3. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ЖИДКОСТЕЙ

Раздел гидравлики, в котором изучаются законы движения жидкостей и взаимодействие их с соприкасающимися с ними покоящимися или движущимися твердыми телами, называется гидродинамикой.

3.1. Виды движения жидкостей

Движение жидкости может быть установившимся и неустановившимся. Установившееся движение – это такое движение жидкости, при котором давление и скорость (параметры движения) являются функциями координат, но не зависят от времени.

Математически это записывается следующим образом:

$$p = f_1(x, y, z); \quad V = f_2(x, y, z).$$

В частном случае установившееся движение может быть равномерным, когда скорость каждой частицы не меняется с изменением ее координат.

Примером такого движения может служить истечение жидкости из резервуара при постоянном уровне его наполнения (при постоянном напоре).

Неустановившееся движение – это такое движение жидкости, при котором и давление, и скорость изменяются во времени и зависят от координат, т.е. $p = f_1(x, y, z, t); \quad V = f_2(x, y, z, t)$. Примером такого движения служит истечение жидкости из резервуара при переменном напоре (опорожнение сосуда). В дальнейшем рассматривается установившееся движение жидкости.

3.2. Кинематические элементы и струйная модель потока

Для рассмотрения картины течения жидкости, образующейся в каждый момент времени, вводится понятие «линия тока».

Линия тока – это линия, в каждой точке которой в данный момент времени вектор скорости частиц жидкости совпадает с касательной к этой линии (рис. 3.1). Для установившегося движения жидкости линия тока совпадает с траекторией движения частиц жидкости и не изменяет своей формы с течением времени.

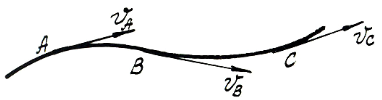


Рис. 3.1. Линия тока

Трубка тока – это поверхность, образованная линиями тока, проведенными в данный момент времени через все точки замкнутого контура, находящегося в области, занятой жидкостью (рис. 3.2).

Элементарная струйка – это часть потока движущейся жидкости, ограниченная трубкой тока бесконечно малого сечения.

Рис. 3.2. Трубка тока

При стремлении поперечных размеров струйки к нулю она в пределе стягивается в линию тока. Элементарная струйка обладает следующими свойствами:

1. При установившемся движении жидкости форма струйки остается неизменной.
2. Частицы жидкости не выходят из струйки и не входят в нее через боковую поверхность, так как боковая поверхность струйки образована линиями тока, у которых векторы скорости направлены по касательным.
3. Скорости движения частиц жидкости во всех точках одного и того же поперечного сечения струйки являются одинаковыми. Это объясняется малостью поперечного сечения струйки.

В соответствии со струйной теорией поток жидкости – это совокупность элементарных струек.

Потоки жидкости можно разделить на следующие виды: напорные, безнапорные, струи. Напорный поток ограничен со всех сторон твердыми стенками. Например, движение жидкости в водопроводе, движение масла в гидролинии. Безнапорный поток ограничен твердыми стенками не со всех сторон и имеет по всей длине свободную поверхность. Например, движение воды в реках, открытых водоемах, лотках, канаве.

В нашем курсе рассматривается только напорное течение жидкости.

Свободная струя – поток жидкости, не ограниченный твердыми стенками. Например, струя воды, вытекающая из гидромонитора, брандспойта.

3.3. Гидравлические элементы потока

В гидравлических расчетах для характеристики размеров и формы поперечного сечения потока вводятся понятия о живом сечении и его элементах: смоченном периметре и гидравлическом радиусе.

Рассмотрим основные гидравлические элементы потока. Живое сечение потока S – это поперечное сечение потока, перпендикулярное к направлению движения и ограниченное его внешним контуром (рис.3.3).

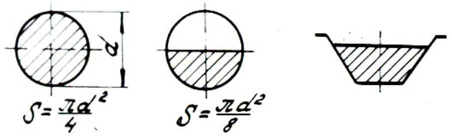


Рис. 3.3. Схема определения живого сечения потока

Смоченный периметр χ – это длина контура живого сечения, на которой жидкость соприкасается в твердыми стенками (рис. 3.4).

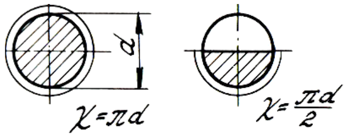


Рис. 3.4. Схема определения смоченного периметра

Гидравлический радиус $R_Г$ – это отношение площади живого сечения к смоченному периметру:

$$R_Г = \frac{S}{\chi}. \qquad (3.1)$$

При помощи гидравлического радиуса приближенно учитывают влияние формы, а также размеров живого сечения потока на движение жидкости. Гидравлический диаметр сечения равен 4$R_Г$. т.е. $D_Г = 4R_Г$.

3.4. Расход потока

Расход потока – это количество жидкости, проходящее через живое сечение потока в единицу времени. Объемный расход Q – это объем жидкости, протекающей через живое сечение в единицу времени:

$$Q = \frac{V}{t}, \qquad (3.2)$$

где V – объем жидкости; t – время.

В системе СИ объемный расход измеряется в м^3/с; дм^3/с (л/с); см^3/с; м^3/ч.

Массовый расход – это масса жидкости, проходящая через данное живое сечение в единицу времени. Массовый расход можно определить по формуле

$$M = \rho Q, \qquad (3.3)$$

где Q – объемный расход; ρ – плотность жидкости.

Весовой расход – это вес жидкости, проходящей через данное живое сечение в единицу времени, определяется по формуле

$$G = \gamma Q = \rho g Q. \qquad (3.4)$$

3.5. Средняя скорость потока

Рассмотрим элементарную струйку жидкости (рис. 3.5)

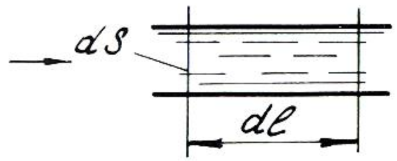


Рис. 3.5. Схема определения скорости потока

Для элементарной струйки жидкости объемный расход можно определить по формуле

$$dQ = \frac{dV}{dt} = \frac{dS \cdot d\ell}{dt} = vdS, \qquad (3.5)$$

где $dV = dS \cdot d\ell$ – объем жидкости, здесь dS – элементарное живое сечение, $d\ell$ – путь, который пройдут частицы жидкости за время dt; $v = d\ell / dt$ – скорость движения жидкости, одинаковая во всех точках сечения струйки (согласно третьему свойству элементарной струйки).

Для потока конечных размеров в разных точках его живого сечения скорость имеет различное значение, поэтому расход потока должен подсчитываться как сумма элементарных расходов струек, т.е.

$$Q = \int_S vdS. \qquad (3.6)$$

Проинтегрировать это уравнение расхода в общем случае нельзя из-за отсутствия аналитического выражения закона распределения скоростей по сечению потока. В связи с этим вводится понятие о средней скорости потока в рассматриваемом живом сечении.

Средняя скорость потока – это фиктивная (несуществующая) скорость, с которой должны были бы двигаться все частицы жидкости через данное живое сечение потока, чтобы сохранить расход, соответствующий действительному распределению скоростей в этом же живом сечении. Можем записать:

$$v_{cp} = \frac{Q}{S}, \qquad \text{или} \qquad Q = v_{cp} S. \tag{3.7}$$

3.6. Уравнение постоянства расходов или уравнение неразрывности потока

Рассмотрим элементарную струйку жидкости (рис. 3.6), находящуюся в установившемся движении. Возьмем несколько сечений площадью dS, dS_1, dS_2. Скорости в сечениях равны v, v_1, v_2.

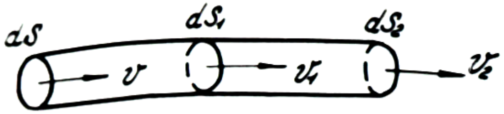


Рис. 3.6. Схема к выводу уравнения неразрывности потока жидкости

Из свойств элементарной струйки (и закона охранения вещества) следует, что элементарный расход жидкости через любое живое сечение струйки будет одинаковым, т.е.

$$dQ = dQ_1 = dQ_2 = const, \tag{3.8}$$

или

$$vdS = v_1 dS_1 = v_2 dS_2 = const. \tag{3.9}$$

Рассматривая поток жидкости как совокупность элементарных струек, можно записать: $Q_1 = Q_2 = Q = const$ для любого сечения потока. А расход можно представить как произведение средней скорости жидкости на площадь живого сечения, т.е.

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = vS = const, \tag{3.10}$$

или

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}. \tag{3.11}$$

Эти два уравнения и есть уравнения постоянства расходов. Уравнение постоянства расходов является условием сплошности или неразрывности течения и его уравнением неразрывности потока.

3.7. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости

В курсе теоретической механики, где изучаются законы равновесия и движения твердых тел, запас механической энергии тела характеризуется двумя величинами: потенциальной энергией положения и кинетической энергией.

Потенциальная энергия от сил тяжести равна произведению веса тела на высоту его поднятия Z (h), отсчитываемую от некоторой условной горизонтальной плоскости:

$$Э_{пп} = G \cdot z = mgz. \tag{3.12}$$

Кинетическая энергия определяется:

$$Э_k = \frac{m \cdot \vartheta^2}{2}. \tag{3.13}$$

В гидравлике, кроме этого учитываем потенциальную энергию, обусловленную упругим состоянием жидкости. Эту энергию называют потенциальной энергией состояния. Она пропорциональна давлению и объему жидкости:

$$Э_{пс} = p \cdot V \tag{3.14}$$

Полная механическая энергия жидкости, с учетом выражений 3.12-3.14 определится:

$$Э = mgz + \frac{m\vartheta^2}{2} = pV \tag{3.15}$$

Энергию, отнесенную к единицы веса тела, называют удельной энергией. Разделив слагаемые выражения 3.15 на вес жидкости (G=mg) получим:

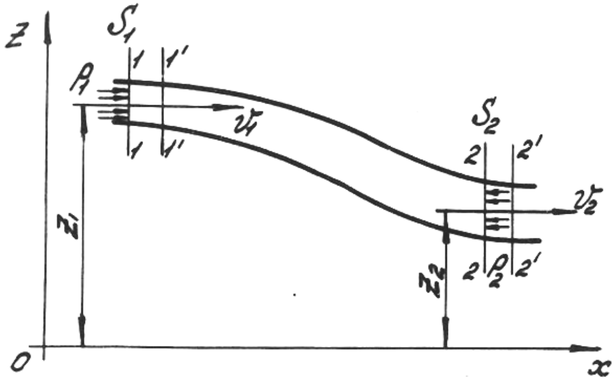
$$Э_{уд} = z + \frac{\vartheta^2}{2g} + \frac{p}{\rho g}, \tag{3.15}$$

Где Z – удельная потенциальная энергия положения;

$p/\rho g$ - удельная потенциальная энергия

$\frac{\vartheta^2}{2g}$ - удельная кинетическая энергия.

Выделим в потоке движущейся идеальной жидкости трубку тока с элементарной струйкой.



При установившемся движении жидкости ее положение в пространстве не изменится. Выберем на трубке тока 2 произвольных сечения и определим значение мощности элементарной струйки.

Под мощностью элементарной струйки в данном сечении называют полную энергию, которую проносит жидкость в ед. времени.

Мощность элементарной струйки в сечении 1 равна

$$dN_1 = Э_{уд1} \cdot dG_1 = (z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\vartheta_1^2}{2g}) \cdot dG_1 \qquad (3.16)$$

где dG_1 - весовой расход жидкости в сечении1.

Энергия уносимая жидкостью за ед. времени из рассматриваемого объенма через сечение 2 равна:

$$dN_2 = Э_{уд2} \cdot dG_2 = (z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\vartheta_2^2}{2g}) \cdot dG_2 . \qquad (3.17)$$

Движение между сечениями 1 и 2 является установившимся и неразрывным. Значит справедливо уравнение постоянства расходов:

$$dG_1 = dG_2$$

Жидкость идеальная (невязкая, отсутствуют потери энергии на трение, отсутствует приток и отток энергии извне т.к поверхность трубки тока непроницаема). Таким образом, должно выполняться условие:

$$dN_1 = dN_2$$

Откуда следует, что:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\vartheta_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\vartheta_2^2}{2g} . \qquad (3.18)$$

Так как сечения были взяты произвольно, то уравнение действительно для любых поперечных сечений элементарной струйки и в общем виде может быть записано следующим образом:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = const \cdot \qquad (3.19)$$

Это основное уравнение гидравлики и известно под названием уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости. Оно было выведено Даниилом Бернулли в 1738 году.

Обратим внимание на следующее:

1. Уравнение Бернулли связывает величины z, p, v.

2. Как видно из уравнения (3.19), в случае идеальной жидкости сумма трех слагаемых (z, p/γ, $v^2/2g$) является постоянной величиной для любого сечения рассматриваемой струйки.

3. Зная для данного сечения струйки из трех величин (z, p, v) какие-либо две величины, мы можем, пользуясь уравнением Бернулли (зная постоянную величину), найти третью неизвестную величину для рассматриваемого сечения струйки.

Сумма трех слагаемых, входящих в уравнение (3.19), называется **полным напором** в данном сечении и обозначается $H_Д$:

$$H_Д = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = const \cdot \qquad (3.20)$$

Умножим все члены уравнения (3.19) на ускорение свободного падения g и заменим γ на произведение ρg $(\gamma = \rho g)$, получим уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости в энергетической форме:

$$E = zg + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = const \cdot \qquad (3.21)$$

В данном уравнении каждое слагаемое представляет величину удельной (по отношению к единице массы) энергии: zg – удельная потенциальная энергия положения; p/ρ – удельная потенциальная энергия давления; $v^2/2$ – удельная кинетическая энергия.

3.8. Геометрический, физический (энергетический) смысл уравнения Бернулли

Все члены уравнения Бернулли (3.19) имеют линейную размерность, и каждый из них может называться высотой, например z – геометрическая высота или высота положения, p/γ – пьезометрическая высота, $v^2/2g$ – высота скоростного напора.

Сформулируем геометрический смысл уравнения Бернулли

При установившемся движении элементарной струйки жидкости сумма трех высот есть величина постоянная для любого сечения элементарной струйки жидкости.

Уравнение Бернулли (3.21) выражает один из случаев закона сохранения энергии в любом сечении элементарной струйки.

Таким образом, энергетический смысл уравнения Бернулли заключается в следующем: **при установившемся движении элементарной струйки жидкости сумма трех удельных энергий (энергии положения, энергии давления и кинетической энергии) остается неизменной для любого сечения элементарной струйки жидкости**.

В уравнении Бернулли (3.19) слагаемые можно рассматривать так же, как удельные энергии, но уже по отношению к единице веса жидкости.

3.9. Уравнение Бернулли для элементарной струйки и потока реальной жидкости

При переходе от уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости к уравнению потока реальной жидкости необходимо учитывать неравномерность распределения скоростей по сечению потока и потери энергии жидкости на внутреннее трение, что обусловлено вязкостью жидкости.

В реальной жидкости вязкость создает сопротивление движению жидкости. Это вызывает появление дополнительных потерь напора (энергии потока), которые будем обозначать $h_{пот}$.

Распределение скоростей элементарных струек в потоке обычно неизвестно, поэтому в уравнение Бернулли вводят поправочный коэффициент α, учитывающий изменение кинетической энергии вследствие неравномерности распределения скоростей в живом сечении потока.

Коэффициент α называется коэффициентом кинетической энергии или коэффициентом Кориолиса и определяется обычно опытным путем.

Для установившегося движения жидкости среднее значение коэффициента α принимается равным 1,05…1.11 при турбулентном режиме, при ламинарном режиме α = 2.

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости имеет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{пот_{1-2}}. \qquad (3.22)$$

В уравнении Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости значение коэффициента α = 1.

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости с физической точки зрения представляет уравнение энергетического баланса. Теряемая энергия превращается в тепловую.

3.10. Графическое представление уравнения Бернулли

Все слагаемые уравнения Бернулли можно увидеть визуально и представить в виде графической зависимости. Для этого используются специальные измерительные приборы, которые называются ПЬЕЗОМЕТР и ТРУБКА ПИТО.

Пьезометр представляет собой стеклянную трубку полую внутри, которая нижним концом подключается к гидросистеме, а верхний конец трубки соединен с атмосферой. Пьезометр измеряет пьезометрический (гидростатический) напор потока жидкости, который характеризуется вторым слагаемым уравнения Бернылли. Третье слагаемое уравнения Бернулли можно представить используя трубку Пито. Этот прибор представляет собой открытую с двух сторон стеклянную трубку, изогнутую под прямым углом и установленную в гидросистему соосно направлению движения потока жидкости.

Трубка Пито служит для измерения скорости течения за счет дополнительного давления (по сравнению с давлением в пьезометрической трубке), возникающего вследствие скоростного напора. Если в каком либо сечении потока жидкости установить две трубки – пьезометрическую и трубку Пито (рис. 3.8), то высота подъема жидкости в трубке Пито будет больше высоты подъема жидкости в пьезометрической трубке на величину скоростного напора $v^2/2g$.

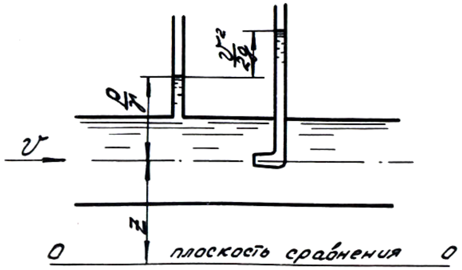


Рис. 3.8. Схема пьезометра и трубки Пито

Графически уравнение Бернулли можно представить следующим образом.

Рассмотрим поток жидкости, выберем плоскость сравнения, несколько сечений потока (рис. 3.9). В выбранных сечениях установим пьезометрические трубки и трубки Пито. Все члены уравнения Бернулли будут представлены графически.

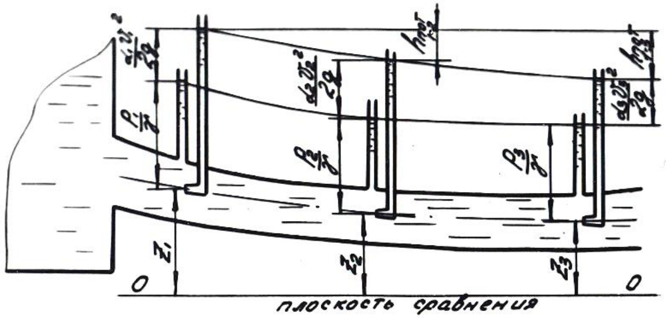


Рис. 3.9. График уравнения Бернулли для реальной жидкости

Линия, соединяющая уровни жидкости в пьезометрах, называется пьезометрической линией и расположена на расстоянии $z + p/\gamma$ от плоскости сравнения.

Эта линия характеризует изменение удельной потенциальной энергии по длине потока. Интенсивность изменения этой энергии характеризуется пьезометрическим уклоном.

Изменение удельной потенциальной энергии потока, приходящееся на единицу длины трубопровода, называется **пьезометрическим уклоном.**

Пьезометрический уклон I_p на участке между сечениями 1 и 2 определяется по формуле

$$I_p = \frac{(z_1 + p_1/\gamma) - (z_2 + p_2/\gamma)}{L_{1-2}}, \tag{3.23}$$

где L_{1-2} – длина рассматриваемого участка трубопровода.

Величина пьезометрического уклона может быть как положительной, так и отрицательной. Отрицательной будет в том случае, когда поток расширяется.

Соединив уровни жидкости в трубках Пито, получим линию давления или напорную линию (гидродинамическую линию, линию полных удельных энергий).

Изменение полной удельной энергии потока, приходящееся на единицу длины, называется **гидравлическим уклоном.** Он характеризует величину потерь напора, приходящихся на единицу длины трубопровода.

Гидравлический уклон i_{1-2} на участке между сечениями 1 и 2 определяется по формуле

$$i_{1-2} = \frac{h_{пот_{1-2}}}{L_{1-2}} = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}\right)}{L_{1-2}}, \tag{3.24}$$

где $h_{пот_{1-2}}$ – потери напора на участке 1–2.

Гидравлический уклон является всегда величиной положительной.

Рассмотренные уравнения Бернулли (3.19), (3.22) применимы только к установившемуся, плавно изменяющемуся движению жидкости.

3.11. Практическое применение уравнения Бернулли

Определим потери на трение при движении жидкости в горизонтальной трубе постоянного сечения (рис. 3.10) на участке между сечениями 1 и 2, в которых установим пьезометры.

Для этого составляем уравнение Бернулли для двух рассматриваемых сечений трубы:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{пот_{1-2}}. \tag{3.25}$$

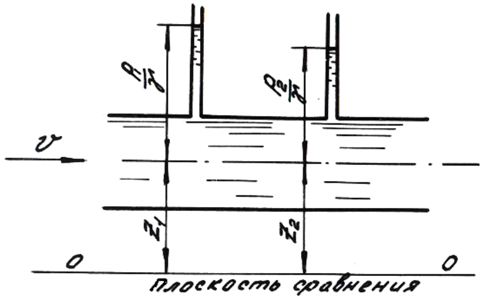


Рис. 3.10. Схема определения потерь напора по длине

Из рис. 3.10 видно, что $z_1 = z_2$. Так как диаметр трубы не изменяется, то средние скорости в сечениях будут равны, т.е. $v_1 = v_2$, примем $\alpha_1 = \alpha_2$. После подстановки указанных выражений в уравнение Бернулли (3.25), получим

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + h_{пот_{1-2}}. \qquad (3.26)$$

Откуда потери напора на трение определяются по формуле

$$h_{пот_{1-2}} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma}. \qquad (3.27)$$

На основе использования уравнения Бернулли сконструированы различные устройства, такие как водомер Вентури, водоструйный насос, карбюратор поршневых двигателей внутреннего сгорания и др.

Уравнение Бернулли широко используется в технике при расчете гидравлических машин, гидропривода и его элементов, при расчете истечения жидкости из отверстий и насадков и в других случаях.

3.12. Гидравлические сопротивления. Потери давления

Потери напора (давления) в потоке жидкости вызываются сопротивлениями двух видов: местными и сопротивлениями по длине трубопровода.

Местные сопротивления обусловлены изменениями скорости потока по величине или направлению. Сопротивления по длине трубопровода обусловлены силами трения.

Потери напора по длине трубопровода h_ℓ определяются по формуле Дарси-Вейсбаха. В соответствии с этой формулой

$$h_\ell = \lambda \frac{\ell}{d}\frac{v^2}{2g}, \qquad (3.33)$$

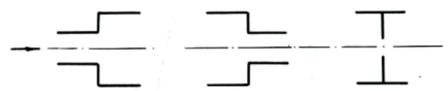
где λ – коэффициент Дарси (коэффициент гидравлического трения, коэффициент путевых потерь), величина безразмерная; ℓ – длина трубопровода; d – внутренний диаметр трубопровода; v – средняя скорость потока; g – ускорение свободного падения.

Местные гидравлические сопротивления – это сопротивления движению, возникающие на участках резкого изменения конфигурации потока (поворот трубы, сопряжение труб различного диаметра, задвижки, дроссели и т.д.).

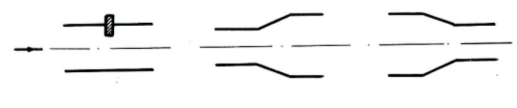
Простейшие местные гидравлические сопротивления можно разделить на следующие виды:

а) расширение русла – внезапное, плавное;
б) сужение русла – внезапное, плавное;
в) поворот русла – внезапный, плавный.

Более сложные случаи местных сопротивлений представляют собой соединения или комбинации перечисленных простейших местных сопротивлений. На рис. 4.13 представлены некоторые виды местных сопротивлений.



Внезапное расширение русла   Внезапное сужение русла   Диафрагма



Задвижка   Конфузор   Диффузор

Рис. 4.13. Местные сопротивления

При протекании жидкости через местное сопротивление энергия жидкости тратится на перераспределение скоростей и изменение направления потока, на вихреобразование и срывы потока.

Местные потери напора $h_м$ определяются по формуле Вейсбаха:

$$h_м = \xi \frac{v^2}{2g}, \qquad (3.34)$$

где ξ – коэффициент местного сопротивления, величина безразмерная. Коэффициент ξ находится опытным путем, берется из справочников. В некоторых случаях коэффициент ξ может быть определен теоретически.

Общие потери напора в трубопроводе находятся путем арифметического суммирования потерь напора на прямолинейных участках трубопровода и на местных сопротивлениях. Этот метод называется методом наложения потерь напора.

Коэффициенты λ и ξ зависят от многих факторов, в частности, от режима движения жидкости и шероховатости ограждающих поверхностей (трубопроводов).

Для определения потерь давления необходимо потери напора h_ℓ или $h_м$ умножить на удельный вес жидкости, т.е.

$$\Delta p_\ell = \gamma h_\ell ; \quad \Delta p_м = \gamma h_м , \qquad (3.35)$$

где γ – удельный вес жидкости ($\gamma = \rho g$).