сечениями, в которых приложена внешняя нагрузка;
- нанести произвольные сечения на каждом участке и указать их расстояния от начала координат;
- указать границы существования каждого участка;
- составить выражения для скручающих моментов на каждом участке;
- вычислить значения скручающих моментов;
- построить под схемой вала эпюру скручающих моментов в масштабе длины вала.

Если заданы диаметры участков вала, то необходимо:

- вычислить напряжения на поверхности вала;
- построить эпюры напряжений по длине вала;
- проверить прочность наиболее нагруженного участка вала;
- дать заключение о работоспособности опасного участка.

Если диаметры участков вала не заданы, то требуется:

- определить минимальный диаметр гладкого вала по наибольшему скручающему моменту;
- округлить значения диаметра до стандартизованных размеров;

- построить эпюру напряжений;
- вычислить коэффициент запаса прочности для каждого участка.

2.3.6. Пример выполнения практикума по теме «Кручение стержня»

Типовое задание включает:

- эскиз стержня;
- внешние моменты: M_1, M_2, M_3 ;
- направление действия моментов;
- размеры участков l_1, l_2, l_3 ;
- кроме того, задан либо диаметр вала d для одного (всех) участков, либо допускаемые напряжения материала.

Требуется построить эпюры крутящих моментов и напряжений кручения.

Пусть для проведения расчета заданы числовые значения:

- $M_1 = 2,5 \text{ кНм}, M_2 = 7,5 \text{ кНм}, M_3 = 7 \text{ кНм}$;
- диаметр вала $d = 80 \text{ мм}$ по всей длине;
- длины участков вала, определяемые размерами l_1, l_2, l_3 , не заданы, так как не имеют значения для расчетов. Примем их произвольно, с учетом удобства графических построений.

Схема стержня задана на рис. 10.

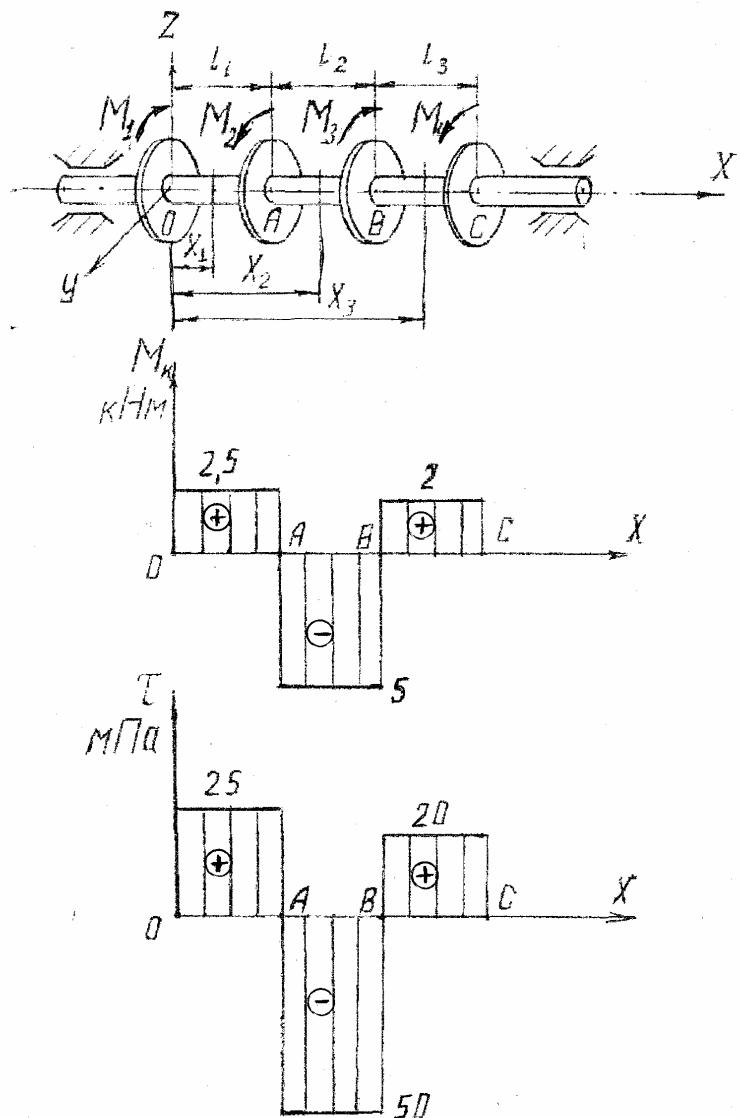


Рис. 10. Расчетная схема и эпюры скручивающих моментов и напряжений

Выполнение работы начнем с определения недостающего момента M_4 .

Для этого вычертим схему вала и выберем систему координат так, чтобы ее начало O совпадало с точкой приложения момента M_1 и ось x была направлена вдоль стержня. Нагружаем вал всеми внешними моментами, включая неизвестные, и составляем уравнение равновесия, принимая моменты положительными, если направление их действия при взгляде со стороны сечения против хода часовой стрелки.

Общее уравнение равновесия имеет вид:

$$\sum m_x = 0.$$

Или для нашего случая, с учетом знаков:

$$-M_1 + M_2 - M_3 + M_4 = 0.$$

Подставим значения известных моментов:

$$-2,5 + 7,5 - 7 + M_4 = 0,$$

Откуда неизвестный момент M_4 :

$$M_4 = 7 + 2,5 - 7,5 = 2 \text{ (кНм)}.$$

Так как M_4 положителен, то направлен против хода часовой стрелки.

Для построения эпюры крутящих моментов и напряжений разбиваем вал на 3 участка: OA , AB , BC , наносим на каждом из них произвольные сечения и указываем их расстояния от начала координат: x_1 , x_2 , x_3 .

Установим границы существования участков.

$$\text{Участок 1: } 0 \leq x_1 \leq l_1.$$

$$\text{Участок 2: } l_1 \leq x_2 \leq l_1 + l_2.$$

$$\text{Участок 3: } l_1 + l_2 \leq x_3 \leq l_1 + l_2 + l_3.$$

Составим выражения для крутящего момента и напряжения для каждого участка и вычислим их.

Знак моментов определяем, смотря на сечение со стороны участков x_1 , x_2 , x_3 .

Участок 1:

Крутящий момент равен сумме моментов по левую сторону от сечения x_1 , или $M_{k1} = \sum m_i = M_1 = 2,5$ (кНм).

Участок 2:

Крутящий момент найдем как сумму внешних моментов по левую сторону от сечения x_2 , то есть: $M_{k2} = M_1 - M_2 = 2,5 - 7,5 = -5$ (кНм).

Участок 3:

Находим крутящий момент и напряжения аналогично:

$$M_{k3} = M_1 - M_2 + M_3 = 2,5 - 7,5 + 5 = 2 \text{ (кНм)},$$

Так как диаметр вала задан, то напряжение на каждом участке будет равно:

$$1. \tau_{k1} = \frac{M_1}{W_p} = \frac{M_1}{0,2d^3} = \frac{2,5 \cdot 10^3}{0,2 \cdot (80 \cdot 10^{-3})^3} = 25,9 \cdot 10^6 \text{ (Па)} \approx 25 \text{ (МПа)};$$

$$2. \tau_{k2} = \frac{M_2}{W_p} = \frac{-5 \cdot 10^3}{0,2 \cdot (80 \cdot 10^{-3})^3} = 50 \cdot 10^6 \text{ (Па)} = -50 \text{ (МПа)};$$

$$3. \tau_{k3} = \frac{M_{k3}}{W_p} = \frac{2 \cdot 10^3}{0,2 \cdot (80 \cdot 10^3)^3} = 20 \cdot 10^6 \text{ (Па)} = 20 \text{ (мПа)}.$$

Если вместо диаметра (диаметров) вала заданы допускаемые напряжения его материала, например, $[\tau] = 60 \text{ мПа}$, то для наиболее нагруженного участка (в нашем случае – второго, имеющего $M_{k2} = 5 \times 10^3 \text{ Нм}$) находим диаметр вала по выражению:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{k2}}{0,2[\tau]}} \geq \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 60 \cdot 10^6}} \geq 0,0754 \text{ м.}$$

Принимаем ближайшее большее стандартное значение $d = 80 \text{ мм}$ и вычисляем напряжения аналогично приведенному выше.

Далее по полученным числовым значениям строим эпюры крутящих моментов и напряжений по всей длине вала.

2.4. Изгиб

Изгибом называется такой вид деформации, когда под действием внешних сил в поперечных сечениях стержня (брюса) возникают изгибающие моменты.

Если изгибающий момент в сечении является единственным силовым фактором, а поперечные и нормальные силы отсутствуют, изгиб называется чистым. Если в поперечных сечениях стержня, наряду с изгибающими моментами, действуют и поперечные силы, изгиб называется поперечным. Возможны случаи, когда в поперечных сечениях стержня одновременно возникают несколько силовых факторов. Такие случаи называют сложным сопротивлением. Расчеты стержней при этом основываются на принципе независимости действия сил.

2.4.1. Опоры и опорные реакции

Для передачи нагрузок стержень (брюс, элемент конструкции) должен быть зафиксирован относительно корпуса (фундамента, плиты и пр.). Фиксирование осуществляют с помощью так называемых опор – устройств (элементов конструкций), воспринимающих внешние силы.

Конструкции опор разнообразны, их схематическое изображение показано на рис. 11.

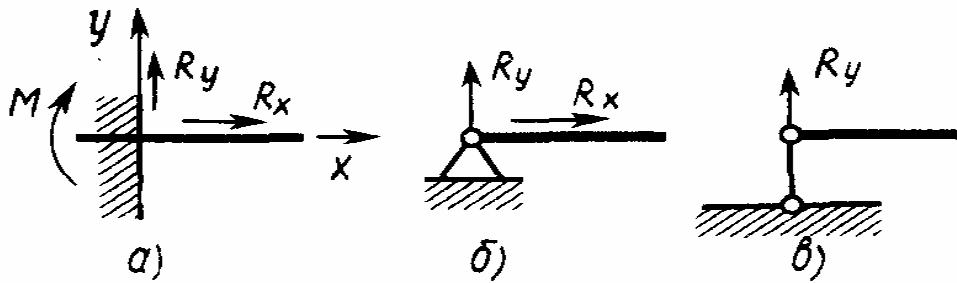


Рис. 11. Опоры стержней

Различают три основных типа опор: жесткое защемление (рис. 11, а), исключающее любые смещения стержня и воспринимающее осевые силы и моментную нагрузку; шарнирно-неподвижные опоры (рис. 11, б), которые допускают лишь угловое смещение (поворот вокруг собственной оси) и поэтому не воспринимают моментные нагрузки; шарнирно-подвижные опоры (рис. 11, в), которые не допускают смещений стержней только в направлении одной из осей и поэтому передают нагрузки лишь в направлении, перпендикулярном этой оси.

Горизонтальный стержень на опорах, испытывающий деформации изгиба, часто называют балкой.

Под действием внешних нагрузок в местах закрепления стержня возникают опорные реакции. Так как деформации, изучаемые в ходе дисциплины «Сопротивление материалов», малы по сравнению с размерами элементов конструкций, то при определении опорных реакций этими деформациями пренебрегают. В статически определимых схемах опорные реакции находят из уравнений статики. При действии на стержень (балку) сил, лежащих в одной плоскости, условия его равновесия будут выполнены, если суммы проекций на оси x и y (ось y перпендикулярна оси стержня) всех сил, приложенных к стержню, вместе с реакциями опор равны нулю, а также равна нулю сумма моментов всех сил относительно любой точки C плоскости:

$$\begin{aligned}\Sigma_x &= 0, \\ \Sigma_y &= 0, \\ \Sigma m_c &= 0.\end{aligned}\tag{33}$$

Если нагрузка перпендикулярна оси стержня, то $\Sigma_x = 0$, и для определения опорных реакций остаются лишь два уравнения статики:

$$\begin{aligned}\Sigma_y &= 0, \\ \Sigma m_A &= 0.\end{aligned}\quad (34)$$

Анализ внутренних сил начинается с определения опорных реакций, т. е. освобождения стержня от связей с другими элементами конструкций (опорами и др.).

2.4.2. Внутренние силовые факторы

Рассмотрим стержень (балку) на двух опорах (рис. 12), нагруженный двумя силами F . Расчетная схема (рис. 12, *a*) такой балки соответствует, например, подвеске робота, электротельфера на рельсе и другим конструкциям.

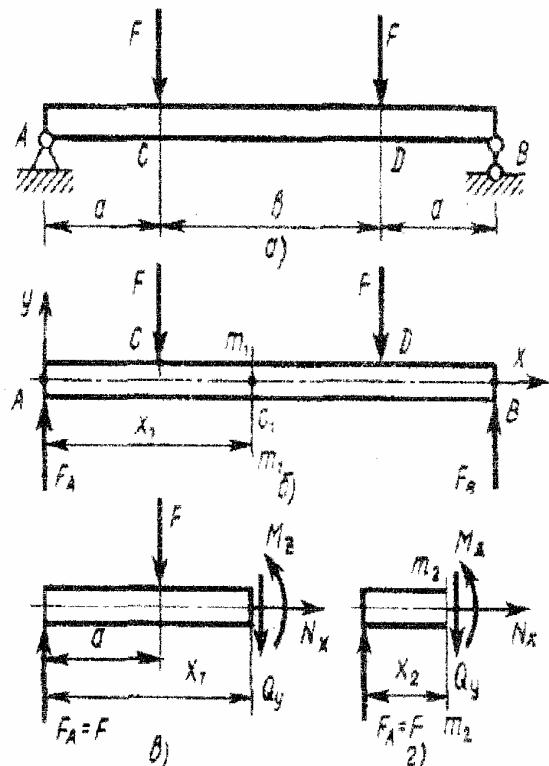


Рис. 12. Внутренние силовые факторы при изгибе балки:
а – схема балки, *б* – схема нагружения балки, *в* – внутренние силовые факторы в сечениях на среднем участке; *г* – на крайнем участке

Пренебрегая силами тяжести масс стержня, из условия равновесия найдем опорные реакции F_A, F_B . Под действием внешних сил

и опорных реакций стержень (рис. 12, *б*) будет находиться в равновесии.

Для определения внутренних силовых факторов (рис. 12, *в*) в каком-либо сечении m_1-m_1 участка CD стержня мысленно разрежем его на две части и рассмотрим равновесие одной из них, например,

левой (рис. 12, *в*). Для того чтобы эта часть находилась в равновесии, приложим в точке C_1 пока неизвестные внутренние силовые факторы: нормальную силу $N(x_i)$, перерезывающую силу $Q_y(x_i)$, изгибающий момент $M_z(x_i)$.

В соответствии с характером деформаций стержня, примем следующие правила знаков: положительный изгибающий момент изгибает горизонтально расположенный стержень (балку) выпуклостью вниз (рис. 13, *а*), а отрицательный изгибающий момент – выпуклостью вверх (рис. 13, *б*). Положительная поперечная сила стремится сместить (сдвинуть) левое сечение вверх относительно правого или правое сечение вниз относительно левого (рис. 13, *а*). Отрицательная поперечная сила имеет противоположное направление (рис. 13, *б*).

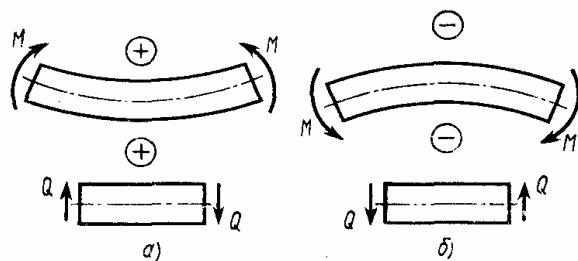


Рис. 13. Правила знаков при изгибе

Возвращаясь к равновесию отсеченной части балки, составим уравнения статики:

$$\begin{aligned}\Sigma Y &= 0, \quad F_A - F - Q_y(x) = 0, \\ \Sigma m_c &= 0, \quad F_A x_1 - F(x - a) - M_z(x_1) = 0.\end{aligned}$$

Учитывая, что $F_A = F$, из этих уравнений найдем:

$$Q_y(x_1) = 0; M_z(x_1) = Fa.$$

Таким образом, поперечная сила в сечении стержня равна сумме проекции на ось у всех внешних сил, действующих на мысленно отсеченную часть, т. е.

$$Q_y(x) = \Sigma F_y^{(n)}. \quad (35)$$

Изгибающий момент в сечении стержня равен сумме моментов внешних сил, действующих на отсеченную часть, взятых относительно центра тяжести рассматриваемого сечения, т. е.

$$M_z(x) = m_c^{(n)}. \quad (36)$$

Верхний индекс «л» в уравнениях указывает на левую часть стержня.

В рассмотренном примере поперечная сила равна нулю, следовательно, стержень на участке CD будет находиться в состоянии чистого изгиба. Несложно убедиться, что такой же результат будет получен из рассмотрения равновесия правой части стержня.

На крайнем участке (см. рис. 12, g) поперечная сила не равна нулю, следовательно, здесь стержень будет нагружен поперечным изгибом.

2.4.3. Построение эпюр

Для оценки прочностной надежности стержня следует установить сечения, в которых внутренние силовые факторы имеют максимальные значения. Анализ внутренних силовых факторов будет наглядным при наличии эпюр – графиков изменения поперечных сил и изгибающих моментов вдоль центральной оси стержня. Построение эпюр обычно начинают с определения опорных реакций. Затем стержень разбивают на участки с однородной внешней нагрузкой. Далее рассматривают произвольное сечение в пределах данного участка

и составляют общие выражения для поперечной силы и изгибающего момента в этом сечении. Давая аргументу x произвольные значения в пределах того же участка, находят ординаты эпюр.

В качестве примера рассмотрим двухпорный стержень, нагруженный сосредоточенной силой F (рис. 14, a).

Из уравнения равновесия $\Sigma m_A = F_b l - Fa = 0$ находим реакцию в правой опоре:

$$F_B = Fa/l.$$

Из второго уравнения равновесия $\Sigma Y = F_A - F + F_B = 0$ находим реакцию в левой опоре:

$$F_A = F_B/l.$$

Рассматриваемый стержень содержит два участка (AC и CD) с однородной нагрузкой. Составим (с учетом принятого правила знаков) уравнения для первого участка:

$$Q_y(x_i) = \Sigma F_i^{(\cap)} = F_A,$$

$$M_z(x_i) = \Sigma m_c^{(\cap)} = F_A x_1 = F_b x_1 / l.$$

Из этих уравнений видно (рис. 14, б), что перерезывающая сила на участке AC положительна и не зависит от значения абсциссы, т. е. постоянна. Изгибающий момент (рис. 14, в) линейно зависит от абсциссы x сечения:

при $x_1 = 0$ момент $M(0) = 0$, при $x_1 = a$ момент $M(a) = F_A b / l$.

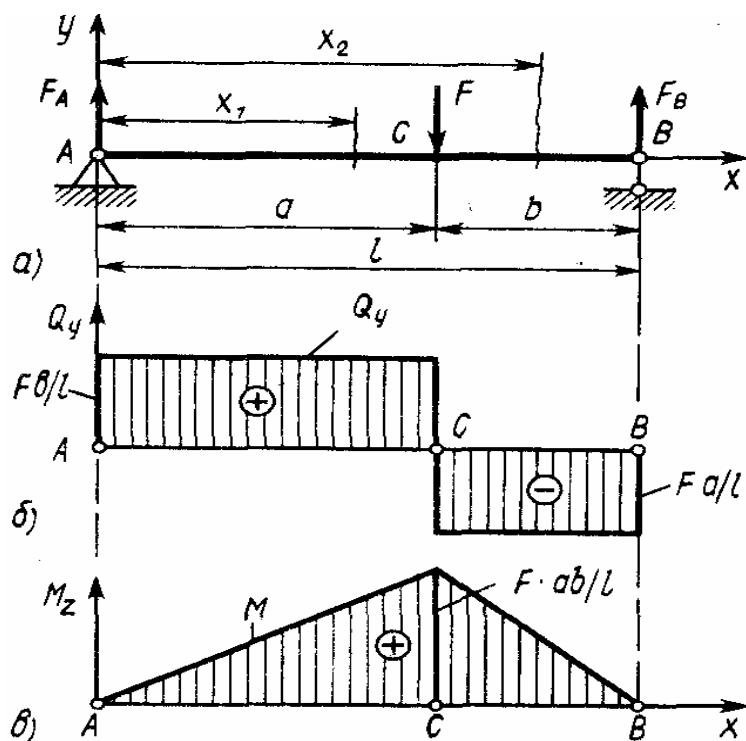


Рис. 14. Двухпорочный стержень:
а – схема нагружения стержня; б – эпюры поперечных сил;
в – эпюры изгибающих моментов

На втором участке CB ($a \leq x_2 \leq l$) уравнения примут вид:

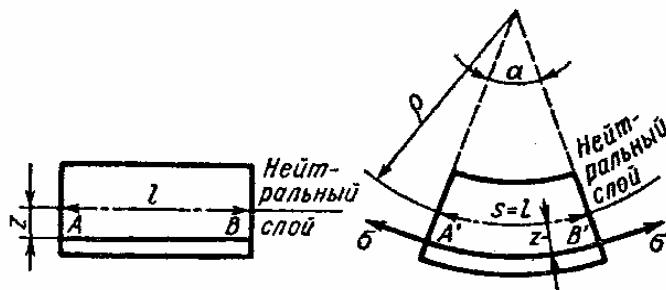
$$Q_y(x_2) = F_A - F = -\frac{a}{l}F,$$

$$M_z(x_2) = F_A x_2 - F(x_2 - a) = F_b \frac{x_2}{l} - F(x_2 - a).$$

Поперечная сила на этом участке отрицательная и не зависит от абсциссы сечения. Изгибающий момент изменяется линейно: при $x_2 = a$ момент $M(a) = Fab/l$ и при $x_2 = l$ момент $M(l) = 0$.

2.4.4. Нормальные напряжения

Рассмотрим чистый изгиб, когда $Q_x = 0$, а $M_x = \text{const}$. Чистый прямой изгиб характеризуется тем, что на выпуклой стороне волокна растягиваются, а на вогнутой – сжимаются. Переход от растяжения к сжатию происходит непрерывно и вследствие этого должен существовать нейтральный слой, длина которого не меняется. На рис. 15 он показан штрихпунктирной линией. Этот слой при чистом изгибе образует цилиндрическую поверхность. Образующие этой поверхности, лежащие в поперечных сечениях, называют



нейтральными линиями.

Рис. 15. Геометрическая картина деформации при чистом изгибе

Стержень можно рассматривать как совокупность растянутых и сжатых элементарных стержней, которые свободно укорачиваются и удлиняются, не оказывая давления друг на друга. Нормальные напряжения по ширине сечения примем, согласно схеме деформации, постоянными.

С целью вывода формулы для определения нормальных напряжений рассмотрим стержень длиной l до и после чистого изгиба (рис. 15).

Статическую часть задачи рассмотрим применительно к рис. 14. Запишем условия равновесия между внешней нагрузкой M_y и распределенными внутренними силами:

$$\begin{array}{ll} a) \sum F_x = 0; & e) \sum M_x = 0; \\ b) \sum F_y = 0; & d) \sum M_y = 0; \\ c) \sum F_z = 0; & f) \sum M_z = 0. \end{array} \quad (37)$$

Просуммируем распределенные по всему сечению A внутренние силы.

Условие $a)$ имеет вид:

$$\int_A \sigma dA = 0.$$

Условия б), в) и г) удовлетворяются тождественно.

Условие е) принимает вид:

$$\int_A \sigma y dA = 0.$$

Условие д) приводится к виду:

$$\int_A \sigma z dA = M_y.$$

Отсюда вытекает, что стержень испытывает нагрузки, соответствующие прямому поперечному изгибу (рис. 16).

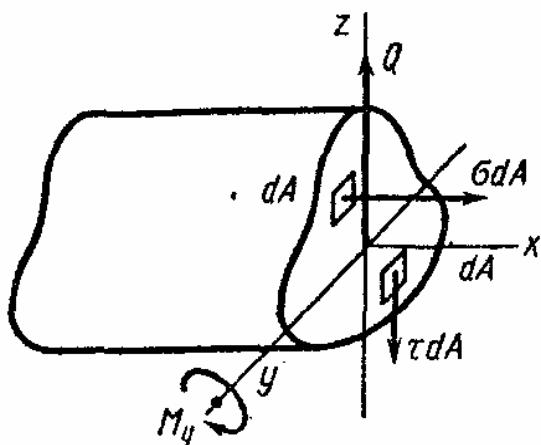


Рис. 16. Связь напряжений и внутренних силовых факторов при плоском прямом изгибе

Обратимся к геометрической стороне задачи (рис. 15). Относительное удлинение слоя AB , удаленного на расстояние z от нейтрального слоя, равно

$$\varepsilon = \frac{AB - AB}{AB} = \frac{(\rho + z)\alpha - \rho\alpha}{\rho\alpha} = \frac{z}{\rho}.$$

Это выражение является аналитической записью гипотезы плоских сечений. Деформация некоторого слоя линейно зависит от его координаты z , отсчитываемой от нейтрального слоя.

Используя закон Гука, записываем:

$$\sigma = \varepsilon E = \frac{z}{\rho} E. \quad (38)$$

Отношение $\frac{E}{\rho}$ является постоянным для конкретных материалов и случая изгиба. Поэтому напряжения также являются линейной функцией координаты z .

Для нахождения величины σ нужно знать положение нейтрального слоя или радиус кривизны ρ . Рассмотрим уравнения равновесия $a), d), e)$ из системы (37).

Из уравнения $a)$ системы находим:

$$\frac{E}{\rho} \int_A z dA = 0.$$

Так как $\frac{E}{\rho} \neq 0$, то:

$$\int_A z dA = 0. \quad (39)$$

Интеграл данного вида есть статический момент площади поперечного сечения относительно нейтральной оси y . Если он равен нулю, то нейтральная линия проходит через центр тяжести поперечного сечения. Нейтральная ось является, таким образом, центральной осью.

Из уравнения $e)$ системы получаем:

$$\frac{E}{\rho} \int_A yz dA = 0.$$

Отсюда:

$$\int_A yz dA = 0. \quad (40)$$

Интеграл данного вида называется центробежным моментом инерции площади A . Если он равен нулю, то оси y и z являются главными центральными осями инерции сечения.

Из уравнения $d)$ устанавливаем, что

$$\frac{E}{\rho} \int_A z^2 dA = M_y.$$

Здесь $\int_A z^2 dA = J_y$ является осевым моментом инерции,

следовательно:

$$\frac{E}{\rho} = \frac{M_y}{J_y}. \quad (41)$$

Подставляя выражение относительной деформации в закон Гука и далее в последнюю зависимость, получаем расчетную формулу для нормальных напряжений:

$$\sigma = \frac{M_y}{J_y} z. \quad (42)$$

Максимальные нормальные напряжения:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_y}{J_y} z_{\max} = \frac{M_y}{W_y}, \quad (43)$$

где $W_y = J_y / z_{\max}$ – осевой момент сопротивления поперечного сечения стержня.

Как отмечалось, при чистом изгибе по одну сторону от нейтрального слоя происходит простое растяжение, по другую – сжатие.

Распределение напряжений по высоте сечения показано на рис. 17.

Условие прочности можно записать в виде:

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{M_y}{W_y} \right|_{\max} \leq [\sigma]. \quad (44)$$

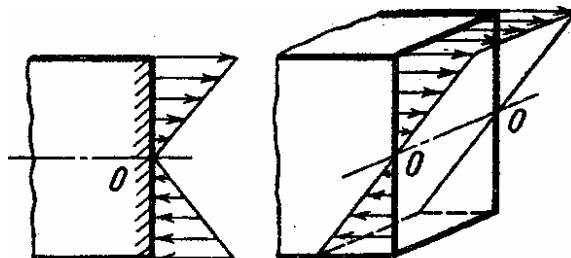


Рис. 17. Распределение деформаций ε и нормальных напряжений σ при чистом изгибе

2.4.5. Перемещения при изгибе

Рассматривая схему перемещений при изгибе (см. рис. 4, 2), легко заметить, что в этом случае имеют место деформации двух видов: линейные Δy и угловые θ .

Полагаем, что в первом приближении на каждом участке стержня при прямом плоском изгибе искривление продольной оси близко по форме к окружности, имеющей радиус ρ (рис. 18).

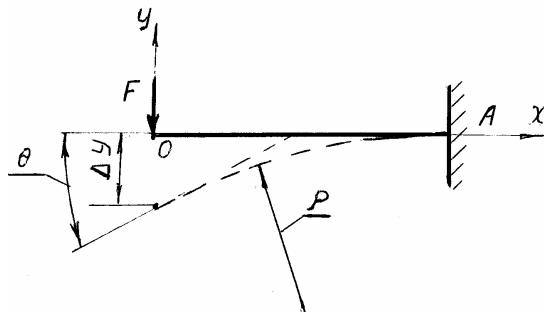


Рис. 18. Деформации стержня при изгибе

Тогда из уравнения (41) вытекает:

$$\frac{E}{\rho} = \frac{M_y}{J} \quad (45)$$

или

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{JE}, \quad (46)$$

где индекс x указывает на изменение изгибающего момента вдоль оси ox .

В математике [6] известна зависимость:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}, \quad (47)$$

где x и y – абсцисса и ордината точек кривой на рассматриваемом участке.

Очевидно, что ордината y есть прогиб стержня.

В пределах упругости первая производная – величина второго порядка малости, поэтому ею можно пренебречь. Тогда:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ}. \quad (48)$$

Эта зависимость является дифференциальным уравнением изогнутой оси стержня.

Интегрируя по всей длине стержня, найдем деформации: угловую:

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{EJ} \int M_x dx + C \quad (49)$$

и линейную (прогиб):

$$y = \frac{1}{EJ} \int \left(\int M_x dx + C \right) dx + D. \quad (50)$$

Постоянные интегрирования C и D находятся из граничных условий, например, в точках опор стержня.

Для примера рассмотрим определение прогибов и углов поворота продольной оси стержня (см. рис. 18). Пусть стержень изготовлен из материала с модулем упругости E и имеет длину l , а правым концом жестко заделан в опору в точке A .

Выберем начало системы координат XOY в левом конце O . Тогда изгибающий момент выразится как

$$M_b = -Fx.$$

Проведем интегрирование выражения для определения угловой и линейной деформаций:

$$\theta = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{EJ} \left(-\frac{Fx^2}{2} + C \right), \quad (51)$$

$$y = \frac{1}{EJ} \left(-\frac{Fx^3}{6} + Cx + D \right). \quad (52)$$

Границные условия при $x = l$ в точке A будут:

$$y = 0 \text{ и } \theta = 0.$$

Подставив эти значения в выражения (51) и (52), получим:

$$C = \frac{Fl^2}{2};$$

$$D = -\frac{Fl^3}{3}.$$

Окончательно: при $x = l$

$$\theta = \frac{Fl^2}{2EJ}; \quad (53)$$

$$y = -\frac{Fl^3}{3EJ}. \quad (54)$$

2.4.6. Касательные напряжения при поперечном изгибе

Как показывает опыт, гипотеза плоских сечений выполняется с точностью, достаточной для практических расчетов, если длина стержня на порядок и более превышает другие его размеры.

Пусть, в общем виде на стержень (рис. 19), заделанный в опору правым концом, действует распределенная нагрузка q .

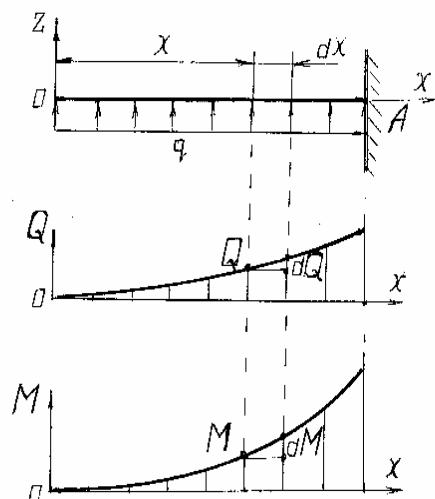


Рис. 19. Схема нагрузок, действующих на стержень и его часть

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, а затем выделим на стержне и в соответствующих местах на эпюрах двумя бесконечно близкими сечениями x и $x+dx$ от начала системы координат xOz некоторую его часть. Из построений видно, что в сечении x будут действовать поперечная сила Q и изгибающий момент M , а в сечении $x+dx$ их величина изменится на некоторое приращение и будет соответственно $Q+dQ$ и $M+dM$.

Напряжения на гранях выделенного элемента определяются, как: на левой грани

$$\sigma_{\text{л}} = \frac{Mz}{J}; \quad (55)$$

на правой грани

$$\sigma_n = \frac{(M + dM)z}{J} = \sigma_{\text{л}} + \frac{dM}{J} = \sigma + d\sigma. \quad (56)$$

Эпюры напряжений представлены на рис. 20. Выделим из отсеченной части стержня на расстоянии z от нейтральной оси некоторый элемент, изображенный сплошной жирной линией.

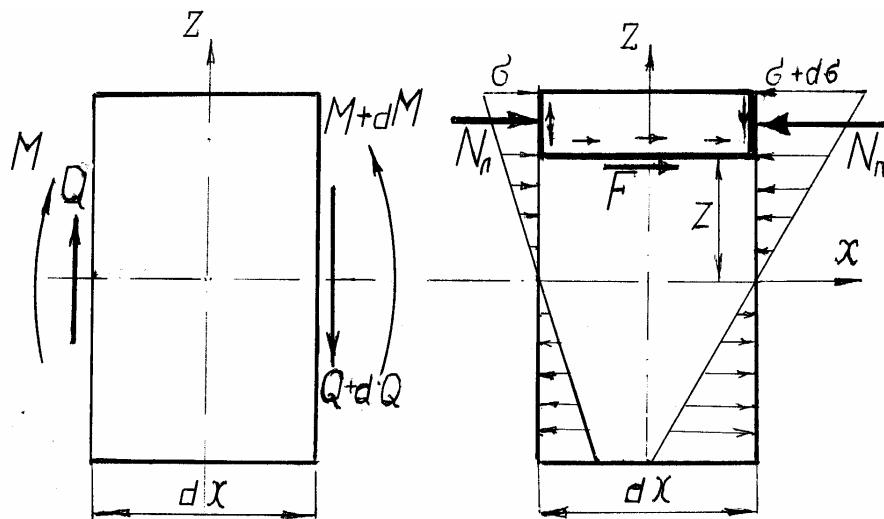


Рис. 20. Часть стержня, силы, действующие на его элемент, и напряжения на его гранях

Очевидно:

$$N_l \neq N_n.$$

Тогда условие равновесия для выделенного элемента выразится как

$$N_l + F - N_n = 0, \quad (57)$$

где F – сила, действующая на грань, параллельную продольной оси стержня.

Так как

$$N_l = \int_{A_0} \sigma dA,$$

$$N_n = \int_{A_0} (\sigma + d\sigma) dA,$$

то сила F , расположенная в плоскости грани элемента, параллельной продольной оси стержня, будет равна:

$$F = N_n - N_z = \int_{A_o} \frac{(M + dM)z}{J} dA - \int_{A_o} \frac{Mz}{J} dA = \frac{dM}{J} \int_{A_o} zdA, \quad (58)$$

где A_o – поперечное сечение отсеченного элемента.

Величина $S_o = \int_A zdA$ представляет статический момент отсеченной части сечения относительно нейтральной оси стержня.

Принимая, что сила F равномерно распределена по площади грани элемента, имеем:

$$F = \tau b dx, \quad (59)$$

где b – ширина стержня.

Поэтому

$$\tau = \frac{dMS_o}{Jb dx}. \quad (60)$$

Так как $\frac{dM}{dx} = Q$, то

$$\tau = \frac{QS_o}{Jb}. \quad (61)$$

Учитывая, что в любом сечении стержня поперечная сила Q и осевой момент инерции J – постоянные величины, закон распределения напряжений по высоте этого сечения определяется отношением $\frac{S_o}{b}$, то есть его геометрическими размерами. Кроме того,

по закону парности касательных напряжений, в сечениях x и $x+dx$ будут действовать напряжения, направленные перпендикулярно оси OX и численно равные τ . В частности, для прямоугольного сечения стержня (рис. 21, а):

$$J = \frac{bh^3}{12}, \quad (62)$$

$$A_o = b\left(\frac{h}{2} - z\right),$$

$$S_o = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right).$$

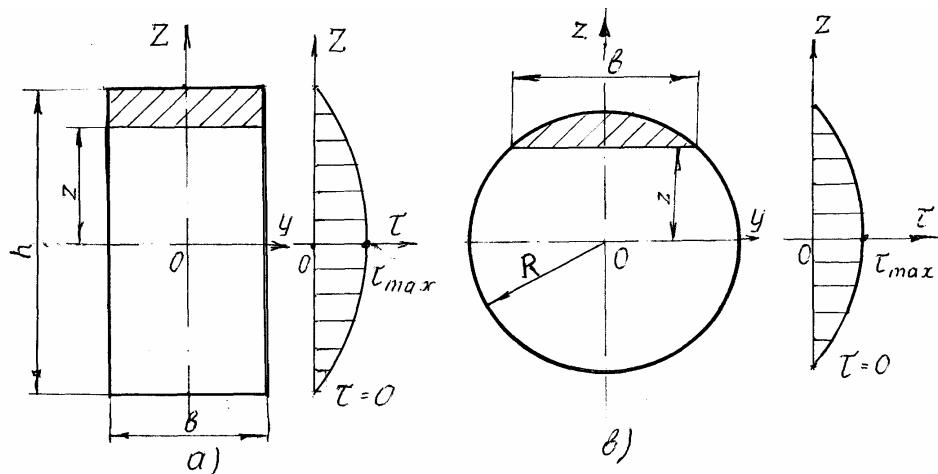


Рис. 21. Распределение касательных напряжений в сечениях:
а – прямоугольном; в – круглом

Подставив эти зависимости в формулу касательных напряжений, имеем распределение их по высоте:

$$\tau_n = \frac{6Q}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right).$$

Анализируя полученную зависимость, отметим, что максимум напряжения имеет место при $z = 0$, то есть на продольной оси стержня, и будет равен:

$$\tau_{n \max} = \frac{3}{2} \frac{Q}{bh}. \quad (63)$$

Если сечение имеет форму круга (см. рис. 21, в), то соответственно:

$$J = \frac{\pi R^4}{4},$$

$$S_o = \frac{2}{3} (R^2 - z^2),$$

$$b = \sqrt{R^2 - z^2}.$$

Поэтому для сечения в виде круга касательные напряжения находятся как

$$\tau_k = \frac{4Q}{3\pi R^4} (R^2 - z^2). \quad (64)$$

Максимум напряжений будет при $z = 0$, то есть на оси стержня, и равен

$$\tau_{k \max} = \frac{4Q}{3\pi R^2}. \quad (65)$$

Швеллеры гнутые равнополочные можно приближенно представить в виде прямоугольного корытообразного профиля (рис. 22).

Применяя формулу для прямоугольного сечения дважды, имеем:

$$\tau = \frac{6Q \left(bh + \frac{h^2}{4} - z^2 \right)}{h^2 \delta(h + 6b)}. \quad (66)$$

Максимальное значение напряжений будет на оси вертикальной полки при $z = 0$:

$$\tau_{\text{ш max}} = \frac{3Q(h + 4b)}{2h\delta(h + 6b)}. \quad (67)$$

В месте сопряжения вертикальной и горизонтальной полок касательные напряжения равны друг другу и имеют величину:

$$\tau_b = \frac{6Qb}{h\delta(h - 6b)}. \quad (68)$$

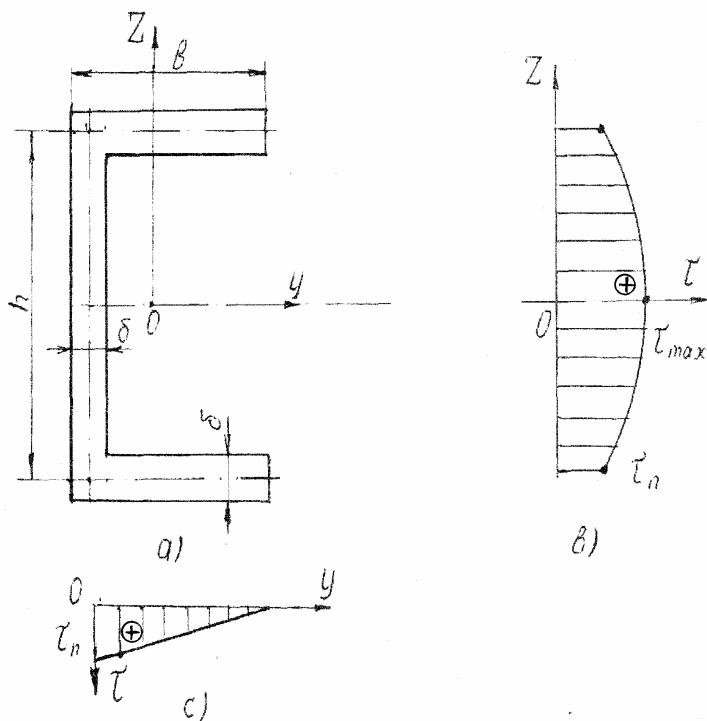


Рис. 22. Распределение касательных напряжений в сечении равнополочного гнутого швеллера:
 а – схема швеллера; в – распределение касательных напряжений в полках: вертикальной; с – горизонтальной

2.4.7. Содержание практикума по теме «Изгиб прямого стержня»

Выполнение работы по теме «Изгиб стержня» имеет целью закрепление знаний о деформации изгиба и предусматривает:

- построение схем стержней и балок, нагруженных внешними силами (моментами сил), которые приводят к искривлению их оси;
- определение реакций опор или заделок, возникающих под действием внешних сил;
- определение внутренних силовых факторов в любом сечении балки от действия внешних нагрузок;
- выявление опасных сечений в стержне;
- подбор из ассортимента стандартных изделий сечений стержней, обеспечивающих безопасную эксплуатацию детали;
- выявление для конкретного случая эксплуатации экономически целесообразных изделий.

Задания для выполнения расчетно-графической работы по теме «Изгиб стержня» помещены в прил. Б.

Объем задания – 1 лист формата А4 графических работ и 1-2 страницы расчетно-пояснительного текста.

2.4.8. Порядок выполнения работы

При проведении расчетов и графических построений рекомендуется придерживаться следующих правил:

- вычертить схему балки в некотором масштабе;
- выбрать систему координат, при этом начало системы удобно совместить с одной из опор, что при решении в дальнейшем системы уравнений приводит к их значительному упрощению;
- заменить неизвестными реакциями действие опор на балку. При этом неподвижная опора вносит две составляющие: первая – по оси x , вторая – по оси y , а подвижная – по нормали к возможному перемещению;
- составить уравнения равновесия балки и определить неизвестные реакции;
- для построения в дальнейшем эпюор нагрузок вычертить заново схему балки, разместив начало её системы координат в начале или конце схемы. Если начало балки совпадает с опорой, эту операцию можно не выполнять;
- разбить балку на участки 1, 2, 3... некоторой протяженности так, чтобы на каждом из них количество силовых факторов не изменялось. На каждом участке нанести сечения на расстоянии x_1, x_2, x_3, \dots от начала координат. Определить границы изменения переменных x_1, x_2, \dots на каждом из них;
- составить выражения поперечных сил Q и изгибающих моментов M_u на каждом участке;
- вычислить значения поперечных сил и изгибающих моментов в начале и конце каждого участка, нанести на чертеж строго под схемой полученные точки и соединить их прямыми линиями. Если силовые факторы включают распределенную нагрузку, то эпюра изгибающих моментов на этом участке представляет собой квадратичную зависимость. Ее экстремум будет при поперечной силе Q , равной нулю. Для определения экстремума следует прежде всего найти соответствующие значения аргумента x , а лишь затем вычислить экстремум M_u и нанести его значение на чертеж;

- во избежание возможных ошибок вычисления удобно производить в виде таблицы со столбцами, соответствующими каждому из участков;
- исследовать полученные эпюры и определить числовое значение наиболее нагруженных точек;
- выбрать для заданного материала допускаемые напряжения и подобрать один из профилей проката по соответствующим стандартам.

2.4.9. Пример выполнения работы

Типовое задание включает:

- эскиз балки;
- длины участков a, l, b соответственно;
- силы F_1 и F_2 ;
- тип опор балки.

Требуется построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x , а также определить опасные точки и подобрать сечение из стандартного профиля, удовлетворяющего условию прочности.

Числовые значения для проведения расчетов:

- эскиз балки (рис. 23);
- типы опор: A – неподвижная, B – подвижная;
- величины: $F_1 = 1 \text{ кН}$, $F_2 = 2 \text{ кН}$;
- размеры: $a = 1 \text{ м}$, $b = 0,5 \text{ м}$, $l = 2 \text{ м}$.

Выполнение работы начинается с определения реакций опор (рис. 23).

Выберем систему координат с началом в точке A . Отбросим опоры A и B и заменим их действие реакциями R_{Ax}, R_{Ay}, R_B . Составим уравнения равновесия и решим их.

$$\Sigma X = 0 \quad -R_{Ax} + F_1 = 0, \quad (a)$$

$$\Sigma Y = 0 \quad -F_1 + R_{Ay} + R_B - F_2 = 0, \quad (b)$$

$$\Sigma m_A = 0 \quad F_1 \alpha - F_1 \frac{a}{2} + R_B l - F_2 (l + b) = 0. \quad (c)$$

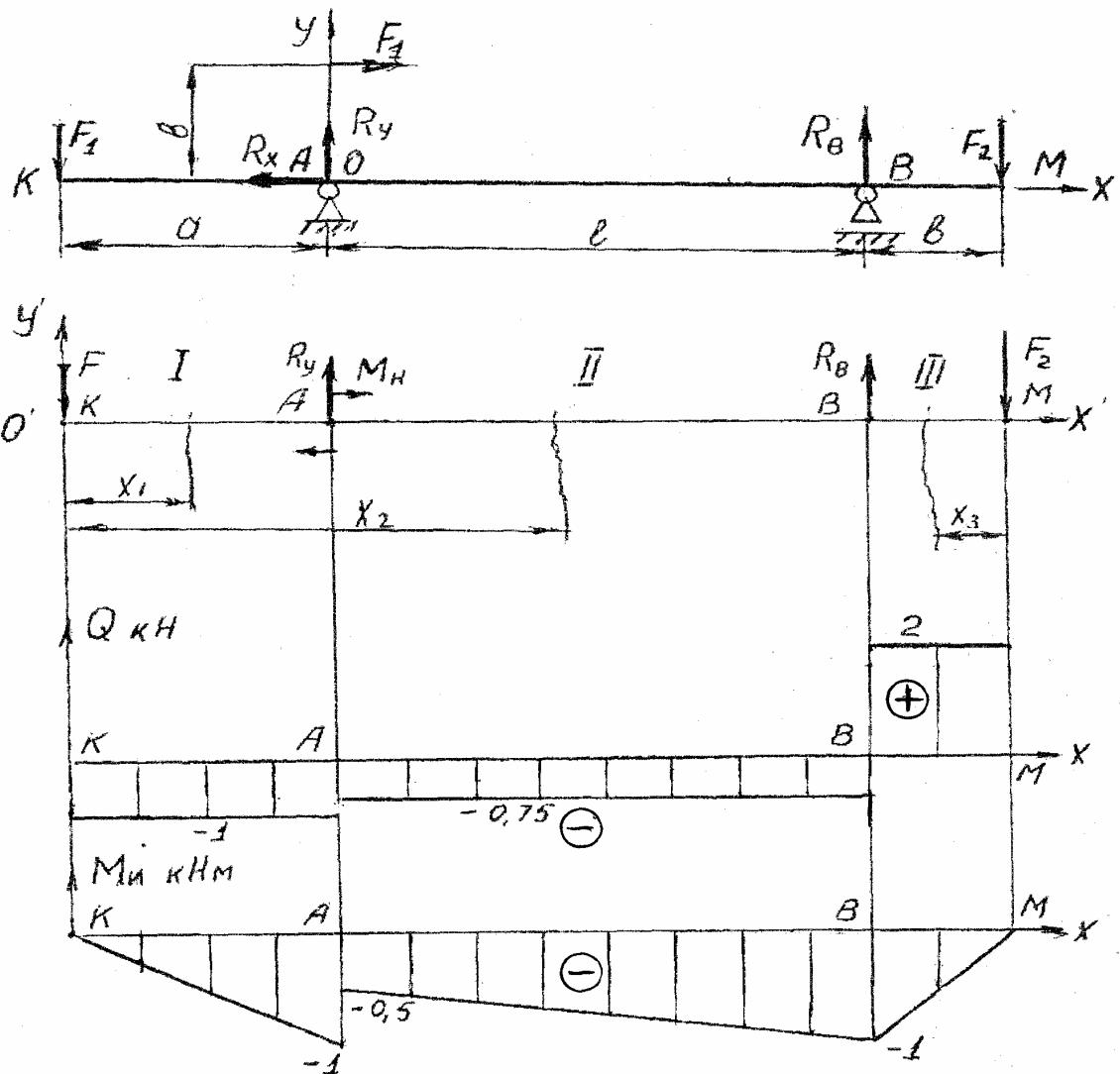


Рис. 23. Расчетная схема и эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

Из (а) $R_{AX} = F_1 = 1 \text{ (кН).}$

Из (в) $R_B = \frac{F_1 \frac{a}{2} + F_2(l+b) - F_1 a}{l} = \frac{\frac{1}{2} + 2 \cdot (2+0,5) - 1 \cdot 1}{2} = 2,25 \text{ (кН).}$

Из (б) $R_{AY} = F_1 + F_2 - R_B = 1 + 2 - 2,25 = 0,75 \text{ (кН).}$

Для построения эпюр нагрузок заново вычерчиваем схему балки, нанося вместо опор их реакции. При этом начало координат удобнее разместить в точке K . Разбиваем балку на участки 1, 2, 3, на каждый из которых наносим произвольное сечение волнистой линией на расстоянии x_1 и x_2 от начала координат и x_3 от конца балки, т.е. точки M . Составляем выражения для поперечных сил и изгибающих моментов для каждого из участков с учетом правила знаков.

Участок 1:

$$0 \leq X_{1 \leq} \leq 1;$$

$$Q_Y = F_I;$$

$$M_{u1} = -F_I x_I.$$

Участок 2:

$$1 \leq X_2 \leq 3;$$

$$Q_{Y2} = -F_I + R_{AY};$$

$$M_{u2} = -F_I x_2 + R_A(x_2 - \alpha).$$

Участок 3:

$$0 \leq X_3 \leq 0,5;$$

$$Q_3 = F_2;$$

$$M_{u3} = -F_2 x_3.$$

Вычисляем значения Q_i и M_{ui} в начале и конце каждого участка и сводим их в табл. № 1.

По полученным данным строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, располагая их строго под схемой.

Анализируя эпюры изгибающих моментов, находим, что опасными точками являются точки A и B , где $M_{u \max} = 1$ кНм.

Таблица 1

Значения поперечных сил и изгибающих моментов

Параметр	Участок 1		Участок 2		Участок 3	
	$X_I = 0$	$X_I = 1$	$X_2 = 1$	$X_2 = 3$	$X_3 = 0$	$X_3 = 0,5$
Поперечная сила Q , кН	-1	- 1	0,25	0,25	2	2
Изгибающий момент M_u кНм	0	- 1	- 0,5	- 0,5	0	- 1

В табл. 1 и на рис. 23 знаки «+» и «-» указывают направление действия внутренних сил и моментов в соответствии с правилом (рис. 13).

Прокатный профиль изготавливается из конструкционных углеродистых сталей, имеющих $[\sigma] = 140$ МПа из [2] (т. 1, табл. 10, стр. 165).

Момент сопротивления изгибу профиля должен быть:

$$W_u \geq \frac{M_{i\max}}{[\sigma]} \geq \frac{1 \cdot 1000}{140 \cdot 10^6} = 7,15 \cdot 10^{-6} (M^3) = 7,15 (\text{см}^3).$$

Принимаем швеллер № 5 [4], стр. 145.

Краткая характеристика швеллера: $h = 50$ мм; $b = 32$ мм;
 $W_x = 9,1 \text{ см}^3$; масса 4,84 кг.

3. ДОПУСКАЕМЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕЧЕНИЙ

3.1. Определение допускаемых напряжений для стальных деталей

3.1.1. Общие сведения

При расчетах прочности стержней, составляющих основное число конструктивных элементов машин, необходимо знать механические свойства материалов. Свойства материалов выявляются при испытаниях образцов на растяжение или сжатие под нагрузкой. Форма и размеры образца, а также метод проведения испытаний должны соответствовать ГОСТ I49I-6I.

Стандартным является цилиндрический образец (рис. 24) диаметром d , рабочей длиной расчетной шлифованной части $l = 10 d$. Рабочая часть образцов имеет постоянное поперечное сечение.

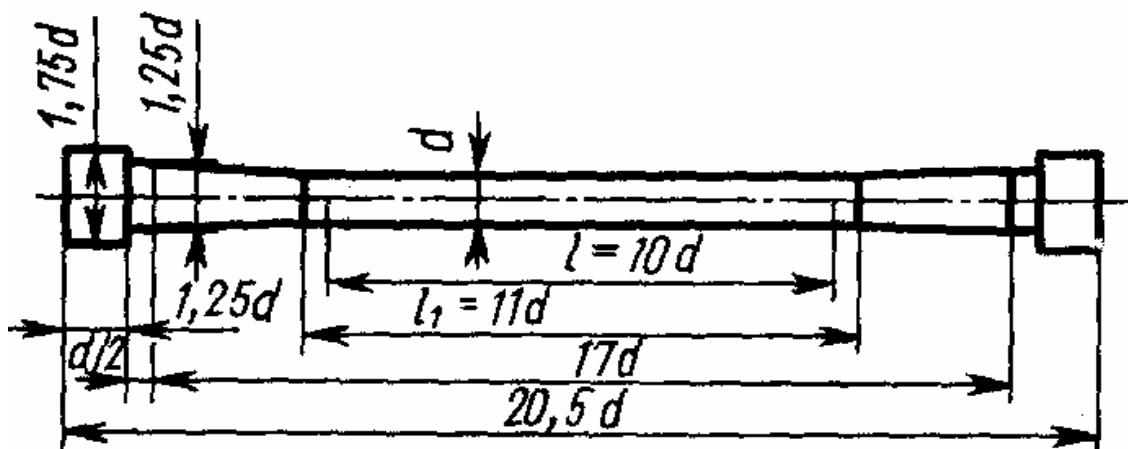


РИС. 24. Эскиз испытуемого образца

На концах образцов имеются утолщенные части – головки образцов, которые служат для закрепления в захватах испытательной машины и передачи осевой силы, создаваемой машиной, на рабочую часть образца l_o . Головки выполняются диаметром $1,75 d$ и длиной $1,2 d$, причем между головкой и стержнем для уменьшения местной

концентрации напряжений имеется переходная часть конусностью 10 %.

В поперечном сечении расчетной длины действует равномерно распределенное напряжение:

$$\sigma = \frac{P}{A} ,$$

где P – действующее продольное усилие (Н);

A – площадь поперечного сечения (м^2).

В стандартных образцах, изготовленных заводом-изготовителем для испытания материалов, размер диаметра цилиндрической части $d = 10$ мм.

3.1.2. Оборудование для испытаний и проведения эксперимента

Испытание проводится на универсальной гидравлической двухпоршневой машине УГ 20/2 (рис. 25).

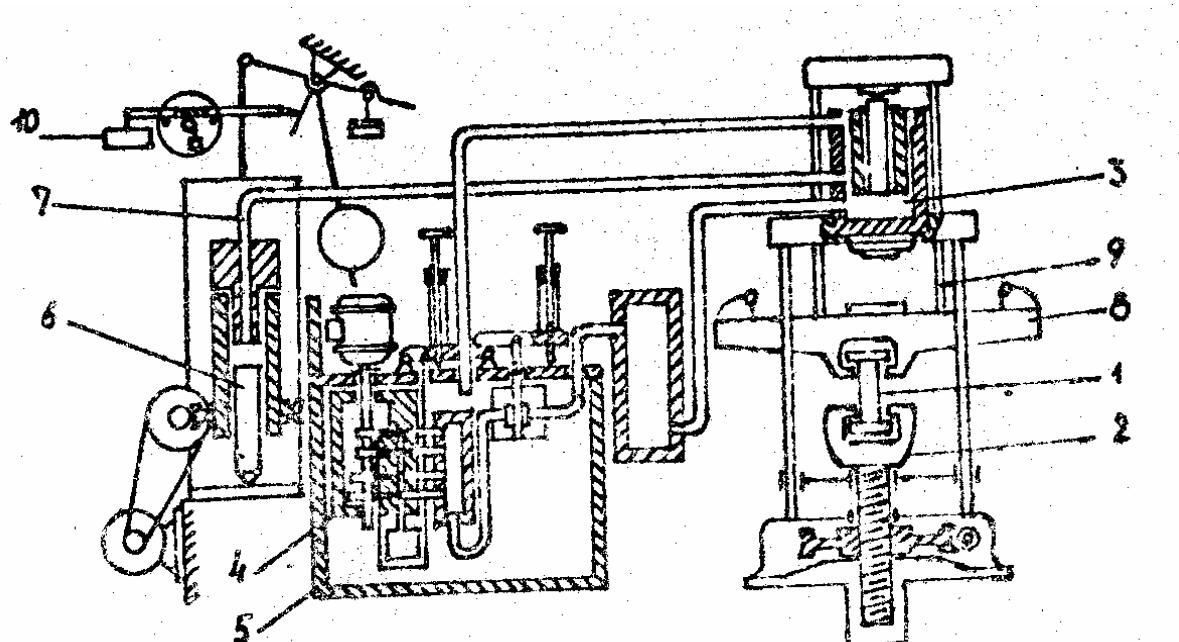


Рис. 25. Схема испытательной машины

Образец 1 устанавливается в захватах 2. Осевое растяжение образца производится силой, получаемой путем подачи под давлением масла в полость масляного цилиндра 3 при помощи насоса 4. Масло подается от насосного агрегата 5 к цилиндру пресса 3 и к силоизмерительной колонке 6 по трубопроводам 7.

Нижняя траверса 8 через тяги 9 поднимается вверх. Усилие, передаваемое на испытываемый образец, определяется с помощью силоизмерительного механизма. Машина УГ 20/2 имеет приспособление 10 для автоматической записи диаграммы растяжения, что дает возможность сразу после испытаний подучить вычерченную в масштабе кривую $P - \Delta l$ или после пересчета — $\Delta l - \sigma$.

3.1.3 Диаграмма растяжения образца

Диаграмма растяжения образца из малоуглеродистой стали показана на рис. 26, где обозначены характерные точки и указаны соответствующие им величины нагрузок.

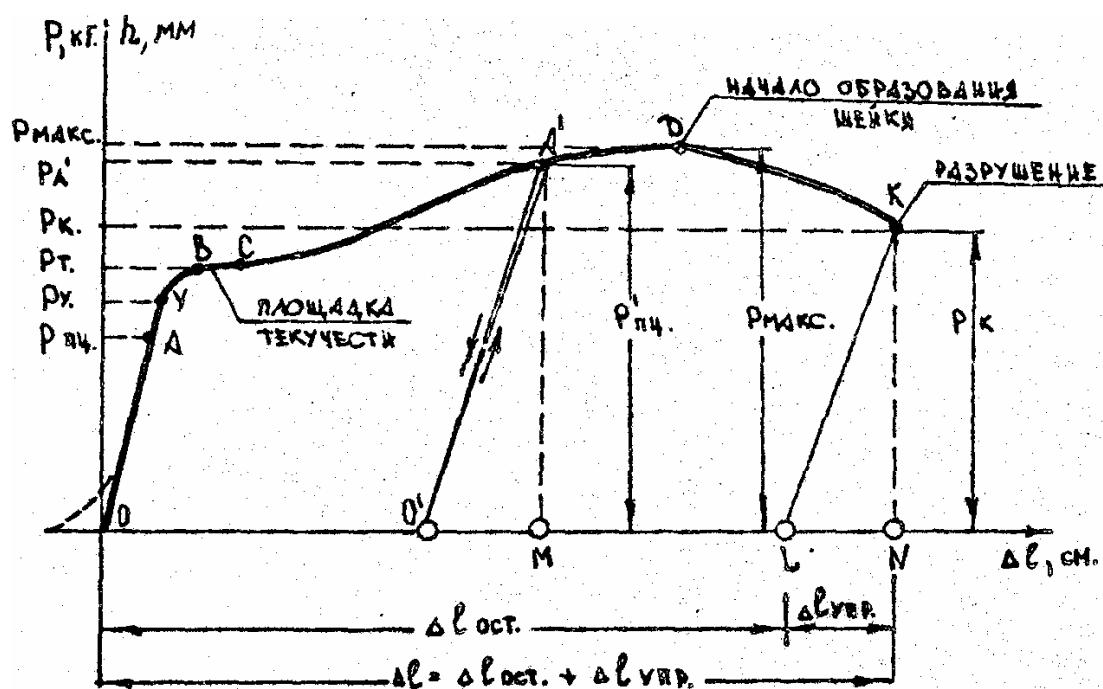


Рис. 26. Диаграмма растяжения образца из малоуглеродистой стали

Прямолинейный участок диаграммы OA указывает на пропорциональность между удлинением и нагрузкой (закон Гука). Далее на участке AB зависимость между Δl и P становится криволинейной (переходный участок). Участок BC почти параллелен оси Δl , удлинение происходит примерно при постоянном значении силы $P \approx P_m$. Этот участок диаграммы называют площадкой текучести. На участке CD удлинение происходит при увеличении силы P . Точка D соответствует максимальная величина нагрузки P_{max} ,

которую способен выдержать образец. Далее на участке DK происходит снижение усилия растяжения стержня, так как на испытуемом участке образуется «шейка» с уменьшающимся диаметром, что приводит к разрушению стержня в точке K . Если в любой точке участка BK (до разрушения образца) произвести его разгрузку, то она будет проходить по прямой, параллельно участку $A0$. Часть удлинения Δl после разгрузки образца сохранится в нем. Это удлинение называется остаточным (Δl_{ocm}), другая часть удлинения снимется (упругое удлинение Δly).

Допускаемое напряжение $[\sigma]$ определяется как

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{nov}}{n}, \quad (69)$$

где σ_{nov} – напряжение, при котором повреждается конструкция, и её дальнейшая эксплуатация невозможна;

n – коэффициент запаса прочности, обычно достаточно $n = (1,3 \dots 1,8)$.

Повреждение конструкции, может быть двух типов:

1) разделение на части;

2) изменение её формы, препятствующее дальнейшей эксплуатации.

Для неответственных деталей типа подвесок, стяжек и т.п. незначительное остаточное удлинение не нарушает работоспособности. В этом случае принимают $\sigma_{nov} = \sigma_c$. Для остальных деталей изменение формы приводит к нарушению их функций, поэтому $\sigma_{nov} = \sigma_m$.

Запас прочности:

1) для неответственных деталей при спокойной нагрузке $n = 1,3 \dots 1,5$;

2) для общего машиностроения при незначительных ударах и легких изменениях нагрузки $n = 1,5 \dots 1,8$;

3) для ответственных деталей при значительных ударах и динамических нагрузках $n = 1,8 \dots 2,5$ и выше.

3.1.4. Методика выполнения работы

I. Вычертить (или изготовить иным способом) копию заданной диаграммы растяжения стального образца в пропорциональном масштабе. Указать заданные значения максимальной нагрузки P_{max}

и остаточного удлинения стержня Δl_{ocm} . Вычислить площадь поперечного сечения образца $A = 0,25 \pi d^2$.

2. На диаграмме найти характерные точки O, A, B, C, D, K и измерить их ординаты.

3. Провести из точки K параллельно OA прямую линию KL до пересечения с осью $O - \Delta l$.

4. Измерить длину отрезка OL , изображающую на графике Δl_{ocm} .

5. Определить масштабы диаграммы: сил $\mu_P = P_{max} / y_D$ (Н / мм) и удлинений $\mu_{\Delta l} = \Delta l / \Delta l$ (мм / мм).

6. Определить параметры, соответствующие характерным точкам:

- силу и удлинение, соответствующие пределу пропорциональности;

- силу и удлинение, соответствующие пределу текучести;

- удлинение при максимальной силе;

- силу и удлинение в момент разрыва.

7. Вычислить механические характеристики материала:

- предел пропорциональности σ_{nq} ;

- предел текучести σ_m ;

- предел прочности σ_b ;

- условное напряжение в момент разрушения;

- относительные удлинения для указанных пределов $\varepsilon_i = \Delta l_i / l \%$.

8. Рассчитать допускаемое напряжение $[\sigma]$ с учетом заданных условий работы конструкции.

9. Сделать вывод о соответствии полученной характеристики справочным данным (прил. Е), определить марку соответствующей стали.

3.1.5 Пример выполнения работы

Исходные данные для выполнения задания

1. Образец для испытаний имеет стандартные размеры.

2. Максимальное усилие нагружения стержня $P_{max} = 33,9$ КН.

3. Остаточное удлинение $\Delta l = 22,5$ мм.

4. Условия эксплуатации – общие для машиностроения.

5. Повреждение – изменение формы.

6. Диаграмма растяжения образца представлена на рис. 27.

Обработка диаграммы

1. Описание диаграммы. Нанесем характерные точки O, A, B, C, D, K на диаграмму, при этом точка O – начало линии диаграммы

и одновременно – начало системы координат $P-0-\Delta l$ (сила – удлинение стержня).

Участок OA прямолинейный, поэтому здесь сила пропорциональна удлнению стержня и справедлив закон Гука. Участок AB – переходный от прямолинейного OA к почти горизонтальному BC . Здесь удлнение возрастает без заметного увеличения силы и поэтому называется участком текучести. Участок CD характеризует дальнейшее упрочнение материала при увеличении деформации (наклеп). Точка D – высшая точка диаграммы – показывает наибольшее усилие P_{max} , которое может выдержать образец. Одновременно начинается образование сужения (шейки), что приводит к разрушению образца в точке K при снижающейся нагрузке.

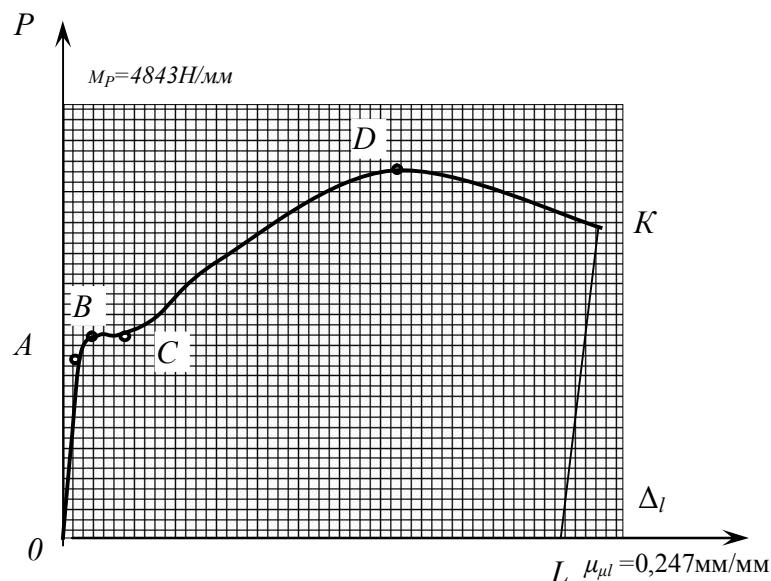


Рис. 27. Диаграмма растяжения образца

После разрушения (то есть снятия нагрузки) образец укорачивается на величину упругих деформаций его частей.

Для определения остаточных деформаций образца проведем прямую KL параллельно OA до пересечения с осью $O - \Delta_l$. Остаточная деформация – OL .

2. *Определение площади поперечного сечения, координат точек и масштабов диаграммы.* Площадь поперечного сечения $A = \pi d^2 / 4 = 3,14 \cdot 0,01^2 / 4 = m 0,0000785 \text{ м}^2$.

Замером на диаграмме находим ординату точки $P_{max} - y_p = 70 \text{ мм}$.

Абсциссу точки $-L$ $x_L = 92 \text{ мм}$.

Тогда масштаб по оси ординат $P \mu_p = P_{max} / y_p = 33.9 / 70 = 0,484$ КН/мм.

Масштаб по оси абсцисс $\mu_l = \Delta l / x_L = 2,51 / 92 = 0,247$ мм/мм

3. Журнал измерений и расчетов. Вычисление сил для каждой точки определяется по выражению:

$$P = y \cdot \mu_p (\text{КН}).$$

Расчет напряжений проводится по формуле:

$$\sigma = P / A (\text{Н/м}^2) = P(\text{КН}) \cdot 1000 / 0,0000785(\text{м}^2) = P / 0,0785 \text{ МП.}$$

Определение относительного удлинения производится как

$$\delta \% = (\Delta l / l) \cdot 100 = (x \cdot \mu_l / l) \cdot 100 = (x \cdot \mu_l / 100) \cdot 100 = x \cdot \mu_l \%.$$

Дальнейшие измерения и расчеты оформляем в виде табл. 2.

Таблица 2
Журнал измерений и расчетов

Точка	Координаты		Сила		Напряжение		Удлинение δ %
	x мм	y мм	Обоз- значение	Значение КН	Обоз- значение	Значение МП	
<i>A</i>	2	32	$P_{nц}$	15.5	$\sigma_{nц}$	205	0.5
<i>C</i>	11	39	P_T	18.9	σ_T	241	2.7
<i>D</i>	63	70	P_{max}	33.9	σ_e	432	15.6
<i>K</i>	99	58	$P_{раз}$	28.1	σ_p	358	24.5

Важнейшие показатели механической характеристики σ_e , σ_m и δ для данного материала близки к показателям материала (прил. Е) сталь обыкновенного качества марки Ст. Зпс, имеющей указанные характеристики $\sigma_e = 430$ МП, $\sigma_m = 245$ МП, $\delta = 26\%$.

4. Назначение допускаемых напряжений. Для указанных в задании общих для машиностроения условий эксплуатации изделий назначается коэффициент запаса прочности $n = 1,6$. Одновременно принимается напряжение повреждения $\sigma_{пов} = \sigma_m$.

Тогда $[\sigma] = \sigma_m / n = 241 / 1,6 = 151$ МП.

3.2. Геометрические характеристики плоских сечений

При определении напряжений в поперечных сечениях стержней и нахождении точек, в которых они достигают максимальных (опасных) значений, используются геометрические характеристики

плоских сечений. Так, из анализа формулы 42, вытекают важные выводы:

- центр тяжести сечения стержня является началом координат для анализа напряжений и приведения внешних сил;

- напряжения изгиба зависят от значений не только изгибающего момента, но и момента инерции сечения и координаты точки.

Важнейшими геометрическими характеристиками плоских сечений являются:

- площадь;
- статические моменты;
- моменты инерции площади сечения (осевые и полярный);
- моменты сопротивления сечений.

Существенное значение имеет расположение точки начала координат и направление координатных осей относительно центров тяжести сечений.

3.2.1. Площадь и статические моменты плоского сечения

Некоторое сечение (рис. 28) отнесено к произвольной системе координат x, y .

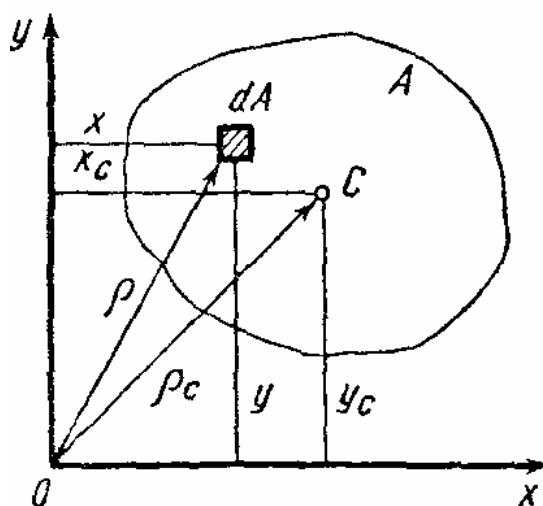


Рис. 28. Сечение тела

Обозначим:

A – площадь сечения;

dA – элементарная часть площади;

x, y – координаты центра тяжести элемента dA ;

ρ – радиус-вектор элемента dA ;

C – центр тяжести сечения A .

Площадь сечения определяется по формуле:

$$A = \int_A dA. \quad (70)$$

Статические моменты площади A относительно координатных осей

$$S_x = \int_A y dA; S_y = \int_A x dA. \quad (71)$$

Отсюда, если известны площадь A и ее статические моменты, координаты центра тяжести площади:

$$x_c = \frac{S_y}{A}; y_c = \frac{S_x}{A}. \quad (72)$$

3.2.2. Моменты инерции площади сечения

Различают осевые, полярные и центробежные моменты инерции сечений.

Осевым моментом инерции площади сечения относительно какой-либо оси, лежащей в его плоскости, называется сумма произведений элементарных площадок на квадраты расстояний их до этой оси:

$$J_z = \int_A y^2 dA; J_y = \int_A z^2 dA. \quad (73)$$

Полярный момент инерции сечения относительно полюса O , взятого в начале осей координат,

$$J_p = \int_A \rho^2 dA = \int_A (z^2 + y^2) dA = \int_A z^2 dA + \int_A y^2 dA$$

или

$$J_p = J_x + J_y. \quad (74)$$

Центробежным моментом инерции сечения называется сумма произведений элементарных площадок на их координаты по всей площади сечения:

$$J_{zy} = \int_A yz dA = J_{yz}. \quad (75)$$

В отличие от осевого и полярного моментов инерции, центробежный момент может быть положительным, отрицательным

или равным нулю. Так как всегда $dA > 0$, то знак центробежного момента зависит от знаков только сомножителей uz в выражении (75).

Моменты инерции измеряются в единицах длины в четвертой степени (мм^4 или м^4).

3.2.3. Моменты инерции при переносе осей

Значения моментов инерции сечения зависят от расположения его в осях координат.

Пусть требуется определить статические моменты некоторого сечения относительно осей y_1 и z_1 и параллельных им осей y и z (рис. 29).

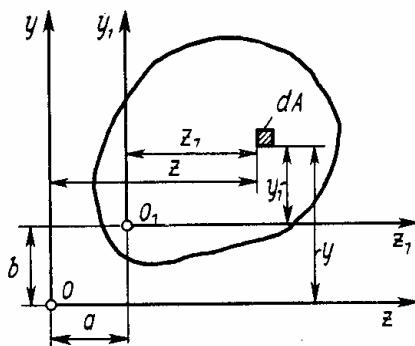


Рис. 29. Схема к определению статических моментов сечений

По рис. 29 очевидно, что $y_1 = y - b$ и $z_1 = z - a$, где a и b – расстояния, на которые перенесены оси z и y . Учитывая это, статические моменты:

$$S_{z1} = \int_A y_1 dA = \int_A (y - b) dA = S_z - bA; \quad (76)$$

$$S_{y1} = \int_A z_1 dA = \int_A (z - a) dA = S_y - bA. \quad (77)$$

При параллельном переносе оси статический момент сечения изменяется на величину произведения площади сечения на расстояние между осями.

Среди семейства осей параллельных оси z можно найти такую ось, относительно которой статический момент равен нулю, такую ось называют *центральной*.

Подобным образом можно найти вторую центральную ось среди семейства осей, параллельных оси y . Точку пересечения центральных

осей называют *центром тяжести сечения*. Поместив начало координат в точку С – центр тяжести, найдем ее координаты:

$$z_c = a = S_z / A; \quad (78)$$

$$y_c = b = S_y / A. \quad (79)$$

При параллельном перемещении осей координат $z_1 \parallel 0 \parallel y_1$ в положение $z_1 \parallel 0 \parallel y_1$ моменты инерции сечений:

$$J_z = J_{z_1} + 2aS_{z_1} + a^2A; \quad (80)$$

$$J_y = J_{y_1} + 2bS_{y_1} + b^2A; \quad (81)$$

$$J_{zy} = J_{z_1y_1} + aS_{y_1} + bS_{z_1} + abA. \quad (82)$$

Если оси $O_I z_I$ и $O_I y_I$ являются центральными, то статические моменты $S_{zI} = 0$ и $S_{yI} = 0$.

Тогда:

$$J_z = J_{zI} + a^2A; \quad (83)$$

$$J_y = J_{yI} + b^2A; \quad (84)$$

$$J_{yz} = J_{yIzI} + abA. \quad (85)$$

Зависимость для полярного момента инерции при параллельном переносе осей из центра тяжести в произвольную точку:

$$J_p = J_z + J_y = J_{pI} + (a^2 + b^2)A. \quad (86)$$

Из вышеприведенных формул видно, что *моменты инерции сечений относительно центральных осей имеют минимальные значения*.

3.2.4. Моменты инерции сечения при повороте осей координат

На рис. 30 показана зависимость между моментами инерции сечения относительно осей z , y и моментами инерции сечения относительно осей y , u , повернутых на угол α .

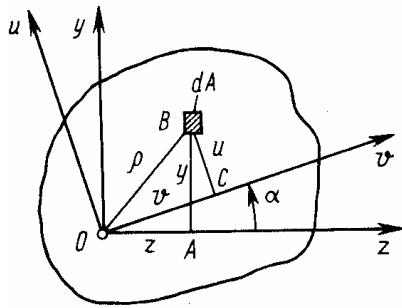


Рис. 30. Схема к расчету моментов инерции при повороте осей

По формулам преобразования координат при повороте осей имеем:

$$\begin{aligned}v &= z \cos \alpha + y \sin \alpha; \\u &= y \cos \alpha - z \sin \alpha.\end{aligned}$$

3.2.5. Момент инерции сложного сечения

Приведенные ранее формулы используют для вычисления моментов инерции сложных сечений. Используя свойства определенного интеграла, момент инерции сложного сечения находят как сумму моментов инерции составных частей этого сечения, т. е.

$$J_z = J_{z1} + J_{z2} + \dots + J_{zn}, \quad (87)$$

где $i = 1, 2, \dots, n$ – номера частей, на которые мысленно разделено сложное сечение.

Выражения моментов инерции при повороте осей:

$$J_v = \int_A u^2 dA = \int_A (y \cos \alpha - z \sin \alpha)^2 dA; \quad (88)$$

$$J_u = \int_A v^2 dA = \int_A (z \cos \alpha + y \sin \alpha)^2 dA; \quad (89)$$

$$J_{vu} = \int_A uv dA = \int_A (z \cos \alpha + y \sin \alpha)(y \cos \alpha - z \sin \alpha) dA. \quad (90)$$

Раскрывая скобки и заменяя интегралы моментами инерции, имеем:

$$J_v = J_z \cos^2 \alpha - J_{yz} \sin 2\alpha + J_y \sin^2 \alpha; \quad (91)$$

$$J_u = J_z \sin^2 \alpha + J_{zy} \sin 2\alpha + J_y \cos^2 \alpha; \quad (92)$$

$$J_{vu} = J_{zy} \cos 2\alpha + (J_z - J_y) \sin 2\alpha / 2; \quad (93)$$

Из первых двух уравнений:

$$J_v + J_u = J_z + J_y = \text{const}. \quad (94)$$

3.2.6. Главные оси координат

Значения осевых моментов инерции зависят от угла α , но их сумма неизменна. Тогда есть значение угла α , при котором один из моментов инерции принимает максимальное значение, а другой – минимальное. Дифференцируя выражение J_V по α , и приравнивая производную нулю, получим:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_o = 2J_{zy} / (J_y - J_z). \quad (95)$$

Тогда из третьего соотношения центробежный момент инерции равен нулю.

Оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю, а осевые моменты имеют экстремальные значения, называются *главными осями*. Так как начало и угловое положение прямоугольных координат, вообще говоря, можно выбрать произвольно, то существует бесчисленное множество главных осей.

Если главные оси проходят через центр тяжести сечения, то их называют *главными центральными осями*, а соответствующие им осевые моменты инерции – *главными центральными моментами инерции*.

$$J_{\min}^{\max} = \frac{J_y + J_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_y - J_z}{2}\right)^2 + J_{yz}^2}. \quad (96)$$

3.2.7. Моменты инерции прямоугольника

Определим моменты инерции прямоугольника (рис. 31) высотой h и шириной основания b относительно центральной оси O_z .

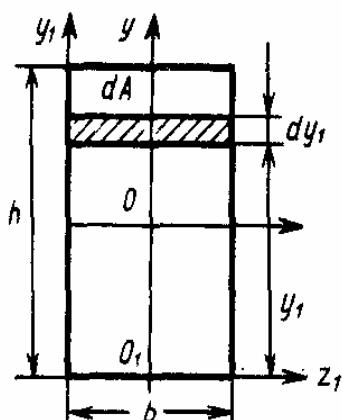


Рис. 31. Схема к расчету моментов инерции прямоугольного сечения

Разобьем площадь прямоугольника на элементарные площадки высотой dy и шириной b .

Площадь элемента:

$$dA = bdy.$$

Тогда:

$$J_z = \int_A y^2 dA = b \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dy = \frac{bh^3}{12}. \quad (97)$$

По аналогии:

$$J_y = hb^3/12. \quad (98)$$

Момент инерции прямоугольника относительно оси $O_I Z_I$, проходящей через основание:

$$J_{y_1 z_1} = \int_A y_1 z_1 dA = \int_0^h y_1 \frac{b}{2} b dy_1 = \frac{b^2 h^2}{4}. \quad (99)$$

Центробежный момент инерции сечения относительно осей $y_I O_I z_I$, которые служат осями симметрии, выразится как:

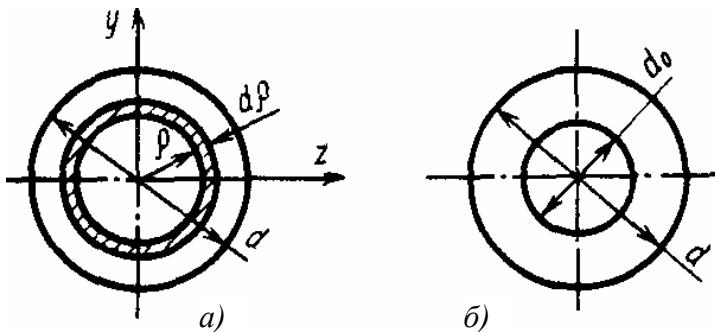
$$J_{yz1} = \int_0^h y_1 \left(-\frac{b}{2} \right) \frac{b}{2} dy_1 + \int_0^h y_1 \frac{b}{2} \frac{b}{2} dy_1 = 0 \quad (100)$$

и, очевидно, равен нулю.

Таким образом, если одна из осей сечения является осью симметрии, то центробежный момент инерции равен нулю.

3.2.8. Моменты инерции круга и кольца

В практике широко встречаются стержни, имеющие поперечное сечение в виде круга или кольца (рис. 32).



*Рис. 32. Схема поперечного сечения стержней:
а – в виде круга; б – кольца*

Разбивая мысленно круг (рис. 32, *a*) на элементарные кольцевые площадки и учитывая, что площадь одной из них (заштрихована) $dA = 2\rho\pi d\rho$, полярный момент инерции равен:

$$J_p = \int_A \rho^2 dA = 2\pi \int_0^{d/2} \rho^3 d\rho = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4. \quad (101)$$

Учитывая, что $J_p = J_z + J_y$ и $J_z = J_y$, получим:

$$J_z + J_y = J_p / 2 = \pi d^4 / 64 \approx 0,05 d^4. \quad (102)$$

Момент инерции кольца (рис. 32, *b*) находят как разность моментов инерции наружного (диаметром d) и внутреннего (диаметром d_o) кругов при $\xi = d_o / d$:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \left(1 - \frac{d_o^4}{d^4} \right) \approx 0,1d^4 (1 - \xi^4), \quad (103)$$

или

$$J_z = J_y \approx 0,05d^4 (1 - \xi^4). \quad (104)$$

3.2.9. Методика определения моментов инерции сложного сечения

Задача определения моментов инерции и сопротивления сложного сечения разбивается на 3 этапа:

1. Определение центра тяжести сечения.
2. Определение моментов инерции относительно центральных осей сложного сечения.
3. Расчет экстремальных моментов инерции и сопротивления сложного сечения.

1-й этап:

- разбиваем сложное сечение на простые составные части (круг, прямоугольник, ...);
- выбираем удобные для расчетов составных частей оси координат;
- рассчитываем площади составных частей;
- находим положения центров тяжести каждой из частей;
- определяем положение центра тяжести сечения;
- выбираем вспомогательную систему координат;
- составляем выражения статического момента площади сечения;

- приравнивая его нулю, определяем координаты центра тяжести сечения.

2-й этап:

- выбираем направление координатных (центральных) осей, исходящих из центра сечения параллельно осям составных частей сечения;
- вычисляем осевые и центробежные моменты инерции относительно собственных (удобных для расчетов) осей;
- определяем осевые и центробежные моменты инерции относительно центральных осей, применяя формулы для параллельного переноса осей.

3-й этап:

- определяем угол расположения главных осей относительно центральных;
- рассчитываем значения максимального и минимального моментов инерции сложного сечения;
на чертеже сечения определяем расстояния от главных осей до его крайних точек;
- рассчитываем моменты сопротивления сечения изгибу относительно главных осей.

3.2.10. Примеры проведения расчетов

Моменты инерции равнобокого уголка

Пусть требуется определить моменты инерции равнобокого уголка, представленного на рис. 33.

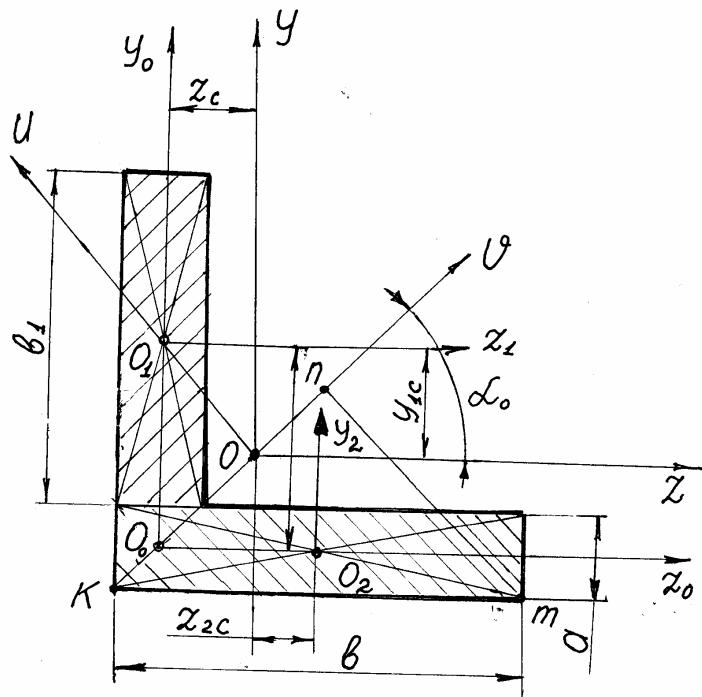


Рис. 33. Схема равнобокого уголка

1-й этап. Дано сечение равнобокого уголка $a = 4$; $b = 20$ (мм).

1. Разделим сечение на два прямоугольника с центрами тяжести O_1 и O_2 и их осями $y_0O_1z_1$ и $y_2O_2z_0$.

Размеры:

Часть 1 (с центром O_1) - $4(20-4)=4 \cdot 16$;

Часть 2 (с центром O_2) - $20 \cdot 4$.

2. Площади частей $A_1 = 4 \cdot 16 = 64$ мм²; $A_2 = 20 \cdot 4 = 80$ мм².

Общая площадь $A = A_1 + A_2 = 144$ мм².

3. Центры тяжести O_1 и O_2 на пересечении диагоналей.

4. Статические моменты: относительно O_1 и O_2 $S_1 = S_2 = 0$.

5. Выберем вспомогательные оси координат $y_0O_0z_0$.

6. Относительно вспомогательных осей выражения статических моментов и их значение: $S_{1z} = S_0 + a_1 \cdot A_1 = 0 + 10 \cdot 64 = 640$ мм³;

$S_{2z} = S_2 = 0$.

Статический момент сечения $S_z = S_{z1} + S_{2z} = 640$ мм³.

7. Расстояние от главной оси $y_c = S_z / A = 640 / 144 = 4,44$ мм.

Вследствие симметричности сечения $z_c = y_c = 4,44$ мм.

2-й этап. Моменты инерции составных частей.

1. Выберем центральные оси составных частей $y_0O_1z_1$ и $y_2O_2z_0$.

2. Определим моменты инерции частей относительно выбранных осей $y_oO_1z_1$ и $y_2O_2z_o$ по формуле $J_{Iz_1} = a(b')^3 / 12 = 4 \cdot 16^3 / 12 = 1365,3 \text{ мм}^4$; $J_{2z_2} = 20 \cdot 4^3 = 106,7 \text{ мм}^4$.

3. Относительно осей yOz $J_{Iz} = J_{Iz_1} + y^2 I_c A_1 = 1365,3 + 5,56^2 \cdot 64 = 3343 \text{ мм}^4$; $J_{2z} = J_{2z_2} + y_c^2 A_2 = 106,67 + 4,44 \cdot 80 = 1683,6 \text{ мм}^4$.

Общий момент инерции $J_z = J_{z_1} + J_{z_2} = 3343,8 + 1683,6 = 5027,4 \text{ мм}^4$.

Для равнобокого уголка $J_y = J_z = 5027,4 \text{ мм}^4$.

Центробежные моменты инерции:

$$J_{Izy} = J_{zly_0} + (-y_{cl})(+z_c)A_1 = 0 + (-5,56) \cdot 4,44 \cdot 64 = 1580 \text{ мм}^4;$$

$$J_{2zy} = J_{y2zo} + y_c(-z_c) A_2 = 5,56 \cdot (-4,44) \cdot 80 = 1975 \text{ мм}^4.$$

Общий центробежный момент инерции: $J_{zy} = J_{Izy} + J_{2zy} = 3355 \text{ мм}^4$.

3-й этап. Главные оси и моменты.

1. Угол наклона главных осей α_o :

$$\operatorname{tg} 2\alpha_o = 2J_{zy} / (J_y - J_z) = 2 \cdot 3355 / (5027,4 - 5027,4) = \infty; \quad 2\alpha_o = 90^\circ, \quad \alpha_o = 45^\circ.$$

Главные оси обозначим uOv .

2. Экстремальные моменты относительно главных осей uOv :

$$J_{\frac{max}{min}} = \frac{J_y + J_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{J_y - J_z}{2}\right)^2 + J_{yz}^2} = J_y \mp J_{zy} = 5027,4 \mp 3355 \text{ мм}^4;$$

Тогда:

$$J_{max} = 8324 \text{ мм}^4; \quad J_{min} = 1672 \text{ мм}^4.$$

3. Удаления от осей:

$$v_k = (z_c + a/2) / \sin 45^\circ = 9,2 \text{ мм}; \quad u_m = b \cdot \sin 45^\circ = 12,99 \text{ мм}$$

Моменты сопротивления:

$$W_v = J_{max} / u_m = 8324,4 / 12,92 = 641 \text{ мм}^3;$$

$$W_u = J_{min} / v_k = 1624 / 9,92 = 164 \text{ мм}^3;$$

$$W_v / W_u \approx 4.$$

Моменты инерции симметричного составного сечения

Пусть требуется определить геометрические характеристики составного сечения, состоящего из прямоугольника и кольца (рис. 34).

Задано (мм): $a = 160$; $b = 40$; $d = 80$; $s = 10$.

Определить моменты инерции и сопротивления составного (сложного) сечения.

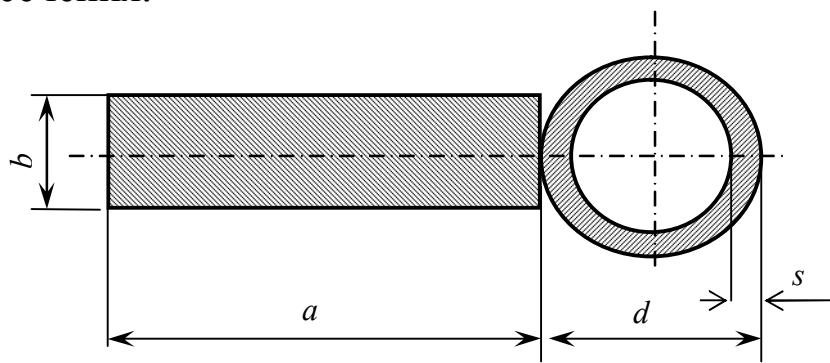


Рис. 34. Схема составного сечения

Решение. Вычертим схему сложного сечения в масштабе и нанесем заданные размеры (рис. 35).

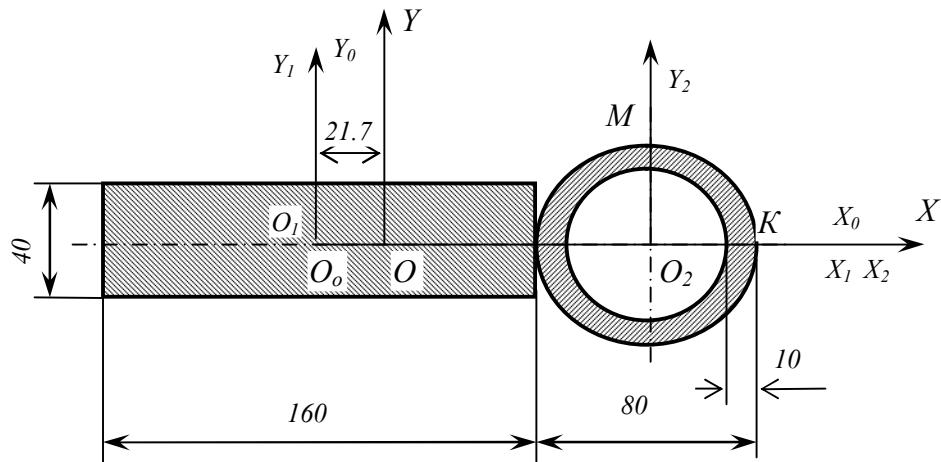


Рис. 35. Чертёж сложного сечения в масштабе

Решение задачи определения моментов инерции и сопротивления сложного сечения разбивается на 3 этапа.

1-й этап. Определение центра тяжести сложного сечения.

1. Разъединим сложное сечение на два простых сечения с индексами: прямоугольника – 1 и кольца – 2. Выберем для них оси координат $X_1O_1Y_1$ и $X_2O_2Y_2$. Так как каждая из площадей имеет оси симметрии, то начало координат удобно разместить в точках пересечения осей симметрии каждой фигуры.

2. Определим площади сечений составных частей:

- площадь прямоугольника $A_1 = a \cdot b = 160 \cdot 40 = 6400 \text{ мм}^2$;
- площадь кольца $A_2 = \pi (D^2 - d^2) / 4 = 3,14(80^2 - 60^2) / 4 = 1414 \text{ мм}^2$,

где D – наружный диаметр кольца;

$d = D - 2s = 80 - 2 \cdot 10 = 60 \text{ мм}$ – внутренний диаметр кольца.

3. Общая площадь сечения $A = A_1 + A_2 = 6400 + 1414 = 7814$ мм.

4. Так как для нашего случая оси координат составных частей сечения являются осями симметрии, то статические моменты площадей относительно осей X_1 и Y_1 , а также X_2 и Y_2 :

$$S_{IXI} = 0 \text{ и } S_{IYI} = 0, \text{ и одновременно, } S_{2X2} = 0 \text{ и } S_{2Y2} = 0.$$

5. Нанесем вспомогательную систему координат $X_0 O_0 Y_0$.

При этом для упрощения последующих расчетов желательно совместить одну из её осей (в нашем случае $O_0 X_0$) с существующими осями $O_1 X_1$ и $O_2 X_2$.

6. Рассмотрим определение статических моментов площадей A_1 и A_2 во вспомогательной системе:

- так как оси $X_1 O_1$ и $X_0 O_0$; $Y_1 O_1$ и $Y_0 O_0$ систем координат центральные и совпадают, то

$$S_{0X1} = S_{IX1} = 0, S_{0Y1} = S_{IY1} = 0;$$

так как оси $O_0 X_1$ и $O_2 X_2$ также совпадают, то: $S_{0X2} = S_{2X2} = 0$.

Поскольку оси $O_0 Y_0$ и $O_2 Y_2$ параллельны, то, применяя выражение для статического момента при параллельном переносе осей, имеем:

$$S_{0Y2} = S_{2Y2} + L_{0-0} \cdot A_2 = 0 + (160 / 2 + 80 / 2) \cdot 1414 = 17 \cdot 10^4 \text{ мм}^3.$$

7. Общие статические моменты площадей в системе $X_0 O_0 Y_0$ будут: относительно оси $O_0 X_0$:

$$S_{0X} = S_{0X1} + S_{0X2} = 0,$$

относительно оси $O_0 Y_0$

$$S_{0Y} = S_{0Y1} + S_{IY2} = 0 + 17 \cdot 10^4 = 1 \cdot 10^4 \text{ мм}^3.$$

8. Координаты центра тяжести сложного сечения в системе $X_0 O_0 Y_0$ будут:

$$X_C = S_{0Y} / A = 17 \cdot 10^4 / 7814 = 21,7 \text{ мм.}$$

$$Y_C = S_{0X} / A = 0 / 7814 = 0.$$

9. Используя полученные координаты X_C и Y_C , наносим центральные координаты $X O Y$ на чертеж сложного сечения.

2-й этап. Определение моментов инерции относительно центральных осей сложного сечения.

1. Осевые моменты инерции площадей составных сечений A_1 и A_2 относительно первоначальных осей координат $Y_1 O_1 X_1$ и $Y_2 O_2 X_2$ соответственно будут:

для площади A_1 в виде прямоугольника:

$$J_{IXI} = ab^3 / 12 = 160 \cdot 40^3 / 12 = 85 \cdot 10^4 \text{ мм}^4;$$

$$J_{IYI} = ba^3 / 12 = 40 \cdot 160^3 / 12 = 13,6 \cdot 10^6 \text{ мм}^4;$$

для площади A_1 в виде кольца:

$J_{2X2} = J_{2Y2} = 0,05 d^4 (1 - \xi^4) = 0,05 \cdot 80^4 (1 - 0,75^4) = 64,8 \cdot 10^4 \text{ мм}^4$,
где $\xi = (d-2s)/d = (80 - 2 \cdot 10) / 80 = 0,75$.

2. Центробежные моменты инерции в осях $Y_1O_1X_1$ и $Y_2O_2X_2$, являющихся соответственно осями симметрии, будут равны:

$$J_{IXI YI} = 0, \quad J_{2X2 Y2} = 0.$$

3. Определим моменты инерции площадей A_1 и A_2 относительно осей YOX :

– так как оси OX и OX_1 совпадают, а, следовательно, расстояние переноса осей равно нулю, то:

$$J_{XI} = J_{IXI} = 85 \cdot 10^4 \text{ мм}^4;$$

$$J_{X2} = J_{2X2} = 64,8 \cdot 10^4 \text{ мм}^4;$$

– моменты инерции относительно оси OY будут:

для площади A_1 :

$$J_{IY} = J_{IYI} + L_{01-0}^2 A_1 = 13,6 \cdot 10^6 + 21,7^2 \cdot 6400 = 16,6 \cdot 10^6 \text{ мм}^4,$$

где $L_{01-0} = X_C = 21,7 \text{ мм}$;

$$J_{2Y} = J_{2Y2} + L_{02-0}^2 A_2 = 64,8 \cdot 10^4 + 98,3^2 \cdot 1414 = 14,3 \cdot 10^6 \text{ мм}^4,$$

где $L_{02-0} = O_1 - X_C = 120 - 21,7 = 98,3 \text{ мм}$.

4. Осевые моменты инерции составного сечения относительно осей YOX будут равны:

$$J_X = J_{XI} + J_{X2} = 85 \cdot 10^4 + 64,8 \cdot 10^4 = 1,48 \cdot 10^6 \text{ мм}^4,$$

$$J_Y = J_{IY} + J_{2Y} = 16,6 \cdot 10^6 + 14,3 \cdot 10^6 = 30,9 \cdot 10^6 \text{ мм}^4.$$

5. Центробежные моменты инерции при параллельном переносе осей будут:

$$J_{IXY} = J_{IXI YI} + X_C \cdot Y_C \cdot A_1 = 0 + X_C \cdot 0 \cdot A_1 = 0.$$

Аналогично, поскольку $Y_C = 0$, то $J_{2XY} = 0$.

Так как слагаемые равны нулю, то и центробежный момент составного сечения в этом случае

$$J_{XY} = 0.$$

3-й этап. Расчет экстремальных моментов инерции и сопротивления сложного сечения.

1. Так как центробежный момент составного сечения в этом случае равен нулю, то оси YOX являются главными, а экстремальные моменты инерции составного сечения будут:

$$J_{max} = J_Y = 30,9 \cdot 10^6 \text{ мм}^4,$$

$$J_{min} = J_X = 1,48 \cdot 10^6 \text{ мм}^4.$$

2. На чертеже составного сечения (см. рис. 35) находим точки, наиболее удаленные от главных координатных осей XOY :

- от оси OX – это точка M , которая удалена на расстояние L_{O2M} , равное половине внешнего диаметра кольца, т.е.

$$L_{O2M} = d / 2 = 80 / 2 = 40 \text{ мм};$$

– от оси OY – это точка K , которая удалена на расстояние L_{OK} :

$$L_{OK} = a / 2 - X_C + d = 160 / 2 - 21,7 + 80 = 178,3 \text{ мм}.$$

3. Моменты сопротивления составного сечения относительно главных осей:

$$W_X = J_X / L_{OM} = 1,48 \cdot 10^6 / 40 = 37,5 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 = 37,5 \text{ см}^3,$$

$$W_Y = J_Y / L_{OK} = 30,9 \cdot 10^6 / 178,3 = 173 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 = 173 \text{ см}^3.$$

Кратность моментов сопротивлений:

$$W_Y / W_X = 4,6.$$

4. СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

4.1. Основные теоретические положения

Сложным сопротивлением принято считать такой вид нагружения, при котором в поперечных сечениях бруса действуют два и более силовых фактора. Поперечный изгиб также является сложным сопротивлением.

Общим случаем сложного сопротивления является случай, когда в сечениях действуют шесть силовых факторов: продольная сила Q_x , поперечные силы Q_y и Q_z , крутящий момент M_x и изгибающие моменты M_y и M_z . Методы расчета напряжений и перемещений от каждого из этих факторов рассматриваются в отдельности. При действии нескольких факторов используют принцип суперпозиции для определения суммарного результата.

К наиболее распространенным видам сложного сопротивления относятся изгиб в двух плоскостях (косой изгиб), внецентровое растяжение и изгиб с кручением.

Рассмотрим стержень, нагруженный силой F , имеющей углы α , β , γ с осями координат, начало которых находится в центре тяжести поперечного сечения (рис. 36, а). Оси y , z являются главными центральными осями инерции. Находим проекции силы F на оси координат, как показано на рис. 36, а. Применяя метод сечений, устанавливаем, что стержень работает на изгиб в двух плоскостях и на осевое растяжение.

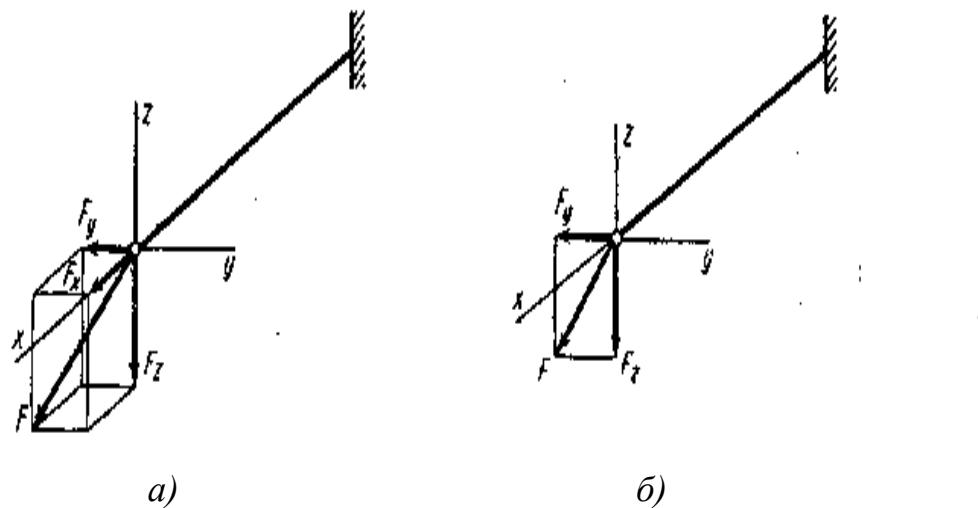


Рис. 36. Пример нагружения стержня силами:

a – произвольно направленной; *б* – лежащей в плоскости ZOY

Если сила F будет расположена в плоскости поперечного сечения, то F_x будет отсутствовать, и мы получим только поперечный изгиб в двух плоскостях (рис. 36, *б*). Если сила F_x будет параллельна оси стержня, то после ее приведения к центру будут действовать продольная сила и два изгибающих момента.

4.1.1 Внекентренное растяжение (сжатие)

При внекентренном растяжении (сжатии) стержня (рис. 37) равнодействующая внешних сил не совпадает с осью бруса, а смещена относительно этой оси.

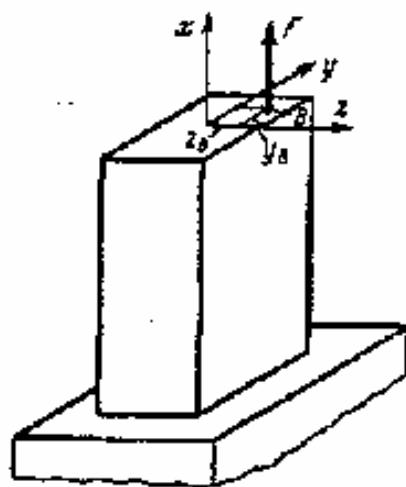


Рис. 37. Внекентренное растяжение стержня

Этот случай нагружения в расчетном отношении подобен изгибу с растяжением. В произвольном поперечном сечении стержня будут действовать внутренние силовые факторы:

$$M_y = F \cdot z_B; \quad M_z = F \cdot y_B; \quad N = F, \quad (105)$$

где z_B и y_B – координаты точек приложения силы.

Напряжения в точках поперечных сечений можно

определить по формуле:

$$\sigma = N/A + M_y \cdot z / J_y + M_z \cdot y / J_z. \quad (106)$$

4.1.2. Кручение с изгибом

Некоторые элементы конструкций (валы и др.) работают в условиях кручения и изгиба.

Например, валы (рис. 38, *a*) зубчатой передачи от сил $F_1 = F_2$ в зацеплении зубьев передают крутящие и изгибающие моменты (эпюры моментов показаны на рис. 38, *a*). В результате, в поперечном сечении (рис. 38, *б*) будут действовать нормальные и касательные напряжения

$$\sigma = M_y \cdot z / J_y; \quad (107)$$

$$\tau = T \cdot \rho / J_p, \quad (108)$$

где M_y и T – соответственно изгибающий и крутящий моменты в рассматриваемом сечении.

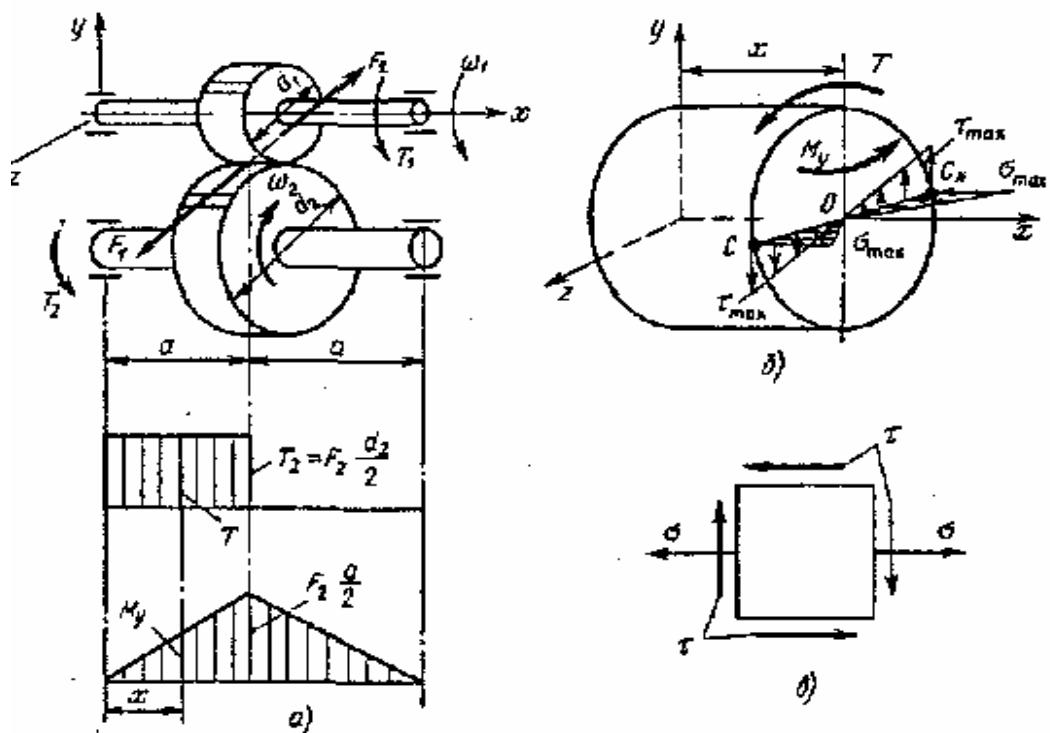


Рис. 38. Кручение стержня с изгибом:

а – вал и эпюры нагрузок; *б* – напряжения в поперечном сечении;
в – элемент с действующими на его гранях напряжениями

Эпюры этих напряжений показаны на рис. 38, *б*. Наибольшие напряжения действуют в периферийных точках *C* и *C_{*}* сечения:

$$\sigma_{max} = M_y/W_y; \quad (109)$$

$$\tau_{max} = T/W_p. \quad (110)$$

Если в точке *C* наиболее нагруженного сечения (при $x = a$) в рассматриваемом примере) выделить элемент (рис. 38, *в*), то по четырем его граням будут действовать касательные напряжения, а по двум из них – нормальные. Величина трех главных напряжений в рассматриваемом элементе будет:

$$\sigma_1 = 0,5\sigma_{max} + 0,5\sqrt{\sigma_{tax}^2 + 4\tau_{tax}^2},$$

$$\sigma_2 = 0,$$

$$\sigma_3 = 0,5\sigma_{max} - 0,5\sqrt{\sigma_{tax}^2 + 4\tau_{tax}^2}.$$

По главным напряжениям, используя одну из теорий прочности, определяют эквивалентное напряжение.

Так, на основании энергетической теории

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + 3\tau_{\max}^2}. \quad (111)$$

Тогда, условие прочности:

$$\sqrt{M_y^2 + 0,75T^2} / W_y \leq [\sigma_u]. \quad (112)$$

Из последнего уравнения можно определить, например, диаметр вала.

4.2. Общая методика выполнения расчетов

Общим случаем сложного сопротивления является случай, когда в сечениях действуют шесть силовых факторов: N_x , Q_y , Q_z , M_{ox} , M_{oy} , M_{oz} .

Ранее рассмотрены методы расчета напряжений и перемещений от каждого из этих факторов. При действии нескольких, для определения суммарного результата факторов, используют принцип суперпозиции.

При выполнении расчетов прочности сложно нагруженных стержней можно придерживаться следующей методики:

- выбрать оси координат;
- изобразить схему стержня и нагрузить её внешними силами;
- спроектировать силы на оси координат;
- рассмотреть нагружение стержня силами и моментами сил и свести их действие к известным простым деформациям (растяжение-сжатие, сдвиг, кручение и изгиб);
- рассчитать напряжения в сечениях стержня и построить их эпюры известными для них методами;
- выявить возможные опасные точки по всей длине стержня (одну или несколько);
- для каждой опасной точки построить эпюры распределения напряжений по поперечному сечению;

- построить суммарную эпюру напряжений, действующих вдоль одной и той же оси координат;
- в соответствии с выбранной теорией прочности вычислить эквивалентное напряжение;
- сравнить эквивалентное напряжение с допускаемым его значением и дать заключение о работоспособности стержня.

К наиболее распространенным видам сложного сопротивления относятся изгиб в двух плоскостях (косой изгиб), внецентренное растяжение и изгиб с кручением.

В дальнейшем применение общей методики расчетов прочности сложно нагруженных стержней рассмотрим на примерах их внецентренного растяжения – сжатия (см. п. 4.3) и изгиба с кручением (см. п. 4.4.).

4.3. Внецентренное растяжение-сжатие стержней

Примером внецентренного растяжения-сжатия стержней служит схема стержня (рис. 39). нагруженного продольными силами на некотором расстоянии от его оси. Аналогичные схемы приводятся в заданиях (прил. И) для выполнения раздела расчетно-графических работ. Исходные параметры к рис. 39 даны в табл. 3.

4.3.1. Типовое задание для выполнения раздела расчетно-графической работы

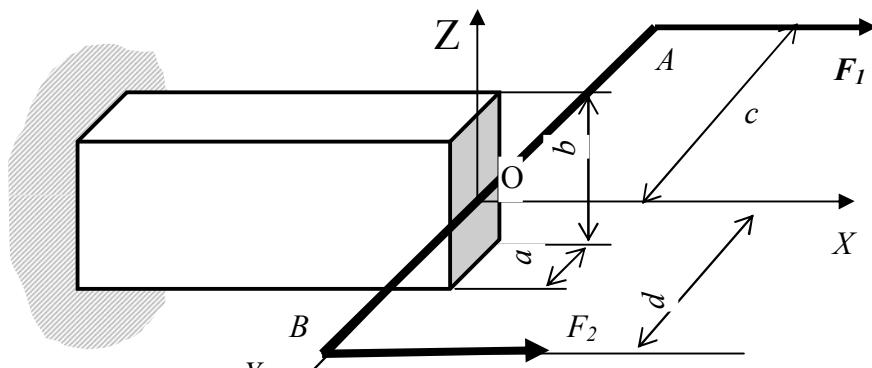


Рис. 39. Схема внецентренного растяжения

Таблица 3

Исходные параметры к рис. 39

Параметры	Обозначение
Размеры сечения стержня, мм	a
	b
Нагрузки, кН	F_1
	F_2
Плечи приложения нагрузок, мм	c

Построить эпюры напряжений в сечении и указать опасную точку.

4.3.2. Пример выполнения расчетов

Пусть задано (табл. 3):

$a = 12$ мм, $b = 24$ мм, $F_1 = 2,1$ кН, $F_2 = 1,8$ кН, $c = 70$ мм, $D = 40$ мм.

Решение. Выберем начало осей координат O в центре сечения, как показано на рис. 40.

Отметим, что силы F_1 и F_2 приложены на расстоянии c и d от центральной оси X и поэтому вызывают сложное нагружение стержня.

Мысленно перенесем силы F_1 и F_2 на ось X , при этом обозначим их как F'_1 и F'_2 . Уравновесим эти силы противоположно направленными силами F''_1 и F''_2 (рис. 40). Тогда силы F_1 и F''_1 , равные по величине, но противоположные по направлению, дают момент M_{u1} , а сила F'_1 растягивает стержень и дает центральное растяжение. Соответственно силы F_2 и F''_2 дают пару сил с моментом M_{u2} , а сила F'_2 дает осевое растяжение стержня.

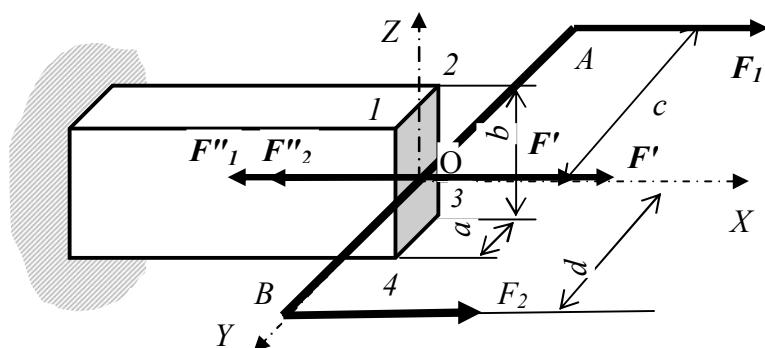


Рис. 40. Приведение сил к центру сечения стержня

Возможны два пути выполнения расчетов: общий путь и частные случаи для упрощения расчетов при наличии в задании упрощающих элементов.

В частном случае настоящего задания (рис. 41) имеем моменты M_{u1} и M_{u2} относительно общей оси Z и общую точку O приложения сил F'_1 и F''_2 .

Тогда нагружающие моменты: $M_{u1} = F_1 \cdot c$ и $M_{u2} = F_2 \cdot d$ относительно одной и той же оси Y сечения O можно учесть одновременно.

Суммарный момент равен:

$$\Sigma M = M_{u1} - M_{u2}.$$

Вычислим значения моментов:

$$M_{u1} = F_1 \cdot c = 2,1 \cdot 10^3 \cdot 70 \cdot 10^{-3} = 147 \text{ Нм},$$

$$M_{u2} = F_2 \cdot d = 1,8 \cdot 10^3 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 72 \text{ Нм},$$

$$\Sigma M_u = 147 - 72 = 75 \text{ Нм.}$$

Силы F_1' и F_2' приложены в центре сечения O , а значит, их также можно учесть одновременно. Тогда стержень растянут суммой сил:

$$\Sigma F = F_1' + F_2' = 2,1 + 1,8 = 3,9 \text{ кН.}$$

Вычисляем напряжение при растяжении бруса:

$$N = \Sigma F = 3,9 \text{ кН},$$

$$\sigma_p = N / A,$$

где $A = a \cdot b = 12 \cdot 10^{-3} \cdot 24 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^2 = 288 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$,

тогда

$$\sigma_p = 3,9 \cdot 10^3 / 288 \cdot 10^{-6} = 13,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 13,5 \text{ МПа.}$$

При изгибе напряжения σ_u по поверхности сечения распределены неравномерно (см. рис. 17).

Находим его максимальное значение на внешней грани, как

$$\sigma_u = M_u / W_u$$

где $M_u = \Sigma M_u = 75 \text{ Нм};$

W_u – момент сопротивления изгибу.

Для прямоугольного сечения стержня, соответствующего типовому заданию, момент сопротивления изгибу равен:

$$W_u = a b / 6.$$

Подставляя числовые значения, найдем его величину:

$$W_u = 12 \cdot 10^{-3} (24 \cdot 10^{-3})^2 / 6 = 1152 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3.$$

Тогда напряжения изгиба:

$$\sigma_u = M_u / W_u = 75 / 1152 \cdot 10^{-9} = 65,1 \text{ МПа.}$$

На противоположной грани $\sigma_l = -\sigma_u$, то есть направлено противоположно и сжимает волокна. Посреди площадки $\sigma = 0$.

Построим на продольной оси X распределение по поперечному сечению напряжений изгиба σ_u , растяжения σ_p и их совместного действия σ (рис. 41).

Обозначим вершины сечения цифрами 1, 2, 3, 4.

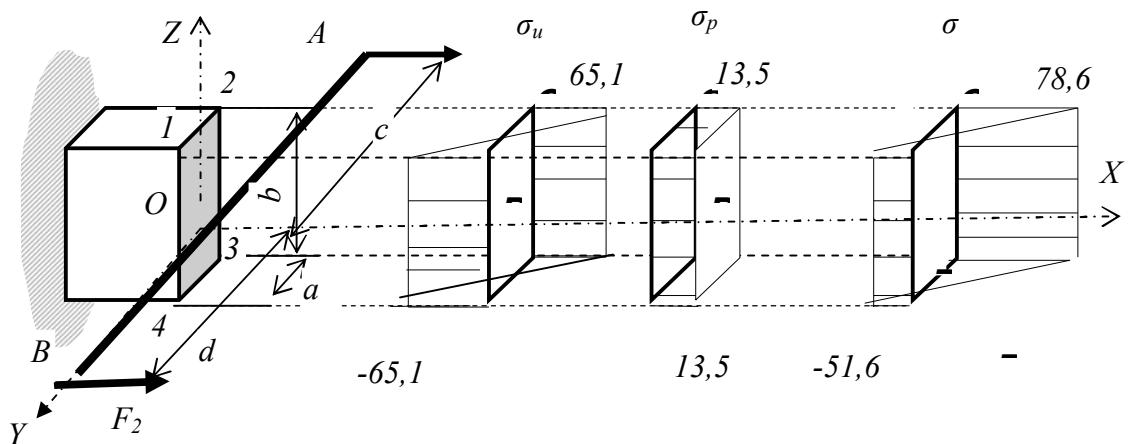


Рис. 41. Схема внецентренного нагружения стержня и упрощенный расчет напряжений изгиба, растяжения и совместного действия (МПа)

Тогда:

в точке 1:

$$\sigma_1 = \sigma_p - \sigma_u = 13,5 - 65,1 = 51,6 \text{ МПа};$$

в точке 2:

$$\sigma_2 = \sigma_p + \sigma_u = 13,5 + 65,1 = 78,6 \text{ МПа};$$

в точке 3:

$$\sigma_3 = \sigma_p + \sigma_u = 13,5 + 65,1 = 78,6 \text{ МПа};$$

в точке 4:

$$\sigma_4 = \sigma_p - \sigma_u = 13,5 - 65,1 = 51,6 \text{ МПа}.$$

Опасной будет грань 2-3, где $\sigma_{max} = 78,6 \text{ МПа}$.

В общем случае, силы располагаются относительно осей координат произвольно, поэтому их действие на сечение вызывает необходимость построения эпюров напряжений от каждого вида внутренних силовых факторов.

Рассмотрим ранее приведенный пример общим способом (рис. 42).

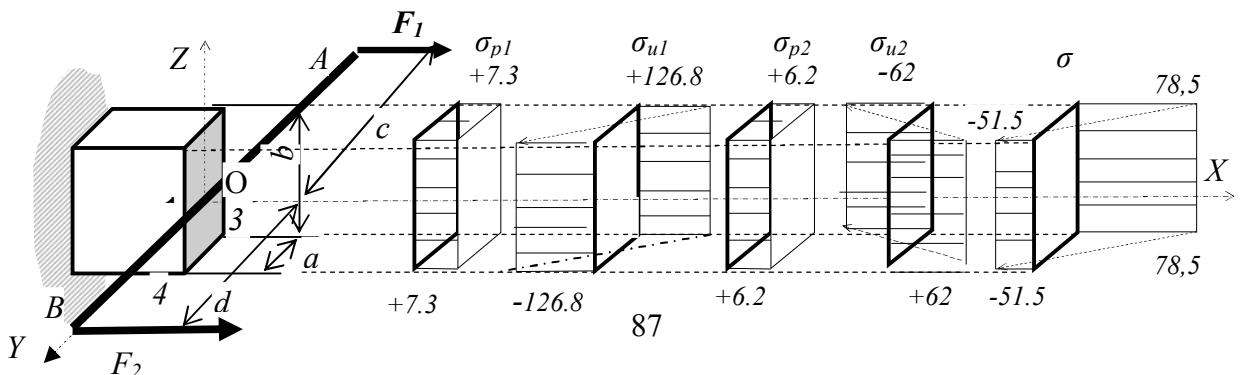


Рис. 42. Схема внецентренного нагружения стержня силами F_1 и F_2 и расчет напряжений растяжения σ_p и изгиба σ_u общим методом (МПа)

Пусть изгибающие моменты и моменты сопротивления изгибу будут иметь прежние значения:

$$M_{u1} = 147 \text{ Нм}, M_{u2} = 72 \text{ Нм}, W_u = 1152 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3.$$

Вычислим напряжения растяжения от сил F_1 и F_2 раздельно:

от силы F_1 :

$$\sigma_{p1} = F_1 / A = 2,1 \cdot 10^3 / 288 \cdot 10^{-6} = 7,3 \cdot 10^6 \text{ Па} = 7,3 \text{ МПа};$$

от силы F_2 :

$$\sigma_{p2} = F_2 / A = 1,8 \cdot 10^3 / 288 \cdot 10^{-6} = 6,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 6,2 \text{ МПа}.$$

Используя известные значения изгибающих моментов и моментов сопротивления изгибу, определим напряжения изгиба от их действия:

от момента M_{u1} :

$$\sigma_{u1} = M_{u1} / W_u = 147 / 1152 \cdot 10^{-9} = 126,8 \cdot 10^6 \text{ Па} = 126,8 \text{ МПа}.$$

от момента M_{u2} :

$$\sigma_{u2} = M_{u2} / W_u = 72 / 1152 \cdot 10^{-9} = 62,1 \cdot 10^6 \text{ Па} = 62,1 \text{ МПа}.$$

По полученным значениям напряжений строим графики распределения их величин по поперечному сечению (см. рис. 42).

Обозначим вершины сечения, как и ранее, цифрами 1, 2, 3, 4.

Определим напряжения совместно действия в каждой вершине.

Тогда:

в точке 1:

$$\sigma_1 = \sigma_{1p} - \sigma_{1u} + \sigma_{2p} + \sigma_{2u} = 7,3 - 126,8 + 6,2 + 62,1 = -51,6 \text{ МПа};$$

в точке 2:

$$\sigma_2 = \sigma_{1p} + \sigma_{1u} + \sigma_{2p} - \sigma_{2u} = 7,3 + 126,8 + 6,2 - 62,1 = 78,6 \text{ МПа};$$

в точке 3:

$$\sigma_3 = \sigma_{1p} + \sigma_{1u} + \sigma_{2p} - \sigma_{2u} = 7,3 + 126,8 + 6,2 - 62,1 = 78,6 \text{ МПа};$$

в точке 4:

$$\sigma_4 = \sigma_{1p} - \sigma_{1u} + \sigma_{2p} + \sigma_{2u} = 7,3 - 126,8 + 6,2 + 62,1 = -51,6 \text{ МПа}.$$

Опасной будет грань 2-3, где по-прежнему $\sigma_{max.} = 78,6 \text{ МПа}$.

4.4. Изгиб с кручением

Примером стержней изгиба с кручением служит схема стержня (рис. 43.), нагруженного поперечными силами F моментами M . Аналогичные схемы проводятся в заданиях (прил. К) для выполнения раздела расчетно-графических работ.

4.4.1 Типовое задание для выполнения раздела расчетно-графической работы

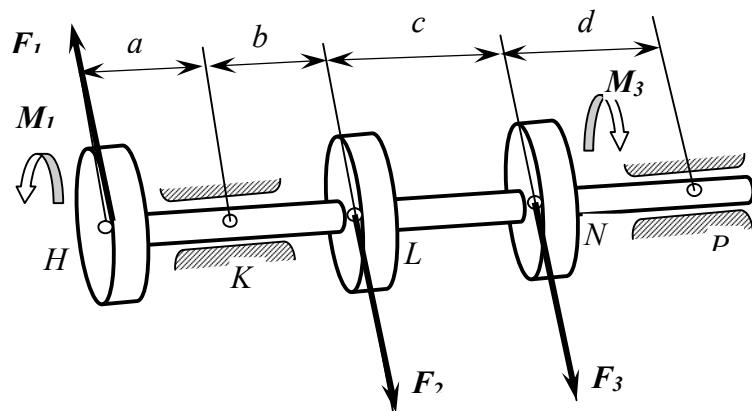


Рис. 43. Иллюстративная схема к расчету стержня на изгиб с кручением

Величины, необходимые для расчетов:

- моменты M_1, M_2, M_3, \dots нм;
- силы F_1, F_2, F_3, \dots кн;
- размеры a, b, c, d , мм;
- допускаемые напряжения $[\sigma]$, МПа.

4.4.2. Пример выполнения расчетов

Пусть для расчета заданы схема стержня в виде вала (см. рис. 43) и числовые значения необходимых параметров (табл. 4):

Таблица 4
Параметры величин для расчета

Параметр	Величина	Параметр	Величина
$M_1, \text{ нм}$	178	$a, \text{ мм}$	140
$M_3, \text{ нм}$	410	$b, \text{ мм}$	135
$F_1, \text{ кн}$	5	$c, \text{ мм}$	300
$F_2, \text{ кн}$	4	$d, \text{ мм}$	172
$F_3, \text{ кн}$	1	$[\sigma], \text{ МПа}$	560

Рассмотрим в отдельности простые деформации вала (стержня)

Изгиб:

- изобразим вал (см. рис. 43) в масштабе;
- заменяем рис. 43 расчетной схемой (рис. 44, а) с началом координат в точке H .

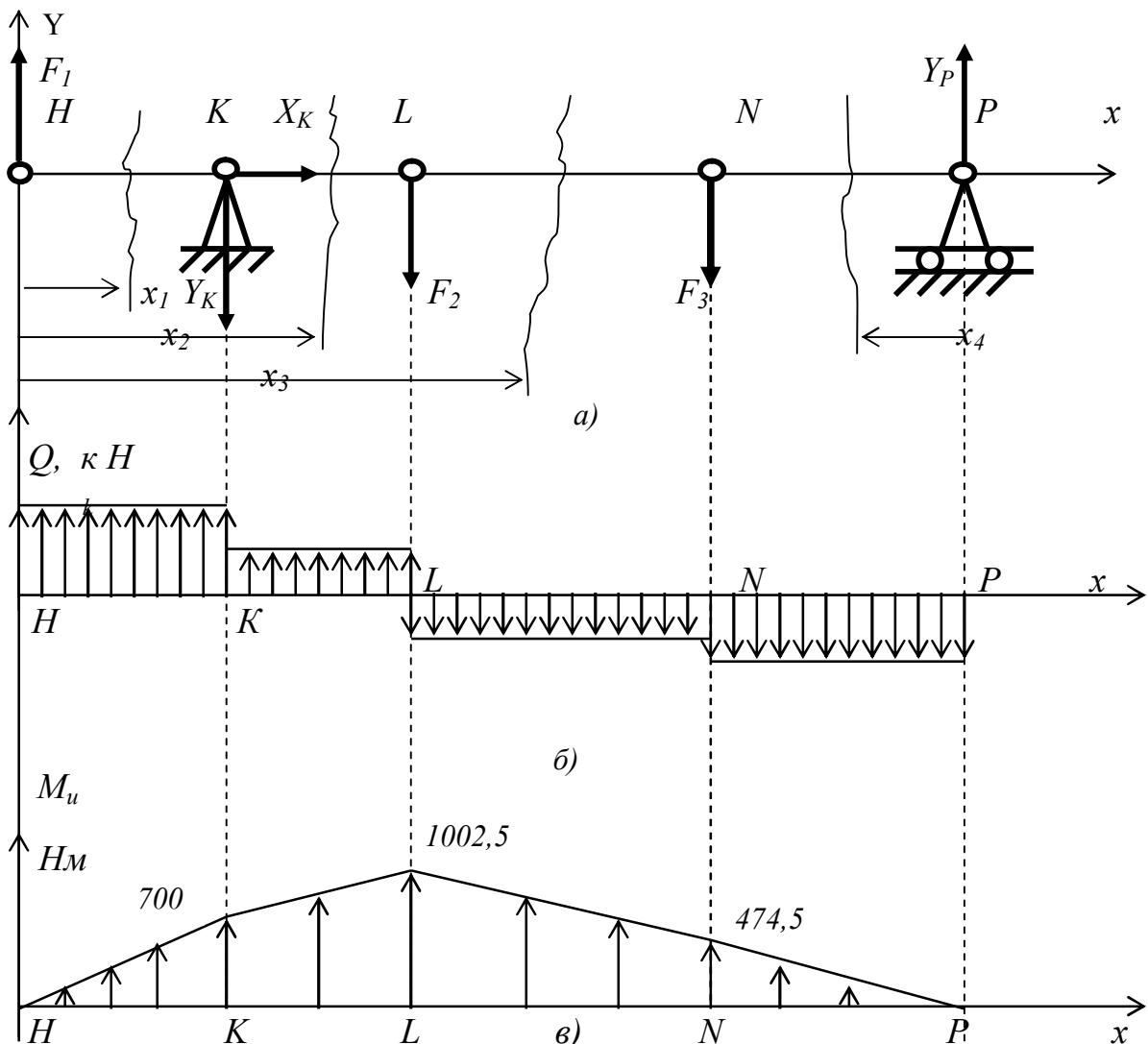


Рис. 44. Изгиба вала:

а – схема; б – эпюры поперечных сил; в – изгибающих моментов

Для этого проводим ниже выбранных осей координат прямую, на которую опускаем все известные точки. Отбрасываем опоры и заменяем их реакциями R_{AX} , R_{AY} , R_B . Прикладываем все внешние силы;

- находим неизвестные реакции. Для этого в уравнения статики:

$$\begin{cases} \sum X_i = 0, \\ \sum Y_i = 0, \\ \sum M_K = 0. \end{cases} \quad (113)$$

подставляем значения сил, включая реакции опор (и при их наличии – моментов сил), и их расстояния до начала координат, а затем вычисляем неизвестные значения реакций:

$$\begin{cases} X_k = 0, \\ F_1 - Y_K - F_2 - F_3 + Y_P = 0, \\ -F_1 \cdot a - F_2 \cdot b - F_3 \cdot (b+c) + Y_P \cdot (b+c+d) = 0, \end{cases}$$

$$Y_P = \frac{F_1 \cdot a + F_2 \cdot b + F_3 \cdot (b+c)}{b+c+d} = \frac{5 \cdot 140 + 4 \cdot 135 + 1 \cdot 435}{604} = 2,759 \text{ kH},$$

$$Y_K = F_1 + Y_P - F_2 - F_3 = 5 + 2,759 - 4 - 1 = 2,759 \text{ kH}.$$

- разбиваем схему стержня на 4 участка.

Участок – это некоторая протяженность, где ни силы, ни диаметр не изменяются;

- составляем для каждого участка выражения для поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x и вычисляем их.

Результаты расчетов сводим в табл. 5 .

Таблица 5

Расчет изгибающих моментов

№ участка	1	2
Область аргумента	$0 \leq X_1 \leq 0,140$	$0 \leq X_1 \leq 0,140$
Расчет поперечных сил	$Q_1 = \Sigma F_i$, $Q_1 = F_1 = 5 \text{ кН}$	$Q_2 = F_1 - Y_K$, $Q_2 = 5 - 2,759 = 2,241 \text{ кН}$
Расчет изгибающих моментов	$M_{u1} = F_1 \cdot x_1$ при $x_1 = 0$, $M_{u1} = 0$; при $x_1 = 0,140$ $M_{u1} = 0,140 \cdot 5 \cdot 10^3 = 700 \text{ Нм};$	$M_{u2} = F_1 \cdot x_2 - Y_K \cdot (x_2 - a)$, при $x_2 = 0,140$, $M_{u2} = 5 \cdot 10^3 \cdot 0,140 - 2,759 \cdot 10^3 \cdot (0,140 - 0,140) = 700 \text{ Нм}$ при $x_2 = 0,275$, $M_{u2} = 5 \cdot 10^3 \cdot 0,275 - 2,759 \cdot 10^3 \cdot (0,275 - 0,140) = 1002,5 \text{ Нм}$
Область аргумента	$0,275 \leq X_3 \leq 0,575$	$0 \leq X_4 \leq 0,172$
Расчет поперечных сил	$Q_3 = F_1 - Y_K - F_2 = 5 - 2,759 - 4 = 1,759 \text{ кН}$	$Q_4 = -Y_p = -2,759 \text{ кН}$
Расчет изгибающих моментов	$M_{u3} = F_1 \cdot x_2 - Y_K \cdot (x_3 - a) - F_3 \cdot (x_3 - a - b)$, при $x_3 = 0,275$, $M_{u3} = 5 \cdot 10^3 \cdot 0,275 - 2,759 \cdot 10^3 \cdot (0,275 - 0,140) - 4 \cdot 10^3 \cdot (0,275 - 0,140 - 0,135) = 1002,5 \text{ Нм}$, при $x_3 = 0,575$, $M_{u3} = 5 \cdot 10^3 \cdot 0,575 - 2,759 \cdot 10^3 \cdot (0,575 - 0,140) - 4 \cdot 10^3 \cdot (0,575 - 0,140 - 0,135) = 474,5 \text{ Нм}$	$M_{u4} = Y_p \cdot x_4$ при $x_4 = 0$, $M_{u4} = 0$; при $x_4 = 0,172$ $M_{u4} = 0,172 \cdot 2,759 \cdot 10^3 = 474,5 \text{ Нм}$

По полученным значениям построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Результаты построений приведены (см. рис. 44, б и в).

Очевидно, что наиболее нагруженной является точка L .

Кручение:

- заменяем рис. 43 расчетной схемой (рис. 45);

- выбираем систему координат с началом в точке H . Для этого проводим ниже рисунка дополнительные оси координат, переносим все известные точки, а также заданные и неизвестные величины моментов;

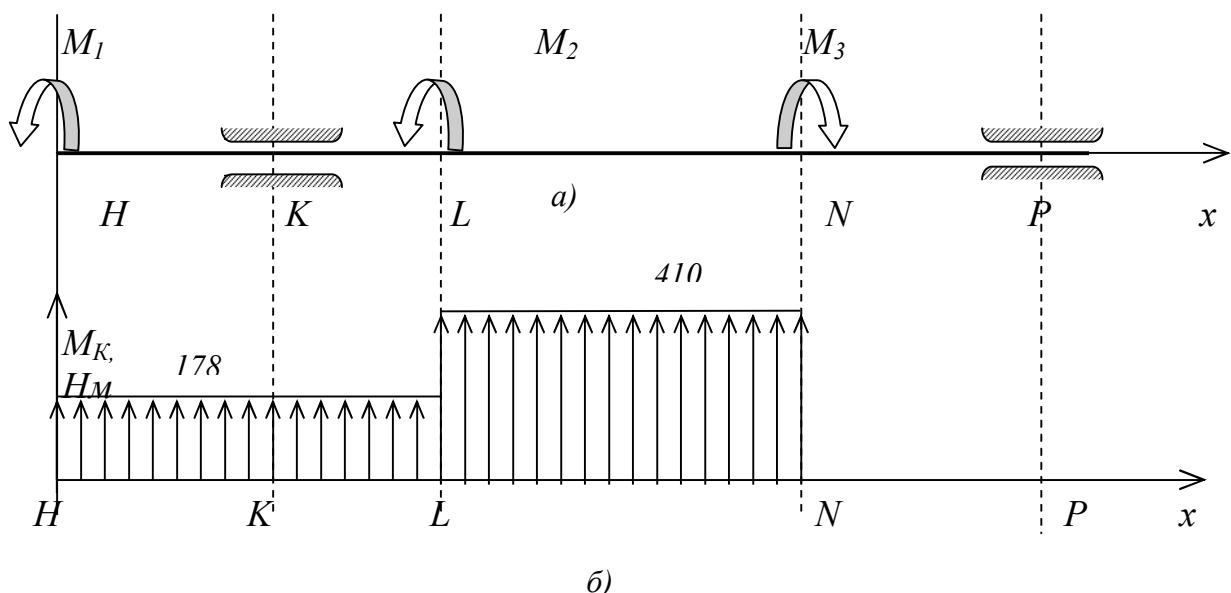


Рис. 45. Кручение вала:

a) – схема; б) – эпюра крутящих моментов

- составляем и проверяем условие равновесия.

Сумма всех моментов относительно оси x должна быть равна нулю:

$$\Sigma M_i = 0$$

или

$$-M_1 - M_2 + M_3 = 0.$$

Откуда неизвестный момент M_2 :

$$M_2 = M_3 - M_1$$

или

$$M_2 = 410 - 178 = 232 \text{ Нм};$$

– считая, что вал имеет одинаковый диаметр, разбиваем схему вала на 2 участка. Участок – это некоторая протяженность, где ни момент, ни диаметр не меняются.

Так как условие статики всегда соблюдается, то оно справедливо на каждом участке.

Результаты расчетов сводим в табл. 6.

Таблица 6

Расчет крутящих моментов

Участок	1	2
Область Аргумента, м	$0 \leq x_1 \leq 0,275$	$0,275 \leq x_2 \leq 0,472$
Расчет крутящих моментов	$M_{\kappa I} = M_I = 178 \text{ Нм}$	$M_{\kappa 2} = M_I + M_2 = 178 + 232 \text{ Нм}$

Наиболее нагружен участок 2.

Рассматривая совместно эпюры изгибающих и крутящих моментов (см.. рис. 44, в и 45, б), отмечаем, что опасной является точка L , так как $M_{umax}=1002,5 \text{ Нм}$, $M_{kp\max}=410 \text{ Нм}$.

Тогда, по 3-й теории прочности эквивалентное напряжение:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}} &= \sqrt{\sigma_u^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{M_u}{W_u}\right)^2 + 4\left(\frac{M_k}{W_k}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{M_u}{0,1d^3}\right)^2 + 4\left(\frac{M_k}{0,2d^3}\right)^2} = \frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{0,1d^3}. \end{aligned}$$

Следовательно:

$$\begin{aligned} d &\geq \sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_u^2 + M_k^2}}{0,1[\sigma]}} \geq \sqrt[3]{\frac{\sqrt{(1002,5)^2 + (410)^2}}{0,1 \cdot 560 \cdot 10^6}} \geq \\ &\geq \sqrt[3]{19,3 \cdot 10^{-6}} \geq 2,7 \cdot 10^{-2} \geq 0,027 \text{ м} \end{aligned}$$

Принимаем ближайшее большее число из нормального ряда $d = 30 \text{ мм}$.

5. ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ

5.1. Усталость и предел выносливости материалов

Большинство деталей машин в рабочих условиях испытывают *переменные напряжения*, циклически изменяющиеся во времени (циклические напряжения). Они возникают в деталях от изменения нагрузки, а также в связи с изменением положения их сечений по отношению к постоянной нагрузке (например, при вращении детали).

Законы изменения переменных напряжений могут быть различными, но все их можно представить в форме простейших гармоник синусоиды или косинусоиды.

Периодическое изменение напряжений во времени происходит от наибольшего значения σ_{max} до наименьшего σ_{min} и обратно. Переменные напряжения могут быть также касательными. Число циклов напряжений в секунду называют *частотой нагружения*.

Циклы напряжений (рис. 46) могут быть знакопостоянными – *а* или знакопеременными – *б*.

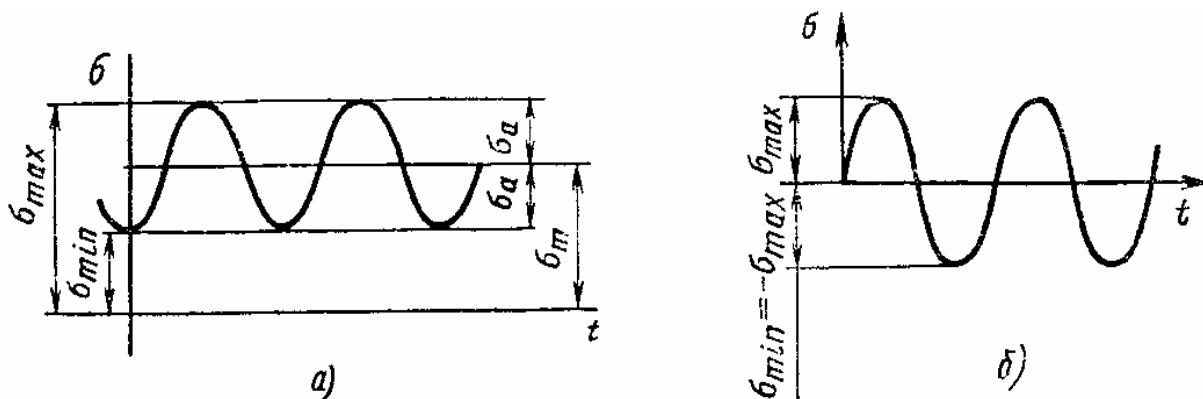


Рис. 46. Циклы напряжений:
а – знакопостоянны; б – знакопеременны

В цикле *б* среднее напряжение равно нулю, такой цикл называется симметричным ($\sigma_{max} = \sigma_a = \sigma_{min}$; $r = -1$). Если максимальное или минимальное напряжение цикла равно нулю, то его называют пульсирующим, или нулевым ($r = 0$).

Переменные напряжения, появляющиеся в деталях от изменения нагрузки, а также в результате изменения положения их сечений по отношению к постоянной нагрузке (например, при вращении детали), приводят к внезапному разрушению деталей, хотя величина этих напряжений часто существенно ниже предела текучести. Это явление получило название *усталости*. Усталостное разрушение начинается

с накопления повреждений на границах зерен материала и образования на поверхности, в месте концентрации напряжений, микротрешины, не видимой невооруженным глазом. Со временем происходит развитие трещины и ослабление сечения. Трещина распространяется обычно в направлении, перпендикулярном линии действия наибольших нормальных напряжений. Когда прочность оставшейся (неповрежденной) части сечения становится недостаточной, происходит внезапное разрушение детали.

Число циклов до момента разрушения зависит от амплитуды напряжений и меняется в весьма широких пределах. Имеют место случаи, когда деталь разрушается при больших напряжениях через несколько циклов, а при меньших напряжениях способна работать неограниченно долго.

Способность материала или детали противостоять действию переменных нагрузок называют *сопротивлением усталости*. Его оценивают с помощью *предела выносливости*, определяемого экспериментально на специальных машинах или стендах. По результатам испытаний строят *кривую усталости* (рис. 47).

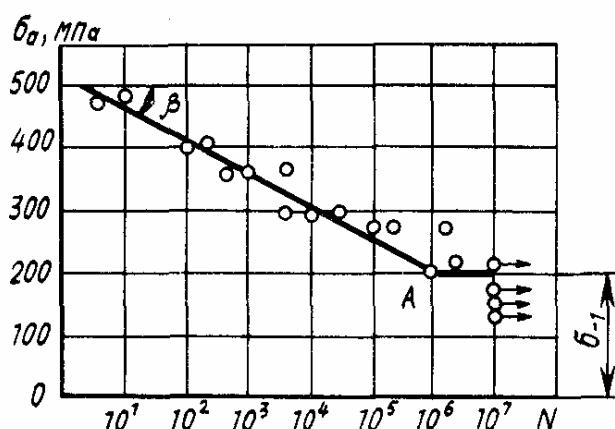


Рис. 47. Кривая усталости

Наибольшее значение напряжения цикла, которое образец выдерживает до базы испытаний, называют *пределом выносливости*. Предел выносливости принято обозначать: при симметричном цикле как σ_{-1} , при пульсирующем как σ_0 , при асимметричном как σ_r . Для расчета деталей, не предназначенных на длительный срок службы, вводится понятие *ограниченного предела выносливости* σ_{rN} , где N – заданное (меньше базового) число циклов. Пределы выносливости определяются для растяжения, изгиба и кручения. Приближенные зависимости между пределом выносливости при изгибе и пределами

выносливости для других видов деформации (растяжении или кручении) выражаются уравнениями:

$$\sigma_{-Ip} = 0,7\sigma_{-I}, \quad (114)$$

$$\tau_{-Ik} = 0,58\sigma_{-I}. \quad (115)$$

Если стальной образец выдержал десять миллионов циклов, то полагают, что он может выдержать без разрушения и большее число циклов.

Такое число циклов для стальных образцов считается *базовым*.

Зависимость между переменным напряжением σ_{max} и числом циклов до разрушения достаточно точно описывается уравнением

$$\sigma_{max}^m N = C. \quad (116)$$

где m и C – постоянные для данного материала, температуры и окружающей среды;

N_0 – базовое число циклов.

В логарифмических координатах уравнение кривой усталости

$$\lg \sigma_{max} = - (1/m) \lg N + (1/m) \lg C.$$

Тангенс угла наклона прямой b

$$|\operatorname{tgb}| = 1/m.$$

С увеличением значения m наклон прямой к оси $\lg N$ уменьшается и при m прямая становится горизонтальной. Обычно $m = 4\dots 10$.

Уравнение справедливо и для точки перегиба A кривой усталости, т.е.

$$C = \sigma_r^m N_0. \quad (117)$$

Тогда получим:

$$(\sigma_{max} / \sigma_r)^m = N_0 / N, \quad (118)$$

откуда

$$N = N_0 (\sigma_r / \sigma_{max}). \quad (119)$$

Эта зависимость используется для определения ресурса работы элементов конструкций при известном уровне рабочих переменных напряжений σ_{max} и значениях σ_r и N_0 .

Исследования показали, что в зонах резких изменений в форме элементов конструкций (около отверстий, галтелей и т. п.), а также в зонах контакта (рис. 48) возникают повышенные напряжения, т. е. появляется *концентрация напряжений*.

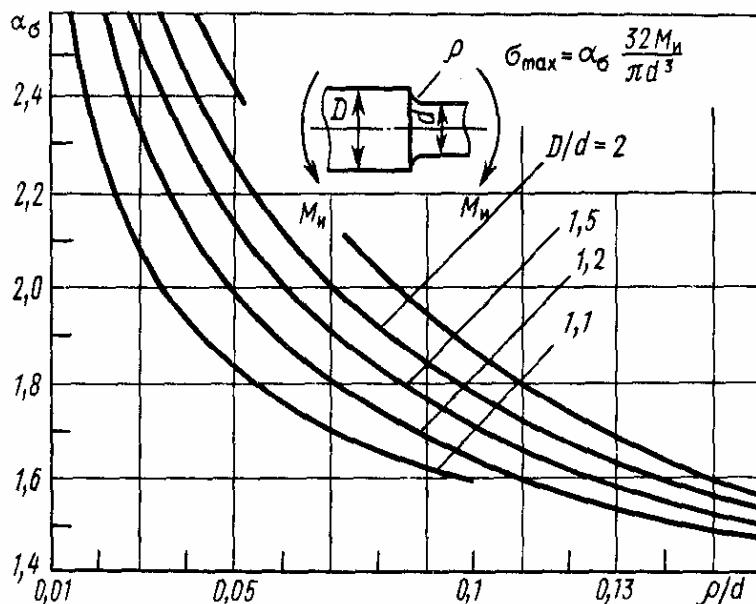


Рис. 48. Зависимость теоретических коэффициентов концентрации напряжений при изгибе и кручении валов с галтелью

Значения коэффициентов определяют методами теории упругости или экспериментально. В качестве примера на рис. 48 показаны зависимости коэффициентов α_s от геометрических параметров стержня (вала) с галтелью. Подобные зависимости для других расчетных случаев приведены в справочниках и соответствующих стандартах.

Значительное влияние на предел выносливости оказывает состояние поверхности (рис. 49), которое в еще большей степени сказывается на долговечности детали.

Это влияние учитывается *коэффициентом качества поверхности*:

$$\beta_s = \sigma'_{-1} / \sigma_{-1} \quad (119)$$

где σ_{-1} – предел выносливости полированного образца;

σ'_{-1} – предел выносливости для серии образцов, имеющих данную обработку поверхности

Коэффициент $\beta < 1$ характеризует снижение предела выносливости при ухудшении обработки по сравнению с полировкой. Значения

коэффициента β приводятся в справочной литературе либо в виде таблиц (табл. 8), либо в виде кривых (рис. 49).

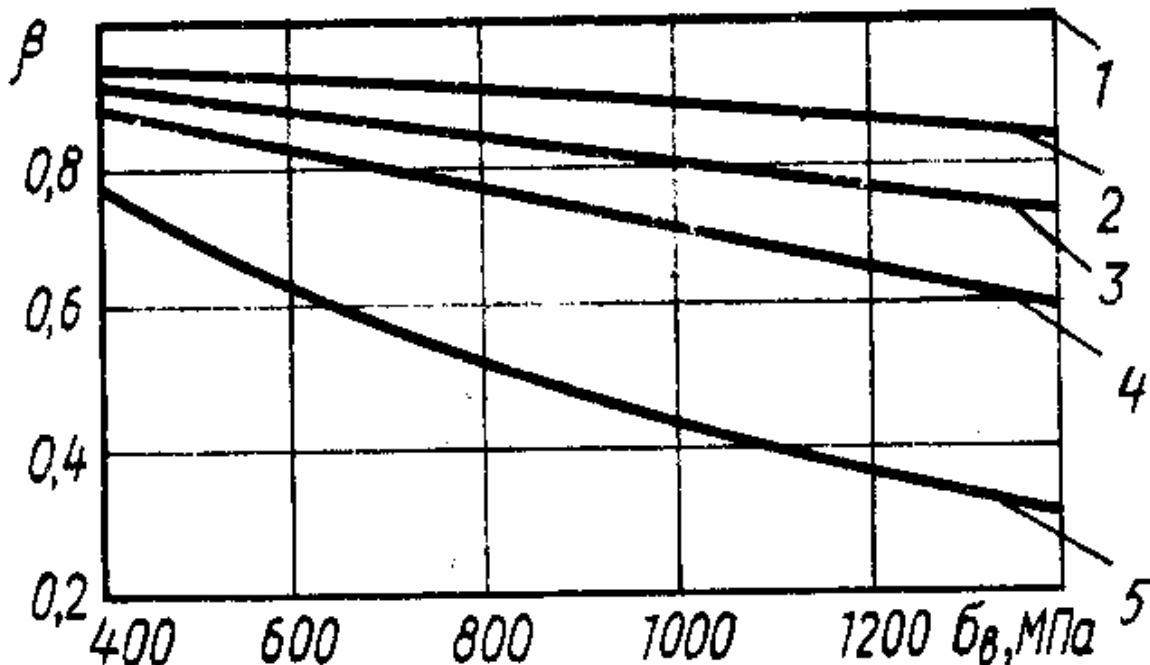


Рис. 49. Зависимость коэффициента β от предела прочности материала и вида обработки детали:

1 – полирование; 2 – шлифование; 3 – тонкое точение;
4 – грубое точение; 5 – наличие окалины

На рис. 49 за единицу (прямая 1) принято значение β для полированного образца. Прямая 2 соответствует шлифованным образцам; прямая 3 – тонкому, а 4 – грубому точению, 5 – наличию окалины.

Кроме вышеизложенного, влияние на предел выносливости оказывают: размеры переходов сечений (галтели) (табл. 7), вид тепловой (физико – химической) обработки (табл. 6), тип концентратора напряжений (табл. 9), размеры заготовки (масштабный фактор) (табл. 10).

На сопротивление усталости материала также оказывают влияние циклы переменных напряжений, величина их амплитуды σ_a и средних σ_m значений.

Влияние средних напряжений цикла и их амплитуды различно.

Таблица 7
Эффективные коэффициенты концентрации напряжений
в переходе с галтелью

Коэффициент	σ_b , MPa	При r/d					
		0,01	0,03	0,05	0,01	0,03	0,05
κ_σ	При $t/r = 1$			При $t/r = 3$			
	600	1,38	1,67	1,64	1,94	2,02	2,03
	800	1,41	1,76	1,73	2,03	2,13	2,16
	1000	1,45	1,84	1,83	2,12	2,25	2,30
	1200	1,49	1,92	1,93	2,21	2,37	2,44
	При $t/r = 2$			При $t/r = 5$			
	600	1,57	1,88	1,82	2,17	2,23	-
	800	1,62	1,99	1,95	2,28	2,38	-
κ_τ	1000	1,67	2,11	2,07	2,39	2,52	-
	1200	1,72	2,23	2,19	2,50	2,66	-
	При $t/r = 1$			При $t/r = 3$			
	600	1,29	1,42	1,44	1,59	1,66	1,68
	800	1,30	1,45	1,47	1,64	1,72	1,74
	1000	1,32	1,48	1,51	1,68	1,79	1,81
	1200	1,33	1,52	1,54	1,73	1,86	1,88
	При $t/r = 2$			При $t/r = 5$			
	600	1,40	1,57	1,57	2,34	2,12	-
	800	1,43	1,61	1,62	2,37	2,22	-
	1000	1,46	1,66	1,68	2,48	2,31	-
	1200	1,47	1,71	1,74	2,60	2,40	-

Обозначения к табл. 7 приведены на рис. 50.

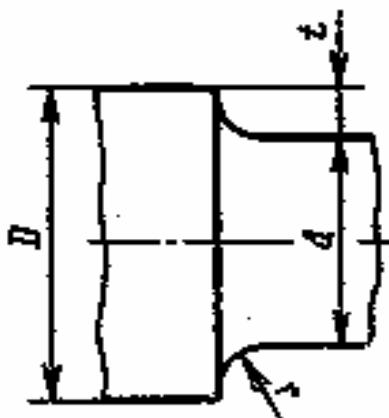


Рис. 50. Обозначения к табл. 7:
 d – диаметр вала; r – радиус скругления галтели;
 t – размер галтели;
 $D = d + 2t$ – диаметр буртика

При $\sigma_a = 0$ разрушение образца (детали) наступает при среднем напряжении $\sigma_m = \sigma_e$. При переменных циклах постоянные растягивающие составляющие цикла уменьшают сопротивление усталости, а сжимающие затрудняют развитие трещины.

Таблица 8
Значение коэффициентов β , зависящих от вида обработки поверхности, при изгибе и кручении валов

Вид обработки	σ_b , (седдевина) МПа	Значение β для валов		
		Гладких	При $\alpha_\sigma = 1,5$	При $\alpha_\sigma = 1,8 - 2$
Точение, шлифование	800 – 1200	1,1 – 1,2	-	-
Закалка с нагревом ТВЧ	600 – 800	1,5 – 1,7	1,6 – 1,7	2,4 – 2,8
	800 – 1200	1,3 – 1,5	-	-
Азотирование	900 – 1200	1,1 – 1,25	1,5 – 1,7	1,7 – 2,12
Цементация	700 – 800	1,4 – 1,5	-	-
	1000 – 1200	1,2 – 1,3	2	-
Дробеструйная обработка	600 – 1500	1,1 – 1,25	1,5 – 1,7	1,7 – 2,1
Обкатка роликом	600 – 1500	1,2 – 1,3	1,5 – 1,6	1,8 – 2,0

Примечание. σ_a – теоретический коэффициент концентрации напряжения.

Таблица 9

Эффективные коэффициенты концентрации напряжений при изгибе и кручении

σ_e, MPa	Тип концентратора							
	Шлицы		Шпоночная канавка		Резьба		Поперечное отверстие	
	K_σ	K_τ^*	K_σ^{**}	K_τ	K_σ	K_τ	K_σ^{***}	K_τ
600	1,55	2,36/1,76	1,46/1,76	1,54	1,396	1,54	2,05/1,85	1,80
800	1,65	2,55/1,58	1,62/2,01	1,88	2,20	1,71	2,10/1,90	1,90
1000	1,72	2,70/1,58	1,77/2,26	2,22	2,62	2,22	2,20/2,00	1,95
1200	1,75	2,80/1,60	1,92/2,50	2,39	2,90	2,39	2,30/2,10	2,00

*Примечания.** В числителе приведены значения для валов с прямобочными, в знаменателе – с эвольвентными шлицами.

** В числителе приведены значения для канавок, полученных пальцевой фрезой, в знаменателе – дисковой.

*** В числителе приведены значения для валов с диаметром отверстия $a = (0,05 - 0,15)d$, в знаменателе $a = (0,15 - 0,25) d$.

Таблица 10

Значение масштабных коэффициентов ε_σ и ε_τ

Напряженное состояние и материал	Значение $\varepsilon_\sigma = \varepsilon_\tau$ при диаметре вала, мм							
	15	20	30	40	50	70	100	200
Изгиб углеродистых сталей	0,95	0,92	0,88	0,85	0,81	0,76	0,70	0,61
Изгиб высокопрочных углеродистых сталей и кручение всех сталей	0,87	0,83	0,77	0,73	0,79	0,65	0,59	0,52

В практике расчетов используются различные аналитические выражения для определения влияния амплитуд и средних циклов колебаний переменных напряжений на прочность материалов и их последующий учет.

Наибольшее применение получила линейная зависимость

$$\sigma_a = \sigma_{-I} - \phi_m \sigma_m,$$

преобразуемая для выявления предельного состояния материала к виду:

$$\sigma_a + \phi_m \sigma_m \leq \sigma_{-I},$$

где ϕ_m – коэффициент, характеризующий чувствительность материала к асимметрии цикла .

Введем, как обычно, понятие эквивалентного переменного напряжения:

$$\sigma_{ekv} = \sigma_a + \phi_m \sigma_m. \quad (120)$$

Тогда условием надежности материала будет выражение

$$\sigma_{\text{экв}} \leq \sigma_{-1}. \quad (121)$$

Как показали экспериментальные исследования, влияние концентрации напряжений, масштабного эффекта и состояния поверхности следует относить только к переменной составляющей цикла.

С учетом этого

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_a \kappa_\sigma / \varepsilon_\sigma \beta_\sigma + \phi_\sigma \sigma_m, \quad (122)$$

а условие сопротивления усталости примет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_a \kappa_\sigma / \varepsilon_\sigma \beta_\sigma + \phi_\sigma \sigma_m \leq \sigma_{-1}. \quad (123)$$

При действии касательных напряжений условие сопротивления усталости будет:

$$\tau_{\text{экв}} = \tau_a \kappa_\tau / \varepsilon_\tau \beta_\tau + \phi_\tau \tau_m \leq [\tau]. \quad (124)$$

Для оценки надежности элемента определяют запас прочности. Принимаем: в процессе работы переменное и постоянное напряжения изменяются пропорционально. Запас прочности детали в точке – это отношение предельного значения напряжений в точке к действующим эквивалентным (нормальным и касательным) напряжениям.

Тогда, подставляя соответствующие напряжения из условий прочности материала по нормальным и касательным напряжениям, получим:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \frac{\kappa_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta_\sigma} + \phi_\sigma \sigma_m}; \quad (125)$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \frac{\kappa_\tau}{\varepsilon_\tau \beta_\tau} + \phi_\tau \tau_m}. \quad (126)$$

При совместном действии нормальных и касательных напряжений запас прочности находят по формуле:

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} . \quad (127)$$

Полученные значения запасов прочности следует сопоставлять с их допустимыми значениями. Обычно принимают $n \geq 1,5$.

В приближенных расчетах принимают $\psi_\sigma = \psi_\tau = 0,1 \dots 0,2$ для углеродистых сталей при $\sigma_B < 500$ МПа; для легированных и углеродистых сталей при $\sigma_e > 500$ МПа $\psi_\sigma = \psi_\tau = 0,2 \dots 0,3$.

Амплитуды и средние напряжения циклов нормальных и касательных напряжений, с учетом сделанного выше замечания о характере циклов нормальных и касательных напряжений, определяются как:

$$\sigma_e = \sigma_u = \frac{M_u}{0,1d^3}; \quad \sigma_m = 0; \quad (128)$$

$$\tau_a = 0,5\tau_k = \frac{T}{0,4d^3}; \quad \tau_m = \tau_a. \quad (129)$$

Для технических расчетов пользуются значениями коэффициентов, приведенными в табл. 8 – 10.

5.1.1. Типовое задание для определения прочности при переменных напряжениях

С целью устранения дублирования материалов при выполнении разных частей рассчето-графической работы, при выполнении настоящего раздела целесообразно схему вала, его диаметры и действующие нагрузки заимствовать из ранее выполненной работы «Расчет прочности стержня на изгиб с кручением» (см. рис. 41, табл. 4). Дополнительные данные для определения запаса прочности: материал изделия, вид обработки, концентратор напряжений приведены в прил. Л.

5.1.2. Порядок выполнения расчетов

1. Выписать из задания «Расчет стержня на изгиб с кручением» для опасной точки значения:

- изгибающего момента;
- крутящего момента;

- диаметра вала.

2. Определить для заданного материала вала, назначив предварительно твердость поверхности, следующие характеристики:

-предел усталости при изгибе σ_{-I} ;

-предел усталости при кручении τ_{-I} ;

-коэффициенты чувствительности материала вала к асимметрии цикла нагружения при изгибе ψ_σ и кручении ψ_τ .

3. Вычислить амплитуды напряжений изгиба σ_a и кручения τ_a , а также средние напряжения цикла σ_m и τ_m .

4. По указанным в заданиях условиям работы материала по таблицам определить коэффициенты:

-концентрации напряжений k_σ и k_τ ;

-влияния абсолютных размеров детали ε_σ и ε_τ ;

-состояния вида обработки поверхности и упрочнения при изгибе β_σ и кручении β_τ .

5. Вычислить запасы прочности по нормальным напряжениям (изгиба) n_σ и касательным напряжениям (кручения) n_τ , а также общий запас прочности n .

Если выполняется условие

$$n \geq [n],$$

где $[n]$ – допустимый запас прочности, то элемент конструкции признается прочным. Если условие не выполняется, то необходимо дать рекомендации по упрочнению конструкции.

Для многих конструкций $[n] \geq 1,5$.

5.1.3. Пример выполнения работы

Исходные данные

В задании на расчет прочности вала при переменных напряжениях указано, что проверке следует подвергнуть вал из раздела «Изгиб с кручением» (рис. 41, табл. 4).

Кроме того, пусть заданы дополнительные параметры, приведенные в табл. 11.

Таблица 11

Дополнительные параметры задания
для проверки прочности при переменных напряжениях

Параметр	Значение
Материал изделия	Сталь 12Х2Н4А
Вид обработки	Шлифование
Концентратор напряжений	Шлицы эвольвентные

В работе определяем точку L как опасную, для которой:

- изгибающий момент – 1002,5 Нм;
- крутящий момент – 410 Нм;
- диаметр вала – 30 мм.

Кроме того, заданы параметры, указанные в табл. 11.

Характеристика материала и факторов, влияющих на его прочность.

В соответствии с табл. П1 прил. П, при диаметре заготовки до 120 мм материал имеет:

- предел прочности $\sigma_b = 1100$ МПа;
- предел текучести – 850 МПа;
- предел выносливости:
 - при изгибе – 500 МПа;
 - кручении – 250 МПа;
- коэффициент чувствительности к асимметрии цикла:
 - при изгибе $\psi_\sigma = 0,15$;
 - кручении $\psi_\tau = 0,10$.

Принимая шлицы эвольвентными, находим коэффициенты концентрации напряжений (см. табл. 9):

- при изгибе $\kappa_\sigma = 1,73$,
- кручении $\kappa_\tau = 1,59$.

Коэффициенты влияния масштабного фактора (табл. 10) при диаметре до 30 мм равны $\varepsilon_\sigma = \varepsilon_\tau = 0,77$.

Коэффициент влияния вида обработки поверхности (см. табл. 8) для шлифованных шлицев, предела прочности материала 800...1200 МПа и для гладких валов $\beta_\sigma = \beta_\tau = 1,2$.

Определяем напряжения циклов нагружения материала:

- при изгибе:
- $$\sigma_a = M_u / (0,1 \cdot d^{3d}) = 1002,5 / (0,1 \cdot 0,03^3) = 371 \text{ МПа}, \quad \sigma_m = 0;$$
- кручении:
- $$\tau_a = \tau_m = M_k / (0,4 \cdot d^3) = 410 / (0,4 \cdot 0,03^3) = 38 \text{ МПа}.$$

Запасы прочности по напряжениям:

- нормальным:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \frac{\kappa_\sigma}{\varepsilon_\sigma \beta_\sigma} + \phi_\sigma \sigma_m} = \frac{500}{371 \frac{1,73}{0,77 \cdot 1,2} + 0} = 0,71;$$

- касательным:

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a \frac{\kappa_{\tau}}{\varepsilon_{\tau} \beta_{\tau}} + \phi_{\tau} \tau_m} = \frac{250}{38 \frac{1,59}{0,77 \cdot 1,2} + 0,1 \cdot 38} = 4,22 .$$

Выход: По напряжениям изгиба запас прочности недостаточен. Необходимо для обеспечения работоспособности вала увеличить его диаметр до 40 мм.

Тогда:

$$\sigma_a = \frac{1002,5}{0,1 \cdot 0,04^3} = 156,6 \text{ МПа}, \quad \sigma_m = 0.$$

$$\tau_a = \tau_m = \frac{410}{0,4 \cdot 0,04^3} = 16 \text{ МПа};$$

запасы прочности:

$$\pi_{\sigma} = \frac{500}{156 \frac{1,73}{0,73 \cdot 1,2} + 0} = 1,62;$$

$$\pi_{\tau} = \frac{250}{16 \frac{1,59}{0,73 \cdot 1,2} + 16 \cdot 0,1} = 7,44;$$

$$n = \frac{1,62 \cdot 7,44}{\sqrt{1,62^2 + 7,44^2}} = 1,58.$$

Запасы прочности вала диаметром 40 мм обеспечивают надежность работы вала.

6. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

6.1. Формула Эйлера

Упругие (деформируемые) тела так же, как и твердые (недеформируемые) тела, могут находиться в *устойчивом и неустойчивом равновесии*.

Если тонкий прямой стержень сжимать вдоль геометрической оси, как показано на рис. 51, а, постепенно увеличивая силу F , то сначала он будет прямым под действием напряжений сжатия

$$\sigma_{сж} = \frac{F}{A}, \quad (130)$$

где A – площадь поперечного сечения стержня.

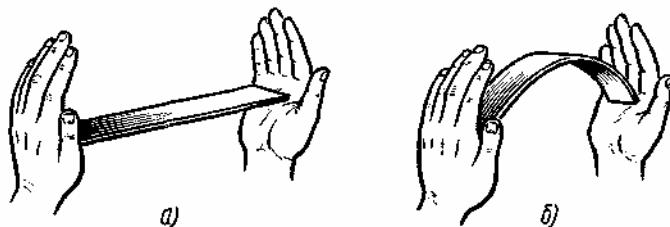


Рис. 51. Потеря устойчивости стержня при сжатии

Затем, при некоторой нагрузке F_{kp} , называемой *критической*, стержень внезапно начнет резко изгибаться (рис. 51, б), напряжения в нем будут быстро нарастать и возникнет опасность разрушения. Это явление называют *потерей устойчивости*.

Коэффициент запаса устойчивости определяется, как:

$$K_3 = F / F_{kp}. \quad (131)$$

При одной и той же внешней нагрузке и условиях закрепления стержень имеет несколько состояний равновесия, которые называют *неустойчивыми*.

Если такой стержень растягивать продольной силой, то он всегда будет находиться в *устойчивом (единственном) положении равновесия*.

Для выяснения условий, при которых становятся возможными различные состояния равновесия, рассмотрим пример (задача

Эйлера) о сжатии стержня (рис. 52). Критическая сила в этой задаче будет равна такой осевой силе, при которой стержень может находиться в слегка изогнутом состоянии.

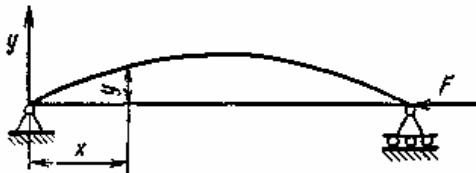


Рис. 52. Схема прогиба стержня

При малых прогибах стержня можно использовать дифференциальное уравнение изогнутой оси в виде:

$$EJy'' = M = -Fy. \quad (132)$$

Знак минус в правой части показывает, что момент силы стремится увеличить отрицательную кривизну упругой линии.

Уравнение (132) можно переписать в виде:

$$d^2/dx^2 + k^2y = 0. \quad (133)$$

В этом уравнении:

$$\kappa^2 = F/(EJ). \quad (134)$$

Общее решение уравнения (133):

$$y = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx, \quad (135)$$

где C_1 и C_2 – произвольные постоянные, определяемые из краевых условий:

$$\begin{aligned} &\text{при } x = 0 \quad y(0) = 0; \\ &\text{при } x = l \quad y(l) = 0. \end{aligned} \quad (136)$$

Отсюда следует, что $C_2 = 0$.

Второе условие может быть выполнено лишь при условии, что $C_1 \sin kl = 0$.

Таким образом, уравнение (135) имеет два решения:

$$\begin{aligned} &a) C_1 = 0; \\ &b) \sin kl = 0. \end{aligned} \quad (137)$$

В случае а) при $C_1 = C_2 = 0$ перемещения у тождественно равны нулю и стержень сохраняет прямолинейную форму. Этот случай

не удовлетворяет условиям задачи, так как рассматривается изогнутый стержень.

Следовательно, стержень может изогнуться лишь при условии (б) при

$$kl = n\pi,$$

где n – произвольное целое число.

Из последнего равенства следует, что при малой силе P , пока величина

$$k = \sqrt{F/(EJ)} \leq \pi/l, \quad (138)$$

значение $\sin kl \neq 0$, и стержень будет сохранять прямолинейную форму.

Как только $\kappa = n/l$ или, решив относительно F и обозначив силу F_{kp} , что то же самое,

$$F = F_{kp} = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}, \quad (139)$$

стержень потеряет устойчивость и изогнется.

Эта сила, соответствующая $n = 1$, называется Эйлеровой силой, или первой критической силой. При этом стержень изгибается по полуволне синусоиды:

$$y = C_1 \sin (\pi x/l) \quad (140)$$

с максимальным прогибом C_1 .

При $n > 1$ упругая линия стержня изображается кривой, включающей n полуволн (рис. 53). Однако эти неустойчивые формы равновесия не имеют практического значения, так как уже при $n = 1$ стержень «теряет» несущую способность.

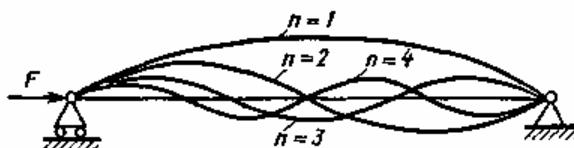


Рис. 53. Формы прогибов стержня

В общем случае формулу Эйлера (104) можно представить в форме:

$$F_{kp} = \pi^2 E J / (\mu l)^2, \quad (141)$$

где μ – коэффициент приведения длины (рис. 54).

Критической нагрузке соответствует напряжение сжатия

$$\sigma_{kp} = F_{kp} / A = \pi^2 E / \lambda, \quad (142)$$

где λ – коэффициент, характеризующий приведенную гибкость стержня (с учетом условий его нагружения и опирания):

$$\lambda = \mu l / i, \quad (143)$$

где i – радиус инерции сечения:

$$i = \sqrt{J/A}. \quad (144)$$

Отметим, что критическую силу и напряжения определяют по минимальному моменту инерции сечения.

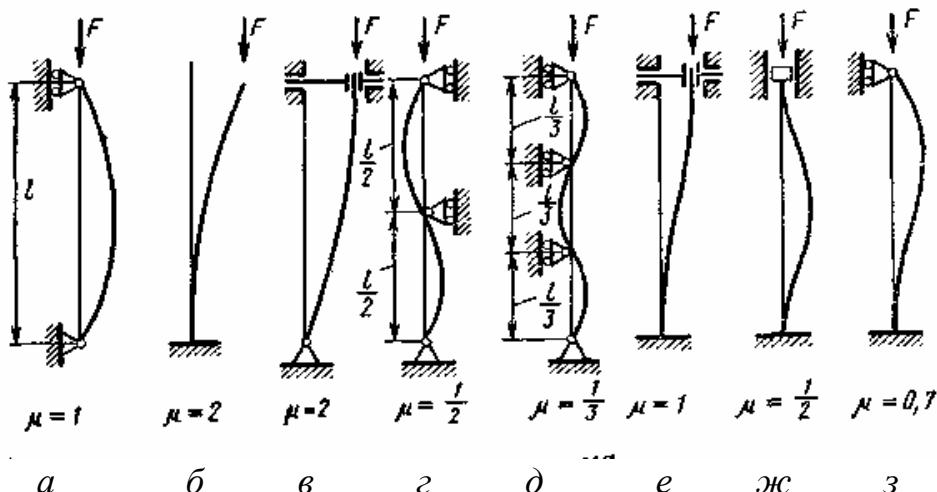


Рис. 54. Формы прогибов и коэффициенты приведения длины стержней

В реальных деталях стержневой формы (винтах, стойках и др.) неизбежны отклонения оси стержня от прямолинейного направления и внецентренное приложение сжимающих сил, поэтому потеря устойчивости стержня происходит при напряжениях, меньше критических.

В инженерной практике расчет сжатых стержней ведется так же, как и растянутых стержней, но допускаемые напряжения принимают в зависимости от гибкости:

$$[\sigma_y] = F / A \leq \varphi [\sigma], \quad (145)$$

где φ – коэффициент снижения допускаемых напряжений.

Для стержней из сталей *Cm 2*, *Cm 3*, *Cm 4*, *Cm 5* и низкоуглеродистых сталей *10XCHA*, *10Г2С1* и др. средние значения λ и φ даны в табл. 12.

Таблица 12

*Зависимость коэффициента снижения
допускаемых напряжений от гибкости стержня*

λ	10	20	40	60	80	100	120	140	160
φ	1	0,95	0,9	0,8	0,65	0,5	0,35	0,3	0,25

Фактический коэффициент запаса устойчивости в этом случае определяется, как:

$$n_y = F_{kp} / F = [\sigma_y] / \sigma. \quad (146)$$

6.2. Типовое задание для проверки устойчивости стержней

В типовом задании на расчет устойчивости стержня указывается:

- схема стержня;
- сила сжатия F ;
- профиль стандартный;
- размеры стандартного профиля;
- материал;
- длина.

Требуется определить запас устойчивости стержня. В случае недостаточности устойчивости, дать рекомендации для её повышения.

6.2.1. Методика выполнения расчетов стержней на устойчивость

Определение коэффициента запаса устойчивости

Из задания на проведение расчета устанавливаем:

- схему нагружения стержня силами;
- длину стержня;

- вид профиля поперечного сечения и размеры, характеризующие это сечение;
- материал стержня.

Принимаем числовое значение модуля Юнга E по прил. H .

Подбираем значение коэффициента приведенной длины стержня μ по рис. 54.

Из характеристики материала (табл. П2, прил. П) устанавливаем значение допускаемых напряжений $[\sigma_y]$ с учетом прочности материалов. Приближенно можно считать пределом потери устойчивости стержня предел текучести материала σ_T .

Из [2] или расчетом находим *характеристики сечений* : площадь A и минимальный радиус i .

Определяем *гибкость стержня*:

$$\lambda = \mu l / i.$$

При гибкости $\lambda \geq 100$ *справедлива формула Эйлера*.

Тогда:

$$\sigma_{kp} = \pi^2 E / \lambda^2,$$

действующее напряжение сжатия:

$$\sigma = F/A.$$

Запас устойчивости:

$$n_y = \sigma_{kp} / \sigma.$$

Если $n_y \geq 1,5$, то стержень *устойчив*.

В противном случае необходимо либо увеличить площадь его поперечного сечения, либо уменьшить приведенную длину.

Если гибкость стержня $\lambda < 100$, то *формула Эйлера не применима*.

Тогда по табл. 12 находим коэффициент понижения допускаемых напряжений ϕ , а критическое напряжение, как:

$$\sigma_{kp} = \phi[\sigma]. \quad (147)$$

Далее определяем действующее напряжение и запас устойчивости.

При необходимости вносим корректизы методом подбора.

Подбор сечения стержня

Из задания на проведение расчета устанавливаем:

- схему нагружения стержня силами;
- длину стержня;
- вид профиля поперечного сечения;
- материал стержня;
- требуемый коэффициент запаса устойчивости.

Принимаем числовое значение модуля Юнга E по табл. *H.1*.

Подбираем значение коэффициента приведенной длины стержня μ по рис. 54 в соответствии с видом крепления стержня к опоре.

Из характеристики материала (табл. П2, прил. П) устанавливаем значение допускаемых напряжений $[\sigma]$ с учетом прочности материалов. Приближенно можно считать пределом потери устойчивости стержня предел текучести материала.

По заданному значению действующей силы и запасу устойчивости определяем величину расчетной силы:

$$F_p = F \cdot n.$$

Предполагаем, что формула Эйлера применима для расчетного случая и находим минимальное значение осевого момента инерции:

$$J_{\min} = F_p (\mu l)^2 / (\pi^2 E). \quad (148)$$

Определяем по справочной литературе [2] номер стандартного профиля стержня, имеющего ближайшее большее значение момента инерции и выписываем значения площади поперечного сечения A и J .

Проверяем применимость формулы Эйлера.

Для этого вычисляем радиус инерции сечения:

$$i = \sqrt{J/A}$$

и гибкость:

$$\lambda = \mu l / i.$$

Если гибкость $\lambda \geq 100$, расчет справедлив.

В противном случае, по табл. определяем коэффициент уменьшения допускаемых напряжений φ и далее расчетные напряжения σ_p .

Затем определяем необходимую минимальную площадь сечения как

$$A = F / \sigma_p$$

Далее по таблицам или расчетом подбираем ближайшее большее сечение. При необходимости вносим корректировки методом подбора.

6.2.2. Пример проведения расчетов

Определение запаса устойчивости стержня

Задано:

- схема нагружения стержня (рис. 55);
- сила сжатия $F = 60$ кН;
- профиль – балка двутавровая;
- размеры соответствуют балке двутавровой № 10 [2];
- материал – сталь 30 незакаленная;
- длина – 3 м.

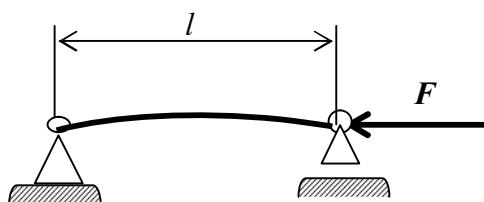


Рис. 55. Схема сжатия стержня

Определить запас устойчивости стержня. В случае недостаточности устойчивости, дать рекомендации для её повышения.

Решение:

- по рис. 54 находим коэффициент приведения длины $\mu = 1$;
- по табл. Н1 прил. Н для сталей $E = 2 \cdot 10^5$ МПа;
- по табл. П 2 прил. П принимаем характеристики материала сталь 30 незакалённая: предел прочности $\sigma_u = 530$ МПа, предел текучести $\sigma_T = 350$ МПа;
- по [2] для заданного стандартного профиля «двутавровое сечение № 10» выписываем: площадь поперечного сечения

$A = 12 \text{ см}^2 = 0,0012 \text{ м}^2$, меньший радиус инерции $i = 1,22 \text{ см} = 0,0122 \text{ м}$;

- определяем гибкость стержня $\lambda = \mu l / i = 1 \cdot 3 / 0,0122 = 246$;

- так как $\lambda \geq 100$, то применяем формулу (142) для нахождения критических напряжений:

$$\sigma_{kp} = \pi^2 \sigma / \lambda^2 = 3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 / 246^2 = 32,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 32,6 \text{ МПа};$$

- напряжения сжатия $\sigma = F / A = 60 \cdot 1000 / 0,0012 = 50 \cdot 10^6 \text{ Па} = 50 \text{ МПа}$;

- запас устойчивости $n_y = \sigma_{kp} / \sigma = 32,6 / 50 = 0,65$;

- так как $n_y < 1,5$, то стержень неустойчив.

Для повышения устойчивости стержня можно ввести скользящую опору на средине его длины (рис. 54, 2), тогда: $\mu = 1/2$ и

$$\lambda' = 1 \cdot 1,5 / 0,0122 / 123;$$

$$\sigma'_{kp} = 3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 / 123^2 = 130,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 130,4 \text{ МПа};$$

$$n'_y = 130,4 / 50 = 2,6.$$

Стержень будет устойчив.

Подбор сечения стержня, обеспечивающего заданный запас устойчивости

Задано:

в предыдущем примере было необходимо обеспечить запас устойчивости $n = 2,6$ при длине стержня 3 м, подобрав нужный номер стандартного двутаврового сечения.

Решение:

- по рис. 54 находим коэффициент приведения длины $\mu = 1$;

- по табл. Н1 прил. Н для сталей $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$;

- по табл. П 2 прил. П принимаем характеристики материала сталь 30 незакалённая: предел прочности $\sigma_b = 530 \text{ МПа}$, предел текучести $\sigma_t = 350 \text{ МПа}$;

- определяем расчетную критическую силу как $F_{kp} = F \cdot n = 60 \cdot 2,6 = 156 \text{ кН}$.

- предполагая, что справедлива формула Эйлера, из неё находим:

$$J = F_{kp} \cdot (\mu l)^2 / (\pi^2 E) = 156 \cdot 10^3 (1 \cdot 3)^2 / (3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6) = 0,000000712 \text{ м}^4 = 71,2 \text{ см}^4;$$

- по [2] для двутаврового сечения находим ближайшее большее относительно осей $y-y$, дающих меньшее табличное значение:

$$J = 82,6 \text{ см}^4.$$

Этому сечению соответствует балка № 18, имеющая площадь поперечного сечения

$$A = 23,4 \text{ см}^4 \text{ и радиус инерции } i = 1,88 \text{ см.}$$

Проверим применимость формулы Эйлера путём определения гибкости стержня.

Гибкость стержня:

$$\lambda = \mu l / i = 1 \cdot 3 / 0,0188 = 159,6 .$$

Так как $\lambda > 100$, то формула Эйлера применима и расчеты верны.

ЛИТЕРАТУРА

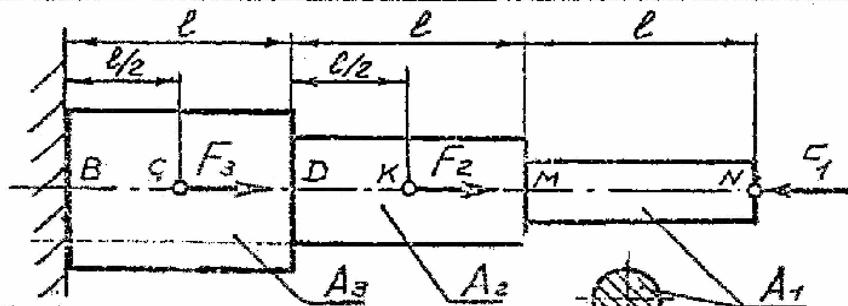
1. Александров, А.В. Сопротивление материалов: учебник / А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин. – М.: Высш. шк., 2001. – 559 с.
2. Анульев, В.И. Справочник конструктора – машиностроителя. В 3 т.: / В.И. Анульев. – М.: Машиностроение, 2001 – 2003.
3. Иванов, М.Н. Детали машин: учебник для вузов / М.Н. Иванов, В.А. Финогенов. – М.: Высш. шк., 2003. – 408 с.
4. Иоселевич, Г.Б. Прикладная механика: учебник для вузов / Г.Б. Иоселевич, Г.Б. Строганов, Г.С. Маслов. – М.: Высш. шк., 1989. – 350 с.
5. Кобцев, Б.Г. Сопротивление материалов. Стержни: учебное пособие / Б.Г. Кобцев, В.Н. Косякин, Ю.С. Корнеев: Орел: ОрелГТУ, 2006. – 144 с.
6. Выгодский, М.Я. Справочник по высшей математике: / М.Я. Выгодский – М.: Наука, 1976, – 872 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Задания для работ по теме «Растяжение – сжатие»

A 01

Растяжение-сжатие.



Внешние усилия, кН.					
Обозначение	вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	10	5	20	15	5
F_2	5	5	15	10	10
F_3	20	10	5	5	5

Длина участка стержня $L=1\text{м}$

Площади сечений: $A_1=200\text{мм}^2$,

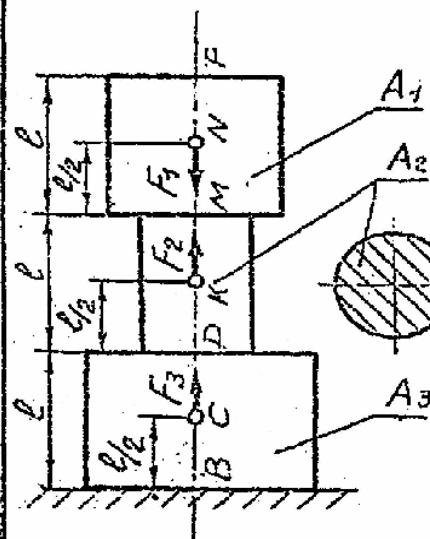
$$A_2=2A_1; \quad A_3=4A_1.$$

$$\text{Модуль упругости } E=2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}.$$

Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 02

Растяжение-сжатие.



Внешние усилия, кН.					
Обозначение	вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	10	20	15	5	10
F_2	30	5	10	10	5
F_3	10	15	10	5	10

Длина участка стержня $L=1\text{м}$.

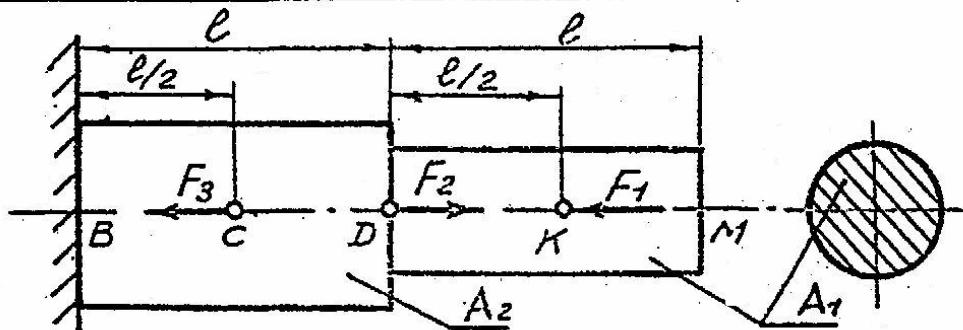
Площади сечений: $A_2=200\text{мм}^2$,

$$A_1=2A_2; \quad A_3=4A_2.$$

$$\text{Модуль упругости } E=2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}.$$

Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 03 Растяжение-сжатие



Внешние усилия, кН.					
Обозначение	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	10	5	15	20	10
F_2	30	10	20	15	15
F_3	40	20	10	5	20

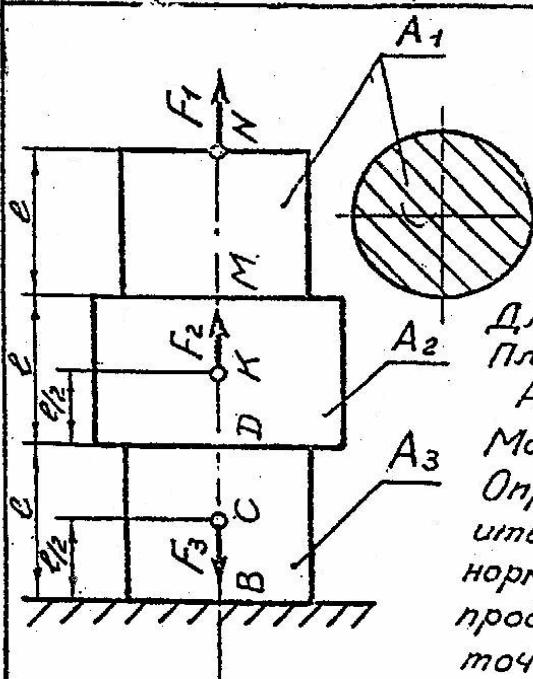
Длина участка стержня
 $l = 1 \text{ м}$

Площади сечений:
 $A_1 = 400 \text{ мм}^2$; $A_2 = 2A_1$.

Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$

Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 04 Растяжение-сжатие



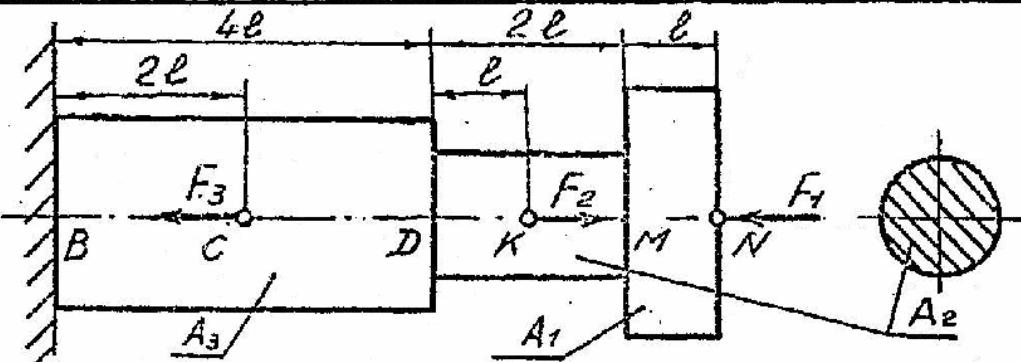
Внешние усилия, кН.					
Обозначение	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	5	10	15	20	5
F_2	10	5	20	5	20
F_3	20	10	5	15	10

Длина участка стержня $l = 1 \text{ м}$.
Площади сечений: $A_1 = 100 \text{ мм}^2$;
 $A_2 = 2A_1$; $A_3 = A_1$.

Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$.

Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 05 Растяжение-сжатие



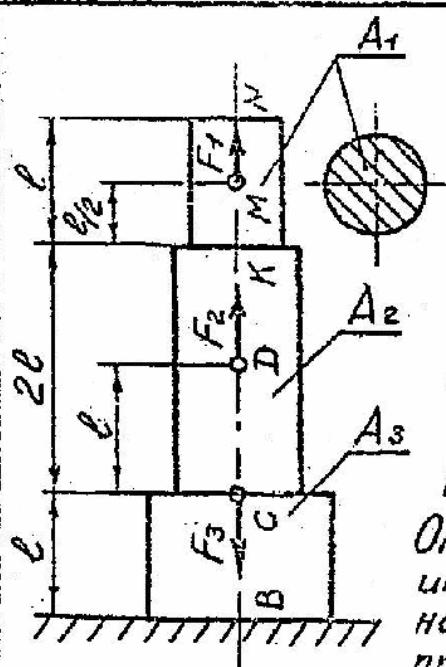
Внешние усилия, кН.					
Обозна- чение	вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	5	15	10	10	5
F_2	20	10	15	20	15
F_3	10	5	10	5	10

Длина участка стержня $\ell = 0,1 \text{ м}$.
Площади сечений: $A_2 = 100 \text{ мм}^2$
 $A_1 = 4A_2$; $A_3 = 2A_2$.

Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$

Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 06 Растяжение-сжатие



Внешние усилия, кН.					
Обозна- чение	вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	30	5	10	15	20
F_2	10	15	5	10	5
F_3	20	10	20	5	10

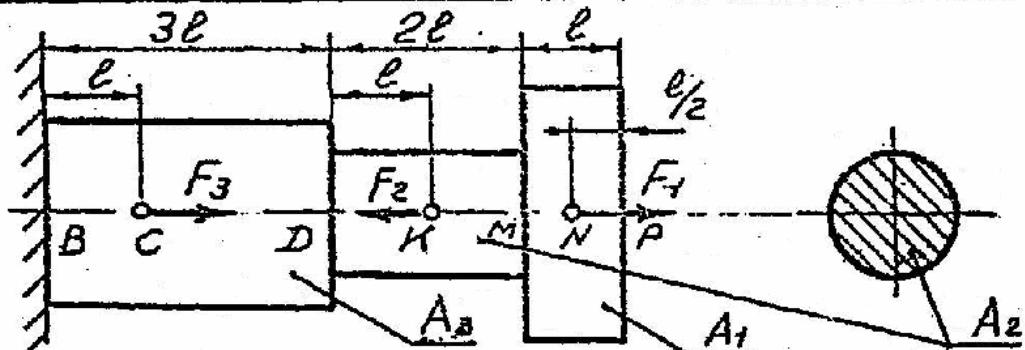
Длина участка стержня $\ell = 1 \text{ м}$.
Площади сечений: $A_1 = 200 \text{ мм}^2$,
 $A_2 = 2A_1$; $A_3 = 4A_1$.

Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.

Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 07

Растяжение-сжатие



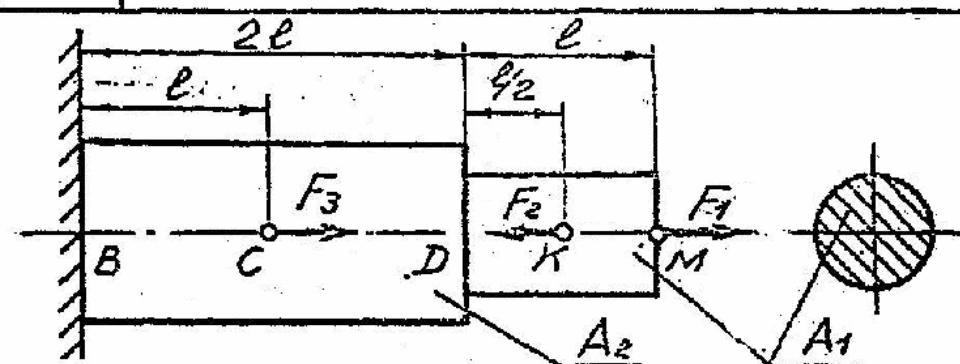
Внешние усилия, кН.					
Обозна- чение	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	10	15	20	5	10
F_2	30	10	10	15	5
F_3	40	5	15	10	15

Длина участка стержня $l=1\text{м}$.Площади сечений: $A_2=200\text{мм}^2$;
 $A_1=4A_2$; $A_3=2F_2$.Модуль упругости $E=2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.

Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 08

Растяжение-сжатие

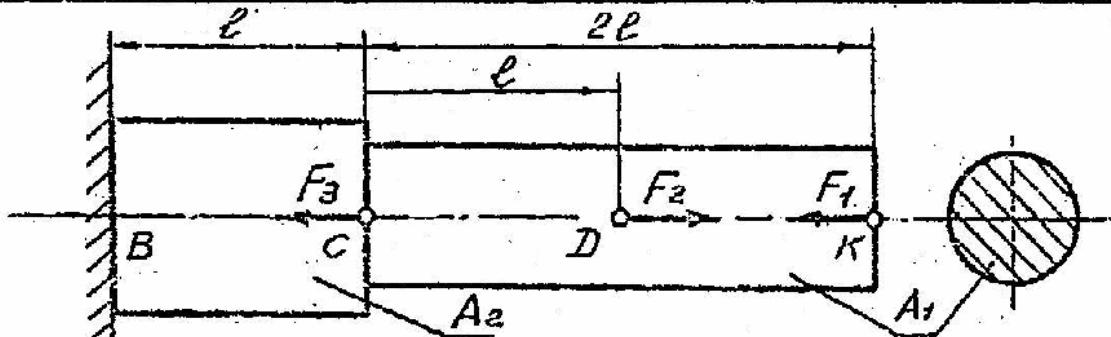


Внешние усилия, кН.					
Обозна- чение	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	20	10	5	15	5
F_2	30	20	10	5	15
F_3	5	5	15	10	20

Длина участка стержня $l=1\text{м}$.Площади сечений: $A_1=100\text{мм}^2$;
 $A_2=2A_1$.Модуль упругости $E=2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.

Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 09 | Растяжение-сжатие



Внешние усилия, кН.					
Обозначение	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	10	5	20	15	10
F_2	40	10	15	5	15
F_3	20	20	10	10	20

Длина участка стержня $l=1\text{м}$.

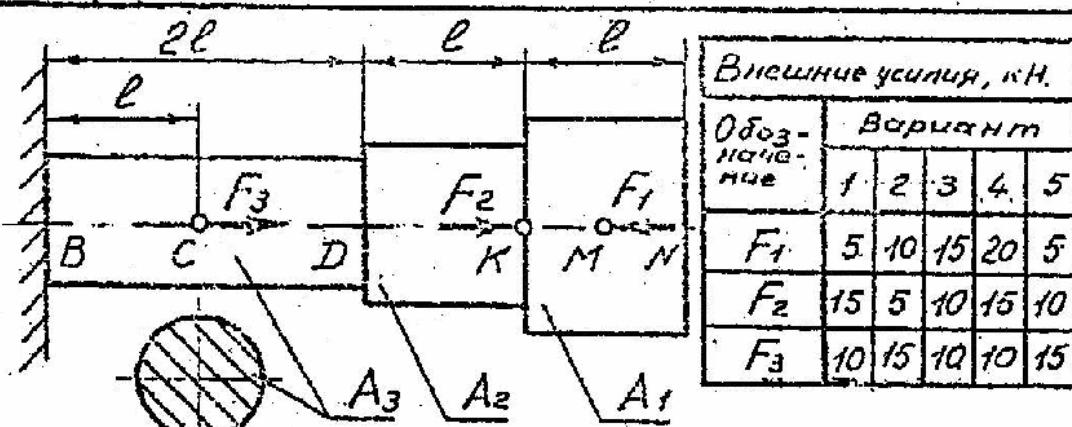
Площади сечений:

$$A_1 = 200 \text{ mm}^2; A_2 = 2A_1.$$

$$\text{Модуль упругости } E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}.$$

Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 10 | Растяжение-сжатие



Внешние усилия, кН.					
Обоз- наче- ние	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	5	10	15	20	5
F_2	15	5	10	15	10
F_3	10	15	10	10	15

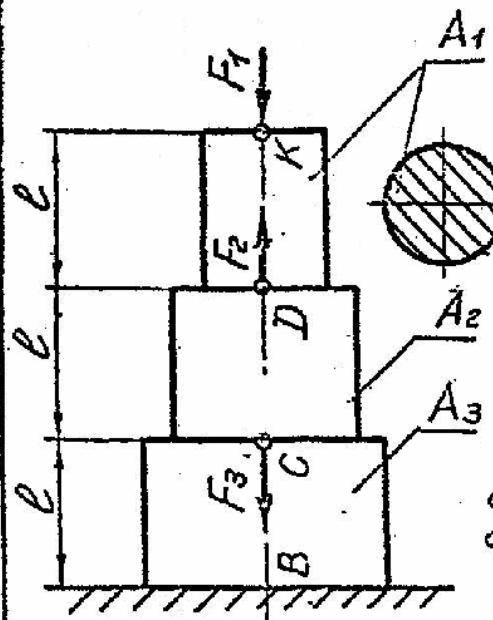
Длина участка стержня $l=1\text{м}$.

Площади сечений: $A_3 = 100 \text{ mm}^2; A_1 = 3A_3; A_2 = 2A_3$.

$$\text{Модуль упругости } E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}.$$

Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 11 Растяжение-сжатие

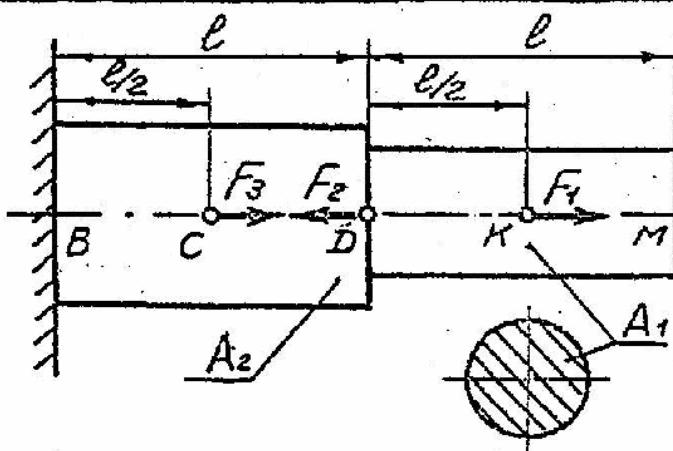


Внешние усилия, кН.					
Обозначение	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	5	10	20	15	5
F_2	10	5	15	10	15
F_3	15	10	5	20	40

Длина участка стержня $l=1\text{м}$.
Площади сечений: $A_1=200\text{мм}^2$;
 $A_2=2A_1$; $A_3=3A_1$

Модуль упругости $E=2\cdot10^5\frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.
Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 12 Растяжение-сжатие

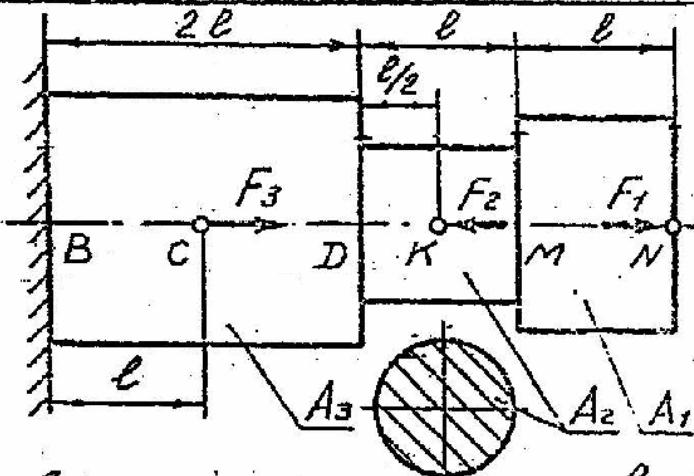


Внешние усилия, кН.					
Обоз- наче- ние	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	10	5	15	20	5
F_2	20	10	5	15	20
F_3	30	40	10	5	10

Длина участка стержня $l=1\text{м}$.
Площади сечений: $A_1=200\text{мм}^2$; $A_2=2A_1$.
Модуль упругости $E=2\cdot10^5\frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.
Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 13

Растяжение-сжатие

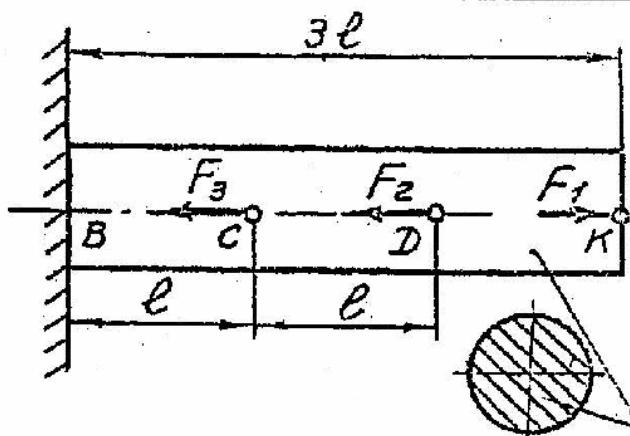


Обозначение	Внешние усилия, кН				
	1	2	3	4	5
F_1	5	20	15	10	5
F_2	10	5	20	15	15
F_3	15	10	10	20	10

Длина участка стержня $l=1$ м.Площадь сечений: $A_2=100 \text{ мм}^2$; $A_1=2A_2$; $A_3=3A_2$.Модуль упругости $E=2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 14

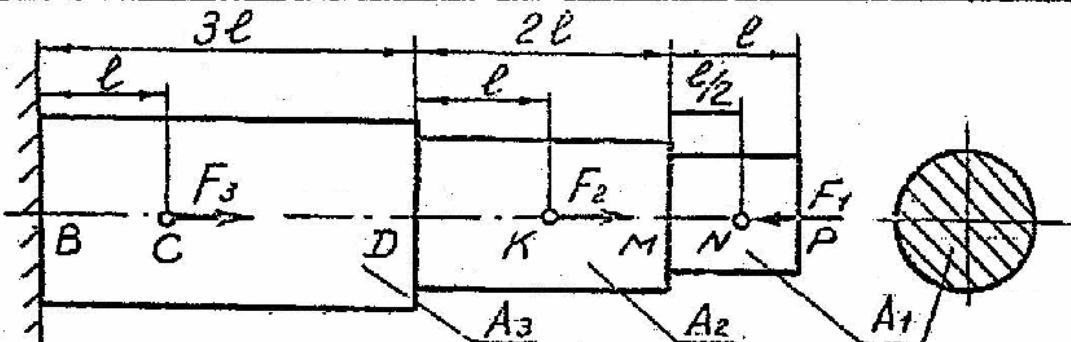
Растяжение-сжатие



Обоз- наче- ние	Внешние усилия, кН				
	1	2	3	4	5
F_1	20	5	10	15	20
F_2	10	15	20	10	15
F_3	40	5	10	5	10

Длина участка стержня $l=1$ м.Площадь сечения $A=400 \text{ мм}^2$.Модуль упругости $E=2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 15 | Растяжение-сжатие



Внешние усилия, кН.

Обозна- чение	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	20	10	15	5	10
F_2	10	5	10	20	5
F_3	40	30	20	10	20

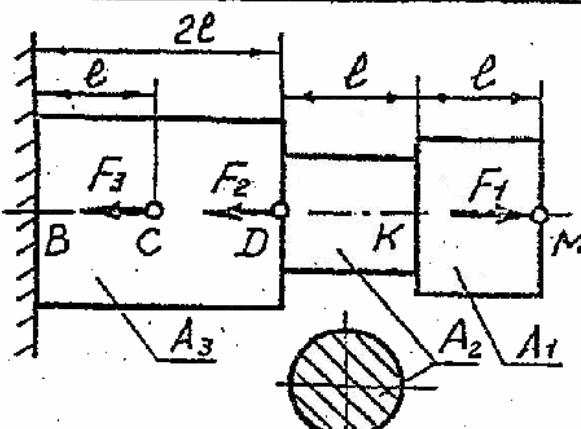
Длина участка стержня $\ell = 1 \text{ м}$.

Площади сечений: $A_1 = 200 \text{ мм}^2$,
 $A_2 = 2A_1$; $A_3 = 3A_1$.

Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.

Определить величины и построить эпюры
 продольных сил N , нормальных напряжений σ и
 продольных перемещений λ точек стержня.

A 16 | Растяжение-сжатие



Внешние усилия, кН.

Обозна- чение	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	5	10	15	5	10
F_2	2	15	10	15	5
F_3	4	5	5	10	15

Длина участка стержня $\ell = 1 \text{ м}$.

Площади сечений: $A_1 = 200 \text{ мм}^2$; $A_2 = 2A_1$; $A_3 = 3A_2$.

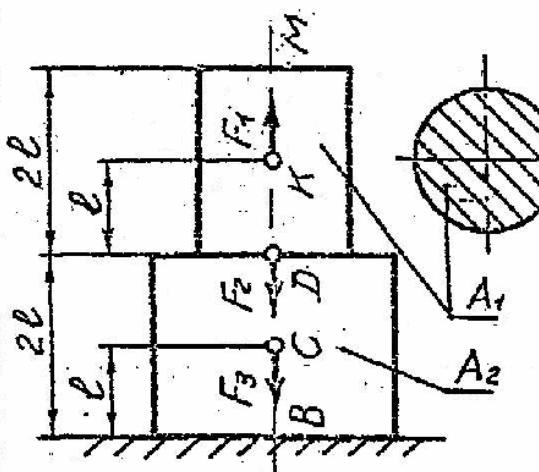
Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.

Определить величины и построить эпюры
 продольных сил N , нормальных напряжений σ и
 продольных перемещений λ точек стержня.

A 17 Растяжение-сжатие

Длина участка стержня $\ell = 1 \text{ м}$.

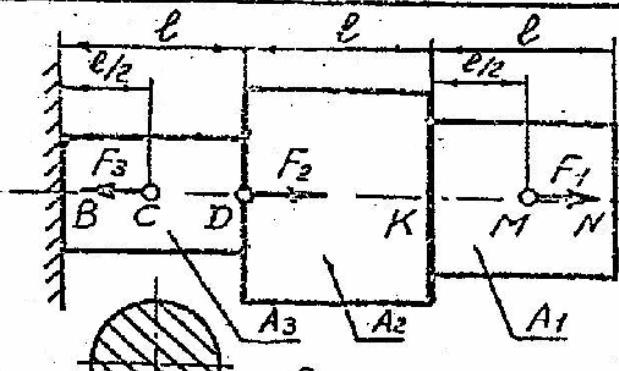
Площади сечений: $A_1 = 200 \text{ мм}^2$; $A_2 = 2A_1$



Обозначение	Внешние усилия, кН				
	1	2	3	4	5
F_1	20	5	15	10	5
F_2	30	10	10	5	15
F_3	10	15	5	15	5

Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.
Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 18 Растяжение-сжатие



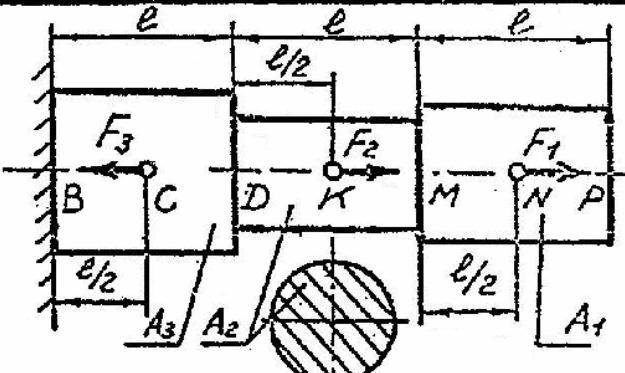
Обозначение	Внешние усилия, кН				
	1	2	3	4	5
F_1	15	10	5	20	10
F_2	5	15	10	5	5
F_3	25	20	15	10	20

Длина участка стержня $\ell = 1 \text{ м}$.
Площади сечений: $A_3 = 100 \text{ мм}^2$; $A_1 = 2A_3$; $A_2 = 3A_3$.

Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$

Определить величины и построить эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 19 | Растяжение-сжатие



Внешние усилия, кН.

Обоз- значение	1 Вариант	1	2	3	4	5
		F1	10	5	5	2
F2	10	15	1	1	10	
F3	40	10	3	5	15	

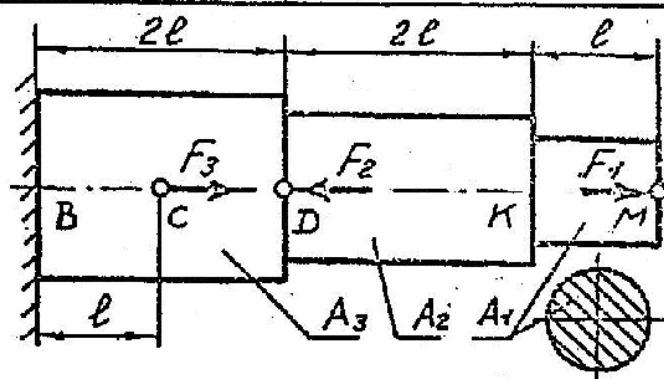
Длина участка стержня $\ell = 1\text{м}$.

Площади сечений: $A_2 = 200\text{мм}^2$; $A_1 = 2A_2$; $A_3 = 3A_2$.

Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$

Определить величины и постройте эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

A 20 | Растяжение-сжатие



Внешние усилия, кН.

Обоз- начение	1 Вариант	1	2	3	4	5
		F1	5	20	5	10
F2	10	30	10	15	20	
F3	15	40	15	20	10	

Длина участка стержня $\ell = 1\text{м}$

Площади сечений: $A_1 = 100\text{мм}^2$, $A_2 = 2A_1$; $A_3 = 3A_1$.

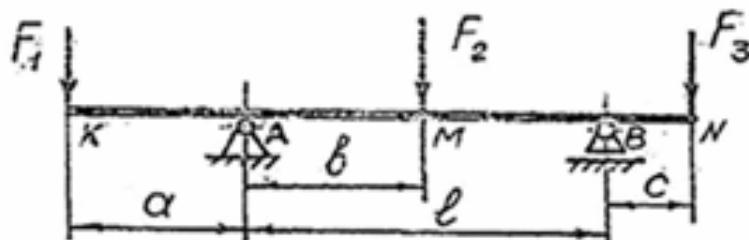
Модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$.

Определить величины и постройте эпюры продольных сил N , нормальных напряжений σ и продольных перемещений λ точек стержня.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
Задания для работ по теме «Изгиб»

Б 01

Изгиб



Внешние усилия, кН.

Обозначение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	1	5	5	10	2
F_2	10	2	10	5	10
F_3	2	10	5	2	1

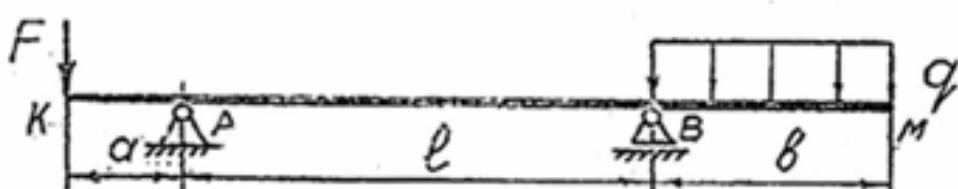
Размеры плеч, м.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	1	1	0,5	1
b	1	2	1	1	1
c	0,5	1	1	1	1
e	2	3	2	2	3

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 02

Изгиб



Внешние нагрузки

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
F , кН	2	1	5	1	4
q , $\frac{\text{кН}}{\text{м}}$	1	2	5	5	2

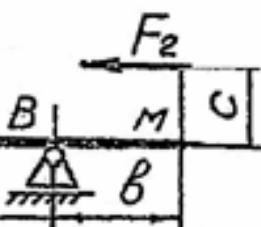
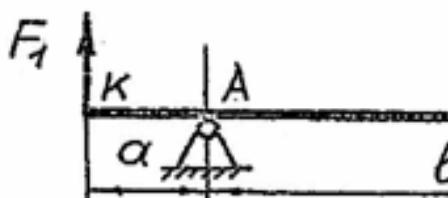
Размеры, м.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	0,5	1	0,4	0,5
b	2	1	1	0,2	0,2
l	4	2	2	1	2

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 03

Изгиб



Внешние усилия, кН.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	1	5	4	2	2
F_2	5	2	2	10	4

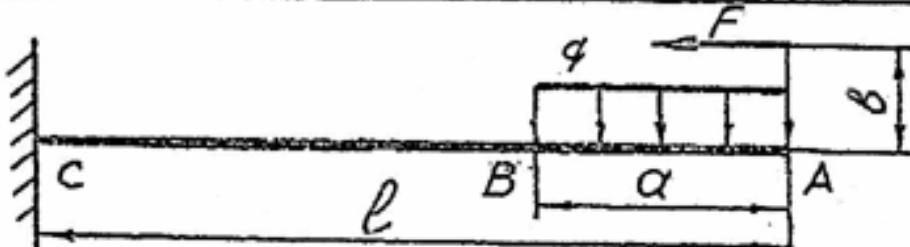
Размеры, м.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	0,2	1	0,5	1
b	1	1	1	0,5	1
c	0,2	0,5	0,1	0,1	0,5
l	4	2	2	2	1

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x

Б 04

Изгиб



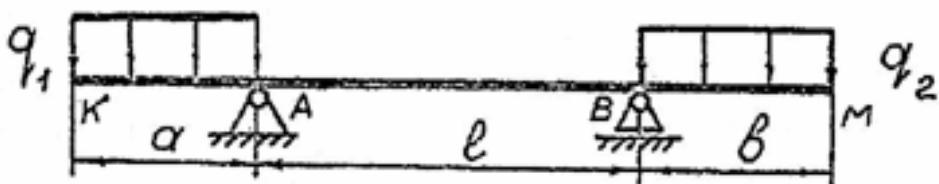
Внешние нагрузки

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
F , кН	1	2	10	10	5
q , кН/м	1	5	10	2	4

Размеры, м.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	1	2	1	2
b	0,5	0,2	0,1	0,5	0,2
c	3	2	?	1	4

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x

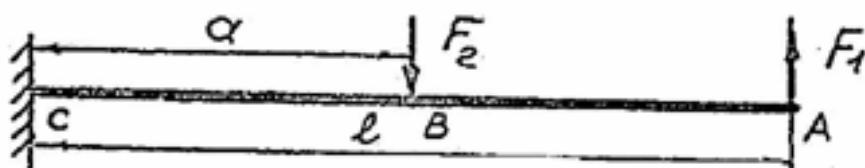
Б 05**Изгиб**Внешняя нагрузка, $\frac{кН}{м}$

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
q_1	1	2	4	1	2
q_2	1	2	2	2	1

Размеры, м.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	0,5	1	1	2
b	1	1	0,5	1	1
l	2	1	2	1	2

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 06**Изгиб**

Внешние усилия, кН.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	1	10	4	5	4
F_2	2	5	1	2	2

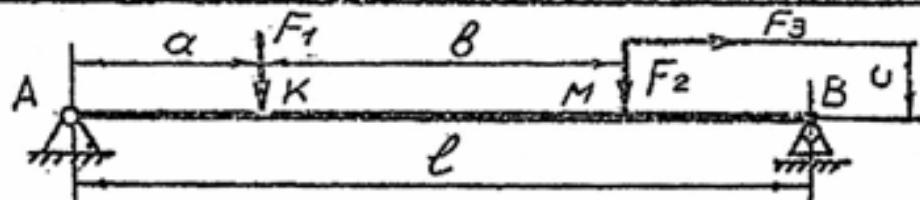
Размеры, м.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	3	2	1	1
l	2	4	4	2	3

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 07

Изгиб



Внешние усилия, кН.

Обозна- чение	Величина				
	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	2	1	4	5	1
F_2	1	2	4	1	5
F_3	5	3	10	2	4

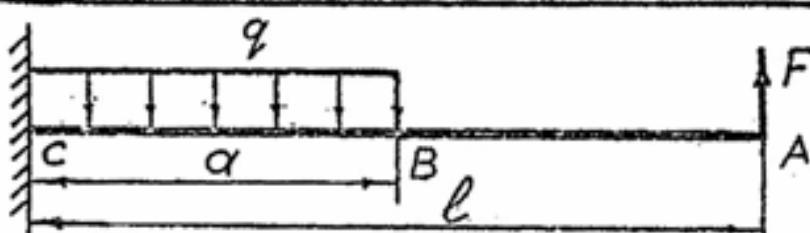
Размеры, м.

Обозна- чение	Величина				
	Вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	1	1	1	1
b	2	1	2	1	2
c	0,2	0,5	0,1	0,5	0,2
l	4	3	5	4	4

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 08

Изгиб



Внешние нагрузки

Обозна- чение	Величина				
	Вариант				
	1	2	3	4	5
F , кН	1	5	2	4	2
q , $\frac{\text{кН}}{\text{м}}$	4	1	2	1	4

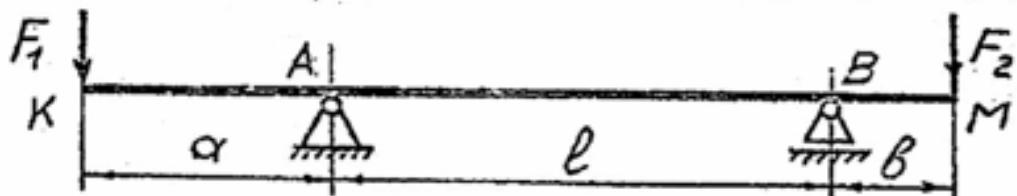
Размеры, м.

Обозна- чение	Величина				
	Вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	2	1	2	1
l	2	2	3	3	1

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 09

Изгиб



Внешние усилия, кН.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	1	5	2	5	2
F_2	2	10	4	5	2

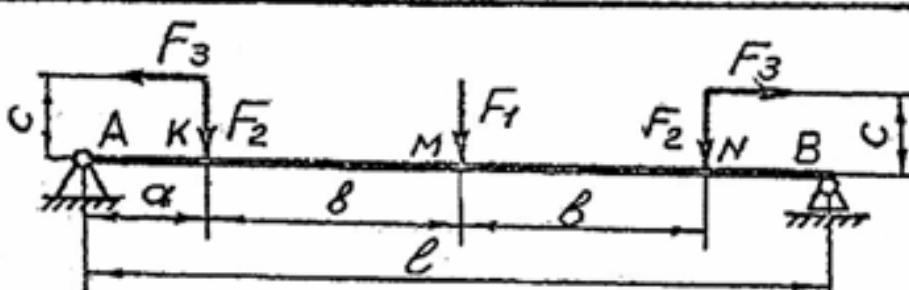
Размеры, м.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
α	1,02	1,1	1,2		
β	0,5	0,1	1,1	1	
ℓ	2	1	2	2	4

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 10

Изгиб



Внешние усилия, кН.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	1	10	5	4	2
F_2	2	5	10	2	4
F_3	0,5	5	2	5	2

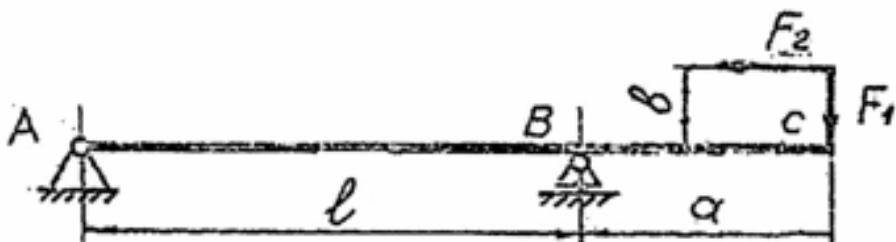
Размеры, м.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	1	0,5	1	1
b	2	1	1	1	1
c	0,5	0,2	0,1	0,2	0,5
ℓ	6	4	3	5	4

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 11

Изгиб



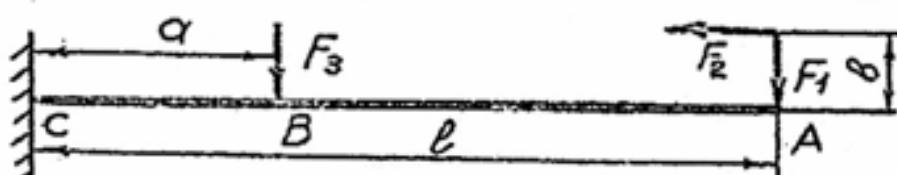
Внешние усилия, кН.					
Обозначение	Величина				
	вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	1	5	4	2	1
F_2	1	5	2	4	2

Размеры, м.					
Обозначение	Величина				
	вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	0,5	1	1	0,1
b	0,2	0,1	0,2	0,5	0,5
l	2	1	2	2	1

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 12

Изгиб



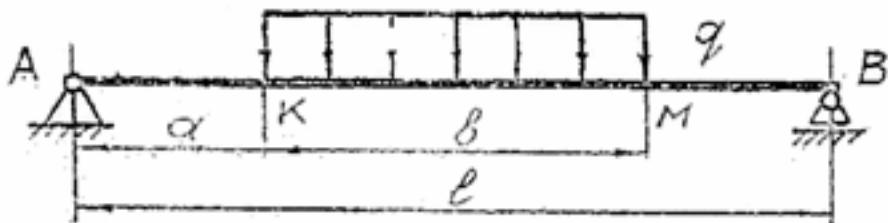
Внешние усилия, кН.					
Обозна- чение	Величина				
	вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	1	5	4	2	4
F_2	5	2	1	1	1
F_3	2	1	4	5	2

Размеры, м.					
Обозна- чение	Величина				
	вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	0,2	1	0,1	1
b	0,2	0,5	0,2	0,1	0,5
l	2	3	2	1	4

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 13

Изгиб



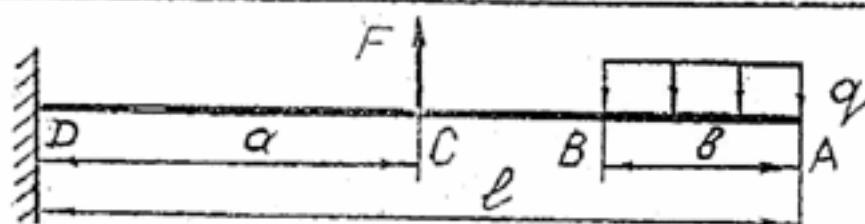
Внешняя нагрузка, кН					
Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
q	1	4	10	5	2

Размеры, м.					
Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
α	1	1	1	1	1
β	2	1	3	2	2
l	4	3	4	5	3

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 14

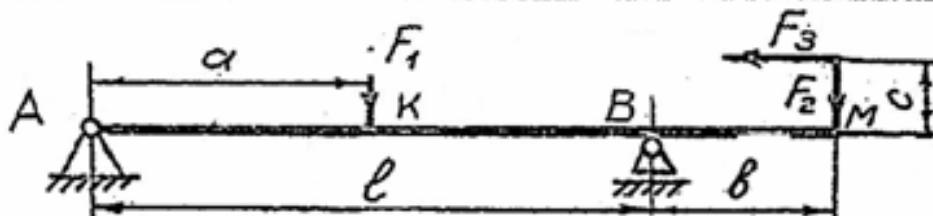
Изгиб



Внешние нагрузки					
Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
F , кН	1	4	2	10	5
q , $\frac{\text{кН}}{\text{м}}$	1	5	2	1	10

Размеры, м.					
Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
α	2	1	2	1	1
β	1	0,5	2	1	2
l	4	3	5	2	4

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 15**Изгиб**

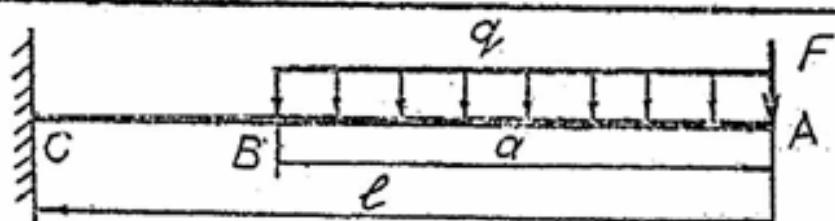
Внешние усилия, кН

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	1	2	4	2	1
F_2	2	4	1	4	2
F_3	5	2	5	2	5

Размеры, м.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
a	2	1	1	1	1
b	1	2	1	1	2
c	0,2	0,1	0,2	0,5	0,2
l	4	2	2	3	2

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 16**Изгиб**

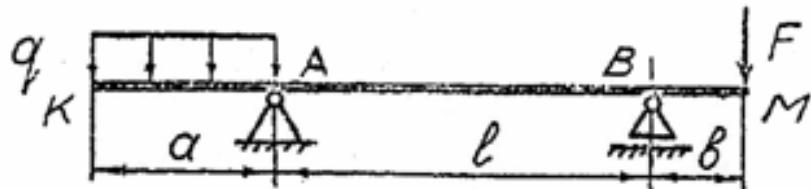
Внешние нагрузки

Обозна- чение.	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
F , кН	1	2	4	2	1
q , $\frac{\text{кН}}{\text{м}}$	1	4	2	4	1

Размеры, м.

Обозна- чение	Величина вариант				
	1	2	3	4	5
a	3	1	1	1	2
l	4	1	2	4	2

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

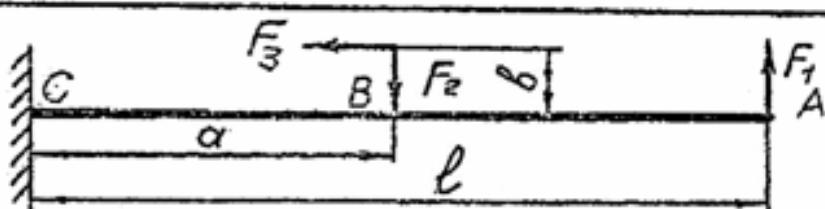
Б 17**Изгиб****Внешние нагрузки**

Обозна- чение	Величина				
	Вариант				
	1	2	3	4	5
F , кН	2	1	5	2	1
q , $\frac{\text{кН}}{\text{м}}$	2	4	2	4	2

Размеры, м.

Обозна- чение	Величина				
	Вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	1	2	1	1
b	0,5	1	1	2	1
l	2	1	4	1	2

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 18**Изгиб****Внешние усилия, кН**

Обозна- чение	Величина				
	Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	1	4	10	2	1
F_2	2	2	4	2	2
F_3	1	4	5	4	1

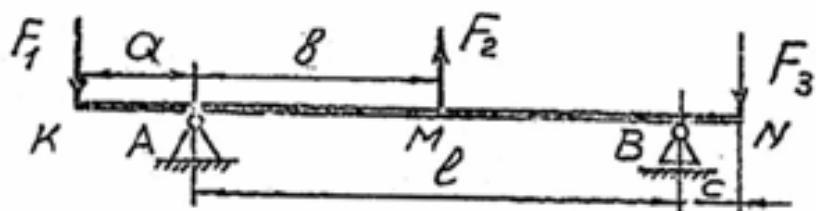
Размеры, м.

Обозна- чение	Величина				
	Вариант				
	1	2	3	4	5
a	1	1	1	2	1
b	0,1	0,5	1	0,5	0,1
l	2	3	2	3	2

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 19

Изгиб



Внешние усилия, кН.

Обозна- чение	Величина Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	2	1	4	2	1
F_2	1	1	10	4	2
F_3	5	1	4	1	2

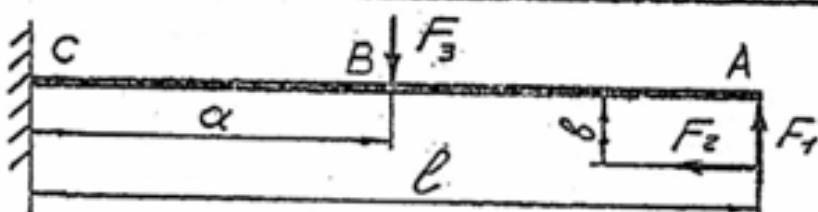
Размеры, м.

Обозна- чение	Величина Вариант				
	1	2	3	4	5
a	0,5	1	1	1	1
δ	1	1	1	1	1
c	0,2	1	1	0,5	1
l	2	2	2	2	3

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

Б 20

Изгиб



Внешние усилия, кН.

Обозна- чение	Величина Вариант				
	1	2	3	4	5
F_1	2	4	1	4	2
F_2	1	5	10	5	2
F_3	4	4	2	1	2

Размеры, м

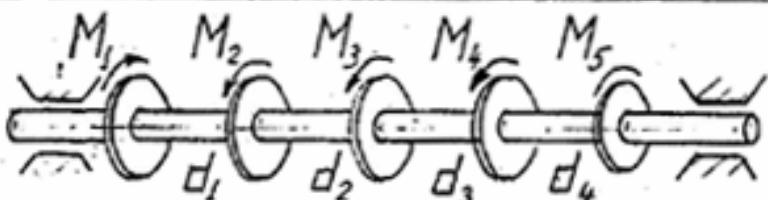
Обозна- чение	Величина Вариант				
	1	2	3	4	5
a	2	1	0,5	1	2
δ	0,1	0,2	0,1	0,2	0,5
l	4	2	1	3	3

Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .

ПРИЛОЖЕНИЕ В

B 01

КРУЧЕНИЕ



НАГРУЗКИ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	90	95	15	70	35
M_2 , Нм	24	14	70	21	45
M_3 , Нм	30	59	25	14	60
M_4 , Нм	16	22	40	15	55

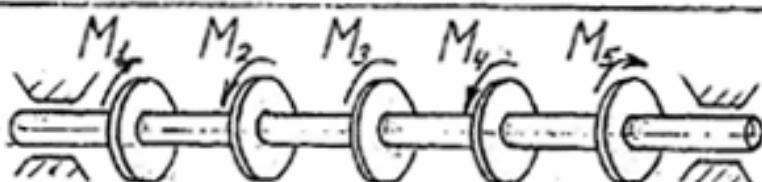
РАЗМЕРЫ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
d_1 , мм	40	45	30	42	32
d_2 , мм	42	40	40	40	36
d_3 , мм	38	34	38	36	40
d_4 , мм	34	32	36	30	45

Построить эпюры крутящих моментов M_K и напряжений τ_K

B 02

КРУЧЕНИЕ



НАГРУЗКИ

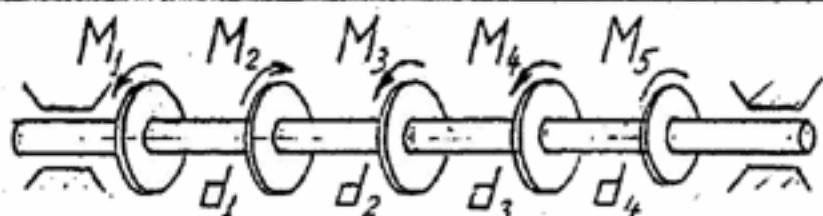
ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	34	70	40	24	82
M_2 , Нм	50	20	60	56	34
M_3 , Нм	66	30	90	44	76
M_4 , Нм	76	40	75	96	62

Допускаемое
напряжение
кручения
 $[\tau_K] = 80 \text{ МПа}$

Построить эпюры крутящих моментов M_K ,
определить диаметр вала и напряжения на участках

В 03

КРУЧЕНИЕ



НАГРУЗКИ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
$M_1, \text{Нм}$	75	60	34	56	20
$M_2, \text{Нм}$	66	90	96	44	70
$M_3, \text{Нм}$	90	76	76	50	75
$M_4, \text{Нм}$	44	54	64	90	56

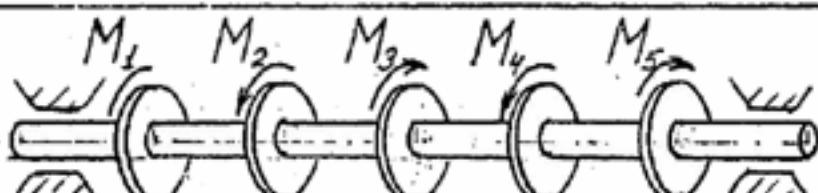
РАЗМЕРЫ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
$d_1, \text{мм}$	30	42	30	26	20
$d_2, \text{мм}$	34	46	36	30	30
$d_3, \text{мм}$	40	40	30	36	40
$d_4, \text{мм}$	36	36	28	40	34

Построить эпюры крутящих моментов M_K и напряжений τ_K

В 04

КРУЧЕНИЕ

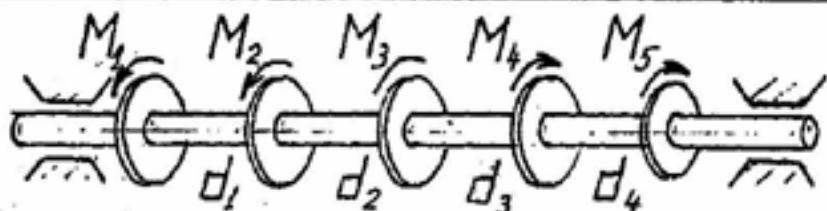


НАГРУЗКИ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
$M_2, \text{Нм}$	76	95	56	90	45
$M_3, \text{Нм}$	65	76	69	86	56
$M_4, \text{Нм}$	70	64	75	65	24
$M_5, \text{Нм}$	96	70	94	79	42

Допускаемое напряжение кручения
 $[\tau_K] = 75 \text{ МПа}$

Построить эпюры крутящих моментов M_K , определить диаметр вала и напряжения на участках

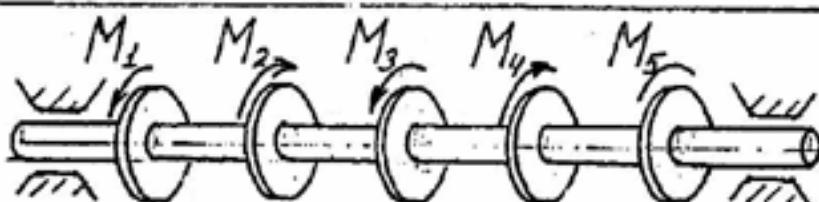
В 05**КРУЧЕНИЕ****НАГРУЗКИ**

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	45	67	96	56	24
M_2 , Нм	65	34	74	64	46
M_3 , Нм	76	47	45	40	13
M_4 , Нм	64	43	55	90	37

РАЗМЕРЫ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
d_1 , мм	34	28	46	46	24
d_2 , мм	40	30	50	48	26
d_3 , мм	42	28	44	40	32
d_4 , мм	36	24	40	36	25

Построить эпюры крутящих моментов M_K и напряжений τ_K

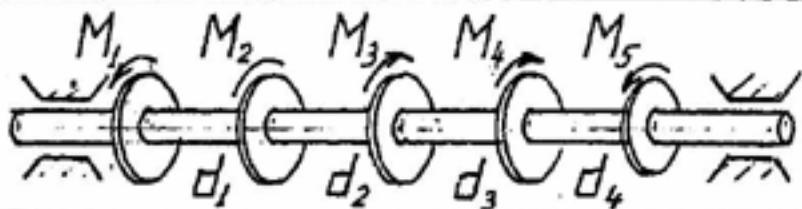
В 06**КРУЧЕНИЕ****НАГРУЗКИ**

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	96	70	56	34	25
M_2 , Нм	44	76	40	60	50
M_3 , Нм	54	95	21	26	95
M_4 , Нм	62	24	91	80	70

Допускаемое
напряжение
кручения

$$[\tau_K] = 60 \text{ МПа}$$

Построить эпюры крутящих моментов M_K ,
определить диаметр вала и напряжения на участках

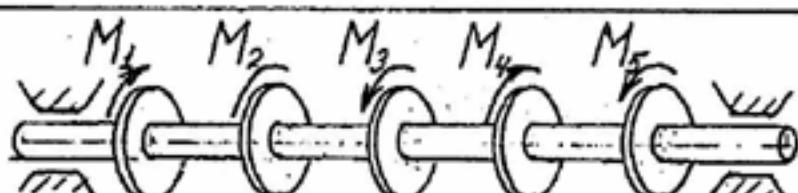
B 07**КРУЧЕНИЕ****НАГРУЗКИ**

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	60	20	90	30	15
M_3 , Нм	50	46	20	40	65
M_4 , Нм	90	64	45	60	95
M_5 , Нм	20	30	65	94	50

РАЗМЕРЫ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
d_1 , мм	34	26	40	30	25
d_2 , мм	40	30	42	34	30
d_3 , мм	36	34	36	36	36
d_4 , мм	30	28	32	40	40

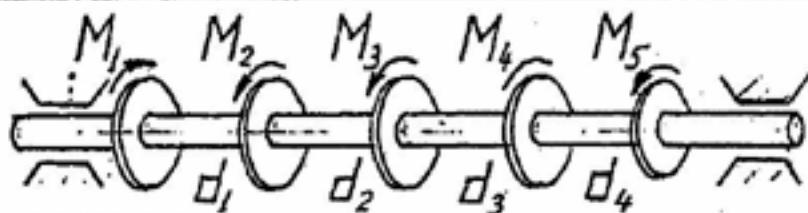
Построить эпюры крутящих моментов M_k и напряжений τ_k

B 08**КРУЧЕНИЕ****НАГРУЗКИ**

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	96	60	40	20	20
M_3 , Нм	65	90	90	60	15
M_4 , Нм	74	70	20	70	70
M_5 , Нм	65	75	70	90	65

Допускаемое
напряжение
кручения
 $[\tau_k] = 90 \text{ МПа}$

Построить эпюры крутящих моментов M_k ,
определить диаметр вала и напряжения на участках

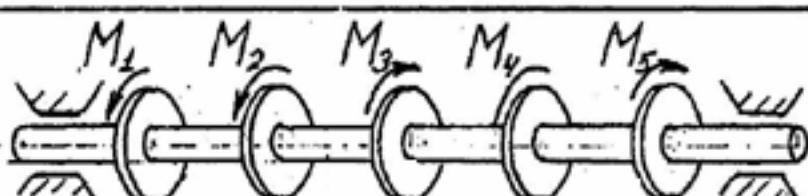
В 09**КРУЧЕНИЕ****НАГРУЗКИ**

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	40	50	70	56	20
M_2 , Нм	90	40	30	96	90
M_3 , Нм	60	70	95	40	34
M_5 , Нм	30	20	65	60	76

РАЗМЕРЫ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
d_1 , мм	24	30	40	26	22
d_2 , мм	36	38	50	32	24
d_3 , мм	40	42	46	40	26
d_4 , мм	32	34	38	34	22

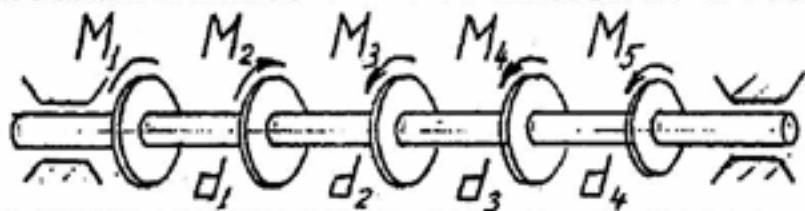
Построить эпюры крутящих моментов M_k и напряжений τ_k

В 10**КРУЧЕНИЕ****НАГРУЗКИ**

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	50	70	20	45	60
M_2 , Нм	60	90	40	25	25
M_3 , Нм	20	40	60	40	65
M_5 , Нм	40	10	70	70	35

Допускаемое
напряжение
кручения
 $[\tau_k] = 65 \text{ МПа}$

Построить эпюры крутящих моментов M_k ,
определить диаметр вала и напряжения на участках

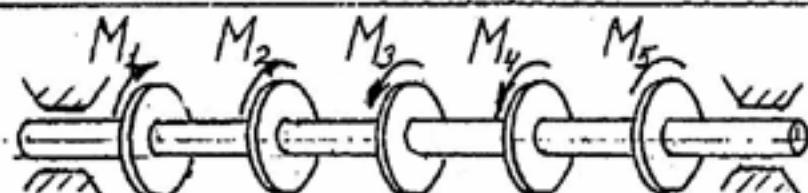
B 11**КРУЧЕНИЕ****НАГРУЗКИ**

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	30	45	70	50	90
M_2 , Нм	20	65	90	60	96
M_3 , Нм	45	50	70	55	74
M_4 , Нм	65	40	50	65	40

РАЗМЕРЫ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
d_1 , мм	26	36	46	40	50
d_2 , мм	34	40	52	44	54
d_3 , мм	30	44	56	42	52
d_4 , мм	28	38	42	36	46

Построить эпюры крутящих моментов M_k и напряжений τ_k

B 12**КРУЧЕНИЕ****НАГРУЗКИ**

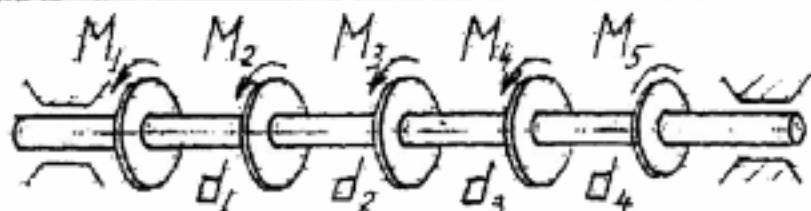
ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	70	56	40	20	10
M_2 , Нм	96	74	90	40	25
M_3 , Нм	56	30	75	70	95
M_4 , Нм	60	20	65	60	60

Допускаемое
напряжение
кручения
 $[\tau_k] = 75 \text{ МПа}$

Построить эпюры крутящих моментов M_k ,
определить диаметр вала и напряжения на участках

В 13

КРУЧЕНИЕ



НАГРУЗКИ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
$M_1, \text{Нм}$	20	25	45	64	90
$M_2, \text{Нм}$	30	65	35	56	80
$M_3, \text{Нм}$	40	30	65	42	65
$M_4, \text{Нм}$	50	60	45	66	75

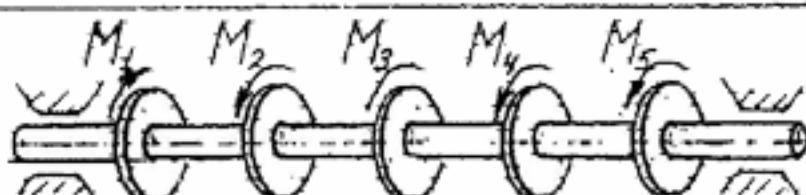
РАЗМЕРЫ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
$d_1, \text{мм}$	26	30	30	42	50
$d_2, \text{мм}$	32	36	34	46	56
$d_3, \text{мм}$	38	40	44	52	58
$d_4, \text{мм}$	42	46	48	46	60

Построить эпюры крутящих моментов M_k и напряжений T_k

В 14

КРУЧЕНИЕ

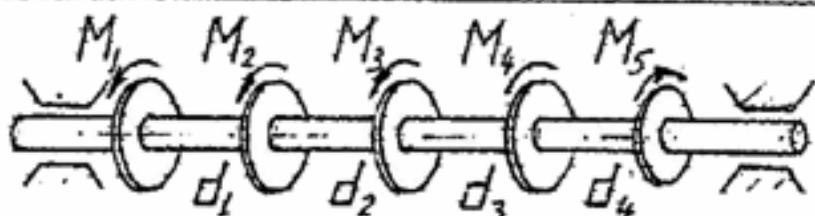


НАГРУЗКИ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
$M_1, \text{Нм}$	90	40	65	90	75
$M_2, \text{Нм}$	70	90	70	80	25
$M_3, \text{Нм}$	60	60	65	40	20
$M_4, \text{Нм}$	50	40	55	60	15

Допускаемое напряжение кручения
 $[T_k] = 65 \text{ МПа}$

Построить эпюры крутящих моментов M_k , определить диаметр вала и напряжения на участках

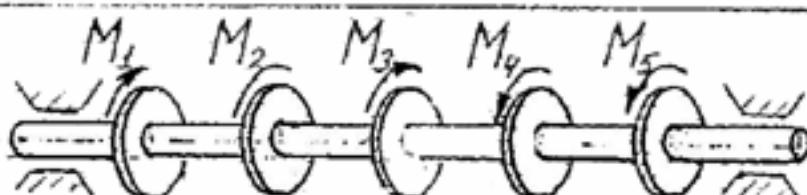
В 15**КРУЧЕНИЕ****НАГРУЗКИ**

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	10	60	45	15	60
M_2 , Нм	20	40	65	20	70
M_3 , Нм	40	50	30	25	90
M_4 , Нм	30	90	20	90	50

РАЗМЕРЫ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
d_1 , мм	26	34	36	20	36
d_2 , мм	30	40	42	22	40
d_3 , мм	34	45	46	26	44
d_4 , мм	22	36	26	32	32

Построить эпюры крутящих моментов M_K и напряжений τ_K

В 16**КРУЧЕНИЕ****НАГРУЗКИ**

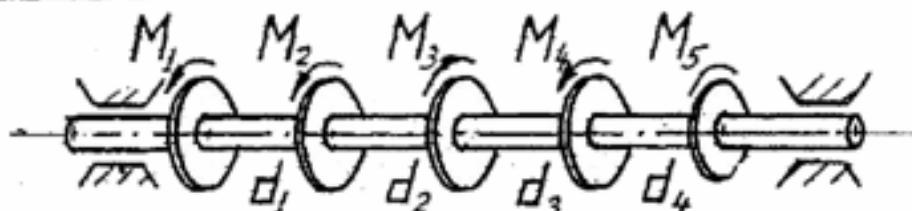
ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	40	30	70	60	75
M_3 , Нм	60	40	95	70	90
M_4 , Нм	50	90	35	50	95
M_5 , Нм	70	80	40	90	40

Допускаемое
напряжение
кручения
 $[\tau_K] = 65 \text{ МПа}$

Построить эпюры крутящих моментов M_K ,
определить диаметр вала и напряжения на участках

В 17

КРУЧЕНИЕ



НАГРУЗКИ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
$M_1, \text{Нм}$	12	56	87	43	10
$M_2, \text{Нм}$	23	67	76	32	20
$M_3, \text{Нм}$	34	79	65	79	62
$M_4, \text{Нм}$	45	98	54	21	21

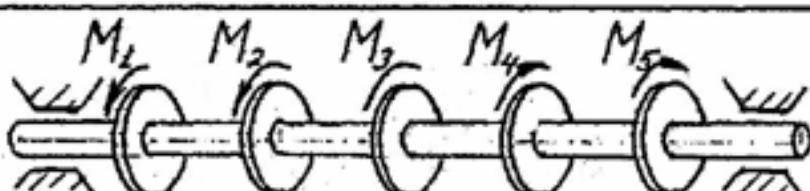
РАЗМЕРЫ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
$d_1, \text{мм}$	23	45	52	34	20
$d_2, \text{мм}$	25	46	56	36	22
$d_3, \text{мм}$	30	50	60	42	24
$d_4, \text{мм}$	28	44	48	32	22

Построить эпюры крутящих моментов M_K и напряжений τ_K

В 18

КРУЧЕНИЕ



НАГРУЗКИ

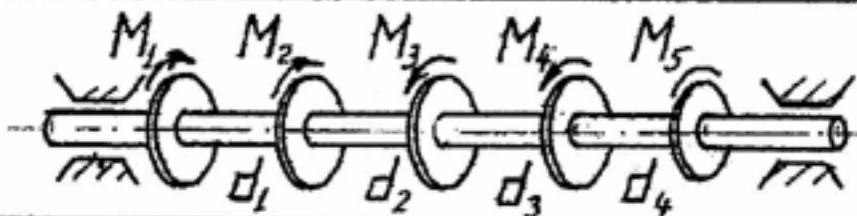
ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
$M_1, \text{Нм}$	15	45	45	11	67
$M_2, \text{Нм}$	56	50	34	66	79
$M_4, \text{Нм}$	46	12	52	67	93
$M_5, \text{Нм}$	60	34	21	75	34

Допускаемое напряжение кручения
 $[\tau_K] = 90 \text{ МПа}$

Построить эпюры крутящих моментов M_K .
 определить диаметр вала и напряжения на участках

В 19

КРУЧЕНИЕ



НАГРУЗКИ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	70	56	65	10	34
M_2 , Нм	20	44	59	40	45
M_3 , Нм	40	34	69	50	52
M_4 , Нм	35	16	90	65	20

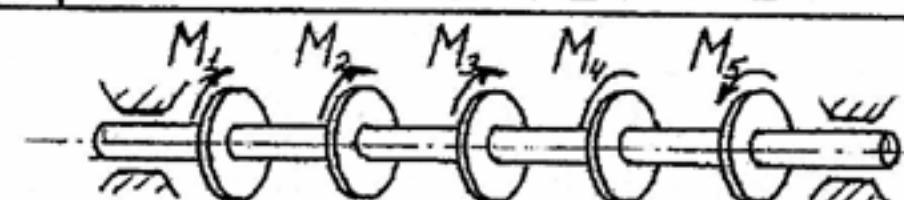
РАЗМЕРЫ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
d_1 , мм	45	34	26	24	30
d_2 , мм	52	36	32	26	30
d_3 , мм	56	40	36	25	34
d_4 , мм	48	32	30	22	36

Построить эпюры крутящих моментов M_K и напряжений τ_K

В20

КРУЧЕНИЕ



НАГРУЗКИ

ВАРИАНТ	1	2	3	4	5
M_1 , Нм	12	30	41	45	10
M_2 , Нм	24	34	34	10	60
M_3 , Нм	46	21	22	20	40
M_4 , Нм	50	46	34	32	50

Допускаемое напряжение кручения
 $[T_K] = 72 \text{ МПа}$

Построить эпюры крутящих моментов M_K .
Определить диаметр вала и напряжения на участках

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Задания для выполнения работ по теме «Определение допускаемых напряжений»

<i>Г1</i>		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		1	1	1	2	2
Тип повреждения детали (стр. 40)		1	2	1	2	1
Условия нагружения и работы детали (стр. 40)		1	2	3	1	2

<i>Г2</i>		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		2	3	3	3	4
Тип повреждения детали (стр. 40)		1	2	1	2	1
Условия нагружения и работы детали (стр. 40)		3	1	2	3	3

<i>Г3</i>		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		4	4	5	5	5
Тип повреждения детали (стр. 40)		2	1	2	1	2
Условия нагружения и работы детали (стр. 40)		1	2	3	1	2

<i>Г4</i>		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		6	6	6	7	7
Тип повреждения детали (стр. 40)		1	2	1	2	1
Условия нагружения и работы детали (стр. 40)		1	2	3	1	2

<i>Г5</i>		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		7	8	8	8	9
Тип повреждения детали (стр. 40)		1	2	1	2	1
Условия нагружения и работы детали (стр. 40)		3	2	3	1	2

<i>Г6</i>		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		9	9	10	10	10
Тип повреждения детали (стр. 40)		1	2	1	2	1
Условия нагружения и работы детали (стр. 40)		1	3	3	1	2

<i>Г7</i>		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		11	11	11	12	12
Тип повреждения детали (стр. 40)		1	2	1	2	1
Условия нагружения и работы детали (стр. 40)		1	2	3	1	2

Г 16		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		25	26	26	26	27
Тип повреждения детали (стр. 40)		1	2	1	2	1
Условия нагружения и работы детали (стр. 40)		1	2	3	1	2

Г 17		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		27	28	28	29	29
Тип повреждения детали (стр. 40)		1	2	1	2	1
Условия нагружения и работы детали (стр. 40)		1	2	3	1	2

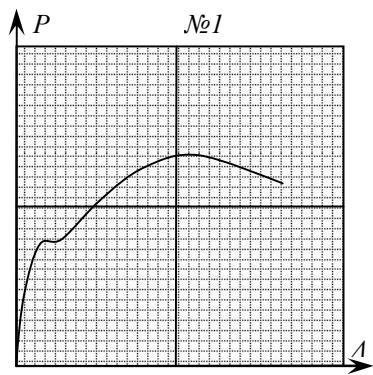
Г 18		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		30	30	31	31	32
Тип повреждения детали (стр. 7)		1	2	1	2	1
Условия нагружения и работы детали (стр. 7)		1	2	3	1	2

Г 19		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		32	32	33	33	34
Тип повреждения детали (стр. 40)		1	2	1	2	1
Условия нагружения и работы детали (стр. 40)		1	2	3	1	2

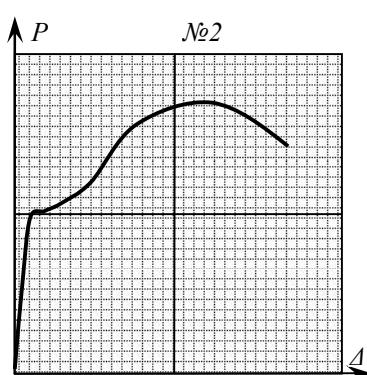
Г 20		Определение допускаемых напряжений для стальных деталей				
Вариант		1	2	3	4	5
Диаграмма растяжения стандартного образца № (прил. Д)		34	35	35	36	37
Тип повреждения детали (стр. 40)		1	2	1	2	1
Условия нагружения и работы детали (стр. 40)		1	2	3	1	2

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

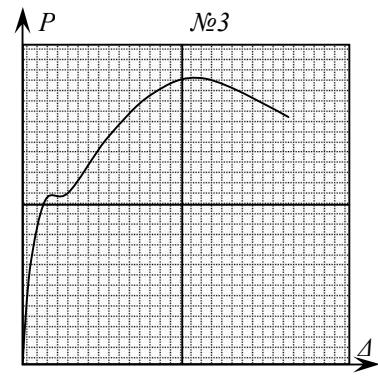
Диаграммы растяжения материала образца из некоторых сталей



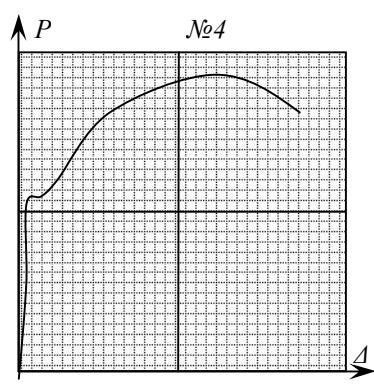
$P_{MAX} = 19,5 \text{ KN}$ $\Delta L = 35 \text{ MM}$



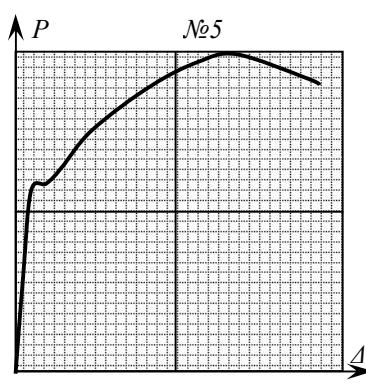
$P_{MAX} = 27,3 \text{ KN}$ $\Delta L = 35 \text{ MM}$



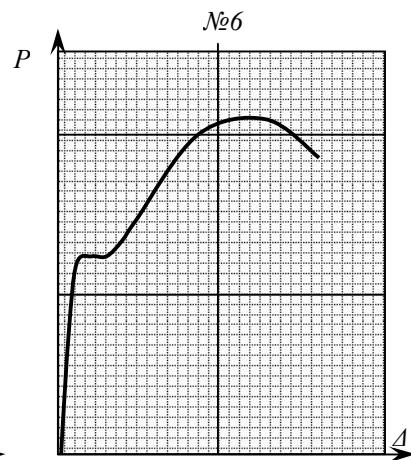
$P_{MAX} = 29,6 \text{ KN}$ $\Delta L = 34 \text{ MM}$



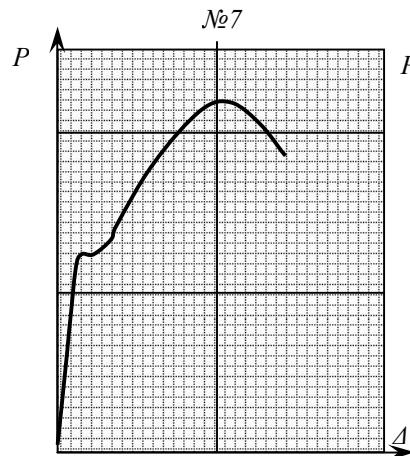
$P_{MAX} = 30 \text{ KN}$ $\Delta L = 33 \text{ MM}$



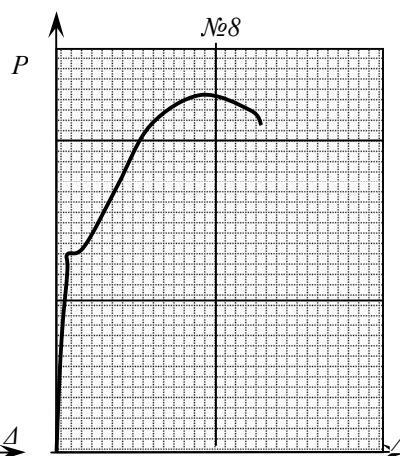
$P_{MAX} = 31,2 \text{ KN}$ $\Delta L = 31 \text{ MM}$



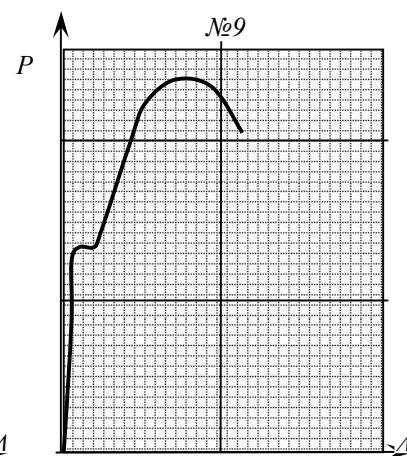
$P_{MAX} = 32 \text{ KN}$ $\Delta L = 30 \text{ MM}$



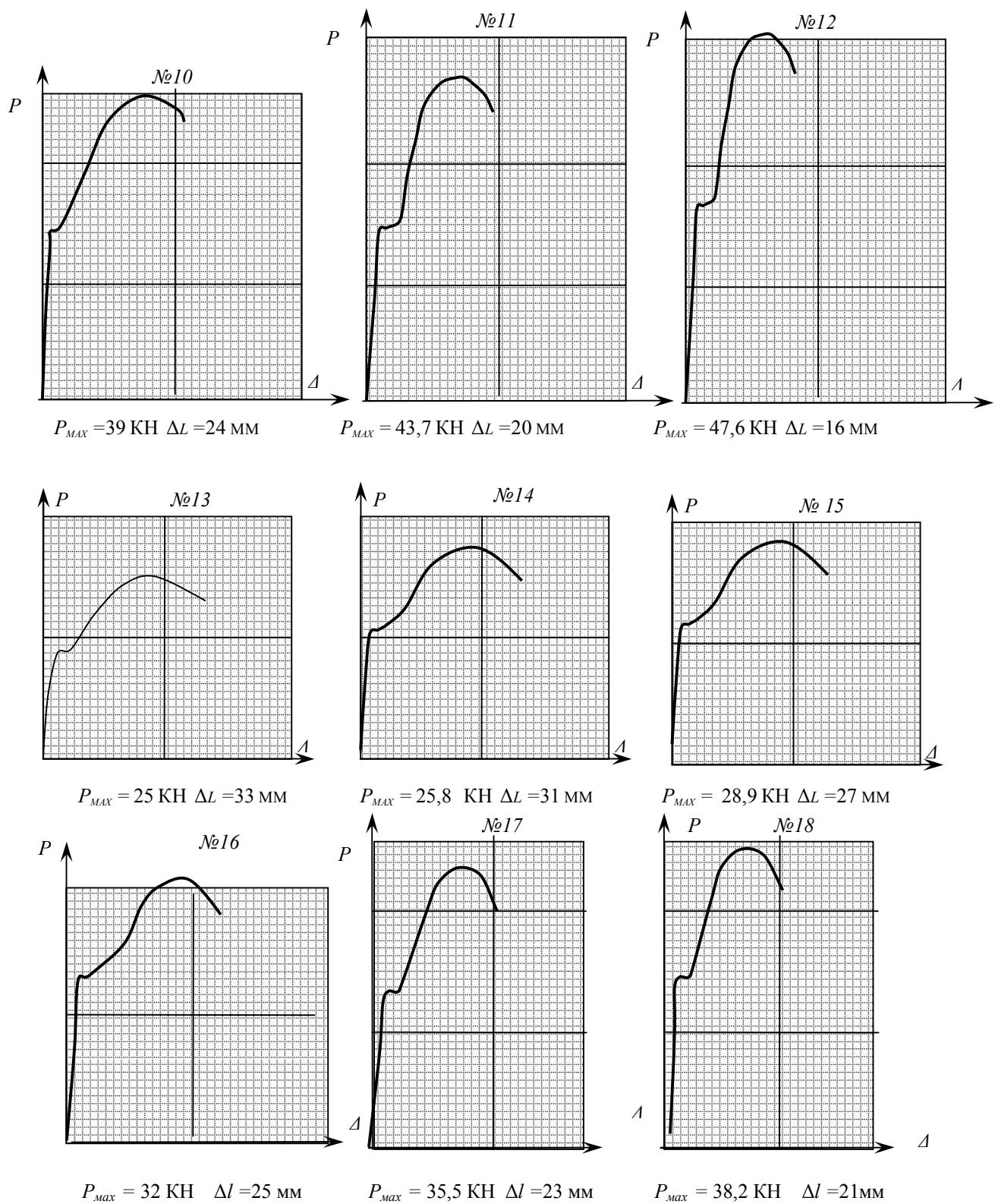
$P_{MAX} = 33,5 \text{ KN}$ $\Delta L = 27 \text{ MM}$

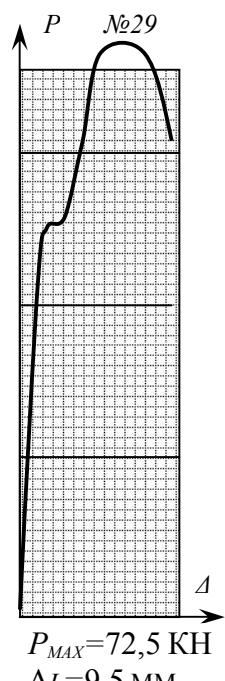
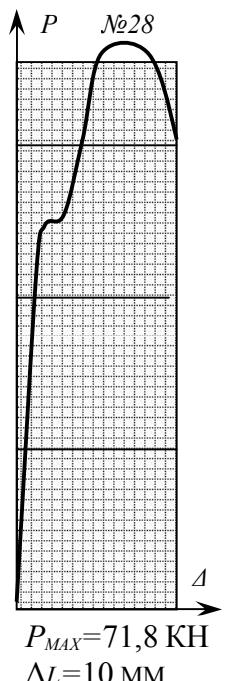
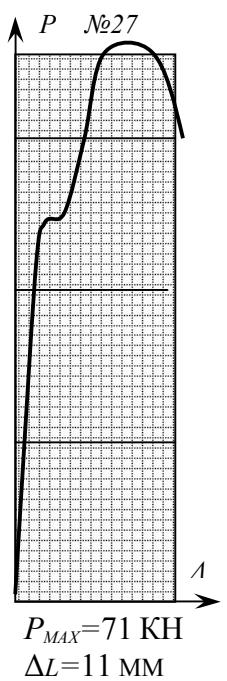
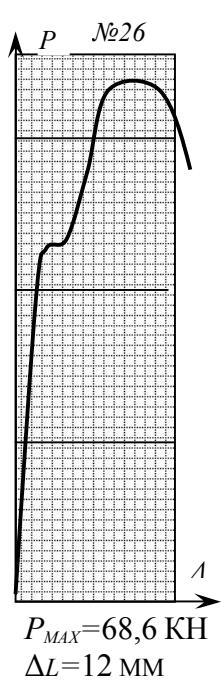
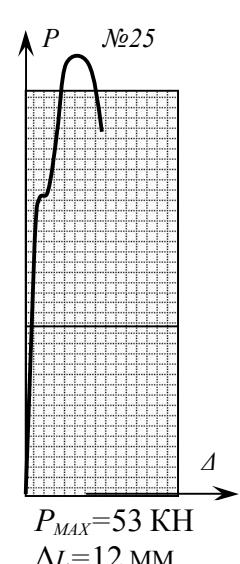
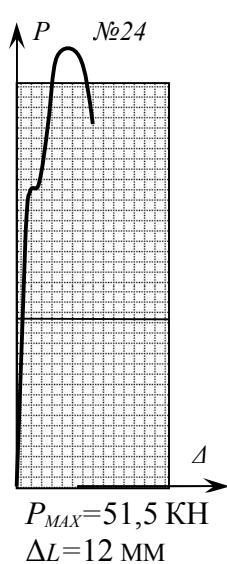
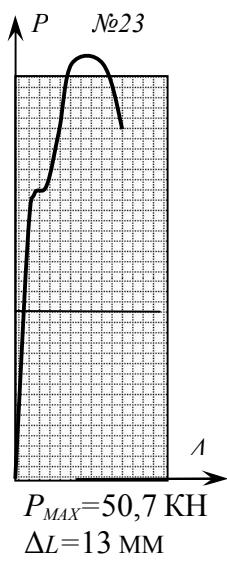
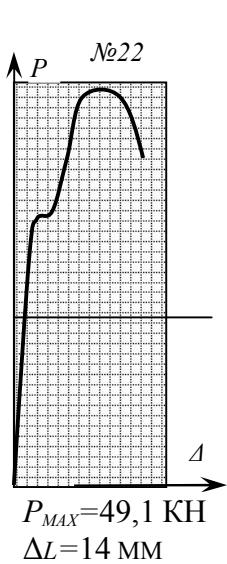
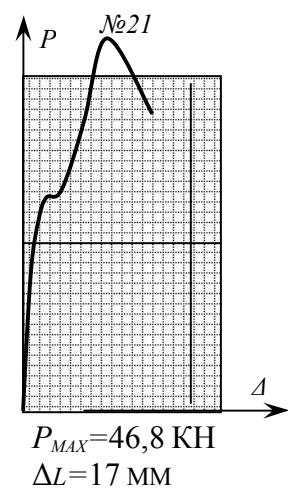
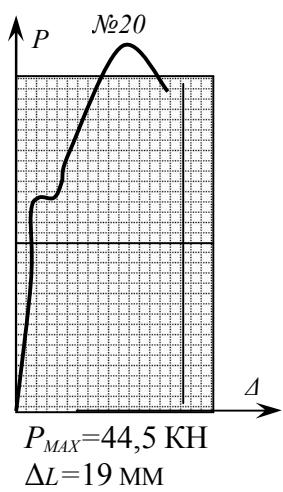
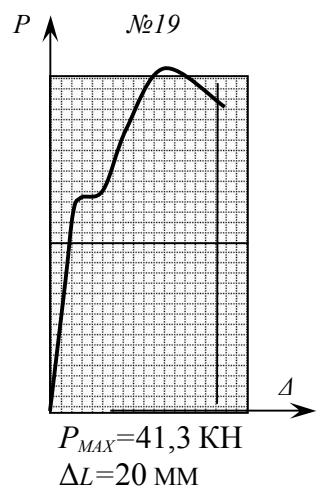


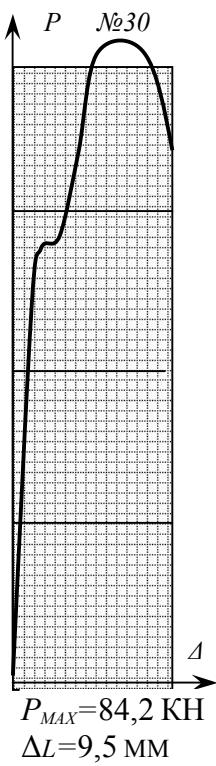
$P_{MAX} = 35 \text{ KN}$ $\Delta L = 26 \text{ MM}$



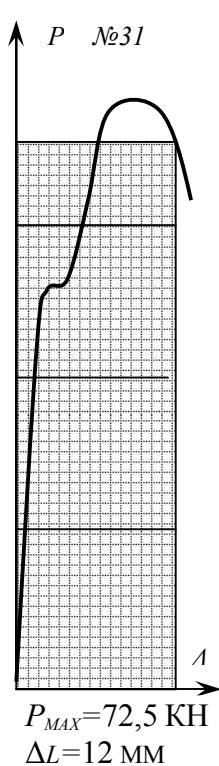
$P_{MAX} = 37,5 \text{ KN}$ $\Delta L = 25 \text{ MM}$



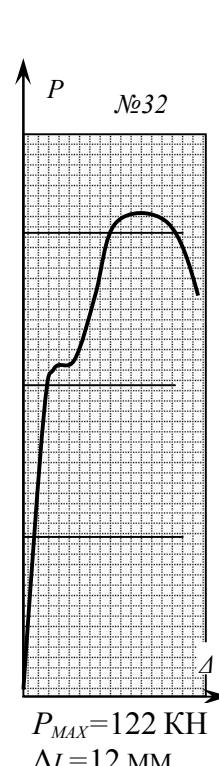




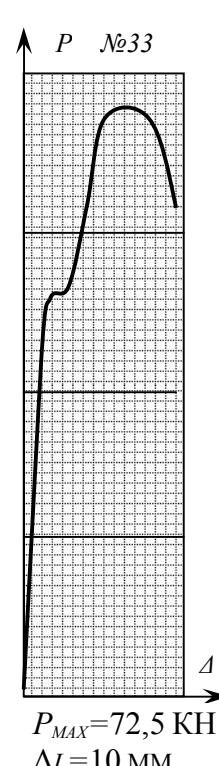
$P_{MAX}=84,2 \text{ KH}$
 $\Delta L=9,5 \text{ MM}$



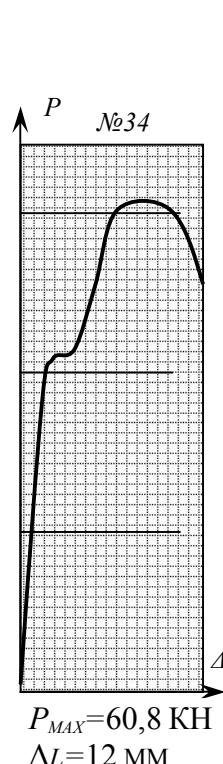
$P_{MAX}=72,5 \text{ KH}$
 $\Delta L=12 \text{ MM}$



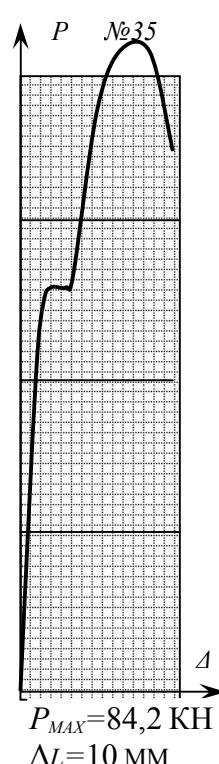
$P_{MAX}=122 \text{ KH}$
 $\Delta L=12 \text{ MM}$



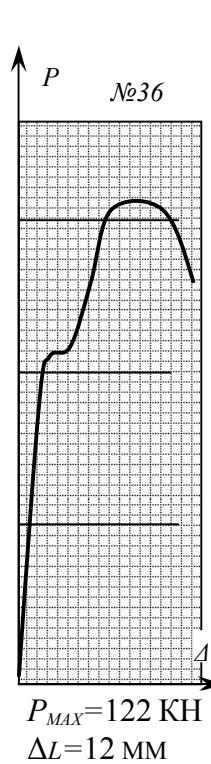
$P_{MAX}=72,5 \text{ KH}$
 $\Delta L=10 \text{ MM}$



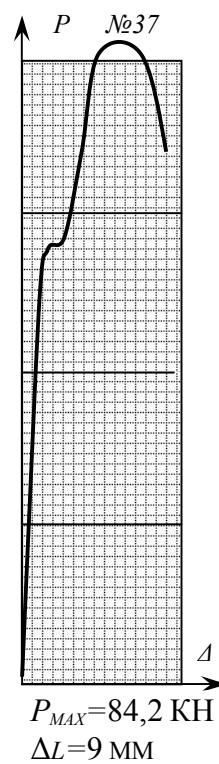
$P_{MAX}=60,8 \text{ KH}$
 $\Delta L=12 \text{ MM}$



$P_{MAX}=84,2 \text{ KH}$
 $\Delta L=10 \text{ MM}$



$P_{MAX}=122 \text{ KH}$
 $\Delta L=12 \text{ MM}$



$P_{MAX}=84,2 \text{ KH}$
 $\Delta L=9 \text{ MM}$

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Механические характеристики некоторых сталей

Таблица Е.1

Сталь обыкновенного качества				Качественная сталь				Легированные стали после термообработки			
Марка стали	σ_e <i>Mn</i>	σ_m <i>Mn</i>	Δ %	Марка стали	σ_e <i>Mn</i>	σ_m <i>Mn</i>	δ %	Марка стали	σ_e <i>Mn</i>	σ_m <i>Mn</i>	δ %
Ст0	250	140	35	08	320	196	33	30 X	880	690	12
Ст1кп	350	200	35	10	330	205	31	35 X	910	740	11
Ст1сп	360	210	34	15	370	225	27	40 X	920	680	10
Ст2кп	380	215	33	20	410	245	25	45 X	960	710	10
Ст2сп	400	225	32	25	450	275	23	50 X	1080	880	9
Ст3кп	410	235	27	30	490	295	21	30 XМА	930	740	12
Ст3пс	430	245	26	35	530	315	20	35 XМА	1570	1370	12
Ст3 Гп	450	245	26	40	570	335	19	18 ХГ	930	740	10
Ст4кп	480	255	25	45	600	355	16	20 ХГСА	780	640	12
Ст4пс	500	265	24	50	630	375	14	30 ХГС	1080	830	10
Ст5пс	560	285	20	55	650	380	13	40 XН	1570	1370	9
Ст6пс	610	315	15	58	660	390	12	50 XН	880	690	12
				60	680	400	12				

ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

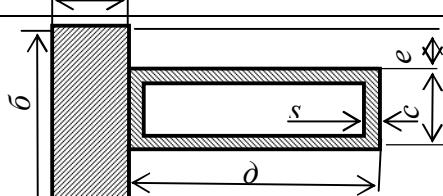
Задания для работ по теме «Характеристики плоских сечений»

Ж - 1	Характеристики плоских сечений						
Схема составного сечения		Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5	
	Размеры (мм):	<i>a</i>	80	60	50	40	30
		<i>b</i>	8	6	5	5	8
		<i>c</i>	40	50	50	60	80
		<i>d</i>	10	10	5	8	10
		<i>e</i>	35	30	20	10	20
Определить главные моменты сопротивления составного сечения							

Ж - 2	Характеристики плоских сечений						
Схема составного сечения		Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5	
	Размеры (мм):	<i>a</i>	10	8	6	5	4
		<i>b</i>	80	60	50	40	30
		<i>c</i>	4	5	6	7	8
		<i>d</i>	40	50	50	60	80
		<i>e</i>	35	30	20	10	20
Определить главные моменты сопротивления составного сечения							

Ж - 3	Характеристики плоских сечений						
Схема составного сечения		Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5	
	Размеры (мм):	<i>a</i>	80	60	50	40	30
		<i>b</i>	8	6	5	5	8
		<i>c</i>	40	50	50	60	80
		<i>d</i>	10	10	5	8	10
		<i>e</i>	35	30	20	10	20
		<i>s</i>	3	4	5	6	8
Определить главные моменты сопротивления составного сечения							

Ж - 4	Характеристики плоских сечений						
Схема составного сечения		Данные для расчетов					
		Вариант	1	2	3	4	5
	Размеры	<i>a</i>	6	7	8	9	10



	(мм):	<i>б</i>	40	50	60	70	80
		<i>с</i>	12	14	15	18	20
		<i>д</i>	100	106	50	80	60
		<i>е</i>	15	20	20	10	20
		<i>s</i>	4	4	3	2	5
		Определить главные моменты сопротивления составного сечения					

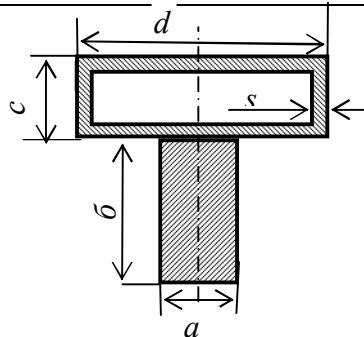
Ж-5	Характеристики плоских сечений							
Схема составного сечения		Данные для расчетов						
		Вариант	1	2	3	4	5	
		<i>Размеры (мм):</i>	<i>a</i>	28	16	25	24	23
		<i>б</i>	60	50	40	30	45	
		<i>с</i>	40	30	26	20	24	
		<i>д</i>	40	50	50	60	80	
		<i>е</i>	10	20	4	10	6	
Определить главные моменты сопротивления составного сечения								

Ж - 6	Характеристики плоских сечений							
Схема составного сечения		Данные для расчетов						
		Вариант	1	2	3	4	5	
		<i>Размеры (мм):</i>	<i>a</i>	180	160	150	140	130
		<i>б</i>	18	16	15	15	18	
		<i>с</i>	140	150	150	160	180	
		<i>д</i>	100	100	15	18	50	
		Определить главные моменты сопротивления составного сечения						

Ж - 7	Характеристики плоских сечений							
Схема составного сечения		Данные для расчетов						
		Вариант	1	2	3	4	5	
		<i>Размеры (мм):</i>	<i>a</i>	120	110	130	140	120
		<i>б</i>	110	60	50	45	38	
		<i>с</i>	120	150	100	160	180	
		<i>д</i>	50	60	40	38	60	
		<i>е</i>	13	14	15	16	18	
Определить главные моменты сопротивления составного сечения								

Ж - 8**Характеристики плоских сечений**

Схема составного сечения

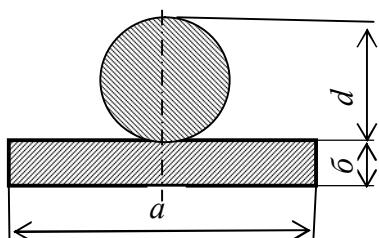


Данные для расчетов

Вариант	1	2	3	4	5	
Размеры (мм):	<i>a</i>	16	17	18	19	15
	<i>b</i>	40	50	60	70	80
	<i>c</i>	12	14	15	18	20
	<i>d</i>	100	106	150	80	160
	<i>s</i>	4	4	3	2	5

Определить главные моменты сопротивления
составного сечения**Ж - 9****Характеристики плоских сечений**

Схема составного сечения

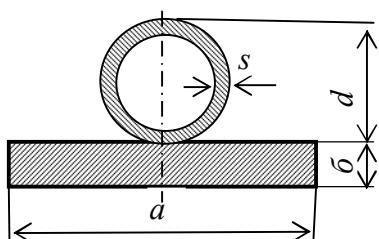


Данные для расчетов

Вариант	1	2	3	4	5	
Размеры (мм):	<i>a</i>	80	60	50	40	30
	<i>b</i>	8	6	5	5	8
	<i>d</i>	40	50	50	60	80
	<i>s</i>					
	<i>c</i>					

Определить главные моменты сопротивления
составного сечения**Ж - 10****Характеристики плоских сечений**

Схема составного сечения

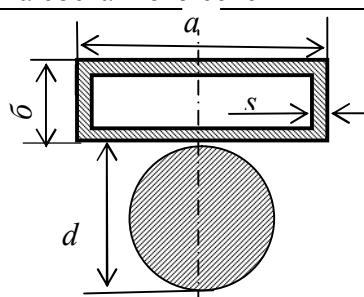


Данные для расчетов

Вариант	1	2	3	4	5	
Размеры (мм):	<i>a</i>	80	60	50	40	30
	<i>b</i>	8	6	5	5	8
	<i>d</i>	40	50	50	60	80
	<i>s</i>	4	5	6	8	10
	<i>c</i>					

Определить главные моменты сопротивления
составного сечения**Ж - 11****Характеристики плоских сечений**

Схема составного сечения



Данные для расчетов

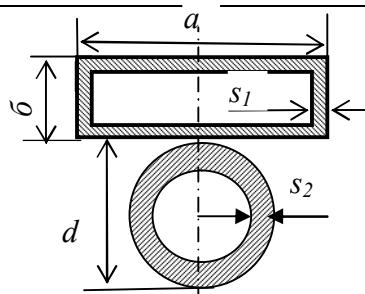
Вариант	1	2	3	4	5	
Размеры (мм):	<i>a</i>	160	170	180	190	150
	<i>b</i>	40	50	60	70	80
	<i>c</i>	12	14	15	18	20
	<i>d</i>	100	106	150	80	160
	<i>s</i>					

Определить главные моменты сопротивления
составного сечения

Ж – 12

Характеристики плоских сечений

Схема составного сечения



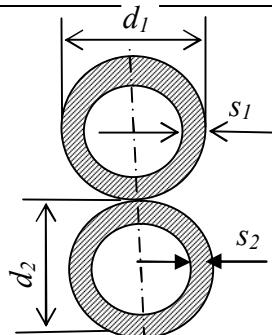
Данные для расчетов

Вариант	1	2	3	4	5
Размеры (мм):	a	260	270	280	190
	b	80	60	90	70
	s_1	12	14	15	18
	d	150	160	150	180
	s_2	24	30	26	20
Определить главные моменты сопротивления составного сечения					

Ж – 13

Характеристики плоских сечений

Схема составного сечения



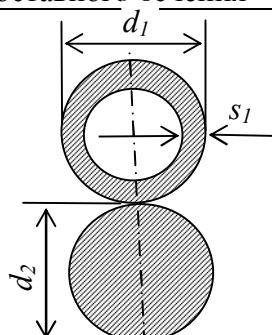
Данные для расчетов

Вариант	1	2	3	4	5
Размеры (мм):	d_1	160	170	180	190
	d_2	80	100	90	70
	s_1	12	14	15	18
	s_2	10	11	12	10
Определить главные моменты сопротивления составного сечения					

Ж – 14

Характеристики плоских сечений

Схема составного сечения



Данные для расчетов

Вариант	1	2	3	4	5
Размеры (мм):	d_1	100	120	130	140
	d_2	40	50	60	70
	s_1	12	14	15	18
Определить главные моменты сопротивления составного сечения					

Ж – 15

Характеристики плоских сечений

Схема составного сечения

Данные для расчетов

Вариант	1	2	3	4	5

	Размеры (мм):	d_1	100	120	130	140	150
		s_1	12	14	15	18	20
		h	80	110	120	120	140
		b	40	50	50	70	80
		s	4	5	6	5	5
	Определить главные моменты сопротивления составного сечения						

Ж – 16	Характеристики плоских сечений																																														
Схема составного сечения	Данные для расчетов																																														
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Вариант</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Размеры (мм):</td> <td>d_1</td> <td>80</td> <td>90</td> <td>100</td> <td>110</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td></td> <td>s_1</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td></td> <td>h</td> <td>70</td> <td>80</td> <td>80</td> <td>120</td> <td>140</td> </tr> <tr> <td></td> <td>b</td> <td>40</td> <td>50</td> <td>40</td> <td>70</td> <td>80</td> </tr> <tr> <td></td> <td>s</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table>						Вариант	1	2	3	4	5	Размеры (мм):	d_1	80	90	100	110	120		s_1	6	7	5	8	6		h	70	80	80	120	140		b	40	50	40	70	80		s	4	4	4	5	4
Вариант	1	2	3	4	5																																										
Размеры (мм):	d_1	80	90	100	110	120																																									
	s_1	6	7	5	8	6																																									
	h	70	80	80	120	140																																									
	b	40	50	40	70	80																																									
	s	4	4	4	5	4																																									
	Определить главные моменты сопротивления составного сечения																																														

Ж – 17	Характеристики плоских сечений																																							
Схема составного сечения	Данные для расчетов																																							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Вариант</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Размеры (мм):</td> <td>$\#$</td> <td>10</td> <td>12</td> <td>16</td> <td>14</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td></td> <td>h</td> <td>80</td> <td>110</td> <td>120</td> <td>120</td> <td>140</td> </tr> <tr> <td></td> <td>b</td> <td>60</td> <td>50</td> <td>80</td> <td>60</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td></td> <td>s</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table>						Вариант	1	2	3	4	5	Размеры (мм):	$\#$	10	12	16	14	18		h	80	110	120	120	140		b	60	50	80	60	60		s	4	4	5	5	6
Вариант	1	2	3	4	5																																			
Размеры (мм):	$\#$	10	12	16	14	18																																		
	h	80	110	120	120	140																																		
	b	60	50	80	60	60																																		
	s	4	4	5	5	6																																		
	Определить главные моменты сопротивления составного сечения																																							

Ж – 18	Характеристики плоских сечений																																							
Схема составного сечения	Данные для расчетов																																							
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Вариант</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Размеры (мм):</td> <td>$\#$</td> <td>10</td> <td>12</td> <td>12</td> <td>10</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td></td> <td>h</td> <td>70</td> <td>78</td> <td>80</td> <td>80</td> <td>120</td> </tr> <tr> <td></td> <td>b</td> <td>30</td> <td>46</td> <td>50</td> <td>60</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td></td> <td>s</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table>						Вариант	1	2	3	4	5	Размеры (мм):	$\#$	10	12	12	10	10		h	70	78	80	80	120		b	30	46	50	60	60		s	3	6	4	4	5
Вариант	1	2	3	4	5																																			
Размеры (мм):	$\#$	10	12	12	10	10																																		
	h	70	78	80	80	120																																		
	b	30	46	50	60	60																																		
	s	3	6	4	4	5																																		
	Определить главные моменты сопротивления составного сечения																																							

Ж – 19	Характеристики плоских сечений					
Схема составного сечения	Данные для расчетов					
	Вариант					

	Размеры (мм):	№	16	18	20	24	22
		h	65	70	80	110	120
		b	40	50	50	100	80
		s	4	4	6	4	5
		Определить главные моменты сопротивления составного сечения					

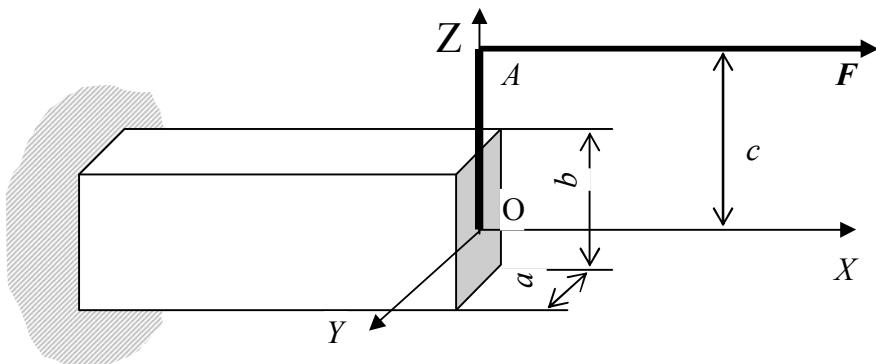
Ж - 20	Характеристики плоских сечений						
	Схема составного сечения	Данные для расчетов					
	Размеры (мм):	Вариант	1	2	3	4	5
		№	20	22	24	27	30
		h	70	80	110	120	140
		b	50	60	50	80	80
		s	4	6	6	5	7
Определить главные моменты сопротивления составного сечения							

ПРИЛОЖЕНИЕ И

Задания для работ по теме «Внекентренное растяжение-сжатие стержней»

И - 1

ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ

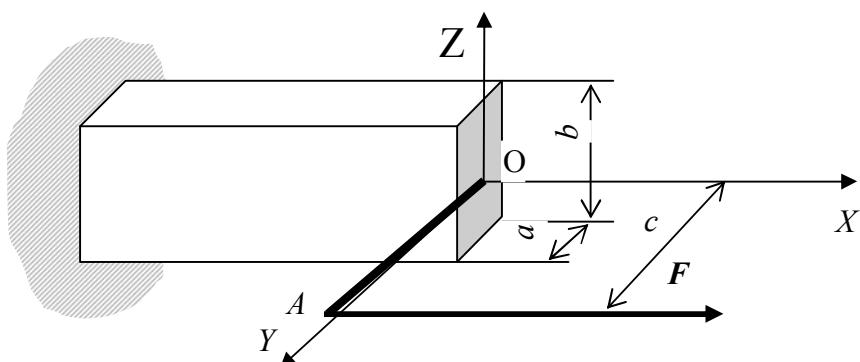


Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	10	12	16	14	20
	b	20	36	24	28	30
Нагрузки, кН	F_1	4	2	3,6	4	5
	F_2	-	-	-	-	-
Плечо приложения нагрузок, мм	c	15	18	20	120	150
	d					

Построить эпюор напряжений и указать опасную точку.

И - 2

ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ

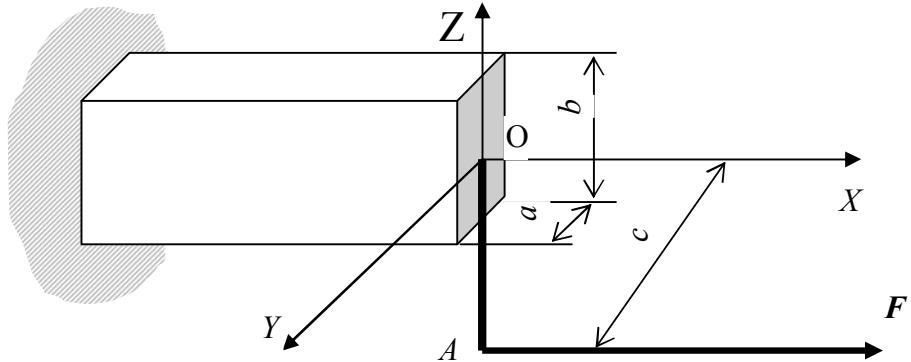


Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	28	36	34	28	24
	b	20	18	32	28	12
Нагрузки, кН	F_1	4,5	3,6	3,2	4,4	2,8
	F_2	-	-	-	-	-
Плечо приложения нагрузок, мм	c	40	14	12	18	15
	d					

Построить эпюор напряжений и указать опасную точку.

И - 3

ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ

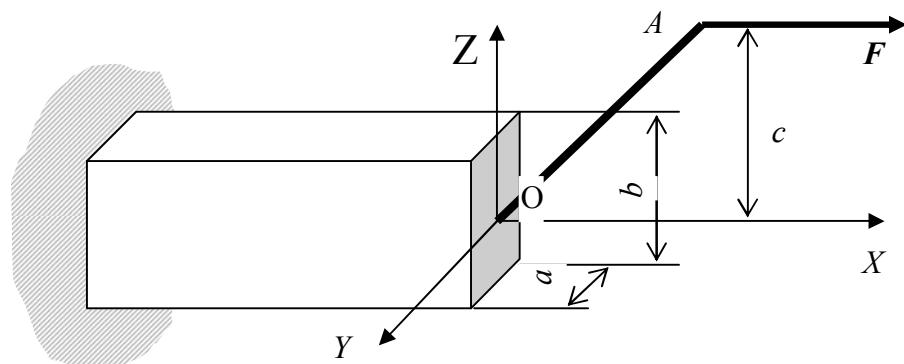


Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	18	14	16	26	22
	b	28	26	20	18	32
Нагрузки, кН	F_1	2,8	2	2,4	2,1	4,8
	F_2	-	-	-	-	-
Плечо приложения нагрузок, мм	c	26	20	80	60	50
	d					

Построить эпюру напряжений и указать опасную точку.

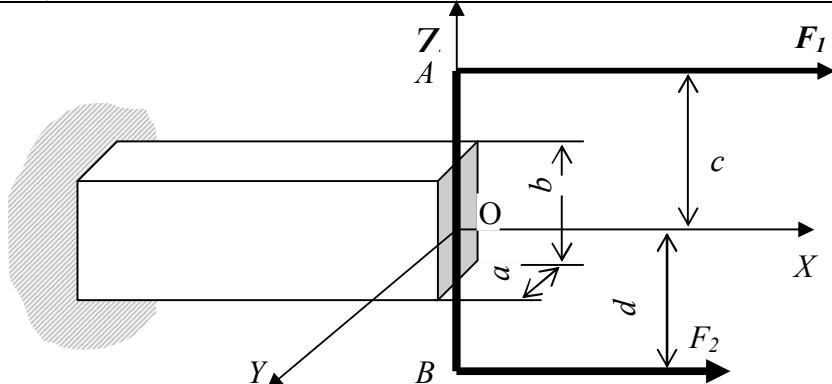
И - 4

ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



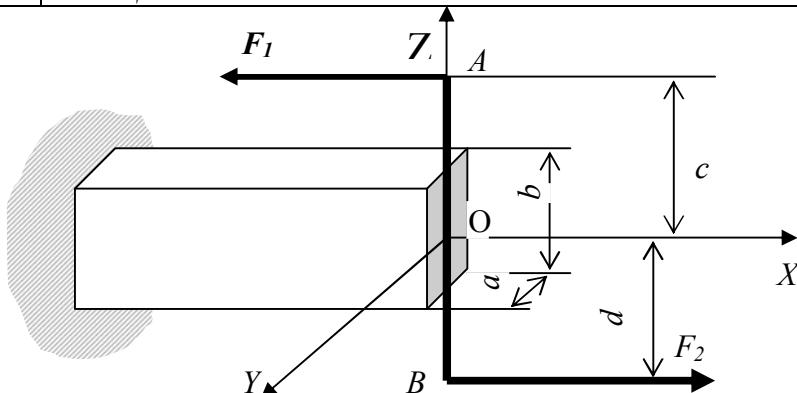
Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	18	14	16	26	22
	b	28	26	20	18	32
Нагрузки, кН	F_1	3	2,8	2	2,4	2,1
	F_2		-	-	-	-
Плечо приложения нагрузок, мм	c	40	60	20	80	60
	d					

Построить эпюру напряжений и указать опасную точку.

И - 5**ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ**

Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	16	20	12	22	12
	b	28	18	20	28	24
Нагрузки, кН	F_1	6	5	4,5	6	3
	F_2	2	3	3,6	4	1
Плечо приложения нагрузок, мм	c	80	100	60	50	20
	d	20	50	60	80	60

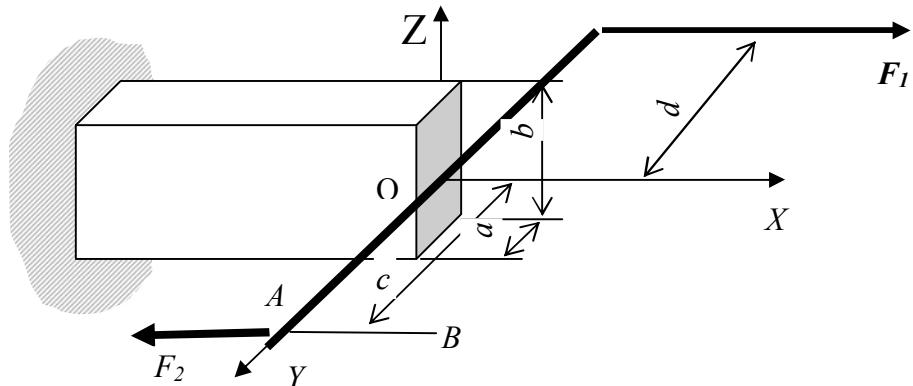
Построить эпюры напряжений и указать опасную точку.

И - 6**ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ**

Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	12	14	18	20	16
	b	24	20	24	30	20
Нагрузки, кН	F_1	1	2	3	4	4
	F_2	3	3,6	4	2	6
Плечо приложения нагрузок, мм	c	60	100	80	100	40
	d	30	60	20	80	70

Построить эпюры напряжений и указать опасную точку.

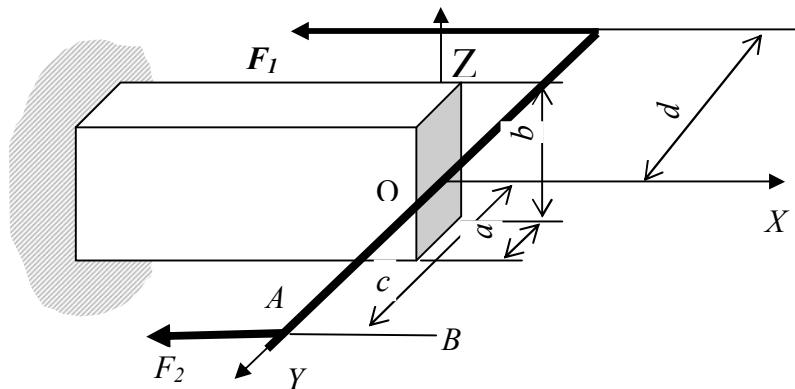
И - 7 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	26	24	20	18	16
	b	22	12	30	20	24
Нагрузки, кН	F_1	4	3	5	5	4
	F_2	4	5	3	4	6
Плечо приложения нагрузок, мм	c	80	60	50	70	45
	d	40	60	80	90	85

Построить эпюры напряжений и указать опасную точку.

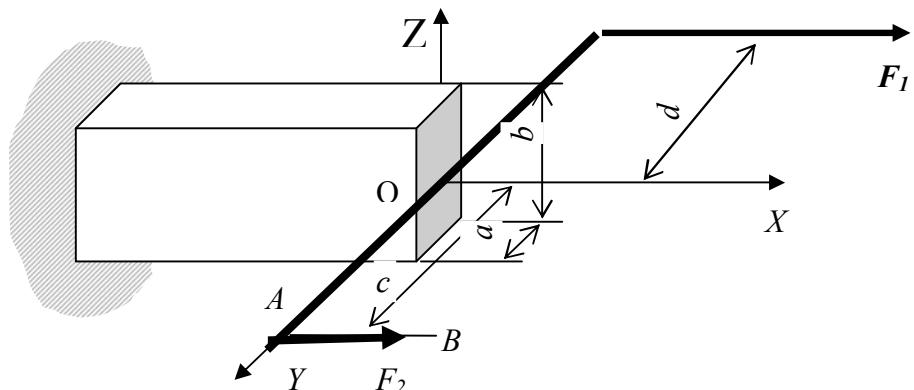
И - 8 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	20	22	24	18	16
	b	16	18	30	26	24
Нагрузки, кН	F_1	8	9	5	5	3
	F_2	4	5	8	9	6
Плечо приложения нагрузок, мм	c	80	60	50	70	45
	d	40	60	80	90	85

Построить эпюры напряжений и указать опасную точку.

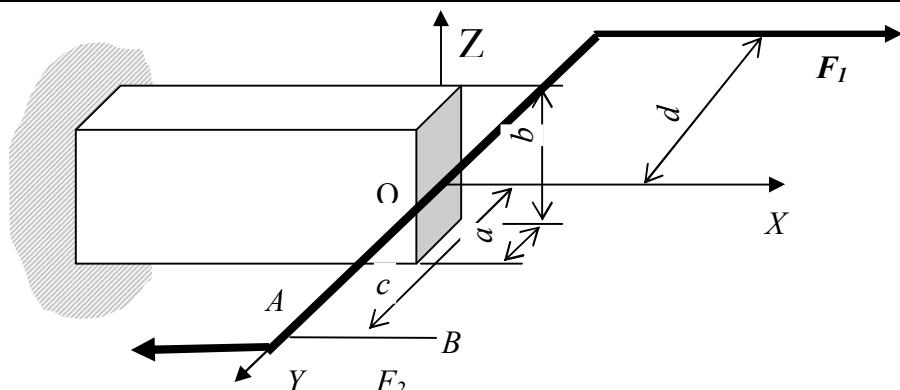
И - 9 ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	28	20	18	16	12
	b	22	24	16	20	24
Нагрузки, кН	F_1	4	3	2	2,5	1,4
	F_2	1	2	2,3	1,4	2,6
Плечо приложения нагрузок, мм	c	20	30	50	70	55
	d	60	20	60	40	75

Построить эпюру напряжений и указать опасную точку.

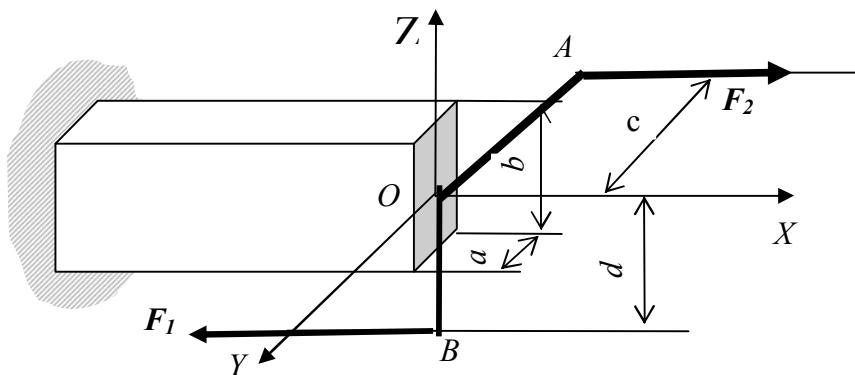
И - 10 ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	30	24	22	18	16
	b	16	18	24	28	24
Нагрузки, кН	F_1	5	2,9	1,5	1	2
	F_2	1	1,5	1,8	2	1,6
Плечо приложения нагрузок, мм	c	40	50	20	30	45
	d	60	20	80	10	55

Построить эпюру напряжений и указать опасную точку.

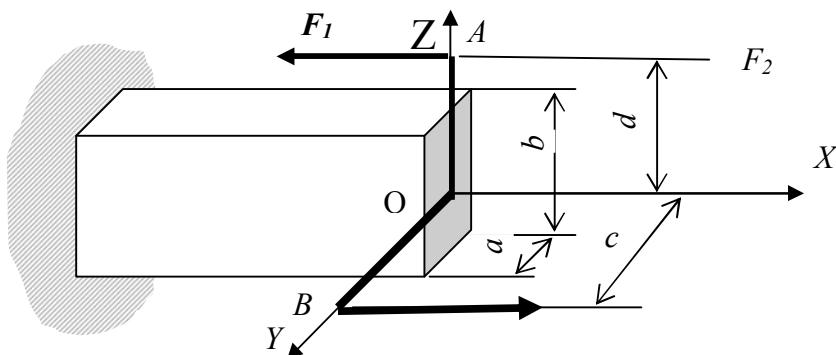
И - 11 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	18	28	18	30	22
	b	24	28	24	26	18
Нагрузки, кН	F_1	5	3	2	4	6
	F_2	3	2	3,5	5	4
Плечо приложения нагрузок, мм	c	70	30	40	60	50
	d	80	90	60	90	60

Построить эпюры напряжений и указать опасную точку.

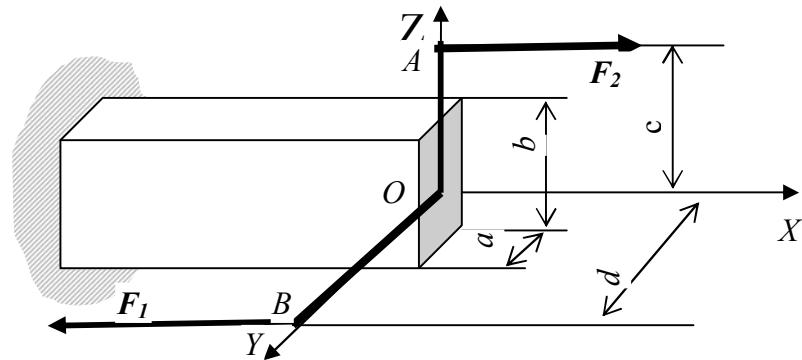
И - 12 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	18	20	22	32	24
	b	28	24	18	14	28
Нагрузки, кН	F_1	2,5	3	2,5	2	1,8
	F_2	3,5	3,8	4,5	3	4
Плечо приложения нагрузок, мм	c	86	65	30	25	80
	d	45	20	75	40	30

Построить эпюры напряжений и указать опасную точку

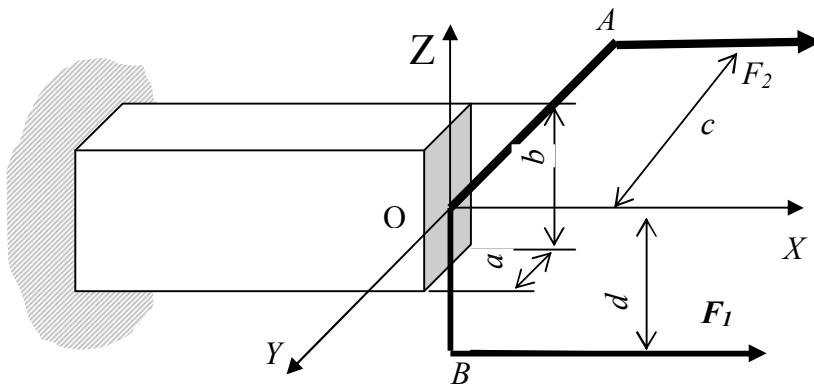
I - 13 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	16	22	18	14	28
	b	24	18	14	26	23
Нагрузки, кН	F_1	5	3	2	2	6
	F_2	3	4	3,5	5	4
Плечо приложения нагрузок, мм	c	75	50	80	60	60
	d	80	100	60	90	40

Построить эпюру напряжений и указать опасную точку.

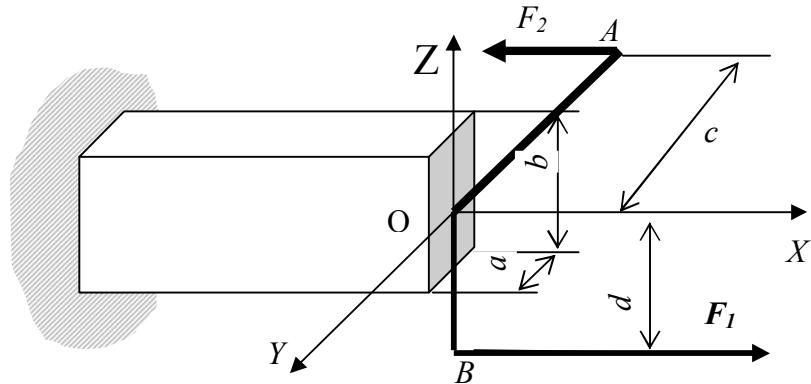
I - 14 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	14	20	24	12	20
	b	18	24	18	14	18
Нагрузки, кН	F_1	3	2	2.5	2	4
	F_2	1,5	3	1,5	1	1
Плечо приложения нагрузок, мм	c	16	65	50	45	48
	d	45	90	75	60	80

Построить эпюру напряжений и указать опасную точку.

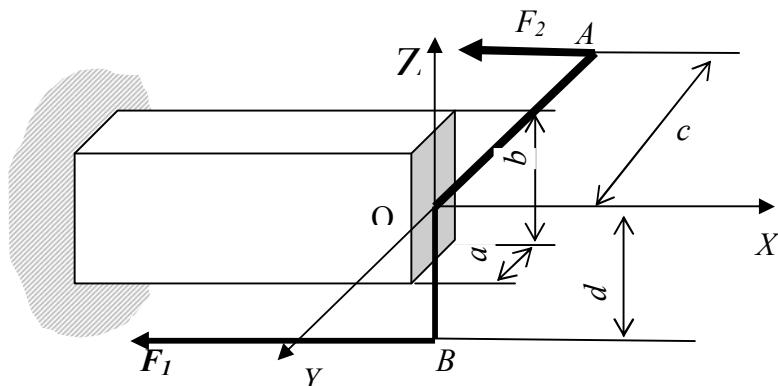
И - 15 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	18	18	18	36	32
	b	16	12	14	24	28
Нагрузки, кН	F_1	3	2	3	5	5
	F_2	5	3	2	6	4
Плечо приложения нагрузок, мм	c	60	46	40	30	20
	d	20	36	75	60	10

Построить эпюры напряжений и указать опасную точку.

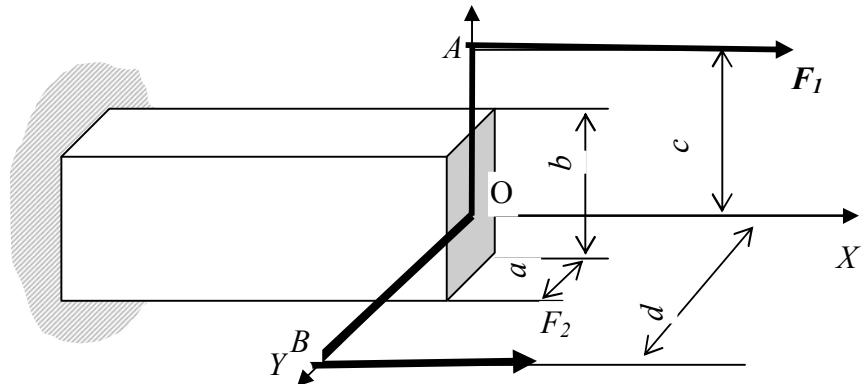
И - 16 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	24	24	18	20	16
	b	18	28	28	26	19
Нагрузки, кН	F_1	3	1,5	2	3	2
	F_2	2	3	1	2	3
Плечо приложения нагрузок, мм	c	90	85	100	60	75
	d	75	60	80	100	60

Построить эпюры напряжений и указать опасную точку.

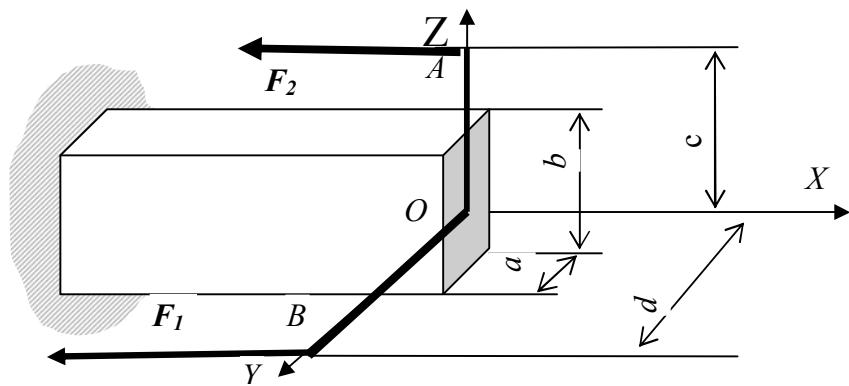
И - 17 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	18	22	16	30	24
	b	24	28	24	26	18
Нагрузки, кН	F_1	2	4	4	6	3
	F_2	4	3	5	4	5
Плечо приложения нагрузок, мм	c	80	50	80	90	40
	d	60	40	50	70	50

Построить эпюры напряжений и указать опасную точку.

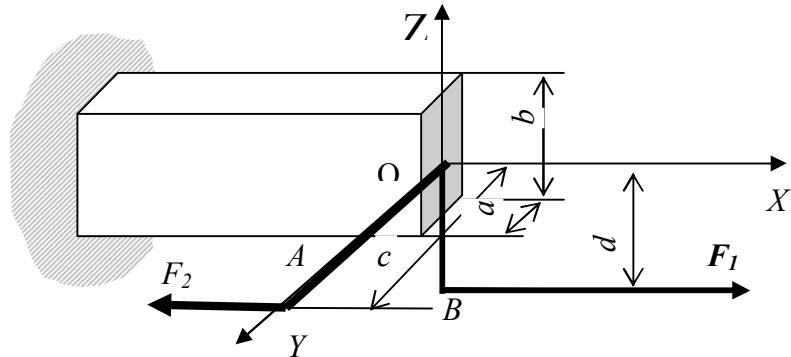
И - 18 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	12	20	16	18	25
	b	18	18	32	16	18
Нагрузки, кН	F_1	1	2	4	1	2
	F_2	2	3	5	2	3
Плечо приложения нагрузок, мм	c	30	20	30	20	10
	d	12	14	10	24	80

Построить эпюры напряжений и указать опасную точку.

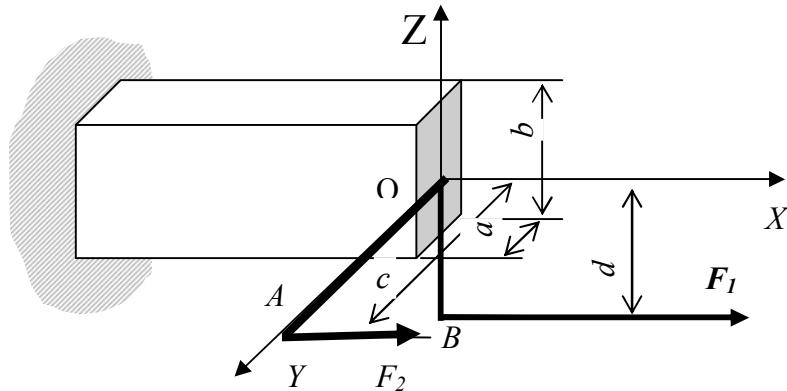
И - 19 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	16	16	20	30	24
	b	26	22	24	20	24
Нагрузки, кН	F_1	4	5	5	3	4
	F_2	2	7	3	6	7
Плечо приложения нагрузок, мм	c	60	45	60	90	40
	d	80	75	80	40	30

Построить эпюры напряжений и указать опасную точку.

И - 20 | ВНЕЦЕНТРЕННОЕ РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ



Параметры	Обозначение	Варианты				
		1	2	3	4	5
Размеры сечения стержня, мм	a	16	24	20	18	26
	b	22	12	30	20	24
Нагрузки, кН	F_1	2	3	2,5	5	4
	F_2	4	5	3	4	6
Плечо приложения нагрузок, мм	c	80	60	45	70	45
	d	45	60	85	90	85

Построить эпюры напряжений и указать опасную точку.

ПРИЛОЖЕНИЕ К

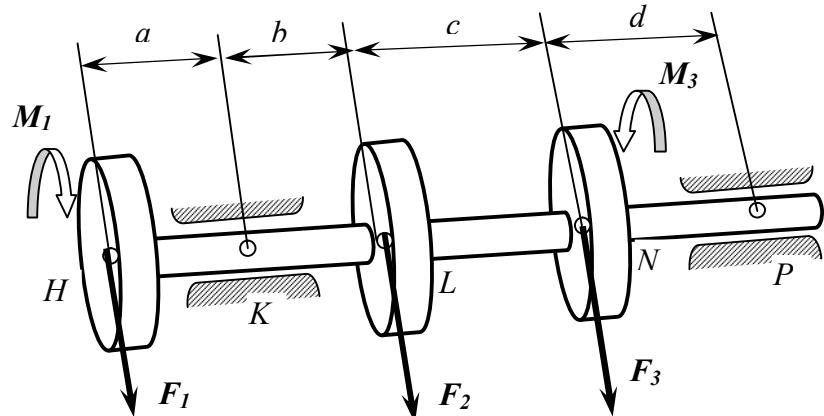
Задания для работ по теме «Изгиб с кручением»

К 01		ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ											
		<i>НАГРУЗКИ</i>					<i>РАЗМЕРЫ</i>						
Вариант		1	2	3	4	5	Вариант		1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$		272	185	300	240	320	$a, \text{ мм}$		160	175	180	200	175
$M_2, \text{ нм}$		528	360	480	380	500	$b, \text{ мм}$		180	200	240	280	190
$F_1, \text{ кН}$		2	1,5	3	5	2,5	$c, \text{ мм}$		200	165	190	210	290
$F_2, \text{ кН}$		2	4	6	3	4,2	$d, \text{ мм}$		140	180	300	280	260
$F_3, \text{ кН}$		1	1,8	2,8	4	3,6	$[\sigma], \text{ МПа}$		300	420	180	450	500
Определить минимальный диаметр вала													

К 02		ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ											
		<i>НАГРУЗКИ</i>					<i>РАЗМЕРЫ</i>						
Вариант		1	2	3	4	5	Вариант		1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$		480	520	460	420	500	$a, \text{ мм}$		200	190	210	240	160
$M_3, \text{ нм}$		280	310	260	220	300	$b, \text{ мм}$		140	160	125	245	160
$F_1, \text{ кН}$		6	5	4	4,5	5,5	$c, \text{ мм}$		200	190	210	180	150
$F_2, \text{ кН}$		2	3	2,8	2,2	3,6	$d, \text{ мм}$		120	140	160	190	125
$F_3, \text{ кН}$		3,1	2,6	3	4	3,4	$[\sigma], \text{ МПа}$		360	480	520	440	500
Определить минимальный диаметр вала													

К 03

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



НАГРУЗКИ

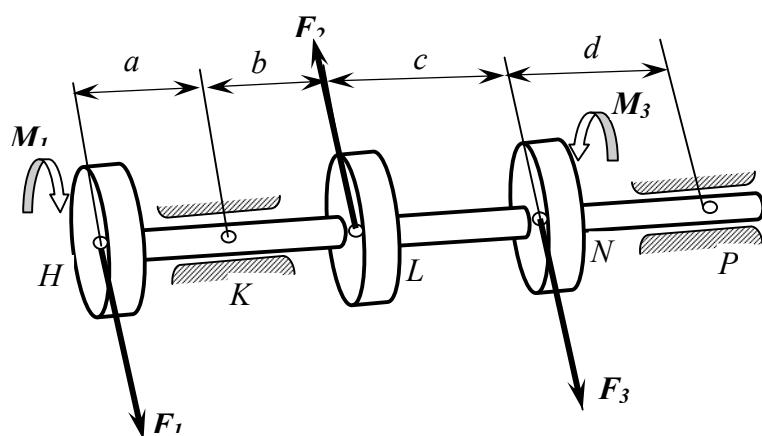
РАЗМЕРЫ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	208	340	420	360	410	$a, \text{ мм}$	100	160	180	145	142
$M_3, \text{ нм}$	450	530	630	540	480	$b, \text{ мм}$	200	190	220	167	187
$F_1, \text{ кН}$	3	4	5	3,5	4	$c, \text{ мм}$	155	148	210	220	190
$F_2, \text{ кН}$	4,5	3,6	4	4,8	3,3	$d, \text{ мм}$	120	100	80	160	190
$F_3, \text{ кН}$	4,6	3,2	4,1	3	5	$[\sigma], \text{ МПа}$	580	500	480	360	480

Определить минимальный диаметр вала

К 04

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



НАГРУЗКИ

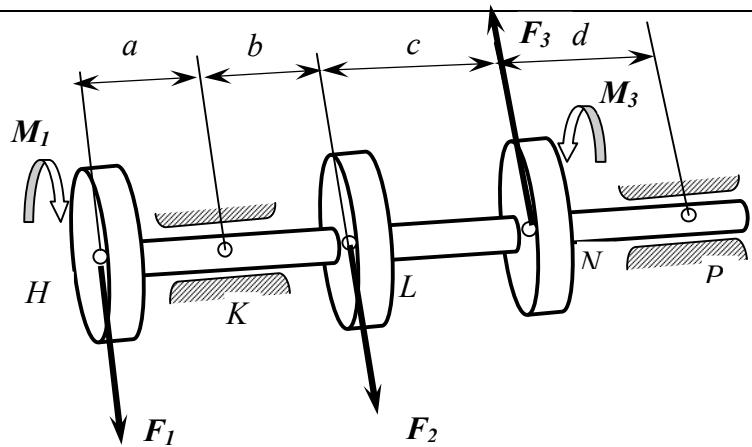
РАЗМЕРЫ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	209	300	360	240	345	$a, \text{ мм}$	225	188	204	198	146
$M_3, \text{ нм}$	450	480	210	125	200	$b, \text{ мм}$	185	190	146	256	190
$F_1, \text{ кН}$	3,0	2,5	3	2	4	$c, \text{ мм}$	160	180	204	192	178
$F_2, \text{ кН}$	4,5	3,1	4	6	1	$d, \text{ мм}$	204	120	140	182	164
$F_3, \text{ кН}$	4,6	1	3	4	3	$[\sigma], \text{ МПа}$	475	510	420	480	390

Определить минимальный диаметр вала

К 05

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



НАГРУЗКИ

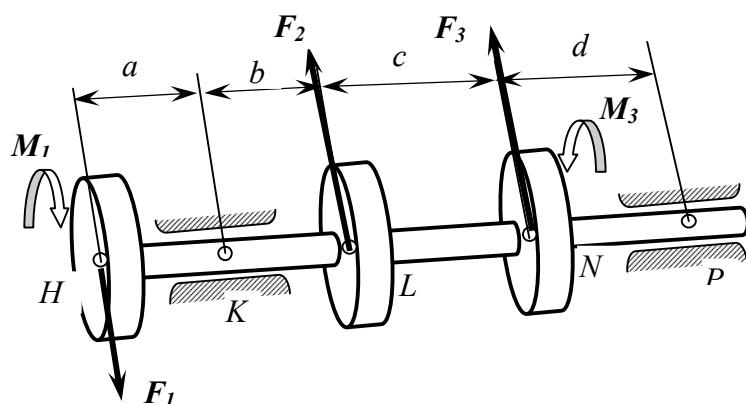
РАЗМЕРЫ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	280	360	400	520	480	$a, \text{ мм}$	180	167	190	200	145
$M_3, \text{ нм}$	460	260	380	400	230	$b, \text{ мм}$	210	240	190	200	168
$F_1, \text{ кН}$	3,0	2	3,5	4,6	1,6	$c, \text{ мм}$	280	240	200	240	185
$F_2, \text{ кН}$	4	3	2,4	1,6	3.	$d, \text{ мм}$	170	150	140	190	200
$F_3, \text{ кН}$	6	1,5	3	2,8	2	$[\sigma], \text{ МПа}$	380	410	400	480	500

Определить минимальный диаметр вала

К 06

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



НАГРУЗКИ

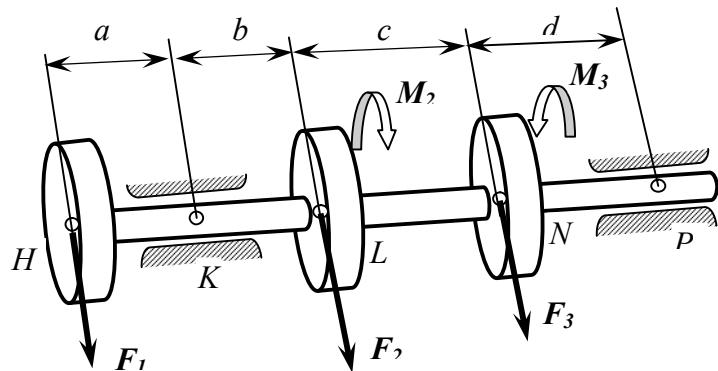
РАЗМЕРЫ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	300	480	360	375	280	$a, \text{ мм}$	160	175	195	150	160
$M_3, \text{ нм}$	450	360	370	240	120	$b, \text{ мм}$	208	240	360	260	210
$F_1, \text{ кН}$	3,0	2	4	3	5	$c, \text{ мм}$	100	180	220	140	184
$F_2, \text{ кН}$	5	1	3.4	4	1	$d, \text{ мм}$	200	180	164	140	160
$F_3, \text{ кН}$	6	5	4	3	2	$[\sigma], \text{ МПа}$	600	450	380	510	480

Определить минимальный диаметр вала

К 07

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



НАГРУЗКИ

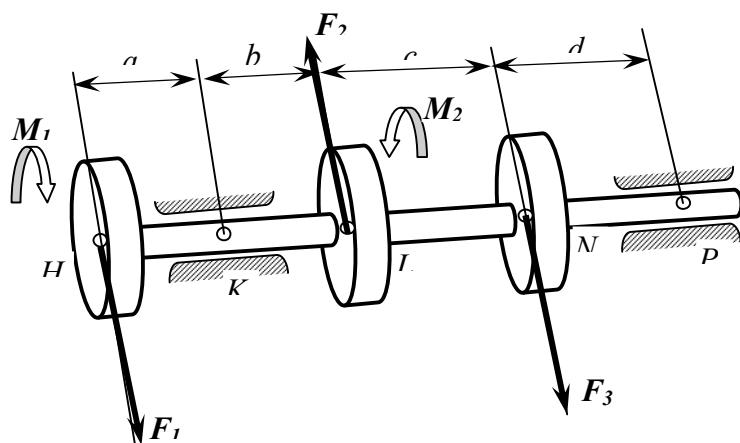
РАЗМЕРЫ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_2, \text{ нм}$	120	190	150	130	180	$a, \text{ мм}$	100	180	200	140	130
$M_3, \text{ нм}$	145	290	360	410	380	$b, \text{ мм}$	120	90	110	185	136
$F_1, \text{ кН}$	3,0	5	4	3	3,6	$c, \text{ мм}$	180	120	128	150	146
$F_2, \text{ кН}$	4,5	2	5	3,2	4	$d, \text{ мм}$	260	200	130	210	190
$F_3, \text{ кН}$	4,6	1,8	2	4	4,8	$[\sigma], \text{ МПа}$	400	560	510	360	490

Определить минимальный диаметр вала

К 08

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



НАГРУЗКИ

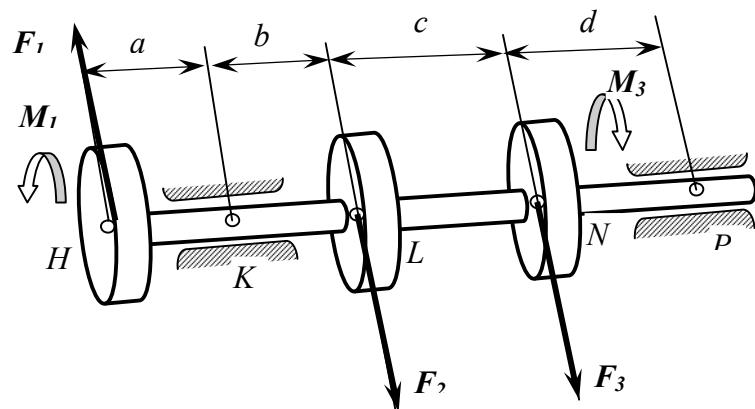
РАЗМЕРЫ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	220	280	190	250	220	$a, \text{ мм}$	80	70	78	89	76
$M_2, \text{ нм}$	345	280	240	190	275	$b, \text{ мм}$	120	110	180	130	145
$F_1, \text{ кН}$	4	3	6	5	4,5	$c, \text{ мм}$	90	100	112	146	132
$F_2, \text{ кН}$	4,5	3	5	6	2	$d, \text{ мм}$	85	120	132	150	96
$F_3, \text{ кН}$	6	4	2	1	3	$[\sigma], \text{ МПа}$	600	560	480	500	520

Определить минимальный диаметр вала

К 09

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



НАГРУЗКИ

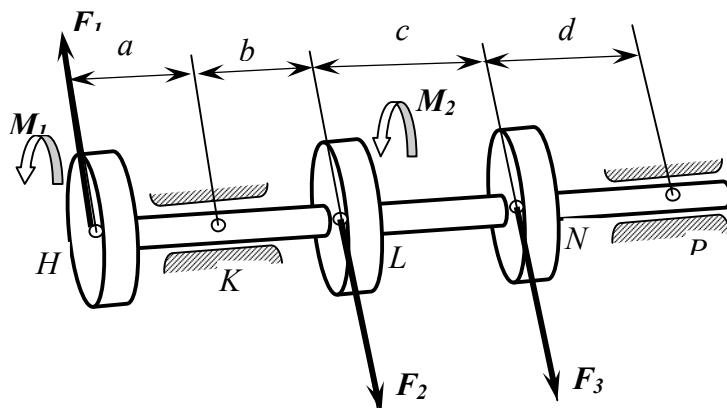
РАЗМЕРЫ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	200	180	186	178	196	$a, \text{ мм}$	90	100	128	140	152
$M_3, \text{ нм}$	345	480	360	410	150	$b, \text{ мм}$	160	148	120	135	124
$F_1, \text{ кН}$	3	4	2	5	6	$c, \text{ мм}$	260	195	265	300	285
$F_2, \text{ кН}$	5	3	2	4	3	$d, \text{ мм}$	190	184	192	172	200
$F_3, \text{ кН}$	6	4	3	1	5	$[\sigma], \text{ МПа}$	380	480	600	560	450

Определить минимальный диаметр вала

К 10

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



НАГРУЗКИ

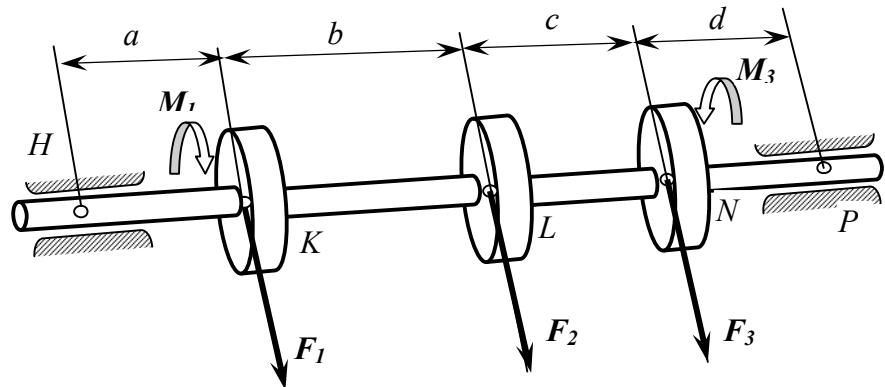
РАЗМЕРЫ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	220	280	340	600	420	$a, \text{ мм}$	120	142	156	182	200
$M_2, \text{ нм}$	345	420	380	295	340	$b, \text{ мм}$	260	280	190	240	210
$F_1, \text{ кН}$	6	7	4	5	3	$c, \text{ мм}$	190	200	168	194	176
$F_2, \text{ кН}$	5	6	2	4	7	$d, \text{ мм}$	150	145	186	200	188
$F_3, \text{ кН}$	6	4	3	1	2	$[\sigma], \text{ МПа}$	400	380	585	542	510

Определить минимальный диаметр вала

К 11

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



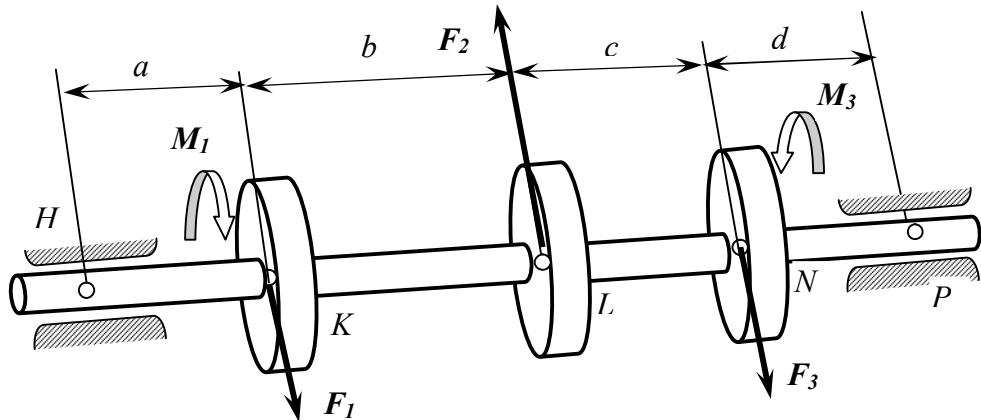
НАГРУЗКИ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	120	60	69	50	100	$a, \text{ мм}$	140	120	145	180	140
$M_3, \text{ нм}$	145	150	120	110	80	$b, \text{ мм}$	80	90	75	100	120
$F_1, \text{ кН}$	130	50	48	80	74	$c, \text{ мм}$	150	145	100	90	180
$F_2, \text{ кН}$	4	6	8	3	5	$d, \text{ мм}$	85	78	65	98	110
$F_3, \text{ кН}$	6	5	3	7	5	$[\sigma], \text{ МПа}$	500	480	450	600	380

Определить минимальный диаметр вала

К 12

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



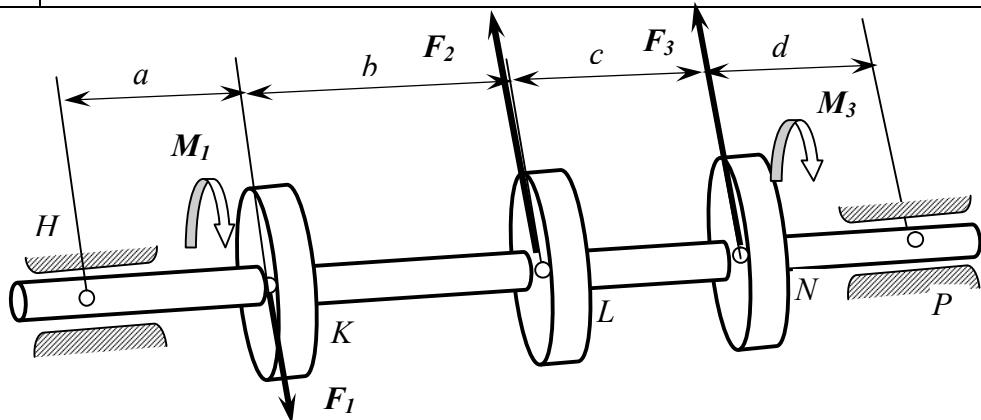
НАГРУЗКИ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	90	300	280	120	288	$a, \text{ мм}$	200	240	250	245	300
$M_3, \text{ нм}$	438	100	120	380	420	$b, \text{ мм}$	210	190	240	265	232
$F_1, \text{ кН}$	8	6	5	6	4	$c, \text{ мм}$	175	200	184	168	205
$F_2, \text{ кН}$	10	12	9	14	10	$d, \text{ мм}$	300	290	285	190	224
$F_3, \text{ кН}$	6	8	5	6	3	$[\sigma], \text{ МПа}$	400	390	480	540	590

Определить минимальный диаметр вала

К 13

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



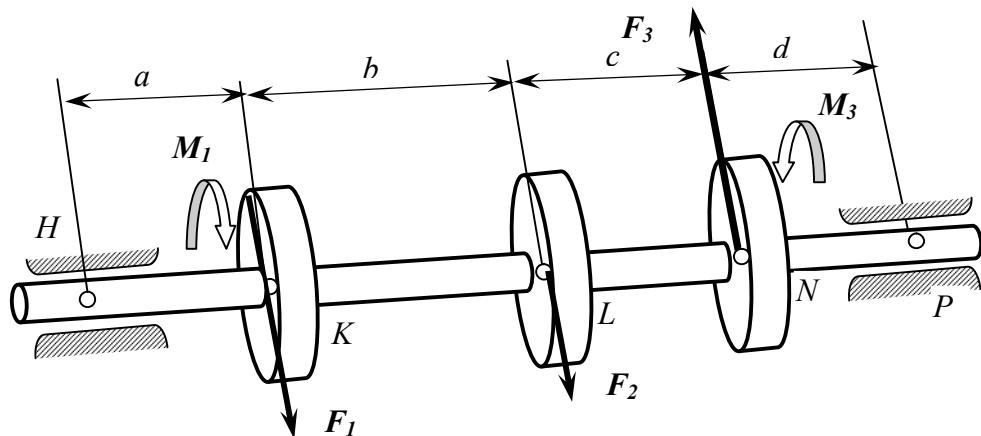
НАГРУЗКИ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	403	340	410	380	360	$a, \text{ мм}$	300	280	260	310	360
$M_2, \text{ нм}$	120	250	380	400	280	$b, \text{ мм}$	400	390	375	410	142
$F_1, \text{ кН}$	6	7	9	4	3	$c, \text{ мм}$	290	410	380	340	310
$F_2, \text{ кН}$	9	6	8	7	8	$d, \text{ мм}$	280	290	300	340	295
$F_3, \text{ кН}$	1	2	2,5	1,4	3	$[\sigma], \text{ МПа}$	680	585	610	490	520

Определить минимальный диаметр вала

К 14

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



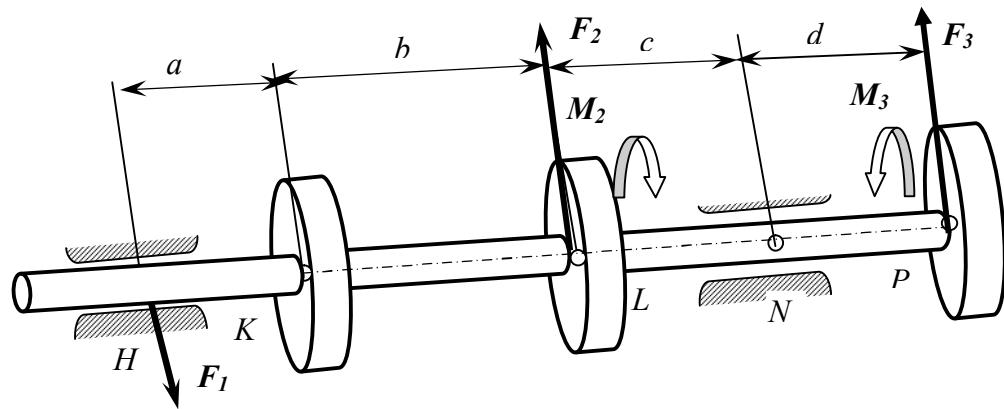
НАГРУЗКИ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	403	340	410	380	360	$a, \text{ мм}$	200	290	345	414	316
$M_2, \text{ нм}$	120	250	380	400	280	$b, \text{ мм}$	300	365	286	324	365
$F_1, \text{ кН}$	6	7	9	4	3	$c, \text{ мм}$	180	250	215	280	198
$F_2, \text{ кН}$	9	6	8	7	8	$d, \text{ мм}$	310	260	240	195	264
$F_3, \text{ кН}$	1	2	2,5	1,4	3	$[\sigma], \text{ МПа}$	480	395	450	500	480

Определить минимальный диаметр вала

К 15

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



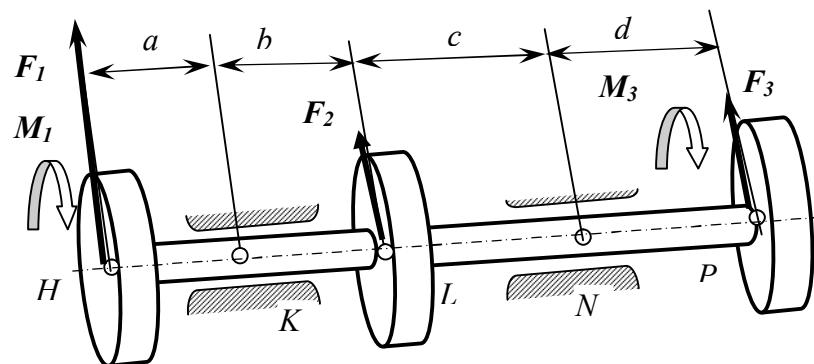
НАГРУЗКИ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_2, \text{ нм}$	420	380	500	410	330	$a, \text{ мм}$	180	275	196	278	190
$M_3, \text{ нм}$	300	200	180	150	560	$b, \text{ мм}$	368	296	260	364	285
$F_1, \text{ кН}$	5	2	4	6	5	$c, \text{ мм}$	200	420	360	276	398
$F_2, \text{ кН}$	4	5	2	3	6	$d, \text{ мм}$	169	178	188	294	288
$F_3, \text{ кН}$	5	3	1	5	2	$[\sigma], \text{ МПа}$	480	490	460	520	500

Определить минимальный диаметр вала

К 16

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



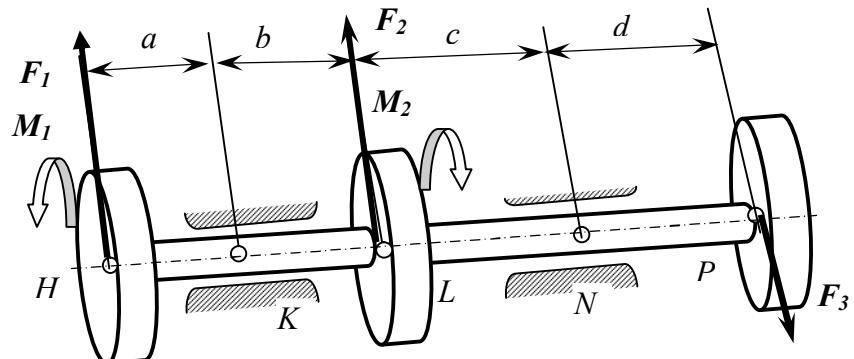
НАГРУЗКИ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	330	412	434	343	380	$a, \text{ мм}$	180	275	196	278	300
$M_3, \text{ нм}$	140	268	280	240	314	$b, \text{ мм}$	368	196	346	464	385
$F_1, \text{ кН}$	3	5	6	4	7	$c, \text{ мм}$	350	380	306	276	288
$F_2, \text{ кН}$	6	7	8	5	6	$d, \text{ мм}$	169	278	188	194	288
$F_3, \text{ кН}$	1	2	4	1	2	$[\sigma], \text{ МПа}$	480	490	450	520	500

Определить минимальный диаметр вала

К 17

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



НАГРУЗКИ

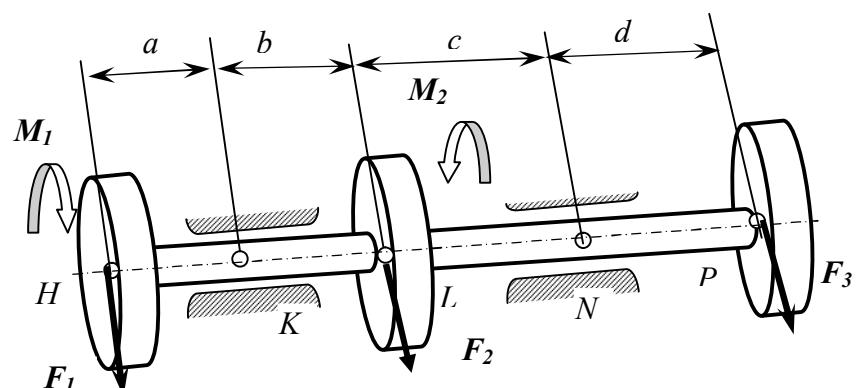
РАЗМЕРЫ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	1000	1200	900	110	130	$a, \text{ мм}$	80	75	96	78	100
$M_2, \text{ нм}$	600	800	600	450	560	$b, \text{ мм}$	268	296	246	264	285
$F_1, \text{ кН}$	1	2	3	4	5	$c, \text{ мм}$	300	320	316	376	298
$F_2, \text{ кН}$	4	3	2	5	1	$d, \text{ мм}$	69	78	88	94	88
$F_3, \text{ кН}$	1	2	1	3	2	$[\sigma], \text{ МПа}$	480	496	465	520	560

Определить минимальный диаметр вала

К 18

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



НАГРУЗКИ

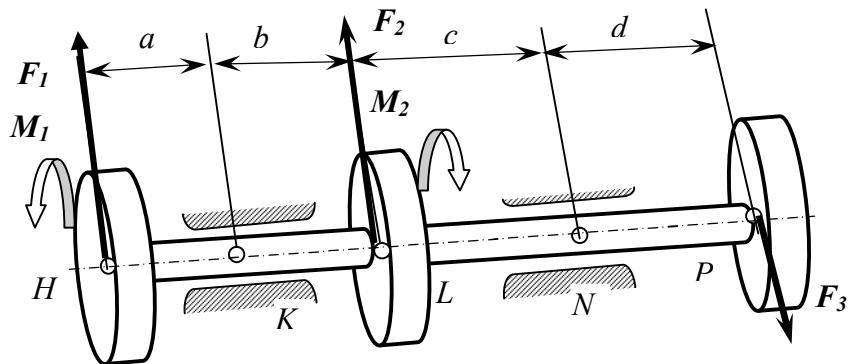
РАЗМЕРЫ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	130	212	334	200	380	$a, \text{ мм}$	180	175	196	178	190
$M_2, \text{ нм}$	340	468	380	340	314	$b, \text{ мм}$	260	296	346	360	385
$F_1, \text{ кН}$	7	6	4	6	8	$c, \text{ мм}$	300	320	316	376	298
$F_2, \text{ кН}$	6	7	8	5	6	$d, \text{ мм}$	169	178	188	194	188
$F_3, \text{ кН}$	1	2	4	1	2	$[\sigma], \text{ МПа}$	470	490	565	550	560

Определить минимальный диаметр вала

К 19

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



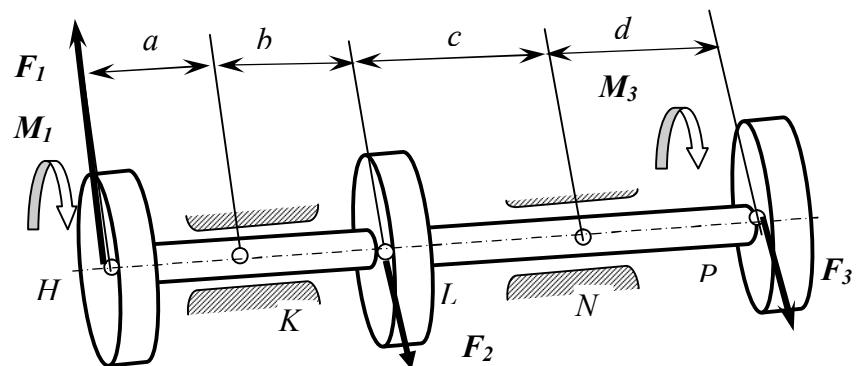
НАГРУЗКИ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	1000	1200	900	110	130	$a, \text{ мм}$	80	75	96	78	100
$M_2, \text{ нм}$	600	800	600	450	560	$b, \text{ мм}$	268	296	246	264	285
$F_1, \text{ кН}$	1	2	3	4	5	$c, \text{ мм}$	300	320	316	376	298
$F_2, \text{ кН}$	4	3	2	5	1	$d, \text{ мм}$	69	78	88	94	88
$F_3, \text{ кН}$	1	2	1	3	2	$[\sigma], \text{ МПа}$	480	496	465	520	560

Определить минимальный диаметр вала

К 20

ИЗГИБ С КРУЧЕНИЕМ



НАГРУЗКИ

Вариант	1	2	3	4	5	Вариант	1	2	3	4	5
$M_1, \text{ нм}$	230	212	234	243	180	$a, \text{ мм}$	80	75	96	78	100
$M_3, \text{ нм}$	140	168	180	240	214	$b, \text{ мм}$	268	296	246	264	285
$F_1, \text{ кН}$	2	3	4	1	2	$c, \text{ мм}$	300	320	316	376	298
$F_2, \text{ кН}$	6	7	8	5	6	$d, \text{ мм}$	69	78	88	94	88
$F_3, \text{ кН}$	1	2	4	1	2	$[\sigma], \text{ МПа}$	480	496	465	520	560

Определить минимальный диаметр вала

ПРИЛОЖНИЕ Л
Задания для работ по теме «Прочность при переменных напряжениях»

Л 01		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ									
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 01. Дополнительные данные для расчета запаса прочности											
Вариант	0	2	3	4	5						
Материал изделия	Сталь 40Х	Сталь 45	Сталь 12Х2Н4А	Сталь 20Х	Ст 5						
Вид обработки	Закалка ТВЧ	Шлифование	Тонкое точение	Грубое точение	Без обработки						
Концентратор напряжений	Шлицы	Шпонка	Поперечное отверстие	Галтель: $r = 0,5, t = 2$	Резьба						

Л 02		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ									
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 02. Дополнительные данные для расчета запаса прочности											
Вариант	0	2	3	4	5						
Материал изделия	Сталь 45	Сталь 40Х	Сталь 20Х	Ст 5	Сталь 12Х2Н4А						
Вид обработки	Грубое точение	Закалка ТВЧ	Азотирование	Дробестр. обработка	Цементация						
Концентратор напряжений	Отверстие	Шпонка	Шлицы	Резьба	Галтель: $r = 0,7, t = 3$						

Л 03		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ									
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 03. Дополнительные данные для расчета запаса прочности											
Вариант	0	2	3	4	5						
Материал изделия	Сталь 20Х	Сталь 12Х2Н4А	Сталь 40Х	Сталь 45	Ст 5						
Вид обработки	Цементация	Азотирование	Шлифование	Закалка ТВЧ	Грубое точение						
Концентратор напряжений	Шлицы	Галтель: $r = 1, t = 5$	Резьба	Шпонка	Отверстие						

Л 04		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ									
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 04. Дополнительные данные для расчета запаса прочности											
Вариант	0	2	3	4	5						
Материал изделия	Сталь 12Х2Н4А	Ст 5	Сталь 45	Сталь 40Х	Сталь 20Х						
Вид обработки	Цементация	Грубое точение	Закалка ТВЧ	Шлифование	Азотирование						
Концентратор напряжений	Галтель: $r = 0,4, t = 2$	Отверстие	Резьба	Шпонка	Шлицы						

Л 05		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 05.		Дополнительные данные для расчета запаса прочности				
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Сталь 45	Ст 5	Сталь 20Х	Сталь 12Х2Н4А	Сталь 40Х	
Вид обработки	Шлифование	Грубое точение	Цементация	Азотирование	Грубое точение	
Концентратор напряжений	Шлицы	Отверстие	Шпонка	Галтель: $r = 0,5, t = 2,5$	Резьба	

Л 06		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 06.		Дополнительные данные для расчета запаса прочности				
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Сталь 20Х	Сталь 45	Сталь 12Х2Н4А	Ст 5	Сталь 40Х	
Вид обработки	Азотирование	Шлифование	Цементация	Дробестр. обработка	Закалка ТВЧ	
Концентратор напряжений	Резьба	Галтель: $r = 0,3, t = 1,5$	Шлицы	Отверстие	Шпонка	

Л 07		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 07.		Дополнительные данные для расчета запаса прочности				
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Ст 5	Сталь 12Х2Н4А	Сталь 20Х	Сталь 40Х	Сталь 45	
Вид обработки	Грубое точение	Азотирование	Цементация	Шлифование	Закалка ТВЧ	
Концентратор напряжений	Резьба	Галтель: $r = 0,5, t = 2$	Шлицы	Отверстие	Шпонка	

Л 08		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 08.		Дополнительные данные для расчета запаса прочности				
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Ст 5	Сталь 40Х	Сталь 45	Сталь 12Х2Н4А	Сталь 20Х	
Вид обработки	Грубое точение	Закалка ТВЧ	Грубое точение	Цементация	Азотирование	
Концентратор напряжений	Резьба	Шпонка	Отверстие	Шлицы	Галтель: $r = 0,5, t = 2,5$	

Л 09		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 09.		Дополнительные данные для расчета запаса прочности				
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Ст 5	Сталь 20Х	Сталь 40Х	Сталь 45	Сталь 12Х2Н4А	
Вид обработки	Дробестр. обработка	Цементация	Шлифование	Закалка ТВЧ	Азотирование	
Концентратор напряжений	Отверстие	Резьба	Галтель: $r = 0,8, t = 4$	Шпонка	Шлицы	

Л 10		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 10. Дополнительные данные для расчета запаса прочности						
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Ст 5	Сталь 45	Сталь 40Х	Сталь 12Х2Н4А	Сталь 20Х	
Вид обработки	Дробестр. обработка	Шлифование	Закалка ТВЧ	Цементация	Азотирование	
Концентратор напряжений	Отверстие	Отверстие	Шпонка	Шлицы	Галтель: $r = 0,4, t = 2$	

Л 11		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 11. Дополнительные данные для расчета запаса прочности						
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Сталь 20Х	Сталь 12Х2Н4А	Ст 5	Сталь 45	Сталь 40Х	
Вид обработки	Цементация	Азотирование	Дробестр. обработка	Закалка ТВЧ	Грубое точение	
Концентратор напряжений	Галтель: $r = 0,5, t = 2,5$	Шлицы	Отверстие	Шпонка	Резьба	

Л 12		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 12. Дополнительные данные для расчета запаса прочности						
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Сталь 12Х2Н4А	Сталь 20Х	Сталь 45	Сталь 40Х	Ст 5	
Вид обработки	Цементация	Азотирование	Шлифование	Закалка ТВЧ	Грубое точение	
Концентратор напряжений	Шлицы	Шпонка	Галтель: $r = 1, t = 3$	Резьба	Отверстие	

Л 13		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 13.		Дополнительные данные для расчета запаса прочности				
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Ст 5	Сталь 40Х	Сталь 45	Сталь 20Х	Сталь 12Х2Н4А	
Вид обработки	Грубое точение	Грубое точение	Закалка ТВЧ	Цементация	Азотирование	
Концентратор напряжений	Резьба	Отверстие	Шпонка	Галтель: $r = 1, t = 4$	Шлицы	

Л 14		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 14.		Дополнительные данные для расчета запаса прочности				
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Сталь 40Х	Сталь 12Х2Н4А	Ст 5	Сталь 20Х	Сталь 45	
Вид обработки	Закалка ТВЧ	Цементация	Дробестр. обработка	Азотирование	Грубое точение	
Концентратор напряжений	Шпонка	Галтель: $r = 0,3, t = 1,5$	Отверстие	Шлицы	Резьба	

Л 15		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 15.		Дополнительные данные для расчета запаса прочности				
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Сталь 45	Сталь 40Х	Сталь 12Х2Н4А	Сталь углеродистая	Сталь 20	
Вид обработки	Закалка ТВЧ	Тонкое точение	Цементация	Дробестр. обработка	Азотирование	
Концентратор напряжений	Галтель: $r = 0,5, t = 2,5$	Резьба	Шлицы	Отверстие	Шпонка	

Л 16		ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ				
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 16.		Дополнительные данные для расчета запаса прочности				
Вариант	0	2	3	4	5	
Материал изделия	Сталь 20	Сталь 45	Сталь 40Х	Сталь 12Х2Н4А	Сталь углеродистая	
Вид обработки	Цементация	Дробестр. обработка	Закалка ТВЧ	Азотирование	точение	
Концентратор напряжений	Шпонка	Отверстие	Галтель: $r = 0,6, t = 1,5$	Шлицы	Резьба	

Л 17 ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ					
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 17.					
Дополнительные данные для расчета запаса прочности					
Вариант	0	2	3	4	5
Материал изделия	Сталь углеродистая	Сталь 20	Сталь 45	Сталь 40Х	Сталь 12Х2Н4А
Вид обработки	Дробестр. обработка	Азотирование	Тонкое точение	Закалка ТВЧ	Цементация
Концентратор напряжений	Отверстие	Галтель: $r = 0,8, t = 2,5$	Резьба	Шлицы	Шпонка

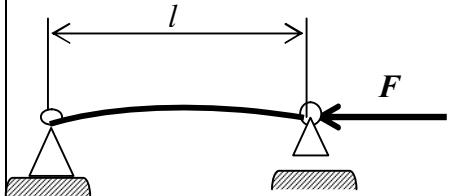
Л 18 ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ					
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 18.					
Дополнительные данные для расчета запаса прочности					
Вариант	0	2	3	4	5
Материал изделия	Сталь 12Х2Н4А	Сталь углеродистая	Сталь 20	Сталь 45	Сталь 40Х
Вид обработки	Азотирование	Дробестр. обработка	Цементация	Закалка ТВЧ	Тонкое точение
Концентратор напряжений	Шлицы	Галтель: $r = 0,4, t = 1,5$	Резьба	Отверстие	Шпонка

Л 19 ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ					
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 19.					
Дополнительные данные для расчета запаса прочности					
Вариант	0	2	3	4	5
Материал изделия	Сталь 40Х	Сталь 12Х2Н4А	Сталь углеродистая	Сталь 20	Сталь 45
Вид обработки	Тонкое точение	Цементация	Дробестр. обработка	Азотирование	Закалка ТВЧ
Концентратор напряжений	Резьба	Шлицы	Отверстие	Шпонка	Галтель: $r = 1, t = 3,5$

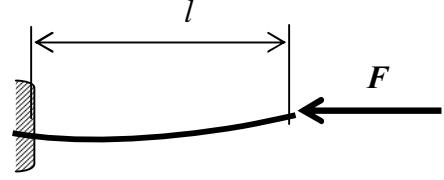
Л 20 ПРОЧНОСТЬ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ					
Схема вала, его диаметры и действующие нагрузки заданы в работе Б 20.					
Дополнительные данные для расчета запаса прочности					
Вариант	0	2	3	4	5
Материал изделия	Сталь 45	Сталь 40Х	Сталь 12Х2Н4А	Сталь углеродистая	Сталь 20
Вид обработки	Закалка ТВЧ	Дробестр. обработка	Азотирование	Грубое точение	Цементация
Концентратор напряжений	Шпонка	Галтель: $r = 0,8, t = 3$	Отверстие	Шлицы	Резьба

ПРИЛОЖЕНИЕ М

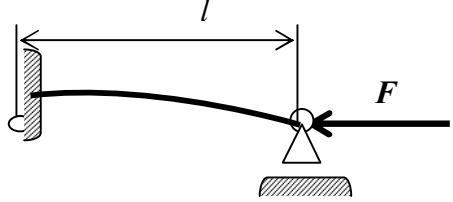
Задания для работ по теме «Устойчивость сжатых стержней»

M 1	Устойчивость сжатых стержней						
Схема крепления стержня		Данные для расчетов					
	l	Vариант	1	2	3	4	5
		Сила KH	70	10	90	15	10
		Длина m	2,2	3	2,5	3,5	4
		Материал	Сталь 30н/з	Сосна	Сталь 45н/з	Сталь 40ХНВ	Дюра- люмин
		Вид профиля					
		Размер	$\text{№} 10$	$200 \times$ $\times 350$	$\text{№} 28$	$\text{№} 16-$ -10	$d \times s =$ $= 60 \times 4$

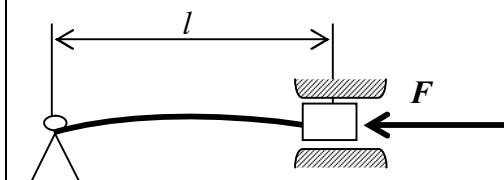
Определить коэффициент запаса устойчивости стержня

M 2	Устойчивость сжатых стержней						
Схема крепления стержня		Данные для расчетов					
	l	Vариант	1	2	3	4	5
		Сила KH	100	80	120	50	18
		Длина m	4	3,5	3	2,5	2
		Материал	Сталь 40ХНВ	Сч- 28	Сталь 45н/з	Дюра- люмин	Ст 5
		Вид профиля					
		Размер	$\text{№} 14$	$60 \times$ $\times 40$	$\text{№} 32-$ -20	$\text{№} 14-$ -12	$d \times s =$ $= 50 \times 4$

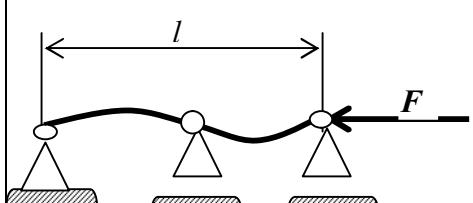
Определить коэффициент запаса устойчивости стержня

M 3	Устойчивость сжатых стержней						
Схема крепления стержня		Данные для расчетов					
	l	Vариант	1	2	3	4	5
		Сила KH	200	12	40	14	40
		Длина m	3	2,5	2	3,5	4
		Материал	Сталь 45н/з	Сосна	Дюра- люмин	Ст 5	Сч-28
		Вид профиля					
		Размер	$\text{№} 24$	$150 \times$ $\times 140$	$\text{№} 20$	$\text{№} 10-$ -10	$d \times s =$ $= 80 \times 7$

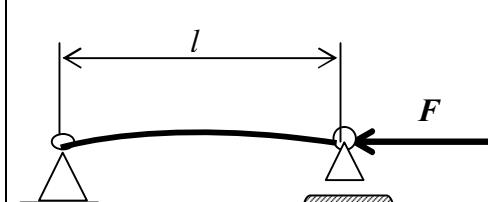
Определить коэффициент запаса устойчивости стержня

<i>M 4</i>	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
Сила <i>KN</i>	110	11	100	20	14	
Длина <i>m</i>	1,8	2,3	3	2,6	3,2	
Материал	Ст 5	Сосна	Сталь 30 н/з	Сталь 45н/з	Дюра- люмин	
Вид профиля						
Размер	<i>№16</i>	<i>170× ×240</i>	<i>№32- -32</i>	<i>№9-8</i>	<i>d×s=</i> <i>=45×3</i>	

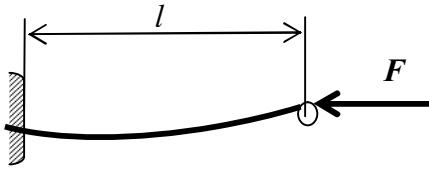
Определить коэффициент запаса устойчивости стержня

<i>M 5</i>	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
Сила <i>KN</i>	240	15	280	45	16	
Длина <i>m</i>	1,8	2,3	3	2,6	3,2	
Материал	Ст 5	Сосна	Сталь 30 н/з	Сталь 45н/з	Дюра- люмин	
Вид профиля						
Размер	<i>№20</i>	<i>170× ×240</i>	<i>№40- -20</i>	<i>№11- -8</i>	<i>d×s=</i> <i>=45×3</i>	

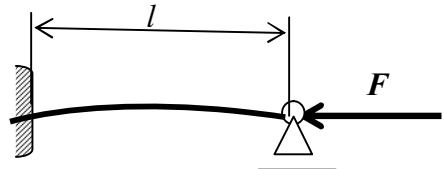
Определить коэффициент запаса устойчивости стержня

<i>M 6</i>	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
Сила <i>KN</i>	150	180	145	12	100	
Длина <i>m</i>	5	4,6	4,2	4	3,7	
Материал	Сталь малоуг	Ст 5	Сталь 30	Дюра- Люмин.	Сталь 45	
Вид профиля						
Запас устойчивости	<i>3</i>	<i>a/b=2</i> <i>n=4</i>	<i>3,5</i>	<i>4,2</i>	<i>d/s=20</i> <i>n = 6</i>	

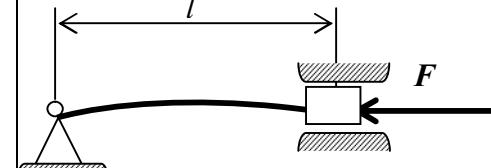
Подобрать сечение стержня

M 7	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
	Сила КН	400	18	90	18	130
	Длина м	1	1,5	2	2,5	3
	Материал	Ст5	Сч 28	Сталь 30ХГСА	Сталь 45 н/з	Сталь 30ХГСА
	Вид профиля					
	Запас устойчивости	2,6	$a/b=3$ $n=5$	3,5	5	$d/s=25$ $n = 5$

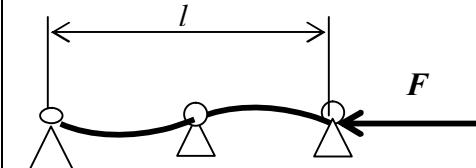
Подобрать сечение стержня

M 8	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
	Сила КН	260	20	88	96	200
	Длина м	6	5,5	5	4	4,5
	Материал	Ст 4	Сосна	Ст3	Сталь 30 зак	СЧ 28
	Вид профиля					
	Запас устойчив	5,8	$a/b=1,5$ $n=7$	6,2	4,4	$d/s=10$ $n = 7$

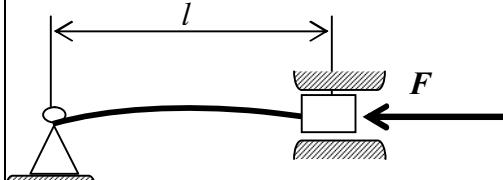
Подобрать сечение стержня

M 9	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
	Сила КН	300	210	32	45	270
	Длина м	4,1	3,9	3,6	3,3	3,1
	Материал	Сталь 30 н/з	Сч 28	Дюра-люмин	Сталь 30 н/з	Сталь 45 зак
	Вид профиля					
	Запас устойчив	8	$a/b=2$ $n=5$	5,2	3,6	$d/s=20$ $n = 6$

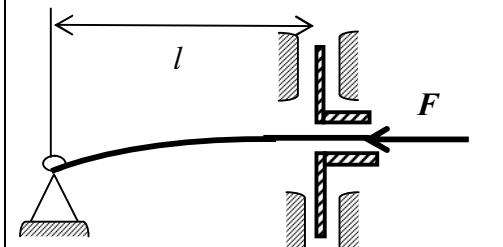
Подобрать сечение стержня

M 10	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
	Сила КН	185	42	12	19	116
	Длина м	6	5,6	5,3	5	4,9
	Материал	Сталь 30 н/з	Ст5	Дюра люмин	Ст3	Сталь 30 зак
	Вид профиля					
	Запас устойчив	4,1	$a/b=2,5$ $n=4$	6	5	$d/s=22$ $n = 6,2$

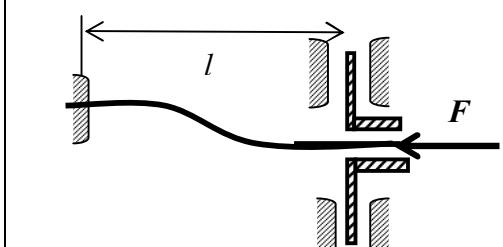
Подобрать сечение стержня

<i>M 11</i>	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
Сила <i>KN</i>						
Длина <i>m</i>	4,8	3,3	3	4,0	4,2	
Материал	Ст 5	Сосна	Сталь 30 н/3	Сталь 45н/з	Дюра- люмин	
Вид профиля						
Размер	<i>N</i> o18	370× ×240	<i>N</i> o22	<i>N</i> o10- -6,3-8	$d \times s =$ $=50 \times 3$	

Определить коэффициент запаса устойчивости стержня

<i>M 12</i>	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
Сила <i>KN</i>	210	400	148	245	68	
Длина <i>m</i>	2,8	2,3	3,5	2	3	
Материал	Ст 5	чугун	Сталь 30 н/3	Сталь 45н/з	Ст 3	
Вид профиля						
Размер	<i>N</i> o27	70× ×140	<i>N</i> o11- -7-8	<i>N</i> o30	$d \times s =$ $=75 \times 5$	

Определить коэффициент запаса устойчивости стержня

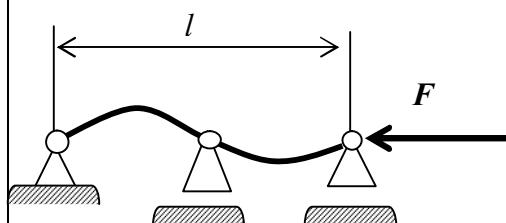
<i>M 13</i>	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
Сила <i>KN</i>	240	23	430	80	95	
Длина <i>m</i>	1,8	2,3	3	2,6	3,2	
Материал	Ст 5	Сосна	Сталь 30 н/3	Сталь 45н/з	Ст 3	
Вид профиля						
Размер	<i>N</i> o30	100× ×140	<i>N</i> o33	<i>N</i> o14- -9-8	$d \times s =$ $=110 \times 5$	

Определить коэффициент запаса устойчивости стержня

M 14

Устойчивость сжатых стержней

Схема крепления стержня



Данные для расчетов

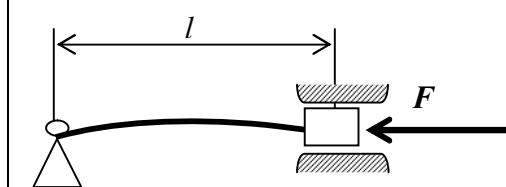
Вариант	1	2	3	4	5
Сила КН	500	50	300	130	86
Длина м	8	3	5	6	3.8
Материал	Ст 5	Сосна	Сталь 30 н/з	Сталь 45н/з	Дюра- люмин
Вид профиля					
Размер	№36	270x x270	№40	№12,5- -8-8	$d \times s =$ $= 35 \times 3$

Определить коэффициент запаса устойчивости стержня

M 15

Устойчивость сжатых стержней

Схема крепления стержня



Данные для расчетов

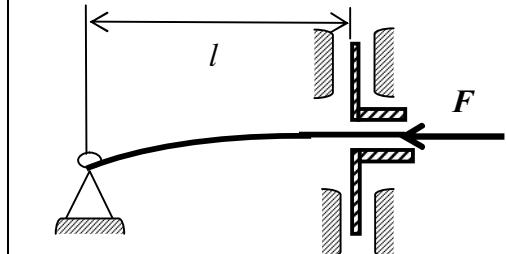
Вариант	1	2	3	4	5
Сила КН	600	250	190	40	600
Длина м	4	3,6	5	6	4,3
Материал	Ст 5	чугун	Сталь 30н/з	Сталь 45н/з	Ст 3
Вид профиля					
Размер	№40	70x x60	№24а	№8- -5-5	$d \times s =$ $= 150 \times 6$

Определить коэффициент запаса устойчивости стержня

M 16

Устойчивость сжатых стержней

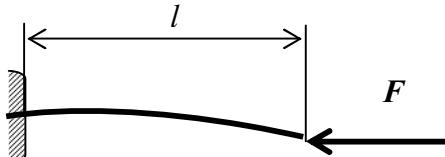
Схема крепления стержня



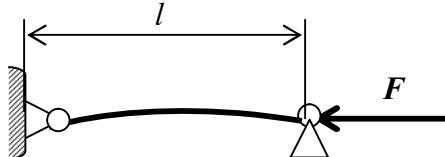
Данные для расчетов

Вариант	1	2	3	4	5
Сила КН	320	42	240	86	18
Длина м	3,8	3,6	5,3	4,6	4,3
Материал	Ст 5	Сосна	Сталь 30н/з	Сталь 45н/з	Дюра- люмин
Вид профиля					
Запас устойчивости	2,5	3 $a/b=2$	2,8	3,6	5 $d/s=20$

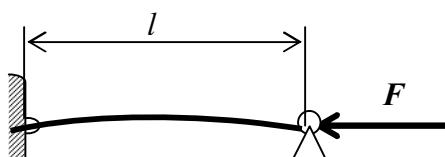
Подобрать сечение стержня

<i>M 17</i>	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
Сила <i>KN</i>	480	76	90	28	260	
Длина <i>m</i>	4,6	5	3,5	4,5	5,5	
Материал	Ст 4	Сосна	Ст3	Сталь 30 зак	СЧ 28	
Вид профиля						
Запас устойчив	5,8	$a/b=1,5$ $n=7$	6,2	4,4	$d/s=10$ $n = 7$	

Подобрать сечение стержня

<i>M 18</i>	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
Сила <i>KN</i>						
Длина <i>m</i>	2,6	5	4,5	4,8	2,5	
Материал	Ст 4	Сосна	Ст3	Сталь 30 зак	СЧ 28	
Вид профиля						
Запас устойчив	5,8	$a/b=1,5$ $n=7$	6,2	4,4	$d/s=30$ $n = 4$	

Подобрать сечение стержня

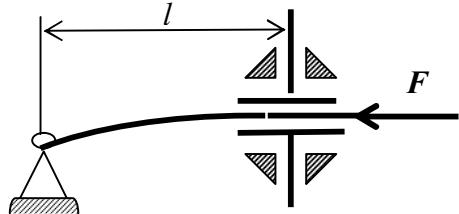
<i>M 19</i>	Устойчивость сжатых стержней					
Схема крепления стержня	Данные для расчетов					
	Вариант	1	2	3	4	5
Сила <i>KN</i>	286	35	140	45	188	
Длина <i>m</i>	6	5,5	5	4	4,5	
Материал	Ст 4	Сосна	Ст3	Сталь 30 зак	СЧ 28	
Вид профиля						
Запас устойчив	5,8	$a/b=1,5$ $n=7$	6,2	4,4	$d/s=18$ $n = 3,7$	

Подобрать сечение стержня

M 20

Устойчивость сжатых стержней

Схема крепления стержня



Данные для расчетов

Вариант	1	2	3	4	5
Сила <i>KH</i>	530	32	280	48	200
Длина <i>m</i>	3	2,5	3,5	4,8	4,5
Материал	Ст 4	Сосна	Ст3	Сталь 30 зак	СЧ 28
Вид профиля					
Запас устойчив	5,8	$a/b=1,5$ $n=7$	6,2	4,4	$d/s=30$ $n=4,7$

Подобрать сечение стержня

ПРИЛОЖЕНИЕ Н

Модули упругости и коэффициенты поперечной деформации некоторых материалов

Таблица Н.1

Материал	Модуль упругости $E \cdot 10^5, MPa$	Коэффициент Пуассона
Сталь углеродистая	2,0 – 2,1	0,24 – 0,3
Алюминиевые сплавы	0,72	0,33
Магниевые сплавы	0,4 – 0,47	0,34
Медь	1,0 – 1,3	0,31 – 0,34
Чугун	1,15 – 1,6	0,23 – 0,27
Дерево	0,1 – 0,12	-

ПРИЛОЖЕНИЕ П

Механические характеристики некоторых материалов

Таблица П.1

Некоторые машиностроительные стали

Марка стали	Диаметр заготовки, мм, не более	Твердость, НВ, не менее	σ_b	σ_m	σ_{-I}	τ_{-I}	Коэффициенты	
			МПа				ψ_σ	ψ_τ
Ст 5	Не ограничен	190	520	280	220	130	0	0
45	Не ограничен	200	560	280	250	150	0	0
	120	240	800	550	350	210	0,1	0
	80	270	900	650	380	230	0,1	0,05
40Х	Не огранич	200	730	500	320	200	0,1	0,05
	120	170	900	750	410	240		
20	60	145	400	240	170	100	0	0
20Х	120	197	650	400	300	160	0,05	0
12ХН3А	120	260	950	700	420	210	0,1	0,05
12Х2Н4А	120	300	1100	850	500	250	0,15	0,1

Таблица П.2

Прочность и пластичность для некоторых материалов

Материал	$\sigma_T, \text{ МПа}, \text{ при}$		$\sigma_B, \text{ МПа}, \text{ при}$	
	Растяжении	Сжатии	Растяжении	Сжатии
Сталь малоуглеродистая	250	250	390	-
Сталь 30 незакаленная	330	350	530	-
Сталь 30 закаленная	1030	900	1100	-
Сталь 45 незакаленная	370	370	620	-
Сталь 45 закаленная	1040	970	1080	-
Сталь 30ГСА закаленная	1400	1400	1620	-
Сталь 40ХНВ закаленная	1720	2100	2050	-
Чугун серый СЧ 28	140	310	150	640
Дюралюминий	250	340	540	-
Сосна	-	-	80	40

Учебное издание

Кобцев Борис Георгиевич

Косыкин Василий Николаевич

Корнеев Юрий Степанович

Корнеев Андрей Юрьевич

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ
ПРАКТИКУМ

Учебное пособие

Редактор Г.В. Карпушина

Технический редактор Н.А. Соловьева

Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Государственный университет – учебно-научно-
производственный комплекс»
Лицензия ИД № 00670 от 05.01.2000 г.

Подписано к печати 22.02.2011 г. Формат 60x84 1/16.

Усл. печ. л. 11,5. Тираж 100 экз.

Заказ № _____

Отпечатано с готового оригинал-макета
на полиграфической базе ФГОУ ВПО «Госуниверситет – УНПК»,
302030, г. Орел, ул. Московская, 65.