

Задача 3. Решить систему методом Крамера и средствами матричного исчисления

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 2 \\ 3x + 2y + z = 5 \\ 5x - y + z = 12 \end{cases}$$

Решение. 1-й способ: метод Крамера. Найдем определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 3 + 15 - 10 + 2 - 9 = -1.$$

Так как $\Delta = -1 \neq 0$, система имеет единственное решение, которое определяется по формулам Крамера: $x = \frac{\Delta_1}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta_2}{\Delta}$, $z = \frac{\Delta_3}{\Delta}$, где Δ_i - определитель, получаемый из определителя системы Δ заменой i -го столбца

на столбец правых частей: $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 12 \end{pmatrix}$.

Таким образом,

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 1 \\ 12 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 10 & -4 & 0 \end{vmatrix} = -12 + 10 = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{-1} = 2,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 5 & 12 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 10 & 0 \end{vmatrix} = 10 - 9 = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{-1} = -1,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 5 \\ 5 & -1 & 12 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 17 & 0 & 38 \\ 13 & 0 & 29 \\ 5 & -1 & 12 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 17 & 38 \\ 13 & 29 \end{vmatrix} = 17 \cdot 29 - 13 \cdot 38 = 493 - 494 =$$

$$-1 \Rightarrow z = \frac{-1}{-1} = 1.$$

. Ответ: $x = 2$, $y = -1$, $z = 1$.

2-й способ: решить систему матричным способом. Введем обозначения

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Тогда в матричном виде систему можно записать следующим образом:
 $AX = B$.

Определитель системы $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$; следовательно, матрица A -

невыро-

жденная и существует обратная ей матрица A^{-1} . Вычислим алгебраические дополнения к элементам матрицы A :

$$\begin{aligned} A_{11} &= \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 3, & A_{21} &= \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -4, & A_{31} &= \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1, \\ A_{12} &= -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 2, & A_{22} &= \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = -3, & A_{32} &= -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1, \\ A_{13} &= \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = -13, & A_{23} &= -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \end{vmatrix} = 17, & A_{33} &= \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -5. \end{aligned}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -13 & 17 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & -1 \\ 13 & -17 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\text{Решение системы } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot B,$$

$$\text{т. е. } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & -1 \\ 13 & -17 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 + 20 - 12 \\ -4 + 15 - 12 \\ 26 - 85 + 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: $x = 2, y = -1, z = 1$.

Задача 4. Исследовать систему на совместность. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

$$\text{Пример 1.} \quad \begin{cases} 6x_1 + x_2 - 3x_3 + 9x_4 + 5x_5 = 0 \\ 6x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 9x_4 + 7x_5 = 6 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 4 \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 + 6x_4 + 5x_5 = 8 \end{cases}.$$

Решение. Составим матрицу A системы и ее расширенную матрицу \bar{A} :

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -3 & 9 & 5 \\ 6 & 5 & -3 & 9 & 7 \\ 2 & 4 & -1 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & -2 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -3 & 9 & 5 & 0 \\ 6 & 5 & -3 & 9 & 7 & 6 \\ 2 & 4 & -1 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 7 & -2 & 6 & 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

Приведем матрицу \bar{A} элементарными преобразованиями над строками к треугольному виду или к виду трапеции:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \curvearrowright \\ + \\ \curvearrowright \\ +(-3) \dots \\ \dots \\ (-2) \\ + \end{array} \left(\begin{array}{ccccc|c} 6 & 1 & -3 & 9 & 5 & 0 \\ 6 & 5 & -3 & 9 & 7 & 6 \\ 2 & 4 & -1 & 3 & 2 & 4 \\ \hline 4 & 7 & -2 & 6 & 5 & 8 \end{array} \right) \sim \dots \\
 \left(\begin{array}{cccccc} 0 & -7 & 0 & 0 & -1 & -12 \\ 0 & -7 & 0 & 0 & 1 & -6 \\ 2 & 4 & -1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \sim \dots \\
 \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & 4 & -1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & -7 & 0 & 0 & 1 & -6 \\ 0 & -7 & 0 & 0 & -1 & -12 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \begin{array}{c} \curvearrowright \\ (-7)+ \\ + \end{array} \sim \dots \\
 \left(\begin{array}{cccccc} 2 & 4 & -1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6 & -6 \end{array} \right) \sim \dots \\
 \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & 4 & -1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{c} \curvearrowright \\ + \\ (-2) \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & 4 & -1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Видим, что $r_A = 3$, так как $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$,

$r_{\bar{A}} = 4$, так как $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$.

Так как ранги матриц A и \bar{A} не совпадают, система несовместна.

Пример 2. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \end{cases}$.

Решение. Приведем матрицу \bar{A} элементарными преобразованиями над строками к виду трапеции:

$$\begin{array}{c} \curvearrowright \\ (-2) \end{array} \left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 1 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & 2 \end{array} \right) \begin{array}{c} \curvearrowright \\ + \end{array} \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 4 & -7 & -3 \end{array} \right),$$

$r_A = r_{\bar{A}} = 2$, так как $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$. Следовательно, система совместна.

Число неизвестных ($n = 4$) системы больше ранга системы. Следовательно, система имеет бесконечно много решений. Так как в базисный минор $\Delta \neq 0$ входят коэффициенты при неизвестных x_1 и x_2 , переменные x_1 и x_2 будут базисными, а x_3 и x_4 - свободными. Выразим основные неизвестные через свободные. Пусть $x_3 = C_3, x_4 = C_4$.

Перепишем систему в виде

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - C_3 + 2C_4 = 2 \\ -x_2 + 4C_3 - 7C_4 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 + C_3 - 2C_4 \\ x_2 = 3 + 4C_3 - 7C_4 \end{cases}.$$

Из первого уравнения выразим x_1 :

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 + C_3 - 2C_4 - x_2 = 2 + C_3 - 2C_4 - 3 - 4C_3 + 7C_4; \\ x_1 &= -1 - 3C_3 + 5C_4. \end{aligned}$$

Общее решение системы запишем в виде

$$\begin{cases} x_1 = -1 - 3C_3 + 5C_4 \\ x_2 = 3 + 4C_3 - 7C_4 \\ x_3 = C_3 \\ x_4 = C_4 \end{cases},$$

где $C_3, C_4 \in \mathbb{R}$.

Задача 3. Решить систему методом Крамера и средствами матричного исчисления.

1. $\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1. \\ 2x + y = 5 \end{cases}$	2. $\begin{cases} x + 4y - 3z = -7 \\ x - 3y + 2z = 0 . \\ 2x - 5y - z = -1 \end{cases}$	3. $\begin{cases} 3x + 2y + 2z = 1 \\ 2x - 3y - z = 3 . \\ x + y + 2z = -2 \end{cases}$
4. $\begin{cases} x + 2y + 4z = 31 \\ 5x + y + 2z = 29. \\ 3x - y + z = 10 \end{cases}$	5. $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1. \\ 2x + 7y + z = 8 \end{cases}$	6. $\begin{cases} 4x + 5y - 2z = -3 \\ x + 2y + 3z = 0 . \\ x + y - 2z = -1 \end{cases}$
7. $\begin{cases} x + y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4. \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$	8. $\begin{cases} 2x - 3y + z = -7 \\ x + 4y + 2z = -1. \\ x - 4y = -7 \end{cases}$	9. $\begin{cases} x + y - 2z = 16 \\ 2x + 3y - 7z = 16. \\ 5x + 2y + z = 16 \end{cases}$
10. $\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 . \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$	11. $\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 14. \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$	12. $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 8x + 3y - 6z = 2 . \\ -4x - y + 3z = -3 \end{cases}$
13. $\begin{cases} 7x - 5y = 31 \\ 4x + 11y = -43 \\ 2x + 3y + 4z = -20 \end{cases}$	14. $\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - 4z = 20. \\ 3x - 2y - 5z = 6 \end{cases}$	15. $\begin{cases} x + 2y + z = 4 \\ 3x - 5y + 3z = 1. \\ 2x + 7y - z = 8 \end{cases}$
16. $\begin{cases} x + y - z = -2 \\ 4x - 3y + z = 1. \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$	17. $\begin{cases} 3x + y + z = 5 \\ x - 4y - 2z = -3 . \\ -3x + 5y + 6z = 7 \end{cases}$	18. $\begin{cases} 2x - y + 5z = 4 \\ 5x + 2y + 13z = 2. \\ 3x - y + 5z = 0 \end{cases}$
19. $\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ 2x - 4y - 3z = -1. \\ x + 5y + z = 0 \end{cases}$	20. $\begin{cases} 5x + 8y - z = 7 \\ 2x - 3y + 2z = 9. \\ x + 2y + 3z = 1 \end{cases}$	21. $\begin{cases} 3x + 5y + 7z = 24 \\ x + y - z = 8 . \\ 3x + 4y - z = 27 \end{cases}$
22. $\begin{cases} 7x + 2y + 3z = 5 \\ 3x - 3y + 5z = 6. \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$	23. $\begin{cases} 3x + 4y + 5z = 7 \\ 2x - y + z = 0 . \\ 5x + 3y + 3z = 1 \end{cases}$	24. $\begin{cases} 2x - 3y - z = 4 \\ x + y - z = 3 . \\ x - y - z = 1 \end{cases}$
25. $\begin{cases} 3x + y - z = 2 \\ 2x + 2y + z = 9. \\ x + y - z = 0 \end{cases}$	26. $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - 3y + 2z = 1. \\ 3x + 2y + z = 4 \end{cases}$	27. $\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ 5x + y - z = 2 . \\ 3x + 3y + z = 3 \end{cases}$
28. $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ 2x + 3y + z = 7. \\ x + 5y + 3z = 8 \end{cases}$	29. $\begin{cases} 2x + 3y - 3z = 1 \\ x + y + z = 5 . \\ 6x + y - 5z = 3 \end{cases}$	30. $\begin{cases} 2x + 3y - 6z = 15 \\ x + y - 2z = 6 . \\ 5x - 6y + z = 8 \end{cases}$

Задача 4. Исследовать систему на совместность. Найти общее решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

1. $\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ -x_1 + x_2 - 13x_3 - 18x_4 = -1 \end{cases}$	2. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 - x_4 = 8 \\ x_1 + 8x_2 - 18x_3 - 5x_4 = -6 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 10 \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \\ 11x_1 + 11x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 8 \end{cases}$	4. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2 \\ 4x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 5 \\ -x_1 - 5x_2 + 7x_3 = -1 \end{cases}$
5. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 - 21x_5 = 0 \\ x_1 + x_3 - 4x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 12x_5 = 0 \end{cases}$	6. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$
7. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 = 9 \end{cases}$	8. $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 7 \\ 5x_1 + 2x_2 + 7x_3 + x_4 = 9 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 - 5x_4 = 19 \end{cases}$
9. $\begin{cases} 5x_2 - x_3 + 5x_4 + 3x_5 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4 \\ x_1 + x_2 + 3x_4 + 2x_5 = 1 \\ -3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = -7 \end{cases}$	10. $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 12 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$
11. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = -2 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = -2 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 2x_4 - x_5 = 1 \end{cases}$	12. $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 4 \end{cases}$
13. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$	14. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 1 \\ x_1 - x_2 + 6x_3 + 7x_4 = 1 \end{cases}$
15. $\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 5x_5 = 2 \\ -3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 2 \end{cases}$	16. $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -1 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$

17. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_5 = 2 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 - 3x_5 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 - 5x_5 = -7 \end{cases}$	18. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -1 \\ x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -1 \end{cases}$
19. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 6 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 6 \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 14 \end{cases}$	20. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -1 \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = -2 \end{cases}$
21. $\begin{cases} 2x - 2y + 2z = 2 \\ x + y + z = 3 \\ 2x - 3y + 2z = 1 \\ 3x + 2y + z = 4 \end{cases}$	22. $\begin{cases} 15x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 23 \\ 3x_1 + 20x_2 + 5x_3 - x_4 + 6x_5 = -8 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 - x_4 + 3x_5 = 1 \\ 9x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 12 \end{cases}$
23. $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_5 = -2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 7 \\ 2x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 1 \end{cases}$	24. $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 5 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3 \\ 4x_1 - 4x_3 - 2x_4 - 3x_5 = -1 \end{cases}$
25. $\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 6x_3 + x_4 = 10 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$	26. $\begin{cases} x_1 + x_5 = 1 \\ x_1 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_4 = 5 \end{cases}$
27. $\begin{cases} 9x_1 + 7x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 10 \\ 8x_1 + 4x_2 + 2x_4 + 3x_5 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4 \\ 7x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 7 \end{cases}$	28. $\begin{cases} 13x_1 - 4x_2 - x_3 - 4x_4 - 6x_5 = 8 \\ 11x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 - 3x_5 = 7 \\ 5x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 4 \\ 7x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 5 \end{cases}$
29. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 + 9x_5 = 2 \\ x_2 - 2x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -7 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 + 6x_5 = 1 \end{cases}$	30. $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 4 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 6x_5 = 5 \end{cases}$