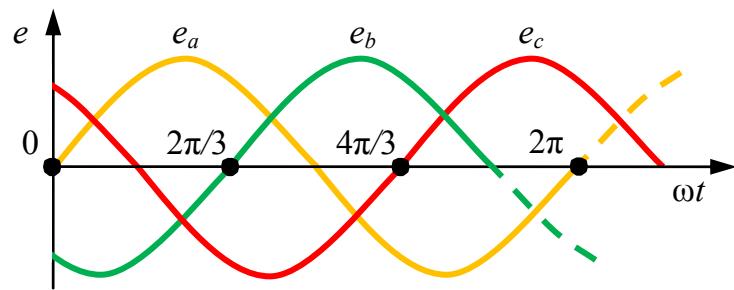
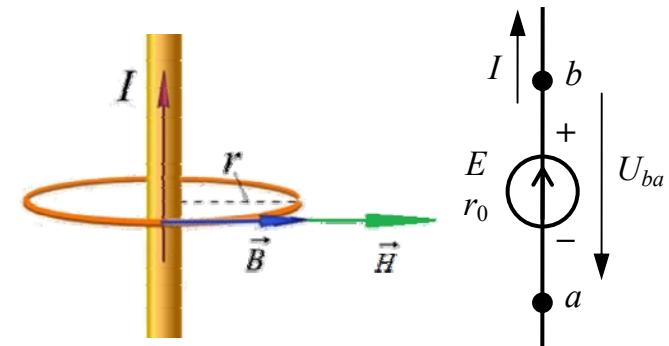


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ)»



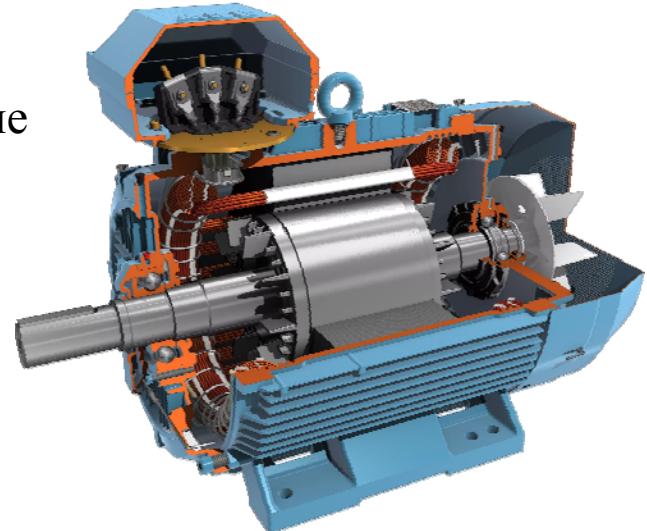
И.В. Лазута,  
И.А. Реброва



## РАСЧЁТ И АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ И УСТРОЙСТВ



Учебно-методическое пособие



Омск – 2019

УДК 621.3  
ББК 31.2  
Л17

Согласно 436-ФЗ от 29.12.2010 «О защите детей от информации, причиняющей вред их здоровью и развитию» данная продукция маркировке не подлежит.

*Рецензент*  
канд. техн. наук, доц. С.Д. Игнатов (СибАДИ)

Работа утверждена редакционно-издательским советом СибАДИ в качестве учебно-методического пособия.

**Лазута, Иван Васильевич.**

**Л17 Расчёт и анализ электрических цепей и устройств** [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / И.В. Лазута, И.А. Реброва. – Электрон. дан. – Омск : СибАДИ, 2019. –URL: [http://bek.sibadi.org/cgi-bin/irbis64r\\_plus/cgiirbis\\_64\\_ft.exe?C21COM=S&I21DBN=IBIS\\_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21FMT=briefHTML\\_ft&Z21ID=GUEST&S21ALL=<.>TXT=esd1069.pdf<.>](http://bek.sibadi.org/cgi-bin/irbis64r_plus/cgiirbis_64_ft.exe?C21COM=S&I21DBN=IBIS_FULLTEXT&P21DBN=IBIS&S21FMT=briefHTML_ft&Z21ID=GUEST&S21ALL=<.>TXT=esd1069.pdf<.>). - Режим доступа: для авторизованных пользователей.

ISBN 978-5-00113-127-4.

Рассмотрены основные теоретические сведения, методы и примеры расчёта и анализа электрических и магнитных цепей, электрических машин и аппаратов. Содержит индивидуальные задания для работы, как на практических аудиторных занятиях, так и для самостоятельной внеаудиторной работы в виде расчёто-графических или контрольных работ.

Имеет интерактивное оглавление в виде закладок. Содержит ссылки на видеоматериалы обучающего и демонстрационного характера, которые воспроизводятся с помощью проигрывателя Windows Media.

Предназначено для изучения и практического освоения электротехнических дисциплин для обучающихся всех форм обучения всех специальностей и направлений подготовки бакалавриата. Подготовлено на кафедре «Автоматизация производственных процессов и электротехника».

Мультимедийное издание (2,8 МБ)

Системные требования : Intel, 3,4 GHz ; 150 МБ ; Windows XP/Vista/7 ; DVD-ROM ;  
1 ГБ свободного места на жестком диске ; программа для чтения pdf-файлов : Adobe Acrobat Reader ; Foxit Reader

Редактор В.С. Черкашина

Техническая подготовка Н.В. Кенжалинова

Издание первое. Дата подписания к использованию 27.08.2019

Редакционно-издательский комплекс СибАДИ. 644080, г. Омск, пр. Мира, 5  
РИО ИПК СибАДИ. 644080, г. Омск, ул. 2-я Поселковая, 1

© ФГБОУ ВО «СибАДИ», 2019

## **ВВЕДЕНИЕ**

Электротехника – это область технических наук, изучающая электрические и магнитные явления, процессы, закономерности, а также их практическое применение.

Изучение студентами теоретического материала по электротехнике и практических методов расчёта и анализа электрических и магнитных цепей, электрических машин и аппаратов позволит им квалифицированно решать общепрофессиональные технические задачи, связанные с эксплуатацией электротехнического оборудования, электрических машин и аппаратов, применяемых в современном производстве и быту.

Данное учебно-методическое пособие содержит теоретический и практический материал по курсам общепрофессиональных электротехнических дисциплин, который необходим обучающимся очной и заочной формы, как на практических аудиторных занятиях, так и для самостоятельной внеаудиторной работы. Пособие обеспечивает качественное выполнение расчётно-графических или контрольных работ.

# 1. РАСЧЁТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ИСТОЧНИКАМИ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА

## 1.1. Основные законы, преобразования и методы расчёта

### 1.1.1. Основные законы

Задачей анализа и расчёта электрических цепей является определение токов, напряжений и мощностей отдельных её участков. Часто возникает задача, когда для получения требуемого распределения токов, напряжений и мощностей нужно определить параметры цепи или её отдельных элементов. Основой расчёта электрических цепей являются закон Ома и два закона Кирхгофа [1, 2, 3, 5, 6].

Закон Ома для участка цепи в интегральной форме имеет вид

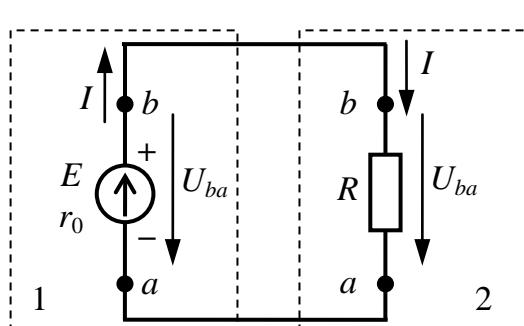
$$I = \frac{U}{R} \text{ или } I = GU, \quad (1.1)$$

где  $U$  – напряжение на участке цепи,  $U = \varphi_1 - \varphi_2 \pm E$ ;  $(\varphi_1 - \varphi_2)$  – разность потенциалов на концах участка;  $E$  – ЭДС, действующая на участке;  $R$  – сопротивление участка цепи;  $G$  – проводимость ветви. ЭДС выбирают со знаком плюс, если источник работает в режиме генератора, т.е. направления ЭДС и тока на данном участке совпадают, со знаком минус для источника-потребителя, если направления ЭДС и тока противоположны [1, 2, 3, 5, 6].

Для неоднородного участка цепи 1 с источником ЭДС (рис. 1.1) закон Ома имеет вид

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E}{r_0}. \quad (1.2)$$

Для однородного участка цепи 2 с внешним сопротивлением  $R$  (см. рис. 1.1) закон Ома записывают в виде [3, 5]:



$$I = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{R}. \quad (1.3)$$

Для замкнутой одноконтурной электрической цепи (см. рис. 1.1), содержащей источник ЭДС, ток по закону Ома равен [3, 5]:

$$I = \frac{E}{R + r_0}. \quad (1.4)$$

Рис. 1.1. Схема электрической цепи

Применение *законов Кирхгофа* к линейной электрической цепи позволяет получить систему линейных уравнений относительно токов или напряжений и найти значения токов во всех ветвях цепи.

Согласно *первому закону Кирхгофа*, алгебраическая сумма токов в любом узле электрической цепи равна нулю [3, 5]:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0, \quad (1.5)$$

где  $n$  – число токов, сходящихся в узле. Токи, входящие и выходящие из узла, в уравнении должны учитываться с разными знаками, например, входящие в узел токи – со знаком плюс, выходящие из узла токи – со знаком минус.

Согласно *второму закону Кирхгофа*, алгебраическая сумма напряжений участков любого контура электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^m U_k = 0, \quad (1.6)$$

где  $m$  – число участков контура. Со знаком плюс записываются напряжения, положительные направления которых совпадают с произвольно выбранным направлением обхода контура, и со знаком минус – противоположно направленные, или наоборот [3, 5].

В частности, для контура схемы замещения цепи, содержащего только источники ЭДС и резистивные элементы, алгебраическая сумма напряжений на резистивных элементах равна алгебраической сумме ЭДС [3, 5]:

$$\sum_{k=1}^m R_k I_k = \sum_{i=1}^n E_i, \quad (1.7)$$

где  $m$  – число резистивных элементов;  $n$  – число источников ЭДС в контуре. Со знаком плюс записываются ЭДС и токи, положительные направления которых совпадают с произвольно выбранным направлением обхода контура, и со знаком минус – противоположно направленные, или наоборот.

### 1.1.2. Потенциальная диаграмма электрической цепи

Для анализа электрических цепей постоянного тока используют *потенциальную диаграмму*  $\phi(R)$  – график зависимости потенциалов точек цепи от величины сопротивлений участков между этими точками, выполненный в масштабе [1, 2, 3, 5, 6].

Потенциальную диаграмму строят для контура цепи: выбирают исходную точку, потенциал которой принимают равным нулю; определяют потенциалы остальных точек контура, используя закон Ома для участка цепи.

Рассмотрим пример построения потенциальной диаграммы для схемы, изображённой на рис. 1.2, *а*. За исходную точку принимаем точку *a*,  $\varphi_a = 0$ . Относительно этой точки в произвольном направлении рассчитываются потенциалы всех точек контура.

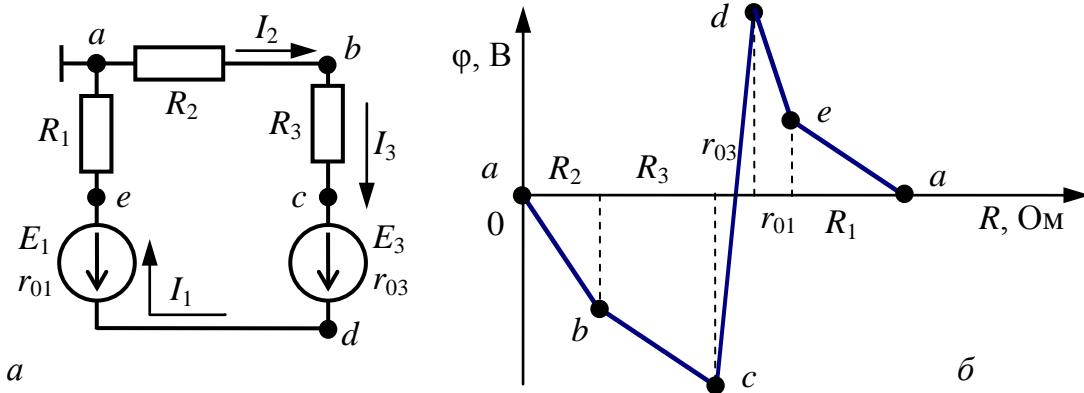


Рис. 1.2. Пример построения потенциальной диаграммы:  
*а* – контур сложной электрической цепи; *б* – потенциальная диаграмма

Потенциал точки, следующей за приёмником электрической энергии по направлению тока, будет меньше потенциала предыдущей на величину падения напряжения на этом участке:

$$\varphi_b = \varphi_a - I_2 R_2;$$

$$\varphi_c = \varphi_b - I_3 R_3.$$

Потенциал точки, следующей за источником-генератором по направлению тока, будет больше потенциала предыдущей на величину напряжения этого источника:

$$\varphi_d = \varphi_c + (E_3 - I_3 r_{03}).$$

Потенциал точки, следующей за источником-потребителем по направлению тока, будет меньше потенциала предыдущей на величину напряжения этого источника:

$$\varphi_e = \varphi_d - (E_1 + I_1 r_{01}).$$

Последняя расчётная точка контура является исходной, поэтому её значение должно получиться таким же, как исходно принятое:

$$\varphi_a = \varphi_e - I_1 R_1 = 0.$$

Потенциальная диаграмма представляет собой построенный в масштабе график зависимости потенциалов точек цепи от величины сопротивлений участков между этими точками (рис. 1.2, б). Сопротивления откладываются последовательно друг за другом в порядке следования их по контуру, т.е. от точки до точки.

### 1.1.3. Эквивалентные преобразования в резистивных цепях

В электрических цепях резисторы соединяются последовательно, параллельно или смешанно [1, 2, 3, 5, 6].

Соединение резисторов называется *последовательным*, если каждый элемент соединён не более чем с двумя другими, причём так, что с каждым из них у него есть только одна общая точка. Это означает, что в последовательном соединении не может быть узлов и, как следствие, во всех элементах протекает один и тот же ток. Общее напряжение при последовательном соединении равно сумме напряжений на отдельных участках (рис. 1.3, а). В соответствии со вторым законом Кирхгофа и законом Ома

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I = (R_1 + R_2 + R_3) I = RI.$$

Поэтому

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

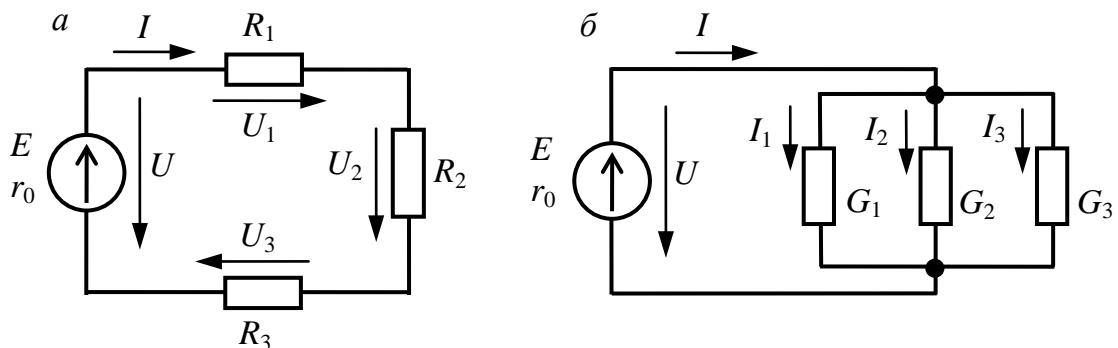


Рис. 1.3. Соединение резистивных элементов:  
а – последовательное; б – параллельное

Эквивалентное сопротивление цепи, состоящей из последовательно соединённых резисторов, равно сумме сопротивлений этих резисторов.

$$R = \sum_{k=1}^n R_k. \quad (1.8)$$

Резисторы включены *параллельно*, если они присоединены к одной и той же паре узлов (рис. 1.3, б).

Напряжения на параллельно соединённых резисторах одинаковы. Пользуясь первым законом Кирхгофа и законом Ома, можно записать

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = G_1 U + G_2 U + G_3 U = (G_1 + G_2 + G_3) U = G U.$$

Следовательно,

$$G = G_1 + G_2 + G_3.$$

При параллельном соединении складывают проводимости участков цепи

$$G = \sum_{k=1}^n G_k \quad \text{или} \quad \frac{1}{R} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}. \quad (1.9)$$

При параллельном соединении токи в ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей.

*Смешанное соединение* – это сочетание последовательного и параллельного соединений. Для каждого смешанного соединения можно найти эквивалентное сопротивление путём последовательных эквивалентных преобразований. Рассмотрим эту задачу на примере схемы рис. 1.4.

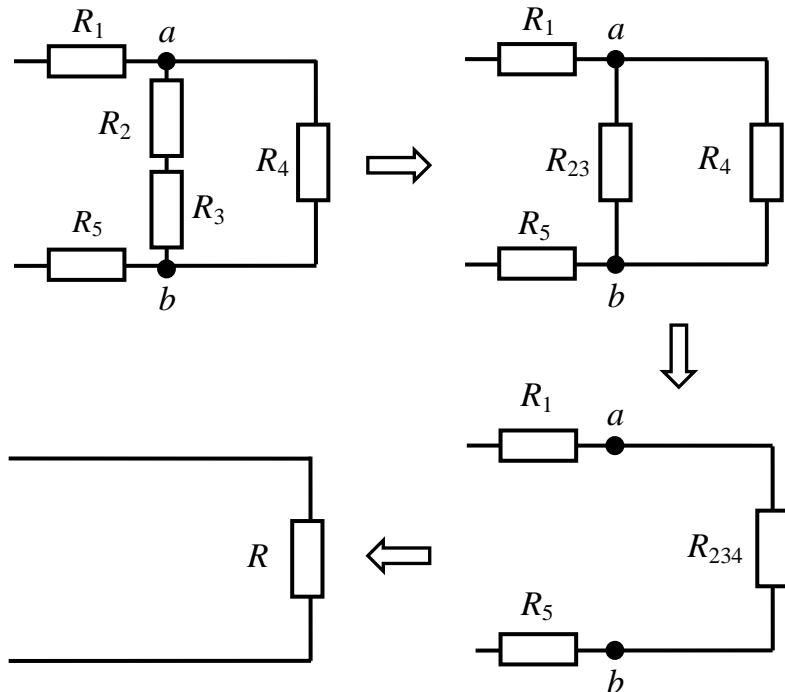


Рис. 1.4. Эквивалентное преобразование смешанного соединения

Здесь изображены четыре ветви. В первую входит резистор  $R_1$ ; во вторую резисторы  $R_2$  и  $R_3$ ; в третью резистор  $R_4$  и в четвёртую –  $R_5$ . Вторая и третья ветви включены параллельно, т.к. обе соединены с узлами  $a$  и  $b$ . Однако из этого не следует, что параллельно соединены между собой элементы этих ветвей. Это было бы справедливо только в том случае, если бы обе ветви состояли из одного элемента. На первом этапе эквивалентное преобразование возможно только для последовательного соединения  $R_2$  и  $R_3$  во второй ветви:  $R_{23} = R_2 + R_3$ . Теперь каждая из параллельных ветвей состоит из одного элемента, они образуют параллельное соединение, для которого эквивалентное сопротивление

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_4} = \frac{R_{23} + R_4}{R_{23}R_4} = \frac{R_2 + R_3 + R_4}{(R_2 + R_3)R_4}, \quad R_{234} = \frac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

В результате получили последовательное соединение резисторов с эквивалентным сопротивлением

$$R = R_1 + R_5 + R_{234} = R_1 + R_5 + \frac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

В сложных цепях встречаются соединения, которые нельзя свести к комбинации последовательных и параллельных. К ним относятся соединения *звездой* и *треугольником*. Взаимное преобразование этих соединений часто позволяет получить более простые смешанные соединения.

В общем случае схему замещения цепи по схеме «*n*-лучевой звезды» из резистивных элементов можно заменить эквивалентной схемой в виде «*n*-стороннего *треугольника*». Обратное преобразование возможно в ограниченном числе случаев.

В частности, преобразования в обоих направлениях возможны для случая *треугольника* (рис. 1.5, *а*) и *трёхлучевой звезды* (рис. 1.5, *б*).

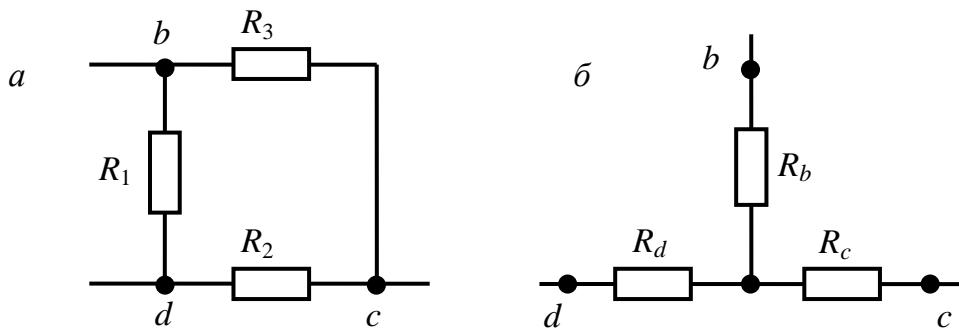


Рис. 1.5. Схемы соединения резистивных элементов:  
*а* – треугольник; *б* – звезда

Эквивалентность схем треугольника и звезды получается приравниванием значений сопротивлений и проводимостей между одноимёнными узлами этих схем, отсоединённых от остальной части цепи. Поэтому при таком эквивалентном преобразовании токи в проводах, подходящих к преобразуемой схеме, и напряжения между узлами не меняют ни величин, ни направлений. Такой вид преобразования возможен только для участков, не содержащих источников электрической энергии.

При преобразовании треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду используют формулы

$$R_b = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_c = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_d = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (1.10)$$

Возможно обратное преобразование звезды сопротивлений в эквивалентный треугольник. Сопротивления ветви треугольника при таком преобразовании вычисляются следующим образом:

$$\begin{cases} R_1 = R_{bd} = R_b + R_d + \frac{R_b R_d}{R_c}; \\ R_2 = R_{cd} = R_c + R_d + \frac{R_c R_d}{R_b}; \\ R_3 = R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_d}. \end{cases} \quad (1.11)$$

#### 1.1.4. Методы расчёта цепей постоянного тока

*Применение законов Кирхгофа для расчёта электрических цепей.* Устанавливается число неизвестных токов  $p = p_B - p_T$ , где  $p_B$  – общее количество ветвей цепи,  $p_T$  – количество ветвей с источниками тока. Устанавливается число узлов  $q$ , число независимых контуров  $n = [p - (q - 1)]$ . Для каждой ветви задаются положительным направлением тока. Число уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, равно  $(q - 1)$ . Количество уравнений на единицу меньше числа узлов, потому что ток каждой ветви входит с разными знаками в уравнения для соединяемых ею узлов. Сумма слагаемых уравнений всех узлов тождественно равна нулю. Число уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, равно  $n$ . При их составлении следует выбирать независимые контуры, не содержащие источников тока.

Общее количество уравнений, составленных по законам Кирхгофа, должно быть равно  $p$  [5, 6].

С помощью законов Ома и Кирхгофа можно рассчитать режим работы любой электрической цепи. Однако порядок системы уравнений может быть большим. Для упрощения вычислений применяют различные расчётные методы: контурных токов, узловых потенциалов, эквивалентного источника и т.д. Все эти методы основаны на законах Ома и Кирхгофа.

*Метод эквивалентных преобразований.* Сущность метода заключается в том, чтобы сложную разветвлённую цепь с помощью эквивалентных преобразований привести к простейшей одноконтурной цепи, включающей ветвь с искомым током, значение которого определяется затем по закону Ома. К эквивалентным преобразованиям относятся [5, 6]:

- преобразование представления источников электрической энергии. Под этим преобразованием понимается переход от представления источника электрической энергии параллельным соединением источника тока и внутренней проводимости к последовательному соединению источника ЭДС и внутреннего сопротивления, а также обратное преобразование;
- замена последовательных и параллельных соединений однотипных элементов эквивалентными одиночными элементами;
- преобразование соединений звезда – треугольник и треугольник – звезда.

*Метод эквивалентного генератора.* Для нахождения тока в произвольной ветви всю внешнюю по отношению к ней электрическую цепь представляют в виде некоторого эквивалентного генератора с ЭДС  $E_{\mathcal{E}}$  и сопротивлением  $R_{\mathcal{E}}$ . Тогда ток в этой ветви можно определить по закону Ома [5, 6].

ЭДС эквивалентного генератора  $E_{\mathcal{E}}$  и его внутреннее сопротивление  $R_{\mathcal{E}}$  равны соответственно разности потенциалов и сопротивлению между точками (узлами) электрической цепи, к которым подключена ветвь с искомым током *в режиме холостого хода*, т.е. в режиме, когда эта ветвь отключена.

Искомую ЭДС можно вычислить любым методом анализа электрических цепей. При определении внутреннего сопротивления  $R_{\mathcal{E}}$  источники электрической энергии должны быть заменены эквивалентными сопротивлениями: источники ЭДС – нулевыми сопротивлениями, т.е. коротким замыканием точек подключения, а источники

тока – бесконечно большими сопротивлениями, т.е. разрывом цепи между точками подключения.

*Метод контурных токов.* Метод основывается на том свойстве, что ток в любой ветви цепи может быть представлен в виде алгебраической суммы независимых контурных токов, протекающих по этой ветви. При использовании данного метода вначале выбирают и обозначают независимые контурные токи (по любой ветви цепи должен протекать хотя бы один контурный ток). Общее число независимых контурных токов равно  $[p_B - (q - 1)]$ . Рекомендуется выбирать  $p_T$  контурных токов так, чтобы каждый из них проходил через один источник тока (эти контурные токи можно считать совпадающими с соответствующими токами источников тока:  $J_1, J_2, \dots, J_{p_T}$ , и они обычно являются заданными условиями задачи), а оставшиеся  $n = [p - (q - 1)]$  контурных токов выбирать проходящими по ветвям, не содержащим источников тока. Для определения последних составляют по второму закону Кирхгофа для этих контуров  $n$  уравнений в виде [5, 6]:

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + \dots + R_{1k}I_{1k} + \dots + R_{1n}I_{nn} + R_{1n+1}J_1 + \dots + R_{1n+p_T}J_{p_T} = E_{11}; \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + \dots + R_{2k}I_{2k} + \dots + R_{2n}I_{nn} + R_{2n+1}J_1 + \dots + R_{2n+p_T}J_{p_T} = E_{22}; \\ \dots \\ R_{k1}I_{11} + R_{k2}I_{22} + \dots + R_{kk}I_{kk} + \dots + R_{kn}I_{nn} + R_{kn+1}J_1 + \dots + R_{kn+p_T}J_{p_T} = E_{kk}; \\ \dots \\ R_{n1}I_{11} + R_{n2}I_{22} + \dots + R_{nk}I_{nk} + \dots + R_{nn}I_{nn} + R_{nn+1}J_1 + \dots + R_{nn+p_T}J_{p_T} = E_{nn}, \end{cases} \quad (1.12)$$

где  $R_{kk}$  – сумма сопротивлений всех ветвей, входящих в контур  $k$ , всегда положительное собственное сопротивление контура;  $R_{kl} = R_{lk}$  – сумма сопротивлений элементов, общих для контуров  $k$  и  $l$ , причём если направления контурных токов в общей для контуров  $k$  и  $l$  ветви совпадают, то значение коэффициента  $R_{kl}$  положительно, в противном случае оно отрицательно;  $E_{kk}$  – алгебраическая сумма ЭДС источников, включенных в ветви, образующие контур  $k$ ;  $R_{kk+m}$  – общее сопротивление  $k$  контура с контуром, содержащим источник тока  $J_m$ .

Неизвестные токи во внешних ветвях цепи будут равны соответствующим контурным токам, а токи во внутренних ветвях, смежных для нескольких контуров, определяются методом наложения контурных токов в ветви. При этом искомый ток внутренней ветви равен сумме смежных контурных токов при совпадении их направлений в ветви и разности – при их встречном направлении.

*Метод узловых потенциалов.* Метод узловых потенциалов позволяет уменьшить число совместно решаемых уравнений до  $(q - 1)$ . Метод основан на применении первого закона Кирхгофа и заключается в следующем [5, 6]:

- один узел схемы цепи принимаем базисным с нулевым потенциалом. Такое допущение не изменяет значения токов в ветвях, так как ток в каждой ветви зависит только от разности потенциалов узлов, а не от действительных значений потенциалов;
- для остальных  $(q - 1)$  узлов составляем уравнения по первому закону Кирхгофа, выражая токи ветвей через потенциалы узлов, применяя закон Ома;
- решением составленной системы уравнений определяем потенциалы  $(q - 1)$  узлов относительно базисного, а затем токи ветвей по обобщенному закону Ома.

*Принцип и метод суперпозиции (наложения).* Для линейных электрических цепей справедлив принцип суперпозиции, заключающийся в том, что реакция электрической цепи на суммарное воздействие равна сумме реакций на элементарные воздействия. Под реакцией электрической цепи понимается режим работы, который устанавливается в результате действия ЭДС источников электрической энергии. Метод наложения непосредственно следует из принципа суперпозиции и заключается в том, что ток в любой ветви линейной электрической цепи можно определить в виде суммы токов, создаваемых каждым источником в отдельности. Очевидно, что этот метод целесообразно применять в цепях с небольшим количеством источников [5, 6].

Рассмотрим применение метода наложения на примере расчёта схемы на рис. 1.6, *а*.

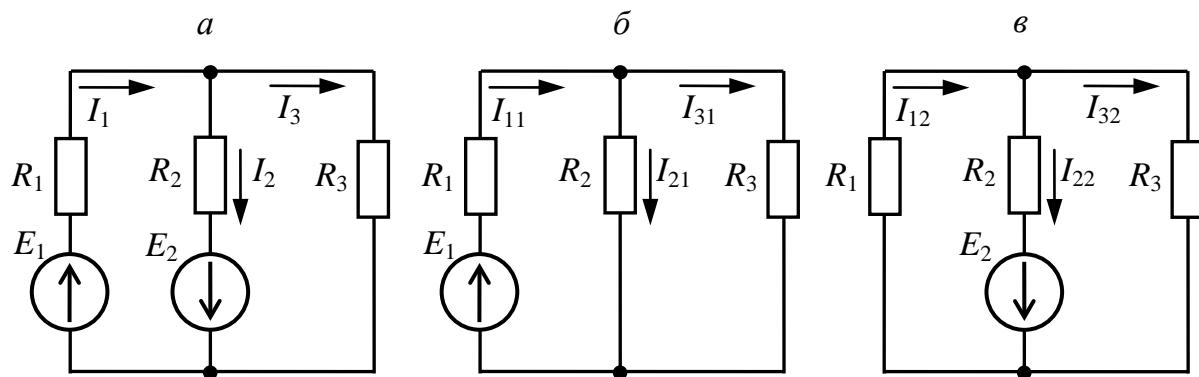


Рис. 1.6. Метод наложения

В цепи действуют два источника ЭДС. Отключим второй источник, заменив его нулевым внутренним сопротивлением ( $r = 0$ ). Тогда схема цепи будет соответствовать рис. 1.6, б, и для неё токи можно легко рассчитать, пользуясь, например, эквивалентным преобразованием и законом Ома:

$$I_{11} = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}};$$

$$U_{23} = I_{11} \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3};$$

$$I_{21} = \frac{U_{23}}{R_2} = \frac{I_{11} R_3}{R_2 + R_3};$$

$$I_{31} = I_{11} - I_{21}.$$

Ток  $I_{21}$  можно найти, используя правило распределения токов по двум параллельным ветвям: ток в каждой из ветвей пропорционален отношению сопротивления другой ветви к суммарному сопротивлению обеих ветвей.

Отключим теперь первый источник и аналогичным методом определим токи в цепи (рис. 1.6, в):

$$I_{22} = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}; \quad I_{12} = \frac{I_{22} R_3}{R_1 + R_3}; \quad I_{32} = I_{12} - I_{22}.$$

Складывая токи, создаваемые отдельными источниками с учётом их направлений, получим искомые токи

$$I_1 = I_{11} + I_{12}; \quad I_2 = I_{21} + I_{22}; \quad I_3 = I_{31} + I_{32}.$$

### 1.1.5. Баланс мощностей

Для любой электрической цепи суммарная мощность  $P_H$ , развиваемая источниками электрической энергии (источниками тока и ЭДС), равна суммарной мощности  $P_{\Pi}$ , расходуемой потребителями (резисторами) [5, 6]:

$$\sum_k P_{Ik} = \sum_m P_{\Pi m}. \quad (1.13)$$

Мощность, рассеиваемая резистором [5, 6],

$$P_R = RI^2, \quad (1.14)$$

Суммарная мощность  $P_E$  источников электрической энергии включает мощность источника ЭДС [5, 6]:

$$P_E = \pm EI, \quad (1.15)$$

мощность источника тока [5, 6]:

$$P_J = \pm U_J J. \quad (1.16)$$

Мощности, рассеиваемые резисторами, всегда положительные, в то время как мощности источников электрической энергии в зависимости от соотношения направления падений напряжения и тока в них могут иметь любой знак. Если направление протекания тока через источник противоположно падению напряжения на нём, то мощность источника положительна, т.е. он отдаёт энергию в электрическую цепь. В противном случае мощность источника отрицательна и он является потребителем электрической энергии. Следует заметить, что направление падения напряжения всегда противоположно направлению ЭДС, поэтому для источника ЭДС условием положительной мощности является совпадение направлений ЭДС и тока [5, 6].

## 1.2. Пример расчёта разветвлённой электрической цепи постоянного тока

Для схемы замещения электрической цепи, представленной на рис. 1.7, необходимо:

1. Рассчитать значения всех неизвестных токов, используя:
  - законы Кирхгофа;
  - метод контурных токов;
  - метод узловых потенциалов.
2. Рассчитать ток любой ветви, не содержащей источник тока:
  - методом эквивалентных преобразований;
  - методом эквивалентного генератора.
3. Рассчитать баланс мощностей цепи.
4. Построить потенциальную диаграмму для внешнего контура.

*Исходные данные* для расчёта:

Параметры источников энергии:  $E_3 = 10$  В,  $E_4 = 20$  В,  $J_6 = 2$  А.

Параметры потребителей:  $R_1 = 1$  Ом,  $R_2 = 2$  Ом,  $R_3 = 3$  Ом,  $R_4 = 4$  Ом,  $R_5 = 5$  Ом.

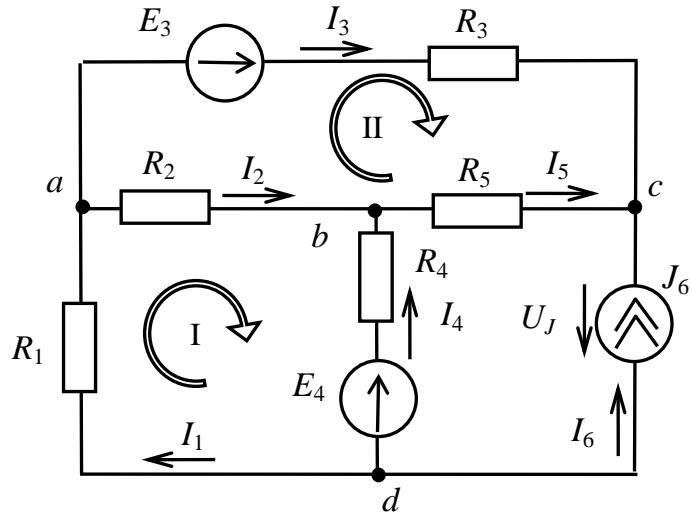


Рис. 1.7. Расчётная схема цепи постоянного тока

**Методика расчёта.** Всего в схеме шесть ветвей  $p_B = 6$ , ветвей с источниками тока  $p_T = 1$ , число неизвестных токов равно  $p = p_B - p_T = 5$ , количество узлов –  $q = 4$ , число уравнений по первому закону Кирхгофа –  $(q - 1) = 4 - 1 = 3$ , число уравнений по второму закону Кирхгофа –  $n = [p - (q - 1)] = 2$ .

Выберем положительные направления токов и обозначим их стрелками. Выберем и обозначим стрелками направления обхода двух независимых контуров: I, II. Составим систему уравнений по законам Кирхгофа согласно формулам (1.5) и (1.7).

Для узла  $a$ :

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0;$$

для узла  $b$ :

$$I_2 + I_4 - I_5 = 0;$$

для узла  $c$ :

$$I_3 + I_5 + I_6 = 0 \text{ или } I_3 + I_5 = -J_6;$$

для контура I:

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_4 I_4 = -E_4;$$

для контура II:

$$-R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_5 I_5 = E_3.$$

Полученные уравнения после подстановки в них числовых значений будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0; \\ I_2 + I_4 - I_5 = 0; \\ I_3 + I_5 = -2; \\ I_1 + 2I_2 - 4I_4 = -20; \\ -2I_2 + 3I_3 - 5I_5 = 10. \end{cases}$$

Решение данной системы даёт числовые значения искомых токов

$$I_1 = -4,24 \text{ A}; I_2 = -3,39 \text{ A}; I_3 = -0,85 \text{ A}; I_4 = 2,24 \text{ A}; I_5 = -1,15 \text{ A}.$$

Рассмотрим *применение метода контурных токов* для расчёта токов.

Выберем направления контурных токов (рис. 1.8), которые обозначим  $I_{11}$ ,  $I_{22}$  и  $J_6$  (последний известен).

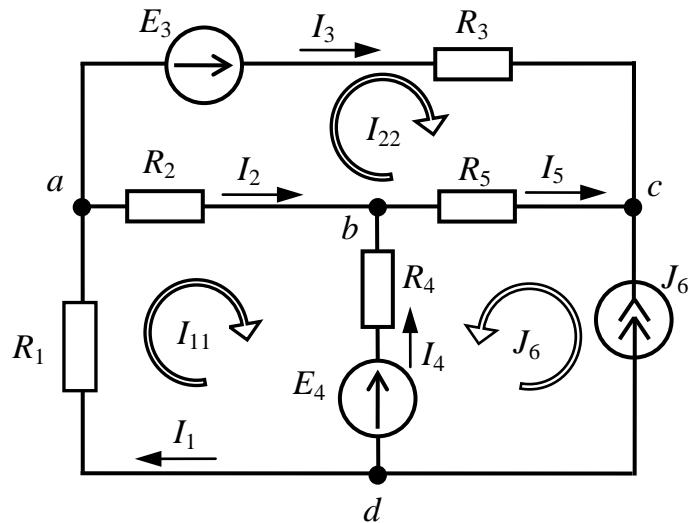


Рис. 1.8. Применение метода контурных токов

Составим систему уравнений по второму закону Кирхгофа для контуров с токами  $I_{11}$  и  $I_{22}$  (1.12):

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_4)I_{11} - R_2 I_{22} + R_4 J_6 = -E_4; \\ -R_2 I_{11} + (R_2 + R_3 + R_5)I_{22} + R_5 J_6 = E_3. \end{cases}$$

После подстановки числовых значений имеем

$$\begin{cases} 7I_{11} - 2I_{22} + 8 = -20; \\ -2I_{11} + 10I_{22} + 10 = 10. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7I_{11} - 2I_{22} = -28; \\ -2I_{11} + 10I_{22} = 0. \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений, найдём контурные токи

$$I_{11} = -4,24 \text{ A}, I_{22} = -0,85 \text{ A},$$

токи в ветвях определяем как алгебраическую сумму независимых контурных токов.

Ток  $I_1$  имеет направление контурного тока  $I_{11}$  и равен

$$I_1 = I_{11} = -4,24 \text{ A.}$$

Ток  $I_2$  получится от наложения контурных токов  $I_{11}$  и  $I_{22}$  и будет равен

$$I_2 = I_{11} - I_{22} = -4,24 + 0,85 = -3,39 \text{ A.}$$

Ток  $I_3$  совпадает с контурным током  $I_{22}$  и равен

$$I_3 = I_{22} = -0,85 \text{ A.}$$

Ток  $I_4$  получится от наложения контурных токов  $I_{11}$  и  $J_6$  и будет равен

$$I_4 = -(I_{11} + J_6) = 4,24 - 2 = 2,24 \text{ A.}$$

Ток  $I_5$  получится от наложения контурных токов  $I_{22}$  и  $J_6$  и будет равен

$$I_5 = -(I_{22} + J_6) = 0,85 - 2 = -1,15 \text{ A.}$$

Рассмотрим *применение метода узловых потенциалов* для расчёта токов.

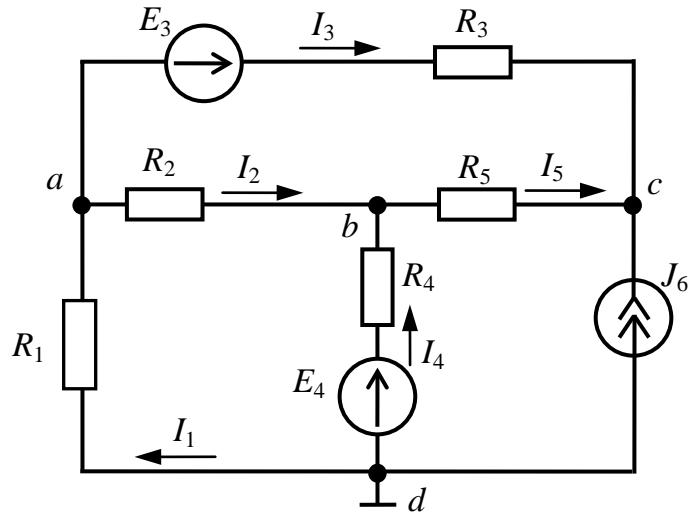


Рис. 1.9. Применение метода узловых потенциалов

Примем равным нулю потенциал узла  $d$ ,  $\varphi_d = 0$  (рис. 1.9). Для остальных узлов составим уравнения по первому закону Кирхгофа:

для узла  $a$   $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ ;

для узла  $b$   $I_2 + I_4 - I_5 = 0$ ;

для узла  $c$   $I_3 + I_5 - J_6 = 0$  или  $I_3 + I_5 = -2$ .

Выразим токи ветвей, применяя закон Ома (1.2), (1.3):

$$I_1 = G_1(\varphi_d - \varphi_a) = -G_1\varphi_a;$$

$$I_2 = G_2(\varphi_a - \varphi_b);$$

$$I_3 = G_3(\varphi_a - \varphi_c + E_3);$$

$$I_4 = G_4(\varphi_d - \varphi_b + E_4) = G_4(-\varphi_b + E_4);$$

$$I_5 = G_5(\varphi_b - \varphi_c).$$

Проводимости ветвей

$$G_1 = 1/R_1 = 1 \text{ См}; G_2 = 1/R_2 = 0,5 \text{ См}; G_3 = 1/R_3 = 0,333 \text{ См};$$

$$G_4 = 1/R_4 = 0,25 \text{ См}; G_5 = 1/R_5 = 0,2 \text{ См}.$$

Система уравнений по первому закону Кирхгофа имеет вид

$$\begin{cases} -G_1\varphi_a - G_2(\varphi_a - \varphi_b) - G_3(\varphi_a - \varphi_c + E_3) = 0; \\ G_2(\varphi_a - \varphi_b) + G_4(-\varphi_b + E_4) - G_5(\varphi_b - \varphi_c) = 0; \\ G_3(\varphi_a - \varphi_c + E_3) + G_5(\varphi_b - \varphi_c) = -2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(G_1 + G_2 + G_3)\varphi_a + G_2\varphi_b + G_3\varphi_c = G_3E_3; \\ G_2\varphi_a - (G_2 + G_4 + G_5)\varphi_b + G_5\varphi_c = -G_4E_4; \\ G_3\varphi_a + G_5\varphi_b - (G_3 + G_5)\varphi_c = -G_3E_3 - 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1,833\varphi_a + 0,5\varphi_b + 0,333\varphi_c = 3,33; \\ 0,5\varphi_a - 0,95\varphi_b + 0,2\varphi_c = -5; \\ 0,333\varphi_a + 0,2\varphi_b - 0,533\varphi_c = -5,33. \end{cases}$$

Решение данной системы даёт числовые значения потенциалов узлов расчётной схемы

$$\varphi_a = 4,242 \text{ В}; \varphi_b = 11,031 \text{ В}; \varphi_c = 16,790 \text{ В}.$$

Подставив полученные значения потенциалов в уравнения закона Ома, получим значения токов ветвей:

$$I_1 = -4,24 \text{ А};$$

$$I_2 = 0,5(4,242 - 11,031) = -3,39 \text{ А};$$

$$I_3 = 0,333(4,242 - 16,790 + 10) = -0,85 \text{ А};$$

$$I_4 = 0,25(-11,031 + 20) = 2,24 \text{ А};$$

$$I_5 = 0,2(11,031 - 19,790) = -1,15 \text{ А}.$$

Значения искомых токов, определённые тремя расчётными методами совпадают.

Применим метод эквивалентных преобразований для определения тока  $I_3$  (рис. 1.10).

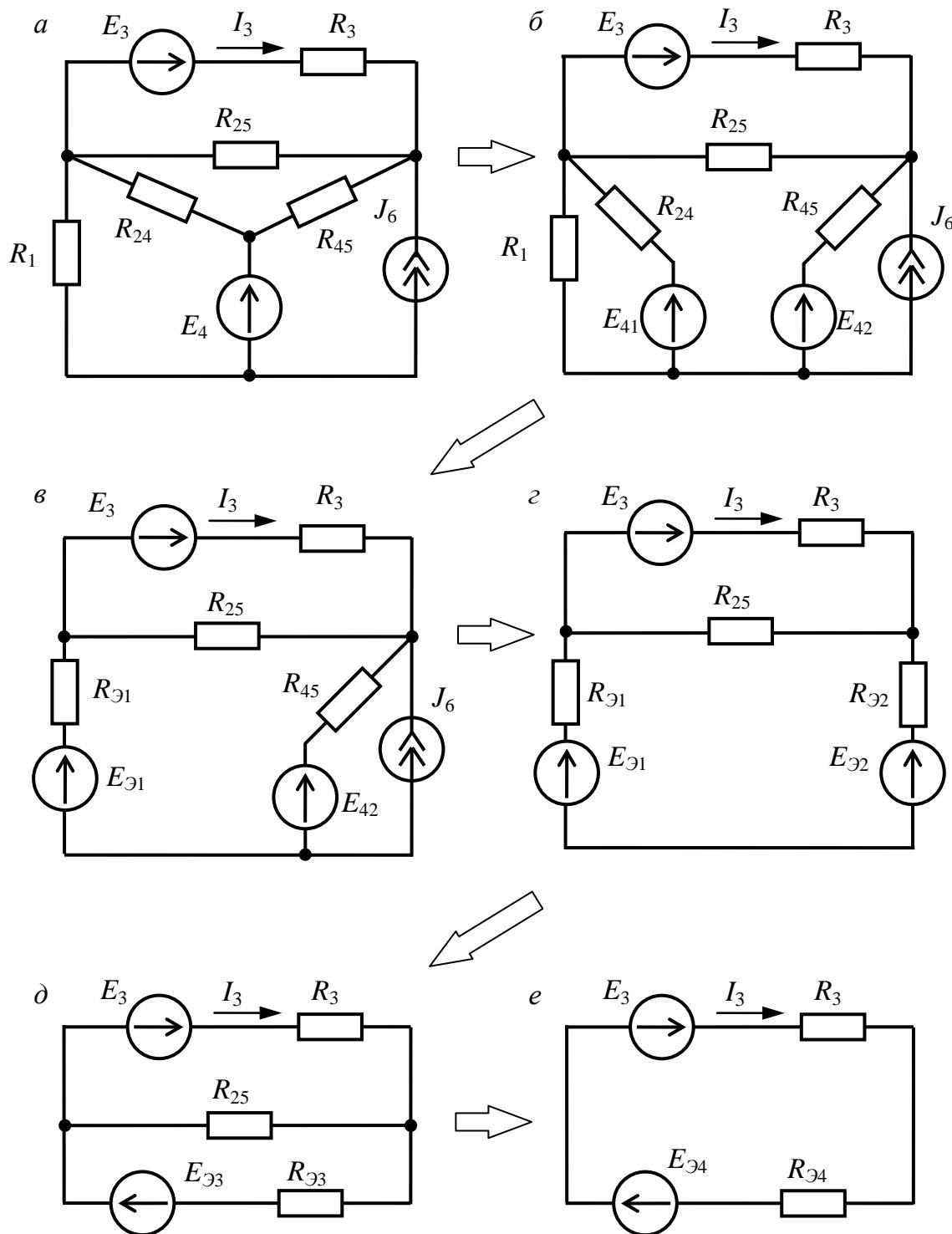


Рис. 1.10. Применение метода эквивалентных преобразований

Заменим звезду  $R_2R_4R_5$  на треугольник (рис. 1.10, *a*). Значения сопротивлений  $R_{24}$ ,  $R_{25}$ ,  $R_{45}$  определим по формулам (1.11):

$$R_{24} = R_2 + R_4 + R_2R_4/R_5 = 7,6 \text{ Ом};$$

$$R_{25} = R_2 + R_5 + R_2R_5/R_4 = 9,5 \text{ Ом};$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 + R_4R_5/R_2 = 19 \text{ Ом}.$$

«Расщепим»  $E_4$  (рис. 1.10, *б*):  $E_{41} = E_{42} = 20$  В.

Параллельное соединение  $R_1 \parallel E_{41}R_{24}$  заменим на эквивалентное (рис. 1.10, *в*):

$$R_{\vartheta 1} = R_1R_{24}/(R_1 + R_{24}) = 0,88 \text{ Ом};$$

$$E_{\vartheta 1} = (E_{41}/R_{24}) \cdot R_{\vartheta 1} = 2,32 \text{ В}.$$

Параллельное соединение  $J_6 \parallel E_{42}R_{45}$  заменим на эквивалентное (рис. 1.10, *г*):

$$R_{\vartheta 2} = R_{45} = 19 \text{ Ом};$$

$$E_{\vartheta 2} = (J_6 + E_{42}/R_{45})R_{\vartheta 2} = J_6R_{\vartheta 2} + E_{42} = 58 \text{ В}.$$

Последовательные соединения  $E_{\vartheta 1}$ ,  $E_{\vartheta 2}$  и  $R_{\vartheta 1}$ ,  $R_{\vartheta 2}$  заменим на эквивалентное (рис. 1.10, *д*):

$$E_{\vartheta 3} = E_{\vartheta 1} - E_{\vartheta 2} = -55,68 \text{ В};$$

$$R_{\vartheta 3} = R_{\vartheta 1} + R_{\vartheta 2} = 19,88 \text{ Ом}.$$

Параллельное соединение  $E_{\vartheta 3}R_{\vartheta 3} \parallel R_{25}$  заменим на эквивалентное (рис. 1.10, *е*):

$$R_{\vartheta 4} = R_{\vartheta 3}R_{25}/(R_{\vartheta 3} + R_{25}) = 6,43 \text{ Ом};$$

$$E_{\vartheta 4} = (E_{\vartheta 3}/R_{\vartheta 3}) \cdot R_{\vartheta 4} = -18 \text{ В}.$$

Согласно закону Ома (1.4) искомый ток будет определяться как

$$I_3 = \frac{E_3 + E_{\vartheta 4}}{R_3 + R_{\vartheta 4}} = \frac{10 - 18}{3 + 6,43} = -0,85 \text{ А.}$$

Применим метод эквивалентного генератора для определения тока  $I_3$ .

Обозначим положительное направление искомого тока  $I_3$ . Выделив ветвь и искомым током, представим исходную схему (рис. 1.7) схемой с эквивалентным генератором (рис. 1.11, *а*).

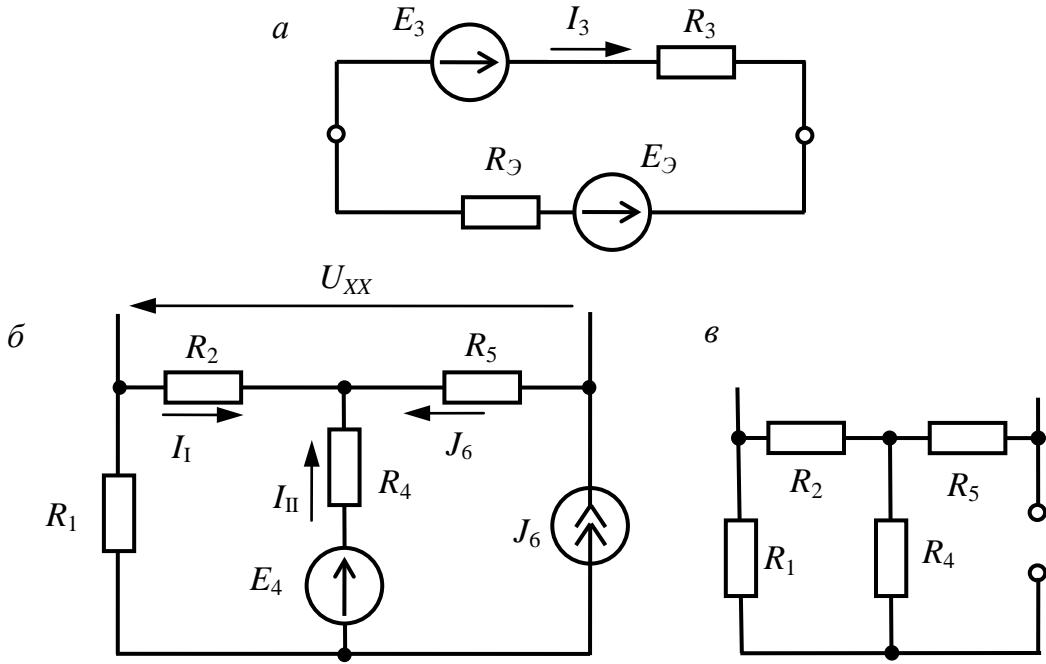


Рис. 1.11. Применение метода эквивалентного генератора

Изобразим схему режима холостого хода (рис. 1.11,  $\delta$ ), обозначим новые токи в ветвях  $I_I$  и  $I_{II}$ .

Напряжение холостого хода  $U_{XX} = E_{\mathcal{E}}$  можно вычислить по второму закону Кирхгофа:

$$U_{XX} + R_2 I_I - R_5 J_6 = 0;$$

$$U_{XX} = -R_2 I_I + R_5 J_6.$$

Определим ток  $I_I$  по законам Кирхгофа

$$\begin{cases} I_I + I_{II} = -J_6; \\ (R_1 + R_2) I_I - R_4 I_{II} = -E_4. \end{cases}$$

Подставив числовые значения параметров, получим

$$\begin{cases} I_I + I_{II} = -2; \\ 3I_I - 4I_{II} = -20. \end{cases}$$

Решение данной системы:

$$I_I = -4 \text{ A};$$

$$I_{II} = 2 \text{ A}.$$

Тогда  $E_{\mathcal{E}} = U_{XX} = -2 \cdot (-4) + 5 \cdot 2 = 18 \text{ В.}$

Найдём сопротивление  $R_3$ . Для этого преобразуем предыдущую схему, удалив из неё источники (рис. 1.11, *в*).

$$R_3 = \frac{(R_1 + R_4)R_2}{R_1 + R_4 + R_2} = 6,43 \text{ Ом.}$$

Возвращаясь к схеме с эквивалентным генератором (рис. 1.11, *а*), искомый ток находим по закону Ома

$$I_3 = \frac{E_3 - E_2}{R_3 + R_2} = \frac{10 - 18}{3 + 6,43} = -0,85 \text{ А.}$$

*Составим баланс мощностей для схемы на рис. 1.7.*

Суммарная мощность источников тока и ЭДС

$$\sum P_H = E_3 I_3 + E_4 I_4 + J_6 U_J.$$

Падение напряжения на источнике тока  $U_J$  определяем по второму закону Кирхгофа для контура, содержащего источник тока:

$$U_J + R_4 I_4 + R_5 I_5 = E_4;$$

$$U_J = E_4 - R_4 I_4 - R_5 I_5 = 16,79 \text{ В.}$$

Тогда

$$\sum P_H = 69,88 \text{ Вт.}$$

Суммарная мощность приёмников

$$\sum P_H = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 = 69,81 \text{ Вт.}$$

$\sum P_H \approx \sum P_H$ , следовательно, баланс мощностей имеет место.

*Построим потенциальную диаграмму для внешнего контура*

За исходную точку принимаем точку  $d$ ,  $\varphi_d = 0$  (рис. 1.12, *а*). Относительно этой точки в произвольном направлении рассчитываются потенциалы всех точек контура по закону Ома (1.2), (1.3).

Ток первой ветви

$$I_1 = (\varphi_d - \varphi_a) / R_1.$$

Тогда потенциал точки  $a$

$$\varphi_a = \varphi_d - I_1 R_1 = 0 - (-4,24) \cdot 1 = 4,24 \text{ В.}$$

Ток первой ветви

$$I_3 = (\varphi_a - \varphi_c + E_3) / R_3.$$

Тогда потенциал точки  $c$

$$\varphi_c = \varphi_a + E_3 - I_3 R_3 = 4,24 + 10 - (-0,85) \cdot 3 = 16,79 \text{ В.}$$

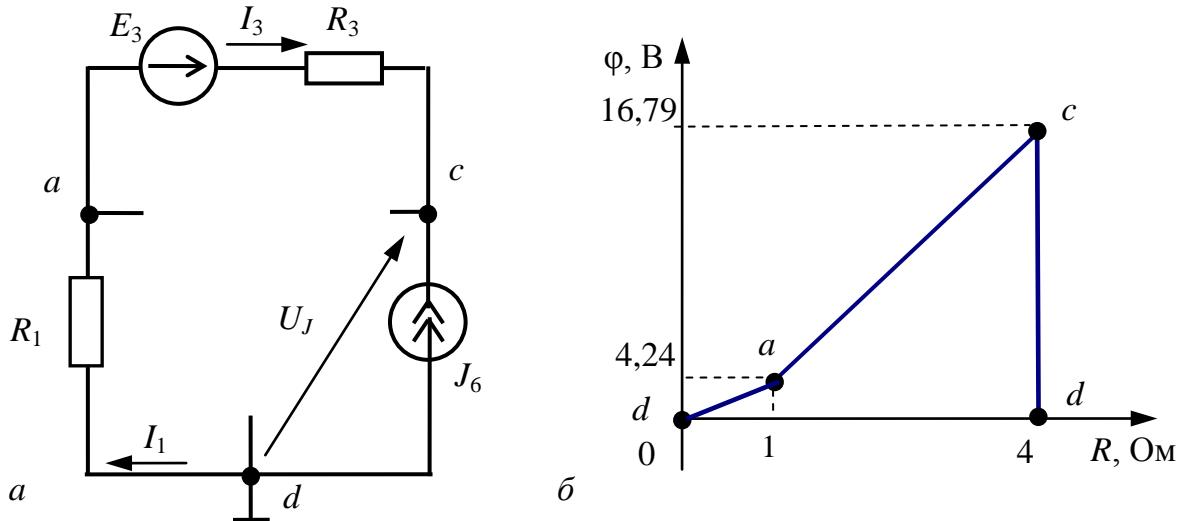


Рис. 1.12. Потенциальная диаграмма для внешнего контура

Так как сопротивление идеального источника тока  $J_6$  равно нулю, потенциал точки  $d$  определяем через падение напряжения  $U_J$  на источнике.

$$\Phi_d = \Phi_c - U_J = 16,79 - 16,79 = 0.$$

Так как рассчитанный потенциал  $\Phi_d$  оказался равным исходно принятому значению, то расчёт потенциалов точек цепи можно считать верным. Потенциальная диаграмма представлена на рис. 1.12, б.

### 1.3. Исходные данные для расчёта

Для расчёта на рис. 1.13 приведены различные схемы замещения электрических цепей постоянного тока.

Вариант исходных данных для расчёта состоит из номера схемы и буквы набора параметров цепи (например, «2б»). Параметры источников и резисторов для электрических цепей приведены в табл. 1.1.

Согласно примеру для своего варианта исходных данных необходимо:

1. Рассчитать значения всех неизвестных токов, используя:
  - законы Кирхгофа;
  - метод контурных токов;
  - метод узловых потенциалов.
2. Рассчитать ток любой ветви, не содержащей источник тока:
  - методом эквивалентных преобразований;
  - методом эквивалентного генератора.
3. Рассчитать баланс мощностей цепи.
4. Построить потенциальную диаграмму для внешнего контура.

Схема 1

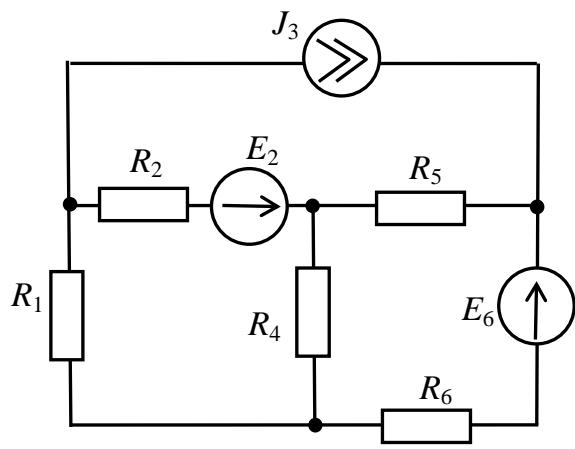


Схема 2

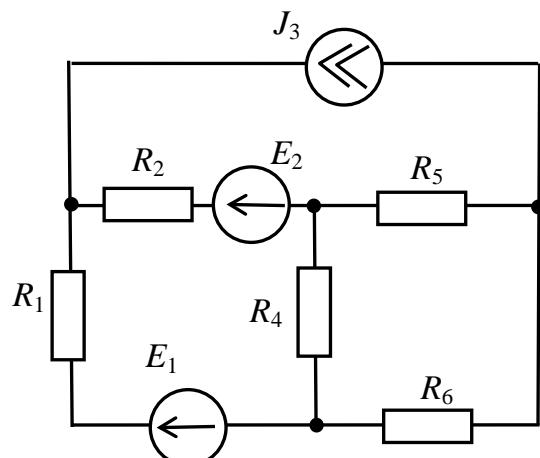


Схема 3

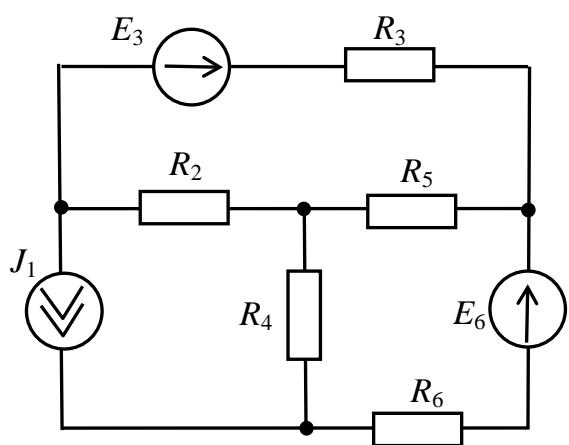


Схема 4

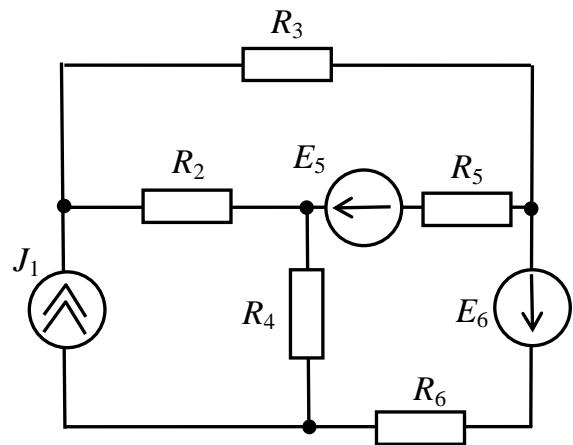


Схема 5

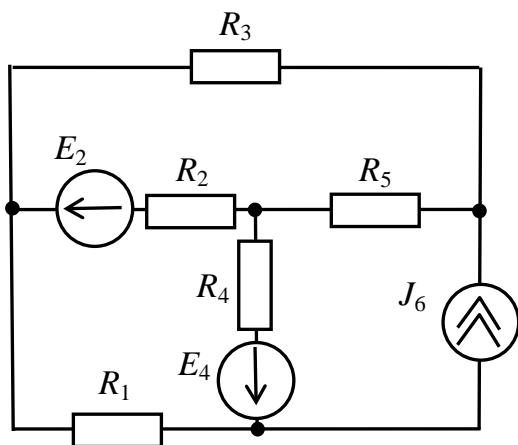


Схема 6

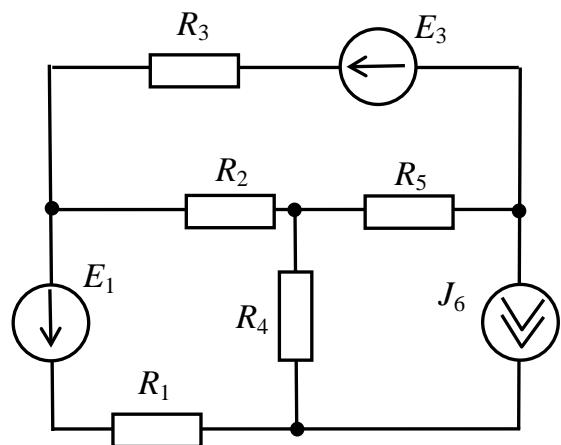


Рис. 1.13. Схемы замещения электрических цепей постоянного тока

Таблица 1.1

## Параметры электрических цепей постоянного тока

Вар.	Параметры источников	Параметры резисторов, Ом				
		<i>R</i> <sub>1</sub>	<i>R</i> <sub>2</sub>	<i>R</i> <sub>4</sub>	<i>R</i> <sub>5</sub>	<i>R</i> <sub>6</sub>
Схема 1						
а	$J_3 = 0,5 \text{ А}; E_2 = 5 \text{ В}; E_6 = 40 \text{ В}$	2	5	6	2	9
б	$J_3 = 0,6 \text{ А}; E_2 = 12 \text{ В}; E_6 = 30 \text{ В}$	1	8	7	4	6
в	$J_3 = 0,7 \text{ А}; E_2 = 14 \text{ В}; E_6 = 25 \text{ В}$	9	4	4	3	2
г	$J_3 = 0,8 \text{ А}; E_2 = 36 \text{ В}; E_6 = 20 \text{ В}$	6	5	3	1	2
д	$J_3 = 0,9 \text{ А}; E_2 = 38 \text{ В}; E_6 = 15 \text{ В}$	5	1	3	9	3
е	$J_3 = 1,0 \text{ А}; E_2 = 26 \text{ В}; E_6 = 10 \text{ В}$	3	4	7	2	7
ж	$J_3 = 1,1 \text{ А}; E_2 = 22 \text{ В}; E_6 = 5 \text{ В}$	1	1	4	2	3
з	$J_3 = 1,2 \text{ А}; E_2 = 24 \text{ В}; E_6 = 18 \text{ В}$	5	7	1	8	4
и	$J_3 = 1,3 \text{ А}; E_2 = 15 \text{ В}; E_6 = 26 \text{ В}$	5	4	7	2	9
к	$J_3 = 1,4 \text{ А}; E_2 = 12 \text{ В}; E_6 = 32 \text{ В}$	9	5	5	4	1
Схема 2		<i>R</i> <sub>1</sub>	<i>R</i> <sub>2</sub>	<i>R</i> <sub>4</sub>	<i>R</i> <sub>5</sub>	<i>R</i> <sub>6</sub>
а	$J_3 = 1,5 \text{ А}; E_1 = 35 \text{ В}; E_2 = 12 \text{ В}$	2	9	3	9	8
б	$J_3 = 1,6 \text{ А}; E_1 = 40 \text{ В}; E_2 = 14 \text{ В}$	6	9	3	8	2
в	$J_3 = 1,7 \text{ А}; E_1 = 26 \text{ В}; E_2 = 16 \text{ В}$	9	6	8	5	5
г	$J_3 = 1,8 \text{ А}; E_1 = 24 \text{ В}; E_2 = 18 \text{ В}$	2	6	7	1	9
д	$J_3 = 1,9 \text{ А}; E_1 = 5 \text{ В}; E_2 = 20 \text{ В}$	5	7	1	2	4
е	$J_3 = 2,0 \text{ А}; E_1 = 10 \text{ В}; E_2 = 22 \text{ В}$	8	6	2	5	4
ж	$J_3 = 2,1 \text{ А}; E_1 = 48 \text{ В}; E_2 = 24 \text{ В}$	3	4	8	5	6
з	$J_3 = 2,2 \text{ А}; E_1 = 36 \text{ В}; E_2 = 12 \text{ В}$	7	5	4	3	5
и	$J_3 = 2,3 \text{ А}; E_1 = 14 \text{ В}; E_2 = 28 \text{ В}$	8	4	4	5	2
к	$J_3 = 2,4 \text{ А}; E_1 = 12 \text{ В}; E_2 = 30 \text{ В}$	6	7	4	6	1
Схема 3		<i>R</i> <sub>2</sub>	<i>R</i> <sub>3</sub>	<i>R</i> <sub>4</sub>	<i>R</i> <sub>5</sub>	<i>R</i> <sub>6</sub>
а	$J_1 = 2,5 \text{ А}; E_3 = 12 \text{ В}; E_6 = 40 \text{ В}$	6	2	6	8	5
б	$J_1 = 2,4 \text{ А}; E_3 = 15 \text{ В}; E_6 = 38 \text{ В}$	9	1	1	4	8
в	$J_1 = 2,3 \text{ А}; E_3 = 18 \text{ В}; E_6 = 36 \text{ В}$	2	8	10	3	7
г	$J_1 = 2,2 \text{ А}; E_3 = 21 \text{ В}; E_6 = 34 \text{ В}$	3	4	5	5	2
д	$J_1 = 2,1 \text{ А}; E_3 = 24 \text{ В}; E_6 = 32 \text{ В}$	4	7	8	1	8
е	$J_1 = 2,0 \text{ А}; E_3 = 27 \text{ В}; E_6 = 30 \text{ В}$	6	3	3	9	2
ж	$J_1 = 1,8 \text{ А}; E_3 = 30 \text{ В}; E_6 = 28 \text{ В}$	5	7	8	4	1
з	$J_1 = 1,6 \text{ А}; E_3 = 33 \text{ В}; E_6 = 26 \text{ В}$	9	10	9	1	4
и	$J_1 = 1,5 \text{ А}; E_3 = 35 \text{ В}; E_6 = 24 \text{ В}$	5	8	5	3	3
к	$J_1 = 1,4 \text{ А}; E_3 = 38 \text{ В}; E_6 = 22 \text{ В}$	8	2	8	7	6

Схема 4		$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$R_6$
а	$J_1 = 1,3 \text{ А}; E_5 = 5 \text{ В}; E_6 = 48 \text{ В}$	5	1	3	9	3
б	$J_1 = 1,2 \text{ А}; E_5 = 15 \text{ В}; E_6 = 44 \text{ В}$	3	4	5	5	2
в	$J_1 = 1,1 \text{ А}; E_5 = 25 \text{ В}; E_6 = 40 \text{ В}$	7	5	4	3	5
г	$J_1 = 1,0 \text{ А}; E_5 = 20 \text{ В}; E_6 = 36 \text{ В}$	1	1	4	2	3
д	$J_1 = 0,9 \text{ А}; E_5 = 25 \text{ В}; E_6 = 32 \text{ В}$	6	5	3	1	2
е	$J_1 = 0,8 \text{ А}; E_5 = 30 \text{ В}; E_6 = 28 \text{ В}$	2	10	10	3	7
ж	$J_1 = 0,7 \text{ А}; E_5 = 35 \text{ В}; E_6 = 24 \text{ В}$	2	9	3	9	8
з	$J_1 = 0,6 \text{ А}; E_5 = 40 \text{ В}; E_6 = 20 \text{ В}$	1	8	7	4	6
и	$J_1 = 0,5 \text{ А}; E_5 = 45 \text{ В}; E_6 = 16 \text{ В}$	9	10	9	1	4
к	$J_1 = 0,4 \text{ А}; E_5 = 50 \text{ В}; E_6 = 12 \text{ В}$	6	3	3	9	2
Схема 5		$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$
а	$J_6 = 0,5 \text{ А}; E_2 = 45 \text{ В}; E_4 = 11 \text{ В}$	2	5	6	2	9
б	$J_6 = 0,6 \text{ А}; E_2 = 43 \text{ В}; E_4 = 15 \text{ В}$	9	4	4	3	2
в	$J_6 = 0,7 \text{ А}; E_2 = 41 \text{ В}; E_4 = 19 \text{ В}$	6	5	3	1	2
г	$J_6 = 0,8 \text{ А}; E_2 = 39 \text{ В}; E_4 = 23 \text{ В}$	3	4	7	2	7
д	$J_6 = 0,9 \text{ А}; E_2 = 37 \text{ В}; E_4 = 27 \text{ В}$	5	7	1	8	4
е	$J_6 = 1,0 \text{ А}; E_2 = 35 \text{ В}; E_4 = 31 \text{ В}$	6	2	6	8	5
ж	$J_6 = 1,1 \text{ А}; E_2 = 33 \text{ В}; E_4 = 35 \text{ В}$	2	9	3	9	8
з	$J_6 = 1,2 \text{ А}; E_2 = 31 \text{ В}; E_4 = 39 \text{ В}$	9	6	8	5	5
и	$J_6 = 1,3 \text{ А}; E_2 = 29 \text{ В}; E_4 = 43 \text{ В}$	5	7	1	2	4
к	$J_6 = 1,4 \text{ А}; E_2 = 27 \text{ В}; E_4 = 47 \text{ В}$	3	4	8	5	6
Схема 6		$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$
а	$J_6 = 1,5 \text{ А}; E_1 = 50 \text{ В}; E_3 = 15 \text{ В}$	1	8	7	4	6
б	$J_6 = 1,6 \text{ А}; E_1 = 45 \text{ В}; E_3 = 20 \text{ В}$	6	5	3	1	2
в	$J_6 = 1,7 \text{ А}; E_1 = 40 \text{ В}; E_3 = 25 \text{ В}$	5	1	3	9	3
г	$J_6 = 1,8 \text{ А}; E_1 = 35 \text{ В}; E_3 = 30 \text{ В}$	5	7	5	8	4
д	$J_6 = 1,9 \text{ А}; E_1 = 30 \text{ В}; E_3 = 35 \text{ В}$	9	5	8	4	2
е	$J_6 = 2,0 \text{ А}; E_1 = 25 \text{ В}; E_3 = 40 \text{ В}$	6	9	10	8	4
ж	$J_6 = 2,1 \text{ А}; E_1 = 20 \text{ В}; E_3 = 45 \text{ В}$	2	6	7	1	9
з	$J_6 = 2,2 \text{ А}; E_1 = 15 \text{ В}; E_3 = 50 \text{ В}$	8	6	10	5	4
и	$J_6 = 2,3 \text{ А}; E_1 = 10 \text{ В}; E_3 = 55 \text{ В}$	7	5	4	3	10
к	$J_6 = 2,4 \text{ А}; E_1 = 5 \text{ В}; E_3 = 60 \text{ В}$	4	7	8	6	9

## Контрольные вопросы и задания

1. Какие виды преобразования электрической энергии происходят в источниках и приёмниках энергии?
2. Какие элементы относят к пассивным и активным элементам электрической цепи?
3. Дайте определения топологическим параметрам схемы замещения электрической цепи: ветвь, узел, контур.
4. Сформулируйте законы Ома и Кирхгофа.
5. Как построить потенциальную диаграмму для контура электрической цепи?
6. Как определить число уравнений, составляемых по первому и второму законам Кирхгофа, для расчёта разветвлённой цепи постоянного тока?
7. Сформулируйте основные принципы, на которых основан метод контурных токов.
8. Перечислите этапы расчёта токов в ветвях разветвлённой электрической цепи по методу узловых потенциалов.
9. Когда применяются методы эквивалентных преобразований и эквивалентного генератора? Приведите примеры эквивалентных преобразований в резистивных цепях.
10. Сформулируйте баланс мощности для цепи постоянного тока. Как выбирают знаки мощности источника в уравнении баланса мощности электрической цепи?

## 2. РАСЧЁТ ОДНОФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

### 2.1. Основные понятия, параметры и зависимости

#### 2.1.1. Способы представления синусоидальных величин

Мгновенное значение *синусоидально изменяющейся с течением времени величины* [1, 2, 3, 5, 6],

$$a(t) = A_m \sin(\omega t + \psi_a), \quad (2.1)$$

где  $A_m$  – максимальное значение или амплитуда;  $(\omega t + \psi_a)$  – фаза;  $\psi_a$  – начальная фаза;  $\omega$  – угловая частота, рад/с.

Период  $T$  (с), угловая частота  $\omega$  и частота  $f$  (Гц) связаны соотношением [5, 6]:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; f = \frac{1}{T}. \quad (2.2)$$

Аналитическое представление синусоидальных функций неудобно при расчётах, т.к. приводит к громоздким тригонометрическим выражениям. Поэтому при анализе цепей переменного тока эти функции представляют в виде векторов, что позволяет перейти от тригонометрических к алгебраическим выражениям и, кроме того, получить наглядное представление о количественных и фазовых соотношениях величин [1, 2, 3, 5, 6].

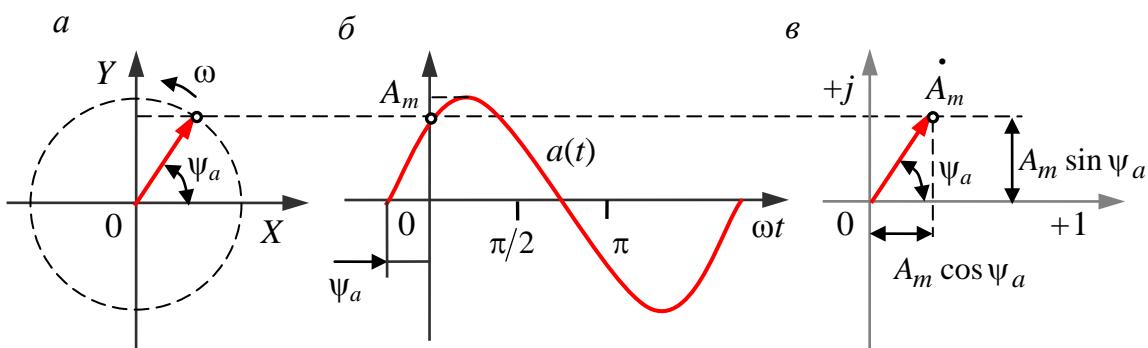


Рис. 2.1. Способы представления синусоидальной величины:  
 $\alpha$  – вращающимся вектором;  $\beta$  – график изменения величины по фазе;  
 $\gamma$  – на комплексной плоскости

Произвольная синусоидальная функция времени (рис. 2.1,  $\beta$ ) соответствует проекции на ось  $OY$  вектора с модулем, равным  $A_m$ , вращающегося на плоскости  $XOY$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$  из

начального положения, составляющего угол  $\psi_a$  с осью  $OX$  (рис. 2.1, *a*). Если таким же образом на плоскости изобразить несколько векторов, соответствующих разным синусоидальным функциям, имеющим одинаковую частоту, то они будут вращаться совместно, не меняя взаимного положения, которое определяется только начальной фазой этих функций. Поэтому при анализе цепей, в которых все функции имеют одинаковую частоту, её можно исключить из параметров, ограничившись амплитудой и начальной фазой. В этом случае векторы, изображающие синусоидальные функции, будут неподвижными (рис. 2.1, *в*).

Метод представления синусоидальных функций времени изображениями в виде векторов на комплексной плоскости (см. рис. 2.1, *в*) называется символическим методом или методом комплексных амплитуд [1, 2, 3, 5, 6].

Комплексное число, соответствующее точке, в которой находится конец вектора  $\vec{A}_m$ , может быть записано в следующих формах:

– алгебраической:

$$\dot{A}_m = p + jq = A_m(\cos \psi_a + j \sin \psi_a); \quad (2.3)$$

– показательной:

$$\dot{A}_m = A_m e^{j\psi_a}, \quad (2.4)$$

где  $p$  – вещественная часть комплексного числа  $\text{Re}[\dot{A}_m]$ ,  $p = A_m \cos \psi_a$ ;  $q$  – мнимая часть комплексного числа  $\text{Im}[\dot{A}_m]$ ,  $q = A_m \sin \psi_a$ ;  $j$  – мнимая единица или оператор поворота на угол  $\pi/2 = 90^\circ$ ,  $j = \sqrt{-1} = e^{j\frac{\pi}{2}}$ ;  $A_m$  – модуль комплексного числа  $|\dot{A}_m|$ ,

$$A_m = \sqrt{p^2 + q^2}; \quad (2.5)$$

$\psi_a$  – угол или аргумент комплексного числа,

$$\psi_a = \begin{cases} \arctg \frac{q}{p} & \text{при } p > 0, q > 0; \\ \arctg \frac{q}{p} + 180^\circ & \text{при } p < 0, q < 0; \\ \arctg \frac{q}{p} - 180^\circ & \text{при } p < 0, q > 0. \end{cases} \quad (2.6)$$

В соответствии с формулой Эйлера [1, 2, 3, 5, 6]:

$$e^{j\psi_a} = \cos \psi_a + j \sin \psi_a. \quad (2.7)$$

Комплексное число  $\dot{A}_m$ , модуль которого равен амплитуде синусоидальной функции, называется *комплексной амплитудой*. Но амплитуда и действующее значение синусоидальной функции связаны соотношением  $A = A_m / \sqrt{2}$ , поэтому расчёт можно вести сразу для действующих значений, если использовать комплексные числа с соответствующим модулем  $\dot{A} = \dot{A}_m / \sqrt{2}$ . Число  $\dot{A}$  называется *комплексным действующим значением* или просто *комплексным значением*. Применительно к ЭДС, напряжению и току такие комплексные величины ( $\dot{E}, \dot{U}, \dot{I}$ ) называют просто комплексной ЭДС, комплексным напряжением и комплексным током.

Комплексное число  $\overset{*}{A} = p - jq = Ae^{-j\psi_a}$  называется сопряжённым числу  $\dot{A} = p + jq = Ae^{j\psi_a}$ .

Например, для синусоидального тока, определяемого тригонометрическим выражением

$$i = 5\sqrt{2} \sin(314t - 30^\circ),$$

комплексное значение

$$\dot{I} = 5e^{-j30^\circ} = 5 \cos 30^\circ - j5 \sin 30^\circ = 5\sqrt{3}/2 - j5/2;$$

комплексно-сопряжённое значение

$$\overset{*}{I} = 5e^{j30^\circ} = 5\sqrt{3}/2 + j5/2.$$

Алгебраическая форма представления удобна для сложения комплексных чисел,

$$\dot{A}_1 + \dot{A}_2 = (p_1 + p_2) + j(q_1 + q_2), \quad (2.8)$$

а показательная – для умножения и деления:

$$\dot{A}_1 \cdot \dot{A}_2 = A_1 \cdot A_2 \cdot e^{j(\psi_{a1} + \psi_{a2})}; \quad \frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2} = \frac{A_1}{A_2} \cdot e^{j(\psi_{a1} - \psi_{a2})}. \quad (2.9)$$

## 2.1.2. Закон Ома для резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов

Зависимости между токами и напряжениями резистивных, индуктивных и ёмкостных элементов определяются происходящими в них физическими процессами. При анализе цепи переменного тока необходимо рассматривать амплитудные и фазовые отношения между токами и напряжениями [1, 2, 3, 5, 6].

Для мгновенных значений напряжения и тока в *резистивном элементе* справедливо соотношение, определяемое законом Ома [5]:

$$u_R = R i_R,$$

или  $u_R = R I_{Rm} \sin(\omega t + \psi_i) = U_{Rm} \sin(\omega t + \psi_u), \quad (2.10)$

где амплитуды тока и напряжения связаны соотношением

$$U_{Rm} = R I_{Rm}, \quad (2.11)$$

а их начальные фазы одинаковые:

$$\psi_u = \psi_i, \quad (2.12)$$

т.е. ток и напряжение в резистивном элементе изменяются синфазно – совпадают по фазе, как показано на рис. 2.2, *а* для начальной фазы  $\psi_u = \psi_i > 0$ .

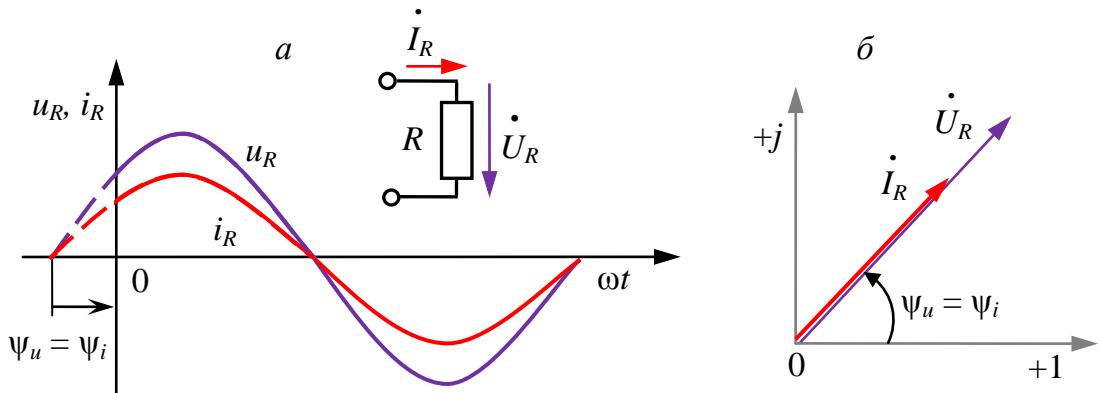


Рис. 2.2. Цепь синусоидального тока с резистивным элементом:

*а* – графики изменения напряжения, тока;

*б* – векторная диаграмма на комплексной плоскости

Действующие значения напряжения  $U_R$  и тока  $I_R$  связаны законом Ома [5]:

$$U_R = R I_R. \quad (2.13)$$

Представив синусоидальные ток и напряжение резистивного элемента соответствующими комплексными значениями

$$\dot{I}_R = I_R e^{j\psi_i} \text{ и } \dot{U}_R = U_R e^{j\psi_u},$$

получим закон *Ома для резистивного элемента в комплексной форме*

$$\dot{U}_R = R \dot{I}_R. \quad (2.14)$$

Соотношение между комплексными значениями тока и напряжения для резистивного элемента наглядно иллюстрируется векторной диаграммой элемента (рис. 2.2, б).

Если в *индуктивном элементе* ток синусоидальный

$$i_L = I_{Lm} \sin(\omega t + \psi_i), \quad (2.15)$$

то по закону электромагнитной индукции на индуктивном элементе появится напряжение [5]:

$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = \omega L I_{Lm} \cos(\omega t + \psi_i) = U_{Lm} \sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right) = U_{Lm} \sin(\omega t + \psi_u), \quad (2.16)$$

где амплитуды тока и напряжения связаны соотношением

$$U_{Lm} = \omega L I_{Lm}, \quad (2.17)$$

а их начальные фазы – соотношением

$$\psi_u = \psi_i + \frac{\pi}{2}. \quad (2.18)$$

На рис. 2.3, а показан график мгновенных значений синусоидальных тока и напряжения индуктивного элемента для  $\psi_i > 0$ , из которого видно, что напряжение опережает ток по фазе на угол

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \frac{\pi}{2}. \quad (2.19)$$

Величина

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \quad (2.20)$$

называется *индуктивным сопротивлением* [Ом], а обратная величина

$$B_L = \frac{1}{\omega L} \quad (2.21)$$

– *индуктивной проводимостью* [См] [5].

Значения величин  $X_L$  и  $B_L$  являются параметрами индуктивных элементов цепей синусоидального тока.

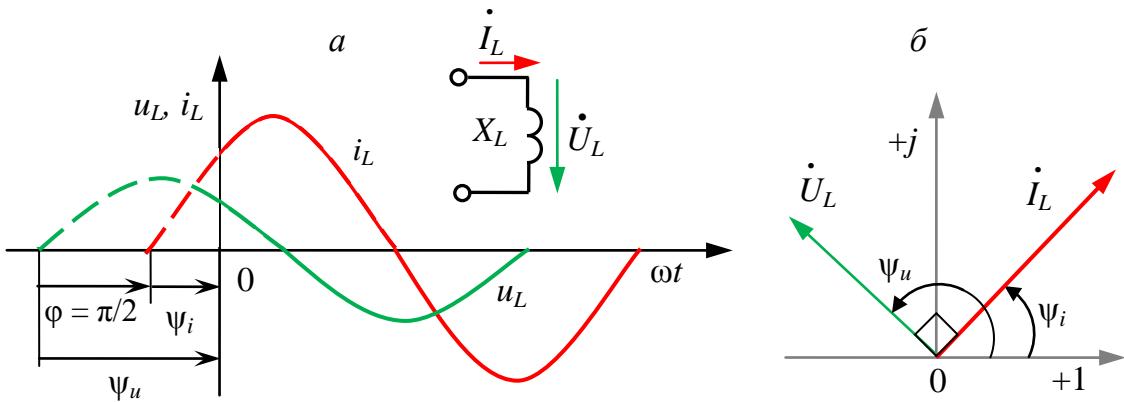


Рис. 2.3. Цепь переменного тока с индуктивным элементом:  
 а – графики изменения напряжения, тока;  
 б – векторная диаграмма на комплексной плоскости

Индуктивное сопротивление пропорционально угловой частоте синусоидального тока, при постоянном токе ( $\omega = 0$ ) оно равно нулю. По этой причине электротехнические устройства, предназначенные для работы в цепи переменного тока, нельзя включать в цепь постоянного тока [5].

Действующие значения тока  $I_L$  и напряжения  $U_L$  на участке цепи переменного тока с реактивным индуктивным сопротивлением  $X_L$  связаны по закону Ома [5]:

$$U_L = X_L I_L. \quad (2.22)$$

Представив синусоидальные ток и напряжение индуктивного элемента соответствующими комплексными значениями

$$\dot{I}_L = I_L e^{j\psi_i} \text{ и } \dot{U}_L = U_L e^{j\psi_u},$$

получим закон Ома для индуктивного элемента в комплексной форме

$$\dot{U}_L = X_L I_L e^{j\psi_u} = X_L I_L e^{j\left(\psi_i + \frac{\pi}{2}\right)} = jX_L \dot{I}_L. \quad (2.23)$$

Входящая в это выражение величина  $jX_L = j\omega L$  называется комплексным сопротивлением индуктивного элемента, а обратная ей величина  $1/(j\omega L) = -jB_L$  – комплексной проводимостью индуктивного элемента [5].

Соотношение между комплексными значениями тока и напряжения для индуктивного элемента наглядно иллюстрируется векторной диаграммой элемента (рис. 2.3, б).

Комплексное значение напряжения на индуктивном элементе можно выразить и через комплексное значение потокосцепления

$$\dot{\Psi} = L\dot{I}_L. \quad (2.24)$$

Тогда выражение (2.23) примет вид

$$\dot{U}_L = -\dot{E}_L = j\omega\dot{\Psi}. \quad (2.25)$$

Полученное уравнение представляет закон электромагнитной индукции в комплексной форме.

Если напряжение между выводами ёмкостного элемента изменяется по синусоидальному закону

$$u_C = U_{Cm} \sin(\omega t + \psi_u), \quad (2.26)$$

то синусоидальный ток [5]:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = \omega C U_{Cm} \cos(\omega t + \psi_u) = I_{Cm} \sin\left(\omega t + \psi_u + \frac{\pi}{2}\right) = I_{Cm} \sin(\omega t + \psi_i), \quad (2.27)$$

где амплитуды тока и напряжения связаны соотношением

$$I_{Cm} = \omega C U_{Cm}, \quad (2.28)$$

а начальные фазы – соотношением

$$\psi_i = \psi_u + \frac{\pi}{2}. \quad (2.29)$$

На рис. 2.4, *a* показан график мгновенных значений синусоидальных тока и напряжения ёмкостного элемента для  $\psi_u > 0$ , из которого видно, что напряжение отстает от тока по фазе на угол  $\pi/2$ , т.е. сдвиг по фазе между напряжением и током

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -\frac{\pi}{2}. \quad (2.30)$$

Величина

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad (2.31)$$

называется ёмкостным сопротивлением [Ом], а обратная величина

$$B_C = \omega C \quad (2.32)$$

– ёмкостной проводимостью [См] [5].

Значения величин  $X_C$  и  $B_C$  являются параметрами ёмкостных элементов цепей синусоидального тока.

В противоположность индуктивному сопротивлению ёмкостное сопротивление уменьшается с увеличением частоты синусоидального тока. При постоянном напряжении ёмкостное сопротивление бесконечно велико. Поэтому конденсатор, подключенный в цепь постоянного тока, ток не пропускает [5].

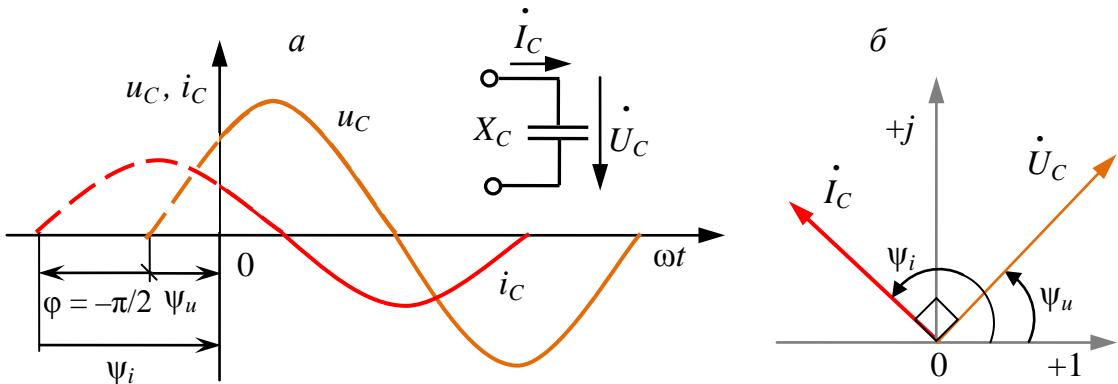


Рис. 2.4. Цепь переменного тока с ёмкостным элементом:  
 $\alpha$  – графики изменения напряжения, тока;  
 $\beta$  – векторная диаграмма на комплексной плоскости

Действующие значения тока  $I_C$  и напряжения  $U_C$  на участке цепи переменного тока с реактивным ёмкостным сопротивлением  $X_C$  связаны по закону Ома [5]:

$$U_C = \frac{I_C}{\omega C} = X_C I_C. \quad (2.33)$$

Представив синусоидальные ток и напряжение ёмкостного элемента соответствующими комплексными значениями

$$\dot{I}_C = I_C e^{j\psi_i} \text{ и } \dot{U}_C = U_C e^{j\psi_u},$$

получим закон Ома для ёмкостного элемента в комплексной форме

$$\dot{U}_C = X_C I_C e^{j\psi_u} = X_C I_C e^{j(\psi_i - \frac{\pi}{2})} = -jX_C \dot{I}_C. \quad (2.34)$$

Величина  $-jX_C = 1/(j\omega C)$  называется комплексным сопротивлением ёмкостного элемента, а обратная ей величина  $j\omega C = jB_C$  – комплексной проводимостью ёмкостного элемента [5].

### 2.1.3. Пассивный двухполюсник в цепи синусоидального тока

Параметром пассивного элемента цепи синусоидального тока (рис. 2.5) является *комплексное сопротивление*  $\underline{Z} = Ze^{j\varphi}$  – комплексное число, равное отношению комплексного напряжения на зажимах данного элемента к комплексному току этого элемента [5, 6],

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + jX = Ze^{j\varphi}, \quad (2.35)$$

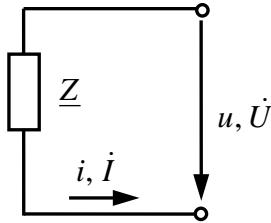


Рис. 2.5. Пассивный элемент

где  $R$  – вещественная часть комплексного сопротивления  $\underline{Z}$ , или активное сопротивление;  $X$  – мнимая часть  $\underline{Z}$ , или реактивное сопротивление цепи, составленное из индуктивного и ёмкостного сопротивлений,  $X = X_L - X_C$ ;  $Z$  – модуль комплексного сопротивления, или полное сопротивление,  $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ ;  $\varphi$  – аргумент  $\underline{Z}$ , равный углу сдвига фаз между током и напряжением ( $\varphi = \psi_u - \psi_i$ ),  $\varphi = \arctg \frac{X}{R}$ .

Отношение комплексного тока в данной цепи к комплексному напряжению на её зажимах называется *комплексной проводимостью* электрической цепи [5, 6]:

$$\underline{Y} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = G - jB = Ye^{-j\varphi} = \frac{1}{Z}, \quad (2.36)$$

где  $G$  – активная проводимость;  $B$  – реактивная проводимость,  $B = B_L - B_C$ ;  $Y$  – полная проводимость,  $Y = \sqrt{G^2 + B^2}$ ;  $\varphi = \arctg \frac{B}{G}$ .

От комплексного сопротивления  $\underline{Z}$  можно всегда перейти к комплексной проводимости  $\underline{Y}$ , пользуясь соотношениями

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{G}{Y^2}; \quad X = \frac{B}{G^2 + B^2} = \frac{B}{Y^2}; \quad (2.37)$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2}; \quad B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2}. \quad (2.38)$$

Закон Ома для участка цепи синусоидального тока имеет вид

$$\dot{U} = \dot{I} \cdot \underline{Z} = \dot{I} / \underline{Y}. \quad (2.39)$$

#### 2.1.4. Последовательное и параллельное соединение сопротивлений

При последовательном соединении участков цепи комплексное эквивалентное сопротивление равно сумме комплексных сопротивлений отдельных участков [5, 6]:

$$\underline{Z} = \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k . \quad (2.40)$$

При параллельном соединении ветвей комплексная эквивалентная проводимость равна сумме комплексных проводимостей ветвей

$$\underline{Y} = \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k . \quad (2.41)$$

В частном случае двух параллельно соединённых сопротивлений  $\underline{Z}_1$  и  $\underline{Z}_2$  эквивалентное комплексное сопротивление

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} . \quad (2.42)$$

Комплексные токи, протекающие в каждой из двух параллельных ветвей, могут быть рассчитаны через комплексный ток  $\dot{I}$  в неразветвлённой части цепи и комплексные сопротивления ветвей по формулам

$$\dot{I}_1 = \dot{I} \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}; \quad \dot{I}_2 = \dot{I} \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} . \quad (2.43)$$

#### 2.1.5. Законы Кирхгофа для цепей синусоидального тока

Для записи уравнений на основании законов Кирхгофа необходимо выбрать положительные направления для всех токов и обозначить их на схеме [5, 6].

*Первый закон Кирхгофа* в комплексной форме в применении к узлу электрической цепи переменного синусоидального тока имеет вид [5, 6]:

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0 . \quad (2.44)$$

При записи этого уравнения токи, направленные к узлу, следует записать со знаком плюс, а направленные от узла – со знаком минус (или наоборот).

Второй закон Кирхгофа применяется к замкнутому контуру цепи переменного синусоидального тока и имеет вид [5, 6]:

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k \underline{Z}_k = \sum_{p=1}^m \dot{E}_p, \quad (2.45)$$

где  $\sum_{p=1}^m \dot{E}_p$  – алгебраическая сумма комплексных ЭДС источников напряжения.

Со знаком плюс записываются те из них, положительные направления которых совпадают с выбранным направлением обхода контура; ЭДС, имеющие направления, противоположные обходу контура, записываются со знаком минус;  $\sum_{k=1}^n \dot{I}_k \underline{Z}_k$  – падения напряжений на комплексных сопротивлениях  $\underline{Z}_k$  отдельных участков. Со знаком минус берутся те, для которых направление тока противоположно направлению обхода контура.

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа следует выбирать независимые контуры, не содержащие источников тока.

### 2.1.6. Комплексная мощность. Баланс мощностей

Комплексная мощность в цепи синусоидального тока определяется по формуле [5, 6]:

$$\underline{S} = \dot{U} \overset{*}{I} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ = Se^{j\varphi}, \quad (2.46)$$

где  $S$  – полная мощность,  $S = UI$ ;  $P$  – активная мощность,  $P = \text{Re}[\underline{S}] = UI \cos \varphi$ ;  $Q$  – реактивная мощность,  $Q = \text{Im}[\underline{S}] = UI \sin \varphi$ ;

$\overset{*}{I}$  – сопряжённый комплекс тока;  $\varphi$  – угол сдвига фазы между током и напряжением.

Баланс мощностей имеет вид [5, 6]:

$$\sum_{p=1}^m \dot{E}_p \overset{*}{I}_p = \sum_{k=1}^n [I_k^2 R_k + jI_k^2 (X_{Lk} - X_{Ck})]. \quad (2.47)$$

Здесь  $\sum_{p=1}^m \dot{E}_p \overset{*}{I}_p = \underline{S}$  – алгебраическая мощность всех источников ЭДС;

положительны те из слагаемых, для которых направление действия ЭДС  $\dot{E}_p$  и соответствующего тока  $\overset{*}{I}_p$  через ЭДС совпадают, в про-

тивном случае слагаемое отрицательно;  $\sum_{k=1}^n I_k^2 R_k = P$  – алгебраическая сумма мощностей на активных сопротивлениях (здесь должны быть учтены как внешние сопротивления, так и сопротивления самих источников энергии);  $\sum_{k=1}^n I_k^2 X_{Lk} - \sum_{k=1}^n I_k^2 X_{Ck} = Q$  – алгебраическая сумма мощностей на реактивных сопротивлениях.

## 2.2. Пример расчёта однофазной цепи синусоидального тока

При расчёте цепей переменного тока посредством комплексных чисел остаются справедливыми все методы расчёта, применяемые для цепей постоянного тока. При этом во всех уравнениях ЭДС, напряжения, токи, сопротивления и проводимости должны быть записаны в комплексной форме.

Рассмотрим пример расчёта разветвлённой однофазной цепи синусоидального тока с одним источником переменной ЭДС, имеющей следующие электрические параметры:

- мгновенное значение напряжения на участке цепи  $u_{R2}(t) = 100\sin(200t - 60^\circ)$ .
- величины резистивных сопротивлений  $R_2 = R_3 = 5 \text{ Ом}$ ;
- величина индуктивности  $L_1 = 10 \text{ мГн}$ ;
- величина ёмкости  $C_3 = 500 \text{ мкФ}$ .

Схема замещения разветвлённой однофазной электрической цепи представлена на рис. 2.6, *а*.

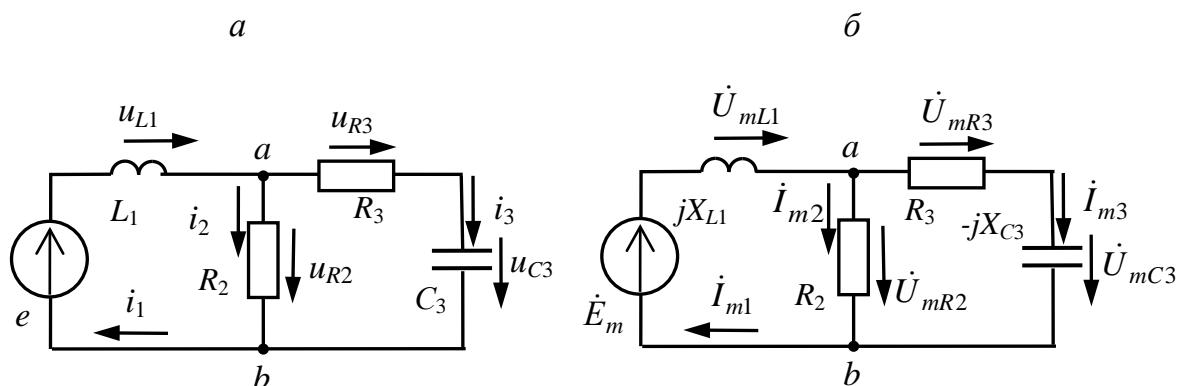


Рис. 2.6. Разветвлённая цепь синусоидального тока:  
*а*) схема замещения; *б*) расчётная схема

Для вышеприведенной однофазной цепи необходимо:

1. Найти мгновенные и действующие значения токов в ветвях, применяя:

- законы Кирхгофа;
- метод контурных токов;
- метод эквивалентных преобразований.

2. Найти мгновенные и действующие значения ЭДС и напряжений на всех элементах.

3. Составить баланс мощностей цепи.

4. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

### Методика расчёта:

На рис. 2.6, б изображена расчётная схема электрической цепи, для которой исходные данные о параметрах всех элементов представлены в комплексной форме. Выберем положительные направления неизвестных токов в ветвях (рис. 2.6, а) и совпадающие с направлениями токов положительные направления напряжений на пассивных элементах, положительные направления соответствующих комплексных значений тока и напряжения такие же (рис. 2.6, б).

Представим напряжение  $u_{R2}$  в комплексной форме (2.4):

$$\dot{U}_{mR2} = 100e^{-j60^\circ}.$$

Определим комплексные значения индуктивного и ёмкостного сопротивлений (2.20), (2.21):

$$X_{L1} = \omega L_1 = 200 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 2 \text{ Ом};$$

$$jX_{L1} = j2 = 2e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$X_{C3} = 1/(\omega C_3) = 1/(200 \cdot 500 \cdot 10^{-6}) = 10 \text{ Ом};$$

$$-jX_{C3} = -j10 = 10e^{-j90^\circ} \text{ Ом}.$$

Определение неизвестных токов, напряжений и ЭДС может проводиться любым методом расчёта линейных электрических цепей.

Рассмотрим расчёт данной цепи, применяя законы Кирхгофа и закон Ома.

При выбранных положительных направлениях токов и напряжений составим полную систему уравнений для анализа цепи. По первому закону Кирхгофа (2.44) для узла  $a$ :

$$\dot{I}_{m1} - \dot{I}_{m2} - I_{m3} = 0.$$

По второму закону Кирхгофа (2.45) для двух независимых контуров уравнения имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{U}_{mL1} + \dot{U}_{mR2} &= \dot{E}_m; \\ \dot{U}_{mR3} + \dot{U}_{mC3} - \dot{U}_{mR2} &= 0\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}jX_{L1}\dot{I}_{m1} + R_2\dot{I}_{m2} &= \dot{E}_m; \\ (R_3 - jX_{C3})\dot{I}_{m3} - R_2\dot{I}_{m2} &= 0.\end{aligned}$$

Система уравнений, составленных по законам Кирхгофа, с учётом заданного напряжения

$$\begin{cases} \dot{I}_{m1} - \dot{U}_{mR2}/R_2 - \dot{I}_{m3} = 0; \\ jX_{L1}\dot{I}_{m1} + \dot{U}_{mR2} = \dot{E}_m; \\ (R_3 - jX_{C3})\dot{I}_{m3} - \dot{U}_{mR2} = 0. \end{cases}$$

После подстановки числовых значений система примет вид

$$\begin{cases} \dot{I}_{m1} - \dot{I}_{m3} = 20e^{-j60^\circ} = 10 - j17,32; \\ j2\dot{I}_{m1} - \dot{E}_m = -100e^{-j60^\circ} = -50 + j86,5; \\ (5 - j10)\dot{I}_{m3} = 100e^{-j60^\circ} = 50 - j86,5. \end{cases}$$

Значение тока  $\dot{I}_{m3}$  определяем из третьего уравнения системы

$$\dot{I}_{m3} = \frac{100e^{-j60^\circ}}{11,18e^{-j63,43^\circ}} = 8,94e^{j3,43^\circ} = (8,92 + j0,53) \text{ А},$$

а значение тока  $\dot{I}_{m1}$  – из первого уравнения системы

$$\dot{I}_{m1} = 10 - j17,32 + \dot{I}_{m3} = 18,92 - j16,79 = 25,30e^{-j41,59^\circ} \text{ А.}$$

Комплексную амплитуду ЭДС находим из второго уравнения системы

$$\begin{aligned}\dot{E}_m &= j2\dot{I}_{m1} + 50 - j86,5 = j37,84 + 33,58 + 50 - j86,5 = \\ &= 83,58 - j48,66 = 96,71e^{-j30,21^\circ} \text{ В.}\end{aligned}$$

Величину тока  $\dot{I}_{m2}$  вычислим, используя закон Ома

$$\dot{I}_{m2} = \frac{\dot{U}_{mR2}}{R_2} = \frac{100e^{-j60^\circ}}{5} = 20e^{-j60^\circ} \text{ А.}$$

Рассмотрим применение *метода контурных токов* для цепи, изображённой на рис. 2.6. Применение этого метода позволяет сократить количество одновременно решаемых уравнений с трёх до двух. Обозначим контурный ток контуре с источником ЭДС  $\dot{I}_{m11}$ , в контуре без источника ЭДС –  $\dot{I}_{m22}$ , тогда система уравнений будет иметь вид

$$\begin{cases} (jX_{L1} + R_2)\dot{I}_{m11} - R_2\dot{I}_{m22} = \dot{E}_m; \\ -R_2\dot{I}_{m11} + (R_2 + R_3 - jX_{C3})\dot{I}_{m22} = 0. \end{cases}$$

Комплексные значения токов в ветвях

$$\dot{I}_{m1} = \dot{I}_{m11}; \quad \dot{I}_{m2} = \dot{I}_{m11} - \dot{I}_{m22}; \quad \dot{I}_{m3} = \dot{I}_{m22}.$$

С учётом заданного значения  $u_{R2}$

$$\dot{I}_{m2} = \dot{U}_{mR2}/R_2,$$

контурный ток  $\dot{I}_{m22}$  необходимо представить в виде

$$\dot{I}_{m22} = \dot{I}_{m11} - \dot{I}_{m2} = \dot{I}_{m11} - \dot{U}_{mR2}/R_2.$$

Тогда исходная система уравнений при  $R_2 = R_3$  запишется в виде

$$\begin{cases} (jX_{L1} + R_2)\dot{I}_{m11} - R_2(\dot{I}_{m11} - \dot{U}_{mR2}/R_2) = \dot{E}_m; \\ -R_2\dot{I}_{m11} + (2R_2 - jX_{C3}) \cdot (\dot{I}_{m11} - \dot{U}_{mR2}/R_2) = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} jX_{L1}\dot{I}_{m11} + R_2\dot{I}_{m11} - R_2\dot{I}_{m11} + \dot{U}_{mR2} = \dot{E}_m; \\ -R_2\dot{I}_{m11} + 2R_2\dot{I}_{m11} - jX_{C3}\dot{I}_{m11} - 2\dot{U}_{mR2} + (jX_{C3}/R_2)\dot{U}_{mR2} = 0. \end{cases}$$

Получим систему уравнений относительно неизвестных значений  $\dot{I}_{m11}$  и  $\dot{E}_m$ .

$$\begin{cases} jX_{L1}\dot{I}_{m11} - \dot{E}_m = -\dot{U}_{mR2}; \\ (R_2 - jX_{C3})\dot{I}_{m11} = (2 - jX_{C3}/R_2)\dot{U}_{mR2}. \end{cases}$$

После подстановки числовых значений система примет вид

$$\begin{cases} j2\dot{I}_{m11} - \dot{E}_m = -100e^{-j60^\circ} = -50 + j86,5; \\ (5 - j10)\dot{I}_{m11} = (2 - j2) \cdot 100e^{-j60^\circ}. \end{cases}$$

Из второго уравнения системы найдём значение тока  $\dot{I}_{m11}$ .

$$\dot{I}_{m11} = \frac{2,83e^{-j45^\circ} \cdot 100e^{-j60^\circ}}{11,18e^{-j63,43^\circ}} = 25,31e^{-j41,57^\circ} = (18,94 - j16,79) \text{ А.}$$

## Комплексная амплитуда ЭДС

$$\dot{E}_m = j2(18,94 - j16,79) + 50 - j86,5 = 83,58 - j48,62 = 96,69e^{-j30,19^\circ} \text{ В.}$$

Значение контурного тока  $\dot{I}_{m22}$

$$\dot{I}_{m22} = \dot{I}_{m11} - \dot{U}_{mR2}/R_2 = 18,94 - j16,79 - 10 + j17,3 = (8,94 + j0,51) \text{ А.}$$

Комплексные амплитуды токов в ветвях

$$\dot{I}_{m1} = \dot{I}_{m11}, \dot{I}_{m1} = 25,31e^{-j41,57^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{m2} = \dot{I}_{m11} - \dot{I}_{m22} = 18,94 - j16,79 - 8,94 - j0,51 = 10 - j17,3 = 20e^{-j60^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{m3} = \dot{I}_{m22} = 8,94 + j0,51 = 8,95e^{j3,26^\circ} \text{ А.}$$

Полученные комплексные значения токов и ЭДС практически совпадают с найденными ранее величинами путём непосредственного применения первого и второго законов Кирхгофа.

Для расчёта цепей синусоидального тока также применяют *метод эквивалентных преобразований*.

Проведём эквивалентное преобразование схемы (рис.2.7).

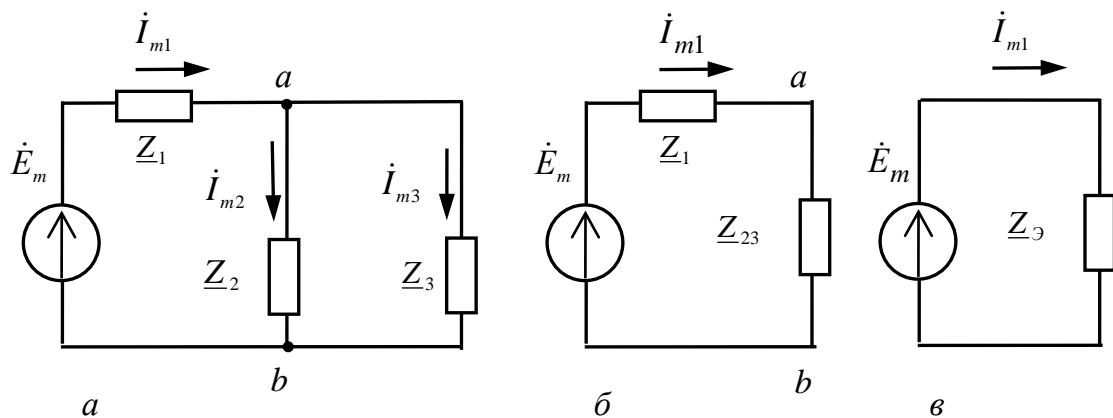


Рис. 2.7. Метод эквивалентных преобразований

Найдём комплексные сопротивления ветвей (рис. 2.7, a):

первой:  $\underline{Z}_1 = jX_{L1} = X_{L1}e^{j90^\circ} = j2 = 2e^{j90^\circ} \text{ Ом;}$

второй:  $\underline{Z}_2 = R_2 = 5 \text{ Ом;}$

третьей:  $\underline{Z}_3 = R_3 - jX_{C3} = 5 - j10 = \sqrt{5^2 + 10^2} \cdot e^{j\arctg\left(\frac{-10}{5}\right)} = 11,18e^{-j63,43^\circ} \text{ Ом.}$

Определим эквивалентное комплексное сопротивление параллельного соединения второй и третьей ветви с токами  $I_2$  и  $I_3$  (рис. 2.7,  $\delta$ ):

$$\underline{Z}_{23} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{5 \cdot 11,18 e^{-j63,43^\circ}}{5 + 5 - j10} = \frac{55,9 e^{-j63,43^\circ}}{14,14 e^{-j45^\circ}} = 3,95 e^{-j18,43^\circ} = 3,95 \cos(-18,43^\circ) + j3,95 \sin(-18,43^\circ) = (3,75 - j1,25) \text{ Ом.}$$

Входное комплексное сопротивление цепи (рис. 2.7,  $\varepsilon$ ):

$$\underline{Z}_{\mathcal{E}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = j2 + 3,75 - j1,25 = 3,75 + j0,75 = 3,82 e^{j11,31^\circ} \text{ Ом.}$$

Поскольку известно напряжение на резистивном элементе  $\dot{U}_{mR2}$ , сначала определяем ток  $\dot{I}_{m2}$  по закону Ома для данного элемента

$$\dot{I}_{m2} = \frac{\dot{U}_{mR2}}{R_2} = \frac{100 e^{-j60^\circ}}{5} = 20 e^{-j60^\circ} \text{ А.}$$

Напряжение между узлами цепи  $a$  и  $b$  по закону Ома (см. рис. 2.7) является напряжением каждой из параллельных ветвей

$$\dot{U}_{mab} = \dot{I}_{m1} \underline{Z}_{23} = \dot{I}_{m2} \underline{Z}_2 = \dot{I}_{m3} \underline{Z}_3 = \dot{U}_{mR2}.$$

Найдём комплексные значения токов  $\dot{I}_{m1}$ ,  $\dot{I}_{m3}$ :

$$\dot{I}_{m1} = \frac{\dot{U}_{mR2}}{\underline{Z}_{23}} = \frac{100 e^{-j60^\circ}}{3,95 e^{-j18,43^\circ}} = 25,32 e^{-j41,57^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{m3} = \frac{\dot{U}_{mR2}}{\underline{Z}_3} = \frac{100 e^{-j60^\circ}}{11,18 e^{-j63,43^\circ}} = 8,94 e^{j3,43^\circ} \text{ А.}$$

ЭДС источника

$$\dot{E}_m = \dot{I}_{m1} \underline{Z}_{\mathcal{E}} = 25,32 e^{-j41,57^\circ} \cdot 3,82 e^{j11,31^\circ} = 96,72 e^{-j30,26^\circ} \text{ В.}$$

Полученные комплексные значения токов и ЭДС практически совпадают с найденными ранее величинами.

Комплексные амплитуды напряжений определяем по закону Ома для резистивного (2.14), индуктивного (2.23) и ёмкостного (2.34) элементов:

$$\dot{U}_{mR3} = R_3 \dot{I}_{m3} = 5 \cdot 8,94 e^{j3,43^\circ} = 44,7 e^{j3,43^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{mL1} = jX_{L1} \dot{I}_{m1} = 2 e^{j90^\circ} \cdot 25,30 e^{-j41,59^\circ} = 50,6 e^{j48,41^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{mC3} = -jX_{C3} \dot{I}_{m3} = 10 e^{-j90^\circ} \cdot 8,94 e^{j3,43^\circ} = 89, e^{-j86,57^\circ} \text{ В.}$$

Мгновенные значения токов и напряжений:

$$i_1(t) = 25,3 \sin(200t - 41,59^\circ) \text{А};$$

$$i_2(t) = 20 \sin(200t - 60^\circ) \text{А};$$

$$i_3(t) = 8,94 \sin(200t + 3,43^\circ) \text{А};$$

$$u_{L1}(t) = 50,6 \sin(200t + 48,41^\circ) \text{В};$$

$$u_{R3}(t) = 44,7 \sin(200t + 3,43^\circ) \text{В};$$

$$u_{C3}(t) = 89,4 \sin(200t - 86,57^\circ) \text{В};$$

$$e(t) = 96,71 \sin(200t - 30,21^\circ) \text{В}.$$

Рассчитаем действующие значения токов и напряжений:

$$I_1 = I_{m1} / \sqrt{2} = 25,3 / \sqrt{2} = 17,89 \text{А};$$

$$I_2 = I_{m2} / \sqrt{2} = 20 / \sqrt{2} = 14,14 \text{А};$$

$$I_3 = I_{m3} / \sqrt{2} = 8,94 / \sqrt{2} = 6,32 \text{А};$$

$$U_{L1} = U_{mL1} / \sqrt{2} = 50,6 / \sqrt{2} = 35,78 \text{В};$$

$$U_{R2} = U_{mR2} / \sqrt{2} = 100 / \sqrt{2} = 70,71 \text{В};$$

$$U_{R3} = U_{mR3} / \sqrt{2} = 44,7 / \sqrt{2} = 31,61 \text{В};$$

$$U_{C3} = U_{mC3} / \sqrt{2} = 89,4 / \sqrt{2} = 63,22 \text{В};$$

$$E = E_m / \sqrt{2} = 96,71 / \sqrt{2} = 68,38 \text{В}.$$

Проверим решение, составив баланс мощностей (2.47). Для этого найдём мощность источника ЭДС (2.46) и представим её в алгебраической форме записи комплексного числа

$$\underline{S}_{ICT} = \dot{\underline{E}} I_1^* = P_{ICT} + jQ_{ICT} = 68,38 e^{-j30,21^\circ} \cdot 17,89 e^{j41,59^\circ} = 1223,3 e^{j11,38^\circ} = \\ = 1223,3 \cos 11,38^\circ + j1223,3 \sin 11,38^\circ = (1199,3 + j241,4) \text{ ВА.}$$

Активная мощность источника  $P_{ICT} = 1199,3$  Вт.

Реактивная мощность источника  $Q_{ICT} = 241,4$  вар.

Активная и реактивная мощности приёмников:

$$P_{PP} = I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = 14,14^2 \cdot 5 + 6,32^2 \cdot 5 = 1199,4 \text{ Вт};$$

$$Q_{PP} = I_1^2 X_{L1} - I_3^2 X_{C3} = 17,89^2 \cdot 2 - 6,32^2 \cdot 10 = 240,7 \text{ вар.}$$

Учитывая погрешность округления при расчётах, можно считать, что баланс мощностей выполняется.

Построим векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости (рис. 2.8). Сначала выберем масштаб: 1 см соответствует 5 А тока и 10 В напряжения. От начала координат откладываем векторы, длина которых пропорциональна амплитудному значению тока, напряжения или ЭДС, а угол поворота относительно действительной оси +1 совпадает с начальной фазой.

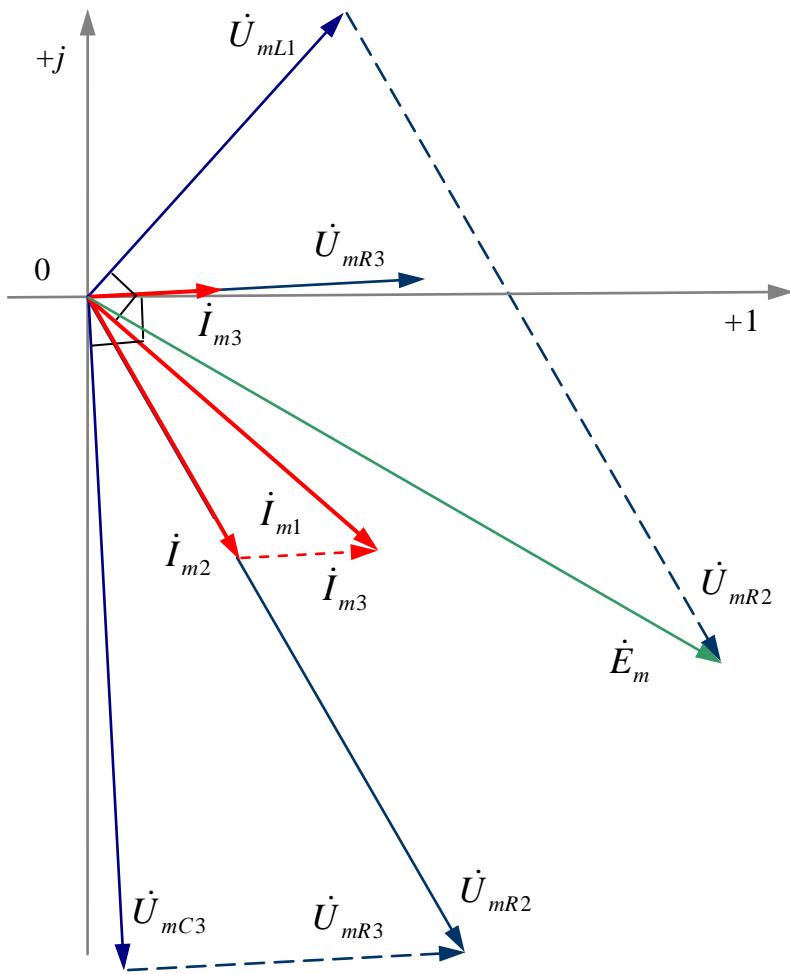


Рис. 2.8. Векторная диаграмма токов и напряжений в цепи синусоидального тока

Анализ диаграммы позволяет сделать следующие выводы:

- напряжение на индуктивном элементе  $\dot{U}_{mL1}$  опережает ток  $\dot{I}_{m1}$  на  $90^\circ$ ;
- напряжения на резисторах  $\dot{U}_{mR2}$  и  $\dot{U}_{mR3}$  совпадают по фазе соответственно с токами  $\dot{I}_{m2}$ ,  $\dot{I}_{m3}$ ;

- напряжение на ёмкостном элементе  $\dot{U}_{mC3}$  отстает по фазе от тока  $\dot{I}_{m3}$  на  $90^\circ$ ;
- вектор  $\dot{I}_{m1}$  определяется геометрической суммой векторов  $\dot{I}_{m2}$  и  $\dot{I}_{m3}$ , следовательно, выполняется первый закон Кирхгофа;
- выполнение второго закона Кирхгофа можно проверить, сложив векторы  $\dot{U}_{mL1}$  и  $\dot{U}_{mR2}$ , их сумма должна дать вектор  $\dot{E}_m$ .

### 2.3. Исходные данные для расчёта

Для расчёта на рис. 2.9 приведены различные схемы замещения электрических цепей синусоидального тока.

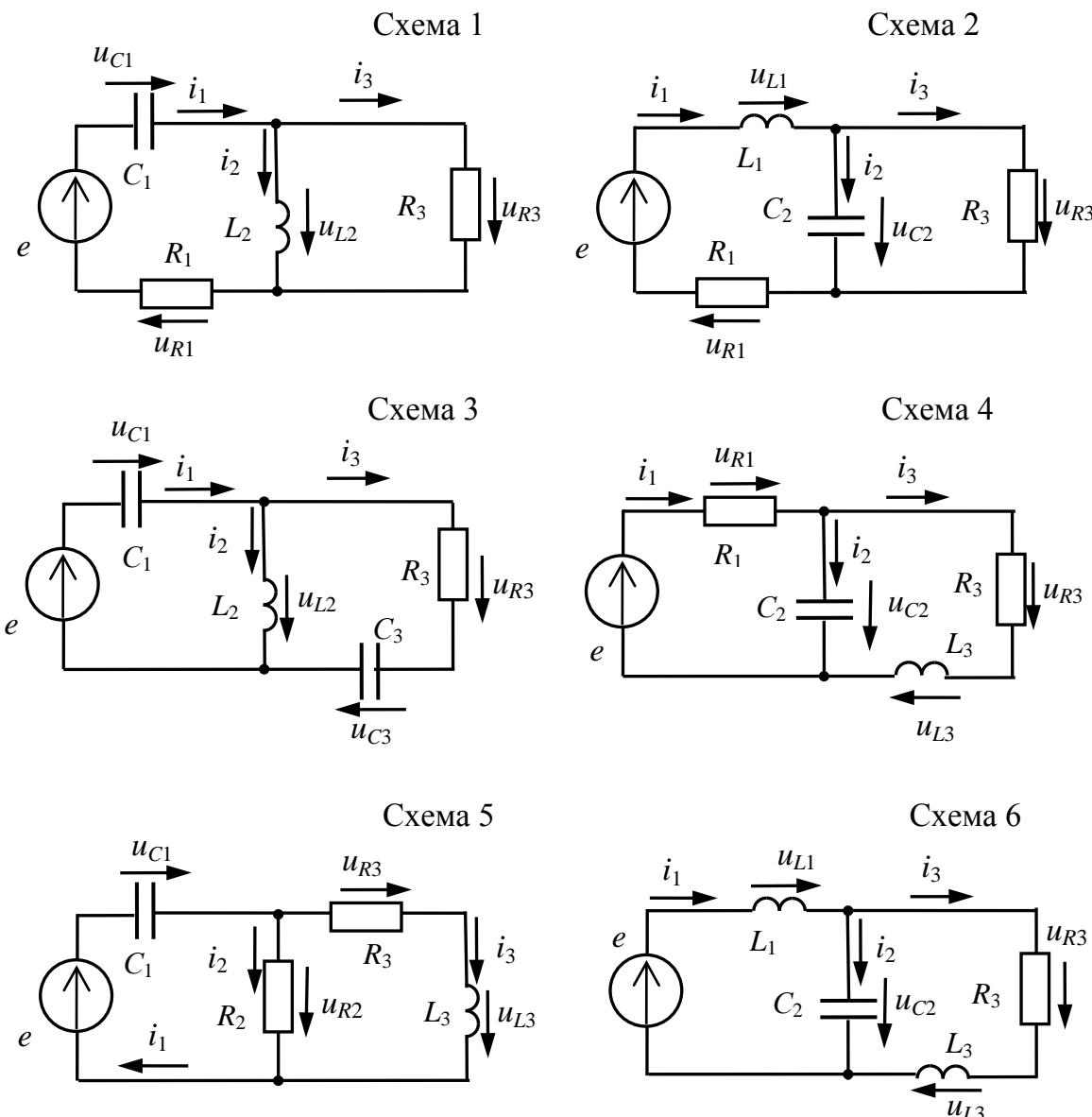


Рис. 2.9. Схемы замещения электрических цепей синусоидального тока

Вариант исходных данных для расчёта состоит из номера схемы и буквы набора параметров цепи (например, «2б»). Параметры элементов цепей и заданная электрическая величина участка цепи приведены в табл. 2.1. Согласно примеру для своего варианта исходных данных необходимо:

1. Найти мгновенные и действующие значения неизвестных токов в ветвях, применяя *один из перечисленных ниже методов*
  - метод непосредственного применения законов Кирхгофа;
  - метод контурных токов;
  - метод эквивалентных преобразований.
2. Найти мгновенные и действующие значения ЭДС и напряжений на всех элементах.
3. Составить баланс мощностей.
4. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Таблица 2.1

### Параметры электрических цепей синусоидального тока

Вар.	Параметры элементов ветвей	Заданная величина
Схема 1		
а	$R_1 = R_3 = 6 \text{ Ом}; L_2 = 20 \text{ мГн}; C_1 = 400 \text{ мкФ}$	$u_{R3} = 11,5\sin(500t + 43^\circ) \text{ В}$
б	$R_1 = R_3 = 5 \text{ Ом}; L_2 = 60 \text{ мГн}; C_1 = 1000 \text{ мкФ}$	$e = 26\sin 100t \text{ В}$
в	$R_1 = R_3 = 2 \text{ Ом}; L_2 = 30 \text{ мГн}; C_1 = 1000 \text{ мкФ}$	$i_1 = 1,25\sin(200t + 32^\circ) \text{ А}$
г	$R_1 = R_3 = 4 \text{ Ом}; L_2 = 50 \text{ мГн}; C_1 = 2500 \text{ мкФ}$	$u_{R1} = 20,5\sin(100t - 45^\circ) \text{ В}$
д	$R_1 = R_3 = 4 \text{ Ом}; L_2 = 30 \text{ мГн}; C_1 = 500 \text{ мкФ}$	$u_{C1} = 25\sin(200t + 13^\circ) \text{ В}$
е	$R_1 = R_3 = 6 \text{ Ом}; L_2 = 20 \text{ мГн}; C_1 = 625 \text{ мкФ}$	$u_{R3} = 37,5\sin(400t - 78^\circ) \text{ В}$
ж	$R_1 = R_3 = 1 \text{ Ом}; L_2 = 10 \text{ мГн}; C_1 = 2500 \text{ мкФ}$	$i_2 = 5\sin(1000t + 26^\circ) \text{ А}$
з	$R_1 = R_3 = 10 \text{ Ом}; L_2 = 10 \text{ мГн}; C_1 = 200 \text{ мкФ}$	$i_3 = 0,75\sin(500t - 61^\circ) \text{ А}$
и	$R_1 = R_3 = 10 \text{ Ом}; L_2 = 40 \text{ мГн}; C_1 = 500 \text{ мкФ}$	$u_{L2} = 7,5\sin(200t + 113^\circ) \text{ В}$
к	$R_1 = R_3 = 3 \text{ Ом}; L_2 = 10 \text{ мГн}; C_1 = 400 \text{ мкФ}$	$e = 36\sin 500t \text{ В}$
Схема 2		
а	$R_1 = R_3 = 7 \text{ Ом}; L_1 = 10 \text{ мГн}; C_2 = 312,5 \text{ мкФ}$	$i_2 = 10,8\sin(400t + 46^\circ) \text{ А}$
б	$R_1 = R_3 = 4 \text{ Ом}; L_1 = 4 \text{ мГн}; C_2 = 1000 \text{ мкФ}$	$i_3 = 6,5\sin(500t + 48^\circ) \text{ А}$
в	$R_1 = R_3 = 6 \text{ Ом}; L_1 = 100 \text{ мГн}; C_2 = 2500 \text{ мкФ}$	$u_{L1} = 37,5\sin(100t - 10^\circ) \text{ В}$
г	$R_1 = R_3 = 5 \text{ Ом}; L_1 = 30 \text{ мГн}; C_2 = 500 \text{ мкФ}$	$u_{C2} = 20,5\sin(200t - 13^\circ) \text{ В}$
д	$R_1 = R_3 = 4 \text{ Ом}; L_1 = 12,5 \text{ мГн}; C_2 = 625 \text{ мкФ}$	$u_{R1} = 40\sin(400t + 25^\circ) \text{ В}$
е	$R_1 = R_3 = 8 \text{ Ом}; L_1 = 20 \text{ мГн}; C_2 = 200 \text{ мкФ}$	$e = 40\sin 500t \text{ В}$
ж	$R_1 = R_3 = 9 \text{ Ом}; L_1 = 30 \text{ мГн}; C_2 = 500 \text{ мкФ}$	$i_1 = 15,25\sin(200t + 36^\circ) \text{ А}$
з	$R_1 = R_3 = 1 \text{ Ом}; L_1 = 10 \text{ мГн}; C_2 = 1250 \text{ мкФ}$	$u_{R3} = 2,5\sin(400t - 48^\circ) \text{ В}$
и	$R_1 = R_3 = 5 \text{ Ом}; L_1 = 30 \text{ мГн}; C_2 = 500 \text{ мкФ}$	$u_{C2} = 32\sin(200t - 13^\circ) \text{ В}$
к	$R_1 = R_3 = 6 \text{ Ом}; L_1 = 10 \text{ мГн}; C_2 = 400 \text{ мкФ}$	$u_{L1} = 20,5\sin(500t - 10^\circ) \text{ В}$

**Схема 3**

а	$R_3 = 8 \text{ Ом}; L_2 = 30 \text{ мГн}; C_1 = C_3 = 500 \text{ мкФ}$	$u_{C1} = 20,5\sin(200t + 34^\circ) \text{ В}$
б	$R_3 = 7 \text{ Ом}; L_2 = 10 \text{ мГн}; C_1 = C_3 = 312,5 \text{ мкФ}$	$i_2 = 10,8\sin(400t - 56^\circ) \text{ А}$
в	$R_3 = 6 \text{ Ом}; L_2 = 90 \text{ мГн}; C_1 = C_3 = 2500 \text{ мкФ}$	$u_{L2} = 41,5\sin(100t + 15^\circ) \text{ В}$
г	$R_3 = 5 \text{ Ом}; L_2 = 30 \text{ мГн}; C_1 = C_3 = 500 \text{ мкФ}$	$u_{C3} = 27,5\sin(200t - 65^\circ) \text{ В}$
д	$R_3 = 4 \text{ Ом}; L_2 = 12,5 \text{ мГн}; C_1 = C_3 = 625 \text{ мкФ}$	$u_{R3} = 24\sin(400t + 63^\circ) \text{ В}$
е	$R_3 = 3 \text{ Ом}; L_2 = 4 \text{ мГн}; C_1 = C_3 = 1000 \text{ мкФ}$	$i_3 = 8,5\sin(500t - 20^\circ) \text{ А}$
ж	$R_3 = 2 \text{ Ом}; L_2 = 20 \text{ мГн}; C_1 = C_3 = 2500 \text{ мкФ}$	$e = 14\sin 100t \text{ В}$
з	$R_3 = 1 \text{ Ом}; L_2 = 10 \text{ мГн}; C_1 = C_3 = 625 \text{ мкФ}$	$i_1 = 5,25\sin(400t - 99^\circ) \text{ А}$
и	$R_3 = 9 \text{ Ом}; L_2 = 40 \text{ мГн}; C_1 = C_3 = 500 \text{ мкФ}$	$u_{C1} = 30,2\sin(200t + 15^\circ) \text{ В}$
к	$R_3 = 10 \text{ Ом}; L_2 = 12,5 \text{ мГн}; C_1 = C_3 = 156,25 \text{ мкФ}$	$u_{R3} = 24\sin(800t - 42^\circ) \text{ В}$

**Схема 4**

а	$R_1 = R_3 = 10 \text{ Ом}; L_3 = 10 \text{ мГн}; C_2 = 312,5 \text{ мкФ}$	$u_{R1} = 44\sin(400t + 23^\circ) \text{ В}$
б	$R_1 = R_3 = 9 \text{ Ом}; L_3 = 20 \text{ мГн}; C_2 = 500 \text{ мкФ}$	$u_{C2} = 25\sin(200t - 13^\circ) \text{ В}$
в	$R_1 = R_3 = 8 \text{ Ом}; L_3 = 10 \text{ мГн}; C_2 = 100 \text{ мкФ}$	$i_3 = 2,75\sin(500t - 61^\circ) \text{ А}$
г	$R_1 = R_3 = 7 \text{ Ом}; L_3 = 20 \text{ мГн}; C_2 = 625 \text{ мкФ}$	$u_{R3} = 30,5\sin(400t + 108^\circ) \text{ В}$
д	$R_1 = R_3 = 5 \text{ Ом}; L_3 = 60 \text{ мГн}; C_2 = 1000 \text{ мкФ}$	$e = 46\sin 100t \text{ В}$
е	$R_1 = R_3 = 4 \text{ Ом}; L_3 = 10 \text{ мГн}; C_2 = 312,5 \text{ мкФ}$	$i_2 = 16,8\sin(400t - 66^\circ) \text{ А}$
ж	$R_1 = R_3 = 8 \text{ Ом}; L_3 = 30 \text{ мГн}; C_2 = 500 \text{ мкФ}$	$i_1 = 15,5\sin(200t + 30^\circ) \text{ А}$
з	$R_1 = R_3 = 6 \text{ Ом}; L_3 = 90 \text{ мГн}; C_2 = 1000 \text{ мкФ}$	$u_{L3} = 60,5\sin(100t - 15^\circ) \text{ В}$
и	$R_1 = R_3 = 2 \text{ Ом}; L_3 = 20 \text{ мГн}; C_2 = 2500 \text{ мкФ}$	$e = 24\sin 100t \text{ В}$
к	$R_1 = R_3 = 4 \text{ Ом}; L_3 = 12,5 \text{ мГн}; C_2 = 625 \text{ мкФ}$	$u_{R1} = 40\sin(400t - 25^\circ) \text{ В}$

**Схема 5**

а	$R_2 = R_3 = 6 \text{ Ом}; L_3 = 20 \text{ мГн}; C_1 = 200 \text{ мкФ}$	$e = 45\sin 500t \text{ В}$
б	$R_2 = R_3 = 5 \text{ Ом}; L_3 = 20 \text{ мГн}; C_1 = 500 \text{ мкФ}$	$u_{C1} = 60\sin(200t - 113^\circ) \text{ В}$
в	$R_2 = R_3 = 4 \text{ Ом}; L_3 = 4 \text{ мГн}; C_1 = 1000 \text{ мкФ}$	$i_3 = 6,5\sin(500t + 88^\circ) \text{ А}$
г	$R_2 = R_3 = 1 \text{ Ом}; L_3 = 10 \text{ мГн}; C_1 = 1250 \text{ мкФ}$	$u_{R3} = 4,5\sin(400t + 43^\circ) \text{ В}$
д	$R_2 = R_3 = 2 \text{ Ом}; L_3 = 30 \text{ мГн}; C_1 = 1000 \text{ мкФ}$	$i_1 = 2,25\sin(200t - 32^\circ) \text{ А}$
е	$R_2 = R_3 = 5 \text{ Ом}; L_3 = 90 \text{ мГн}; C_1 = 1000 \text{ мкФ}$	$u_{L3} = 40,5\sin(100t - 55^\circ) \text{ В}$
ж	$R_2 = R_3 = 6 \text{ Ом}; L_3 = 20 \text{ мГн}; C_1 = 400 \text{ мкФ}$	$u_{R3} = 12,5\sin(500t + 14^\circ) \text{ В}$
з	$R_2 = R_3 = 4 \text{ Ом}; L_3 = 50 \text{ мГн}; C_1 = 2500 \text{ мкФ}$	$u_{R2} = 24,5\sin(100t - 45^\circ) \text{ В}$
и	$R_2 = R_3 = 1 \text{ Ом}; L_3 = 10 \text{ мГн}; C_1 = 2500 \text{ мкФ}$	$i_2 = 4\sin(1000t - 26^\circ) \text{ А}$
к	$R_2 = R_3 = 5 \text{ Ом}; L_3 = 30 \text{ мГн}; C_1 = 500 \text{ мкФ}$	$u_{C1} = 35\sin(200t + 13^\circ) \text{ В}$

**Схема 6**

а	$R_3 = 6 \text{ Ом}; L_1 = L_3 = 100 \text{ мГн}; C_2 = 2500 \text{ мкФ}$	$u_{L1} = 27,5\sin(100t + 10^\circ) \text{ В}$
б	$R_3 = 8 \text{ Ом}; L_1 = L_3 = 20 \text{ мГн}; C_2 = 200 \text{ мкФ}$	$e = 30\sin(500t + 45^\circ) \text{ В}$
в	$R_3 = 7 \text{ Ом}; L_1 = L_3 = 10 \text{ мГн}; C_2 = 312,5 \text{ мкФ}$	$i_2 = 10,5\sin(400t - 56^\circ) \text{ А}$
г	$R_3 = 4 \text{ Ом}; L_1 = L_3 = 4 \text{ мГн}; C_2 = 1000 \text{ мкФ}$	$i_3 = 6,5\sin(500t - 58^\circ) \text{ А}$
д	$R_3 = 6 \text{ Ом}; L_1 = L_3 = 20 \text{ мГн}; C_2 = 625 \text{ мкФ}$	$u_{R3} = 30,5\sin(400t + 70^\circ) \text{ В}$
е	$R_3 = 4 \text{ Ом}; L_1 = L_3 = 30 \text{ мГн}; C_2 = 500 \text{ мкФ}$	$u_{C2} = 25\sin(200t - 103^\circ) \text{ В}$
ж	$R_3 = 6 \text{ Ом}; L_1 = L_3 = 90 \text{ мГн}; C_2 = 2500 \text{ мкФ}$	$u_{L3} = 21,5\sin(100t + 15^\circ) \text{ В}$
з	$R_3 = 1 \text{ Ом}; L_1 = L_3 = 10 \text{ мГн}; C_2 = 625 \text{ мкФ}$	$i_1 = 5,5\sin(400t - 100^\circ) \text{ А}$
и	$R_3 = 2 \text{ Ом}; L_1 = L_3 = 20 \text{ мГн}; C_2 = 2500 \text{ мкФ}$	$e = 24\sin 100t \text{ В}$
к	$R_3 = 4 \text{ Ом}; L_1 = L_3 = 12,5 \text{ мГн}; C_2 = 625 \text{ мкФ}$	$u_{R3} = 8,2\sin(400t - 63^\circ) \text{ В}$

## Контрольные вопросы и задания

1. Какие параметры определяют синусоидальные функции времени? Какие параметры синусоидальной величины можно представить с помощью вектора?
2. Какие формы представления комплексных чисел используют для отображения синусоидальных функций времени? Для каких математических операций используют алгебраическую и показательную форму комплексных чисел?
3. Как соотносятся по фазе ток и напряжение резистивного (индуктивного, ёмкостного) элемента?
4. Как зависят от частоты сопротивления резистивного (индуктивного, ёмкостного) элемента? Чему равно индуктивное (ёмкостное) сопротивление при постоянном токе?
5. Что называют комплексным сопротивлением пассивного двухполюсника? Запишите формулу для полного сопротивления пассивного двухполюсника.
6. Что называют комплексной проводимостью пассивного двухполюсника? Запишите формулу для полной проводимости пассивного двухполюсника.
7. В каких пределах может находиться значение угла сдвига фаз между током и напряжением в пассивной электрической цепи? От какого вектора отсчитывается угол сдвига фаз?
8. Сформулируйте законы Кирхгофа для цепи синусоидального тока.
9. Дайте определения активной, реактивной и полной мощностей.
10. Сформулируйте условие баланса мощностей в электрической цепи синусоидального тока.

### 3. РАСЧЁТ ТРЁХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

#### 3.1. Основные понятия, параметры и зависимости

*Трёхфазная электрическая цепь* представляет собой совокупность трёх электрических цепей, в которых действуют три синусоидальные ЭДС одной и той же частоты и амплитуды, создаваемые общим источником энергии и сдвинутые относительно друг друга по фазе на угол  $2\pi/3$  ( $120^\circ$ ). Такая система трёх ЭДС, равных по величине и сдвинутых по фазе на  $120^\circ$  по отношению друг к другу, называется *симметричной* [1, 2, 3, 5, 6].

*Трехфазную систему ЭДС* (рис. 3.1) можно записать в виде мгновенных или комплексных действующих значений [3, 5]:

$$\begin{cases} e_a = E_m \sin \omega t; \\ e_b = E_m \sin(\omega t - 120^\circ); \\ e_c = E_m \sin(\omega t - 240^\circ) \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \dot{E}_a = E e^{j0^\circ}; \\ \dot{E}_b = E e^{-j120^\circ}; \\ \dot{E}_c = E e^{+j120^\circ}, \end{cases} \quad (3.1)$$

где  $E_m$  – амплитудное значение ЭДС фазы;  $E$  – действующее значение ЭДС фазы;  $\omega$  – циклическая частота ЭДС.

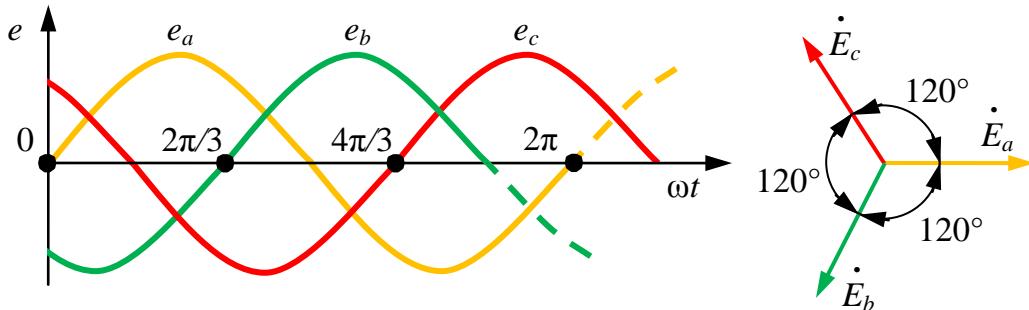


Рис. 3.1. Временная и векторная диаграммы трёхфазной системы ЭДС

Сумма трёх векторов значений ЭДС равна нулю. Следовательно, алгебраическая сумма комплексных значений и мгновенных значений фазных ЭДС генератора равна нулю:

$$\begin{cases} \dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c = 0; \\ e_a + e_b + e_c = 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Для получения трёхфазной цепи необходимо соединить фазы источника энергии и фазы приёмника одним из двух основных способов – звездой или треугольником.

*Звездой* называется такое соединение, когда концы фаз обмоток генератора  $\Gamma$  ( $x, y, z$ ) соединяют в одну общую точку, называемую *нейтральной*  $n$ . Концы фаз приёмника  $\Pi$  ( $X, Y, Z$ ) также соединяют в общую нейтральную точку  $N$  (рис. 3.2) [3, 5].

Провода, соединяющие начала фаз генератора и приёмника, называются *линейными*. Провод, соединяющий нейтрали генератора и приёмника, называется *нейтральным*. Трёхфазная цепь, имеющая нейтральный провод, называется четырёхпроводной, если нейтрального провода нет, – трёхпроводной.

*Фазными* называются напряжения между началами и концами фаз генератора  $U_a, U_b, U_c$  или приёмника:  $U_A, U_B, U_C$ . При наличии нейтрального провода они соответственно равны.

*Линейными* называются напряжения между началами фаз генератора или приёмника (напряжения между линейными проводами) и обозначаются  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$ .

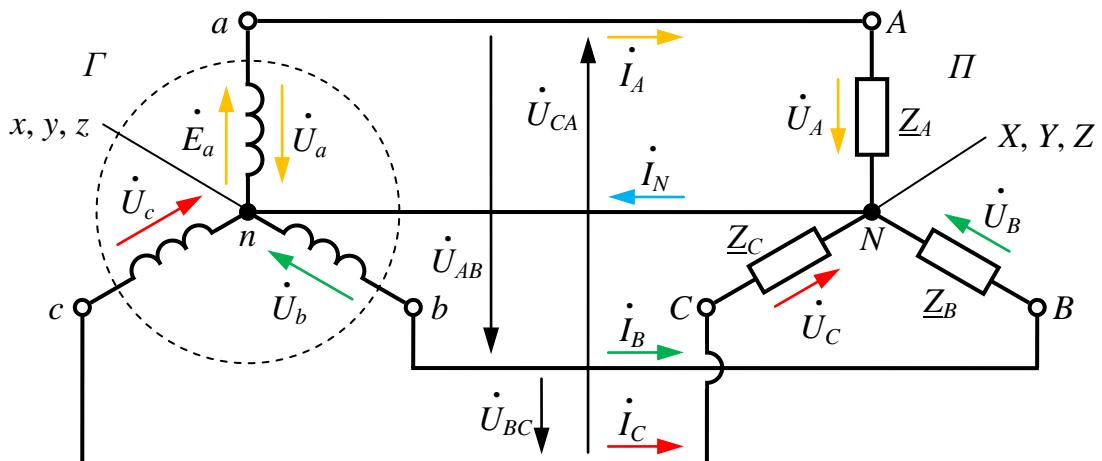


Рис. 3.2. Схема замещения трёхфазной электрической цепи при соединении фаз генератора и приёмника по схеме звезды

Между линейными и фазными напряжениями приёмника при соединении звездой имеется зависимость согласно второму закону Кирхгофа [3, 5]:

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \end{cases} \quad (3.3)$$

Уравнениям (3.3), связывающим векторы фазных и линейных напряжений, соответствует векторная диаграмма (рис. 3.3).

Векторные диаграммы трёхфазных цепей выполняются на комплексной плоскости  $[+1; j]$  с учётом действующих значений и начальных фаз отображаемых величин.

При выполнении диаграмм начальная фаза напряжения фазы  $a$  генератора принимается равной нулю, а при наличии нейтрального провода напряжение фазы приёмника равно напряжению фазы генератора, т.е. его вектор является базисным и совпадает по направлению с осью действительных значений  $+1$ .

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a = U_\Phi e^{j0^\circ}. \quad (3.4)$$

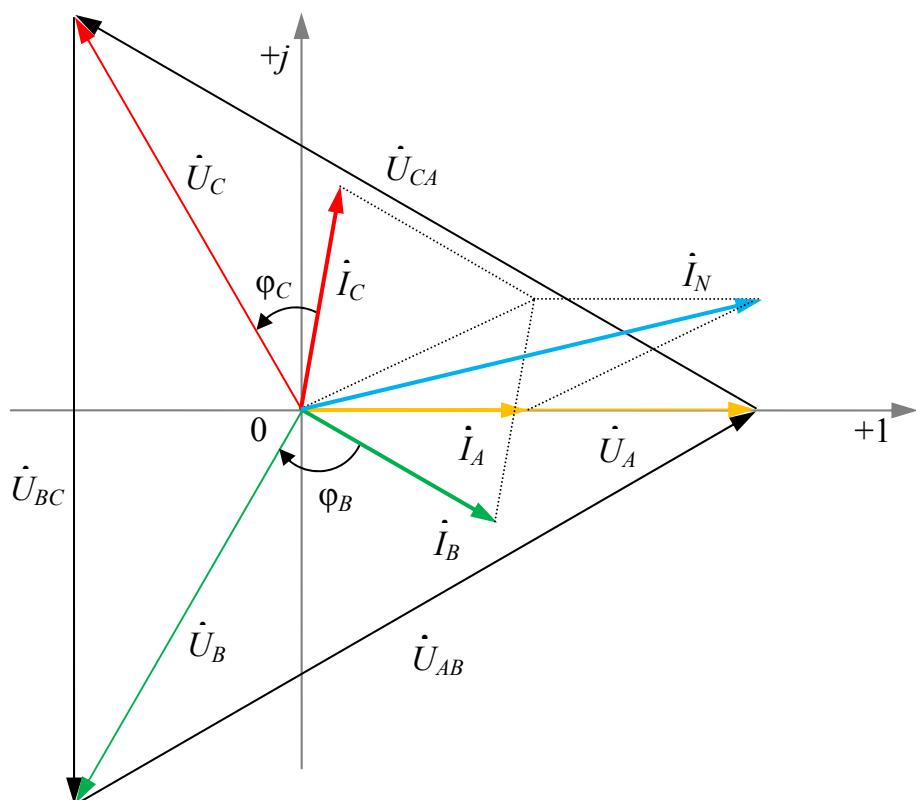


Рис. 3.3. Векторная диаграмма при соединении фаз приёмника звездой с нейтральным проводом

На векторной диаграмме изображаются также векторы токов, отклоняющихся на фазовый угол нагрузки  $\phi$  от векторов соответствующих фазных напряжений. Положительное направление  $\phi$  – от вектора тока к вектору напряжения против часовой стрелки.

При соединении звездой линейный ток  $I_L$ , протекающий по линейному проводу, является фазным током  $I_\Phi$ , протекающим по фазе приёмника

$$I_L = I_\Phi. \quad (3.5)$$

Токи в фазах приёмника определяются по закону Ома

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C}, \quad (3.6)$$

где  $\underline{Z}$  – комплексное сопротивление фазы.

Ток в нейтральном проводе в соответствии с первым законом Кирхгофа равен сумме комплексных значений фазных токов [3, 5, 6]:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C. \quad (3.7)$$

Приёмник с одинаковым комплексным сопротивлением всех трёх фаз называется *симметричным*, а нагрузка на сеть от такого приёмника – *симметричной* [3, 5, 6]:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = Z e^{j\phi} \quad (3.8)$$

или

$$\begin{cases} Z_A = Z_B = Z_C; \\ \phi_A = \phi_B = \phi_C. \end{cases} \quad (3.9)$$

При наличии нейтрального провода всегда или при симметричной нагрузке без него между действующими значениями линейных и фазных напряжений в схеме звезда выполняется соотношение [3, 5]:

$$U_L = 2 \cos 30^\circ \cdot U_\phi = \sqrt{3} \cdot U_\phi. \quad (3.10)$$

Например, при действующем линейном напряжении 400 В действующее значение фазного напряжения равно 230 В или при линейном напряжении 230 В фазное напряжение – 133 В.

При обрыве/отсутствии нейтрального провода при несимметричной нагрузке нормальный режим трёхфазной установки нарушается. Фазные токи изменяются и устанавливаются таким образом, чтобы векторная сумма их стала равной нулю. При этом нарушается симметрия фазных напряжений приёмника  $U_A, U_B, U_C$  (*перекос фаз*), а фазные напряжения генератора, определяемые его ЭДС,  $U_a, U_b, U_c$  остаются неизменными симметричными. В результате этого возникает разность потенциалов между концами фаз генератора и приёмника  $U_{nN}$ , называемая *смещением нейтрали* [3, 5, 6].

$$\dot{U}_{nN} = \phi_N - \phi_n = \frac{\underline{Y}_A \dot{U}_a + \underline{Y}_B \dot{U}_b + \underline{Y}_C \dot{U}_c}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}, \quad (3.11)$$

где  $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C$  – комплексные проводимости фаз приёмника.

Фазные напряжения приёмника  $U_A, U_B, U_C$  будут зависеть от напряжения смещения нейтрали [3, 5, 6]:

$$\begin{cases} \dot{U}_A = \dot{U}_a - \dot{U}_{nN}; \\ \dot{U}_B = \dot{U}_b - \dot{U}_{nN}; \\ \dot{U}_C = \dot{U}_c - \dot{U}_{nN}. \end{cases} \quad (3.12)$$

Фазные токи определяют по закону Ома через проводимости фаз

$$\dot{I}_A = \underline{Y}_A \dot{U}_A; \quad \dot{I}_B = \underline{Y}_B \dot{U}_B; \quad \dot{I}_C = \underline{Y}_C \dot{U}_C. \quad (3.13)$$

На рис. 3.4 приведён пример векторной диаграммы трёхфазной трёхпроводной цепи с несимметричным приёмником. Вследствие асимметрии появляется вектор напряжения смещения нейтрали  $\dot{U}_{nN}$ . Векторы фазных напряжений нагрузки  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$  приходят в те же точки, что и векторы фазных напряжений генератора  $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ . Относительно векторов  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$  с конца вектора напряжения смещения нейтрали  $\dot{U}_{nN}$  строят векторы токов  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$  с учётом фазовых углов нагрузки  $\phi_A, \phi_B, \phi_C$ .

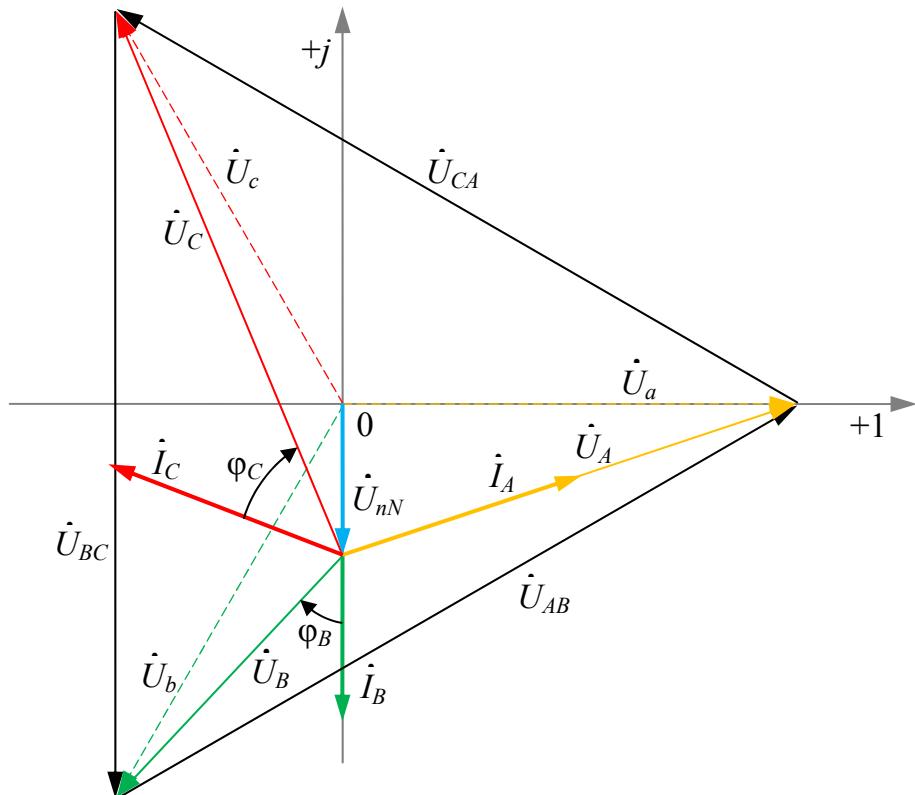


Рис. 3.4. векторная диаграмма при соединении фаз приёмника звездой при наличии смещения нейтрали

Треугольником называется такое соединение приёмника  $\Pi$ , когда конец первой фазы  $X$  соединяется с началом второй фазы –  $B$ , конец второй фазы  $Y$  соединяется с началом третьей фазы –  $C$ , конец третьей фазы  $Z$  соединяется с началом первой фазы –  $A$ . К точкам соединения подключаются линейные провода, идущие от генератора  $\Gamma$  (рис. 3.5). Соединение фаз приёмника треугольником не предусматривает использование нейтрального провода.

При соединении треугольником *фазные* напряжения приёмника  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  являются *линейными* напряжениями генератора  $\Gamma$ , так как фазы приёмника располагаются между линейными проводами [5, 6], т.е.

$$\dot{U}_\phi = \dot{U}_\pi. \quad (3.14)$$

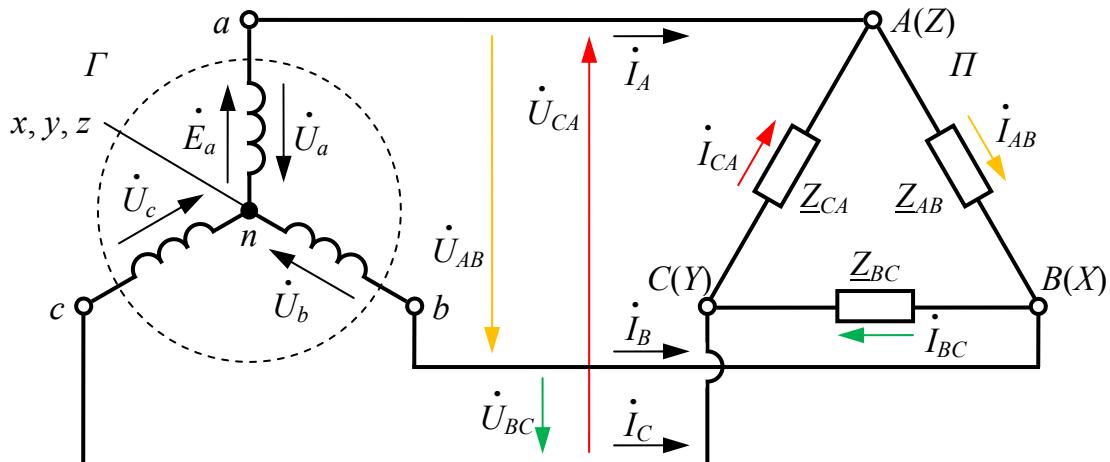


Рис. 3.5. Схема замещения трёхфазной электрической цепи при соединении фаз приёмника по схеме треугольник

Трёхфазную систему линейных напряжений при нулевой начальной фазе напряжения фазы  $a$  генератора

$$\dot{U}_a = U_\phi e^{j0^\circ} \quad (3.15)$$

можно записать в виде комплексных действующих значений

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = U_\pi e^{+j30^\circ}; \\ \dot{U}_{BC} = U_\pi e^{-j90^\circ}; \\ \dot{U}_{CA} = U_\pi e^{+j150^\circ}. \end{cases} \quad (3.16)$$

Линейные токи, протекающие по линейным проводам, обозначаются  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ , а фазные, протекающие по фазам приёмника, –  $I_{AB}$ ,  $I_{BC}$ ,  $I_{CA}$ . При соединении фаз приёмника треугольником между линейными и фазными токами имеется зависимость в соответствии с первым законом Кирхгофа для узлов  $A$ ,  $B$  и  $C$  [3, 5, 6]:

$$\begin{cases} \dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \\ \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \\ \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}. \end{cases} \quad (3.17)$$

Уравнениям (3.16) и (3.17) соответствует векторная диаграмма на рис. 3.6.

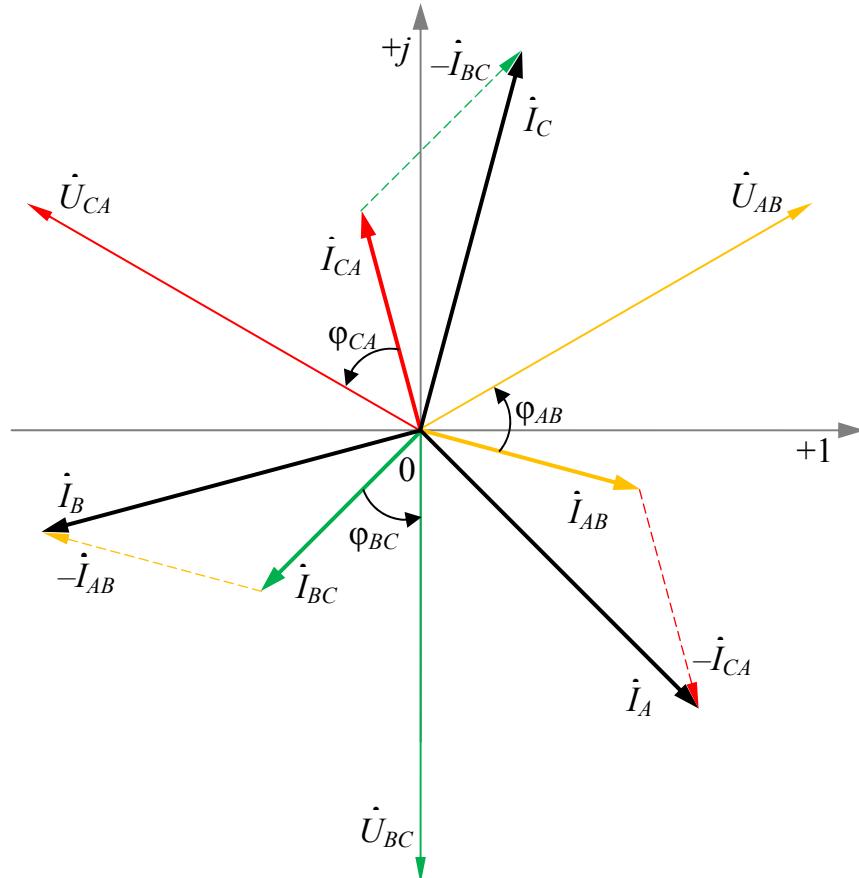


Рис. 3.6. Поляризованная векторная диаграмма при соединении фаз приемника треугольником

Полные сопротивления фаз приемника обозначают, как и фазовые токи, двумя индексами: соответственно  $Z_{AB}$ ,  $Z_{BC}$ ,  $Z_{CA}$ .

Токи в фазах приемника определяются по закону Ома

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}}; \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}}; \quad \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}}. \quad (3.18)$$

При симметричной нагрузке (равенство полных сопротивлений фаз  $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA}$  и фазовых углов нагрузки  $\phi_{AB} = \phi_{BC} = \phi_{CA}$ ) токи всех фаз приемника и линейные токи имеют одинаковую величину

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA}; \quad (3.19)$$

$$I_A = I_B = I_C, \quad (3.20)$$

и между действующими значениями линейных и фазных токов приёмника в схеме треугольник имеется соотношение [3, 5, 6]:

$$I_L = 2 \cos 30^\circ \cdot I_\phi = \sqrt{3} \cdot I_\phi. \quad (3.21)$$

Важной особенностью соединения фаз приёмника треугольником является то, что при изменении сопротивления одной из фаз режим работы других фаз остается неизменным, так как линейные напряжения генератора являются постоянными. Будет изменяться только ток данной фазы и линейные токи в проводах линии, соединённых с этой фазой. Поэтому схема соединения треугольником широко используется для включения несимметричной нагрузки.

### 3.2. Пример расчёта параметров трёхфазной электрической цепи

Рассмотрим в качестве примера расчёт параметров трёхфазной электрической цепи при различных способах соединения фаз приёмника (звездой и треугольником), имеющей следующие электрические параметры:

- действующее значение линейного напряжения  $U_L = 400$  В;
- напряжение первой фазы генератора  $U_a = U_\phi e^{j0^\circ}$ ;
- приведённые активные сопротивления первой, второй и третьей фазы приёмника соответственно  $R_1 = 60$  Ом;  $R_2 = 40$  Ом;  $R_3 = 40$  Ом;
- приведённые реактивные сопротивления первой, второй и третьей фазы приёмника соответственно  $X_1 = 80$  Ом;  $X_2 = 30$  Ом;  $X_3 = -30$  Ом.

Из данных видно, что нагрузка в первой и второй фазах имеет активно-индуктивный характер, а в третьей – активно-ёмкостный.

Расчётная схема трёхфазной электрической цепи при соединении фаз приёмника звездой представлена на рис. 3.7.

Проведем расчёт трёх режимов работы такой цепи:

- четырёхпроводной (нормальный режим работы с нейтральным проводом);
- обрыв линейного провода (фазы  $A$ ) в четырёхпроводной цепи;
- обрыв нейтрального провода  $N$ .

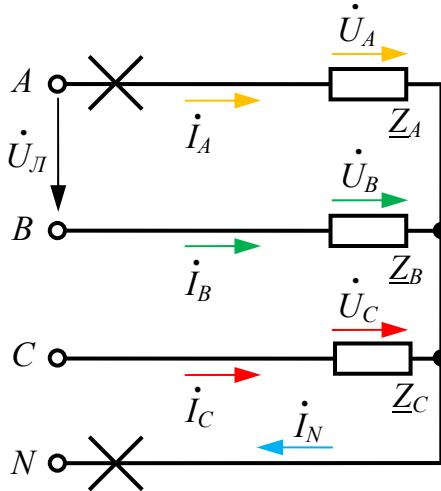


Рис. 3.7. Схема замещения трёхфазной цепи при соединении фаз приёмника звездой

### Расчёт нормального четырёхпроводного режима работы

1. Находим комплексные сопротивления фаз приёмника:

$$\underline{Z}_A = R_1 + jX_1 = 60 + j80 = 100e^{j53,13^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B = R_2 + jX_2 = 40 + j30 = 50e^{j36,86^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_C = R_3 + jX_3 = 40 - j30 = 50e^{-j36,86^\circ} \text{ Ом.}$$

2. При наличии нейтрального провода фазные напряжения приёмника  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$  равны фазным напряжениям генератора  $U_a$ ,  $U_b$ ,  $U_c$  и в показательной комплексной форме с учетом начальной фазы напряжения фазы  $A$  генератора имеют вид

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a = \frac{U_L}{\sqrt{3}} e^{j0^\circ}; \dot{U}_B = \dot{U}_b = \frac{U_L}{\sqrt{3}} e^{-j120^\circ}; \dot{U}_C = \dot{U}_c = \frac{U_L}{\sqrt{3}} e^{j120^\circ}.$$

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a = 230e^{j0^\circ} \text{ В}; \dot{U}_B = \dot{U}_b = 230e^{-j120^\circ} \text{ В}; \dot{U}_C = \dot{U}_c = 230e^{j120^\circ} \text{ В.}$$

3. Линейные напряжения в комплексной форме при условии нулевой начальной фазе напряжения фазы  $a$  генератора:

$$\dot{U}_{AB} = 400e^{j30^\circ} \text{ В}; \dot{U}_{BC} = 400e^{-j90^\circ} \text{ В}; \dot{U}_{CA} = 400e^{j150^\circ} \text{ В.}$$

4. Токи в фазах приёмника являются линейными токами и определяются по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{230e^{j0^\circ}}{100e^{j53,13^\circ}} = 2,3e^{-j53,13^\circ} = 1,38 - j1,84 \text{ А.}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{230e^{-j120^\circ}}{50e^{j36,86^\circ}} = 4,6e^{-j156,86^\circ} = -4,23 - j1,81 \text{ A.}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{220e^{j120^\circ}}{50e^{-j36,86^\circ}} = 4,6e^{j156,86^\circ} = -4,23 + j1,81 \text{ A.}$$

5. Ток в нейтральном проводе в соответствии с первым законом Кирхгофа равен сумме комплексных значений фазных токов:

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 1,38 - j1,84 - 4,23 - j1,81 - 4,23 + j1,81 = \\ &= -7,08 - j1,84 = (7,08 + j1,84) \cdot (-1) = 7,31e^{j14,57^\circ} \cdot e^{-j180^\circ} = 7e^{-j165,43^\circ} \text{ A.} \end{aligned}$$

Если действительная часть комплексной величины в алгебраической форме отрицательна, то к величине угла, определенного с помощью функции арктангенса на калькуляторе, необходимо прибавить или отнять  $180^\circ$  для получения правильного результата.

6. Определим активную, реактивную и полную мощности трёхфазной цепи через действующие значения токов и напряжений фаз приёмника и фазовые углы нагрузки  $\varphi_A$ ,  $\varphi_B$ ,  $\varphi_C$ , являющиеся угловыми аргументами комплексных сопротивлений фаз приёмника (см. пункт 1 примера):

Активные мощности трёхфазной цепи:

$$P_A = U_A I_A \cos \varphi_A = 230 \cdot 2,3 \cdot \cos(53,13^\circ) = 317,4 \text{ Вт};$$

$$P_B = U_B I_B \cos \varphi_B = 230 \cdot 4,6 \cdot \cos(36,86^\circ) = 846,5 \text{ Вт};$$

$$P_C = U_C I_C \cos \varphi_C = 230 \cdot 4,6 \cdot \cos(-36,86^\circ) = 846,5 \text{ Вт};$$

$$P_{3\Phi} = P_A + P_B + P_C = 2010,4 \text{ Вт.}$$

Реактивные мощности трёхфазной цепи:

$$Q_A = U_A I_A \sin \varphi_A = 230 \cdot 2,3 \cdot \sin(53,13^\circ) = 423,2 \text{ вар.}$$

$$Q_B = U_B I_B \sin \varphi_B = 230 \cdot 4,6 \cdot \sin(36,86^\circ) = 634,6 \text{ вар.}$$

$$Q_C = U_C I_C \sin \varphi_C = 230 \cdot 4,6 \cdot \sin(-36,86^\circ) = -634,6 \text{ вар.}$$

$$Q_{3\Phi} = Q_A + Q_B + Q_C = 423,2 \text{ вар.}$$

Комплекс полной мощности цепи

$$\underline{S}_{3\Phi} = P_{3\Phi} + jQ_{3\Phi} = 2010,4 + 423,2j \text{ ВА.}$$

Величина полной мощности трёхфазной цепи

$$S_{3\Phi} = \sqrt{P_{3\Phi}^2 + Q_{3\Phi}^2} = \sqrt{2010,4^2 + 423,2^2} = 2054,5 \text{ ВА.}$$

7. Векторная диаграмма токов и напряжений нормального четырёхпроводного режима работы трёхфазной электрической цепи представлена на рис. 3.8. Масштаб: 1 см = 40 В; 1 см = 1 А.

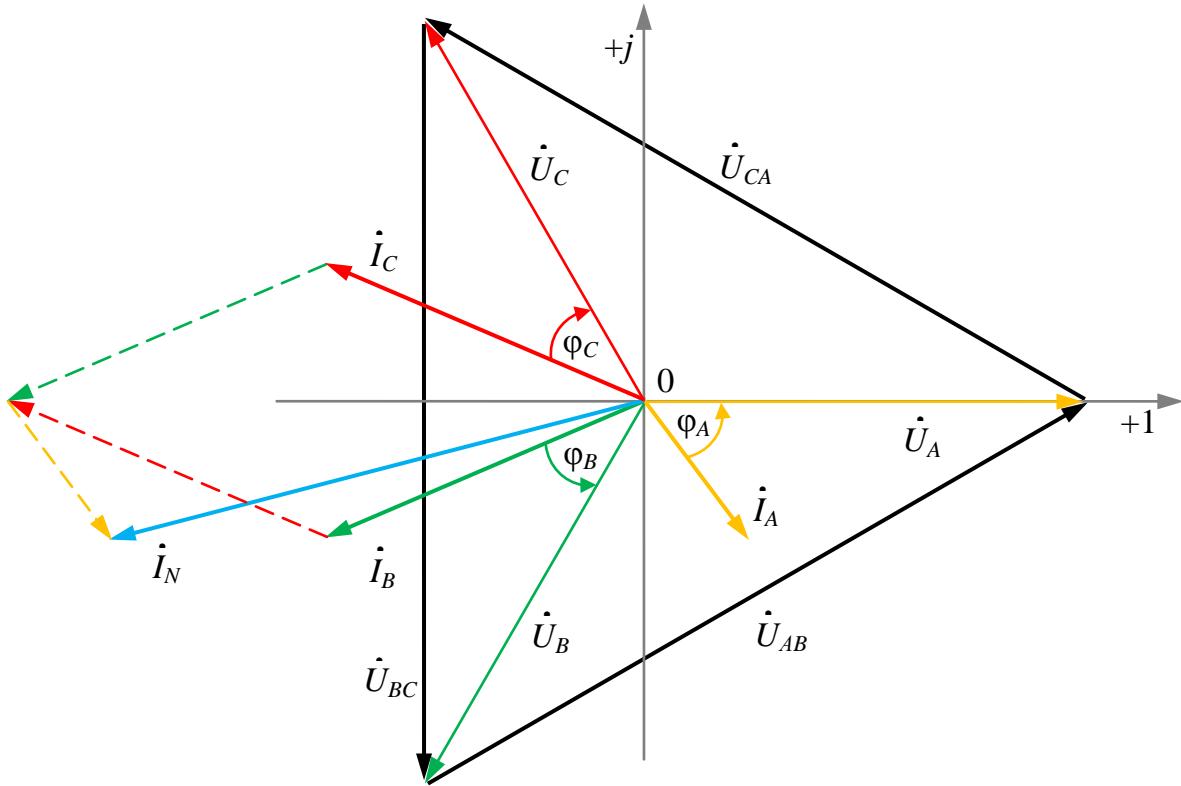


Рис. 3.8. Векторная диаграмма нормального четырёхпроводного режима работы трёхфазной электрической цепи

### Расчёт режима обрыва линейного провода (фазы A)

При обрыве линейного провода (фазы A) в четырёхпроводной цепи система напряжений приёмника остается симметричной, поэтому токи и мощности фаз B и C остаются неизменным (см. пункт 4 примера). Фаза A приёмника остается неподключенной к линии трёхфазной сети и, как следствие, ток в ней отсутствует.

8. Ток в оборванной фазе отсутствует, что приводит к изменению тока в нейтральном проводе, который определится с учетом  $I_A = 0$ :

$$I_N = I_B + I_C = -4,23 - j1,81 - 4,23 + j1,81 = -8,46 + j0 = 8,46e^{-j180^\circ} \text{ А.}$$

9. Определим активную, реактивную и полную мощности трёхфазной цепи с учетом отсутствия тока в фазе A.

Активные мощности трёхфазной цепи:

$$P_A = U_A I_A \cos\phi_A = 0 \text{ Вт};$$

$$P_B = U_B I_B \cos\phi_B = 230 \cdot 4,6 \cdot \cos(36,86^\circ) = 846,5 \text{ Вт};$$

$$P_C = U_C I_C \cos \varphi_C = 230 \cdot 4,6 \cdot \cos(-36,86^\circ) = 846,5 \text{ Вт};$$

$$P_{3\phi} = P_B + P_C = 1693 \text{ Вт.}$$

Реактивные мощности трёхфазной цепи:

$$Q_A = U_A I_A \sin \varphi_A = 0 \text{ вар};$$

$$Q_B = U_B I_B \sin \varphi_B = 230 \cdot 4,6 \cdot \sin(36,86^\circ) = 634,6 \text{ вар};$$

$$Q_C = U_C I_C \sin \varphi_C = 230 \cdot 4,6 \cdot \sin(-36,86^\circ) = -634,6 \text{ вар};$$

$$Q_{3\phi} = Q_B + Q_C = 0 \text{ вар.}$$

Комплекс полной мощности цепи

$$S_{3\phi} = P_{3\phi} + jQ_{3\phi} = 1693 + 0j \text{ ВА.}$$

Величина полной мощности трёхфазной цепи

$$S_{3\phi} = \sqrt{P_{3\phi}^2 + Q_{3\phi}^2} = \sqrt{1693^2 + 0^2} = 1693 \text{ ВА.}$$

10. Векторная диаграмма токов и напряжений четырёхпроводной трёхфазной электрической цепи при обрыве линейного провода (фазы *A*) представлена на рис. 3.9. Масштаб: 1 см = 40 В; 1 см = 1 А.

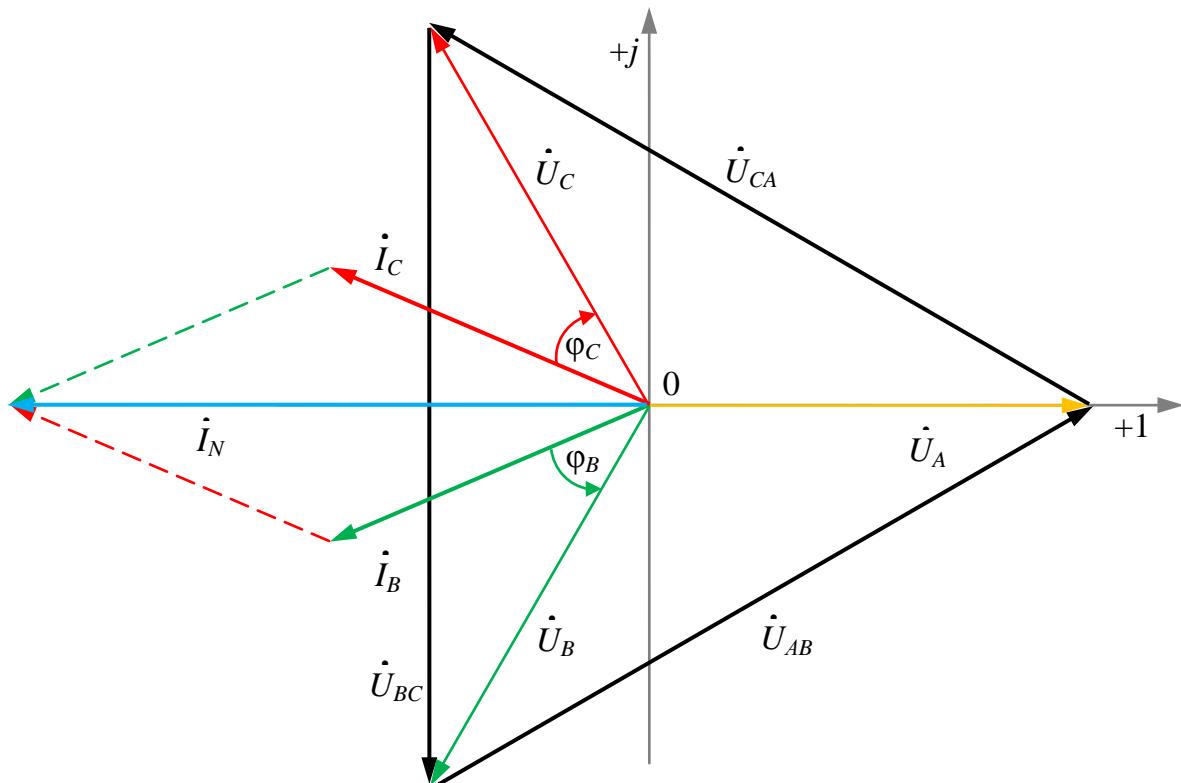


Рис. 3.9. Векторная диаграмма четырёхпроводной трёхфазной электрической цепи при обрыве линейного провода (фазы *A*)

## Расчёт аварийного режима – обрыва нейтрального провода

При обрыве/отсутствии нейтрального провода в трёхфазной электрической цепи с несимметричным приёмником нарушается симметрия фазных напряжений приёмника  $U_A, U_B, U_C$  (*перекос фаз*), а фазные напряжения генератора  $U_a, U_b, U_c$  остаются неизменными симметричными. Фазные токи изменяются и устанавливаются таким образом, чтобы векторная сумма их стала равной нулю. В результате этого возникает напряжение *смещения нейтрали*  $U_{nN}$ .

11. Находим комплексные проводимости фаз приёмника:

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{100e^{j53,13^\circ}} = 0,01e^{-j53,13^\circ} = 0,006 - j0,008 \text{ См.}$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{50e^{j36,86^\circ}} = 0,02e^{-j36,86^\circ} = 0,016 - j0,012 \text{ См.}$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{50e^{-j36,86^\circ}} = 0,02e^{j36,86^\circ} = 0,016 + j0,012 \text{ См.}$$

12. Находим комплексное действующее значение напряжения смещения нейтрали

$$\begin{aligned} \dot{U}_{nN} &= \varphi_N - \varphi_n = \frac{\underline{Y}_A \dot{U}_a + \underline{Y}_B \dot{U}_b + \underline{Y}_C \dot{U}_c}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \\ &= \frac{0,01e^{-j53,13^\circ} \cdot 230e^{j0^\circ} + 0,02e^{-j36,86^\circ} \cdot 230e^{-j120^\circ} + 0,02e^{j36,86^\circ} \cdot 230e^{j120^\circ}}{0,006 - j0,008 + 0,016 - j0,012 + 0,016 + j0,012} = \\ &= -168,6 - j83,9 = (168,6 + j83,9)(-1) = 188,3e^{j26,45^\circ} \cdot e^{-j180^\circ} = 188,3e^{-j153,5^\circ} \text{ В.} \end{aligned}$$

13. Фазные напряжения приёмника  $U_A, U_B, U_C$  будут зависеть от напряжения смещения нейтрали:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a - \dot{U}_{nN} = 230e^{j0^\circ} + 168,6 + j83,9 = 398,6 + j83,9 = 407,3e^{j11,9^\circ} \text{ В.}$$

$$\dot{U}_B = \dot{U}_b - \dot{U}_{nN} = 230e^{-j120^\circ} + 168,6 + j83,9 = 53,6 - j115,3 = 127,1e^{-j65,1^\circ} \text{ В.}$$

$$\dot{U}_C = \dot{U}_c - \dot{U}_{nN} = 230e^{j120^\circ} + 168,6 + j83,9 = 53,6 + j283,1 = 288,1e^{j79,3^\circ} \text{ В.}$$

14. Фазные токи вследствие искажения фазных напряжений тоже изменяются и определяются по закону Ома через проводимости фаз:

$$\dot{I}_A = \underline{Y}_A \dot{U}_A = 0,01e^{-j53,13^\circ} \cdot 407,3e^{j11,9^\circ} = 4,07e^{-j41,23^\circ} = 3,06 - j2,68 \text{ А.}$$

$$\dot{I}_B = \underline{Y}_B \dot{U}_B = 0,02e^{-j36,86^\circ} \cdot 127,1e^{-j65,1^\circ} = 2,54e^{-j101,96^\circ} = -0,53 - j2,48 \text{ А.}$$

$$\dot{I}_C = \underline{Y}_C \dot{U}_C = 0,02e^{j36,86^\circ} \cdot 288,1e^{j79,3^\circ} = 5,76e^{j116,16^\circ} = -2,54 + j5,17 \text{ А.}$$

15. Как и в предыдущих частях примера определим активную, реактивную и полную мощности трёхфазной цепи.

$$P_A = U_A I_A \cos\varphi_A = 407,3 \cdot 4,07 \cdot \cos(53,13^\circ) = 994,6 \text{ Вт};$$

$$P_B = U_B I_B \cos\varphi_B = 127,1 \cdot 2,54 \cdot \cos(36,86^\circ) = 258,3 \text{ Вт};$$

$$P_C = U_C I_C \cos\varphi_C = 288,1 \cdot 5,76 \cdot \cos(-36,86^\circ) = 1327,7 \text{ Вт};$$

$$P_{3\Phi} = P_A + P_B + P_C = 2580,6 \text{ Вт.}$$

$$Q_A = U_A I_A \sin\varphi_A = 407,3 \cdot 4,07 \cdot \sin(53,13^\circ) = 1326,1 \text{ вар};$$

$$Q_B = U_B I_B \sin\varphi_B = 127,1 \cdot 2,54 \cdot \sin(36,86^\circ) = 193,6 \text{ вар};$$

$$Q_C = U_C I_C \sin\varphi_C = 288,1 \cdot 5,76 \cdot \sin(-36,86^\circ) = -995,4 \text{ вар};$$

$$Q_{3\Phi} = Q_A + Q_B + Q_C = 524,3 \text{ вар.}$$

$$S_{3\Phi} = P_{3\Phi} + jQ_{3\Phi} = 2580,6 + 524,3j \text{ ВА.}$$

$$S_{3\Phi} = \sqrt{P_{3\Phi}^2 + Q_{3\Phi}^2} = \sqrt{2580,6^2 + 524,3^2} = 2633,3 \text{ ВА.}$$

16. Векторная диаграмма токов и напряжений трёхфазной электрической цепи при обрыве нейтрального провода представлена на рис. 3.10. Масштаб: 1 см = 40 В; 1 см = 1 А.

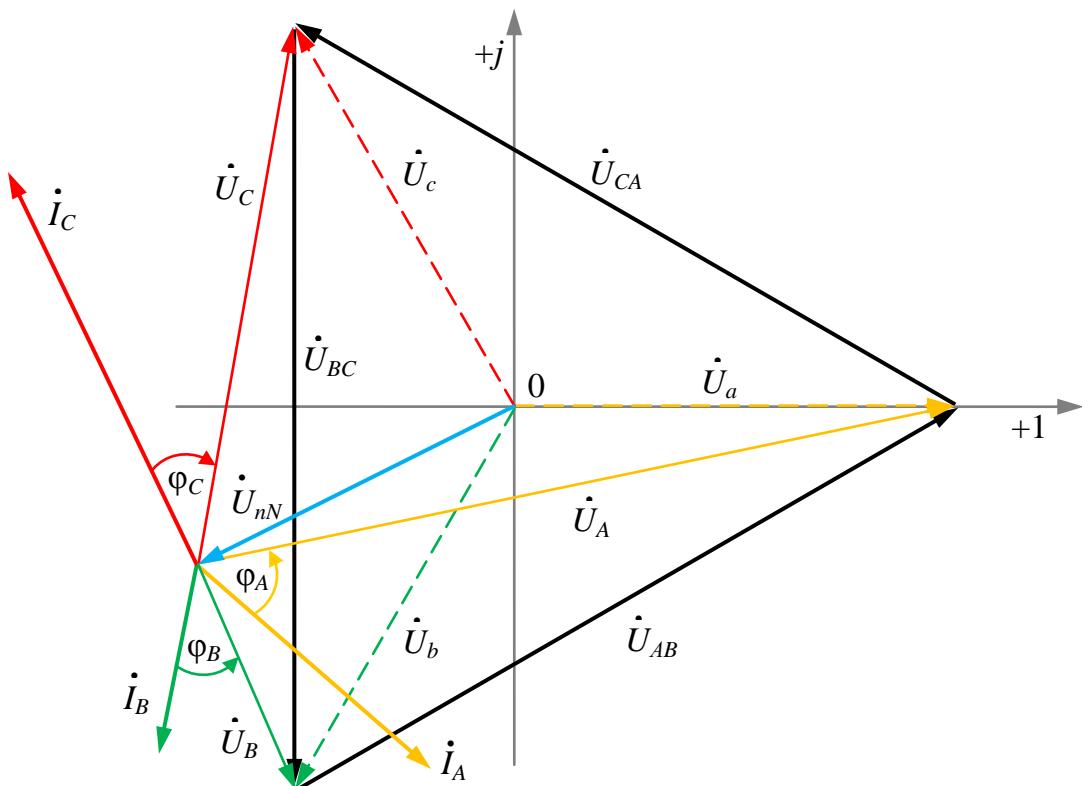


Рис. 3.10. Векторная диаграмма трёхфазной электрической цепи при обрыве нейтрального провода

Расчётная схема трёхфазной электрической цепи при соединении фаз приёмника треугольником представлена на рис. 3.11.

Проведем расчёт двух режимов работы такой цепи:

- трёхпроводной (нормальный режим работы);
- обрыв линейного провода  $A$ .

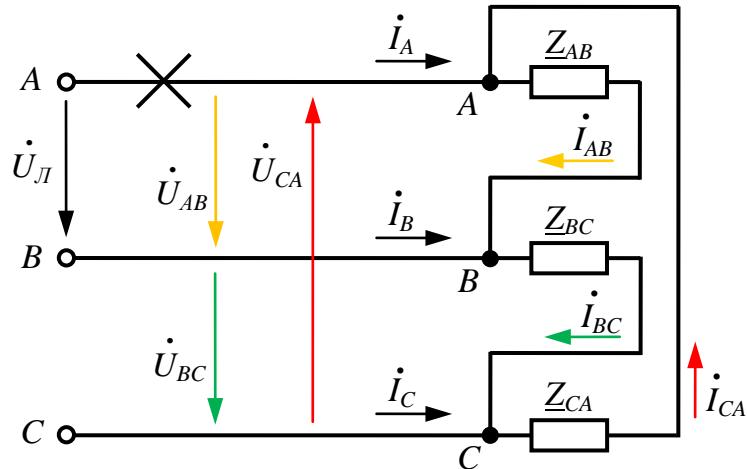


Рис. 3.11. Схема замещения трёхфазной цепи при соединении фаз приёмника треугольником

### Расчёт нормального трёхпроводного режима работы при соединении фаз приёмника треугольником

1. Находим комплексные сопротивления фаз приёмника:

$$\underline{Z}_{AB} = R_1 + jX_1 = 60 + j80 = 100e^{j53,13^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{BC} = R_2 + jX_2 = 40 + j30 = 50e^{j36,86^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{CA} = R_3 + jX_3 = 40 - j30 = 50e^{-j36,86^\circ} \text{ Ом}.$$

2. При соединении фаз треугольником фазные напряжения приёмника  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$  являются линейными напряжениями генератора и в показательной комплексной форме с учетом начальной фазы напряжения фазы  $A$  генератора имеют вид

$$\dot{U}_{AB} = 400e^{j30^\circ} \text{ В}; \dot{U}_{BC} = 400e^{-j90^\circ} \text{ В}; \dot{U}_{CA} = 400e^{j150^\circ} \text{ В}.$$

3. Токи в фазах приёмника определяются по закону Ома:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{400e^{j30^\circ}}{100e^{j53,13^\circ}} = 4e^{-j23,13^\circ} = 3,68 - j1,57 \text{ А.}$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{400e^{-j90^\circ}}{50e^{j36,86^\circ}} = 8e^{-j126,86^\circ} = -4,8 - j6,4 \text{ А.}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{400e^{j150^\circ}}{50e^{-j36,86^\circ}} = 8e^{j186,86^\circ} = -7,94 - j0,95 \text{ A.}$$

4. Линейные токи определяются в соответствии с первым законом Кирхгофа для узлов приёмника  $A$ ,  $B$  и  $C$ :

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 3,68 - j1,57 - (-7,94 - j0,95) = 11,62 - j0,62 = 11,63e^{-j3^\circ} \text{ A.}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = -4,8 - j6,4 - (3,68 - j1,57) = -8,48 - j4,83 = 9,76e^{-j150,3^\circ} \text{ A.}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = -7,94 - j0,95 - (-4,8 - j6,4) = -3,14 + j5,45 = 6,29e^{j120^\circ} \text{ A.}$$

5. Векторная диаграмма токов и напряжений нормального трёхпроводного режима работы трёхфазной электрической цепи при соединении фаз приёмника треугольником представлена рис. 3.12. Масштаб: 1 см = 80 В; 1 см = 2 А.

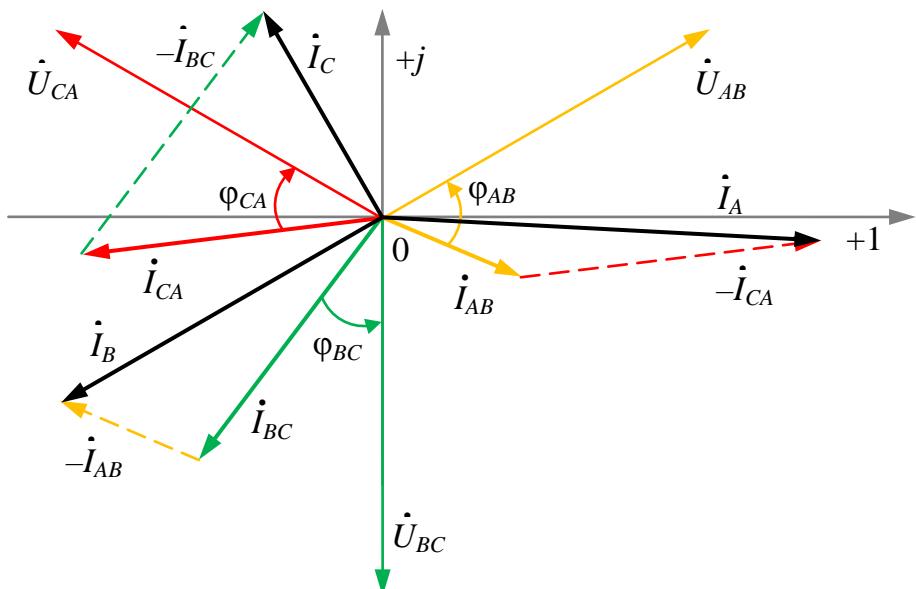


Рис. 3.12. Векторная диаграмма нормального трёхпроводного режима работы трёхфазной электрической цепи

6. Определим активную, реактивную и полную мощности трёхфазной цепи через действующие значения токов и напряжений фаз приёмника и фазовые углы нагрузки  $\varphi_{AB}$ ,  $\varphi_{BC}$ ,  $\varphi_{CA}$ , являющиеся угловыми аргументами комплексных сопротивлений фаз приёмника.

$$P_{AB} = U_{AB} I_{AB} \cos \varphi_{AB} = 400 \cdot 4 \cdot \cos(53,13^\circ) = 960 \text{ Вт};$$

$$P_{BC} = U_{BC} I_{BC} \cos \varphi_{BC} = 400 \cdot 8 \cdot \cos(36,86^\circ) = 2560,3 \text{ Вт};$$

$$P_{CA} = U_{CA} I_{CA} \cos \varphi_{CA} = 400 \cdot 8 \cdot \cos(-36,86^\circ) = 2560,3 \text{ Вт};$$

$$P_{3\phi} = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = 6080,6 \text{ Вт.}$$

$$Q_{AB} = U_{AB} I_{AB} \sin\phi_{AB} = 400 \cdot 4 \cdot \sin(53,13^\circ) = 1280 \text{ вар;}$$

$$Q_{BC} = U_{BC} I_{BC} \sin\phi_{BC} = 400 \cdot 8 \cdot \sin(36,86^\circ) = 1920 \text{ вар;}$$

$$Q_{CA} = U_{CA} I_{CA} \sin\phi_{CA} = 400 \cdot 8 \cdot \sin(-36,86^\circ) = -1920 \text{ вар;}$$

$$Q_{3\phi} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 1280 \text{ вар.}$$

$$S_{3\phi} = P_{3\phi} + jQ_{3\phi} = 6080,6 + 1280j \text{ ВА.}$$

$$S_{3\phi} = \sqrt{P_{3\phi}^2 + Q_{3\phi}^2} = \sqrt{6080,6^2 + 1280^2} = 6213,8 \text{ ВА.}$$

### Расчёт режима обрыва линейного провода *A*

При обрыве линии *A* линейный ток в ней отсутствует, но он не влияет на образование линейных напряжений  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$  и  $U_{CA}$ . Однако, для приёмника цепь становится однофазной с общим напряжением  $U_{BC}$ . В данном случае фазы приёмника образуют две параллельные ветви, первая с одним сопротивлением  $Z_{BC}$ , а другая с двумя последовательно соединенными сопротивлениями  $Z_{AB}$  и  $Z_{CA}$ . Первая ветвь находится под напряжением  $U_{BC}$ , а во второй ветви напряжение  $U_{BC}$  делится на два напряжения  $U_{AB}$  и  $U_{CA}$  (рис. 3.13).

Для справедливости уравнений (3.17), составленных по первому закону Кирхгофа, оставим условно положительные направления фазных и линейных токов неизменными, как на рис. 3.11. Сопротивления фаз приёмника при обрыве линии *A* не изменяются.

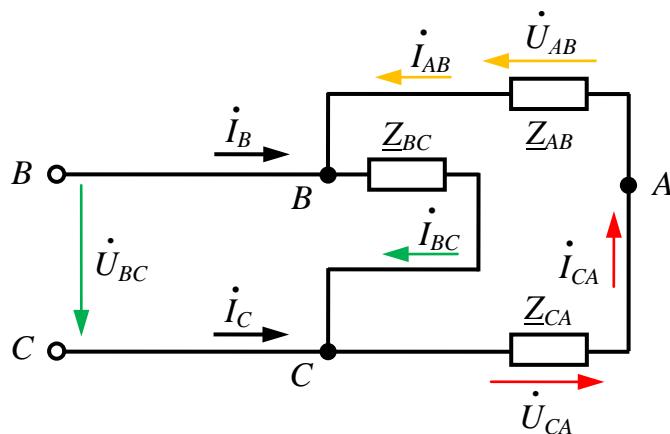


Рис. 3.13. Схема замещения трёхфазной цепи при соединении фаз приёмника треугольником и обрыве линейного провода *A*

7. При обрыве линии *A* линейные напряжения не изменяются, и для приёмника линейное напряжение генератора  $U_{BC}$  все ещё является фазным

$$\dot{U}_{BC} = 400e^{-j90^\circ} = 0 - j400 \text{ В.}$$

8. Найдем комплексное сопротивление второй параллельной ветви приёмника

$$\underline{Z}_{BAC} = \underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{CA} = 100 + j50 = 111,8e^{j26,56^\circ} \text{ Ом.}$$

9. Токи в ветвях приёмника определяются по закону Ома:

ток в первой ветви

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{400e^{-j90^\circ}}{50e^{j36,86^\circ}} = 8e^{-j126,86^\circ} = -4,8 - j6,4 \text{ А.}$$

Ток во второй ветви с учетом условно положительных направлений токов  $I_{AB}$  и  $I_{CA}$  и напряжения  $U_{BC}$ :

$$\dot{I}_{CA} = \dot{I}_{AB} = \frac{-\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BAC}} = \frac{-400e^{-j90^\circ}}{111,8e^{j26,56^\circ}} = -3,58e^{-j116,56^\circ} = 3,58e^{j63,44^\circ} = 1,6 + j3,2 \text{ А.}$$

10. Линейные токи определяются в соответствии с первым законом Кирхгофа для узлов приёмника  $B$  и  $C$ :

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = -4,8 - j6,4 - (1,6 + j3,2) = -6,4 - j9,6 = 11,53e^{-j123,7^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 1,6 + j3,2 - (-4,8 - j6,4) = 6,4 + j9,6 = 11,53e^{j56,3^\circ} \text{ А.}$$

Токи  $I_B$  и  $I_C$  являются по сути одним и тем же током, но с учетом их условно положительных направлений на схеме (см. рис. 3.13) они противоположны.

11. Определим по закону Ома напряжения, действующие во второй ветви приёмника:

$$\dot{U}_{AB} = \underline{Z}_{AB} \dot{I}_{AB} = 100e^{j53,13^\circ} \cdot 3,58e^{j63,44^\circ} = 358e^{j116,57^\circ} = -160,1 + j320,2 \text{ А.}$$

$$\dot{U}_{CA} = \underline{Z}_{CA} \dot{I}_{CA} = 50e^{-j36,86^\circ} \cdot 3,58e^{j63,44^\circ} = 179e^{j26,58^\circ} = 160,1 + j80,1 \text{ А.}$$

В соответствии со вторым законом Кирхгофа сумма напряжений в замкнутом контуре электрической цепи равна нулю. Для контура, образованного сопротивлениями фаз приёмника  $\underline{Z}_{AB}$ ,  $\underline{Z}_{BC}$  и  $\underline{Z}_{CA}$  можно составить следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} &= 0; \\ -160,1 + j320,2 + 160,1 + j80,1 + 0 - j400 &= 0; \\ 0 + j0,3 &\approx 0. \end{aligned}$$

Таким образом, с учетом погрешности вычислений можно утверждать, что комплексные выражения напряжений второй ветви приёмника найдены верно.

12. Определим активную, реактивную и полную мощность трёхфазной цепи.

$$P_{AB} = U_{AB} I_{AB} \cos \varphi_{AB} = 358 \cdot 3,58 \cdot \cos(53,13^\circ) = 769 \text{ Вт};$$

$$P_{BC} = U_{BC} I_{BC} \cos \varphi_{BC} = 400 \cdot 8 \cdot \cos(36,86^\circ) = 2560,3 \text{ Вт};$$

$$P_{CA} = U_{CA} I_{CA} \cos \varphi_{CA} = 179 \cdot 3,58 \cdot \cos(-36,86^\circ) = 512,7 \text{ Вт};$$

$$P_{3\Phi} = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = 3842 \text{ Вт.}$$

$$Q_{AB} = U_{AB} I_{AB} \sin \varphi_{AB} = 358 \cdot 3,58 \cdot \sin(53,13^\circ) = 1025,3 \text{ вар};$$

$$Q_{BC} = U_{BC} I_{BC} \sin \varphi_{BC} = 400 \cdot 8 \cdot \sin(36,86^\circ) = 1920 \text{ вар};$$

$$Q_{CA} = U_{CA} I_{CA} \sin \varphi_{CA} = 179 \cdot 3,58 \cdot \sin(-36,86^\circ) = -384,4 \text{ вар};$$

$$Q_{3\Phi} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = 2560,9 \text{ вар.}$$

$$S_{3\Phi} = P_{3\Phi} + jQ_{3\Phi} = 3842 + 2560,9j \text{ ВА.}$$

$$S_{3\Phi} = \sqrt{P_{3\Phi}^2 + Q_{3\Phi}^2} = \sqrt{3842^2 + 2560,9^2} = 4617,3 \text{ ВА.}$$

13. Векторная диаграмма токов и напряжений трёхпроводной трёхфазной электрической цепи при соединении фаз приёмника треугольником и обрыве линейного провода *A* представлена на рис. 3.14. Масштаб: 1 см = 80 В; 1 см = 2 А.

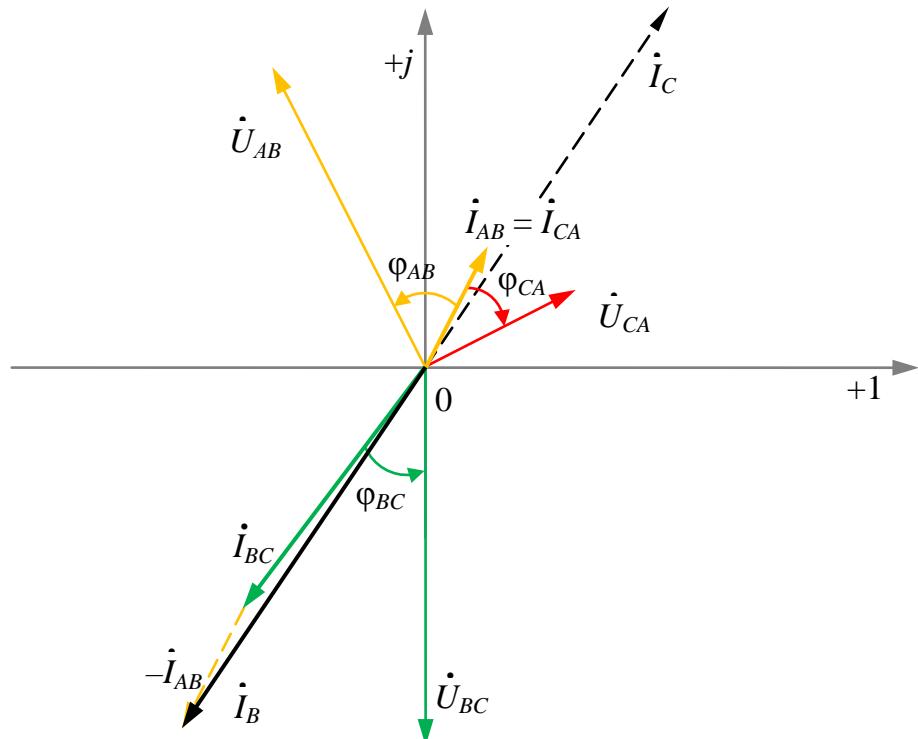


Рис. 3.14. Векторная диаграмма трёхпроводной трёхфазной электрической цепи при обрыве линейного провода *A*

### 3.3. Исходные данные для расчёта

Имеется трёхфазная электрическая цепь со следующими параметрами:

- действующее значение линейного напряжения  $U_L$ ;
- напряжение первой фазы генератора  $\dot{U}_a = U_\Phi e^{j0^\circ}$ ;
- приведённые активные сопротивления первой, второй и третьей фазы приёмника соответственно  $R_1; R_2; R_3$ ;
- приведённые реактивные сопротивления первой, второй и третьей фазы приёмника соответственно  $X_1; X_2; X_3$ .

Согласно примерам для своего варианта исходных данных произвести расчёт параметров и построить векторные диаграммы токов и напряжений трёхфазной электрической цепи в следующих режимах:

- нормальный четырёхпроводной режим с нейтральным проводом при соединении фаз приёмника звездой (см. рис. 3.7);
- обрыв нейтрального провода  $N$  при соединении фаз звездой;
- нормальный трёхпроводной режим при соединении фаз приёмника треугольником (см. рис. 3.11).

В табл. 3.1 приведены варианты параметров цепи.

Таблица 3.1

Параметры трёхфазной электрической цепи

Вар.	$U_L$ , В	$R_1$ , Ом	$X_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$X_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$X_3$ , Ом
1	230	5	0	10	0	0	-10
2	400	3	4	6	8	8	-6
3	690	3	-4	6	-8	8	6
4	230	5	0	6	8	6	8
5	400	4	3	8	6	6	-8
6	690	4	-3	8	-6	6	8
7	230	0	-5	0	-10	10	0
8	400	5	0	6	-8	6	-8
9	230	10	0	20	0	0	-20
10	400	6	8	12	16	16	-12
11	690	6	-8	12	-16	16	12
12	230	10	0	12	16	12	16
13	400	8	6	16	12	12	-16
14	690	8	-6	16	-12	12	16
15	230	0	-10	0	-20	20	0
16	400	10	0	12	-16	12	-16

Bap.	$U_{JL}$ , B	$R_1$ , OM	$X_1$ , OM	$R_2$ , OM	$X_2$ , OM	$R_3$ , OM	$X_3$ , OM
17	230	15	0	30	0	0	-30
18	400	9	12	18	24	24	-18
19	690	9	-12	18	-24	24	18
20	230	15	0	18	24	18	24
21	400	12	9	24	18	18	-24
22	690	12	-9	24	-18	18	24
23	230	0	-15	0	-30	30	0
24	400	15	0	18	-24	18	-24
25	230	20	0	40	0	0	-40
26	400	12	16	24	32	32	-24
27	690	12	-16	24	-32	32	24
28	230	20	0	24	32	24	32
29	400	16	12	32	24	24	-32
30	690	16	-12	32	-24	24	32
31	230	0	-20	0	-40	40	0
32	400	20	0	24	-32	24	-32
33	230	25	0	50	0	0	-50
34	400	15	20	30	40	40	-30
35	690	15	-20	30	-40	40	30
36	230	25	0	30	40	30	40
37	400	20	15	40	30	30	-40
38	690	20	-15	40	-30	30	40
39	230	0	-25	0	-50	50	0
40	400	25	0	30	-40	30	-40
41	230	30	0	60	0	0	-60
42	400	18	24	36	48	48	-36
43	690	18	-24	36	-48	48	36
44	230	30	0	36	48	36	48
45	400	24	18	48	36	36	-48
46	690	24	-18	48	-36	36	48
47	230	0	-30	0	-60	60	0
48	400	30	0	36	-48	36	-48
49	230	35	0	70	0	0	-70
50	400	21	28	42	56	56	-42
51	690	21	-28	42	-56	56	42
52	230	35	0	42	56	42	56
53	400	28	21	56	42	42	-56
54	690	28	-21	56	-42	42	56
55	230	0	-35	0	-70	70	0
56	400	35	0	42	-56	42	-56

Вар.	$U_L$ , В	$R_1$ , Ом	$X_1$ , Ом	$R_2$ , Ом	$X_2$ , Ом	$R_3$ , Ом	$X_3$ , Ом
57	230	40	0	80	0	0	-80
58	400	24	32	48	64	64	-48
59	690	24	-32	48	-64	64	48
60	230	40	0	48	64	48	64
61	400	32	24	64	48	48	-64
62	690	32	-24	64	-48	48	64
63	230	0	-40	0	-80	80	0
64	400	40	0	48	-64	48	-64
65	230	45	0	90	0	0	-90
66	400	27	36	54	72	72	-54
67	690	27	-36	54	-72	72	54
68	230	45	0	54	72	54	72
69	400	36	27	72	54	54	-72
70	690	36	-27	72	-54	54	72
71	230	0	-45	0	-90	90	0
72	400	45	0	54	-72	54	-72
73	230	50	0	100	0	0	-100
74	400	30	40	60	80	80	-60
75	690	30	-40	60	-80	80	60
76	230	50	0	60	80	60	80
77	400	40	30	80	60	60	-80
78	690	40	-30	80	-60	60	80
79	230	0	-50	0	-100	100	0
80	400	50	0	60	-80	60	-80

## Контрольные вопросы и задания

1. Что называется трёхфазной электрической цепью?
2. Изобразите схему трёхпроводной и четырёхпроводной трёхфазной цепи при соединении фаз приемника звездой.
3. Как измерить линейные и фазные напряжения при соединении фаз приемника звездой?
4. Изобразите схему трёхфазной цепи при соединении фаз приемника треугольником.
5. Запишите для трёхфазной цепи при соединении фаз приемника звездой уравнения по законам Кирхгофа.
6. Запишите для трёхфазной цепи при соединении фаз приемника треугольником уравнения по законам Кирхгофа.
7. Каково назначение нейтрального провода?

8. Как определяется ток в нейтральном проводе?
9. В каком случае и почему ток в нейтральном проводе равен нулю?
10. В каком случае и какое соотношение имеется между действующими значениями линейных и фазных напряжений при соединении фаз приемника звездой?
11. В каком случае линейные токи равны? Какое соотношение имеется между действующими значениями линейных и фазных токов при соединении фаз приемника треугольником?
12. Что называется смещением нейтрали и когда оно возникает?
13. Как определить активную, реактивную и полную мощности трёхфазной цепи?

## 4. РАСЧЁТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ

### 4.1. Основные понятия, параметры и зависимости

*Магнитной цепью* называется совокупность различных ферромагнитных и неферромагнитных частей электротехнических устройств, предназначенных для создания магнитных полей нужных конфигурации и интенсивности [3, 5].

Магнитное поле может возбуждаться либо постоянным магнитом, либо катушкой индуктивности с током. Для прохождения магнитного потока, возбуждаемого электрическим током катушки, используется ферромагнитная часть магнитной цепи – *магнитопровод*.

К простейшим магнитопроводам относится тороид из однородного ферромагнитного материала или сборные пластинчатые магнитопроводы прямоугольного сечения из электротехнической стали.

Рассмотренные магнитные цепи, как и другие возможные конструкции, можно разделить на *неразветвленные магнитные цепи*, в которых магнитный поток в любом сечении цепи одинаков, и *разветвленные магнитные цепи*, в которых магнитные потоки в различных сечениях цепи различны.

Магнитное поле, создаваемое током, и ток в проводнике неразрывно связаны между собой, следовательно, и значения величин, характеризующих магнитное поле (*магнитный поток, магнитная индукция и напряжённость магнитного поля*) зависят от величины тока в проводнике.

*Напряжённость магнитного поля* – это векторная величина, указывающая направление действия магнитного поля и количество его силовых линий (рис. 4.1, *а*). Вектор напряжённости направлен по касательным к линиям магнитного поля. Основная единица напряжённости магнитного поля *H* в СИ – *ампер на метр* [А/м]. Часто применяется единица, кратная основной, – ампер на сантиметр, 1 А/см = 100 А/м.

*Закон полного тока* для магнитного поля: циркуляция вектора напряжённости магнитного поля по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром [2] (рис. 4.1, *б*) [3, 5]:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^n I_k, \quad (4.1)$$

где *n* – число проводников с токами, охватываемых контуром длиной *l* произвольной формы.

Каждый ток учитывается столько раз, сколько он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта; ток противоположного направления считается отрицательным. Например, для системы токов, изображённых на рис. 4.1, в [3, 5]:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_1 + I_2 - I_3 + I_4.$$

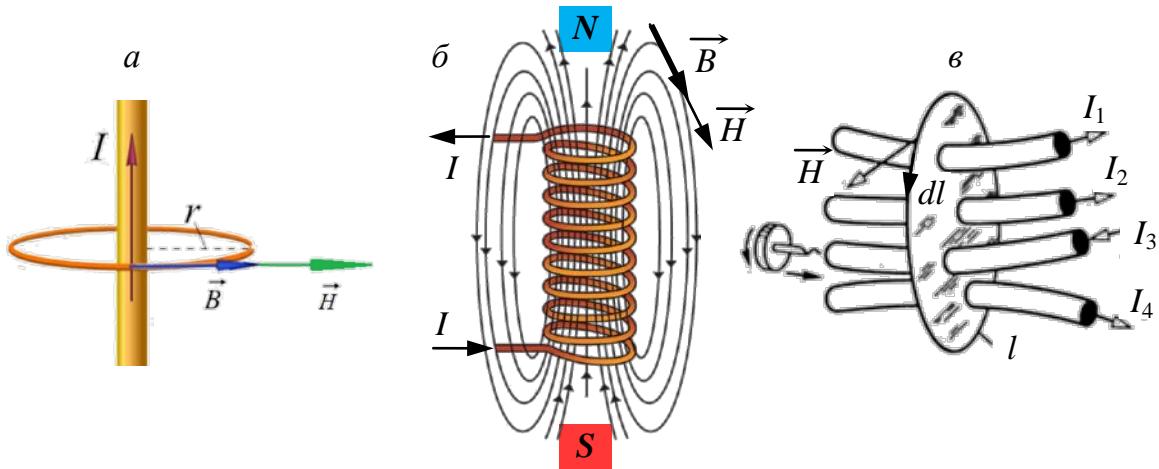


Рис. 4.1. Иллюстрация напряженности магнитного поля:  
а – магнитное поле проводника с током; б – закон полного тока; в – система токов

Магнитную цепь большинства электротехнических устройств можно представить состоящей из совокупности участков, в пределах которых магнитное поле считается однородным с постоянной напряжённостью, равной напряжённости вдоль средней линии магнитопровода. Для таких цепей интегрирование напряжённости магнитного поля  $H$  по  $l$  в выражении (4.1) можно заменить их произведением.

Например, для катушки с током  $I$  и числом витков  $w$  на участке магнитопровода длиной  $l_{cp}$ , сечением  $S_C$  (рис. 4.2) закон полного тока можно записать в линейной форме [3, 5]:

$$Hl_{cp} = Iw = F, \quad (4.2)$$

где  $Iw = F$  – магнитодвижущая сила (МДС). Основной единицей измерения магнитодвижущей силы в системе СИ является ампер [А].

Произведение  $Hl = U_M$  называют магнитным напряжением участка магнитной цепи. Единица измерения в системе СИ – ампер [А].

Результирующее магнитное поле, создаваемое всеми силовыми магнитными линиями, характеризует вектор магнитной индукции  $\vec{B}$ . Основная единица магнитной индукции в СИ – тесла [Тл].

В случае однородной изотропной среды вектор индукции связан с вектором напряжённости следующим соотношением [3, 5]:

$$B = \mu_0 \mu_r H, \quad (4.3)$$

где  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная;  $\mu_r$  – безразмерная величина – относительная магнитная проницаемость среды.

В зависимости от значения относительной магнитной проницаемости  $\mu_r$  все вещества разделяются на

- *диамагнитные* ( $\mu_r \leq 1$ ) – воздух, дерево, алюминий, платина;
- *парамагнитные* ( $\mu_r > 1$ ) – натрий, магний, литий;
- *ферромагнитные* ( $\mu_r \gg 1$ ) – железо, электротехническая сталь, ферриты, пермаллои (сплав железа и никеля, обладающий высокой магнитной проницаемостью  $\mu_r$  до 10 000).

Магнитная проницаемость воздуха приблизительно равна магнитной проницаемости вакуума и в технических расчётах принимается равной магнитной постоянной  $\mu_0$ .

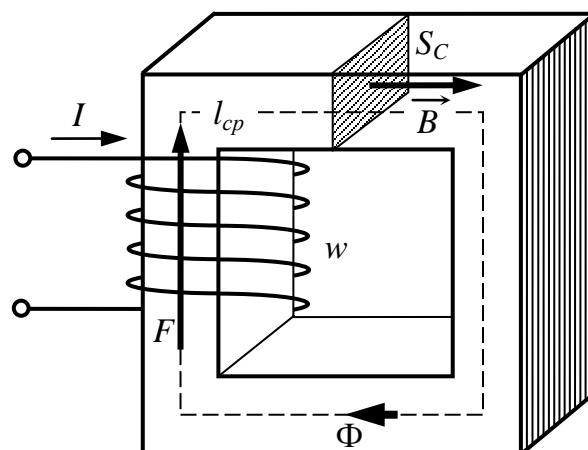


Рис. 4.2. Неразветвленная магнитная цепь

Поток вектора магнитной индукции  $\Phi$  через произвольную поверхность площадью  $S$  равен [3, 5]:

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}. \quad (4.4)$$

Единица измерения магнитного потока в системе СИ – вебер [Вб].

*Магнитный поток*  $\Phi$  через сечение магнитопровода на рис. 4.2, перпендикулярное направлению вектора магнитной индукции [3, 5],

$$\Phi = B S_C, \quad (4.5)$$

где  $S_C$  – площадь сечения магнитопровода.

Используя уравнения (4.2), (4.3), (4.5), получим выражение закона *Ома для магнитной цепи*

$$\Phi = \mu_0 \mu_r H S_C = \frac{\mu_0 \mu_r S_C F}{l_{cp}} = \frac{F}{R_M}, \quad (4.6)$$

где  $R_M$  – магнитное сопротивление, [ $\text{Гн}^{-1}$ ].

Для разветвлённой магнитной цепи (рис. 5.4) выполняются законы Кирхгофа [3, 5].

*Первый закон Кирхгофа для магнитной цепи:* алгебраическая сумма магнитных потоков в узле разветвлённой магнитной цепи равна нулю [3, 5]:

$$\sum_k \Phi_k = 0. \quad (4.7)$$

*Второй закон Кирхгофа для магнитной цепи:* алгебраическая сумма магнитных напряжений в контуре магнитной цепи равна алгебраической сумме МДС, действующих в этом контуре [3, 5]:

$$\sum_k H_k l_k = \sum_p I_p w_p. \quad (4.8)$$

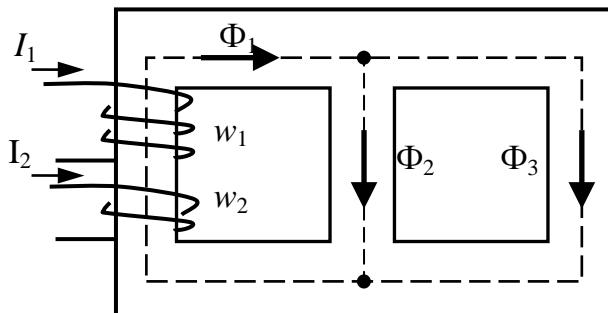


Рис. 4.3. Разветвлённая магнитная цепь

Например, для магнитной цепи на рис. 4.3 система уравнений по законам Кирхгофа имеет вид

$$\begin{cases} \Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0; \\ H_1 l_1 + H_2 l_2 = I_1 w_1 + I_2 w_2; \\ -H_2 l_2 + H_3 l_3 = 0. \end{cases}$$

В отличие от вакуума, ферромагнитные материалы проявляют нелинейные магнитные свойства, что отражается на зависимости магнитной индукции материала от напряжённости магнитного поля в нём.

Если начальное магнитное состояние материала магнитопровода характеризуется значениями  $H = 0$  и  $B = 0$ , то при плавном нарастании тока получим нелинейную зависимость  $B(H)$ , которая называется *кривой первоначального намагничивания* (рис. 4.4, штриховая линия). Начиная с некоторых значений напряжённости  $H$  магнитного поля индукция  $B$  практически перестаёт увеличиваться и остаётся равной  $B_{\max}$ . Эта область зависимости  $B(H)$  называется *областью технического насыщения* [3, 5].

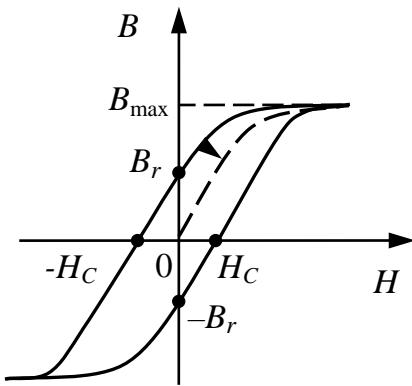


Рис. 4.4. Кривые намагничивания

Если, достигнув насыщения, плавно уменьшать ток в обмотке, т.е. уменьшать напряжённость, то индукция также начнёт уменьшаться. Однако зависимость  $B(H)$  не совпадает с кривой первоначального намагничивания. Изменив направление тока в обмотке и увеличивая его значение, получим новый участок зависимости  $B(H)$ . При значительных отрицательных значениях напряжённости магнитного поля снова наступит

техническое насыщение ферромагнитного материала. После нескольких циклов перемагничивания для зависимости  $B(H)$  будет получена симметричная кривая (см. рис. 4.4). Этот замкнутый цикл  $B(H)$  называется *предельной статической петлёй гистерезиса (предельным статическим циклом гистерезиса)* ферромагнитного материала.

Предельная статическая петля гистерезиса ферромагнитных материалов характеризуется следующими параметрами [3, 5]:

- $H_C$  – *коэрцитивная сила* – напряжённость размагничивающего внешнего магнитного поля, которое необходимо создать в ферромагнетике, предварительно намагниченном до насыщения, чтобы довести до нуля его индукцию  $B$ ;
- $B_r$  – *остаточная индукция* – магнитная индукция ферромагнитного материала при напряжённости магнитного поля, равной нулю, в условиях циклического перемагничивания;
- $k_{\square}$  – *коэффициент прямоугольности*, представляющий собой отношение остаточной индукции  $B_r$  к максимальной индукции  $B_{\max}$ .

## 4.2. Пример расчёта параметров неразветвленной неоднородной магнитной цепи с постоянным магнитным потоком

При расчёте неразветвленных магнитных цепей, можно сформулировать две принципиально отличающиеся друг от друга задачи – *прямую и обратную*.

*Прямой задачей* расчёта неразветвленной магнитной цепи является определение МДС  $F$  или тока  $I$  катушки электромагнита, по заданным значениям магнитного потока  $\Phi$  или магнитной индукции  $B$  на некотором участке магнитопровода (чаще всего с воздушным зазором) [6]. Т.е. прямая задача требует поиска электрических параметров катушки электромагнита по заданным магнитным.

Обратной задачей расчёта неразветвленной магнитной цепи является определение магнитного потока  $\Phi$  или магнитной индукции  $B$  по заданным значениям МДС  $F$  или тока  $I$  катушки электромагнита. Т.е. обратная задача, наоборот, требует поиска магнитных параметров магнитопровода по заданным электрическим параметрам катушки.

Из-за наличия нелинейных ферромагнитных участков магнитной цепи данные задачи отличаются не только искомыми величинами, но и принципиальным подходом, а также методикой расчёта неизвестных параметров.

Рассмотрим пример *прямой задачи* расчёта неразветвленной магнитной цепи. Для магнитной цепи с воздушным зазором  $\delta$  определить МДС  $F$ , ток  $I$  и индуктивность  $L$  катушки, имеющей  $w$  витков, по заданному значению магнитной индукции  $B_\delta$  в воздушном зазоре, отделяющим подвижную часть электромагнита от основной неподвижной. Магнитопровод выполнен из электротехнической стали и имеет заданную геометрию с размерами в мм (рис. 4.5). Зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля  $B = f(H)$  для электротехнической стали задана графически (рис. 4.6). Кривая разделена на три участка ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ), каждый из которых охватывает свой диапазон напряжённости магнитного поля в материале магнитопровода.

**Параметры цепи:**  $w = 1000$ ;  $B_\delta = 0,6$  Тл;  $\delta = 2$  мм.

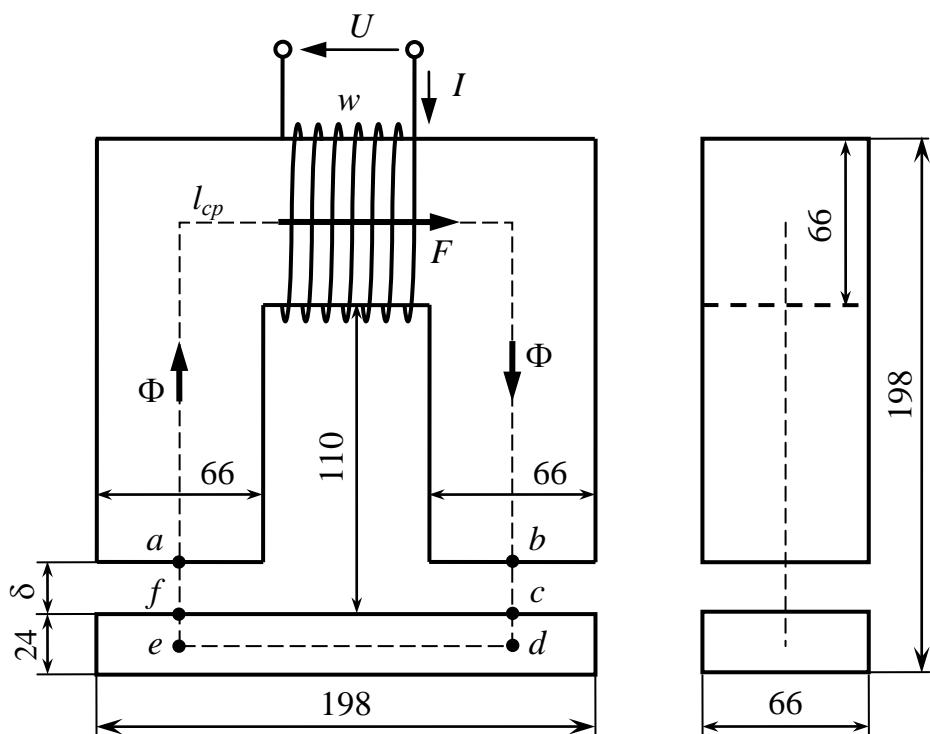


Рис. 4.5. Принципиальная схема неразветвленной магнитной цепи

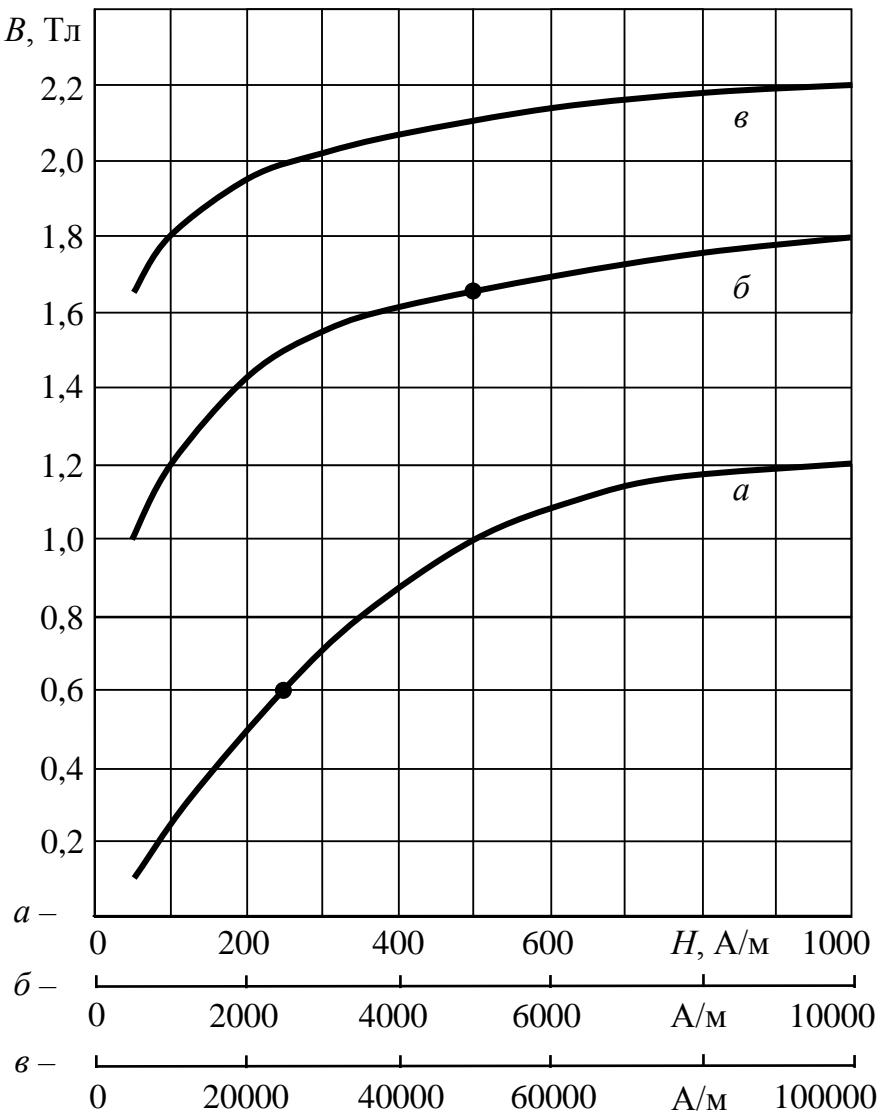


Рис. 4.6. Кривая намагничивания электротехнической стали  $B = f(H)$

### Методика расчёта:

1. Для выполнения расчёта на принципиальной схеме магнитной цепи указываем направления действия электрических и магнитных величин, проводим расчётную (среднюю) силовую магнитную линию магнитопровода и разбиваем его на однородные участки, на которых магнитное поле считается однородным с постоянной напряжённостью. Т.е. это участки магнитопровода с одинаковой площадью поперечного сечения и однородной среды прохождения магнитного потока (сталь или воздух).

В рассматриваемой задаче можно выделить шесть однородных участков: четыре участка –  $ab$ ,  $cd$ ,  $de$ , и  $ef$  – выполнены из стали, но  $ab$ ,  $cd$  и  $ef$  имеют одно поперечное сечение, а  $de$  – другое, и два участка –  $bc$  и  $fa$  – являются воздушным зазорами.

Длины  $l$  и площади  $S$  сечений участков могут быть рассчитаны геометрически по средней силовой линии и габаритам сердечника.

Участок стали  $ab$ .

$$l_{ab} = (110 - \delta + 33) + (198 - 66) + (110 - \delta + 33) = 414 \text{ мм} = 0,414 \text{ м.}$$

$$S_{ab} = 66 \cdot 66 = 4356 \text{ мм}^2 = 4,356 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Участки воздушного зазора  $bc$  и  $fa$ .

$$l_{bc} = l_{fa} = \delta = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

$$S_{bc} = S_{fa} = S_{ab} = 4,356 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Участки стали  $cd$  и  $ef$ .

$$l_{cd} = l_{ef} = 12 \text{ мм} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

$$S_{cd} = S_{ef} = S_{bc} = S_{ab} = 4,356 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Участок подвижной части из стали  $de$ .

$$l_{de} = 198 - 66 = 132 \text{ мм} = 0,132 \text{ м.}$$

$$S_{de} = 66 \cdot 24 = 1584 \text{ мм}^2 = 1,584 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

2. Составим расчётную схему замещения магнитной цепи (рис. 4.7), заменив катушку источником МДС  $F$ , а участки магнитопровода элементами с магнитными сопротивлениями.

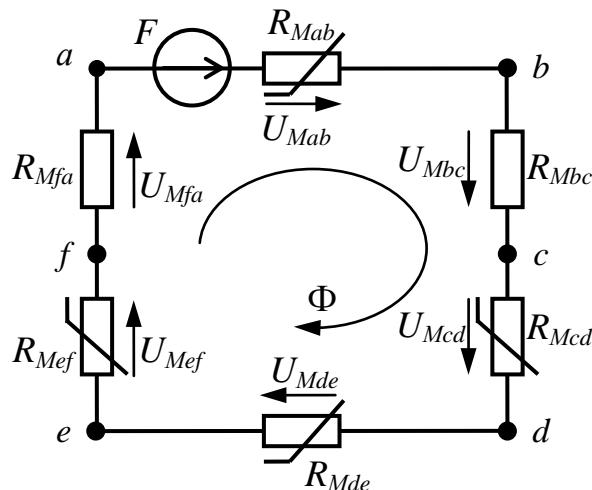


Рис. 4.7. Схема замещения магнитной цепи

По второму закону Кирхгофа запишем уравнение магнитных напряжений для рассматриваемой магнитной цепи

$$F = U_{Mab} + U_{Mbc} + U_{Mcd} + U_{Mde} + U_{Mef} + U_{Mfa}.$$

3. Считаем, что по средней силовой магнитной линии всех участков магнитной цепи замыкается один и тот же магнитный поток, который можно определить по заданному значению магнитной индукции в воздушном зазоре на участке  $bc$ :

$$\Phi = B_\delta \cdot S_{bc} = 0,6 \cdot 4,356 \cdot 10^{-3} = 2,614 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

4. Магнитная индукция на участках цепи из электротехнической стали  $ab$ ,  $cd$ ,  $ef$  и  $de$ :

$$B_{ab} = B_{cd} = B_{ef} = \frac{\Phi}{S_{ab}} = \frac{2,614 \cdot 10^{-3}}{4,356 \cdot 10^{-3}} = 0,6 \text{ Тл.}$$

$$B_{de} = \frac{\Phi}{S_{de}} = \frac{2,614 \cdot 10^{-3}}{1,584 \cdot 10^{-3}} = 1,65 \text{ Тл.}$$

5. Напряженность магнитного поля участков цепи из электротехнической стали  $ab$ ,  $cd$ ,  $ef$  и  $de$  определяется для полученных значений магнитной индукции на участках  $a$  и  $b$  кривой  $B = f(H)$  (см. рис. 4.6).

$$H_{ab}(0,6) = H_{cd}(0,6) = H_{ef}(0,6) = 250 \text{ А/м.}$$

$$H_{de}(1,65) = 5000 \text{ А/м.}$$

Напряженность магнитного поля на участках воздушного зазора  $bc$  и  $fa$  определяется аналитически, так как воздушный зазор является линейной средой с постоянной магнитной проницаемостью  $\mu_0$  равной  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн (магнитная постоянная):

$$H_{bc} = H_{fa} = B_\delta / \mu_0 = 0,6 / (4\pi \cdot 10^{-7}) = 477465 \text{ А/м.}$$

6. Магнитное напряжение участков определяем через их длину:

$$U_{Mab} = H_{ab} \cdot l_{ab} = 250 \cdot 0,414 = 103,5 \text{ А.}$$

$$U_{Mbc} = U_{Mfa} = H_{bc} \cdot \delta = 477465 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 954,9 \text{ А.}$$

$$U_{Mcd} = U_{Mef} = H_{cd} \cdot l_{cd} = 250 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 3,0 \text{ А.}$$

$$U_{Mde} = H_{de} \cdot l_{de} = 5000 \cdot 0,132 = 660 \text{ А.}$$

7. Магнитодвижущая сила катушки, создающая заданную магнитную индукцию в воздушном зазоре, вычисляется по выражению

$$F = U_{Mab} + U_{Mbc} + U_{Mcd} + U_{Mde} + U_{Mef} + U_{Mfa} = 2679,3 \text{ А.}$$

Таким образом, заданное значение магнитной индукции в воздушном зазоре  $B_\delta = 0,6$  Тл представленной магнитной цепи создается обмоткой возбуждения с МДС  $F$ , равной 2679,3 А.

8. Определяем ток катушки электромагнита через МДС:

$$I = \frac{F}{w} = \frac{2679,3}{1000} = 2,68 \text{ А.}$$

9. Индуктивность катушки определяется отношением потокосцепления  $\Psi$  к току, протекающему по виткам катушки,

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{w\Phi}{I} = \frac{1000 \cdot 2,614 \cdot 10^{-3}}{2,68} = 0,975 \text{ Гн.}$$

Таким образом, МДС в заданной магнитной цепи должна создавать катушка с индуктивностью 975 мГн и силой тока 2,68 А.

Рассмотрим пример *обратной задачи* расчёта неразветвленной магнитной цепи. Допустим, для магнитной цепи с воздушным зазором  $\delta$ , рассмотренной в предыдущем примере (см. рис. 4.5), с теми же магнитными характеристиками сердечника  $B = f(H)$  (см. рис. 4.6) задана величина тока  $I$  в катушке, имеющей  $w$  витков. Необходимо определить значение магнитной индукции  $B_\delta$  в воздушном зазоре.

**Параметры цепи:**  $w = 1000$ ;  $I = 4 \text{ А}$ ;  $\delta = 2 \text{ мм}$ .

**Методика расчёта:**

1. Так же, как при решении прямой задачи, проводим расчётную (среднюю) силовую магнитную линию, производим разбиение цепи на однородные участки и составляем расчётную схему замещения цепи (см. рис. 4.7). Так же, определяем длины  $l$  и площади  $S$  сечений участков по средней силовой линии и габаритам сердечника.

2. В соответствии с условиями задания находим МДС катушки

$$F = 4 \cdot 1000 = 4000 \text{ А.}$$

Определение магнитного потока  $\Phi$  и, следовательно, и магнитной индукции  $B_\delta$  в воздушном зазоре по выражению закона Ома для магнитной цепи

$$F = Iw = \Phi(R_{Mab} + R_{Mbc} + R_{Mcd} + R_{Mde} + R_{Mef} + R_{Mfa})$$

оказывается невозможным, поскольку магнитные сопротивления участков из ферромагнитного материала  $ab$ ,  $cd$ ,  $ef$  и  $de$  переменные, так как зависимости  $B = f(H)$  для этих участков нелинейные.

В этом случае задача решается графоаналитическим способом. Необходимо построить вебер-амперные характеристики  $\Phi(U_M)$  – зависимости магнитного потока  $\Phi$  от магнитного напряжения  $U_M$  на всех участках магнитопровода.

3. Зададимся несколькими значениями магнитного потока  $\Phi$  и для этих значений найдем величины магнитных напряжений участков  $U_M$  и результирующее значение МДС  $F$ . При этом размеры и материалы однородных участков не изменяются, меняется только их магнитное состояние.

Для определения диапазона значений магнитного потока ограничимся *областью технического насыщения* материала сердечника. Для этого определим значения максимальной индукции электротехнической стали  $B_{\max}$  и магнитного потока  $\Phi$  на участке магнитопровода из ферромагнитного материала с наименьшим сечением.

Для приведенной схемы магнитной цепи (см. рис. 4.5) и кривой намагничивания стали  $B = f(H)$  (см. рис. 4.6) максимальная индукция  $B_{\max} = 2,2$  Тл, а минимальное поперечное сечение имеет участок из стали  $de$  с площадью  $S_{de} = 1,584 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>. Тогда максимальный магнитный поток в пределах *технического насыщения* участка

$$\Phi_{\max} = B_{\max} \cdot S_{de} = 2,2 \cdot 1,584 \cdot 10^{-3} = 3,48 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Таким образом, для расчёта величин магнитных напряжений участков  $U_M$  примем несколько значений магнитного потока  $\Phi$  в диапазоне от 0 до  $3,48 \cdot 10^{-3}$  Вб.

4. Вебер-амперная характеристика в воздушном зазоре является линейной, так как воздушный зазор является линейной средой с постоянной магнитной проницаемостью  $\mu_0$  равной  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн (*магнитная постоянная*). Аналитическая зависимость  $\Phi(U_M)$  в воздушном зазоре получена из выражения закона Ома для магнитной цепи (4.6):

$$\Phi = B_{\delta} S_{bc} = \mu_0 H_{bc} S_{bc} = \frac{\mu_0 U_{Mbc} S_{bc}}{\delta} = \frac{U_{Mbc}}{365369,5};$$

$$U_{Mbc} = 365369,5 \Phi.$$

5. Магнитную индукцию на участках цепи из электротехнической стали  $ab$ ,  $cd$ ,  $ef$  и  $de$  считаем по формуле (4.5) (пункт 4 *прямой задачи*). Напряженность магнитного поля участков  $ab$ ,  $cd$ ,  $ef$  и  $de$  определяется по кривой намагничивания стали  $B = f(H)$  (см. рис. 4.6). Магнитные напряжения участков определяем через их длину (пункт 6 *прямой задачи*). Результирующее значение МДС  $F$  вычисляется как сумма магнитных напряжений участков магнитопровода (пункт 7 *прямой задачи*).

Числовые значения рассчитанных параметров магнитной цепи приведены в таблице.

### Значения параметров магнитной цепи

Параметры цепи	Значения магнитного потока $\Phi, \cdot 10^{-3}$ Вб						
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,48
$B_{ab} (B_{cd}, B_{ef})$ , Тл	0,115	0,230	0,344	0,459	0,574	0,689	0,799
$B_{de}$ , Тл	0,316	0,631	0,947	1,263	1,578	1,894	2,197
$H_{ab} (H_{cd}, H_{ef})$ , А/м	50	100	140	190	240	300	350
$H_{de}$ , А/м	135	250	470	1250	3400	15000	100000
$U_{Mab}$ , А	20,7	41,4	58,0	78,7	99,4	124,2	144,9
$U_{Mbc} = U_{Mfa}$ , А	182,7	365,4	548,1	730,7	913,4	1096,1	1271,5
$U_{Mcd} = U_{Mef}$ , А	0,60	1,20	1,68	2,28	2,88	3,60	4,20
$U_{Mde}$ , А	17,8	33,0	62,0	165,0	448,8	1980,0	13200,0
$F$ , А	405,1	807,5	1219,5	1709,7	2380,8	4303,6	15896,3

По полученным значениям магнитных напряжений участков  $U_M$  и результирующей МДС  $F$  строим вебер-амперные характеристики  $\Phi(U_M)$  магнитной цепи (рис. 4.8).

6. По результирующей характеристике  $\Phi(F)$  графически определяем неизвестный магнитный поток  $\Phi$  при МДС  $F = 4000$  А.

Найденное значение магнитного потока  $\Phi = 2,9 \cdot 10^{-3}$  Вб.

При таком значении магнитного потока магнитная индукция в воздушном зазоре

$$B_\delta = \frac{\Phi}{S_{bc}} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{4,356 \cdot 10^{-3}} = 0,66 \text{ Тл.}$$

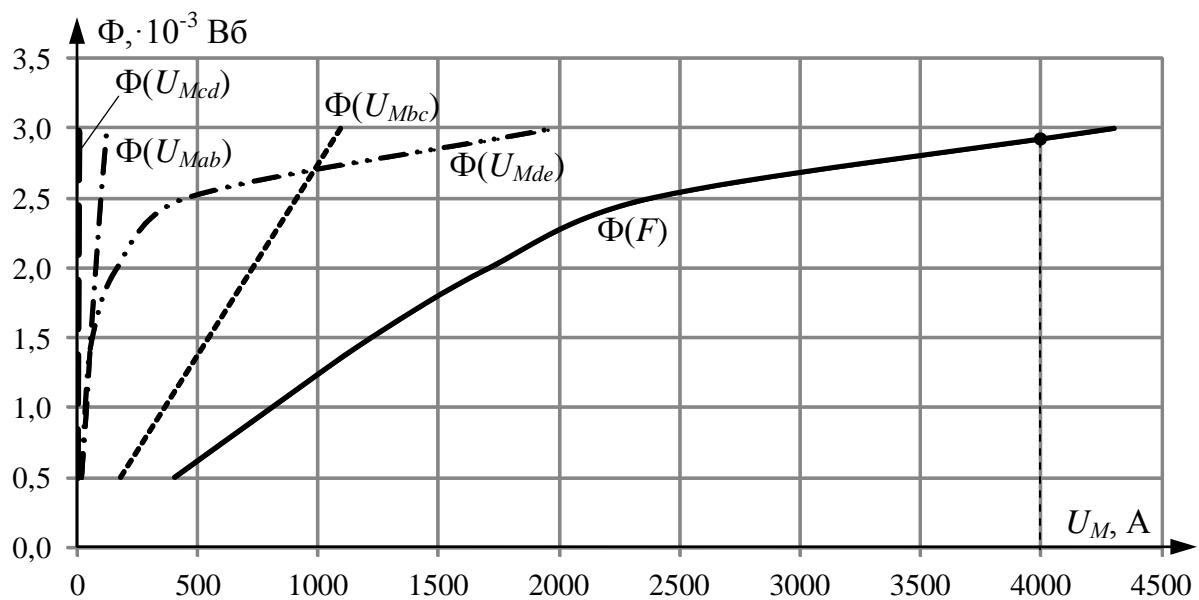


Рис. 4.8. Вебер-амперные характеристики магнитной цепи  $\Phi(U_M)$

### 4.3. Исходные данные для расчёта

В табл. 4.1 приведены исходные данные для расчёта неразветвленной неоднородной магнитной цепи постоянного тока в виде принципиальных схем, задающих геометрию магнитопровода, и их конструктивных и физических параметров. Вариант исходных данных состоит из номера схемы и буквы набора параметров цепи (например, «2б»).

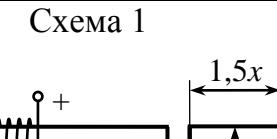
Магнитопроводы цепей выполнены из электротехнической стали марки 1211. Зависимость магнитной индукции от напряженности магнитного поля  $B = f(H)$  для электротехнической стали марки 1211 задана таблично (табл. 4.2). В случае определения значений напряженности магнитного поля по промежуточным значениям индукции можно использовать линейную интерполяцию табличных данных.

**Прямая задача.** Согласно примеру расчёта для заданной магнитной цепи с воздушным зазором  $\delta$  определить МДС  $F$ , ток  $I$  и индуктивность  $L$  катушки, имеющей  $w$  витков, по заданному значению магнитной индукции  $B_\delta$  в воздушном зазоре, разделяющем магнитопровод электромагнита на разные части.

*Обратная задача.* Согласно примеру расчёта для заданной магнитной цепи с воздушным зазором необходимо определить значение магнитной индукции  $B_\delta$  в воздушном зазоре при величине тока  $I$  в катушке, имеющей  $w$  витков. В качестве заданного значения тока даётся его процентное отношение  $I\%$  от величины тока катушки, найденной в результате решения *прямой задачи* расчёта.

Таблица 4.1

## Принципиальные схемы и параметры магнитных цепей

Принципиальная схема		Варианты параметров цепи	
Схема 1		а	$x = 30 \text{ мм}; w = 500; B_\delta = 0,8 \text{ Тл}; \delta = 1,0 \text{ мм}; I\% = 160\%$
		б	$x = 35 \text{ мм}; w = 550; B_\delta = 0,9 \text{ Тл}; \delta = 1,2 \text{ мм}; I\% = 150\%$
		в	$x = 40 \text{ мм}; w = 600; B_\delta = 1,0 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 140\%$
		г	$x = 45 \text{ мм}; w = 650; B_\delta = 1,1 \text{ Тл}; \delta = 1,6 \text{ мм}; I\% = 160\%$
		д	$x = 50 \text{ мм}; w = 700; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 150\%$
		е	$x = 55 \text{ мм}; w = 750; B_\delta = 1,3 \text{ Тл}; \delta = 2,0 \text{ мм}; I\% = 140\%$
		ж	$x = 60 \text{ мм}; w = 800; B_\delta = 1,4 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 130\%$
		з	$x = 65 \text{ мм}; w = 850; B_\delta = 1,5 \text{ Тл}; \delta = 1,6 \text{ мм}; I\% = 130\%$
		и	$x = 70 \text{ мм}; w = 900; B_\delta = 1,6 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 140\%$
		к	$x = 75 \text{ мм}; w = 950; B_\delta = 1,7 \text{ Тл}; \delta = 1,2 \text{ мм}; I\% = 120\%$

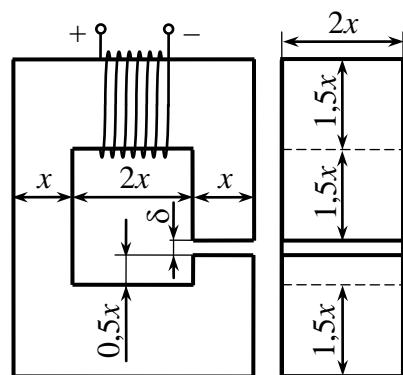
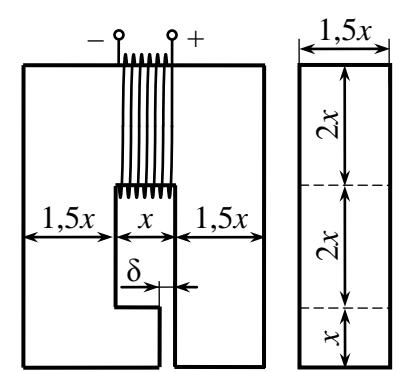
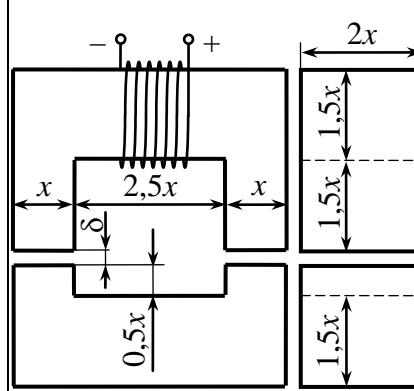
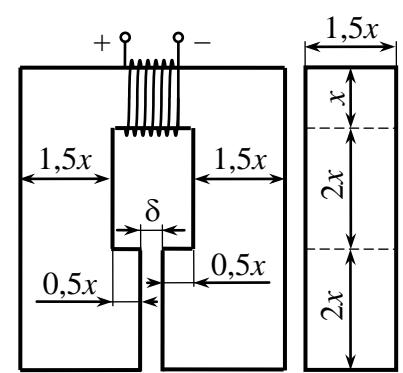
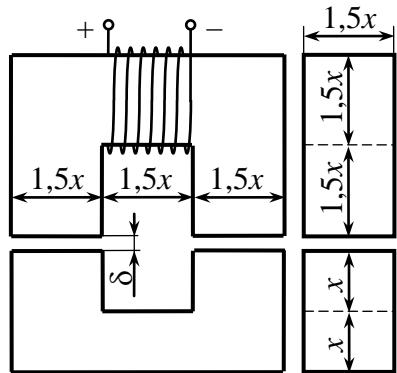
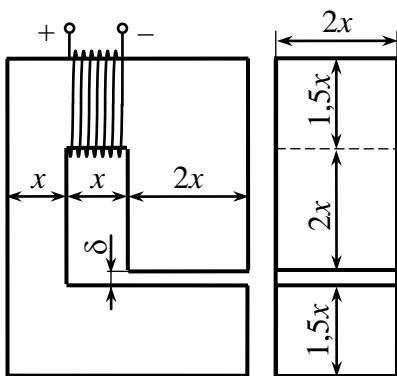
**Схема 2**а  $x = 32 \text{ мм}; w = 800; B_\delta = 0,75 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 140\%$ б  $x = 36 \text{ мм}; w = 850; B_\delta = 0,85 \text{ Тл}; \delta = 1,3 \text{ мм}; I\% = 145\%$ в  $x = 40 \text{ мм}; w = 900; B_\delta = 0,95 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 160\%$ г  $x = 44 \text{ мм}; w = 950; B_\delta = 1,05 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 145\%$ д  $x = 48 \text{ мм}; w = 1000; B_\delta = 1,1 \text{ Тл}; \delta = 1,9 \text{ мм}; I\% = 170\%$ е  $x = 52 \text{ мм}; w = 1050; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 175\%$ ж  $x = 56 \text{ мм}; w = 1100; B_\delta = 1,3 \text{ Тл}; \delta = 1,7 \text{ мм}; I\% = 150\%$ з  $x = 60 \text{ мм}; w = 1150; B_\delta = 1,4 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 145\%$ и  $x = 64 \text{ мм}; w = 1200; B_\delta = 1,5 \text{ Тл}; \delta = 1,3 \text{ мм}; I\% = 160\%$ к  $x = 68 \text{ мм}; w = 1250; B_\delta = 1,6 \text{ Тл}; \delta = 1,2 \text{ мм}; I\% = 140\%$ **Схема 3**а  $x = 30 \text{ мм}; w = 600; B_\delta = 1,0 \text{ Тл}; \delta = 1,0 \text{ мм}; I\% = 145\%$ б  $x = 35 \text{ мм}; w = 650; B_\delta = 1,05 \text{ Тл}; \delta = 1,2 \text{ мм}; I\% = 145\%$ в  $x = 40 \text{ мм}; w = 700; B_\delta = 1,1 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 155\%$ г  $x = 45 \text{ мм}; w = 750; B_\delta = 1,15 \text{ Тл}; \delta = 1,6 \text{ мм}; I\% = 155\%$ д  $x = 50 \text{ мм}; w = 800; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 170\%$ е  $x = 55 \text{ мм}; w = 850; B_\delta = 1,25 \text{ Тл}; \delta = 2,0 \text{ мм}; I\% = 165\%$ ж  $x = 60 \text{ мм}; w = 900; B_\delta = 1,3 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 170\%$ з  $x = 65 \text{ мм}; w = 950; B_\delta = 1,35 \text{ Тл}; \delta = 1,6 \text{ мм}; I\% = 145\%$ и  $x = 70 \text{ мм}; w = 1000; B_\delta = 1,4 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 150\%$ к  $x = 75 \text{ мм}; w = 1100; B_\delta = 1,5 \text{ Тл}; \delta = 1,2 \text{ мм}; I\% = 160\%$ **Схема 4**а  $x = 46 \text{ мм}; w = 900; B_\delta = 1,05 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 120\%$ б  $x = 50 \text{ мм}; w = 940; B_\delta = 1,1 \text{ Тл}; \delta = 1,3 \text{ мм}; I\% = 145\%$ в  $x = 54 \text{ мм}; w = 980; B_\delta = 1,15 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 160\%$ г  $x = 58 \text{ мм}; w = 1020; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 1,6 \text{ мм}; I\% = 145\%$ д  $x = 62 \text{ мм}; w = 1060; B_\delta = 1,3 \text{ Тл}; \delta = 1,7 \text{ мм}; I\% = 170\%$ е  $x = 66 \text{ мм}; w = 1100; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 145\%$ ж  $x = 70 \text{ мм}; w = 1140; B_\delta = 1,4 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 150\%$ з  $x = 74 \text{ мм}; w = 1180; B_\delta = 1,6 \text{ Тл}; \delta = 1,3 \text{ мм}; I\% = 155\%$ и  $x = 78 \text{ мм}; w = 1220; B_\delta = 1,1 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 160\%$ к  $x = 82 \text{ мм}; w = 1260; B_\delta = 1,0 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 140\%$ **Схема 5**а  $x = 22 \text{ мм}; w = 700; B_\delta = 1,1 \text{ Тл}; \delta = 1,0 \text{ мм}; I\% = 170\%$ б  $x = 26 \text{ мм}; w = 750; B_\delta = 1,15 \text{ Тл}; \delta = 1,2 \text{ мм}; I\% = 165\%$ в  $x = 30 \text{ мм}; w = 800; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 160\%$ г  $x = 34 \text{ мм}; w = 850; B_\delta = 1,25 \text{ Тл}; \delta = 1,6 \text{ мм}; I\% = 155\%$ д  $x = 38 \text{ мм}; w = 900; B_\delta = 1,3 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 150\%$ е  $x = 42 \text{ мм}; w = 950; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 2,0 \text{ мм}; I\% = 165\%$ ж  $x = 46 \text{ мм}; w = 1000; B_\delta = 1,4 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 160\%$ з  $x = 50 \text{ мм}; w = 1150; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 1,6 \text{ мм}; I\% = 155\%$ и  $x = 54 \text{ мм}; w = 1200; B_\delta = 1,3 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 140\%$ к  $x = 58 \text{ мм}; w = 1250; B_\delta = 1,7 \text{ Тл}; \delta = 1,2 \text{ мм}; I\% = 125\%$

Схема 6



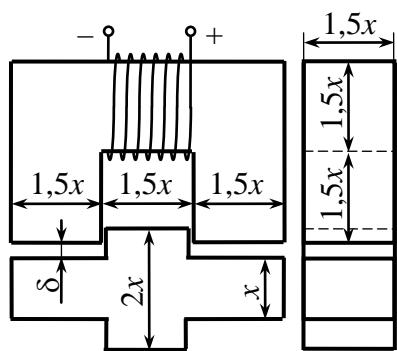
а	$x = 33 \text{ мм}; w = 500; B_\delta = 0,95 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 150\%$
б	$x = 44 \text{ мм}; w = 550; B_\delta = 1,0 \text{ Тл}; \delta = 1,3 \text{ мм}; I\% = 160\%$
в	$x = 55 \text{ мм}; w = 600; B_\delta = 1,05 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 150\%$
г	$x = 66 \text{ мм}; w = 650; B_\delta = 1,1 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 140\%$
д	$x = 30 \text{ мм}; w = 700; B_\delta = 1,15 \text{ Тл}; \delta = 1,9 \text{ мм}; I\% = 150\%$
е	$x = 40 \text{ мм}; w = 750; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 165\%$
ж	$x = 50 \text{ мм}; w = 800; B_\delta = 1,25 \text{ Тл}; \delta = 1,7 \text{ мм}; I\% = 150\%$
з	$x = 60 \text{ мм}; w = 850; B_\delta = 1,3 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 165\%$
и	$x = 70 \text{ мм}; w = 900; B_\delta = 1,35 \text{ Тл}; \delta = 1,3 \text{ мм}; I\% = 160\%$
к	$x = 80 \text{ мм}; w = 950; B_\delta = 1,4 \text{ Тл}; \delta = 1,6 \text{ мм}; I\% = 130\%$

Схема 7



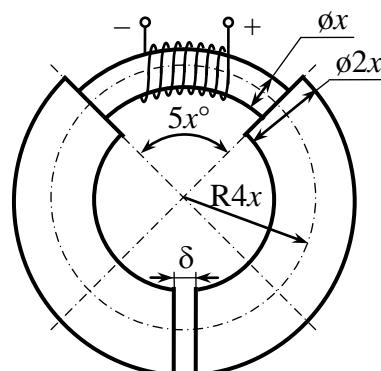
а	$x = 42 \text{ мм}; w = 900; B_\delta = 1,8 \text{ Тл}; \delta = 1,2 \text{ мм}; I\% = 140\%$
б	$x = 44 \text{ мм}; w = 950; B_\delta = 1,7 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 145\%$
в	$x = 46 \text{ мм}; w = 1000; B_\delta = 1,6 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 160\%$
г	$x = 48 \text{ мм}; w = 1050; B_\delta = 1,5 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 145\%$
д	$x = 50 \text{ мм}; w = 1100; B_\delta = 1,4 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 130\%$
е	$x = 52 \text{ мм}; w = 1150; B_\delta = 1,8 \text{ Тл}; \delta = 1,3 \text{ мм}; I\% = 175\%$
ж	$x = 54 \text{ мм}; w = 1200; B_\delta = 1,7 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 150\%$
з	$x = 56 \text{ мм}; w = 1250; B_\delta = 1,8 \text{ Тл}; \delta = 1,2 \text{ мм}; I\% = 145\%$
и	$x = 68 \text{ мм}; w = 1300; B_\delta = 1,6 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 160\%$
к	$x = 60 \text{ мм}; w = 1350; B_\delta = 1,5 \text{ Тл}; \delta = 1,6 \text{ мм}; I\% = 140\%$

Схема 8



а	$x = 46 \text{ мм}; w = 900; B_\delta = 1,05 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 120\%$
б	$x = 48 \text{ мм}; w = 940; B_\delta = 1,1 \text{ Тл}; \delta = 1,3 \text{ мм}; I\% = 145\%$
в	$x = 50 \text{ мм}; w = 980; B_\delta = 1,15 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 160\%$
г	$x = 52 \text{ мм}; w = 1020; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 1,6 \text{ мм}; I\% = 145\%$
д	$x = 54 \text{ мм}; w = 1060; B_\delta = 1,3 \text{ Тл}; \delta = 1,7 \text{ мм}; I\% = 170\%$
е	$x = 56 \text{ мм}; w = 1100; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 1,8 \text{ мм}; I\% = 145\%$
ж	$x = 58 \text{ мм}; w = 1140; B_\delta = 1,4 \text{ Тл}; \delta = 1,4 \text{ мм}; I\% = 150\%$
з	$x = 60 \text{ мм}; w = 1180; B_\delta = 1,6 \text{ Тл}; \delta = 1,3 \text{ мм}; I\% = 155\%$
и	$x = 62 \text{ мм}; w = 1220; B_\delta = 1,1 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 160\%$
к	$x = 64 \text{ мм}; w = 1260; B_\delta = 1,0 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 140\%$

Схема 9



а	$x = 16 \text{ мм}; w = 600; B_\delta = 1,0 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 130\%$
б	$x = 18 \text{ мм}; w = 700; B_\delta = 1,05 \text{ Тл}; \delta = 2,0 \text{ мм}; I\% = 140\%$
в	$x = 20 \text{ мм}; w = 800; B_\delta = 1,1 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 150\%$
г	$x = 22 \text{ мм}; w = 900; B_\delta = 1,15 \text{ Тл}; \delta = 2,0 \text{ мм}; I\% = 160\%$
д	$x = 24 \text{ мм}; w = 1000; B_\delta = 1,2 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 170\%$
е	$x = 26 \text{ мм}; w = 1100; B_\delta = 1,3 \text{ Тл}; \delta = 2,0 \text{ мм}; I\% = 130\%$
ж	$x = 28 \text{ мм}; w = 1200; B_\delta = 1,4 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 140\%$
з	$x = 30 \text{ мм}; w = 1300; B_\delta = 1,5 \text{ Тл}; \delta = 2,0 \text{ мм}; I\% = 150\%$
и	$x = 32 \text{ мм}; w = 1400; B_\delta = 1,6 \text{ Тл}; \delta = 1,5 \text{ мм}; I\% = 160\%$
к	$x = 34 \text{ мм}; w = 1500; B_\delta = 1,7 \text{ Тл}; \delta = 2,0 \text{ мм}; I\% = 140\%$

Таблица 4.2

**Основная кривая намагничивания электротехнической стали марки 1211**

$B$ , Тл	Сотые доли индукции*									
	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	$H$ , А/м									
0,4	140	143	146	149	152	153	158	161	164	167
0,5	171	175	179	183	187	191	195	199	203	207
0,6	211	216	221	226	231	236	241	246	251	256
0,7	261	266	271	276	281	287	293	299	306	312
0,8	318	324	330	337	344	352	360	369	378	387
0,9	397	407	417	427	437	447	458	469	480	491
1,0	502	514	527	541	555	570	585	600	615	631
1,1	647	664	682	701	720	739	859	779	800	821
1,2	843	866	891	918	946	976	1010	1040	1070	1100
1,3	1140	1180	1220	1260	1300	1340	1380	1430	1480	1530
1,4	1580	1640	1710	1780	1860	1950	2050	2150	2260	2380
1,5	2500	2640	2790	2950	3110	3280	3460	3660	3880	4120
1,6	4370	4630	4910	5220	5530	5880	6230	6600	6980	7370
1,7	7780	8200	8630	9070	9630	10100	10600	11100	11600	12200
1,8	12800	13400	14200	14600	15200	15900	16600	17300	18000	18800
1,9	19700	20600	21600	22600	23600	24600	25600	26800	28200	29600
2,0	31000	32500	34300	36500	39000	42000	45500	49500	54500	59500
2,1	65500	72500	80000	88000	96000	104000	112000	120000	128000	136000
2,2	144000	152000	160000	168000	176000	184000	192000	200000	208000	216000
2,3	224000	232000	240000	248000	256000	264000	272000	280000	288000	296000
2,4	304000	312000	320000	328000	336000	344000	352000	360000	368000	276000

Примечание. \* – сотые доли значения магнитной индукции  $B$ , прибавляемые к десятым долям, заданным в вертикальном столбце.

**Контрольные вопросы и задания**

- Что называют магнитной цепью? Приведите примеры магнитных цепей.
- Сформулируйте закон полного тока.
- Дайте определение следующим понятиям: магнитодвижущая сила, магнитное напряжение, магнитный поток.

4. Сформулируйте закон Ома, первый и второй законы Кирхгофа для магнитной цепи.
5. Что называют кривой первоначального намагничивания?
6. Какая часть кривой намагничивания называется областью технического насыщения?
7. Какими параметрами характеризуется предельная статическая петля гистерезиса?
8. Сформулируйте прямую задачу расчёта неразветвлённой магнитной цепи и порядок её решения.
9. Сформулируйте обратную задачу расчёта неразветвлённой магнитной цепи и порядок её решения.
10. Что называют вебер-амперной характеристикой магнитной цепи?
11. В каком месте магнитопровода рассчитанной цепи будет наибольшая индукция?
12. В каком месте магнитопровода рассчитанной цепи будет наибольшая напряженность магнитного поля?
13. Целесообразно ли увеличивать воздушный зазор магнитопровода и почему?
14. Как определить максимально возможный магнитный поток магнитопровода в пределах технического насыщения материала?

## 5. РАСЧЁТ И АНАЛИЗ ОДНОФАЗНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

### 5.1. Основные понятия, параметры и зависимости

*Трансформатором* называется статический электромагнитный аппарат, имеющий две (или более) индуктивно связанные обмотки и служащий для преобразования энергии переменного тока с одними параметрами в энергию переменного тока с другими параметрами [4, 5].

Трансформаторы позволяют передавать мощность от источника к приёмнику при разных напряжениях и токах. Трансформаторы используются для преобразования электрической энергии при передаче её на расстояния, во вторичных источниках электропитания и в различных электронных схемах.

Трансформатор (рис. 5.1, *а*) выполнен на базе замкнутого магнитопровода (сердечника), на котором имеются обмотки [4, 5].

Магнитопровод выполняет две функции: во-первых, он является носителем основного магнитного потока аппарата, а во-вторых, он предназначен для крепления обмоток, отводов, переключателей и корпуса самого трансформатора [4, 5].

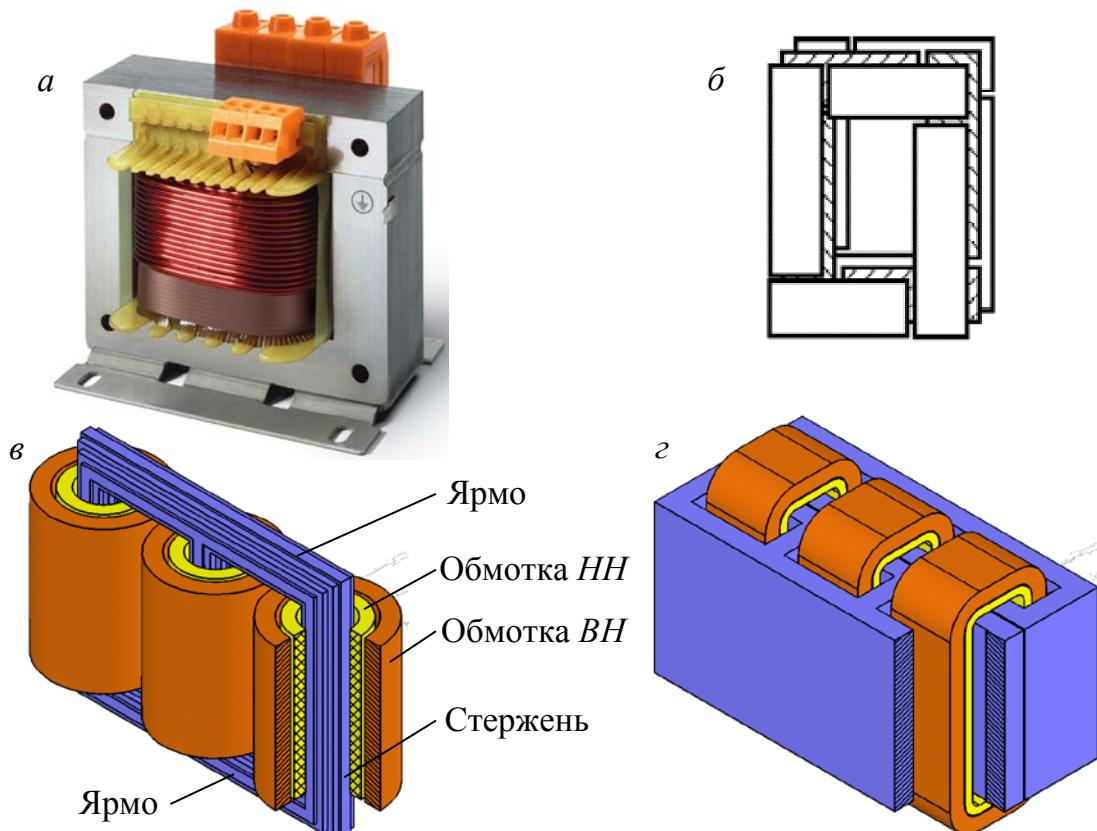


Рис. 5.1. Внешний вид однофазного трансформатора

Сердечник трансформатора собирают из тонких штампованных листов электротехнической стали (до 0,5 мм), покрытых изоляционным лаком. По способу сочленения стержней с ярмами различают *стыковые* и *шихтованные конструкции*, где стержни и ярма собирают вместе, причём стыки в соседних слоях пакета располагают в разных местах (рис. 5.1, б). Такая конструкция существенно усложняет технологию сборки трансформатора, однако при этом уменьшается магнитное сопротивление и соответственно намагничивающий ток. Кроме того, шихтованная конструкция значительно жёстче и не требует сложных креплений ярем и стержней [4, 5].

Трансформатор обычно имеет одну первичную и одну или несколько вторичных обмоток, выполненных из алюминиевого или медного изолированных проводов. Обмотки трансформатора связаны только индуктивно и не имеют гальванической связи. Обмотка, подключаемая к сети с более высоким напряжением, называется *обмоткой высшего напряжения (ВН)*, а вторая – *обмоткой низшего напряжения (НН)* (рис. 5.1, в). Если число витков вторичной обмотки меньше числа витков первичной, то такой трансформатор называется *понижающим*, а в противном случае – *повышающим* [4, 5].

У трансформатора *стержневого типа* (см. рис. 5.1, в) обмотки хорошо видны, но они скрывают за собой стержни магнитной системы сердечника. Видно только верхнее и нижнее ярма сердечника. Однофазный трансформатор *броневой конструкции* имеет внутренние стержни с обмотками и развитые ярма, охватывающие обмотки снаружи, подобно «броне» (рис. 5.1, г) [4, 5].

*Принцип действия однофазного трансформатора* состоит в следующем: к первичной обмотке А–Х подводится питающее напряжение  $U_1$  с частотой  $f_1$ . Со вторичной обмотки а–х снимается напряжение  $U_2$ , которое подводится к потребителю электрической энергии (рис. 5.2).

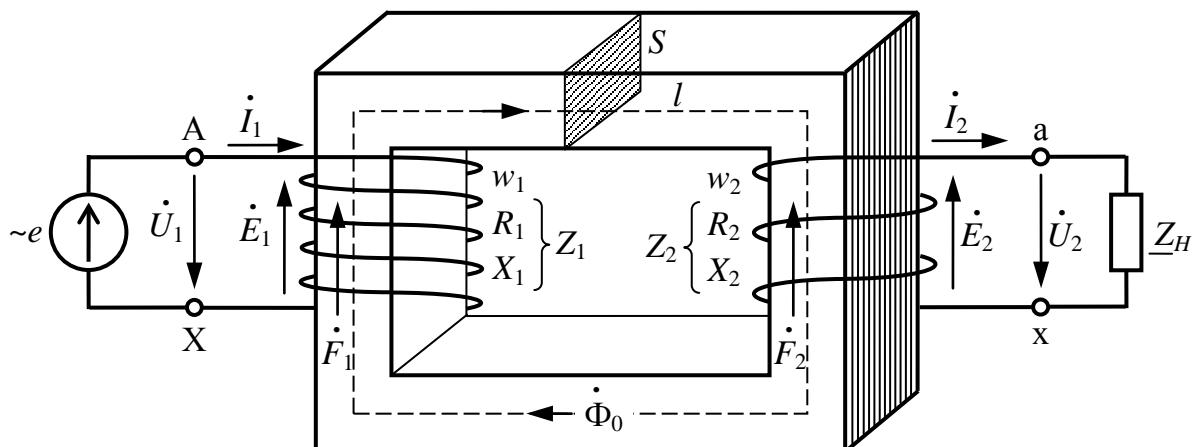


Рис. 5.2. Электромагнитная схема однофазного трансформатора

Каждая обмотка характеризуется количеством витков ( $w_1$  у первичной и  $w_2$  у вторичной), активным  $R_i$ , реактивным индуктивным  $X_i$  и полным  $Z_i$  сопротивлениями [4, 5].

На рис. 5.2 указаны условно положительные направления токов, МДС и магнитного потока трансформатора с учётом правила Ленца при заданных направлениях навивки и расположений обмоток.

Под действием напряжения, приложенного к первичной обмотке, в ней протекает ток  $I_1$ , произведение  $I_1 w_1$  является МДС первичной обмотки  $F_1$ , а произведение  $I_2 w_2$  – МДС вторичной обмотки  $F_2$ . Результирующая МДС  $F_0$  определяет величину *основного переменного магнитного потока*  $\Phi_0$ , замыкающегося по магнитопроводу [4, 5].

$$\dot{F}_0 = \dot{F}_1 - \dot{F}_2 = \dot{I}_1 w_1 - \dot{I}_2 w_2; \quad (5.1)$$

$$\dot{\Phi}_0 = \frac{\dot{F}_0}{R_M} = \frac{\mu_a S}{l} \dot{F}_0; \quad (5.2)$$

$$\Phi_0 = \Phi_{0\max} \sin \omega t, \quad (5.3)$$

где  $R_M$  – магнитное сопротивление материала сердечника;  $l$  – длина средней магнитной линии сердечника;  $S$  – площадь сечения сердечника;  $\mu_a$  – абсолютная магнитная проницаемость материала сердечника;  $\omega$  – циклическая частота напряжения в первичной обмотке.

Основной переменный магнитный поток  $\Phi_0$  наводит ЭДС *самоиндукции* в первичной обмотке  $E_1$  и ЭДС *взаимоиндукции*  $E_2$  – во вторичной. По отношению к нагрузке вторичная обмотка трансформатора является источником электрической энергии с ЭДС  $E_2$ .

Мгновенные и действующие значения ЭДС обмоток [4, 5]:

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi_0}{dt}; \quad (5.4)$$

$$e_2 = -w_2 \frac{d\Phi_0}{dt}; \quad (5.5)$$

$$E_1 = \omega w_1 \Phi_{0\max} / \sqrt{2} = 4,44 f w_1 \Phi_{0\max}; \quad (5.6)$$

$$E_2 = \omega w_2 \Phi_{0\max} / \sqrt{2} = 4,44 f w_2 \Phi_{0\max}. \quad (5.7)$$

Помимо ЭДС, наводимых в обмотках основным переменным магнитным потоком  $\Phi_0$  в сердечнике, в них также наводятся ЭДС *рассеяния*  $E_s$  переменными магнитными потоками *рассеяния*  $\Phi_s$ , замыкающимися по немагнитной среде (воздух, масло, медь и др.). Магнит-

ные потоки рассеяния уменьшают степень электромагнитной связи обмоток, однако в связи с их малыми значениями относительно  $\Phi_0$  данными величинами и наводимыми ими ЭДС можно пренебречь.

*Коэффициент трансформации* трансформатора находится как отношение действующего значения ЭДС обмотки высшего напряжения к действующему значению ЭДС обмотки низшего напряжения или как отношение числа витков обмоток [4, 5]:

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2}. \quad (5.8)$$

На основании второго закона Кирхгофа можно записать уравнения электрического состояния первичной и вторичной обмотки [4, 5]:

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_1 + \underline{Z}_1 \dot{I}_1; \quad (5.9)$$

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_2 - \underline{Z}_2 \dot{I}_2. \quad (5.10)$$

ЭДС самоиндукции  $E_1$  создает индукционный ток, направленный, согласно правилу Ленца, против тока первичной обмотки, т.е. препятствует изменению тока  $I_1$ . ЭДС  $E_1$  совместно с падением напряжения  $Z_1 I_1$  уравновешивает питающее напряжение  $U_1$ . Напряжение на вторичной обмотке  $U_2$  меньше ЭДС  $E_2$  на величину падения напряжения  $Z_2 I_2$  на этой обмотке [4, 5].

Основными рабочими параметрами трансформатора являются [5]:

- номинальные первичное и вторичное напряжения  $U_{1H}$  и  $U_{2H}$ ;
- номинальная полная мощность  $S_H$ ;
- ток и потери холостого хода  $I_{10}$  ( $I_{XX}$ ) и  $P_{10}$  ( $P_{XX}$ );
- напряжение и потери короткого замыкания  $u_{k\%}$  и  $P_{1K}$  ( $P_{K3}$ );
- коэффициент трансформации  $k$ ;
- схема и группа соединений обмоток;
- коэффициент нагрузки трансформатора  $\beta$ ;
- коэффициент полезного действия (КПД)  $\eta$ .

В общем случае параметры первичной обмотки трансформатора отличаются от параметров вторичной. Эта разница наиболее ощутима при больших коэффициентах трансформации, что затрудняет расчёты и построение векторных диаграмм, так как в этом случае векторы электрических величин первичной обмотки значительно отличаются по своей длине от одноименных векторов вторичной обмотки.

Указанные затруднения устраняются, если вместо реального трансформатора с коэффициентом трансформации  $k = w_1/w_2$  исследовать *приведённый трансформатор* с коэффициентом трансформации

$k' = 1$  при  $w'_2 = w_1$ , т.е. трансформатор, у которого реальная вторичная обмотка заменена обмоткой с числом витков, равным числу витков первичной  $w_1$ . С этой целью все величины, характеризующие вторичную цепь трансформатора (ЭДС, напряжение, ток и сопротивления), приводят к числу витков первичной обмотки. Такой трансформатор является расчётным эквивалентом энергетических и электромагнитных соотношений реального трансформатора и может использоваться для анализа и расчёта в стационарных и переходных режимах [4, 5].

Электромагнитная мощность вторичной обмотки реального трансформатора должна быть равна электромагнитной мощности вторичной обмотки приведённого трансформатора:  $E_2 I_2 = E'_2 I'_2$  [4, 5].

Также активные потери мощности вторичной обмотки реального трансформатора должны быть равны активным потерям мощности вторичной обмотки приведённого трансформатора:  $R_2 I_2^2 = R'_2 I'_2^2$  [4, 5].

Отсюда получим выражения для приведения ЭДС, напряжения, тока и сопротивлений вторичной обмотки трансформатора [4, 5]:

$$\dot{I}'_2 = \dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1} = \frac{\dot{I}_2}{k}; \quad (5.11)$$

$$\dot{E}'_2 = \dot{E}_2 \frac{w_1}{w_2} = \dot{E}_2 k; \quad (5.12)$$

$$\dot{U}'_2 = \dot{U}_2 \frac{w_1}{w_2} = \dot{U}_2 k; \quad (5.13)$$

$$Z'_H = Z_H \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 = Z_H k^2; \quad (5.14)$$

$$X'_2 = X_2 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 = X_2 k^2; \quad (5.15)$$

$$R'_2 = R_2 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 = R_2 k^2. \quad (5.16)$$

Схема замещения приведённого трансформатора (рис. 5.3) состоит из трёх ветвей: *первой ветви* с активным  $R_1$  и индуктивным сопротивлением потоков рассеяния  $X_1$ ; *ветви намагничивания* с магнитными сопротивлениями  $R_0$  и  $X_0$  и *вторичной ветви* с приведённым активным  $R'_2$ , приведённым индуктивным сопротивлением потоков рассеяния  $X'_2$  и приведённым сопротивлением нагрузки  $Z'_H$ . Все величины, относящиеся к вторичной обмотке, имеют приведённые значения [4, 5].

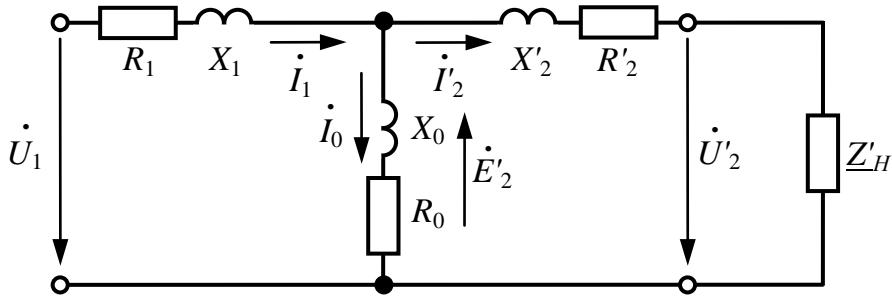


Рис. 5.3. Электрическая схема замещения приведённого трансформатора

Для определения параметров схемы замещения и характеристик трансформатора проводят опыты холостого хода, короткого замыкания и нагрузки.

Режимом холостого хода трансформатора называется режим при разомкнутой цепи вторичной обмотки. В этом режиме трансформатор, по существу, является катушкой с ферромагнитным сердечником. На холостом ходу в первичной обмотке трансформатора течёт ток холостого хода  $I_{10}$  (примерно равен току намагничивания  $I_0$ ), значение которого обычно невелико и составляет 2–10% от величины номинального тока первичной обмотки  $I_{1H}$  [4, 5].

Коэффициент трансформации  $k$  на холостом ходу приближённо можно определить как отношение величины напряжения на первичной обмотке  $U_{10}$  к величине напряжения на вторичной обмотке  $U_{20}$  [4, 5]:

$$k = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{U_{10}}{U_{20}} = \frac{U_{1H}}{U_{2H}}. \quad (5.17)$$

Активная мощность  $P_{10}$ , потребляемая трансформатором в режиме холостого хода, характеризует магнитные потери в магнитопроводе  $P_M$  [4, 5].

$$P_M \approx P_{10} = R_0 I_{10}^2. \quad (5.18)$$

В опыте холостого хода можно определить параметры ветви намагничивания схемы замещения трансформатора [4, 5]:

$$Z_0 = \frac{U_{10}}{I_{10}}; R_0 = \frac{P_{10}}{I_{10}^2} = Z_0 \cos \phi_0; X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2}; \cos \phi_0 = \frac{P_{10}}{U_{10} I_{10}}, \quad (5.19)$$

где  $R_0$ ,  $X_0$  и  $Z_0$  – активное, реактивное индуктивное и полное сопротивления ветви намагничивания при холостом ходе трансформатора;  $\cos \phi_0$  – коэффициент мощности холостого хода.

Под режимом короткого замыкания понимают режим, при котором выводы вторичной обмотки замкнуты между собой [4, 5].

Коэффициент трансформации  $k$  приближённо можно определить при опыте короткого замыкания как отношение величины тока вторичной обмотки  $I_{2K}$  к величине тока первичной обмотки  $I_{1K}$  [4, 5]:

$$k = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{I_{2K}}{I_{1K}} = \frac{I_{2H}}{I_{1H}}. \quad (5.20)$$

В опыте короткого замыкания вся мощность  $P_{1K}$ , потребляемая трансформатором, идёт на нагрев обмоток трансформатора, а магнитные потери в магнитопроводе  $P_M \approx 0$  [4, 5].

$$P_{\mathcal{E}} \approx P_{1K} = R_1 I_{1K}^2 + R_2 I_{2K}^2. \quad (5.21)$$

Мощность  $P_{1K}$  можно представить через параметры схемы замещения приведённого трансформатора и эквивалентное активное сопротивление короткого замыкания  $R_K$  [4, 5]:

$$P_{1K} = R_1 I_{1K}^2 + R_2 (k I_{1K})^2 = (R_1 + R'_2) I_{1K}^2 = R_K I_{1K}^2. \quad (5.22)$$

В опыте короткого замыкания можно определить параметры трансформатора при коротком замыкании [4, 5]:

$$Z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1K}}; R_K = \frac{P_{1K}}{I_{1K}^2} = Z_K \cos \varphi_k; X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2}; \cos \varphi_k = \frac{P_{1K}}{U_{1K} I_{1K}}, \quad (5.23)$$

где  $R_K$ ,  $X_K$  и  $Z_K$  – активное, реактивное индуктивное и полное сопротивления короткого замыкания трансформатора;  $\cos \varphi_k$  – коэффициент мощности короткого замыкания.

Параметры обмоток в схеме замещения приведённого трансформатора [4, 5]:

$$R_1 = R'_2 = R_2 k^2 = \frac{R_K}{2}; X_1 = X'_2 = X_2 k^2 = \frac{X_K}{2}. \quad (5.24)$$

Важным параметром трансформатора является *напряжение короткого замыкания*  $u_{k\%}$ , на основании которого определяется изменение напряжения вторичной обмотки нагруженного трансформатора [5]:

$$u_{k\%} = \frac{U_{1K}}{U_{1H}} = \frac{Z_K I_{1H}}{U_{1H}} \cdot 100\%. \quad (5.25)$$

В режиме нагрузки трансформатора получают *нагрузочные характеристики* – зависимости напряжения вторичной обмотки  $U_2$ , коэффициента мощности  $\cos \varphi_2$  и КПД трансформатора  $\eta$  от тока нагрузки  $I_2$  при  $\cos \varphi_2 = \text{const}$  и  $U_1 = \text{const}$  [4, 5].

Для оценки отклонения напряжения от номинального значения используется величина, называемая *процентным изменением вторичного напряжения* трансформатора [4, 5],

$$\Delta U \% = \frac{U_{2H} - U_2}{U_{2H}} \cdot 100\% = \frac{U_{1H} - U'_2}{U_{1H}} \cdot 100\% \quad (5.27)$$

и коэффициент нагрузки трансформатора, определяемый отношением тока вторичной обмотки к его номинальному значению,

$$\beta = I_2/I_{2H}. \quad (5.28)$$

Изменение вторичного напряжения трансформатора можно представить через напряжение короткого замыкания и коэффициент нагрузки трансформатора [4, 5]:

$$\Delta U \% = \beta u_{k\%} \cos(\varphi_k - \varphi_2). \quad (5.29)$$

Выражения для определения КПД трансформатора [4, 5]:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\% = \frac{P_2}{P_2 + \beta^2 P_{\emptyset} + P_M} \cdot 100\%; \quad (5.30)$$

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2. \quad (5.31)$$

*Номинальной полной мощностью* трансформатора называется указанное в паспорте значение полной мощности, на которую трансформатор может быть нагружен непрерывно в номинальных условиях установки при номинальной частоте и напряжении [4, 5]:

$$S_H = U_{2H} I_{2H} \approx U_{1H} I_{1H}. \quad (5.32)$$

## 5.2. Пример расчёта параметров и характеристик однофазного трансформатора

Рассмотрим в качестве примера расчёт электрических параметров однофазного трансформатора ТПП 280-220-50К, имеющего следующие рабочие характеристики:

- номинальное напряжение первичной обмотки  $U_{1H} = 220$  В;
- номинальное напряжение вторичной обмотки на холостом ходу трансформатора  $U_{2H}$  ( $U_{20}$ ) = 21,5 В;
- номинальная полная мощность  $S_H = 90$  ВА;
- ток холостого хода (в процентах от номинального)  $I_{10\%} = 18,5\%$ ;
- коэффициент мощности холостого хода  $\cos \varphi_0 = 0,12$ ;
- коэффициент мощности короткого замыкания  $\cos \varphi_k = 0,55$ ;
- напряжения короткого замыкания в процентах  $u_{k\%} = 11\%$ .

Для вышеперечисленных параметров необходимо:

- 1) определить номинальный ток первичной обмотки  $I_{1H}$  и ток холостого хода трансформатора  $I_{10}$ ;
- 2) рассчитать коэффициент трансформации  $k$ ;
- 3) определить параметры ветви намагничивания  $R_0$  и  $X_0$ ; первичной обмотки  $R_1$  и  $X_1$  и приведённой вторичной обмотки  $R'_2$  и  $X'_2$ ;
- 4) рассчитать изменение вторичного напряжения  $\Delta U\%$  и его величину  $U_2$  при нагрузке с параметрами  $Z_H = 10$  Ом;  $\cos\phi_2 = 1$ .
- 5) составить электрическую схему замещения приведённого трансформатора с заданной нагрузкой;
- 6) определить потери мощности трансформатора  $P_M$  и  $P_3$ ;
- 7) рассчитать и построить нагрузочные характеристики трансформатора  $U_2 = f(I_2)$  и  $\eta = f(I_2)$  для чисто активной нагрузки ( $\cos\phi_2 = 1$ ).
- 8) по полученной характеристике  $\eta = f(I_2)$  определить максимальный и номинальный КПД трансформатора.

#### Методика расчёта:

1. Учитывая малые значения магнитных и электрических потерь можно считать полную мощность на входе и выходе трансформатора одинаковой. Находим номинальное значение тока первичной обмотки через полную мощность

$$I_{1H} = \frac{S_H}{U_{1H}} = \frac{90}{220} = 0,41 \text{ А.}$$

Находим значение тока холостого хода трансформатора через его процентное соотношение

$$I_{10} = \frac{I_{10\%} \cdot I_{1H}}{100\%} = \frac{18,5 \cdot 0,41}{100} = 0,076 \text{ А.}$$

2. В режиме холостого хода трансформатора напряжения первичной и вторичной обмоток  $U_{10}$  и  $U_{20}$  равны своим номинальным значениям  $U_{1H}$  и  $U_{2H}$  соответственно. Находим коэффициент трансформации  $k$  по формуле (5.17):

$$k \approx \frac{U_{10}}{U_{20}} = \frac{U_{1H}}{U_{2H}} = \frac{220}{21,5} = 10,23.$$

3. Находим сопротивления ветви намагничивания  $R_0$  и  $X_0$  через ток холостого хода  $I_{10}$  по формулам (5.19):

$$Z_0 = \frac{U_{10}}{I_{10}} = \frac{220}{0,076} = 2894,7 \text{ Ом;}$$

$$R_0 = Z_0 \cos \varphi_0 = 2894 \cdot 0,12 = 347,4 \text{ Ом};$$

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{2894,7^2 - 347,4^2} = 2873,8 \text{ Ом.}$$

Параметры трансформатора при коротком замыкании  $R_K$ ,  $X_K$  и  $Z_K$  определим через напряжения короткого замыкания в процентах  $u_k\%$ :

$$Z_K = \frac{U_{1H} \cdot u_k\%}{I_{1H} \cdot 100\%} = \frac{220 \cdot 11}{0,41 \cdot 100\%} = 59 \text{ Ом};$$

$$R_K = Z_K \cos \varphi_k = 59 \cdot 0,55 = 32,4 \text{ Ом};$$

$$X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2} = \sqrt{59^2 - 32,4^2} = 49,3 \text{ Ом.}$$

Отсюда можно вычислить параметры обмоток схемы замещения приведённого трансформатора по формулам (5.24):

$$R_1 = R'_2 = \frac{R_K}{2} = \frac{32,4}{2} = 16,2 \text{ Ом};$$

$$X_1 = X'_2 = \frac{X_K}{2} = \frac{49,3}{2} = 24,6 \text{ Ом};$$

$$Z_1 = Z'_2 = \frac{Z_K}{2} = \frac{59}{2} = 29,5 \text{ Ом.}$$

Рассчитаем реальные сопротивления вторичной обмотки:

$$R_2 = \frac{R'_2}{k^2} = \frac{16,2}{10,23^2} = 0,155 \text{ Ом};$$

$$X_2 = \frac{X'_2}{k^2} = \frac{24,6}{10,23^2} = 0,235 \text{ Ом};$$

$$Z_2 = \frac{Z'_2}{k^2} = \frac{29,5}{10,23^2} = 0,282 \text{ Ом.}$$

4. Ток вторичной обмотки при заданном полном сопротивлении нагрузки  $Z_H$  определим по закону Ома.

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2 + Z_H} = \frac{U_{20}}{Z_2 + Z_H} = \frac{21,5}{0,282 + 10} = 2,1 \text{ А.}$$

Номинальный ток вторичной обмотки найдем через коэффициент трансформации

$$I_{2H} = k \cdot I_{1H} = 10,23 \cdot 0,41 = 4,2 \text{ А.}$$

Коэффициент нагрузки трансформатора при заданной нагрузке

$$\beta = I_2/I_{2H} = 2,1/4,2 = 0,50.$$

Изменение вторичного напряжения трансформатора  $\Delta U_{\%}$  и его величину  $U_2$  рассчитываем по формулам (5.27) – (5.29). Для определения  $\Delta U_{\%}$  надо найти фазовые углы нагрузки  $\varphi_2$  и короткого замыкания трансформатора  $\varphi_k$  из исходных данных.

Изменение вторичного напряжения трансформатора  $\Delta U_{\%}$  при коэффициенте нагрузки  $\beta = 0,50$ :

$$\Delta U_{\%} = \beta u_{k\%} \cos(\varphi_k - \varphi_2) = 0,50 \cdot 11 \cos(56,63^\circ - 0^\circ) = 3,0 \text{ \%}.$$

Величина напряжения вторичной обмотки при  $\beta = 0,50$ :

$$U_2 = U_{2H} - (\Delta U_{\%} U_{2H} / 100\%) = 21,5 - (3,0 \cdot 21,5 / 100\%) = 20,9 \text{ В.}$$

5. Схема замещения приведённого трансформатора с нагрузкой представлена на рис. 5.4. Приведённые напряжение, ток и ЭДС вторичной обмотки, а также приведённое сопротивление нагрузки  $Z'_H$  рассчитываются по формулам (5.11) – (5.14).

$$I'_2 = \frac{I_2}{k} = \frac{2,1}{10,23} = 0,205 \text{ А;}$$

$$E'_2 = E_2 k = 21,5 \cdot 10,23 = 219,9 \text{ В;}$$

$$U'_2 = U_2 k = 20,9 \cdot 10,23 = 213,8 \text{ В;}$$

$$Z'_H = Z_H k^2 = 10 \cdot 10,23^2 = 1046,5 \text{ Ом.}$$

Ток первичной обмотки по приведенной схеме замещения определим с помощью закона Ома комплексным методом.

$$I_1 = \frac{\dot{U}_{1H}}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_0 \cdot (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_H)}{\underline{Z}_0 + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_H)}} = \frac{220e^{j0^\circ}}{908,57 + 355j} = 0,21 - 0,082j = 0,225e^{-j21,3^\circ} \text{ А.}$$

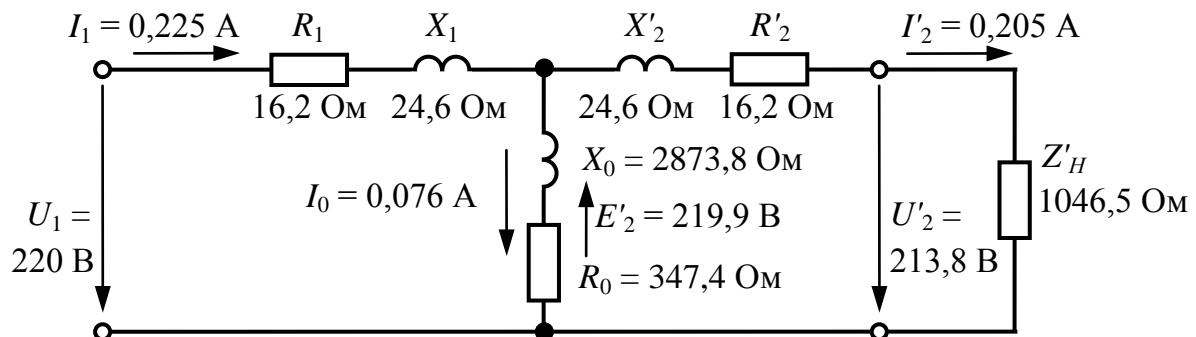


Рис. 5.4. Схема замещения приведенного трансформатора с нагрузкой

6. Мощность магнитных потерь в магнитопроводе  $P_M$  определим через ток холостого хода трансформатора

$$P_M \approx P_{10} = R_0 I_{10}^2 = 347,4 \cdot 0,076^2 = 2 \text{ Вт.}$$

Мощность электрических потерь  $P_\vartheta$  определяется по формуле (5.22), учитывая, что в режиме короткого замыкания ток первичной обмотки равен номинальному значению  $I_{1K} = I_{1H}$ .

$$P_\vartheta \approx P_{1K} = R_K I_{1K}^2 = R_K I_{1H}^2 = 32,4 \cdot 0,41^2 = 5,44 \text{ Вт.}$$

7. Внешнюю нагрузочную характеристику трансформатора  $U_2 = f(I_2)$  рассчитываем и строим по уравнению электрического состояния вторичной обмотки для значений тока вторичной обмотки в диапазоне коэффициента нагрузки трансформатора  $\beta$  от 0 до 1,1.

$$U_2 = E_2 - Z_2 I_2 \approx U_{20} - Z_2 I_2;$$

$$U_2 = 21,5 - 0,282 I_2.$$

Для определения КПД трансформатора используем формулы (5.30) – (5.31).

Характеристика  $\eta = f(I_2)$  при  $\cos\varphi_2 = 1$ :

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \beta^2 P_\vartheta + P_M} \cdot 100\% = \frac{U_2 I_2 \cdot 1}{U_2 I_2 \cdot 1 + \beta^2 5,44 + 2} \cdot 100\%.$$

Числовые значения рассчитанных параметров характеристик и  $U_2 = f(I_2)$  и  $\eta = f(I_2)$  приведены в таблице.

**Значения параметров характеристик  $U_2 = f(I_2)$  и  $\eta = f(I_2)$**

$I_2$	$\beta$	$U_2$	$P_2$	$\eta$
0,00	0,00	21,50	0,00	0,00
0,50	0,12	21,36	10,68	83,72
1,00	0,24	21,22	21,22	90,18
1,50	0,36	21,08	31,62	92,14
2,10	0,50	20,91	43,91	92,88
2,50	0,60	20,80	51,99	92,96
3,00	0,72	20,65	61,96	92,83
3,50	0,84	20,51	71,80	92,53
4,00	0,95	20,37	81,49	92,13
4,19	1,00	20,32	85,13	91,96
4,60	1,10	20,20	92,93	91,57

Характеристику  $\eta = f(I_2)$  для визуального удобства строим для значений тока  $I_2$  в диапазоне коэффициента нагрузки трансформатора  $\beta$  от 0,12 до 1,1, соответственно для тока  $I_2$  от 0,5 до 4,6 А.

Характеристики  $U_2 = f(I_2)$  и  $\eta = f(I_2)$  приведены на рис. 5.5 и 5.6.

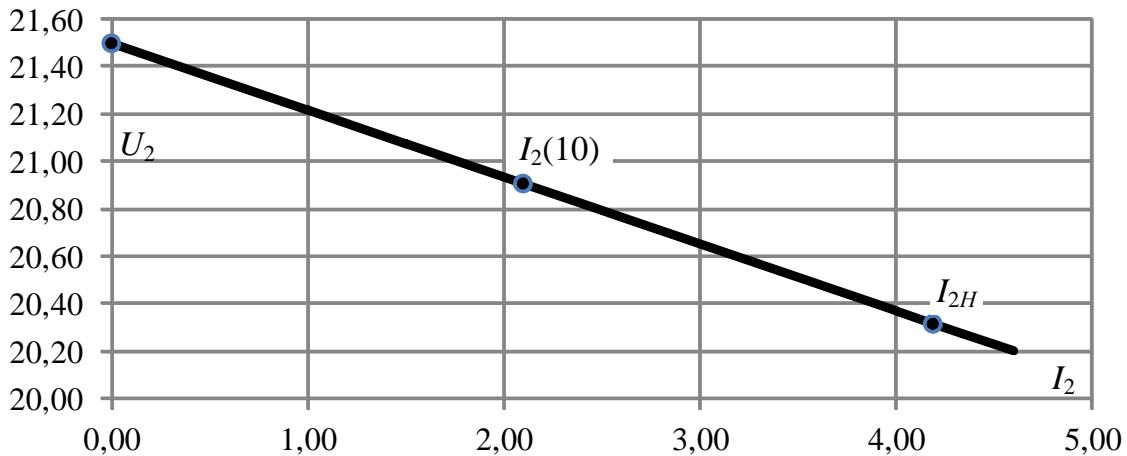


Рис. 5.5. Внешняя нагрузочная характеристика  $U_2 = f(I_2)$  ТПП 280-220-50К

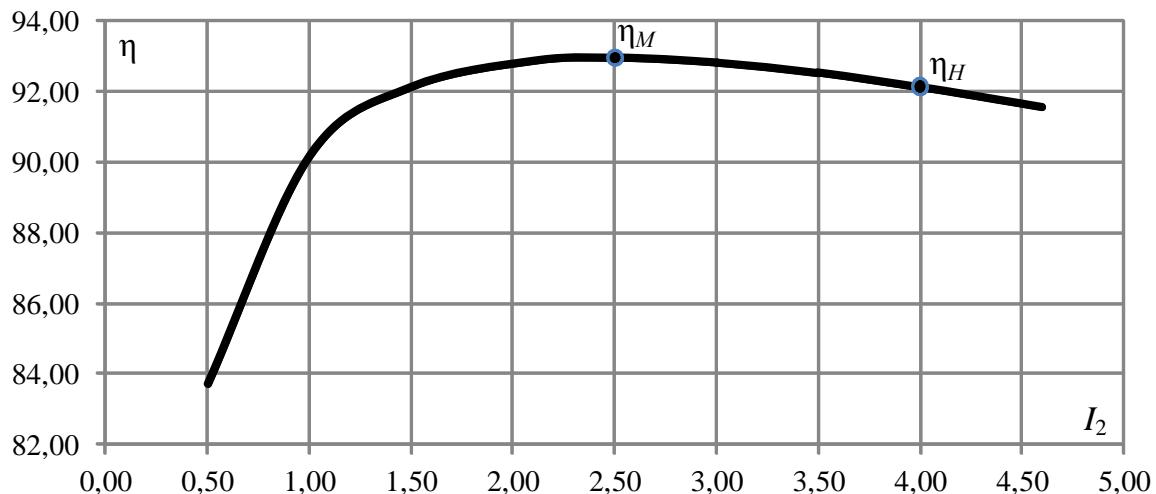


Рис. 5.6. Нагрузочная характеристика  $\eta = f(I_2)$  ТПП 280-220-50К

8. Максимальный и номинальный КПД трансформатора по числовым значениям параметров полученной характеристики  $\eta = f(I_2)$ .

Номинальный КПД для номинального значения  $I_2 = I_{2H} = 4,19$  А и коэффициенте нагрузки  $\beta = 1$ :

$$\eta_H = 91,96\%.$$

Максимальный КПД достигается при токе  $I_2 = 2,5$  А и  $\beta = 0,6$ :

$$\eta_M = 92,96\%.$$

### 5.3. Исходные данные для расчёта

К трансформаторам серии *ОСМ* относятся однофазные, сухие, многоцелевые трансформаторы, мощность которых обычно лежит в диапазоне от 63 ВА до 4 кВА. Напряжение первичных обмоток для трансформаторов данной серии лежит в диапазоне от 220 В до 660 В, а типичный диапазон напряжений на вторичных обмотках составляет от 5 В до 380 В.

Трансформаторы ОСМ применяются для различных целей: питание цепей локального освещения, цепей управления, радиоаппаратуры, систем сигнализации, автоматики и т. д.

Каждая модель трансформатора серии ОСМ имеет цифробуквенный шифр, отражающий некоторые конструктивные и эксплуатационные параметры аппарата. Например, модель трансформатора ОСМ1-0,4-У3-220/5-24/12 имеет следующую расшифровку:

«О» – однофазный;

«С» – «сухая» система охлаждения;

«М» – многоцелевое назначение;

«1» – первое поколение;

«0,4» – номинальная полная мощность в кВА;

«У3» – климатическое исполнение и категория размещения по ГОСТ 15150-69;

«220» – номинальное напряжение первичной обмотки;

«5-24» – номинальные напряжения выводов (отводов) вторичной обмотки;

«12» – номинальное напряжение выводов дополнительной вторичной обмотки (при её наличии).

В табл. 5.1 приведены варианты исходных данных в виде моделей трансформаторов серии ОСМ со следующими параметрами:

- номинальное напряжение первичной обмотки  $U_{1H}$ ;
- номинальное напряжение вторичной обмотки на холостом ходу трансформатора  $U_{2H}$  ( $U_{20}$ );
- номинальная полная мощность  $S_H$ ;
- ток холостого хода (в процентах от номинального)  $I_{10\%}$ ;
- напряжения короткого замыкания в процентах  $u_{k\%}$ ;
- коэффициент мощности холостого хода  $\cos\phi_0$ ;
- коэффициент мощности короткого замыкания  $\cos\phi_k$ ;
- полное сопротивление нагрузки  $Z_H$ .

Согласно примеру расчёта однофазного трансформатора для своего варианта исходных данных необходимо:

- 1) определить номинальный ток первичной обмотки  $I_{1H}$  и ток холостого хода трансформатора  $I_{10}$ ;
- 2) рассчитать коэффициент трансформации  $k$ ;
- 3) определить параметры ветви намагничивания  $R_0$  и  $X_0$ ; первичной обмотки  $R_1$  и  $X_1$  и приведённой вторичной обмотки  $R'_2$  и  $X'_2$ ;
- 4) рассчитать изменение вторичного напряжения  $\Delta U\%$  и его величину  $U_2$  при заданных параметрах нагрузки;
- 5) составить электрическую схему замещения приведённого трансформатора с заданной активной нагрузкой ( $\cos\phi_2 = 1$ );
- 6) определить потери мощности трансформатора  $P_M$  и  $P_\emptyset$ ;
- 7) рассчитать и построить нагрузочные характеристики трансформатора  $U_2 = f(I_2)$  и  $\eta = f(I_2)$  для чисто активной нагрузки ( $\cos\phi_2 = 1$ );
- 8) по полученной характеристике  $\eta = f(I_2)$  определить максимальный и номинальный КПД трансформатора.

Таблица 5.1

#### Модели и параметры трансформаторов серии ОСМ

Вар.	Модель	$U_{1H}$ , В	$U_{2H}$ , В	$S_H$ , ВА	$I_{10\%}$ , %	$u_{k\%}$ , %	$\cos\phi_0$	$\cos\phi_k$	$Z_H$ , Ом
1	OCM1-0,063-220/12	220	12	63	24,5	13,6	0,13	0,60	10
2	OCM1-0,063-220/24	220	24	63	24,5	13,6	0,13	0,60	20
3	OCM1-0,063-220/42	220	42	63	24,5	13,6	0,13	0,60	40
4	OCM1-0,063-220/110	220	110	63	24,5	13,6	0,13	0,60	240
5	OCM1-0,063-380/12	380	12	63	24,5	13,6	0,13	0,60	15
6	OCM1-0,063-380/24	380	24	63	24,5	13,6	0,13	0,60	25
7	OCM1-0,063-380/42	380	42	63	24,5	13,6	0,13	0,60	45
8	OCM1-0,063-380/110	380	110	63	24,5	13,6	0,13	0,60	250
9	OCM1-0,16-220/12	220	12	160	23,0	8,6	0,13	0,60	4
10	OCM1-0,16-220/24	220	24	160	23,0	8,6	0,13	0,60	10
11	OCM1-0,16-220/42	220	42	160	23,0	8,6	0,13	0,60	40
12	OCM1-0,16-220/110	220	110	160	23,0	8,6	0,13	0,60	120
13	OCM1-0,16-380/12	380	12	160	23,0	8,6	0,13	0,60	6
14	OCM1-0,16-380/24	380	24	160	23,0	8,6	0,13	0,60	12
15	OCM1-0,16-380/42	380	42	160	23,0	8,6	0,13	0,60	20
16	OCM1-0,16-380/110	380	110	160	23,0	8,6	0,13	0,60	100

Вар.	Модель	$U_{1H}$ , В	$U_{2H}$ , В	$S_H$ , ВА	$I_{10\%}$ , %	$u_{k\%}$ , %	$\cos\phi_0$	$\cos\phi_k$	$Z_H$ , Ом
17	OCM1-0,25-220/12	220	12	250	22,6	6,6	0,12	0,55	2
18	OCM1-0,25-220/24	220	24	250	22,6	6,6	0,12	0,55	5
19	OCM1-0,25-220/42	220	42	250	22,6	6,6	0,12	0,55	20
20	OCM1-0,25-220/110	220	110	250	22,6	6,6	0,12	0,55	60
21	OCM1-0,25-380/12	380	12	250	22,6	6,6	0,12	0,55	1
22	OCM1-0,25-380/24	380	24	250	22,6	6,6	0,12	0,55	4
23	OCM1-0,25-380/42	380	42	250	22,6	6,6	0,12	0,55	10
24	OCM1-0,25-380/110	380	110	250	22,6	6,6	0,12	0,55	50
25	OCM1-0,4-220/24	220	24	400	20,0	5,4	0,12	0,55	4
26	OCM1-0,4-220/36	220	36	400	20,0	5,4	0,12	0,55	6
27	OCM1-0,4-220/56	220	56	400	20,0	5,4	0,12	0,55	10
28	OCM1-0,4-220/110	220	110	400	20,0	5,4	0,12	0,55	35
29	OCM1-0,4-380/24	380	24	400	20,0	5,4	0,12	0,55	4
30	OCM1-0,4-380/36	380	36	400	20,0	5,4	0,12	0,55	7
31	OCM1-0,4-380/56	380	56	400	20,0	5,4	0,12	0,55	12
32	OCM1-0,4-380/110	380	110	400	20,0	5,4	0,12	0,55	35
33	OCM1-0,63-220/24	220	24	630	19,5	4,8	0,10	0,52	4
34	OCM1-0,63-220/36	220	36	630	19,5	4,8	0,10	0,52	6
35	OCM1-0,63-220/56	220	56	630	19,5	4,8	0,10	0,52	10
36	OCM1-0,63-220/110	220	110	630	19,5	4,8	0,10	0,52	35
37	OCM1-0,63-380/24	380	24	630	19,5	4,8	0,10	0,52	4
38	OCM1-0,63-380/36	380	36	630	19,5	4,8	0,10	0,52	7
39	OCM1-0,63-380/56	380	56	630	19,5	4,8	0,10	0,52	12
40	OCM1-0,63-380/110	380	110	630	19,5	4,8	0,10	0,52	35
41	OCM1-1,0-220/36	220	36	1000	17,0	4,2	0,10	0,52	6
42	OCM1-1,0-220/56	220	56	1000	17,0	4,2	0,10	0,52	10
43	OCM1-1,0-220/110	220	110	1000	17,0	4,2	0,10	0,52	30
44	OCM1-1,0-220/130	220	130	1000	17,0	4,2	0,10	0,52	33
45	OCM1-1,0-380/36	380	36	1000	17,0	4,2	0,10	0,52	4
46	OCM1-1,0-380/56	380	56	1000	17,0	4,2	0,10	0,52	8
47	OCM1-1,0-380/110	380	110	1000	17,0	4,2	0,10	0,52	25
48	OCM1-1,0-380/130	380	130	1000	17,0	4,2	0,10	0,52	28

Вар.	Модель	$U_{1H}$ , В	$U_{2H}$ , В	$S_H$ , ВА	$I_{10\%}$ , %	$u_{k\%}$ , %	$\cos\phi_0$	$\cos\phi_k$	$Z_H$ , Ом
49	OCM1-1,6-220/36	220	36	1600	13,6	3,6	0,09	0,50	4
50	OCM1-1,6-220/56	220	56	1600	13,6	3,6	0,09	0,50	8
51	OCM1-1,6-220/110	220	110	1600	13,6	3,6	0,09	0,50	20
52	OCM1-1,6-220/130	220	130	1600	13,6	3,6	0,09	0,50	25
53	OCM1-1,6-380/36	380	36	1600	13,6	3,6	0,09	0,50	3
54	OCM1-1,6-380/56	380	56	1600	13,6	3,6	0,09	0,50	6
55	OCM1-1,6-380/110	380	110	1600	13,6	3,6	0,09	0,50	16
56	OCM1-1,6-380/130	380	130	1600	13,6	3,6	0,09	0,50	18
57	OCM1-2,5-220/36	220	36	2500	12,0	3,3	0,10	0,50	2
58	OCM1-2,5-220/56	220	56	2500	12,0	3,3	0,10	0,50	4
59	OCM1-2,5-220/110	220	110	2500	12,0	3,3	0,10	0,50	8
60	OCM1-2,5-220/130	220	130	2500	12,0	3,3	0,10	0,50	10
61	OCM1-2,5-380/36	380	36	2500	12,0	3,3	0,10	0,50	1,5
62	OCM1-2,5-380/56	380	56	2500	12,0	3,3	0,10	0,50	3
63	OCM1-2,5-380/110	380	110	2500	12,0	3,3	0,10	0,50	6
64	OCM1-2,5-380/260	380	260	2500	12,0	3,3	0,10	0,50	30
65	OCM1-4,0-220/36	220	36	4000	10,4	3,0	0,10	0,48	1
66	OCM1-4,0-220/56	220	56	4000	10,4	3,0	0,10	0,48	1,5
67	OCM1-4,0-220/110	220	110	4000	10,4	3,0	0,10	0,48	4
68	OCM1-4,0-220/130	220	130	4000	10,4	3,0	0,10	0,48	5
69	OCM1-4,0-380/36	380	36	4000	10,4	3,0	0,10	0,48	1
70	OCM1-4,0-380/56	380	56	4000	10,4	3,0	0,10	0,48	2
71	OCM1-4,0-380/110	380	110	4000	10,4	3,0	0,10	0,48	5
72	OCM1-4,0-380/260	380	260	4000	10,4	3,0	0,10	0,48	20
73	OCM1-6,3-220/36	220	36	6300	8,6	2,8	0,09	0,48	0,2
74	OCM1-6,3-220/56	220	56	6300	8,6	2,8	0,09	0,48	0,5
75	OCM1-6,3-220/110	220	110	6300	8,6	2,8	0,09	0,48	2
76	OCM1-6,3-220/130	220	130	6300	8,6	2,8	0,09	0,48	2,5
77	OCM1-6,3-380/36	380	36	6300	8,6	2,8	0,09	0,48	0,1
78	OCM1-6,3-380/56	380	56	6300	8,6	2,8	0,09	0,48	0,4
79	OCM1-6,3-380/110	380	110	6300	8,6	2,8	0,09	0,48	2
80	OCM1-6,3-380/260	380	260	6300	8,6	2,8	0,09	0,48	12

## Контрольные вопросы и задания

1. Что называется трансформатором?
2. Какова область применения трансформатора?
3. Объясните конструктивные особенности различных магнитопроводов трансформаторов.
4. Объясните устройство и принцип действия однофазного трансформатора.
5. Поясните условно-положительные направления электрических и магнитных величин на электромагнитной схеме трансформатора.
6. Запишите и поясните уравнения электрического состояния первичной и вторичной обмоток.
7. Перечислите основные рабочие параметры трансформатора.
8. Чем приведённый трансформатор отличается от реального?
9. Во сколько раз сопротивления вторичной обмотки приведённого трансформатора отличаются от сопротивлений реального?
10. Расскажите, как и с какой целью проводятся опыты холостого хода, короткого замыкания и нагрузки трансформатора.
11. Изобразите и поясните схемы замещения трансформатора при холостом ходе и коротком замыкании.
12. Как коэффициент трансформации трансформатора определяется из опытов холостого хода и короткого замыкания?
13. Почему в опыте холостого хода можно пренебречь электрическими потерями мощности в обмотках трансформатора?
14. Почему при изменении тока нагрузки во вторичной обмотке трансформатора изменяется ток в первичной его обмотке?
15. Что является внешней характеристикой трансформатора?
16. От чего зависит КПД трансформатора?
17. Что называется номинальной полной мощностью трансформатора?

## 6. РАСЧЁТ И АНАЛИЗ ТРЁХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

### 6.1. Основные понятия, параметры и характеристики

Асинхронная электрическая машина – это динамический электромагнитный аппарат, в неподвижной части которого возбуждается вращающееся магнитное поле, а подвижная часть вращается асинхронно, т.е. с угловой скоростью, отличной от угловой скорости магнитного поля [7, 12]. Асинхронные машины обратимы, т. е. они могут работать в режиме двигателя и в режиме генератора.

Область применения асинхронных двигателей (АД) распространяется на электроприводы бытовых и промышленных вентиляторов, компрессоров и насосов; электроприводы различных грузоподъёмных машин и механизмов, включая подъёмники и башенные краны; электроприводы крупного горного оборудования, такого как дробилки, экскаваторы, буровые установки. Мощность промышленных асинхронных машин варьируется от долей киловатта до сотен киловатт [5, 7].

*Асинхронный двигатель* (рис. 6.1, *а*) состоит из двух основных частей: *статора* и *ротора*, разделённых воздушным зазором [5, 7].

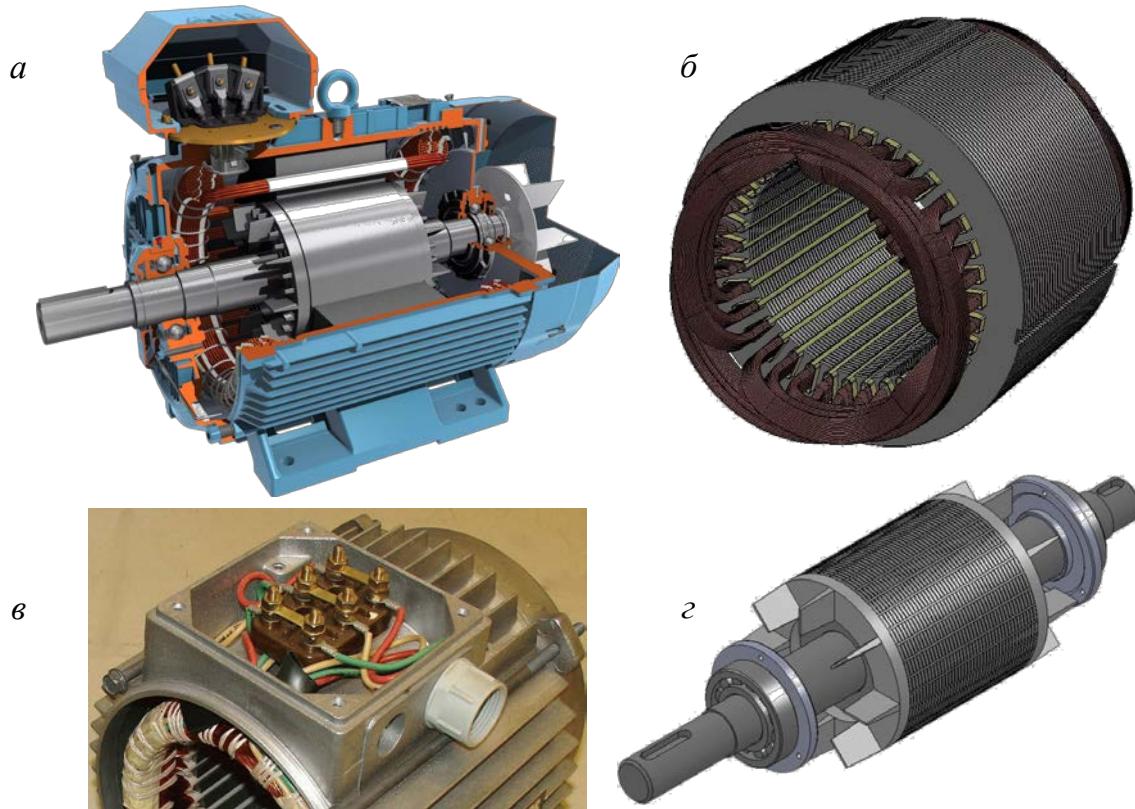


Рис. 6.1. Устройство трёхфазного асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором

*Статор* – это неподвижная часть машины, которая состоит из станины с сердечником и трёхфазной обмотки, представляющей собой катушки медного провода (рис. 6.1, б). Катушки, расположенные в соседних пазах сердечника и соединённые последовательно, образуют катушечную группу. Каждая фаза обмотки состоит из катушечных групп, соединённых между собой последовательно или параллельно таким образом, чтобы ЭДС всех катушек складывались друг с другом, сохраняя при этом направление тока в фазе [5, 7].

Начала и концы фаз обмотки статора выведены на зажимы клеммной коробки, расположенной на корпусе машины (рис. 6.1, в и рис. 6.2, а). Статорная обмотка соединяется по схеме звезды или треугольника (рис. 6.2, б и в). Обычно трёхфазный АД предназначен для включения в трёхфазную сеть на два разных линейных напряжения 220/380 (230/400) В. Например, если линейное напряжение 220 (230) В, то статорная обмотка соединяется треугольником, а при линейном напряжении 380 (400) В – звездой [5, 7].

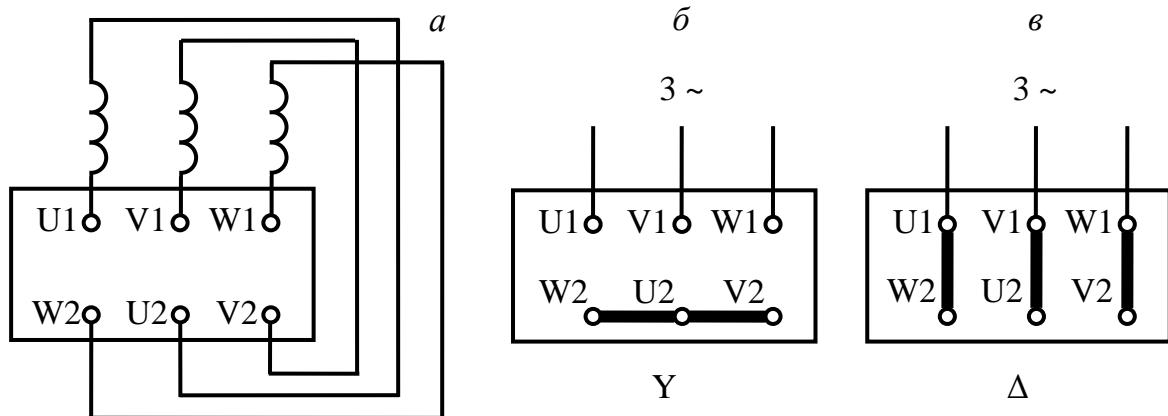


Рис. 6.2. Схема подключения статорной обмотки:  
 а – катушек обмотки к клеммной коробке; б – соединение фаз обмотки звездой;  
 в – соединение фаз обмотки треугольником

*Ротор* – вращающаяся часть машины, представляющая собой вал на подшипниках с цилиндрическим сердечником, собранным из тонких пластин электротехнической стали (рис. 6.1, г). Пластины, изолированные друг от друга лаком или тонкой пленкой окисла, собирают в пакет и насаживают на вал. Вдоль наружного края сердечника ротора имеются пазы, в которых располагаются витки обмотки. Обмотка короткозамкнутого ротора выполняется заливкой собранного сердечника алюминиевым сплавом, в результате образуются витки обмотки, залитые в пазах, и короткозамыкающие кольца по торцам [5, 7].

Катушки фаз обмотки статора соединены таким образом, что в каждый момент времени электромагнитные силы (МДС, индукция и магнитный поток) одного полюсного деления складываются и образуют результирующее магнитное поле. С изменением направлений и величин токов в катушках непрерывно меняют своё расположение по окружности статора полюсные деления и магнитные полюса машины. Таким образом, результирующее магнитное поле непрерывно «вращается» по окружности статора.

Частота вращения магнитного поля статора (*синхронная частота*) определяется в об/мин как [5, 7]:

$$n_1 = \frac{60f_1}{p}, \quad (6.1)$$

где  $f_1$  – линейная частота тока в обмотке статора (линейная частота питающего напряжения, обычно 50 Гц);  $p$  – число пар полюсов статора.

Число пар полюсов  $p$  магнитного поля статора АД определяется количеством последовательно соединенных катушечных групп в каждой фазе обмотки. При этом катушечные группы одной фазы сдвинуты по окружности статора относительно катушечных групп другой фазы обмотки на угол  $120^\circ/p$  [5, 7].

Например, при наличии всего одной катушки в каждой фазе обмотки статор АД будет иметь только два магнитных полюса или одну пару полюсов. Тогда за один период изменения фазного тока обмотки статора результирующий вектор магнитной индукции повернётся на один полный оборот, или  $360^\circ$ . При последовательном соединении двух катушечных групп каждой обмотки статора число пар полюсов  $p = 2$ . Тогда магнитное поле за один период изменения фазного тока статора повернётся в пространстве на  $180^\circ$  и частота вращения магнитного поля  $n_1$  при частоте  $f_1 = 50$  Гц будет равна 1500 об/мин.

Принцип действия АД в самом общем виде состоит в следующем: статор используется для создания магнитного поля, вращающегося с определенной скоростью, а в замкнутых проводящих пассивных контурах ротора наводятся ЭДС, вызывающие протекание токов и образование моментов сил при их взаимодействии с магнитным полем статора. Под действием электромагнитных сил обмоток ротор вращается в направлении вращения магнитного поля статора [5, 7].

В связи с особенностями электромагнитных процессов АД не может самостоятельно обеспечить частоту вращения ротора  $n_2$ , равную синхронной частоте вращения  $n_1$ . Мерой относительной разницы частот вращения ротора  $n_2$  и магнитного поля статора  $n_1$  является параметр *скольжение* [5, 7]:

$$S = \frac{n_1 - n_2}{n_1}. \quad (6.2)$$

Скольжение  $S$  обычно выражают в долях единицы или в процентах, тогда выражение (6.2) необходимо умножить на 100%. В режиме двигателя у асинхронной машины  $0 < S < 1$  [5, 7].

При включении машины в сеть в начальный момент времени ротор под влиянием сил инерции неподвижен ( $n_2 = 0; S = 1$ ). Далее ротор вращается в том же направлении, что и магнитное поле статора. Частота вращения ротора асинхронной машины, работающей в режиме двигателя, всегда меньше частоты вращения магнитного поля статора. При отсутствии механической нагрузки на валу (холостой ход) ротор вращается с частотой, очень близкой к синхронной частоте. Скольжение, соответствующее номинальной нагрузке на валу, называют *номинальным скольжением*. Для различных АД общепромышленного назначения в нормальном режиме номинальное скольжение  $S_H = 0,02 - 0,08$  и уменьшается с увеличением мощности машины.

Активная мощность  $P_1$  определяет среднюю мощность необратимого преобразования в двигателе электрической энергии, получаемой из трёхфазной сети, в механическую, тепловую и другие виды энергии. Потребляемая из сети обмоткой статора трёхфазного АД активная электрическая мощность определяется как мощность трёхфазного симметричного приёмника [5, 7]:

$$P_1 = 3U_{1\phi}I_{1\phi}\cos\varphi_1 = \sqrt{3} \cdot U_{1\pi}I_{1\pi}\cos\varphi_1, \quad (6.3)$$

где  $U_{1\phi}$  и  $U_{1\pi}$  – фазное и линейное питающие напряжения;  $I_{1\phi}$  и  $I_{1\pi}$  – фазный и линейный токи статора;  $\cos\varphi_1$  – коэффициент мощности фазы статора.

Преобразование электрической энергии в механическую в АД, как и в других электрических машинах, связано с потерями энергии, поэтому полезная механическая мощность на валу двигателя  $P_2$  всегда меньше мощности на входе  $P_1$ , потребляемой из сети, на величину *суммарных потерь мощности*  $\Sigma P$ . КПД асинхронного двигателя [5, 7]:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\sum P}{P_1} = 1 - \frac{\sum P}{P_2 + \sum P}. \quad (6.4)$$

КПД трёхфазных АД общепромышленного назначения в номинальном режиме составляет при мощности до 1 кВт 60 – 75%; от 1 до 10 кВт 75 – 88% и при мощности свыше 10 кВт 88 – 94% [5, 7].

КПД двигателя с изменением нагрузки на валу также меняет свою величину: в режиме холостого хода КПД равен нулю, а затем с ростом нагрузки он увеличивается, достигая максимума при нагрузке 0,45–0,65 от номинальной  $P_{2H}$ . При дальнейшем увеличении нагрузки КПД снижается незначительно, а при перегрузке он резко убывает, что объясняется интенсивным ростом электрических потерь, величина которых пропорциональна квадрату тока статора, и уменьшением коэффициента мощности [5, 7].

С увеличением нагрузки на валу двигателя активная мощность растёт, а реактивная остается постоянной. Следовательно, коэффициент мощности увеличивается и при номинальной нагрузке достигает значения  $\cos\phi_{1H} = 0,7 - 0,9$  в зависимости от мощности АД, а при перегрузке он резко убывает, как и КПД машины [5, 7].

Электромагнитный момент АД создаётся взаимодействием тока в обмотке ротора с вращающимся магнитным полем. Электромагнитный момент  $M$  равен отношению электромагнитной мощности АД  $P_{ЭМ}$  к угловой скорости вращения магнитного поля статора  $2\pi n_1/60$  [рад/с] [7]:

$$M = \frac{60P_{ЭМ}}{2\pi n_1} = \frac{60m_2 R_2 I_2^2}{2\pi n_1 S}. \quad (6.5)$$

где  $R_2$  – активное сопротивление фазы ротора;  $m_2$  – число фаз обмоток ротора;  $I_2$  – ток фазы ротора.

После приведения выражения (6.5) к величине питающего напряжения фазы АД  $U_{1\phi}$  получим следующее выражение [7]:

$$M = \frac{60m_1 R'_2 U_{1\phi}^2}{2\pi n_1 S \left[ (R_1 + R'_2/S)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]}, \quad (6.6)$$

где  $m_1$  – число фаз обмоток статора;  $R_1$  и  $X_1$  – активное и индуктивное сопротивления фазы обмотки статора;  $R'_2$  и  $X'_2$  – приведённые к обмотке статора активное и индуктивное сопротивления фазы обмотки ротора.

В данном выражении момента  $M$  единственная переменная величина – скольжение  $S$ , которое для АД может принимать разные значения в диапазоне от 0 до 1.

Зависимость  $M = f(S)$  называют *механической характеристикой* асинхронной машины. Однако для решения уравнения (6.6) необходимо произвести расчёт параметров электрической цепи обмоток статора и ротора, воспользовавшись проектно-конструкторскими каталогами асинхронных машин, что весьма проблематично в учебном процессе.

Упрощённо, используя паспортные данные АД, механическая характеристика  $M = f(S)$  может быть рассчитана по формуле М. Клосса [5, 7]:

$$M = \frac{2M_{KP}}{\frac{S}{S_{KP}} + \frac{S_{KP}}{S}}; \quad (6.7)$$

$$S_{KP} = S_H(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}), \quad (6.8)$$

где  $M_{KP}$  – максимальный (критический) момент;  $S_H$  и  $S_{KP}$  – номинальное и критическое скольжения;  $\lambda$  – кратность максимального момента.

Исходная формула Клосса позволяет с достаточной точностью построить механическую характеристику только в *области устойчивой работы*, т.е. в пределах скольжения от 0 до  $S_{KP}$ . На *пусковом участке* при скольжении  $S_{KP} \leq S \leq 1$  формула Клосса даёт недопустимые погрешности. Поэтому для расчёта и построения пускового участка характеристики используется уточнённая формула Клосса-Чекунова [8]:

$$M = \sqrt{M_{\Pi}^2 + \frac{0,93M_{KP}^2 - M_{\Pi}^2}{(1 - 1,3S_{KP})^2}(1 - S)^2}, \quad (6.9)$$

где  $M_{\Pi}$  – пусковой момент двигателя или стартовый момент, развиваемый в момент запуска двигателя.

Для устойчивой работы двигателю необходимо преодолевать статический момент сопротивления, приложенный к валу, и динамический момент при разгоне, а также случайные кратковременные перегрузки. Поэтому важным эксплуатационным свойством АД является перегрузочная способность по моменту. Для двигателей общепромышленного назначения *коэффициент перегрузки по моменту* (кратность максимального момента)  $\lambda$  составляет 1,6 – 2,5 [5, 7].

$$\lambda = \frac{M_{KP}}{M_H}, \quad (6.10)$$

где  $M_H$  – номинальный момент двигателя в Н·м [5, 7],

$$M_H = \frac{60 \cdot 1000 \cdot P_{2H}}{2\pi n_{2H}} = \frac{9550 \cdot P_{2H}}{n_{2H}}, \quad (6.11)$$

здесь  $P_{2H}$  – номинальная мощность на валу двигателя в кВт;  $n_{2H}$  – номинальная частота вращения ротора в об/мин.

Также важным параметром работы АД является величина пускового момента  $M_{\Pi}$ , которая определяется *кратностью пускового момента (коэффициента пуска по моменту)  $k_n$* , который для АД общепромышленного назначения варьируется в пределах 1,0 – 2,0 [5, 7].

$$M_{\Pi} = k_n \cdot M_H. \quad (6.12)$$

Задаваясь значениями скольжения  $S$  в пределах от 0 до  $S_{KP}$  и от  $S_{KP}$  до 1, рассчитывают и строят механическую характеристику  $M = f(S)$  (рис. 6.3), используя формулы Клосса и Клосса-Чекунова.

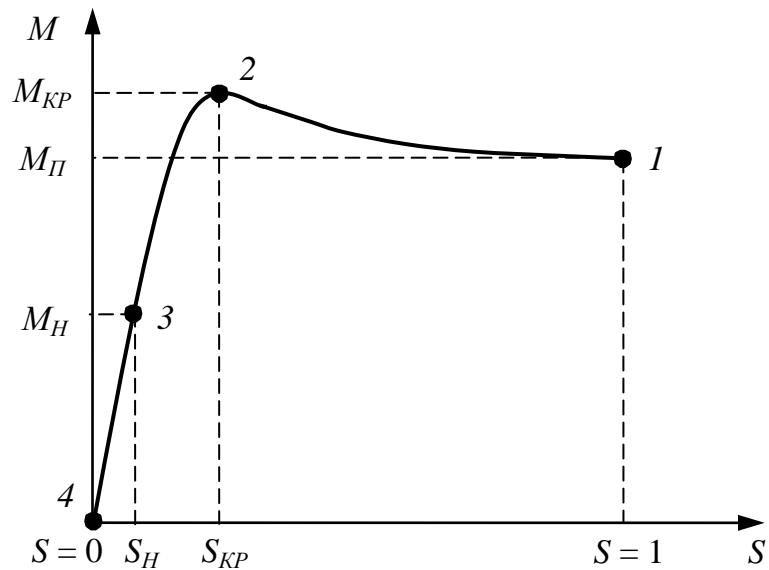


Рис. 6.3. Механическая характеристика асинхронного двигателя  $M = f(S)$

При включении двигателя в сеть безынерционное магнитное поле статора сразу же начинает вращение с синхронной частотой  $n_1$ , в тоже время ротор двигателя под влиянием сил инерции в начальный момент пуска остается неподвижным ( $n_2 = 0$ ) и скольжение  $S = 1$ . Точка 1 с координатами  $S = 1; M = M_{\Pi}$  соответствует *пусковому режиму* двигателя, длящемуся бесконечно малый момент времени.

Под действием электромагнитного момента начинается вращение ротора двигателя, при этом скольжение уменьшается, а момент возрастает в соответствии с характеристикой  $M = f(S)$ . При критическом скольжении  $S_{kp}$  электромагнитный момент достигает максимального значения  $M_{kp}$ . Точка 2 с координатами  $S = S_{kp}; M = M_{kp}$  соответствует *критическому режиму* двигателя, при достижении которого наступает предел устойчивой работы АД.

С дальнейшим нарастанием частоты вращения (уменьшением скольжения) момент  $M$  начинает убывать, пока не достигнет устано-

вившегося значения, равного сумме противодействующих моментов, приложенных к ротору. В этом случае установившееся значение момента двигателя определится на механической характеристике точкой 3 с координатами  $S = S_H$ ;  $M = M_H$ , которые соответствуют *номинальному режиму* работы двигателя.

Точка 4 с координатами  $S = 0$ ;  $M = 0$  соответствует режиму *идеального холостого хода*, когда отсутствуют какие-либо моменты сопротивления на валу двигателя. АД самостоятельно не может достичь данного режима из-за механических сопротивлений на валу, так как электромагнитный момент  $M \rightarrow 0$  при  $S \rightarrow 0$ .

Однако если приложить внешнее воздействие к валу двигателя и вращать его с синхронной частотой  $n_2 = n_1$ , то можно ввести АД в идеальный холостой ход. Тогда обмотки ротора не будут пересекать силовых линий магнитного поля, и ЭДС, ток ротора, а также электромагнитный момент  $M$  станут равны нулю. В этом случае ток идеального холостого хода в обмотке статора  $I_1$  будет равен току намагничивания  $I_0$ , который определяется магнитным потоком машины. В серийных машинах при номинальном магнитном потоке ток холостого хода  $I_0$  составляет обычно 30–40% от номинального тока статора  $I_{1H}$ .

Другую механическую характеристику  $n_2 = f(M)$  (рис. 6.4), более наглядно иллюстрирующую эксплуатационные свойства АД, можно получить из характеристики  $M = f(S)$ , рассчитав при тех же значениях скольжения  $S$  частоту  $n_2$  по формуле (6.2) [5, 7]:

$$n_2 = n_1(1 - S). \quad (6.13)$$

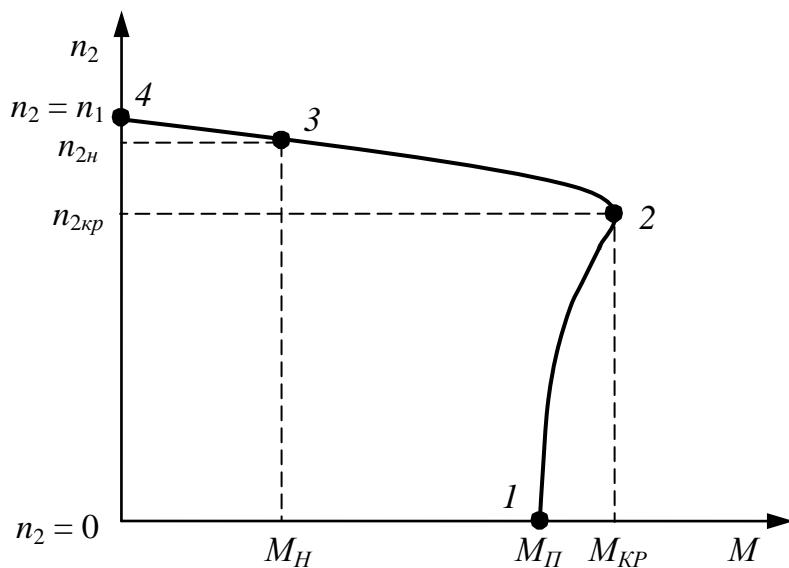


Рис. 6.4. Механическая характеристика асинхронного двигателя  $n_2 = f(M)$

Устойчивая работа АД возможна при скольжениях меньше критического ( $0 < S < S_{KP}$ ), т.е. на участке 2–4 механической характеристики.

Прямолинейный участок механической характеристики  $n_2 = f(M)$  в области устойчивой работы называется *рабочим участком*. Важнейшим параметром этого участка, от которого зависят эксплуатационные свойства двигателя, является *жёсткость*  $\beta$ . Она определяется как отношение приращения вращающего момента к приращению скорости вращения  $\Delta M / \Delta n_2$  или как производная  $dM/dn_2$  [5, 7].

Чем жёстче характеристика, тем меньше изменение частоты вращения при изменении нагрузки на валу двигателя. Механическая характеристика АД общепромышленного назначения является жёсткой, так как номинальные значения скольжения находятся в диапазоне 0,02–0,05 [5, 7].

## 6.2. Пример расчёта параметров и характеристик трёхфазного асинхронного двигателя

Рассмотрим в качестве примера расчёт электрических и механических параметров различных режимов работы трёхфазного асинхронного двигателя АИР250М4, имеющего следующие рабочие параметры:

- линейное напряжение питающей сети  $U_{1L} = 380$  В;
- линейная частота тока питающей сети  $f_1 = 50$  Гц;
- синхронная частота вращения  $n_1 = 1500$  об/мин;
- номинальная мощность на валу  $P_{2H} = 90$  кВт;
- номинальная частота вращения  $n_{2H} = 1480$  об/мин;
- номинальный КПД  $\eta_n = 94\%$ ;
- номинальный коэффициент мощности  $\cos\phi_{1H} = 0,89$ ;
- отношение пускового тока статора двигателя к номинальному (коэффициент пуска по току)  $I_{1P}/I_{1H} = 7,5$ ;
- коэффициент пуска по моменту (кратность пускового момента)  $M_P/M_H = 2,2$ ;
- коэффициент перегрузки по моменту (кратность максимального момента)  $\lambda = M_{KP}/M_H = 2,3$ .

Для вышеперечисленных параметров необходимо:

- 1) определить суммарные потери мощности в двигателе при номинальной нагрузке  $\Sigma P_H$ ;
- 2) рассчитать номинальный и пусковой токи двигателя  $I_{1H}$  и  $I_{1P}$ ;
- 3) рассчитать электромагнитные моменты для пускового, номинального и критического режима работы двигателя  $M_P$ ,  $M_H$  и  $M_{KP}$ ;
- 4) определить пониженный пусковой момент и возможность запуска двигателя при снижении напряжения сети на 15%;

5) рассчитать и построить механические характеристики двигателя  $M = f(S)$  и  $n_2 = f(M)$ .

6) по полученной характеристике  $n_2 = f(M)$  определить рабочий участок характеристики и его жёсткость  $\beta$ .

**Методика расчёта:**

1. Находим потребляемую из сети обмоткой статора трёхфазного АД активную электрическую мощность в номинальном режиме через номинальный КПД  $\eta_n$ :

$$P_{1H} = \frac{P_{2H}}{\eta_n} = \frac{90000}{0,94} = 95744,68 \text{ Вт.}$$

Суммарные потери активной мощности в двигателе при номинальной нагрузке  $\Sigma P_H$  определим как разность мощности, потребляемой двигателем из сети, и мощности на валу

$$\Sigma P_H = P_{1H} - P_{2H} = 95774,68 - 90000 = 5774,68 \text{ Вт.}$$

2. Номинальный ток статора двигателя (ток одной из питающих двигатель линий сети)  $I_{1H}$  определим через мощность  $P_{1H}$ :

$$I_{1H} = \frac{P_{1H}}{\sqrt{3} \cdot U_{1L} \cos \varphi_{1H}} = \frac{95744,68}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,89} = 163,45 \text{ А.}$$

Пусковой ток статора  $I_{1P}$  определим через заданный коэффициент пуска по току

$$I_{1P} = 7,5 \cdot I_{1H} = 7,5 \cdot 163,45 = 1225,86 \text{ А.}$$

3. Номинальный электромагнитный момент определим по формуле (6.11), подставив номинальную мощность на валу двигателя  $P_{2H}$  в кВт, а номинальную частоту вращения ротора  $n_{2H}$  – в об/мин.

$$M_H = \frac{9550 \cdot P_{2H}}{n_{2H}} = \frac{9550 \cdot 90}{1480} = 580,74 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Пусковой электромагнитный момент определим через заданный коэффициент пуска по моменту

$$M_P = 2,2 \cdot M_H = 2,2 \cdot 580,74 = 1277,63 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Максимальный электромагнитный момент для критического режима работы двигателя определим через заданный коэффициент перегрузки по моменту

$$M_{KP} = \lambda \cdot M_H = 2,3 \cdot 580,74 = 1335,71 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

4. Необходимым условием прямого пуска АД является преобразование вращающего момента над моментом сопротивления нагрузки (номинальным моментом)  $M_{\Pi} > M_H$ .

Значение пускового момента  $M_{\Pi}$  пропорционально квадрату напряжения сети  $U_{1Л}^2$ . Поэтому пониженное напряжение сети  $U'_{1Л}$  приводит к пониженному пусковому моменту  $M'_{\Pi}$ . Сниженное на 15 % напряжение  $U'_{1Л}$  составит  $0,85U_1$ . Составим пропорцию для определения пониженному пусковому моменту  $M'_{\Pi}$ , исходя из того, что  $M_{\Pi} \sim U_{1Л}^2$ :

$$\frac{M'_{\Pi}}{M_{\Pi}} = \left( \frac{U'_{1Л}}{U_{1Л}} \right)^2;$$

$$M'_{\Pi} = M_{\Pi} \left( \frac{U'_{1Л}}{U_{1Л}} \right)^2 = 1277,63 \left( \frac{0,85U_{1Л}}{U_{1Л}} \right)^2 = 923,08 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Сравнивая полученное значение пониженного пускового момента  $M'_{\Pi}$  с номинальным моментом  $M_H$  можно сделать вывод, что *прямой пуск двигателя возможен*.

Снижение пускового момента составит

$$\Delta M_{\Pi} = M_{\Pi} - M'_{\Pi} = 1277,63 - 923,08 = 354,54 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

5. Для расчёта механической характеристики  $M = f(S)$  по формуле Клосса необходимо рассчитать номинальное и критическое скольжение  $S_H$  и  $S_{KP}$ . Номинальное скольжение  $S_H$  определим по формуле (6.2):

$$S_H = \frac{n_1 - n_{2H}}{n_1} = \frac{1500 - 1480}{1500} = 0,0133.$$

Критическое скольжение  $S_{KP}$  определим по формуле (6.8):

$$S_{KP} = S_H (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) = 0,0133(2,3 + \sqrt{2,3^2 - 1}) = 0,0583.$$

Задаваясь значениями скольжения  $S$  в пределах от 0 до  $S_{KP}$  и от  $S_{KP}$  до 1, рассчитывают и строят механическую характеристику  $M = f(S)$ , используя формулы Клосса и Клосса-Чекунова.

$$M = \begin{cases} \frac{2M_{KP}}{S} \frac{S_{KP}}{S_{KP}} & \text{при } 0 < S < S_{KP}; \\ \frac{S_{KP}}{S} & \\ \sqrt{M_{\Pi}^2 + \frac{0,93M_{KP}^2 - M_{\Pi}^2}{(1 - 1,3S_{KP})^2} (1 - S)^2} & \text{при } S_{KP} \leq S \leq 1 \end{cases}$$

Механическую характеристику  $n_2 = f(M)$  можно получить по полученным значениям момента из характеристики  $M = f(S)$ , рассчитав при тех же значениях скольжения  $S$  частоту  $n_2$  по формуле (6.13):

$$n_2 = n_1(1 - S).$$

Числовые значения рассчитанных параметров характеристики  $M = f(S)$  и  $n_2 = f(M)$  приведены в таблице.

#### Значения параметров характеристики $M = f(S)$ и $n_2 = f(M)$

$S$	$M$	$n_2$	$S$	$M$	$n_2$
0,0001	4,58	1499,85	0,08	1288,017	1380
0,005	227,44	1492,5	0,1	1287,572	1350
0,01	445,12	1485	0,2	1285,492	1200
0,01333	580,46	1480,005	0,3	1283,654	1050
0,02	819,94	1470	0,4	1282,058	900
0,025	967,62	1462,5	0,5	1280,707	750
0,03	1086,87	1455	0,6	1279,6	600
0,035	1178,88	1447,5	0,7	1278,739	450
0,04	1246,23	1440	0,8	1278,123	300
0,05	1320,11	1425	0,9	1277,753	150
0,0583	1335,71	1412,55	1	1277,63	0

Характеристики  $M = f(S)$  и  $n_2 = f(M)$  приведены на рис. 6.5 и 6.6.

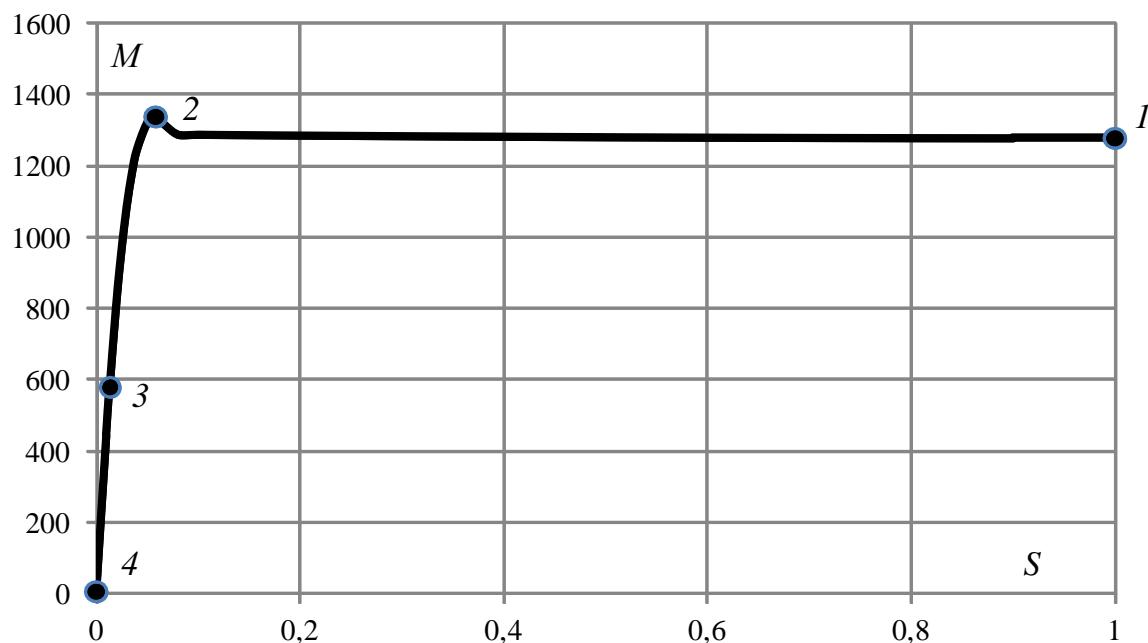


Рис. 6.5. Механическая характеристика  $M = f(S)$  АД АИР250М4

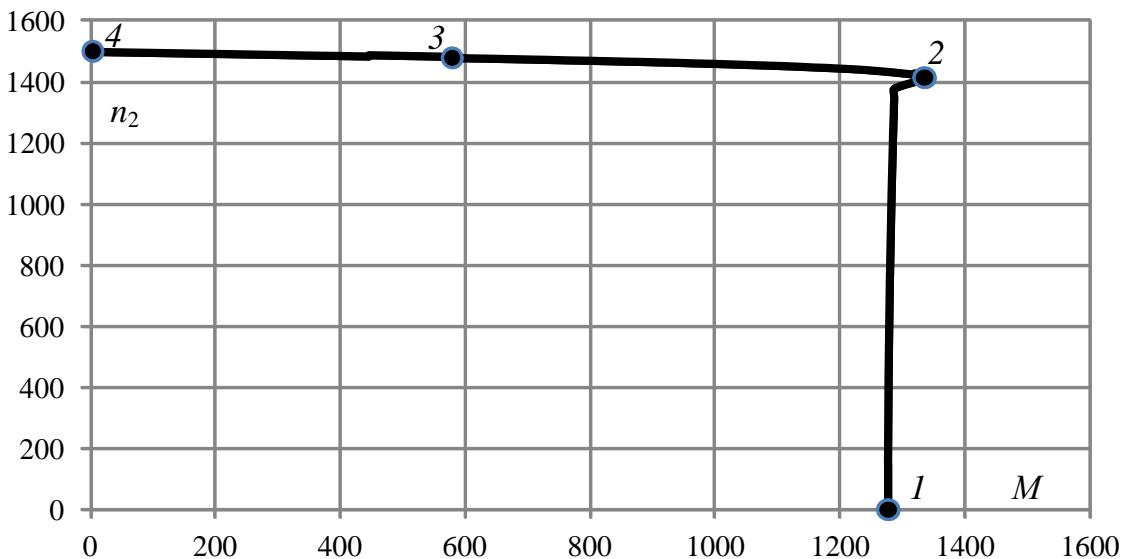


Рис. 6.6. Механическая характеристика  $n_2 = f(M)$  АД АИР250М4

На представленных характеристиках  $M = f(S)$  и  $n_2 = f(M)$  точка 1 с координатами  $S = 1, M = M_{II}, n_2 = 0$  соответствует *пуску* двигателя, точка 2 ( $S = S_{KP}, M = M_{KP}, n_2 = n_{2kp}$ ) соответствует *критическому режиму* двигателя, точка 3 ( $S = S_H, M = M_H, n_2 = n_{2H}$ ) соответствует *номинальному режиму* работы и точка 4 ( $S \rightarrow 0, M \rightarrow 0, n_2 \rightarrow n_1$ ) соответствует *режиму идеального холостого хода*.

6. Жёсткость  $\beta$  рабочего участка характеристики  $n_2 = f(M)$  определяется по числовым значениям параметров  $M$  и  $n_2$  при изменении скольжения от  $0 \leq S \leq 0,03$  (выбираем визуально прямолинейный участок от точки 4 с  $M \rightarrow 0$  до точки с  $n_2 = 1455$  об/мин).

$$\beta = \frac{\Delta M}{\Delta n_2} = \frac{4,58 - 1086,87}{1499,85 - 1455} = -24,13 \text{ Н·м/(об/мин)}.$$

Физический смысл данного коэффициента таков: чтобы снизить частоту вала двигателя на 1 об/мин, необходимо увеличить момент сопротивления на валу на 24,13 Н·м.

### 6.3. Исходные данные для расчёта

Электродвигатели АИР – унифицированная серия промышленных трёхфазных асинхронных электродвигателей. Серия АИР охватывает диапазон мощностей от 0,06 до 315 кВт со значениями высоты оси вращения от 50 до 355 мм и синхронными частотами вращения 3000, 1500, 1000, 750 об/мин.

Каждая модель АД серии АИР имеет цифробуквенный шифр, отражающий некоторые конструктивные и эксплуатационные параметры машины. Например, модель электродвигателя АИР355S4У3 имеет следующую расшифровку:

«А» – Асинхронный двигатель;

«И» – Интерэлектро – международная организация;

«Р» – привязка мощностей к установочным размерам в соответствии с ГОСТ Р 51689;

«355» – высота оси вращения (габарит) в мм;

«S» – установочный размер по длине станины («S» – малый, «М» – средний, «L» – большой) или вместо длины станины – длина сердечника по возрастанию («А», «В», «С»);

«4» – число магнитных полюсов;

«У3» – климатическое исполнение и категория размещения по ГОСТ 15150-69.

В табл. 6.1 приведены варианты исходных данных в виде моделей асинхронных двигателей серии АИР со следующими параметрами:

- синхронная частота вращения  $n_1$ ;
- номинальная мощность на валу  $P_{2H}$ ;
- номинальная частота вращения  $n_{2H}$ ;
- номинальный КПД  $\eta_n$ ;
- номинальный коэффициент мощности  $\cos\varphi_{1H}$ ;
- коэффициент пуска по току  $I_{1P}/I_{1H}$ ;
- кратность пускового момента  $M_P/M_H$ ;
- коэффициент перегрузки по моменту  $\lambda = M_{KP}/M_H$ .

Линейное напряжение питающей сети  $U_{1L}$  имеет действующее значение 380 В.

Согласно примеру расчёта асинхронного двигателя для своего варианта исходных данных необходимо:

- 1) определить суммарные потери мощности в двигателе при номинальной нагрузке  $\Sigma P_H$ ;
- 2) рассчитать номинальный и пусковой токи двигателя  $I_{1H}$  и  $I_{1P}$ ;
- 3) рассчитать электромагнитные моменты для пускового, номинального и критического режима работы двигателя  $M_P$ ,  $M_H$  и  $M_{KP}$ ;
- 4) определить пониженный пусковой момент и возможность запуска двигателя при снижении напряжения сети на 15%;
- 5) рассчитать и построить механические характеристики двигателя  $M = f(S)$  и  $n_2 = f(M)$ .
- 6) по полученной характеристике  $n_2 = f(M)$  определить рабочий участок характеристики и его жёсткость  $\beta$ .

Таблица 6.1

## Модели и параметры электродвигателей серии АИР

Вар.	Модель	$P_{2H}$ , кВт	$n_{2H}$ , об/мин	$\eta_H$ , %	$\cos\varphi_{1H}$	$I_{1H}/I_{1H}$	$M_H/M_H$	$\lambda$
<b>Синхронная частота вращения <math>n_1 = 3000</math> об/мин</b>								
1	АИР56А2	0,18	2730	65,0	0,80	5,0	2,2	2,2
2	АИР56В2	0,25	2700	66,0	0,80	5,0	2,2	2,2
3	АИР63А2	0,37	2730	72,0	0,80	5,0	2,2	2,2
4	АИР63В2	0,55	2730	75,0	0,80	5,0	2,2	2,2
5	АИР71А2	0,75	2820	79,0	0,80	6,0	2,6	2,7
6	АИР71В2	1,1	2800	79,5	0,80	6,0	2,2	2,4
7	АИР80А2	1,5	2880	82,0	0,90	6,5	2,2	2,6
8	АИР80В2	2,2	2860	83,0	0,90	6,4	2,1	2,6
9	АИР90Л2	3,0	2860	83,5	0,90	7,0	2,3	2,6
10	АИР100С2	4,0	2850	87,0	0,90	7,5	2,0	2,4
11	АИР100Л2	5,5	2850	88,0	0,90	7,5	2,1	2,4
12	АИР112М2	7,5	2900	87,5	0,90	7,5	2,0	2,2
13	АИР132М2	11	2910	87,5	0,90	7,5	1,6	2,2
14	АИР160С2	15	2920	90,5	0,90	7,0	2,1	3,0
15	АИР160М2	18,5	2920	91,0	0,90	7,0	2,2	3,0
16	АИР180С2	22	2930	90,5	0,90	7,0	2,2	2,9
17	АИР180М2	30	2930	92,0	0,90	7,0	2,4	2,9
18	АИР250С2	75	2975	93,0	0,91	7,0	2,0	2,3
19	АИР280М2	132	2975	94,0	0,90	8,5	1,8	2,2
20	АИР315С2	160	2975	94,5	0,92	7,2	1,8	2,2
21	АИР355М2	315	2980	95,6	0,92	7,1	1,6	2,2
<b>Синхронная частота вращения <math>n_1 = 1500</math> об/мин</b>								
22	АИР56А4	0,12	1350	58,0	0,66	5,0	2,2	2,2
23	АИР56В4	0,18	1350	60,0	0,68	5,0	2,2	2,2
24	АИР63А4	0,25	1320	65,0	0,67	5,0	2,2	2,2
25	АИР63В4	0,37	1320	68,0	0,7	5,0	2,2	2,2
26	АИР71А4	0,55	1360	71,0	0,71	5,0	2,3	2,4
27	АИР71В4	0,75	1350	72,0	0,75	5,0	2,5	2,6
28	АИР80А4	1,1	1420	76,5	0,77	5,0	2,2	2,4
29	АИР80В4	1,5	1410	78,5	0,8	5,3	2,2	2,4
30	АИР90Л4	2,2	1430	80,0	0,79	6,0	2,0	2,4

Вар.	Модель	$P_{2H}$ , кВт	$n_{2H}$ , об/мин	$\eta_H$ , %	$\cos\varphi_{1H}$	$I_{1P}/I_{1H}$	$M_{IP}/M_H$	$\lambda$
31	АИР100S4	3,0	1410	82,0	0,82	7,0	2,0	2,2
32	АИР100L4	4,0	1410	85,0	0,84	7,0	2,0	2,4
33	АИР112M4	5,5	1430	85,5	0,86	7,0	2,0	2,5
34	АИР132S4	7,5	1440	86,0	0,83	7,5	2,0	2,5
35	АИР132M4	11	1450	87,5	0,79	7,5	2,0	2,9
36	АИР160S4	15	1460	89,5	0,86	6,5	2,0	2,7
37	АИР160M4	18,5	1460	90,0	0,86	6,5	2,0	2,7
38	АИР180S4	22	1460	91,0	0,86	6,8	2,0	2,5
39	АИР180M4	30	1460	91,5	0,85	7,0	2,0	2,5
40	АИР250S4	75	1480	94,0	0,88	6,8	2,2	2,3
41	АИР280M4	132	1480	95,5	0,88	6,5	2,1	2,2
42	АИР315S4	160	1485	95,3	0,89	6,2	1,9	2,2
43	АИР355M4	315	1490	95,0	0,90	6,9	2,1	2,2

**Синхронная частота вращения  $n_1 = 1000$  об/мин**

44	АИР63A6	0,18	860	56,0	0,62	4,0	2,2	2,2
45	АИР63B6	0,25	860	59,0	0,62	4,0	2,2	2,2
46	АИР71A6	0,37	900	65,0	0,63	4,5	2,1	2,2
47	АИР71B6	0,55	920	69,0	0,68	4,5	1,9	2,2
48	АИР80A6	0,75	920	71,0	0,71	4,0	2,1	2,2
49	АИР80B6	1,1	920	75,0	0,71	4,5	2,2	2,3
50	АИР90L6	1,5	940	76,0	0,70	5,0	2,0	2,3
51	АИР100S6	1,12	940	72,0	0,70	4,0	1,8	2,0
52	АИР100L6	2,2	940	81,5	0,74	6,0	1,9	2,2
53	АИР112MA6	3,0	950	81,0	0,76	6,0	2,0	2,2
54	АИР112MB6	4,0	950	82,0	0,81	6,0	2,0	2,2
55	АИР132S6	5,5	960	85,0	0,80	7,0	2,0	2,2
56	АИР132M6	7,5	950	85,0	0,79	7,0	2,0	2,2
57	АИР160S6	11	970	87,5	0,81	6,5	1,9	2,6
58	АИР160M6	15	970	88,0	0,84	6,5	2,0	2,6
59	АИР180M6	18,5	980	89,5	0,86	6,5	2,0	2,7
60	АИР250S6	45	980	92,5	0,85	7,0	1,9	2,0
61	АИР280M6	90	985	94,5	0,86	6,5	2,0	2,0
62	АИР315S6	110	990	94,8	0,88	6,9	1,8	2,6
63	АИР355M6	200	990	95,0	0,88	6,7	1,9	2,0

Вар.	Модель	$P_{2H}$ , кВт	$n_{2H}$ , об/мин	$\eta_H$ , %	$\cos\varphi_{1H}$	$I_{1P}/I_{1H}$	$M_P/M_H$	$\lambda$
<b>Синхронная частота вращения <math>n_1 = 750</math> об/мин</b>								
64	АИР71В8	0,25	680	58,0	0,60	4,0	1,6	1,9
65	АИР80А8	0,37	680	58,0	0,59	3,5	2,0	2,3
66	АИР80В8	0,55	680	58,0	0,60	3,5	2,0	2,1
67	АИР90ЛА8	0,75	700	70,0	0,71	4,0	1,5	2,0
68	АИР90ЛВ8	1,1	710	74,0	0,72	4,5	1,5	2,2
69	АИР100Л8	1,5	710	76,0	0,75	3,7	1,6	2,0
70	АИР112МА8	2,2	700	76,5	0,71	6,0	1,8	2,2
71	АИР112МВ8	3,0	700	79,0	0,74	6,0	1,8	2,2
72	АИР132С8	4,0	700	83,0	0,70	6,0	1,8	2,2
73	АИР132М8	5,5	700	83,0	0,74	6,0	1,8	2,2
74	АИР160С8	7,5	720	86,0	0,72	5,5	1,7	2,3
75	АИР160М8	11	720	87,0	0,73	5,5	1,7	2,3
76	АИР180М8	15	730	88,0	0,74	5,5	1,8	2,4
77	АИР250С8	37	740	92,5	0,78	6,6	1,9	2,0
78	АИР280М8	76	740	93,8	0,84	6,0	1,8	2,0
79	АИР315С8	90	740	94,5	0,85	6,0	1,4	2,1
80	АИР355М8	160	740	94,0	0,82	6,4	1,8	2,0

### Контрольные вопросы и задания

1. Что называется асинхронной электрической машиной?
2. Какова область применения асинхронных двигателей?
3. Опишите конструкцию статора трёхфазного асинхронного двигателя.
4. В чём особенности конструкции короткозамкнутого ротора трёхфазного асинхронного двигателя?
5. Опишите режимы работы трёхфазной асинхронной машины.
6. Что такое скольжение асинхронного двигателя?
7. Опишите принцип действия трёхфазного асинхронного двигателя.
8. Чем определяется число пар полюсов магнитного поля статора?
9. Как определяется синхронная частота вращения двигателя?
10. Что представляет собой величина суммарных потерь мощности асинхронного двигателя?
11. Опишите рабочие характеристики асинхронного двигателя.

12. Какие зависимости являются механическими характеристиками асинхронного двигателя и как их построить?
13. По каким формулам рассчитываются и строятся механические характеристики асинхронного двигателя?
14. Как определяются коэффициент перегрузки по моменту и коэффициент пуска по моменту?
15. Как определяется жёсткость механической характеристики?
16. В чём физический смысл жёсткости механической характеристики?
17. Как изменяется КПД асинхронного двигателя с изменением нагрузки на валу?

## 7. РАСЧЁТ И АНАЛИЗ ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

### 7.1. Основные понятия, параметры и характеристики

*Машина постоянного тока* (МПТ) – электрическая машина, предназначенная для преобразования механической энергии в электрическую постоянного тока и наоборот. Машины постоянного тока являются обратимыми машинами, т.е. они могут работать как в режиме генератора, так и в режиме двигателя [4, 5, 7].

Двигатели постоянного тока (ДПТ) стоят почти на каждом автомобиле – это стартер, электропривод стеклоочистителя, вентилятор отопителя салона и др. ДПТ большой мощности используются главным образом в качестве тяговых двигателей электровозов, буровых станков и горных экскаваторов. Двигатели малой мощности находят широкое применение в станкостроении, ручном инструменте, бытовой технике и др.

ДПТ (рис. 7.1) состоят из трех основных частей [4, 5, 7]:

- 1) индуктора;
- 2) якоря;
- 3) щёточно-коллекторного узла (ЩКУ).

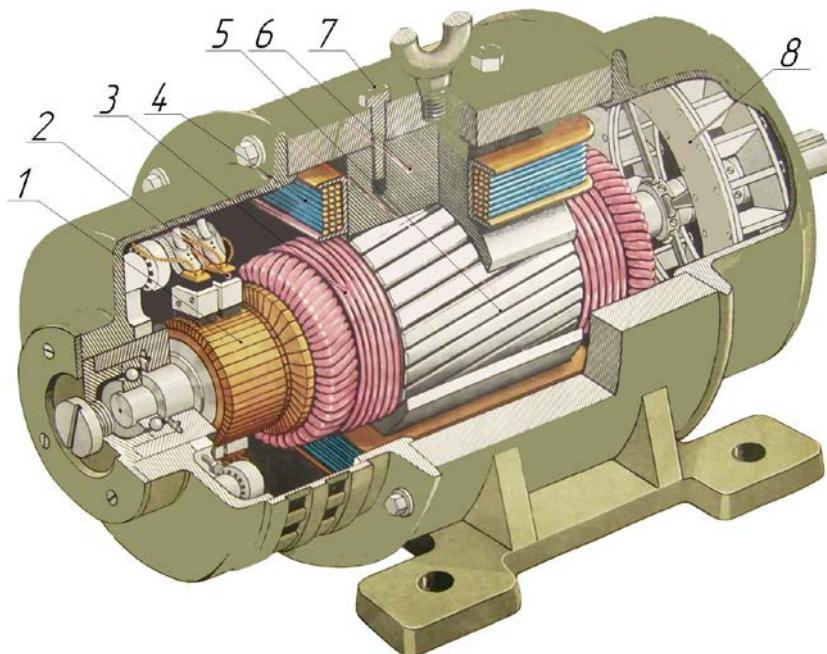


Рис. 7.1. Внешний вид коллекторной машины постоянного тока:  
1 – коллектор; 2 – щеткодержатель со щетками; 3 – обмотка якоря;  
4 – полюсная катушка; 5 – сердечник якоря; 6 – сердечник  
полюсного наконечника; 7 – станина; 8 – вентилятор

*Индуктор* – это неподвижная часть, состоящая из станины 7 и полюсных наконечников, представляющих собой катушки 4 с литыми или шихтованными сердечниками 6 и предназначенных для создания магнитного поля машины (см. рис. 7.1). От корпуса полюсного наконечника катушка отделена изоляционным материалом. Катушки всех полюсов соединяют в одну общую электрическую цепь, образующую обмотку возбуждения машины. Полюсные наконечники соединены так, чтобы главные магнитные полюсы *N* и *S* чередовались [4, 5, 7].

В передней и задней крышках корпуса МПТ установлены шариковые или роликовые подшипники, в которых вращается ротор машины, называемый якорем.

*Якорь* – это вращающаяся часть машины. Сердечник якоря 5 (см. рис. 7.1) собирается из тонких листов электротехнической стали (до 0,5 мм толщиной), имеющих вид дисков с вырезами, образующими при сборке пазы. Пластины сердечника якоря изолируются друг от друга электротехническим лаком. Такой способ изготовления снижает потери мощности на вихревые токи, возбуждающиеся в сердечнике при вращении в магнитном поле [4, 5, 7].

Обмотку якоря выполняют медным проводом круглого или прямоугольного сечения. Пазы сердечника якоря после заполнения их проводами обмотки обычно закрывают текстолитовыми клиньями. Концы катушек каждой секции обмотки после укладки в пазы припаивают к медным пластинам коллектора, которые расположены диаметрально противоположно по окружности якоря. Совокупность пар таких пластин образует коллектор барабанного типа 1. Пакет якоря и коллектор напрессовывают на вал [4, 5, 7].

ЩКУ осуществляет скользящий электрический контакт обмотки якоря с внешней цепью. При вращении якоря по коллектору скользят две графитовые щётки (см. рис. 7.1), установленные в специальные обоймы щёткодержателей 2, ось которых перпендикулярна оси главных полюсов индуктора. Обычно щётки устанавливаются на оси геометрических нейтралей индуктора. Щётки прижимаются к коллектору 1 спиральными или пластинчатыми пружинами. Щёткодержатели крепятся к траверсе, которую вместе со щётками можно поворачивать относительно индуктора на некоторый угол в ту или иную сторону.

Для более эффективного охлаждения в МПТ большой мощности устанавливают систему самообдува, состоящую из лопастного вентилятора 8 (см. рис. 7.1), насаженного на вал якоря, и вентиляционной решетки. Воздух поступает в машину обычно со стороны коллектора, омывает нагретые части (коллектор, обмотки и сердечники) и выбрасывается с противоположной стороны через решётку [4, 5, 7].

В большинстве ДПТ магнитное поле создаётся обмоткой возбуждения, питаемой постоянным током. Конструктивные свойства ДПТ и их рабочие характеристики в значительной степени определяются способом включения обмотки возбуждения по отношению к цепи якоря, т. е. *способом электромагнитного возбуждения* [4, 5, 7].

В ДПТ с *параллельным возбуждением* (рис. 7.2, *а*) цепь обмотки возбуждения Е1-Е2 соединяется параллельно с цепью якоря А1-А2. В этом случае величина тока возбуждения  $I_B$  во много раз меньше величины тока якоря  $(0,05 \div 0,01)I_A$ , а напряжение  $U$  между выводами цепей якоря и возбуждения одно и то же. Следовательно, сопротивление обмотки возбуждения  $R_B$  должно быть относительно велико. Поэтому для получения необходимой МДС  $F = wI_A$  параллельная обмотка возбуждения машины имеет большое число витков  $w$  из тонкого провода и, следовательно, значительное сопротивление  $R_B$ . Для таких двигателей, работающих в системе большой мощности, характерно постоянство главного магнитного потока и его небольшая зависимость от условий нагрузки машины [4, 5, 7].

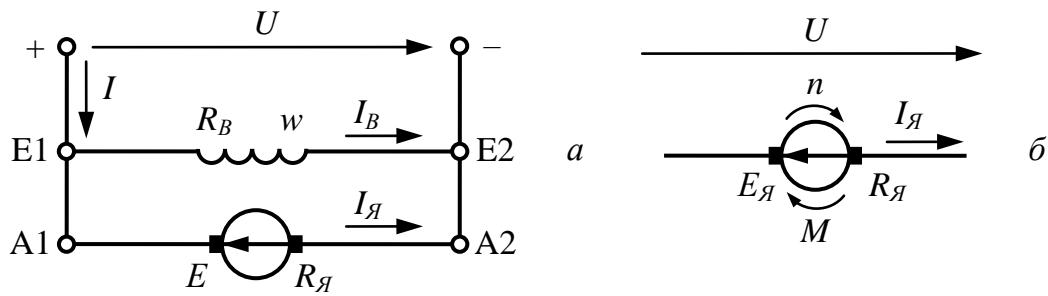


Рис. 7.2. Электрическая принципиальная схема ДПТ с параллельным возбуждением

Величинами, характеризующими работу ДПТ, являются: механическая мощность на валу  $P_2$ , вращающий электромагнитный момент  $M$ , величина тока якоря  $I_A$ , частота вращения якоря  $n$  [4, 5, 7].

Основными эксплуатационными (рабочими) характеристиками, по которым оцениваются рабочие свойства двигателей, являются:

- *скоростная (электромеханическая) характеристика* ДПТ – зависимость частоты вращения якоря от величины тока якоря  $n = f(I_A)$ ;
- *моментная характеристика* – зависимость электромагнитного момента от величины тока якоря  $M = f(I_A)$ ;
- *механическая характеристика* ДПТ – зависимость частоты вращения якоря от вращающего момента  $n = f(M)$ .

Все рабочие характеристики, полученные при отсутствии добавочных сопротивлений в цепи якоря, называют *естественными*.

Снятие рабочих характеристик ДПТ параллельного возбуждения производится при номинальном напряжении якоря двигателя  $U_H = \text{const}$  и номинальном токе возбуждения  $I_{BH} = \text{const}$ .

В процессе работы якорь двигателя потребляет ток  $I_{\text{я}}$ , создаётся вращающий электромагнитный момент  $M$ , якорь вращается в магнитном поле индуктора с частотой  $n$ , и в его обмотке индуцируется противоЭДС  $E$ , направленная против тока  $I_{\text{я}}$ , величина которой [4, 5, 7]:

$$E = C_e \Phi n, \quad (7.1)$$

где  $C_e$  – постоянный коэффициент по ЭДС, зависящий от конструкции машины;  $\Phi$  – магнитный поток машины, зависящий от величины тока возбуждения  $I_B$ ;  $n$  – частота вращения якоря в об/мин.

Под действием вращающего момента якорь преодолевает момент нагрузки на валу, при этом ЭДС якоря  $E_{\text{я}}$  противодействует току в цепи якоря и направлена ему навстречу (рис. 7.2, б). В режиме двигателя эта ЭДС направлена противоположно по отношению к приложенному напряжению (противоЭДС), причем  $U_{\text{я}} > E_{\text{я}}$ . Уравнение электрического состояния цепи якоря ДПТ имеет вид [4, 5, 7]:

$$U = E + R_{\text{я}} I_{\text{я}}. \quad (7.2)$$

Увеличение механической нагрузки на валу ДПТ сопровождается снижением частоты вращения якоря  $n$ . Это, в свою очередь, прямо пропорционально влияет, согласно формуле (7.1), на ЭДС якоря  $E_{\text{я}}$ . При уменьшении ЭДС якоря ток якоря  $I_{\text{я}}$  возрастает, стремясь компенсировать величиной падения напряжения  $R_{\text{я}} I_{\text{я}}$  снижение  $E_{\text{я}}$  и тем самым уравновесить приложенное к якорю постоянное напряжение  $U_{\text{я}}$ , согласно формуле (7.2). Это явление называют *саморегулированием потребляемой мощности* ДПТ.

С учётом формул (7.1), (7.2) общее уравнение *скоростной характеристики* ДПТ  $n = f(I_{\text{я}})$  (рис. 7.3, а) [4, 5, 7]:

$$n = \frac{U - R_{\text{я}} I_{\text{я}}}{C_e \Phi}. \quad (7.3)$$

Взаимодействие тока якоря  $I_{\text{я}}$  с главным магнитным полем создаёт вращающий электромагнитный момент двигателя [4, 5, 7]:

$$M = C_m \Phi I_{\text{я}}, \quad (7.4)$$

где  $C_m$  – постоянный коэффициент по моменту, зависящий от конструкции машины.

Выражение (7.4) является *моментной характеристикой* ДПТ,  $M = f(I_{\text{я}})$  связывающей электромагнитный момент  $M$  двигателя и величину тока якоря  $I_{\text{я}}$  (рис. 7.3, б).

Выразив из формулы (7.4) ток якоря и подставив его выражение (7.3), получим уравнение *механической характеристики* ДПТ  $n = f(M)$  (рис. 7.3, в) [4, 5, 7]:

$$n = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{R_{\text{я}} M}{C_e C_m \Phi^2}. \quad (7.5)$$

Отношение двух постоянных по ЭДС и моменту  $C_e$  и  $C_m$  равно  $2\pi/60 \approx 0,105$ . Тогда уравнение механической характеристики (7.5) можно записать как [4, 5, 7]:

$$n = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{0,105 R_{\text{я}} M}{(C_e \Phi)^2} = n_0 - \frac{M}{h}. \quad (7.6)$$

Первое слагаемое  $n_0$  является частотой вращения идеального холостого хода, т.е. когда ток в цепи якоря  $I_{\text{я}}$  и электромагнитный момент двигателя  $M$  равны нулю, а  $h$  – жёсткость механической характеристики, определяющая величину изменения нагрузочного момента при изменении частоты вращения  $dM/dn$ .

Изменение частоты вращения двигателя при переходе от номинальной нагрузки к холостому ходу, выраженное в процентах, называют *номинальным изменением частоты вращения* [4, 5, 7]:

$$\Delta n_{\%} = \frac{n_0 - n_{\text{н}}}{n_{\text{н}}} \cdot 100\%. \quad (7.7)$$

Обычно для ДПТ параллельного возбуждения  $\Delta n_{\%} = 2-8\%$ , поэтому характеристику частоты вращения двигателя параллельного возбуждения называют «жёсткой».

Для расчёта частоты вращения холостого хода  $n_0$  пользуются уравнением (7.3), определив значение  $C_e \Phi$  при номинальных параметрах напряжения  $U$  и тока якоря  $I_{\text{ян}}$  [4, 5, 7]:

$$n_0 = \frac{U}{C_e \Phi} = \frac{U n_{\text{н}}}{U - R_{\text{я}} I_{\text{ян}}}. \quad (7.8)$$

Для расчёта номинального момента пользуются уравнением [5, 7]:

$$M_{\text{н}} = \frac{9550 \cdot P_{2H}}{n_{\text{н}}} [\text{Н}\cdot\text{м}], \quad (7.9)$$

где  $P_{2H}$  – номинальная мощность на валу двигателя в кВт;  $n_{\text{н}}$  – номинальная частота вращения якоря в об/мин.

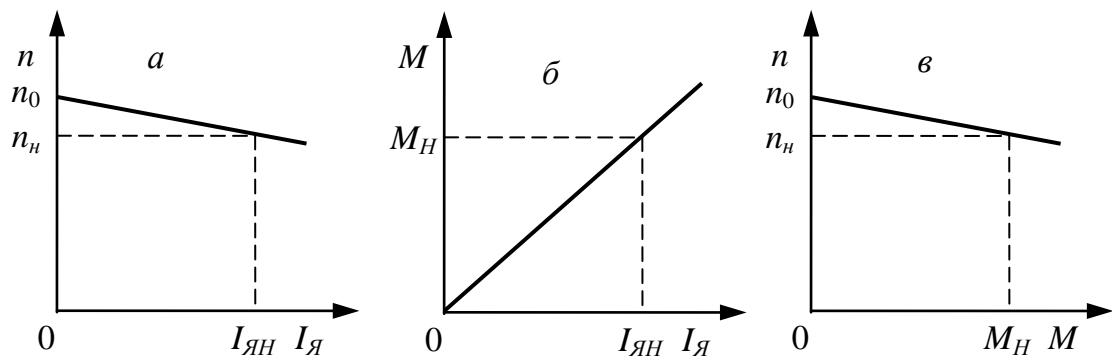


Рис.7.3. Характеристики двигателя с параллельным возбуждением:  
 $a$  – скоростная;  $\bar{b}$  – моментная;  $\bar{c}$  – механическая

Из уравнений (7.3) и (7.5) следует, что электрическое равновесие в цепи якоря при любом изменении подводимого напряжения  $U$ , падения напряжения  $R_{я}I_{я}$  или магнитного потока  $\Phi$  сохраняется за счёт изменения частоты вращения  $n$ . Причём связь между механическими воздействиями и электромагнитными процессами в цепи якоря, обеспечивающими устойчивость работы машины, осуществляется посредством противоЭДС якоря  $E$ . Если, например, механическая нагрузка на валу увеличилась, то частота вращения будет уменьшаться. Это вызовет, согласно формуле (7.1), уменьшение ЭДС  $E$ , что приведёт при неизменном значении подводимого напряжения  $U$ , согласно формуле (7.2), к увеличению величины тока якоря  $I_{я}$  и, следовательно, по формуле (7.4), электромагнитного момента двигателя  $M$ . Изменение частоты вращения будет продолжаться до тех пор, пока электромагнитный момент двигателя не уравновесит механический момент нагрузки на валу. Это явление называют *саморегулирование вращающего момента* ДПТ [4, 5, 7].

КПД ДПТ представляет собой отношение отдаваемой (полезной) мощности  $P_2$  к подводимой (потребляемой)  $P_1$ . Причём электрическая мощность для ДПТ является активной и в общем случае определяется произведением величин подводимого напряжения  $U$  и потребляемого тока  $I$  [4, 5, 7]:

$$P = UI, \quad (7.10)$$

а механическая мощность на валу машины в общем случае определяется произведением величин вращающего момента на валу  $M$  и угловой скорости вращения вала машины  $\omega$  [4, 5, 7]:

$$P = M\omega = \frac{M 2\pi n}{60}. \quad (7.11)$$

Полезная механическая мощность на валу ДПТ  $P_2$  всегда меньше потребляемой электрической мощности  $P_1$ . Разница мощностей на выходе и входе ДПТ оценивается *суммарными потерями мощности*  $\Sigma P$ .

КПД двигателя постоянного тока [4, 5, 7]:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M\omega}{UI} = 1 - \frac{\Sigma P}{UI}. \quad (7.12)$$

В ДПТ, как и в других электрических машинах, имеют место магнитные, электрические и механические потери (составляющие группу основных потерь) и добавочные потери.

Таким образом, суммарные потери мощности  $\Sigma P$  в ДПТ [4, 5, 7]:

$$\Sigma P = P_M + P_{MEX} + P_B + P_{Я} + P_{ДОБ}, \quad (7.13)$$

где  $P_M$  – магнитные потери в сердечнике якоря машины;  $P_{MEX}$  – механические потери;  $P_B$  – электрические потери в цепи возбуждения машины;  $P_{Я}$  – электрические потери в цепи якоря машины;  $P_{ДОБ}$  – добавочные потери мощности.

Магнитные потери  $P_M$  происходят только в сердечнике якоря, так как только этот элемент магнитопровода машины постоянного тока подвергается перемагничиванию. Величина магнитных потерь, состоящих из потерь от гистерезиса и потерь от вихревых токов, зависит от частоты перемагничивания, значений магнитной индукции в зубцах и спинке якоря, толщины листов электротехнической стали, её магнитных свойств и качества изоляции этих листов в пакете якоря [4, 5, 7].

$$P_M \leq 0,015P_1. \quad (7.14)$$

Механические потери ДПТ кроме потерь в подшипниках якоря и вентиляционных потерь, свойственных всем вращающимся электрическим машинам, включают также потери на трение щёток о коллектор [4, 5, 7]:

$$P_{MEX} \leq 0,04P_1. \quad (7.15)$$

Механические и магнитные потери при стабильной частоте вращения ( $n = \text{const}$ ) можно считать постоянными.

Электрические потери ( $P_B + P_{Я}$ ) обусловлены нагревом обмоток и щёточного контакта. Потери в цепи возбуждения определяются тепловыми потерями на сопротивлении обмотки возбуждения и реостата, включенного в цепь возбуждения [4, 5, 7]:

$$P_B = UI_B = R_B I_B^2 \leq 0,015P_1, \quad (7.16)$$

где  $U$  – напряжение на зажимах цепи возбуждения;  $I_B$  – ток возбуждения;  $R_B$  – сопротивление цепи возбуждения.

Электрические потери в цепи якоря машины определяются потерями на сопротивлении якорной обмотки  $R_{OЯ}$  и потерями на щёточных контактах  $U_{Щ}I_Я$  [4, 5, 7]:

$$P_Я = R_Я I_Я^2 = R_{OЯ} I_Я^2 + U_{Щ} I_Я \leq 0,07 P_1, \quad (7.17)$$

где  $U_{Щ}$  – падение напряжения на щёточных контактах коллектора.

Электрические потери в цепи якоря и в щёточном контакте  $P_Я$  зависят от величины тока якоря  $I_Я$  и, соответственно, от нагрузки машины, поэтому эти потери называют *переменными*.

Добавочные потери  $P_{DOB}$  составляют хотя и небольшую, но не поддающуюся точному учёту величину. Поэтому в машинах без компенсационной обмотки значение добавочных потерь  $P_{DOB}$  принимают равным 1% от полезной мощности.

## 7.2. Пример расчёта параметров и характеристик двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением

Рассмотрим в качестве примера расчёт электрических и механических параметров различных режимов работы электродвигателя постоянного тока Д-12 с параллельным возбуждением, имеющего следующие рабочие параметры:

- напряжение питания  $U = 220$  В;
- мощность  $P_{2H} = 2,5$  кВт;
- номинальная частота вращения якоря  $n_H = 1140$  об/мин;
- номинальный ток якоря  $I_{ЯH} = 14,6$  А;
- ток возбуждения  $I_B = 1,1$  А;
- максимальный пусковой момент  $M_{II} = 54$  Н·м;
- сопротивление обмотки якоря  $R_Я = 1,13$  Ом.

Для вышеперечисленных параметров необходимо:

1. Определить для номинального режима работы:

- момент  $M_H$  на валу двигателя;
- ток  $I_H$ , потребляемый электродвигателем из сети;
- сопротивление цепи возбуждения;
- ЭДС якоря  $E_H$ ;
- мощность потерь: суммарную  $\Sigma P_H$ , в цепи якоря  $P_{ЯH}$  (потерями на щёточных контактах пренебречь), в цепи возбуждения  $P_B$ ; магнитных, механических и добавочных  $P_M + P_{MEX} + P_{DOB}$ ;

- КПД электродвигателя  $\eta_H$ ;
  - максимальный пусковой ток якоря  $I_{яп}$ ;
  - сопротивление пускового реостата  $R_{ДП}$ .
2. Найти при значениях тока двигателя  $0,25; 0,5; 0,75; 1,25I_H$ :
- суммарную мощность потерь  $\Sigma P$  (принимая мощность механических, магнитных и добавочных потерь не зависящей от нагрузки);
  - момент на валу двигателя  $M$ ;
  - частоту вращения якоря  $n$ .
3. Определить частоту вращения якоря  $n'_H$  при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления пускового реостата.
4. Построить естественные скоростную  $n = f(I_{я})$ , моментную  $M = f(I_{я})$ , механическую  $n = f(M)$  характеристики и реостатную (искусственную) механическую характеристику  $n' = f(M)$ .
5. Определить жёсткости  $h$  и  $h'$  полученных естественной и искусственной механических характеристик.
6. Определить номинальные изменения частот вращения  $\Delta n\%$  и  $\Delta n'\%$  для естественной и искусственной механических характеристик.

### Методика расчёта.

Схема замещения ДПТ с параллельным возбуждением представлена на рис. 7.4.

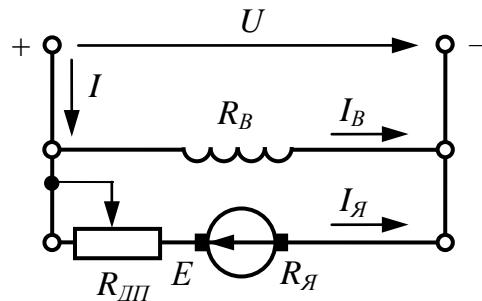


Рис. 7.4. Схема замещения ДПТ с параллельным возбуждением

1) Определим параметры для номинального режима работы.

Номинальный момент на валу ДПТ определяем по формуле (7.9):

$$M_H = \frac{9550 \cdot P_{2H}}{n_H} = \frac{9550 \cdot 2,5}{1140} = 21 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Ток, потребляемый электродвигателем из сети при номинальной нагрузке, определяем по первому закону Кирхгофа

$$I_H = I_B + I_{яH} = 15,7 \text{ А.}$$

Сопротивление цепи возбуждения найдём по закону Ома

$$R_B = \frac{U}{I_B} = 200 \text{ Ом.}$$

ЭДС якоря в номинальном режиме выразим из формулы (7.2):

$$E_H = U - R_{\text{я}} I_{\text{я}H} = 220 - 1,13 \cdot 14,6 = 203,5 \text{ В.}$$

Чтобы определить потери мощности, найдём мощность, потребляемую двигателем из сети  $P_{1H}$  по формуле (7.10):

$$P_{1H} = UI_H = 3454 \text{ Вт.}$$

Суммарные потери мощности

$$\Sigma P_H = P_{1H} - P_{2H} = 954 \text{ Вт.}$$

Потери мощности в цепи якоря определяем по формуле (7.17), пренебрегая потерями на щёточных контактах

$$P_{\text{я}H} = R_{\text{я}} I_{\text{я}H}^2 = R_{O\text{я}} I_{\text{я}H}^2 = 241 \text{ Вт.}$$

Потери мощности в цепи возбуждения в соответствии с выражением (7.16):

$$P_B = UI_B = 242 \text{ Вт.}$$

Магнитные, механические и добавочные потери

$$P_M + P_{MEX} + P_{DOB} = \sum P - P_B - P_{\text{я}H} = 471 \text{ Вт.}$$

КПД электродвигателя при номинальной нагрузке определяем по формуле (7.12):

$$\eta_{\text{н}} = \frac{P_{2H}}{P_{1H}} = 0,724.$$

Максимальный пусковой ток якоря определим, используя выражение (7.4), принимая постоянство магнитного потока,

$$\frac{M_{\Pi}}{M_H} = \frac{I_{\text{я}П}}{I_{\text{я}H}},$$

получим

$$I_{\text{я}П} = \frac{M_{\Pi}}{M_H} I_{\text{я}H} = 37,5 \text{ А.}$$

Сопротивление пускового реостата определим из уравнения

$$I_{\text{я}П} = \frac{U}{R_{\text{я}} + R_{\text{д}П}};$$

$$R_{ДП} = \frac{U}{I_{ЯП}} - R_{Я} = 4,74 \text{ Ом.}$$

2) Определим параметры ДПТ в режимах работы, отличных от номинального (для токов двигателя  $0,25; 0,5; 0,75; 1,25I_H$ ).

Суммарную мощность потерь  $\Sigma P$ , принимая мощность потерь в цепи возбуждения и мощность механических, магнитных и добавочных потерь не зависящих от нагрузки, вычисляем по формуле

$$\sum P = P_{Я} + (P_B + P_M + P_{MEX} + P_{ДОБ}),$$

где

$$P_1 = UI;$$

$$P_{Я} = R_{Я} I_{Я}^2;$$

$$I_{Я} = I - I_B.$$

Частоту вращения якоря  $n$  определяем по формуле (7.3), предварительно вычислив коэффициент  $C_e\Phi$ , используя данные номинального режима работы

$$C_e\Phi = \frac{U - R_{Я} I_{ЯH}}{n_H} = 0,179 \text{ В/(об/мин).}$$

Момент на валу двигателя  $M$  найдём по формуле (7.9):

$$M = \frac{9,55 \cdot P_2}{n},$$

где

$$P_2 = P_1 - \sum P \text{ в Вт.}$$

Числовые значения рассчитанных параметров ДПТ приведены в таблице.

### Значения параметров ДПТ для неноминальных режимов

$I$ , А		$I_{Я}$ , А	$P_1$ , Вт	$P_{Я}$ , Вт	$\Sigma P$ , Вт	$P_2$ , Вт	$n$ , об/мин	$M$ , Н·м
$0,25I_H$	3,9	2,8	862	9	722	140	1211	1,1
$0,5I_H$	7,8	6,8	1727	52	764	962	1186	7,8
$0,75I_H$	11,8	10,7	2589	129	841	1747	1162	14,3
$1,25I_H$	19,6	18,5	4316	435	1148	3168	1112	27,2

3) Определим частоту вращения якоря  $n'_n$  при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления пускового реостата.

$$n'_h = \frac{U - (R_{\mathcal{A}} + R_{\text{ДП}})I_{\mathcal{A}H}}{C_e \Phi} = 750 \text{ об/мин.}$$

Найдём частоту вращения холостого хода по формуле (7.8):

$$n_0 = \frac{U}{C_e \Phi} = \frac{Un_h}{U - R_{\mathcal{A}}I_{\mathcal{A}H}} = 1229 \text{ об/мин.}$$

4) Построим рабочие характеристики двигателя Д-12, используя рассчитанные значения номинального режима и табличные данные для неноминальных режимов работы ДПТ.

При расчёте и построении рабочих характеристик ДПТ принимают, что при холостом ходе ток якоря  $I_{\mathcal{A}}$  и вращающий электромагнитный момент  $M$  стремятся к нулю ( $n \rightarrow n_0, I_{\mathcal{A}} \rightarrow 0, M \rightarrow 0$ ).

Естественные скоростная  $n = f(I_{\mathcal{A}})$  и моментная  $M = f(I_{\mathcal{A}})$  характеристики ДПТ приведены на рис. 7.5 и 7.6.

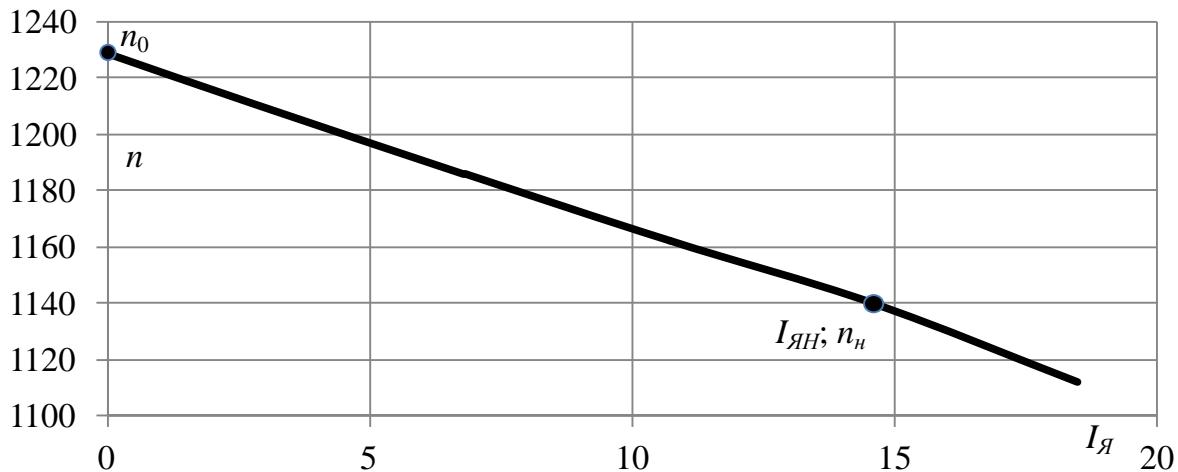


Рис. 7.5. Скоростная характеристика  $n = f(I_{\mathcal{A}})$  ДПТ Д-12

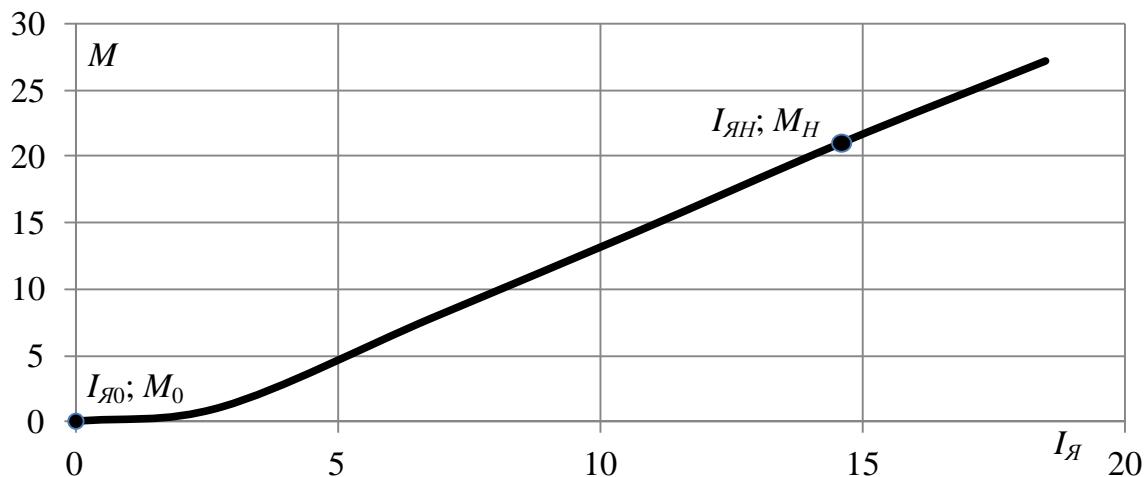


Рис. 7.6. Моментная характеристика  $M = f(I_{\mathcal{A}})$  ДПТ Д-12

Естественная механическая характеристика  $n = f(M)$  1 строится по двум точкам:  $(n = n_0; M = 0)$ ;  $(n = n_h; M = M_H)$ , а искусственная  $n' = f(M)$  2 – по двум точкам  $(n = n_0; M = 0)$ ;  $(n = n'_h; M = M_H)$  (рис. 7.7).

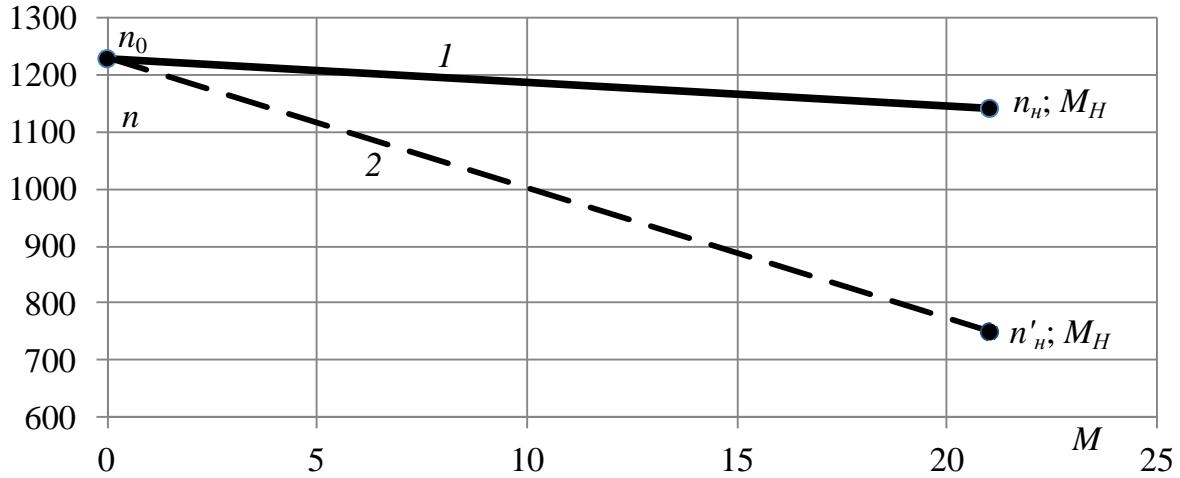


Рис. 7.7. Механические характеристика  $n = f(M)$  и  $n' = f(M)$  ДПТ Д-12

5) Жёсткость  $h$  характеристики  $n = f(M)$  определяется по числовым значениям параметров  $M$  и  $n$  при изменении частоты от точки холостого хода –  $(n = n_0; M = 0)$  до точки номинального режима –  $(n = n_h; M = M_H)$ .

$$h = \frac{\Delta M}{\Delta n} = \frac{0 - 21}{1229 - 1140} = -0,236 \text{ Н}\cdot\text{м/(об/мин)}.$$

Жёсткость  $h'$  для искусственной характеристики  $n' = f(M)$ :

$$h' = \frac{\Delta M}{\Delta n} = \frac{0 - 21}{1229 - 750} = -0,044 \text{ Н}\cdot\text{м/(об/мин)}.$$

Жёсткость характеристики  $h$  в физическом смысле показывает численное значение приращения момента сопротивления на валу двигателя  $M$ , приводящее к снижению частоты вала  $n$  на 1 об/мин.

6) Номинальные изменения частот вращения  $\Delta n_{\%}$  и  $\Delta n'_{\%}$  определяем по формуле (7.7).

$$\text{Для } n = f(M): \quad \Delta n_{\%} = \frac{n_0 - n_h}{n_h} \cdot 100\% = \frac{1229 - 1140}{1140} \cdot 100\% = 7,8\%. \quad (7.7)$$

$$\text{Для } n' = f(M): \quad \Delta n'_{\%} = \frac{n_0 - n'_h}{n'_h} \cdot 100\% = \frac{1229 - 750}{750} \cdot 100\% = 63,8\%. \quad (7.7)$$

Так как номинальное изменение частоты вращения  $\Delta n'_{\%}$  искусственной характеристики более 10%, то она не является жёсткой.

### 7.3. Исходные данные для расчёта

Электродвигатели постоянного тока серии Д предназначены для работы в электроприводах подъёмно-транспортных машин, в горнодобывающей и металлургической промышленности, а так же для общепромышленного применения. Характеризуются высокой кратностью пусковых и максимальных моментов, широким диапазоном регулирования частоты вращения, а также длительным сроком службы и высокими показателями надежности.

В табл. 7.1 приведены варианты исходных данных в виде моделей двигателей постоянного тока серии Д со следующими параметрами:

- напряжение питания  $U$ ;
- мощность  $P_{2H}$ ;
- номинальная частота вращения якоря  $n_n$ ;
- номинальный ток якоря  $I_{яH}$ ;
- ток возбуждения  $I_B$ ;
- максимальный пусковой момент  $M_{п}$ ;
- сопротивление цепи якоря  $R_{я}$ .

Согласно примеру расчёта двигателя постоянного тока для своего варианта исходных данных необходимо:

1. Определить для номинального режима работы:
  - момент  $M_H$  на валу двигателя;
  - ток  $I_H$ , потребляемый электродвигателем из сети;
  - сопротивление цепи возбуждения;
  - ЭДС якоря  $E_H$ ;
  - мощность потерь: суммарную  $\Sigma P_H$ , в цепи якоря  $P_{яH}$  (потерями на щёточных контактах пренебречь), в цепи возбуждения  $P_B$ ; магнитных, механических и добавочных  $P_M + P_{MEX} + P_{DOB}$ ;
  - КПД электродвигателя  $\eta_n$ ;
  - максимальный пусковой ток якоря  $I_{яп}$ ;
  - сопротивление пускового реостата  $R_{ДП}$ .
2. Найти при значениях тока двигателя  $0,25; 0,5; 0,75; 1,25I_H$ :
  - суммарную мощность потерь  $\Sigma P$  (принимая мощность механических, магнитных и добавочных потерь не зависящей от нагрузки);
  - момент на валу двигателя  $M$ ;
  - частоту вращения якоря  $n$ .
3. Определить частоту вращения якоря  $n'_n$  при номинальном моменте на валу двигателя и включении в цепь якоря добавочного сопротивления пускового реостата.

4. Построить естественные скоростную  $n = f(I_A)$ , моментную  $M = f(I_A)$ , механическую  $n = f(M)$  характеристики и реостатную (искусственную) механическую характеристику  $n' = f(M)$ .

5. Определить жёсткости  $h$  и  $h'$  полученных естественной и искусственной механических характеристик.

6. Определить номинальные изменения частот вращения  $\Delta n\%$  и  $\Delta n'\%$  для естественной и искусственной механических характеристик.

Таблица 7.1

**Модели и параметры электродвигателей постоянного тока серии Д**

Вар.	Модель	$U$ , В	$P_{2H}$ , кВт	$n_H$ , об/мин	$I_{ЯH}$ , А	$I_B$ , А	$M_P$ , Н·м	$R_A$ , Ом
1	Д-12	220	2,4	1230	14	1,1	54	1,13
2	Д-12К	220	3	1120	19	1,1	87	1,13
3	Д-21	220	4,5	1030	26	1,239	113	0,662
4	Д-21	220	3,6	1080	20,5	1,239	113	0,662
5	Д-21	220	5,5	1440	31	1,239	99	0,356
6	Д-21	220	4,4	1500	24,5	1,239	99	0,356
7	Д-21	440	4	1220	12	0,62	67	2,4
8	Д-21	440	3,1	1300	9,5	0,62	75	2,4
9	Д-21К	220	5,5	1000	32	1,24	113	0,662
10	Д-21К	220	6,9	1330	40	1,24	100	0,356
11	Д-21К	440	5,1	1220	15,5	0,62	67	2,4
12	Д-22	220	6	1100	33	1,333	140	0,37
13	Д-22	220	4,8	1150	26	1,333	140	0,37
14	Д-22	220	8	1510	43,5	1,333	140	0,202
15	Д-22	220	6,5	1570	34	1,333	140	0,202
16	Д-22	440	7	1460	19,5	0,667	98	1,2
17	Д-22	440	5,6	1550	15,5	0,667	98	1,2
18	Д-22К	220	7,5	1050	43	1,333	140	0,37
19	Д-22К	220	10	1450	56	1,333	140	0,202
20	Д-22К	440	10	1420	28	0,667	98	1,2
21	Д-31	220	8	840	44	1,442	245	0,332
22	Д-31	220	6,8	880	37	1,442	245	0,332
23	Д-31	220	12	1360	64	1,442	230	0,137
24	Д-31	220	9,5	1420	50,5	1,442	230	0,137
25	Д-31	440	6,7	875	19	0,721	155	1,75
26	Д-31	440	5,2	910	14,5	0,721	155	1,75

Вар.	Модель	$U$ , В	$P_{2H}$ , кВт	$n_H$ , об/мин	$I_{ЯH}$ , А	$I_B$ , А	$M_P$ , Н·м	$R_{OЯ}$ , Ом
27	Д-31К	220	10	800	57	1,442	230	0,332
28	Д-31К	220	15	1320	82	1,442	230	0,137
29	Д-31К	440	8,3	830	24	0,72	155	1,75
30	Д-32	220	12	770	65	1,872	400	0,189
31	Д-32	220	9,5	800	51	1,872	400	0,189
32	Д-32	220	18	1190	94	1,872	390	0,086
33	Д-32	220	13	1240	68	1,872	390	0,086
34	Д-32	440	17	1190	45	0,936	295	0,39
35	Д-32	440	12	1240	31,5	0,936	295	0,39
36	Д-32К	220	15	730	85	1,872	400	0,189
37	Д-32К	220	22	1150	115	1,872	390	0,086
38	Д-32К	440	21	1250	55	0,936	295	0,39
39	Д-32С	220	5,5	1260	30	1,833	315	0,189
40	Д-41	220	16	690	86	2,514	600	0,106
41	Д-41	220	13	720	69,5	2,514	600	0,106
42	Д-41	220	24	1100	124	2,514	565	0,043
43	Д-41	220	17,5	1160	90,5	2,514	565	0,043
44	Д-41	440	15	710	40	1,257	435	0,468
45	Д-41	440	12,5	720	34	1,257	435	0,468
46	Д-806	220	22	650	116	2,7	875	0,0675
47	Д-806	220	16	710	84	2,7	875	0,0675
48	Д-806	220	32	1000	165	2,7	825	0,031
49	Д-806	220	21	1060	110	2,7	825	0,031
50	Д-806	440	32	980	82	1,35	655	0,129
51	Д-806	440	21	1060	55	1,35	655	0,129
52	Д-806К	220	33	1000	170	2,8	875	0,031
53	Д-806К	220	30	615	155	2,8	998	0,0675
54	Д-808	220	37	575	192	3,93	1660	0,034
55	Д-808	220	22	630	112	3,93	1660	0,034
56	Д-808	220	47	800	240	3,93	1515	0,0185
57	Д-808	220	26	825	240	3,93	1515	0,0185
58	Д-808	440	37	575	96	1,965	1320	0,136
59	Д-808	440	22	630	56	1,965	1320	0,136
60	Д-808К	220	100	1350	500	3,93	1660	0,0185
61	Д-808С	220	10	180	60	3,93	1700	0,034
62	Д-808С	440	20	400	54	1,97	1600	0,136
63	Д-810	220	55	550	280	3,81	2870	0,0232
64	Д-810	220	29	600	148	3,81	2870	0,0232

Вар.	Модель	$U$ , В	$P_{2H}$ , кВт	$n_H$ , об/мин	$I_{ЯH}$ , А	$I_B$ , А	$M_P$ , Н·м	$R_{OЯ}$ , Ом
65	Д-810	440	55	560	140	7,62	2250	0,094
66	Д-810	440	29	600	74	7,62	2250	0,094
67	Д-810С	220	17,5	165	100	3,81	2900	0,0232
68	Д-810С	440	35	370	90	1,9	2900	0,094
69	Д-812	220	75	515	380	5	4300	0,014
70	Д-812	220	38	565	192	5	4300	0,014
71	Д-812	440	75	520	190	2,5	3085	0,065
72	Д-812	440	36	570	92	2,5	3085	0,065
73	Д-812С	220	17	115	106	5,12	3200	0,014
74	Д-812С	440	35	270	35	2,6	3200	0,065
75	Д-814	220	115	500	575	5,2	6300	0,0079
76	Д-814	220	55	560	280	5,2	6300	0,0079
77	Д-814	440	115	500	288	9,82	5040	0,0325
78	Д-814	440	55	560	138	9,82	5040	0,0325
79	Д-816	220	150	480	740	6,068	8900	0,0055
80	Д-816	440	160	490	400	12,14	7015	0,0055

## Контрольные вопросы и задания

1. Какова область применения двигателей постоянного тока?
2. Опишите принцип действия двигателя постоянного тока.
3. Как возникают и определяются ЭДС и врачающий момент якоря двигателя постоянного тока?
4. Приведите уравнения электрического состояния якорной цепи двигателя постоянного тока.
5. Какие существуют способы электромагнитного возбуждения двигателей постоянного тока и в чём их особенности?
6. В чём заключается свойство саморегулирования потребляемой мощности и врачающего момента двигателя постоянного тока?
7. Что представляет собой величина суммарных потерь мощности двигателя постоянного тока?
8. Какие характеристики двигателей постоянного тока являются эксплуатационными (рабочими) характеристиками?
9. Как определить жёсткость механической характеристики?
10. Как определить номинальное изменение частоты вращения двигателя постоянного тока?

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенный в учебно-методическом пособии материал позволит студентам очной и заочной формы обучения высшего учебного заведения изучить электрические и магнитные явления, процессы и закономерности в цепях постоянного и переменного тока, электрических машинах, а также освоить практические методы расчёта и анализа параметров и характеристик электрических и магнитных цепей, электрических машин и аппаратов. Контрольные вопросы и задания позволят обучающимся проводить самопроверку изучаемого материала.

Для расширенного изучения теоретического материала по электрическим и магнитным цепям, электрическим машинам и аппаратам рекомендуется воспользоваться литературой, приведённой в библиографическом списке.

## Библиографический список

1. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник для бакалавров / Л.А. Бессонов. – 12-е изд., исправ. и доп. – М. : Изд-во Юрайт, 2014. – 701 с.
2. Иванов, И.И. Электротехника и основы электроники : учебник / И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.Я. Фролов. – 9-е изд., стер. – СПб. : Изд-во Лань, 2017. – 736 с.
3. Касаткин, А.С. Курс электротехники : учебник для вузов / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 8-е изд. – М. : Высшая школа, 2005. – 542 с.
4. Кацман, М.М. Электрические машины : учебник / М.М. Кацман. – 12-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2013. – 496 с.
5. Лазута, И. В. Основы электротехники и электроники : учебное пособие / И. В. Лазута, И. А. Реброва. – Омск : СибАДИ, 2018. – Режим доступа: <http://bek.sibadi.org/fulltext/esd636.pdf>.
6. Реброва, И.А. Расчёт установившихся режимов в линейных электрических цепях : учебно-методическое пособие /И.А. Реброва. –Омск :СибАДИ, 2013.
7. Усольцев, А.А. Электрические машины : учебное пособие / А.А. Усольцев. – СПб. : НИУ ИТМО, 2013. – 416 с.
8. Чекунов, К.А. Судовые электроприводы и электродвижение судов / К.А. Чекунов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Л. : Судостроение, 1986. – 346 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение .....</b>	3
<b>1. Расчёт электрических цепей с источниками постоянного напряжения и тока .....</b>	4
1.1. Основные законы, преобразования и методы расчёта.....	4
1.1.1. Основные законы.....	4
1.1.2. Потенциальная диаграмма электрической цепи.....	5
1.1.3. Эквивалентные преобразования в резистивных цепях.....	7
1.1.4. Методы расчёта цепей постоянного тока.....	10
1.1.5. Баланс мощностей .....	14
1.2. Пример расчёта разветвлённой электрической цепи постоянного тока....	15
1.3. Исходные данные для расчёта.....	24
Контрольные вопросы и задания .....	28
<b>2. Расчёт однофазных электрических цепей синусоидального тока.....</b>	<b>29</b>
2.1. Основные понятия, параметры и зависимости.....	29
2.1.1. Способы представления синусоидальных величин .....	29
2.1.2. Закон Ома для резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов.....	32
2.1.3. Пассивный двухполюсник в цепи синусоидального тока .....	37
2.1.4. Последовательное и параллельное соединение сопротивлений..	38
2.1.5. Законы Кирхгофа для цепей синусоидального тока .....	38
2.1.6. Комплексная мощность. Баланс мощностей.....	39
2.2. Пример расчёта однофазной цепи синусоидального тока .....	40
2.3. Исходные данные для расчёта.....	48
Контрольные вопросы и задания .....	51
<b>3. Расчёт трёхфазных электрических цепей .....</b>	<b>52</b>
3.1. Основные понятия, параметры и зависимости.....	52
3.2. Пример расчёта параметров трёхфазной электрической цепи .....	59
3.3. Исходные данные для расчёта.....	71
Контрольные вопросы и задания .....	73
<b>4. Расчёт магнитных цепей .....</b>	<b>75</b>
4.1. Основные понятия, параметры и зависимости .....	75
4.2. Пример расчёта параметров неразветвленной неоднородной магнитной цепи с постоянным магнитным потоком .....	79
4.3. Исходные данные для расчёта.....	87
Контрольные вопросы и задания .....	90
<b>5. Расчёт и анализ однофазного трансформатора.....</b>	<b>92</b>
5.1. Основные понятия, параметры и зависимости .....	92
5.2. Пример расчёта параметров и характеристик однофазного трансформатора .....	99
5.3. Исходные данные для расчёта.....	105
Контрольные вопросы и задания .....	109

<b>6. Расчёт и анализ трёхфазного асинхронного двигателя .....</b>	<b>110</b>
6.1. Основные понятия, параметры и характеристики .....	110
6.2. Пример расчёта параметров и характеристик трёхфазного асинхронного двигателя .....	118
6.3. Исходные данные для расчёта.....	122
Контрольные вопросы и задания .....	126
<b>7. Расчёт и анализ двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением .....</b>	<b>128</b>
7.1. Основные понятия, параметры и характеристики .....	128
7.2. Пример расчёта параметров и характеристик двигателя постоянного тока с параллельным возбуждением.....	135
7.3. Исходные данные для расчёта.....	141
Контрольные вопросы и задания .....	144
<b>Заключение .....</b>	<b>145</b>
<b>Библиографический список.....</b>	<b>146</b>