

Вариант № 1

7. Данные о диаметрах деталей, изготавливаемых на станке с числовым программным управлением, представлены в таблице в микронах. Первоначальную группировку произвести с интервалом в 10 мк.

11301 11312 11315 11329 11306 11334 11343 11305 11357 11329 11365 11301 11383 11374
11375 11306 11324 11382 11381 11373 11333 11338 11315 11301 11334 11345 11367 11324
11385 11326 11363 11372 11361 11389 11367 11384 11365 11393 11361 11318 11344 11355
11303 11352 11351 11301 11322 11316 11385 11323 11351 11314 11362 11361 11335 11373
11342 11371 11371 11346 11345 11304 11343 11322 11301 11322 11343 11313 11354 11363
11332 11371 11352 11391 11345 11396 11367 11398 11309 11398 11303 11322 11311 11356
11374 11335 11353 11362 11381 11338 11319 11386 11344 11393 11395 11391 11342
11393

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 2

7. Результаты обследования роста студентов приведены в таблице. Первоначально длину интервала при группировке взять равной 4 см.

151 168 170 188 158 170 148 162 166 180 176 176 182 162 173 181 164 166 183 172 174 166
154 167 158 166 173 166 162 169 165 178 164 167 176 153 167 173 165 170 174 168 171 162
177 169 153 169 166 175 172 189 163 160 173 185 170 178 171 172 158 162 170 160 175 166
157 167 153 164 174 180 168 173 181 171 155 173 179 165 184 172 170 175 170 162 159 164
172 193 169 173 174 169 171 168 170 168 177 169

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 3

7. Результаты испытания предела прочности партии стальной проволоки приведены в таблице. Первоначально длину интервала при группировке взять равной 5 кг.

167 147 169 187 151 161 156 135 177 198 176 189 163 145 162 157 179 188 167 154 178 152
168 153 188 164 142 158 177 178 186 168 158 163 197 162 159 164 178 154 161 165 164 201
161 189 178 159 199 157 154 188 149 169 164 157 179 163 177 153 161 177 167 155 162 186
166 203 156 175 155 179 189 165 160 163 164 153 163 159 162 187 168 158 164 151 163 176
185 158 164 179 209 180 179 187 166 158 164 152

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 4

7. Данные о выручке магазина в рублях за 100 дней представлены в таблице. Первоначально длину интервала при группировке взять равной 50 р.

2015 1870 1965 1935 1989 1750 1972 2190 2140 2244 2007 2019 1825 2027 1925 2070 1839
 2085 2040 2133 2090 2190 2112 2015 2279 1970 1890 2032 1948 2045 2235 1988 1924 2128
 2038 2167 2085 1993 2140 2160 2060 1905 2055 1980 2138 2071 1972 2083 2175 1965 2020
 2134 2021 2127 2180 2131 1995 2031 2000 1910 2015 2165 2084 1960 2090 2220 2145 2066
 1955 2078 2083 2131 2090 1915 2020 2025 2026 2165 2093 2140 2200 2074 2090 2210 1910
 2087 1951 2350 1994 2110 1875 2029 2159 2035 2130 2099 2125 1885 2088 2164

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 5

7. Данные о месячной зарплате рабочих в рублях одного из цехов приведены в таблице. Первоначально длину интервала при группировке взять равной 10 р.

221 233 180 215 235 260 201 234 211 237 200 254 245 207 243 251 210 245 250 223 223 265
 255 239 195 250 245 227 231 256 244 213 257 243 225 242 254 238 241 261 248 275 224 273
 243 282 235 264 280 248 251 212 247 198 232 233 230 244 225 234 240 237 235 258 241 233
 232 263 300 243 223 231 253 261 233 231 220 245 255 219 262 251 250 215 228 237 229 221
 244 284 252 245 265 232 248 221 242 226 247 239

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 6

7. Результаты испытания крепости в граммах нитей приведены в таблице. При первоначальной группировке длину интервала выбрать равной 20 г.

325 341 285 302 275 284 281 295 220 303 330 286 248 288 261 304 337 305 318 270 285 317
 247 301 277 281 247 347 263 280 333 359 325 318 280 271 318 324 287 272 307 286 278 337

348 305 265 287 328 317 282 255 308 275 285 319 270 301 317 325 305 333 268 319 274 339
324 355 299 293 291 350 307 290 308 259 315 273 308 330 315 273 310 331 293 272 292 321
291 297 380 312 325 296 263 305 328 307 295 271

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 7

7. Данные о длине заготовок после их первоначальной обработки приведены в таблице в миллиметрах. При первоначальной группировке длину интервала взять равной 1 мм.

1151 1158 1152 1155 1160 1151 1154 1156 1160 1151 1153 1155 1154 1158 1151 1158 1151
1154 1153 1157 1154 1154 1152 1154 1155 1152 1153 1158 1157 1155 1155 1153 1157 1158
1156 1158 1159 1156 1159 1158 1160 1153 1152 1156 1151 1157 1154 1158 1158 1160 1154
1159 1153 1157 1158 1157 1159 1155 1159 1158 1153 1151 1152 1154 1160 1155 1151 1159
1155 1151 1159 1155 1158 1152 1153 1160 1158 1159 1152 1157 1158 1160 1157 1154 1155
1157 1160 1152 1159 1159 1153 1159 1154 1156 1160 1158 1157 1156 1151 1160

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 8

7. Ниже приведены данные обследования 100 предприятий области по росту выработки на одного рабочего (в % к предыдущему году). Длину интервала взять 10%.

80 100 91 102 103 115 122 118 119 120 104 82 107 111 102 112 115 116 114 115 106 92 109
117 99 98 118 108 107 112 108 102 108 101 103 105 101 106 106 115 109 106 104 107 106 114
116 119 114 123 101 108 105 107 91 104 102 94 103 130 105 109 106 93 105 102 106 108 96
109 108 102 101 95 102 101 100 107 98 108 109 103 111 96 103 104 105 95 99 104 107 104
100 91 115 106 116 101 102 103

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 9

7. С целью определения рациональной структуры размерного ассортимента детской одежды проведено выборочное обследование определенных половозрастных групп детского населения и получены следующие данные по величине обхвата груди в см. Длину интервала взять 4 см.

54 58 60 71 75 80 82 78 70 74 56 57 55 56 64 62 61 60 63 64 58 59 60 61 65 60 63 65 66 67 60
67 58 64 64 68 69 68 69 72 61 65 63 55 63 67 61 61 71 65 63 59 60 64 66 65 68 70 72 69 70 64
67 65 68 64 67 65 64 65 78 61 61 59 67 60 68 64 67 69 70 65 64 63 69 65 67 68 68 71 78 56 72
75 61 60 60 63 65 57 59 69 67 76 69 68 72 68 69 73

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 10

7. С целью определения рациональной структуры размерного ассортимента детской обуви проведено выборочное обследование определенных половозрастных групп детского населения и получены следующие данные по величине длины стопы в см. Длину интервала взять 5 мм.

170 182 174 195 196 200 200 196 198 171 183 176 202 180 182 185 199 186 203 188 184 186
179 189 178 176 177 189 183 187 179 184 182 187 181 182 182 187 197 184 184 177 196 182
186 188 181 186 197 204 182 204 205 176 184 189 198 196 181 189 186 183 203 184 183 184
185 187 183 205 188 189 204 187 186 187 198 198 187 188 187 184 203 185 181 187 184 199
186 186 190 182 197 181 188 189 179 188 184 183

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 11

7. В сводке представлены данные о росте выпуска продукции на предприятиях области (валовая продукция в отчетном году в процентах по отношению к предыдущему):

93, 100, 142, 90, 108, 97, 107, 87, 109, 101, 91, 137, 82, 103, 99, 138, 108, 138, 136, 109, 92,
103, 97, 103, 112, 81, 135, 107, 105, 134, 91, 121, 106, 111, 107, 106, 122, 125, 127, 126, 107,
112, 94, 116, 84, 104, 102, 104, 131, 141, 106, 137, 132, 129, 96, 112, 105, 106, 101, 124, 106,
114, 147, 113, 102, 131, 107, 95, 139, 133, 113, 107, 114, 124, 115, 110, 149, 128, 125, 117,
141, 113, 94, 120, 85, 133, 107, 116, 128, 104, 118, 119, 93, 110, 133, 122, 116, 107, 115, 123,
126, 118, 99, 118, 108, 117, 110, 95, 119, 109, 129, 118, 96, 108, 115, 89, 121, 116, 91, 127.

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 12

7. Регистрация размеров продаваемой магазином мужской обуви дала следующие данные о 80 покупках:

39, 40, 38, 43, 41, 42, 40, 38, 41, 42, 41, 40, 42, 39, 41, 41, 36, 43, 41, 42, 38, 41, 40, 42, 41, 42, 42, 40, 41, 41, 39, 42, 40, 40, 39, 41, 39, 38, 40, 41, 41, 40, 40, 39, 42, 40, 43, 37, 40, 42, 43, 42, 38, 40, 40, 41, 41, 41, 40, 43, 42, 42, 39, 43, 41, 40, 43, 41, 42, 42, 39, 40, 43, 41, 42, 41, 42, 40, 41.

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 13

7. Результаты взвешивания 50 случайно отобранных пачек чая приведены ниже (в граммах):

150, 147, 152, 148, 149, 153, 151, 150, 149, 147, 153, 151, 152, 151, 149, 152, 150, 148, 152, 150, 152, 151, 148, 151, 152, 150, 151, 149, 148, 149, 150, 150, 151, 149, 151, 150, 151, 150, 149, 148, 147, 153, 147, 152, 150, 151, 149, 150, 151, 153.

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 14

$\Phi(1) = 0,3413$, $\Phi(1,5) = 0,4332$.

7. В ходе проведения эксперимента получен следующий набор данных:

32, 26, 16, 44, 28, 40, 30, 31, 17, 30, 37, 32, 42, 31, 36, 49, 35, 21, 25, 40, 27, 25, 33, 34, 27, 43, 19, 23, 36, 48, 31, 35, 43, 32, 26, 35, 33, 45, 19, 22, 28, 49, 23, 32, 33, 27, 43, 35, 23, 44.

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 15

7. При обследовании 50 членов семей рабочих и служащих установлено следующее количество членов семьи:

5; 3; 2; 1; 4; 6; 3; 7; 9; 1; 3; 2; 5; 6; 8; 2; 5; 2; 3; 6; 8; 3; 4; 4; 5; 6; 5; 4; 7; 5; 6; 4; 8; 7; 4; 5; 7; 8; 6; 5; 7; 5; 6; 6; 7; 3; 4; 6; 5; 4.

1. Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант №16

7. Имеются данные о еженедельном количестве проданных компьютеров одной из фирм: 398, 412, 560, 474, 544, 690, 587, 600, 613, 457, 504, 477, 530, 641, 359, 566, 452, 633, 474, 499, 580, 606, 344, 455, 505, 396, 347, 441, 390, 632, 400, 582.

1. Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 17

7. Число пассажиров одного из рейсов за 30 дней составило: 128, 121, 134, 118, 123, 109, 120, 116, 125, 128, 121, 129, 130, 131, 127, 119, 114, 124, 110, 126, 134, 125, 128, 123, 128, 133, 132, 136, 134, 129.

1. Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 18

7. При обследовании диаметров карданных валов автомобиля, выпускаемых заводом, были зафиксированы отклонения от номинала Δd (мкм), которые приведены ниже:

1.75, 1.78, 1.86, 1.83, 1.91, 1.99, 2.06, 2.01, 2.20, 2.14, 1.75, 1.85, 2.1, 1.90, 2.00, 2.2, 2.06, 1.91, 1.86, 1.79, 1.91, 2.20, 1.90, 1.75, 2.20, 2.01, 2.14, 1.90, 1.78, 1.83, 1.99, 2.01, 2.14, 1.85, 2.00, 2.06, 2.14, 2.26, 1.8, 2.10, 2.00, 1.8, 1.80, 1.80, 1.75, 1.86, 1.91, 2.06, 1.86.

1. Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 19

7. Для определения надежности металлорежущих станков на заводе фиксировались значения наработки на отказ (время τ непрерывной работы до первого отказа). Полученные данные для τ (в месяцах) приведены ниже:

3.0, 3.6, 4.4, 1.3, 2.1, 5.0, 4.9, 6.0, 1.1, 2.3, 5.9, 3.6, 1.3, 3.7, 4.9, 5.6, 1.3, 2.0, 4.3, 1.9, 4.0, 3.7, 5.3, 4.2, 2.5, 2.7, 3.6, 4.8, 6.0, 1.7, 2.5, 4.9, 3.2, 4.0, 4.3, 2.8, 3.8, 1.0, 4.2, 4.8, 4.9, 5.0, 1.9, 2.6, 1.7, 6.0, 5.7,

1. Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 20

7. Администрацию магазина интересует частота покупок калькуляторов. Менеджер в течении января регистрировал данные о покупке МК и собрал следующие данные:

8, 4, 4, 9, 3, 3, 1, 2, 0, 4, 2, 3, 5, 7, 10, 6, 5, 7, 3, 2, 9, 8, 1, 4, 6, 5, 4, 2, 1, 0, 8.

1. Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 21

7. Для определения надежности металлорежущих станков на заводе фиксировались значения наработки на отказ (время τ непрерывной работы до первого отказа). Полученные данные для τ (в месяцах) приведены ниже

0,031	0,244	0,098	0,195	0,759	0,231	0,415	0,442	0,260	0,106
0,062	4,078	0,902	0,407	0,736	0,577	0,079	1,312	1,574	0,058
3,206	0,197	2,698	4,249	0,252	0,602	0,243	0,106	0,340	1,073
0,095	0,522	0,321	0,045	0,221	0,338	0,172	0,330	0,509	0,484
0,662	0,052	0,442	0,013	0,079	0,079	0,577	0,618	0,090	0,777

1. Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 22

7. Наблюдения за межремонтными интервалами T (в месяцах) работы зерноуборочного комплекса дали результаты, приведенные ниже

0,000	0,000	0,002	0,006	0,023	0,084	0,382	0,810	0,003	0,864
1,033	0,912	0,093	0,323	0,194	0,522	2,336	0,057	0,648	0,250
0,877	0,271	0,037	0,537	0,183	1,306'	0,752	0,198	1,623	0,875
0,184	0,276	0,613	0,362	0,654	0,676	1,079	0,500	0,900	0,191
0,250	0,348	0,318	0,182	0,458	0,936	0,567	0,303	0,487	0,522

1. Составить выборочное распределение.

2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.

3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.

5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 23

7. При обследовании диаметров карданных валов автомобиля, выпускаемых заводом, были зафиксированы отклонения от номинала Δd (мкм), приведенные ниже

0,000	-0,001	0,003	-0,012	0,044	-0,156	0,534	0,802	0,007	-0,822
0,873	-0,838	0,170	-0,476	0,322	-0,648	0,991	-0,107	-0,726	-0,393
-0,827	0,419	0,071	0,659	0,309	0,927	-0,778	-0,327	0,961	-0,826
0,308	-0,414	-0,707	-0,515	0,729	0,742	0,884	0,632	-0,835	0,318
-0,394	0,502	0,471	0,306	0,600	0,846	-0,678	0,454	0,623	0,648

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 24

7. Из партии резисторов взяли 50 образцов и произвели замер их сопротивлений. Данные об их отклонениях от номинального значения сопротивления 1 кОм приведены ниже
 0.5, -14.1, 1.0, -3.0, 1.5, 2.0, -8.0, 2.5, 5.0, 4.5, 3.5, -11.5, 4.0, 6.5, 7.0, -6.5, 7.5, 0.5, -5.5, 2.0, 4.0, -1.0, 5.0, 6.0, -10.5, 7.0, 7.5, 0.0, 8.5, 9.5, -20.0, 10.5, 10.0, 11.0, -1.5, 8.5, 12.0, 13.0, 12.0, -17.0, 14.0, 17.0, 19.0, -4.0, 21.0, 18.0, 23.5, 19.5, -9.0, 14.5.

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Вариант № 25

7. Выборочное обследование оплаты труда 50 работников предприятия дали следующие результаты:

214, 204, 212, 201, 190, 222, 226, 216, 228, 240, 224, 220, 200, 204, 240, 190, 218, 232, 254, 224, 204, 221, 256, 260, 228, 232, 204, 282, 230, 214, 242, 222, 260, 198, 216, 198, 232, 242, 216, 226, 208, 221, 202, 204, 222, 196, 222, 238, 224, 223.

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Образец выполнения типового расчёта

Элементы математической статистики.

В ходе проведения эксперимента получен следующий набор данных:

55,42	67,49	57,71	64,59	56,01	70,97	71,53	47,66	67,70	82,75
40,89	29,04	59,59	97,18	51,00	67,15	62,16	52,77	53,26	33,04
68,22	96,22	46,60	51,25	58,66	65,12	67,98	61,10	60,44	65,73

53,19	69,11	71,90	71,24	83,94	74,64	73,35	50,80	75,48	59,12
89,03	60,87	60,01	46,90	54,85	27,21	72,91	45,28	49,57	44,11
67,54	78,21	54,19	65,35	26,81	70,84	34,52	60,96	76,75	63,58
93,89	44,32	54,91	48,84	63,08	68,11	71,08	72,17	80,42	59,43
55,41	70,35	62,28	22,61	63,95	100,46	54,59	79,99	41,43	63,39
80,67	62,73	48,82	38,49	77,63	52,98	62,16	43,78	65,55	56,26
42,33	58,28	51,16	83,50	45,74	49,66	53,69	54,96	67,58	79,60

Пусть случайная величина X – наугад взятое значение из набора данных. Требуется для случайной величины X :

1. Составить выборочное распределение.
2. Построить гистограмму и график выборочной функции распределения.
3. Найти состоятельные несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
4. Построить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии с уровнем доверия $p=0,95$.
5. На основании анализа формы построенной гистограммы выдвинуть гипотезу о законе распределения и проверить справедливость гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$.

Решение.

1. *Первым этапом статистического изучения вариации являются построение вариационного ряда - упорядоченного распределения единиц совокупности по возрастающим (чаще) или по убывающим (реже) значениям признака и подсчет числа единиц с тем или иным значением признака. Для этого сначала построим ранжированный ряд. Ранжированный ряд — это перечень отдельных единиц совокупности в порядке возрастания (убывания) изучаемого признака.*

22,61	43,78	49,57	53,69	57,71	61,10	65,12	68,11	72,17	80,42
26,81	44,11	49,66	54,19	58,28	62,16	65,35	68,22	72,91	80,67
27,21	44,32	50,80	54,59	58,66	62,16	65,55	69,11	73,35	82,75
29,04	45,28	51,00	54,85	59,12	62,28	65,73	70,35	74,64	83,50
33,04	45,74	51,16	54,91	59,43	62,73	67,15	70,84	75,48	83,94
34,52	46,60	51,25	54,96	59,59	63,08	67,49	70,97	76,75	89,03
38,49	46,90	52,77	55,41	60,01	63,39	67,54	71,08	77,63	93,89
40,89	47,66	52,98	55,42	60,44	63,58	67,58	71,24	78,21	96,22
41,43	48,82	53,19	56,01	60,87	63,95	67,70	71,53	79,60	97,18
42,33	48,84	53,26	56,26	60,96	64,59	67,98	71,90	79,99	100,46

Интервальным вариационным рядом называется упорядоченная совокупность интервалов варьирования значений случайной величины с соответствующими частотами или частностями попаданий в каждый из них значений величины.

Для его построения выполняем следующие действия:

1. Находим размах выборки

$$R = x_{\text{наиб}} - x_{\text{наим}} = 100,46 - 22,61 = 77,85$$

2. Назначаем число частичных интервалов k :

$$k = 1 + 3,32 \lg n.$$

Обычно $k = 9 \div 12$. Выберем $k=12$

3. Находим длину Δ (шаг разбиения):

$$\Delta = \frac{R}{k}, \Delta = \frac{77,85}{12} = 6,5, a_1 = 22,61$$

4. Численность отдельной группы сгруппированного ряда опытных данных называется выборочной частотой. Обозначается:

m_i^* – выборочная частота.

$$\sum_{i=1}^k m_i^* = 1$$

Относительная выборочная частота-отношение выборочной частоты данных вариантов к объёму выборки. Обозначается:

p_i^* – относительная выборочная частота.

$$p_i^* = \frac{m_i^*}{n}, \text{ где } i \text{ – номер варианты.}$$

Выборочная относительная частота сходится по вероятности к соответствующей вероятности.

$$\sum_{i=1}^k p_i^* = 1$$

5. Составляем таблицу.

i	$[a_i; a_{i+1}]$	m_i^*	p_i^*	$h_i^* = \frac{p_i^*}{\Delta}$	$\tilde{x}_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$
1	22,61-29,11	4	0,04	0,006	25,86
2	29,11-35,61	2	0,02	0,003	32,36
3	35,61-42,11	3	0,03	0,005	38,86
4	42,11-48,61	9	0,09	0,014	45,36
5	48,61-55,11	18	0,18	0,028	51,86
6	55,11-61,61	15	0,15	0,023	58,36
7	61,61-68,11	20	0,2	0,03	64,86
8	68,11-74,61	12	0,12	0,018	71,36
9	74,61-81,11	9	0,09	0,014	77,86
10	81,11-87,61	3	0,03	0,005	84,36
11	87,61-94,11	2	0,02	0,003	90,86
12	94,11-100,61	3	0,03	0,005	97,36
		$\Sigma = 100$	$\Sigma = 1$		

Где h_i^* – плотность относительной частоты;

\tilde{x}_i – середина частичных интервалов.

2. Построение гистограммы плотностей относительных частот.

Гистограмма относительных частот — это фигура, состоящая из прямоугольников, опирающихся на интервалы группировки с высотами равными $h_i^* = \frac{p_i^*}{\Delta}$. Площадь всей гистограммы должна быть равна 1. Гистограмма является оценкой генеральной функции плотности $f(x)$.

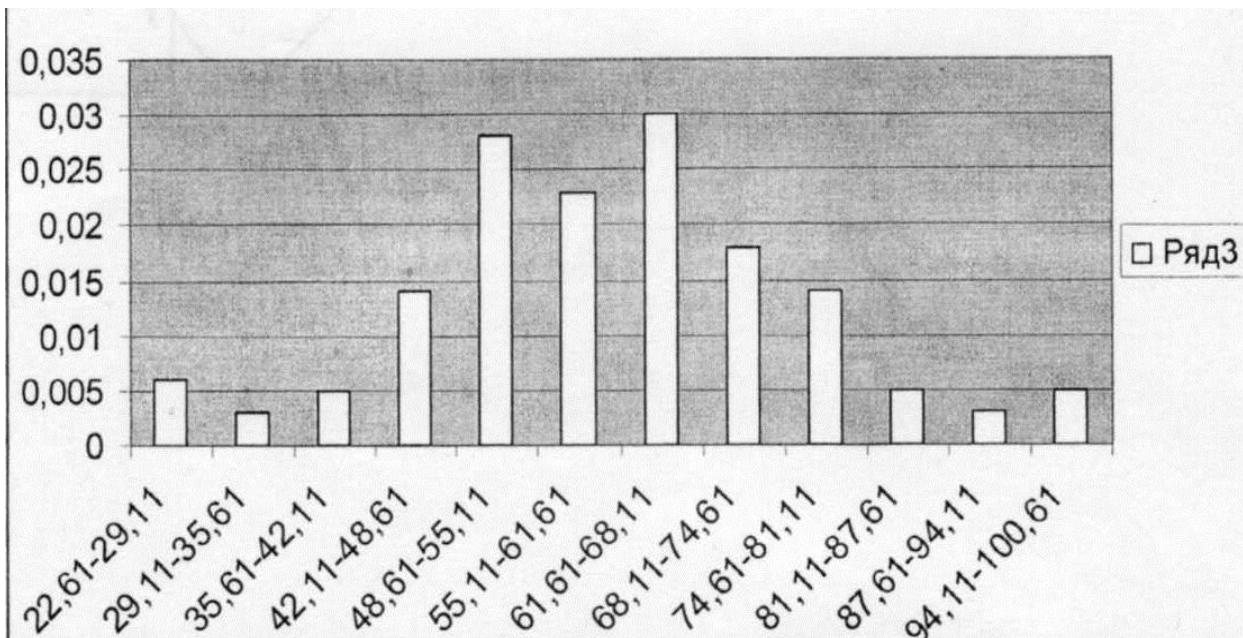


Рис.1

По виду гистограммы (Рис.1) мы подбираем подходящий для данного случая теоретический закон распределения:

Сравниваем гистограмму с теоретическими кривыми основных законов (нормальный, показательный, равномерный).

По виду гистограммы можно выдвинуть гипотезу о нормальном законе случайной величины X .

3. *Нахождение состоятельных несмещенных оценок математического ожидания и дисперсии. Найдем оценки математического ожидания a^* и дисперсии D^* .*

Основными параметрами генеральной совокупности являются математическое ожидание (генеральная средняя) $M(X)$ и среднее квадратическое отклонение s . Это постоянные величины, которые можно оценить по выборочным данным. Оценка генерального параметра, выражаемая одним числом, называется точечной.

Точечной оценкой генеральной средней a является выборочное среднее. Выборочным средним называется среднее арифметическое всех значений величины, встречающихся в выборке.

Если выборочное среднее вычисляется по не сгруппированным данным, то для его определения сумму всех значений делят на количество элементов в выборке. В данном случае определяем по сгруппированным данным(см. табл.):

$$a^* = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k \tilde{x}_i \cdot m_i^*}{n} = \frac{6083}{100} = 60.83,$$

$$D^* = \bar{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (\tilde{x}_i - \bar{x})^2 \cdot m_i^*}{n} = \frac{23387.9}{99} = 236.24,$$

$$\bar{s} = \sqrt{\bar{s}^2} = \sqrt{236.24} = 15.37.$$

$(\tilde{x}_i - \bar{x})^2 \cdot m_i^*$	$\tilde{x}_i \cdot m_i^*$
4891,6	103,44

1621,08	64,72
1448,04	116,58
2153,89	408,24
1448,3	933,48
91,51	875,4
324,82	1297,2
1330,57	856,32
2610,19	700,74
1660,98	253,08
1803,60	181,72
4003,32	292,08
$\Sigma = 23387.9$	$\Sigma = 6083$

$$a \approx \bar{x}, \quad \sigma \approx \bar{s}.$$

4. Построим доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии.

Найдем доверительный интервал для оценки с надежностью $\gamma = 0,95$ неизвестного математического ожидания $M(x)$ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное стандартное отклонение $\bar{s} = 15,37$, выборочная средняя $\bar{x} = 60,83$, объем выборки $n = 100$.

Требуется найти доверительный интервал

$$\bar{x} - t \times \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}} < M(x) < \bar{x} + t \times \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}$$

Все величины, кроме t , известны. Найдем t из соотношения

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,95}{2} = 0,475$$

По таблице находим $t = 1,96$.

Подставив $t = 1,96$, $\bar{x} = 60,83$, $\bar{s} = 15,37$, $n = 100$, окончательно получим доверительный интервал

Для $M(x)$:

$$J_\gamma = \left(\bar{x} - t \cdot \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t \cdot \frac{\bar{s}}{\sqrt{n}} \right),$$

$$J_\gamma = (60.1; 61.56).$$

Для $D(x)$:

$$J_\gamma = \left(\bar{s}^2 - t \cdot \sigma_{\bar{s}^2}; \bar{s}^2 + t \cdot \sigma_{\bar{s}^2} \right),$$

$$J_\gamma = (220.33; 252.15).$$

$$\sigma_{\bar{s}^2} = \sqrt{\frac{2}{n-1} \cdot \bar{s}^2} = 33.5.$$

5. Построенная гистограмма по форме напоминает график плотности вероятности нормального распределения. Поэтому естественно выдвинуть гипотезу о нормальном распределении случайной величины X . Проверим справедливость выдвинутой гипотезы по критерию Пирсона с уровнем значимости $\alpha=0,05$. Тогда гипотетическая функция плотности распределения случайной величины X имеет вид:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

Нормальный закон распределения также называется законом Гаусса.

Нормальный закон распределения занимает центральное место в теории вероятностей. Это обусловлено тем, что этот закон проявляется во всех случаях, когда случайная величина является результатом действия большого числа различных факторов. К нормальному закону приближаются все остальные законы распределения.

Можно легко показать, что параметры a и σ , входящие в плотность распределения являются соответственно математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением случайной величины X .

График плотности нормального распределения называется нормальной кривой или кривой Гаусса.

Нормальная кривая обладает следующими свойствами:

- Функция определена на всей числовой оси.
- $f(x) > 0$
- Ось OX является горизонтальной асимптотой графика плотности вероятности, т.к. при неограниченном возрастании по абсолютной величине аргумента x , значение функции стремится к нулю.
- $f(x)$ достигает \max в точке $x=a$;

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma} \cdot \varphi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$$

График функции имеет две точки перегиба $x = a \pm \sigma$

Для простоты вычислений составим таблицу:

i	$t_i = \frac{\tilde{x}_i - a^*}{\sigma^*}$	$\varphi(t_i)$	$f(\tilde{x}_i) = \frac{\varphi(t_i)}{\sigma^*}$	$p_i = f(\tilde{x}_i) \cdot \Delta$
1	-2,28	0,03	0,002	0,013
2	-1,85	0,072	0,005	0,033
3	-1,43	0,144	0,009	0,059
4	-1,01	0,24	0,016	0,104
5	-0,58	0,337	0,022	0,143
6	-0,16	0,394	0,026	0,169

7	0,26	0,386	0,025	0,163
8	0,69	0,314	0,02	0,13
9	1,11	0,216	0,014	0,091
10	1,53	0,124	0,008	0,052
11	1,95	0,06	0,004	0,026
12	2,38	0,024	0,002	0,013
				$\Sigma=0,0996$

Функцию плотности $f(\tilde{x}_i) = \frac{\varphi(t_i)}{\sigma^*}$ изобразим на гистограмме (Рис.2).

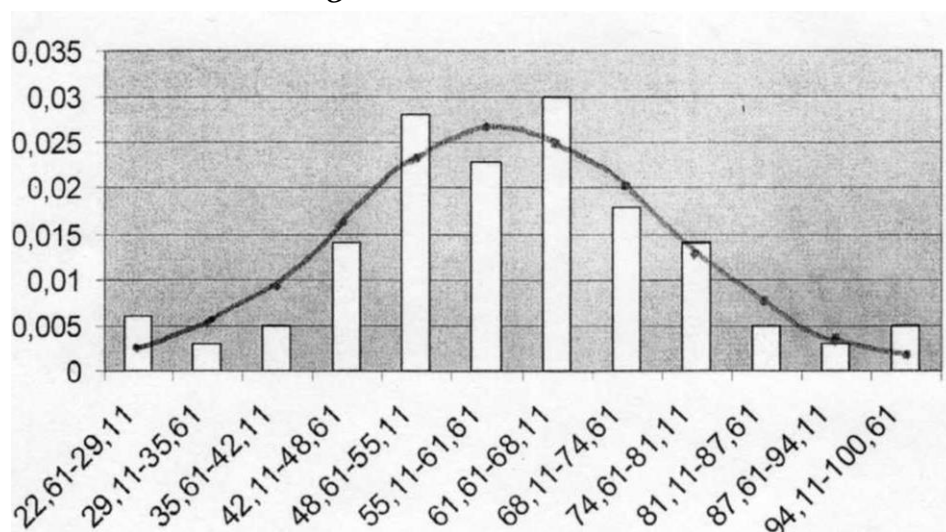


Рис.2

Критерий Пирсона - основан на изучении меры расхождения между теоретическим и статистическим распределением, которая в данном случае оценивается по сумме квадратов разности этих расхождений по всем интервалам выборки с учётом «веса» сл. в. $n \cdot p_i$.

Пирсон доказал, что значения статистического критерия не зависит от функции распределения $f(x)$ и от числа опытов n , а зависит от числа частичных интервалов r интервального вариационного ряда.

Далее используем правило проверки гипотезы по критерию Пирсона.

1. Вычисляем квантиль $\chi_p^2(r-l-1)$. Для её вычисления нужно воспользоваться табличными распределениями χ^2 , в которых значения сл. в. находят по заданному уровню значимости α и вычисленному числу свободы ν .

$$\nu = r - l - 1 = 8 - 2 - 1 = 5, \text{ где}$$

r - число частичных интервалов. Если в некоторых из интервалов значения $m_i^* < 5$, то надо объединить расположенные рядом интервалы так, чтобы $m_i^* > 5$ или $m_i^* = 5$, тогда число r - число из необъединённых интервалов, l число неизвестных параметров.

Имеем $p=1-\alpha=0,95$, $m=8$, $l=2$.

По таблице распределения χ^2 находим

$$\chi_{0,95}^2(8-2-1) = \chi_{0,95}^2(5) = 11,1.$$

2. Находим $X_{выбор.}^2$ по формулам:

$$X_{выбор.}^2 = \frac{\sum_{i=1}^R (n \cdot p_i^* - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}, \text{ или } X_{выбор.}^2 = \frac{\sum_{i=1}^R (m_i^* - m_i)^2}{m_i}.$$

Для этого удобно результаты вычислений вносить в следующую таблицу

i	p_i^*	$n \cdot p_i^*$	$n \cdot p_i$	$(n \cdot p_i^* - n \cdot p_i)$	$(n \cdot p_i^* - n \cdot p_i)^2$	$\frac{(n \cdot p_i^* - n \cdot p_i)^2}{n \cdot p_i}$
i	0,09	9	10,5	-1,5	2,25	0,2
2	0,09	9	10,4	-1,4	1,96	0,2
3	0,18	18	14,3	3,7	13,69	0,96
4	0,15	15	16,9	-1,9	3,61	0,2
5	0,2	20	16,3	3,7	13,69	0,8
6	0,12	12	13	-1	0,01	0,001
7	0,09	9	9,1	-0,1	0,01	0,001
8	0,08	8	9,1	-1,1	1,21	0,133
						$\Sigma = X_{выбор.}^2 = 2.495$

3. Окончательно имеем

$2.495 = X_{выбор.}^2 < X_{0,95}^2 = 11.1$. что означает: гипотезу о нормальном распределении случайной величины X принимаем, т. к. $0.95 = P(X_{выбор.}^2 < X_{0,95}^2)$.