

Лабораторная работа

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ГРАВИМЕТРИЧЕСКОЙ СВЯЗИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: научиться выполнять оценку точности результатов измерений разности силы тяжести.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ: к выполнению лабораторной работы следует приступить после изучения содержания работ: [28, § 65], или из [39, § 71], или [3, 5]. Исходные данные для выполнения лабораторной работы № 4 приведены в прил. 6. Номер варианта выбирается по последней цифре шифра. Цифра 0 соответствует варианту 10.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Вычислить среднюю квадратическую погрешность σ разности силы тяжести $\overline{\Delta g}_{nk}$, измеренную n приборами в k рейсах.

ОБЩИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

При измерениях разности силы тяжести гравиметрами оценку точности среднего значения выполняют следующим образом. Если разность силы тяжести определена n приборами в k рейсах (циклах), при этом $n \leq 5$, а $k \leq 2$, то необходимо применять формулу для вычисления средней квадратической погрешности одного измерения:

$$m_{\Delta g} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1, j=1}^{nk} \delta_{ij}^2}{nk - 1}}, \quad (5.43)$$

где δ_{ij} – отклонение измеренного значения Δg_{ij} от Δg_{cp} (или $\overline{\Delta g}$);

nk – число измерений Δg_{ij} .

Среднюю квадратическую погрешность среднего значения $\overline{\Delta g}$ вычисляют по формуле:

$$M_{\Delta g} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1, j=1}^{nk} \delta_{ij}^2}{nk(nk-1)}} = \pm \frac{m_{\Delta g}}{\sqrt{nk}}. \quad (5.44)$$

Если разность силы тяжести определена n приборами ($n > 5$) в k рейсах ($k > 2$), то следует использовать формулы оценки точности групповых измерений [5, 17].

Измеренное значение разности силы тяжести можно представить в виде

$$\Delta g_{nk} = \Delta g + \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \xi, \quad (5.45)$$

где Δg – истинное значение измеренной величины;

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ и ξ – погрешности, влияющие на измеряемое значение разности силы тяжести: случайная, полусистематические первого и второго рода и систематическая соответственно.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Представим результаты измерений Δg , полученные n гравиметрами в k рейсах в виде табл. 5.7.

Таблица 5.7

Результаты измерений Δg_i

Гравиметры,	Рейсы, j				Δg_{io}	Уклонения от общего среднего, Δ_{i0}
	1	2	...	K		
i	1	2	...	K	среднее по всем рейсам	Δ_{i0}
1	Δg_{11}	Δg_{12}	...	Δg_{1k}	Δg_{10}	Δ_{10}
2	Δg_{21}	Δg_{22}	...	Δg_{2k}	Δg_{20}	Δ_{20}
...
n	Δg_{n1}	Δg_{n2}	...	Δg_{nk}	Δg_{n0}	Δ_{i0}
Δg_{oj} – среднее по всем гравиметрам	Δg_{01}	Δg_{02}	...	Δg_{0k}	Δg_{00}	-
Уклонения от общего среднего, Δ_{oj}	Δ_{01}	Δ_{02}	...	Δ_{0k}	-	-

В табл. 5.7: замена индекса на нуль означает осреднение по этому индексу;

$\Delta g_{11}, \Delta g_{21}, \dots, \Delta g_{n1}$ – разности силы тяжести, полученные в первом рейсе гравиметрами от $i = 1$ до n ;

$\Delta g_{11}, \Delta g_{12}, \dots, \Delta g_{1k}$ – разности силы тяжести, полученные одним прибором в рейсах от $j = 1$ до k ;

Δg_{i0} – среднее значение Δg_i по одному прибору в k рейсах:

$$\Delta g_{i0} = \frac{\sum_{j=1}^k \Delta g_i}{k}; \quad (5.46)$$

Δg_{0j} – среднее значение Δg_j по одному рейсу из n приборов:

$$\Delta g_{0j} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta g_j}{n}; \quad (5.47)$$

Δg_{00} – среднее значение Δg по результатам всех измерений:

$$\Delta g_{00} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \Delta g_{ij}}{nk}. \quad (5.48)$$

Оценка точности определения Δg выполняется следующим образом:

а) найдем среднюю квадратическую погрешность σ_n измерения Δg одним из приборов из k рейсов:

$$\sigma_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{i0}^2}{n-1}, \quad (5.49)$$

где Δ_{i0} – отклонение Δg_{i0} от общего среднего Δg_{00} ,

$$\Delta_{i0} = \Delta g_{i0} - \Delta g_{00}; \quad (5.50)$$

б) определим среднюю квадратическую погрешность σ_k измерения Δg_{0k} в одном рейсе n приборами:

$$\sigma_k^2 = \frac{\sum_{j=1}^k \Delta_{j0}^2}{k-1}, \quad (5.51)$$

где Δ_{0j} – уклонение Δg_{0j} от общего среднего Δg_{00} ,

$$\Delta_{0j} = \Delta g_{0j} - \Delta g_{00}. \quad (5.52)$$

В первом случае исключены систематические и полусистематические погрешности второго рода, во втором – систематические и полусистематические погрешности первого рода;

в) случайную погрешность σ_1 определяют следующим образом:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (\Delta g_{ij} - \Delta g_{i0} - \Delta g_{0j} + \Delta g_{00})^2}{(n-1)(k-1)}; \quad (5.53)$$

г) далее определим полусистематическую погрешность первого рода:

$$\sigma_2^2 = \sigma_n^2 - \frac{\sigma_1^2}{k} - \text{погрешность прибора}. \quad (5.54)$$

Определим погрешность второго рода:

$$\sigma_3^2 = \sigma_k^2 - \frac{\sigma_1^2}{n} - \text{погрешность рейса}; \quad (5.55)$$

д) определим погрешность единичного измерения разности силы тяжести (без учета систематических погрешностей):

$$\sigma_{\Delta g}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2; \quad (5.56)$$

е) определим среднюю квадратическую погрешность разности силы тяжести, измеренной n приборами в k рейсах по формуле:

$$\sigma_{\Delta g_{nk}}^2 = \frac{\sigma_1^2}{nk} + \frac{\sigma_2^2}{n} + \frac{\sigma_3^2}{k}. \quad (5.57)$$

Контроль вычислений можно провести по формуле:

$$\sigma_{\Delta g_{nk}}^2 = \frac{\sigma_n^2}{n} + \frac{\sigma_k^2}{k} - \frac{\sigma_1^2}{nk}. \quad (5.58)$$

При ограниченном числе измерений возможны случаи «мнимых» ошибок ($\sigma_2^2 < 0$ или $\sigma_3^2 < 0$). Тогда точность гравиметрической связи можно оценить по формулам:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (\Delta g_{ij} - \Delta g_{00})^2}{nk - 1}, \quad (5.59)$$

$$\sigma_2^2 = 0, \quad \sigma_3^2 = 0, \quad \sigma_{\Delta g_{nk}}^2 = \frac{\sigma_1^2}{nk}.$$

Может оказаться «мнимой» полусистематическая погрешность рейса ($\sigma_3^2 < 0$, но $\sigma_2^2 > 0$), тогда точность гравиметрической связи следует оценивать по формулам:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (\Delta g_{ij} - \Delta g_{i0})^2}{n(k-1)}, \quad (5.60)$$

$$\sigma_2^2 = \sigma_n^2 - \frac{\sigma_1^2}{n}; \quad \sigma_3^2 = 0; \quad \sigma^2 = \frac{\sigma_1^2}{nk} + \frac{\sigma_2^2}{n}.$$

Может оказаться «мнимой» полусистематическая погрешность прибора ($\sigma_2^2 < 0$, но $\sigma_3^2 > 0$), тогда точность гравиметрической связи следует оценивать по формулам:

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (\Delta g_{ij} - \Delta g_{oj})^2}{k(n-1)}; \quad (5.61)$$

$$\sigma_2^2 = 0; \quad \sigma_3^2 = \sigma_k^2 - \frac{\sigma_1^2}{n}; \quad \sigma^2 = \frac{\sigma_1^2}{nk} + \frac{\sigma_3^2}{k}.$$

Пример оценки точности гравиметрической связи

Приращение силы тяжести между двумя пунктами измерено тремя гравиметрами в восьми рейсах ($n = 3, k = 8$) (табл. 5.8).

Таблица 5.8

Результаты обработки Δg

k n	1	2	3	4	5	6	7	8	Δg_{i0}	Δ_{i0}
1	248,84	248,70	248,69	249,07	248,92	248,77	248,90	248,83	248,84	-0,02
2	248,90	249,05	248,83	249,10	248,87	248,88	248,76	248,91	248,91	0,05
3	248,83	249,00	248,68	248,97	248,69	248,79	248,76	248,88	248,82	-0,04
Δg_{0j}	248,86	248,92	248,73	249,05	248,83	248,81	248,80	248,87	248,86	—
Δ_{0j}	0,00	0,06	-0,13	0,19	-0,03	-0,05	-0,06	0,01	—	—

1. По формулам (5.46), (5.47) и (5.48) выполняем осреднение Δg_{nk} по строкам (Δg_{i0}) и по столбцам (Δg_{0j}), а затем находим общее среднее из всех значений Δg_{nk} (Δg_{00}), равное 248,86. Контроль вычислений – среднее значение $\overline{\Delta g_{0j}}$ и $\overline{\Delta g_{i0}}$ из средних Δg_{0j} и Δg_{i0} должно быть равно Δg_{00} , т. е.

$$\overline{\Delta g_{0j}} = \overline{\Delta g_{00}} = \overline{\Delta g_{i0}},$$

где

$$\overline{\Delta g_{0j}} = \frac{\sum_{j=1}^k \Delta g_{0j}}{k}, \quad \overline{\Delta g_{i0}} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta g_{i0}}{n}. \quad (5.62)$$

2. По формулам (5.47) и (5.49) определяем уклонения Δg_{i0} и Δg_{0j} от общего среднего Δg_{00} : Δ_{i0} и Δ_{0j} соответственно.

3. По формулам (5.49) и (5.51) вычисляем средние квадратические погрешности измерения Δg_{n0} одним прибором в k рейсах и Δg_{0k} в одном рейсе n приборами: σ_n и σ_k соответственно:

$$\sigma_n = 0,047 \text{ мГал}, \quad \sigma_k = 0,095 \text{ мГал}.$$

4. По формуле (5.53) вычисляем случайную погрешность σ_1 гравиметрической связи, равную 0,091 мГал.

5. По формулам (5.54), (5.55) вычисляем полусистематические погрешности первого рода $\sigma_2 = 0,034$ мГал (погрешность прибора) и полусистематическую погрешность второго рода $\sigma_3 = 0,079$ мГал (погрешность рейса).

6. Средние квадратические погрешности единичного измерения Δg (без учета систематических погрешностей) и среднего значения $\overline{\Delta g}$, измеренного n приборами в k рейсах, вычисляем по формуле (5.56) и (5.57) соответственно:

$$\sigma_{\Delta g} = 0,125 \text{ мГал}, \quad \sigma_{\overline{\Delta g}} = 0,039 \text{ мГал}.$$

7. Контрольное значение $\sigma_{\overline{\Delta g}}$, вычисленное по формуле (5.58), равно 0,039 мГал.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте характеристику погрешностей при определении Δg из многократных измерений.

2. Что необходимо соблюдать при выполнении гравиметрических измерений в рейсе, чтобы уменьшить влияние погрешностей?

3. Кто автор методики оценки точности гравиметрической связи при многократных измерениях с гравиметром?

4. Где и как могут быть использованы погрешности σ_1 , σ_2 и σ_3 ?

Исходные данные для выполнения лабораторной работы № 4

Вариант 1

n^k	1	2	3	4	5	6	7
1	248,78	248,62	248,84	248,69	248,88	248,60	248,91
2	248,56	248,72	248,68	248,91	248,59	248,59	248,84
3	249,02	249,00	248,85	248,78	248,59	248,59	249,10
4	249,07	248,92	248,77	248,90	248,89	248,89	249,03

Вариант 2

n^k	1	2	3	4	5	6	7	8
1	248,71	248,69	248,57	248,94	248,94	248,72	248,95	248,80
2	248,76	248,97	248,65	248,78	248,84	248,83	249,03	248,97
3	248,80	248,76	248,62	248,78	248,92	249,00	248,83	248,87

Вариант 3

n^k	1	2	3	4	5	6	7	8
1	248,94	248,78	248,78	248,90	248,84	248,92	248,72	248,72
2	249,00	248,95	249,03	248,83	248,80	248,97	248,97	248,87
3	248,91	248,95	248,96	248,72	248,68	248,71	248,69	248,69

Вариант 4

n^k	1	2	3	4	5	6	7	8
1	248,84	248,70	248,69	249,07	28,92	248,77	248,90	248,83
2	248,90	249,05	248,83	249,10	248,87	248,88	248,76	248,91
3	248,83	249,00	248,68	248,97	248,69	248,79	248,73	248,88

Вариант 5

n^k	1	2	3	4	5	6	7	8
1	248,78	248,84	248,88	248,91	248,65	248,69	248,94	248,72
2	248,56	248,68	248,79	248,84	248,98	248,97	248,78	248,82
3	249,02	248,85	248,62	249,10	248,91	248,76	248,78	249,00

Вариант 6

Вариант 7

k n	1	2	3	k n	1	2	3
1	248,72	248,83	249,00	1	248,62	248,72	249,00
2	248,95	249,03	248,83	2	248,69	248,91	248,78
3	249,01	248,91	248,95	3	248,88	248,79	248,62
4	248,61	248,68	248,73	4	248,91	248,84	249,10
5	248,94	248,84	248,62	5	248,65	248,98	248,91
6	249,07	248,92	248,77	6	248,71	248,76	248,80
7	248,87	249,10	248,88	7	248,57	248,65	248,62
8	248,98	248,88	248,99	8	248,94	248,78	248,78

Вариант 8

Вариант 9

k n	1	2	3	k n	1	2	3
1	248,83	248,76	249,03	1	248,78	248,56	249,02
2	248,71	248,93	248,99	2	248,62	248,72	249,00
3	248,84	248,88	248,92	3	248,84	248,68	248,85
4	249,07	248,90	248,88	4	248,69	248,91	248,78
5	248,90	249,05	248,83	5	248,88	248,79	248,62
6	248,87	248,92	248,77	6	248,60	248,59	248,59
7	248,81	248,70	248,69	7	248,91	248,84	249,10
8	248,98	248,84	248,62	8	248,59	248,85	248,82

Вариант 10

Вариант 11

k n	1	2	3	k n	1	2	3
1	248,65	248,98	248,91	1	248,94	248,84	248,62
2	248,71	248,76	248,80	2	248,84	248,70	248,69
3	248,69	248,97	248,76	3	249,07	248,92	248,77
4	248,57	248,65	248,62	4	248,90	249,05	248,83
5	248,94	248,78	248,78	5	248,87	249,10	248,88
6	248,90	248,84	248,92	6	248,81	248,93	248,92
7	248,72	248,83	249,00	7	248,98	248,88	248,99
8	248,95	249,03	248,83	8	248,83	248,76	249,03

Вариант 12

Вариант 13

k n	1	2	3	k n	1	2	3
1	248,94	248,78	248,78	1	248,71	248,76	248,80
2	248,90	248,84	248,92	2	248,69	248,97	248,76
3	248,72	248,83	249,00	3	248,57	248,65	248,62
4	248,95	249,03	248,83	4	248,94	248,78	248,78
5	248,80	248,97	248,87	5	248,90	248,84	248,92
6	249,01	248,91	248,95	6	248,72	248,83	249,00
7	248,66	248,72	248,68	7	248,95	249,03	248,83
8	248,61	248,68	248,73	8	248,80	248,97	248,87

Вариант 14

Вариант 15

k n	1	2	3	k n	1	2	3	4
1	248,78	248,56	249,02	1	248,78	248,56	249,02	249,07
2	248,84	248,68	248,85	2	248,62	248,72	249,00	248,92
3	248,88	248,79	248,62	3	248,84	248,68	248,85	248,77
4	248,91	248,84	249,10	4	248,69	248,91	248,78	248,90
5	248,65	248,98	248,91	5	248,88	248,79	248,62	248,83
6	248,69	248,97	248,76	6	248,60	248,59	248,59	248,89
7	248,94	248,78	248,78	7	248,91	248,84	249,10	249,03
8	248,72	248,82	249,00					