3.5. Взаимное положение двух плоскостей. Взаимное положение прямой и плоскости

3.5.1. Взаимное положение двух плоскостей. Построение линии пересечения двух плоскостей

Плоскости в пространстве либо параллельны, либо пересекаются. Если плоскости пересекаются, то линия их пересечения представляет собой прямую, для построения которой достаточно определить две точки или одну точку и направление линии пересечения.

Ниже приведены некоторые примеры построения линии пересечения плоскостей.

Плоскость общего положения ΔABC пересекается с плоскостью уровня $\alpha(\alpha_2)$. В этом случае линией пересечения является линия уровня (рис. 34), в данном примере – горизонталь.

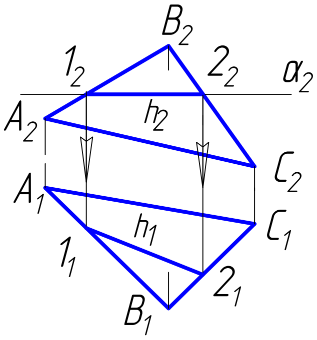


Рис. 34. Пересечение треугольника ABC и плоскости α

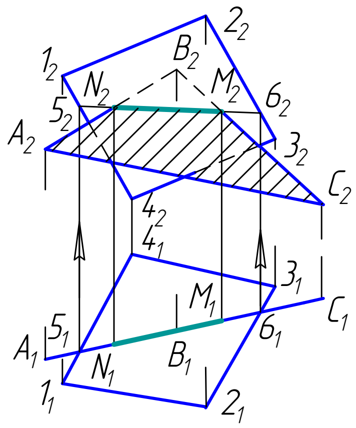


Рис. 35. Пересечение треугольника ABC и четырехугольника 1234

Плоскость общего положения 1234 пересекается с проецирующей плоскостью ΔABC (рис. 35).

Горизонтальная проекция линии пересечения N_1M_1 совпадает с проецирующим следом, точки фронтальной проекции линии пересечения M_2N_2 определяют по линиям связи.

3.5.2. Построение точки пересечения прямой и плоскости. Пересечение прямой общего положения с плоскостями частного положения

Примеры пересечения прямой общего положения с плоскостями *частного положения* приведены на рис. 36 (с плоскостью уровня – рис. 36,*а,* с проецирующей плоскостью – рис. 36,*б*).

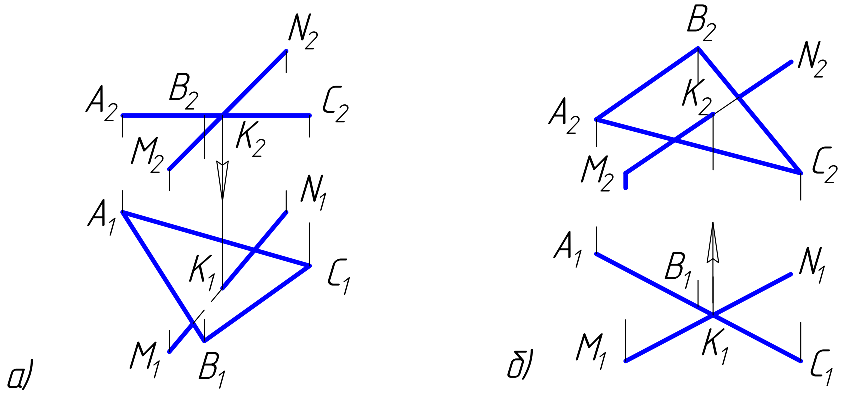


Рис. 36. Пересечение прямой общего положения
с плоскостями частного положения

В этих примерах точка пересечения прямой с плоскостью определяется без дополнительных построений.

3.5.3. Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения

На рис. 37 прямая LM пересекает плоскость треугольника ABC.

В этом случае для построения точки пересечения необходимо выполнить следующее:

1. Через прямую провести вспомогательную плоскость, лучше проецирующую $–\alpha(\alpha_1)$.
2. Построить линию пересечения заданной плоскости (ΔABC) со вспомогательной (линия 1-2).
3. Точка пересечения линии 1-2 с заданной прямой является точкой пересечения прямой с плоскостью.

Видимость прямой определяется с помощью конкурирующих точек (см. рис. 16). Видимость прямой достаточно определить на горизонтальной проекции; так как плоскость ΔABC нисходящая, то видимость на фронтальной проекции будет обратной.

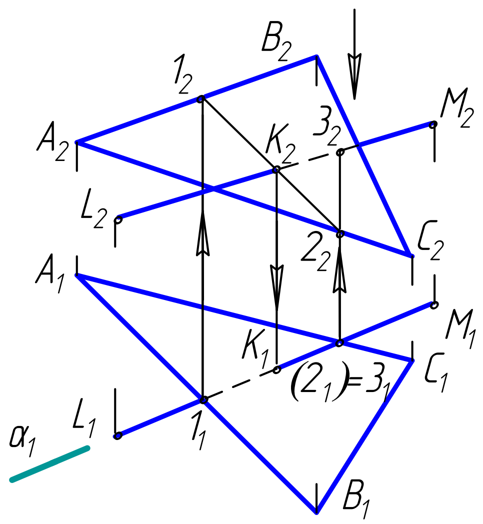
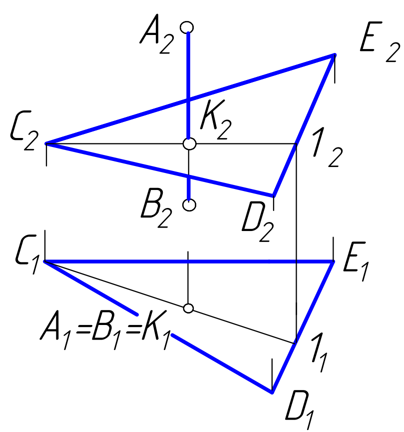


Рис. 37. Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения

3.5.4. Пересечение плоскости общего положения с проецирующей прямой



Горизонтальная проекция точки пересечения K_1 прямой АВ с плоскостью ΔАВС совпадает с горизонтальной проекцией прямой A_1B_1 (рис.38). Точка пересечения К – это точка с двойной принадлежностью: $K \in \Delta ABC$, $K \in AB$. Поэтому для построения недостающей проекции точки пересечения достаточно через прямую провести горизонталь, или фронталь, или любую прямую, т.е. определить проекции точки пересечения как проекции точки, принадлежащей плоскости.

Рис. 38. Пересечение проецирующей прямой с плоскостью общего положения

3.5.5. Перпендикулярность и параллельность прямой и плоскости

Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости. На основании теоремы о проекциях прямого угла горизонтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а его фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали.

Если прямая параллельна плоскости, то она параллельна какой-нибудь прямой этой плоскости.

Пример 11. Из точки К опустить перпендикуляр на плоскость α(АВС) (рис. 39). В плоскости сначала строят горизонталь h и фронталь f, а затем строят проекции перпендикуляра. $K_1 \perp h_1$, $K_2 \perp f_2 \Rightarrow K \perp \alpha(ABC)$.

Пример 12. Установить, параллельна ли прямая АВ плоскости треугольника CDE (рис. 40).

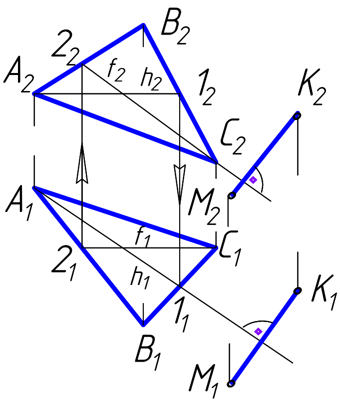


Рис. 39. Перпендикулярность прямой и плоскости

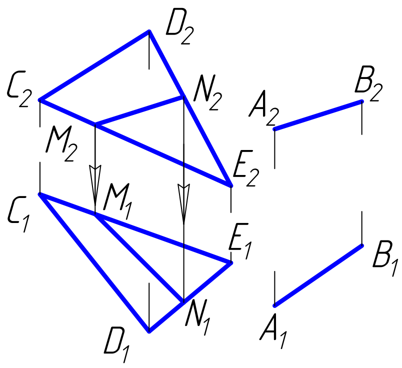
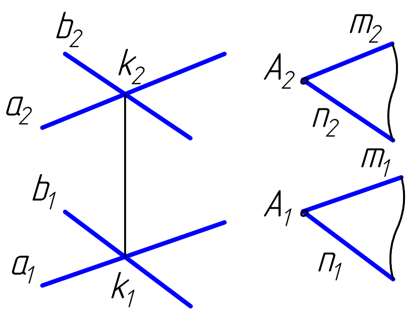


Рис. 40. Параллельность прямой и плоскости

В плоскости ΔСДЕ строят прямую, параллельную прямой АВ. $M_2N_2 \parallel A_2B_2$, M_1N_1 не $\parallel A_1B_1$, следовательно, АВ не $\parallel \Delta CDE$.

3.5.6. Параллельность двух плоскостей



Две плоскости взаимно параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекаю-щимся прямым другой плоскости.

Пример 13. Через точку А построить плоскость, параллельную плоскости, заданной пересекающимися прямыми *a* и *b* (рис. 41). Через точки A_1 и A_2 проводят проекции прямых, параллельных соответственно прямым *a* и *b*.

Рис. 41. Параллельность двух плоскостей

3.5.7. Перпендикулярность двух плоскостей

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой.

Пример 14. Через прямую АВ построить плоскость, перпендикулярную плоскости ΔCDE (рис.42).

Для этого достаточно через точку В прямой АВ построить проекции перпендикуляра ВК к плоскости ΔCDE ($B_2K_2 \perp f_2$, $B_1K_1 \perp h_1$). Искомая плоскость задана двумя пересекающимися прямыми ($AB \cap BK$).

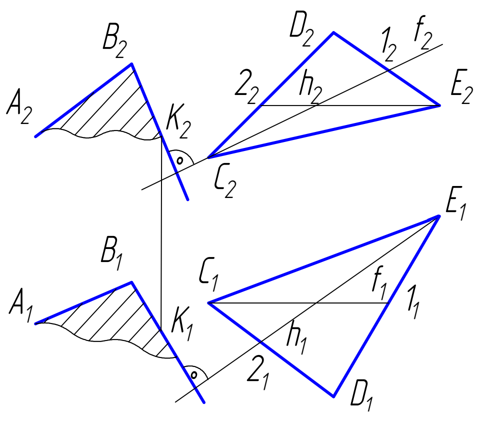


Рис.42. Перпендикулярность двух плоскостей

Вопросы для самопроверки

1. Что представляет собой линия пересечения плоскостей?
2. Где находится одна проекция линии пересечения плоскости общего положения с проецирующей плоскостью? плоскостью уровня?
3. Как построить точку пересечения прямой общего положения с плоско - стями уровня, проецирующей и общего положения?
4. Как построить точку пересечения проецирующей прямой с плоскостью общего положения?
5. Как располагаются на чертеже проекции прямой, перпендикулярной к плоскости?
6. Как располагаются на чертеже проекции прямой, параллельной плоскости?
7. Сформулировать признак перпендикулярности и параллельности двух плоскостей.