

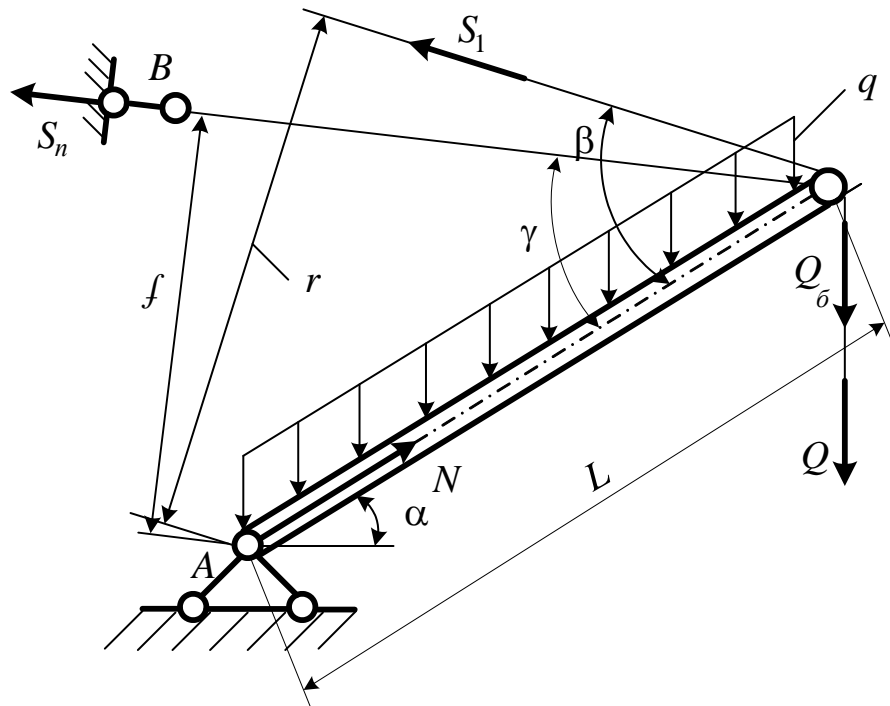
Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия (СибАДИ)»

Кафедра «Строительная механика»

# СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И МЕТАЛЛОКОНСТРУКЦИИ

*Методические указания  
для практических занятий*

**Составители:  
А.И. Громовик, Ш.К. Мукушев**



Омск • 2016

УДК 625.76  
ББК 39.311-06-5  
С86

---

Согласно 436-ФЗ от 29.12.2010 «О защите детей от информации, причиняющей вред их здоровью и развитию» данная продукция маркировке не подлежит.

---

*Рецензент* канд. техн. наук, доц. А.А. Руппель (СибАДИ)

Работа утверждена редакционно-издательским советом СибАДИ в качестве методических указаний.

**С86 Строительная механика и металлоконструкции** [Электронный ресурс] : методические указания для практических занятий / сост. : А.И. Громовик, Ш.К. Мукушев. – Электрон. дан. – Омск : СибАДИ, 2016. – Режим доступа: <http://bek.sibadi.org/fulltext/esd129.pdf> , свободный после авторизации. – Загл. с экрана.  
ISBN 978-5-93204-857-3.

Содержатся основные методы расчета металлоконструкций на неподвижную и подвижную нагрузки. Приводится последовательность расчета предложенных задач. Даны расчетные схемы и численные примеры. Приведен список использованной литературы.

Имеют интерактивное оглавление в виде закладок.

Рекомендованы для обучающихся всех форм обучения направления «Наземные транспортно-технологические комплексы» и специальности «Наземные транспортно-технологические средства» при выполнении практических занятий по дисциплине «Строительная механика и металлоконструкции».

Текстовое (символьное) издание (800,0 КБ)

Системные требования : Intel, 3,4 GHz ; 150 МБ ; Windows XP/Vista/7 ; DVD-ROM ;

1 ГБ свободного места на жестком диске ; программа для чтения pdf-файлов Adobe Acrobat Reader ; Google Chrome

Редактор И.Г. Кузнецова

Техническая подготовка – Т.И. Кукина

Издание первое. Дата подписания к использованию 11.04.2016

Издательско-полиграфический центр СибАДИ. 644080, г. Омск, пр. Мира, 5

РИО ИПЦ СибАДИ. 644080, г. Омск, ул. 2-я Поселковая, 1

© ФГБОУ ВО «СибАДИ», 2016

## Введение

Курс «Строительная механика и металлоконструкции строительных и дорожных машин» содержит методы и способы расчета основных узлов и конструкций СДМ.

Предлагаемые методические указания служат закреплению лекционного материала путем самостоятельного решения задач под руководством преподавателя. Представлены расчетные схемы, исходные данные по вариантам.

В процессе выполнения задач требуется обращать внимание на точность основных схем и дополнительных, необходимых при частных случаях решения задач. По результатам расчета осуществляется проверка в соответствии с уравнениями статики, изложенными в курсе «Теоретическая механика».

При решении задач рекомендуется использовать материалы лекций и литературу, представленную в библиографическом списке.

## Задача № 1

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ (графический метод)

Согласно приведенной схеме и исходным данным определить максимальный и минимальный вес противовеса (рис. 1.1).

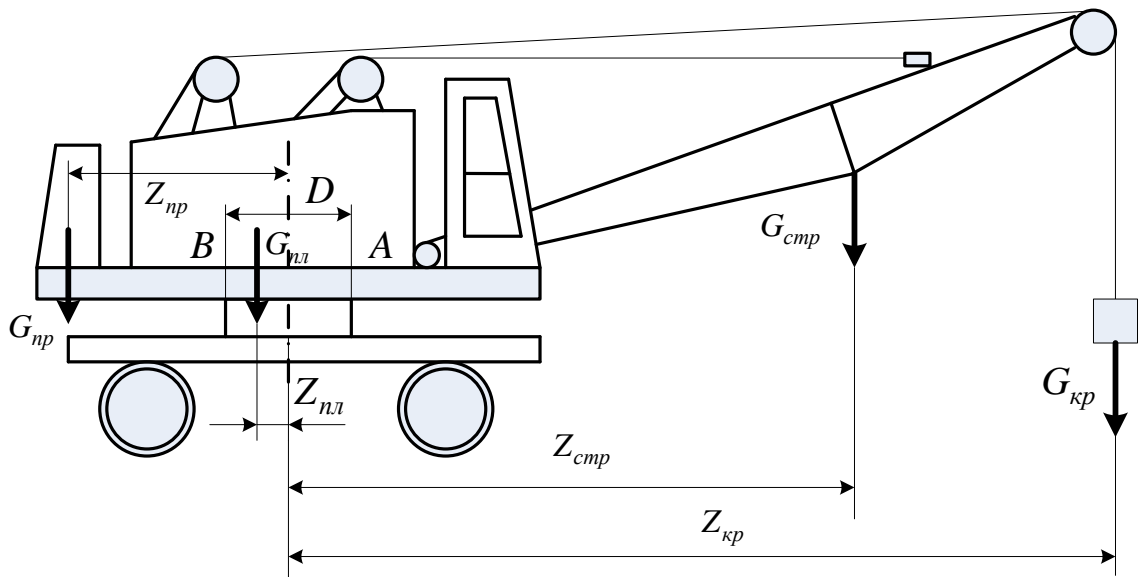


Рис. 1.1. Стреловой кран

На рис. 1.1 приведена расчетная схема стрелового крана. В расчетной схеме приняты следующие обозначения: расстояния от оси вращения до центра тяжести противовеса –  $z_{кр}$ , платформы –  $z_{пл}$ , стрелы –  $z_{стр}$ , крюка с грузом –  $z_{кр}$ ; соответственно сила тяжести противовеса –  $G_{кр}$ , платформы –  $G_{пл}$ , стрелы –  $G_{стр}$ , крюка с грузом –  $G_{кр}$ ; диаметр поворотного круга –  $D$ .

Размеры стрелового крана и действующие нагрузки приведены в табл. 1.1, а в приложении приведены данные  $G_{кр}$  соответствующего варианта.

Таблица 1.1

Показатель	Группа					
	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
$z_{кр}$ , м	4	4	4	5	5	5
$z_{пл}$ , м	0,5	0,5	0,5	1,0	1,0	1,0

1	2	3	4	5	6	7
$z_{см}$ , м	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
$z_{кр}$ , м	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0
$D$ , м	1,0	1,0	1,0	1,5	1,5	1,5
$G_{пл}$ , кН	40,0	45,0	50,0	55,0	60,0	65,0
$G_{см}$ , кН	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0	20,0

В масштабе 1: 20 начертить стреловой кран (расчетную схему).

### 1. Построение силового многоугольника

1.1. Из произвольной точки  $O_1$  отложим (в масштабе 10 кН в 1 см) последовательно:  $G_{кр}$  – сила тяжести груз на крюке;  $G_{стр}$  – сила тяжести стрелы;  $G_{пл}$  – сила тяжести платформы (рис. 1.2).

1.2. Из произвольной точки  $O$  проведем соответственно лучи  $o-o$ ;  $1-o$ ;  $2-o$ ;  $3-o$ .

1.3. Продлим силовую линию далее вниз и перейдем к построению вервочного многоугольника (рис. 1.3).

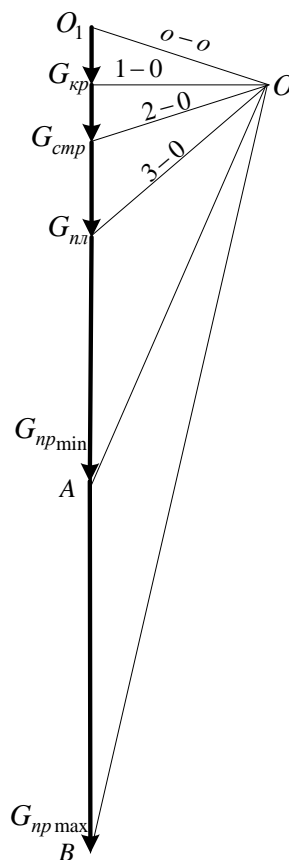


Рис. 1.2. Силовой многоугольник

В соответствии с условиями графической статики в данном примере силовой и веревочный многоугольники должны быть замкнуты.

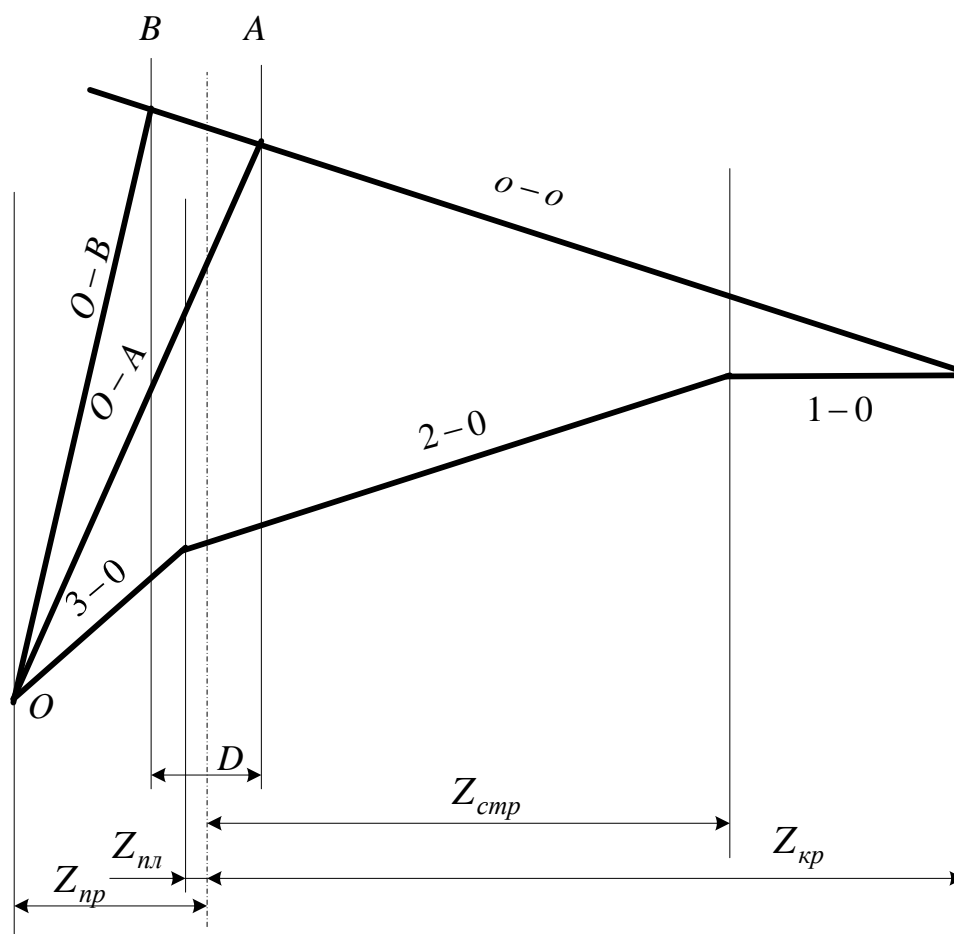


Рис. 1.3. Вевочный многоугольник

## 2. Построение веревочного многоугольника

2.1. Отложим от оси поворотной платформы координаты всех весов согласно схеме рис. 1.3.

2.2. Из точки  $O$  на силовой линии противовеса проведем луч  $3-0$  (см. рис. 1.2) конца вектора силы  $G_{np}$  до пересечения с силовой линией поворотной платформы.

2.3. Далее продлим луч  $2-0$  до силовой линии стрелы  $G_{стр}$ .

2.4. Закончим построение лучом  $1-0$  до силовой линии  $G_{кр}$ .

2.5. Считая веревочный многоугольник замкнутым, проведем замыкающий луч  $0-0$  с пересечением линий поворотного круга крана ( $B-A$ ).

2.6. Из точки  $O$  проводим лучи  $O-B$  и  $O-A$  до пересечения с линиями поворотного круга.

## Определение силы тяжести противовеса

На силовом многоугольнике (см. рис. 1.2) из точки  $O$  проводим лучи  $O - B$  и  $O - A$  до пересечения с общей силовой линией. На силовой линии измеряем в масштабе  $G_{np\max}$  и  $G_{np\min}$ .

### Проверка силы тяжести противовеса аналитическим способом

По рис. 1.1 составим уравнения равновесия в виде суммы моментов относительно точек  $B$  и  $A$ .

$$\Sigma M_A = 0;$$

$$G_{np\min} (z_{np} + D/2) + G_{nl} (z_{nl} + D/2) - G_{cnp} (z_{cnp} - D/2) - G_{kp} (z_{kp} - D/2) = 0;$$

$$\Sigma M_B = 0;$$

$$G_{np\max} (z_{np} - D/2) - G_{nl} (D/2 - z_{nl}) - G_{cnp} (z_{cnp} + D/2) - G_{kp} (z_{kp} + D/2) = 0.$$

**Численный пример.** При исходных данных  $G_{kp} = 10$  кН;  $G_{cnp} = 10$  кН;  $G_{nl} = 17$  кН. Координаты приложения сил  $Z_{kp} = 11$  м;  $Z_{cnp} = 7,5$  м;  $Z_{nl} = 0,4$  м;  $Z_{np} = 2,9$  м.

Результаты расчета:  $G_{np\max} = 94,8$  кН;  $G_{np\min} = 39,13$  кН.

Результаты графического построения:  $G_{np\max} = 104$  кН;  $G_{np\min} = 43$  кН.

### Проверка погрешности вычислений

$$\Delta G_{np\max} = \frac{104 - 94,8}{104} \cdot 100\% = 8,8\% ;$$

$$\Delta G_{np\min} = \frac{43 - 39,13}{43} \cdot 100\% = 9\% .$$

## Задача № 2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В СТЕРЖНЯХ ФЕРМ ОТ ДЕЙСТВИЯ НЕПОДВИЖНЫХ НАГРУЗОК МЕТОДОМ СЕЧЕНИЙ

Определить усилия в стержнях  $O_4, O_{11}, U_5, U_{10}, S_2, S_{22}$  и реакции опор  $R_A$  и  $R_B$ .

На рис. 2.1 дана общая схема фермы.

Размеры ферм и действующие нагрузки приведены в табл. 2.1, а в приложении приведены данные  $G_{2p}$  соответствующего варианта.

Показатель	Группа					
	1	2	3	4	5	6
$H$ , м	1,0	1,5	2,0	1,0	2,0	2,0
$a$ , м	2,0	1,5	1,0	1,0	2,0	1,0
$G_{стр}$ , кН	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0

**Численный пример.** Определить усилия в стержнях  $O_2, S_2, U_2$ . Исходные данные:  $G_{зп} = 20$  кН – сила тяжести груза;  $G_{стр} = 20$  кН – сила тяжести стрелы;  $a = 1,5$  м – длина панели;  $H = 1,5$  м – высота фермы.

Определим реакции в опорах фермы.

$$\sum m_A = R_B \cdot 8a - 2/3 G_{стр} \cdot 4a - G_{зп} \cdot 6a - 1/3 G_{стр} \cdot 10a = 0;$$

$$R_B = \frac{2/3 \cdot 20 \cdot 4 \cdot 1,5 + 20 \cdot 6 \cdot 1,5 + 1/3 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 1,5}{8 \cdot 1,5} = 30 \text{ кН.}$$

Сумма проекций сил на ось  $Y$

$$\sum F_Y = R_A - 2/3 G_{стр} - G_{зп} - 1/3 G_{стр} + R_B = 0;$$

$$R_A = 2/3 \cdot 20 + 20 + 1/3 \cdot 20 - 30 = 10 \text{ кН.}$$

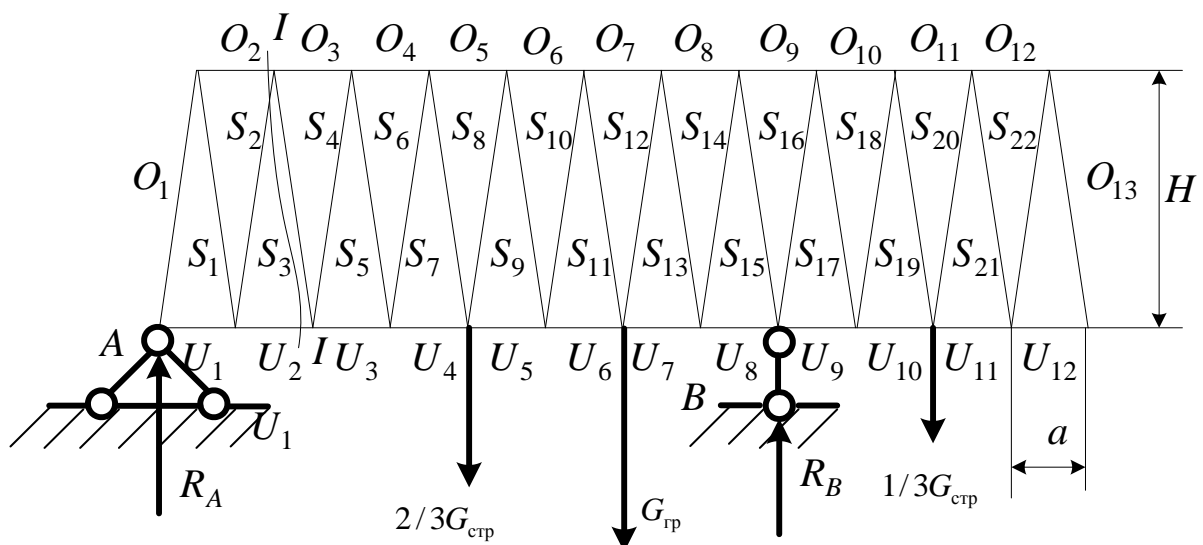


Рис. 2.1. Схема фермы



Для определения усилия в раскосе  $S_2$  проводим сечение  $I - I$ .

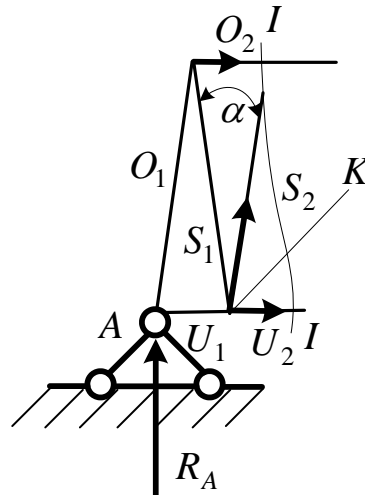


Рис. 2.2. Отсеченная часть фермы (определение  $O_2, S_2, U_2$ )

Для определения усилия в верхнем поясе  $O_2$  составим уравнение моментов вокруг моментной точки  $K$ :

$$\Sigma m_K = R_A \cdot a + O_2 \cdot H = 0;$$

$$O_2 = \frac{-R_A \cdot a}{H} = \frac{-10 \cdot 1,5}{1,5} = -10 \text{ кН. Стержень сжат.}$$

Для определения усилия в раскосе необходимо вычислить угол наклона раскоса, например, к нижнему поясу  $\frac{\alpha}{2} = \arctg \frac{a}{2 \cdot H} = \frac{1,5}{2 \cdot 1,5} = 26,56^\circ$ .

$$\Sigma F_Y = R_A + S_2 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = 0; S_2 = -\frac{R_A}{\cos \frac{\alpha}{2}} = -\frac{10}{0,8945} = -11,18 \text{ кН.}$$

Стержень сжат.

Определение усилия в нижнем поясе  $U_2$ .

Составим сумму проекций сил на  $X$ :

$$\Sigma F_X = O_2 + U_2 + S_2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = 0;$$

$$U_2 = -O_2 - S_2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = 10 + 11,18 \cdot \sin 26,56^\circ = 15 \text{ кН.}$$

Стержень растянут.

Аналогично определяем усилия в остальных стержнях. Составим таблицу расчетных данных (табл. 2.2).

Номера стержней	$O_2$	$S_2$	$U_2$
Усилие, кН	10	-11,18	15

### Задача № 3

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ ГРУЗОПОДЪЕМНОСТИ НЕПОВОРОТНОЙ КРАН-БАЛКИ

На рис. 3.1 представлена расчетная схема неповоротной кран-балки двутаврового сечения, двух подвесов, шарнирно соединенных с балкой. Показано наиболее нагруженное положение тельфера.

Расчетная схема представляет стержневую систему один раз статически неопределимую.

При раскрытии статической неопределимости необходимо дополнительно, кроме уравнения статики, записать уравнение совместности деформаций.

Исходные данные: длина балки  $l = 5$  м; длина второго подвеса  $l_2 = 0,8$  м; диаметры сечений подвесов:  $d_1 = 0,05$  м;  $d_2 = 0,06$  м; точки крепления подвесов  $a = 1,8$  м и  $b = 2$  м; угол наклона первого подвеса  $\alpha = 60^\circ$ .

Допускаемое абсолютное удлинение  $[\Delta l] = 1$  мм. Материал подвесов – сталь 08 кп ГОСТ 1050 – 88. Модуль упругости  $E = 200$  ГПа; предел текучести  $\sigma_{yl} = 180$  МПа.

Определение предельной нагрузки кран-балки  $Q_{пред}$ .

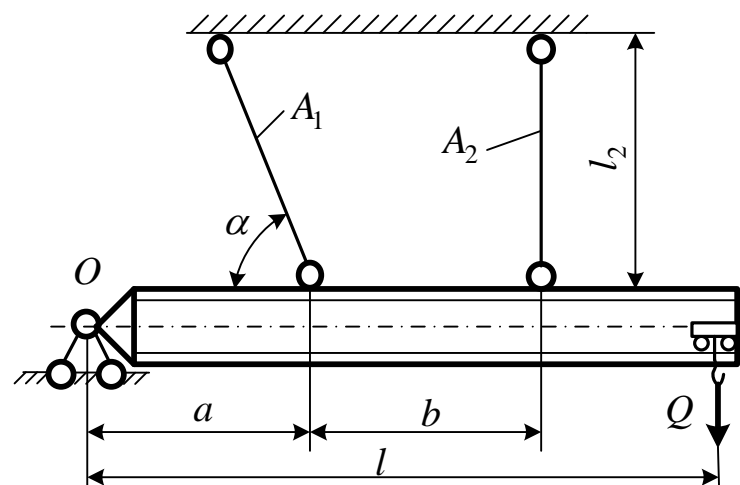


Рис. 3.1. Общая расчетная схема кран-балки

В данной работе необходимо решить следующие задачи:

1. Выразить усилия в подвесах  $N_1$  и  $N_2$  через  $Q$ .
2. Определить  $N_2$ , принимая за предельное значение напряжения предел текучести  $\sigma_{yl} = 180$  МПа.
3. Вычислить абсолютную продольную деформацию второго подвеса  $\Delta l_2$  и сравнить с допускаемой  $[\Delta l]$ .
4. Определить абсолютную продольную деформацию первого подвеса  $\Delta l_1$  с учетом условий закрепления.
5. Выровнять нормальные напряжения в обоих подвесах за счет изменения сечений.
6. Определить предельную нагрузку  $Q_{пред}$ .

**Алгоритм выполнения работы:**

1. Для определения усилий в раскосах составим уравнение статики – сумму моментов вокруг шарнира  $O$ ,  $\Sigma m_0 = 0$  (рис. 3.2).

$$N_1 \sin \alpha \cdot a + N_2(a + b) = Q \cdot l. \quad (3.1)$$

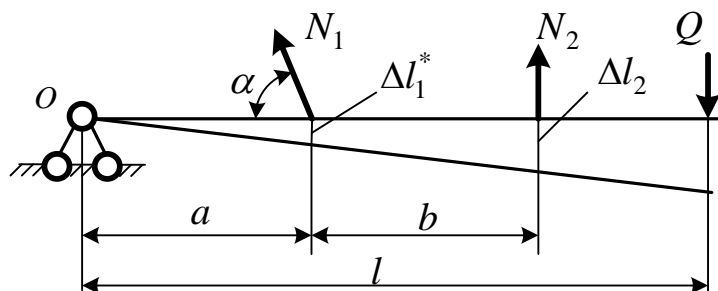


Рис. 3.2. Схема определения абсолютных перемещений

2. Вычислим усилие во втором подвесе, исходя из предельного напряжения стержня – предела текучести (расчет по допускаемым напряжениям).

По исходным данным определим площади сечений подвесов:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,05^2}{4} = 19,625 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2;$$

И 
$$A_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,06^2}{4} = 28,26 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

$$N_2 = \sigma_{mч} \cdot A_2 = 180 \cdot 10^6 \cdot 28,26 \cdot 10^{-4} = 508,68 \cdot 10^3 \text{ Н или } 508,68 \text{ кН.}$$

3. Определим абсолютное удлинение второго подвеса:

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2} = \frac{508,68 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{200 \cdot 10^9 \cdot 28,26 \cdot 10^{-4}} = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

4. По рис. 3.2 определим  $\Delta l_1^*$  – вертикальное перемещение кран-балки под шарниром первого подвеса:

$$\Delta l_1^* = \Delta l_2 \cdot \frac{a}{a+b} = \Delta l_2 / \left(1 + \frac{b}{a}\right) = 7,2 \cdot 10^{-4} / \left(1 + \frac{2}{1,8}\right) = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

В соответствии с рис. 3.3 вычислим истинную абсолютную деформацию:

$$\Delta l_1 = \Delta l_1^* \cdot \sin \alpha = 3,4 \cdot 10^{-4} \cdot \sin 60^\circ = 2,94 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Вывод: условие деформации  $\Delta l_{\max} \leq [\Delta l]$  выполняется.

5. Определим усилие в первом подвесе по известной абсолютной деформации:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = 2,94 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Предварительно вычислим длину первого подвеса:

$$l_1 = l_2 / \sin \alpha = 0,8 / \sin 60^\circ = 0,923 \text{ м.}$$

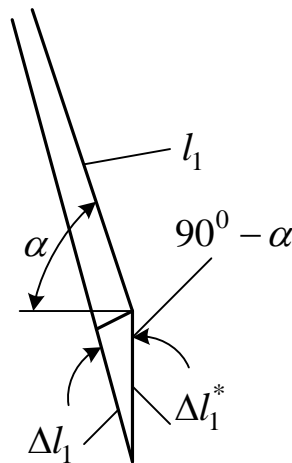


Рис. 3.3. Определение истинной деформации

Отсюда  $N_1 = \frac{2,94 \cdot 10^{-4} \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 19,625 \cdot 10^{-4}}{0,923} = 125,02 \cdot 10^3 \text{ Н}$  или 125,02 кН.

При этом напряжение в подвесе  $\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{125,02 \cdot 10^3}{19,625 \cdot 10^{-4}} = 6,37 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$

или  $\sigma_1 = 63,7 \text{ МПа}$ .

Полученное напряжение значительно меньше предела текучести  $\sigma_{ym}$  и приблизительно равно пределу пропорциональности  $\sigma_{np}$ , что доказывается значением относительной деформации:

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l_1}{l_1} \cdot 100\% = \frac{2,94 \cdot 10^{-4}}{0,923} \cdot 100\% = 0,031\% .$$

Для пластического материала, к которому относится сталь 08 кп ГОСТ 1050–88, предел пропорциональности  $\sigma_{np}$  определяют при остаточной относительной деформации 0,03 %.

6. Определим относительную деформацию наиболее нагруженного второго  $\varepsilon_2 = \frac{\Delta l_2}{l_2} = \frac{7,2 \cdot 10^{-4}}{0,8} \cdot 100\% = 0,09\%$ , что в три раза выше предела упругости. Так как соотношение относительных деформаций в стержнях составляет  $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{0,09}{0,031} = 2,9$ , необходимо уменьшить напряжение во втором подвесе:

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{ym}}{2,9} = \frac{180}{2,9} = 62 \text{ МПа}.$$

Площадь сечения второго подвеса при  $\sigma_2 = 62 \text{ МПа}$  равна

$$A_2^* = \frac{N_2}{\sigma_2} = \frac{508,68 \cdot 10^3}{62 \cdot 10^6} = 8,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 .$$

Диаметр второго подвеса:

$$d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 8,2 \cdot 10^{-3}}{3,14}} = 10,22 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

или  $d = 102,2 \text{ мм}$ .

7. Произведем коррекцию абсолютной деформации второго подвеса:

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot A_2^*} = \frac{508,68 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{200 \cdot 10^9 \cdot 8,2 \cdot 10^{-3}} = 24,813 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

или  $\Delta l_2 = 0,248$  мм, что удовлетворяет условию деформаций. Тогда абсолютная деформация в первом подвесе

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 \left( 1 + \frac{b}{a} \right) \sin \alpha = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1}.$$

Отсюда скорректированное значение усилия в первом подвесе равно

$$N_1 = \frac{\Delta l_2 \left( 1 + \frac{b}{a} \right) \sin \alpha \cdot E \cdot A_1}{l_1};$$

$$N_1 = \frac{24,813 \cdot 10^{-5} \left( 1 + \frac{2}{1,8} \right) \sin 60^\circ \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 19,625 \cdot 10^{-4}}{0,923} = 1802,129 \cdot 10^2 \text{ Н}$$

$$\text{или } N_1 = 180,22 \text{ кН.}$$

8. Определение предельной нагрузки кран-балки.

Воспользуемся уравнением (3.1):

$$N_1 \sin \alpha \cdot a + N_2(a + b) = Q \cdot l;$$

$$180,22 \cdot 10^3 \sin 60^\circ \cdot 1,8 + 508,68 \cdot 10^3(1,8 + 2) = 5Q,$$

отсюда

$$Q_{\text{пред}} = \frac{180,22 \cdot 10^3 \sin 60^\circ \cdot 1,8 + 508,68 \cdot 10^3(1,8 + 2)}{5} = 439,08 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

#### Задача № 4

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В НАИБОЛЕЕ СЖАТОЙ ВЕТВИ СТРЕЛЫ С ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ОСЬЮ

Определить максимальное сжатие в поясе стрелы с прямолинейной осью.

В расчетной схеме (рис. 4.1) приняты следующие обозначения:  $S_n$  – усилие растяжения в подвеске стрелы;  $\alpha$  – угол наклона стрелы;  $Q$  – нагрузка на крюке;  $Q_6$  – сила тяжести от блоков и головной части стрелы;  $q_{\text{стр}}$  – погонный вес стрелы;  $S_1$  – усилие в канате полиспаста;  $L$  – длина стрелы;  $\gamma$  – угол между канатом подвески стрелы и ее осью;  $\beta$  – угол ме-

жду грузовым канатом и осью стрелы;  $f$  и  $r$  – расстояния между осью вращения стрелы и направлениями сил  $S_n$  и  $S_1$ . В горизонтальной плоскости стрелы показаны следующие нагрузки (рис. 4.2):  $W$  – интенсивность ветровой нагрузки на стрелу;  $W_{zp}$  – боковое давление ветра на груз;  $P_Q$  и  $P_6$  – инерционные горизонтальные нагрузки соответственно от массы груза и блоков;  $a_2$  и  $a_6$  – максимальные ускорения груза в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Размеры сечения приведены на рис. 4.3:  $h_1$  и  $b_1$  – высота и ширина сечения стрелы;  $\alpha_n$  – угол наклона рассматриваемого элемента пояса к оси стрелы.

Размеры стрелы и действующие нагрузки приведены в табл. 4.1, а в приложении приведены данные соответствующего варианта.

Таблица 4.1

Показатель	Группа					
	1	2	3	4	5	6
$\alpha$ , град	5	10	15	20	25	30
$\beta$ , град	30	35	40	45	50	55
$\gamma$ , град	25	30	35	40	45	50
$Q_6$ , кН	0,5	0,5	1,0	1,0	1,5	1,5
$q_{стр}$ , кН/м	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3
$L$ , м	6	6	10	10	12	12
$W$ , кН/м	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2
$W_{zp}$ , кН	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$a_2$ , м/с <sup>2</sup>	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3
$a_6$ , м/с <sup>2</sup>	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,4
$h_1$ , м	0,5	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7
$b_1$ , м	1,0	1,0	1,2	1,2	1,4	1,4
$\alpha_n$ , град	5	5	5	10	10	10

**Численный пример.** Исходные данные:  $Q = 7$  кН – нагрузка на крюке;  $Q_{6л} = 0,5$  кН – сила тяжести блока и головной части стрелы;  $q_{стр} = 0,1$  кН/м – погонный вес стрелы;  $W = 0,1$  кН/м – ветровая нагрузка на стрелу;  $W_{zp} = 0,6$  кН – ветровое усилие на груз;  $L = 6$  м – длина стрелы;  $h_1 = 0,5$ ;  $b_1 = 1$  м – высота и ширина сечения стрелы;  $\alpha = 10^0$  – угол подъема стрелы;  $\alpha_i = 5^0$  – угол расхождения поясов в стреле;  $\beta = 35^0$  – угол грузового каната к оси стрелы;  $\gamma = 30^0$  – угол подвеса стрелы;  $a_2 = 0,1$  м/с<sup>2</sup> –

ускорение в горизонтальной плоскости;  $a_g = 0,2 \text{ м/с}^2$  – ускорение в вертикальной плоскости.

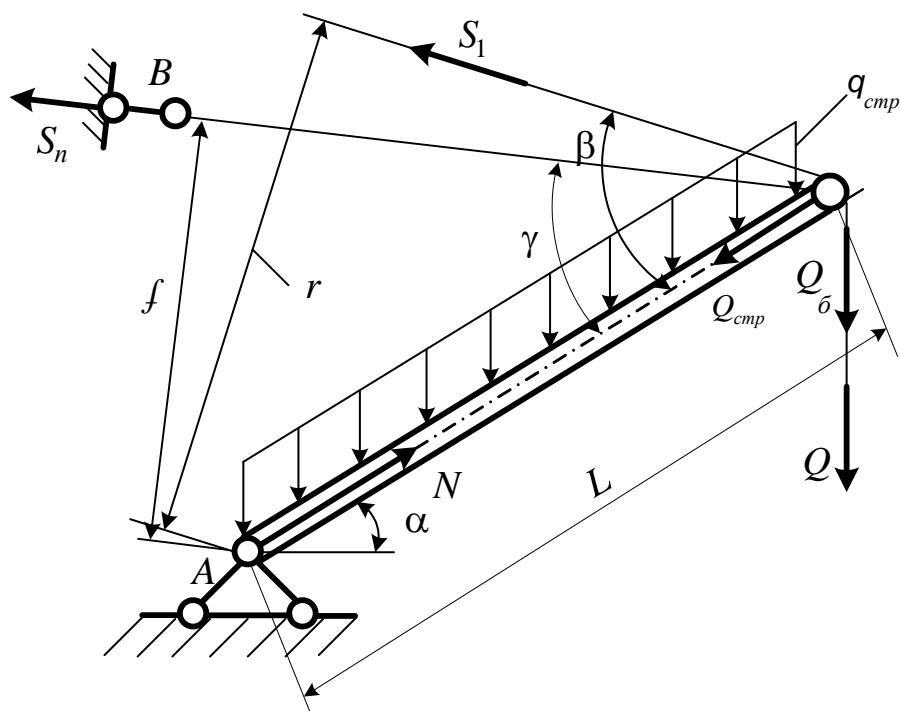


Рис. 4.1. Расчетная схема стрелы

Для определения усилия в подвеске стрелы определим инерционную нагрузку от груза при подъеме:

$$Q^{\text{дин}} = Q \left( 1 + \frac{a_B}{g} \right) = 7 \left( 1 + \frac{0,2}{10} \right) = 7,14 \text{ кН.}$$

Усилие подъема груза с учетом полиспаста

$$S_1 = Q^{\text{дин}} / 2 = 7,14 / 2 = 3,57 \text{ кН.}$$

Сумма моментов сил вокруг (·)A:

$$\sum m_A = -S_1 \cdot r - S_{II} \cdot f + \frac{q \cdot L^2}{2} \cos \alpha + Q^{\text{дин}} \cdot L \cos \alpha + Q \cdot L \cos \alpha = 0;$$

$$S_{II} = \frac{-3,57 \cdot 3 + \frac{0,1 \cdot 6^2}{2} \cdot 0,985 + 7,14 \cdot 6 \cdot 0,985 + 0,5 \cdot 6 \cdot 0,985}{1,042} = 34 \text{ кН.}$$



При этом

$$r = L \cdot \sin \gamma = 6 \cdot \sin 30^0 = 3 \text{ м};$$

$$f = L \cdot \sin \alpha = 6 \cdot \sin 10^0 = 1,042 \text{ м}; \quad \cos \alpha = \cos 10^0 = 0,985.$$

Для определения усилия сжатия стрелы спроецируем все силы на ось стрелы:

$$N - Q_{cmp} - S_{II} \cos \gamma - S_1^{\text{дин}} \cos \beta - Q^{\text{дин}} \sin \alpha - Q_{\text{бл}} \sin \alpha = 0;$$

$$N = 0,591 + 34 \cdot 0,866 + 3,57 \cdot 0,819 + 7,14 \cdot 0,1736 + 0,5 \cdot 0,1736 = 34,28 \text{ кН}.$$

При этом

$$\sin \alpha = \sin 10^0 = 0,1736; \quad \cos \beta = \cos 35^0 = 0,819;$$

$$\cos \gamma = \cos 30^0 = 0,866; \quad Q_{cmp} = qL \cos \alpha = 0,1 \cdot 6 \cdot 0,985 = 0,591 \text{ кН}.$$

Определение изгибающего момента стрелы в вертикальной плоскости:

$$M_{изг}^B = qL^2 \cos \alpha / 8 = 0,1 \cdot 6^2 \cdot 0,985 / 8 = 0,443 \text{ кНм}.$$

Определение изгибающего момента стрелы от ветровой нагрузки в горизонтальной плоскости (см. рис. 4.2):

$$M_B = WL^2 / 2 \cos \alpha_H = 0,1 \cdot 6^2 / 2 \cdot \cos 5^0 = 1,773 \text{ кНм}.$$

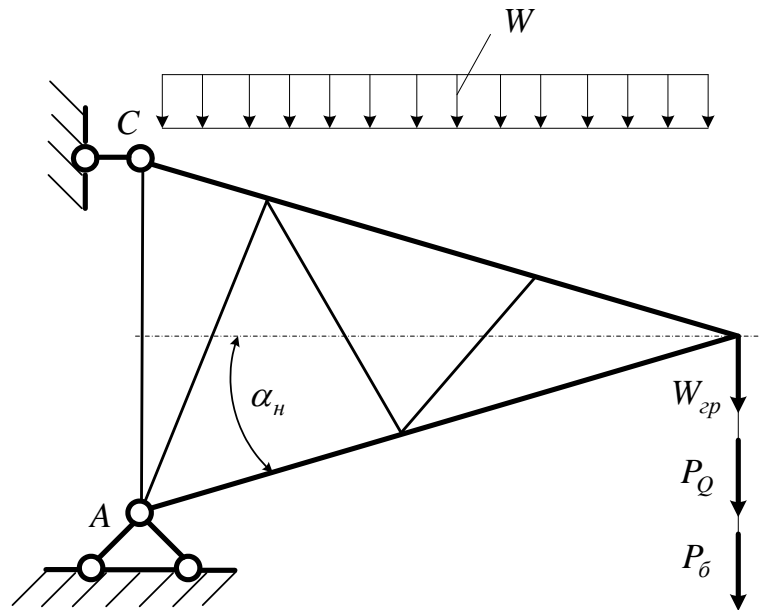


Рис. 4.2. Нагрузка на стрелу в горизонтальной плоскости

Полный изгибающий момент:

$$M_{изг}^{\Gamma} = M_B + (W_{zp} + P_Q + P_{\delta l})L \cos \alpha_H = 1,773 + (0,6 + 0,07 + 0,005) \times 6 \cos 10^{\circ} = 5,8 \text{ кНм.}$$

Усилие сжатия наиболее нагруженной ветви стрелы для четырехгранной конструкции приведено на рис. 4.3.

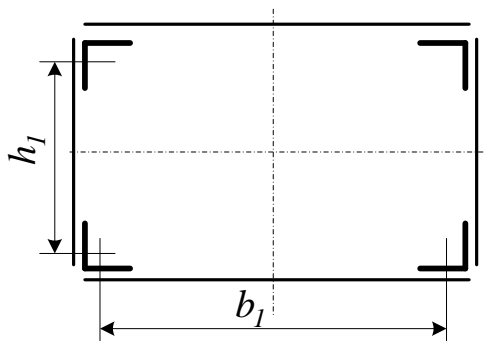


Рис. 4.3. Сечение стрелы

$$S = \frac{1}{\cos \alpha_H} \left( \frac{N}{4} + \frac{M_{изг}^B}{2h_1} + \frac{M_{изг}^{\Gamma}}{2b_1} \right) = \frac{1}{0,996} \left( \frac{37}{4} + \frac{0,443}{2 \cdot 0,5} + \frac{5,762}{2 \cdot 1} \right) = 12,62 \text{ кН.}$$

Следовательно, наиболее нагруженная ветвь сжата усилием 12,62 кН.

### Задача № 5

#### ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ ОПОРНЫХ РЕАКЦИЙ, ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ И ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА В УКАЗАННОМ СЕЧЕНИИ

Построить линии влияния  $R_A, R_B, Q_C, M_C$ .

В расчетной схеме (рис. 5.1) приняты следующие обозначения: длина пролета –  $L$ , длина консоли –  $b$ , расстояние от опоры  $A$  до точки  $C$  –  $a$ , расстояние от опоры  $A$  до точки приложения единичной подвижной нагрузки –  $X$ . Размеры балки приведены в табл. 5.1, а в приложении приведены данные соответствующего варианта.

Величину  $a$  выбирают из условий:

при $X < 0$	$a = 1 \text{ м;}$
при $0 < X < l/2$	$a = 2 \text{ м;}$
при $l/2 < X < l$	$a = 3 \text{ м;}$
при $l < X$	$a = 4 \text{ м.}$

Показатель	Группа					
	1	2	3	4	5	6
$l, \text{ м}$	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5
$b, \text{ м}$	3,0	3,5	3,0	3,5	3,0	3,5

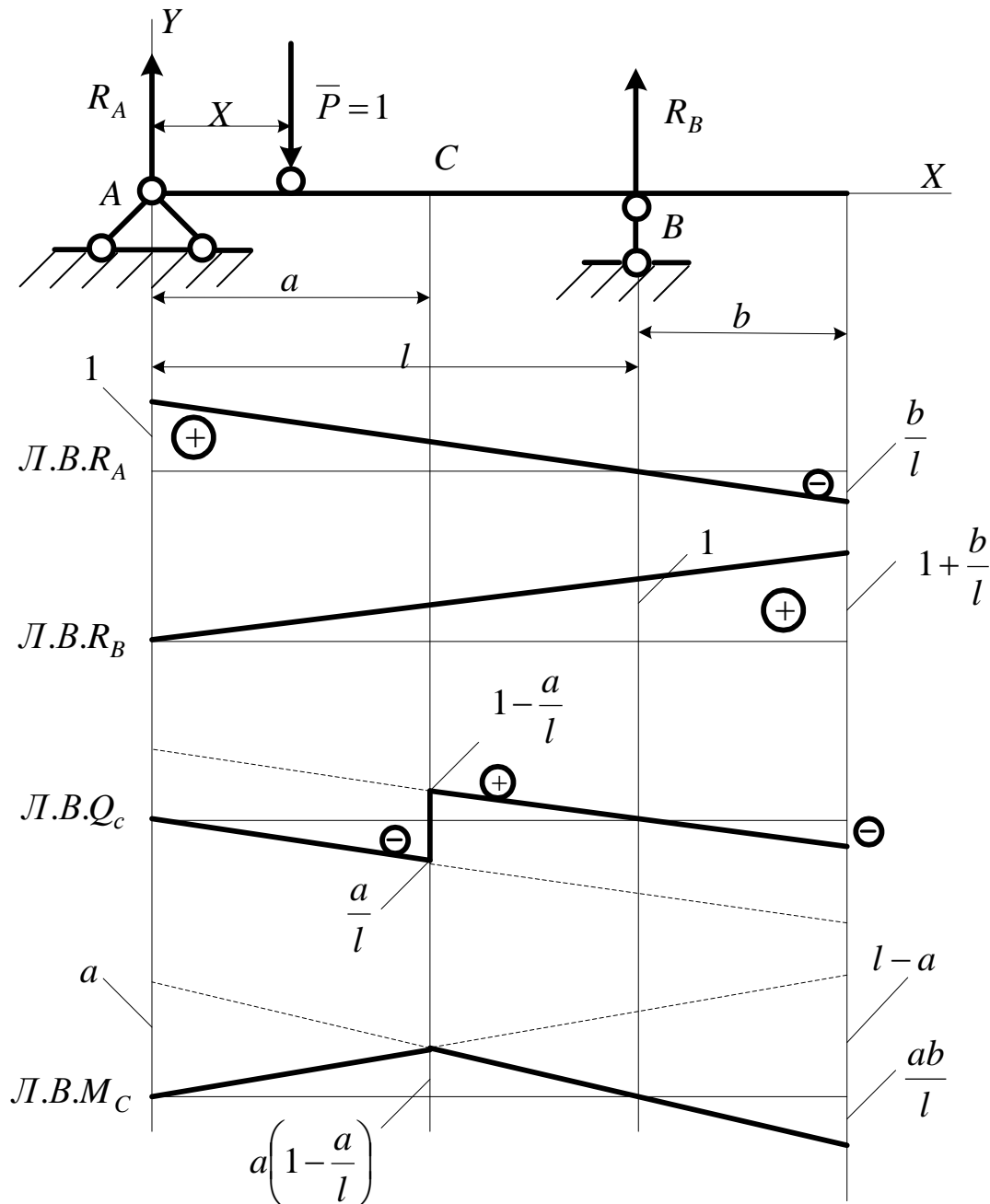


Рис. 5.1. Двухшарнирная балка с правой консолью

1. Определить и построить линии влияния (Л.В.) реакций опор.

$$\sum m_A = R_B \cdot l - \bar{P} \cdot X = 0; R_B = \bar{P} \cdot \frac{X}{l} = \frac{X}{l}.$$

При  $X = 0$ .  $R_B = 0$ . При  $X = l$ .  $R_B = 1$ .

Строим  $L.B. R_B$  (см. рис. 5.1).

$$\Sigma m_B = R_A \cdot l - \bar{P} \cdot (l - X) = 0; \quad R_A = \bar{P} \cdot \frac{l - X}{l} = 1 - \frac{X}{l}.$$

При  $X = 0$   $R_A = 1$ . При  $X = l$   $R_A = 0$ .

Строим  $L.B. R_A$  (см. рис. 5.1).

Определить и построить Л.В.  $Q_C$  – поперечной силы в сечении  $C$ :

а) положение груза  $\bar{P} = 1$  справа от сечения  $C$ . Рассмотрим левую отсеченную часть:  $Q_C = R_A$ . Строим действительную часть  $L.B. Q_C$  справа от сечения  $C$ ;

б) положение груза  $\bar{P} = 1$  слева от сечения  $C$ . Рассмотрим правую отсеченную часть:  $Q_C = -R_B$ . Строим действительную часть  $L.B. Q_C$  слева от сечения  $C$ .

Определить и построить Л.В.  $M_C$  – изгибающего момента в сечении  $C$ ;

в) положение груза  $\bar{P} = 1$  справа от сечения  $C$ . Рассмотрим левую отсеченную часть:  $M_C = R_A \cdot a = \left(1 - \frac{X}{l}\right) \cdot a$ .

При  $X = 0$   $M_C = a$ . При  $X = l$   $M_C = 0$ .

Строим действительную часть  $L.B. M_C$  по ординатам справа от сечения  $C$ ;

г) положение груза  $\bar{P} = 1$  слева от сечения  $C$ . Рассмотрим правую отсеченную часть:  $M_C = R_B \cdot (l - a) = \frac{X}{l} (l - a)$ .

При  $X = 0$   $M_C = 0$ . При  $X = l$   $M_C = l - a$ .

Строим действительную часть  $L.B. M_C$  по ординатам слева от сечения  $C$ . Ордината пересечения правой и левой ветвей определяет значение момента в сечении  $C$ .

При  $X = a$  значение момента

$$M_C = R_B(l - a) = \frac{a}{l}(l - a) = a\left(1 - \frac{a}{l}\right).$$

## Задача № 6

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР НАСТЕННОГО КРАНА С ПОМОЩЬЮ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ

Расчетная схема настенного крана приведена на рис. 6.1. В расчетной схеме приняты следующие обозначения: геометрические параметры настенного крана –  $H$  и  $L$ , сосредоточенная нагрузка –  $P$ , распределенная нагрузка –  $q$ .

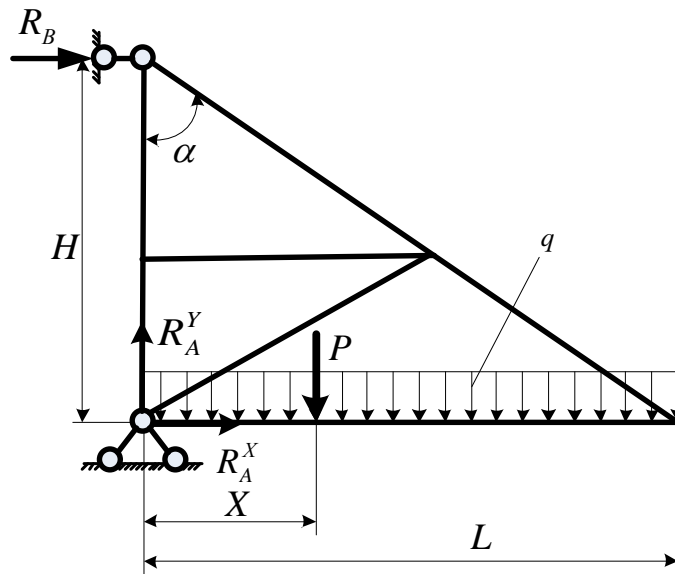


Рис. 6.1. Схема настенного крана

Кран загружен весом консоли и подвижной крановой нагрузкой.

Требуется построить линии влияния реакций опор  $R_A^X, R_A^Y, R_B$  для настенного крана и определить указанные величины от действия сосредоточенной силы  $P$  и распределенной нагрузки  $q$  при заданном значении  $X$ .

Размеры настенного крана и нагрузки приведены в табл. 6.1, а в приложении приведены данные соответствующего варианта.

Таблица 6.1

Показатель	Группа					
	1	2	3	4	5	6
$H$ , м	2	3	4	5	6	7
$L$ , м	7	7	7	9	9	9
$P$ , кН	15	16	17	18	19	20
$q$ , кН/м	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5

**Численный пример.** Исходные данные:  $H = 3\text{ м}$ ;  $L = 7\text{ м}$ ;  $P = 16\text{ кН}$ ;  $q = 2,5\text{ кН/м}$ ;  $X = 2,4\text{ м}$ .

Приведем упрощенную расчетную схему при действующей единичной подвижной нагрузке (рис. 6.2).

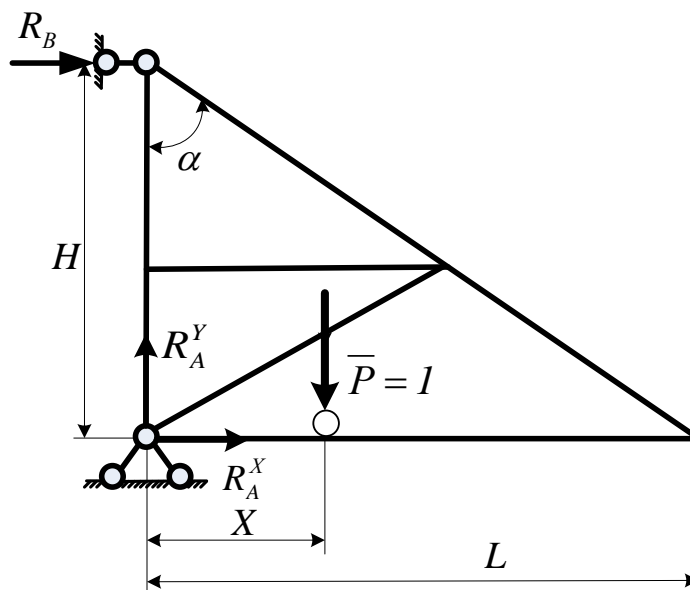


Рис. 6.2. Упрощенная расчетная схема

Для построения линии влияния  $R_B$  запишем уравнение моментов относительно  $(\cdot) A$ :

$$\Sigma m_A = R_B \cdot H + \bar{P} \cdot X = 0. \quad (6.1)$$

Отсюда

$$R_B = -\bar{P} \cdot \frac{X}{H}. \quad (6.2)$$

Строим линии влияния  $R_B$  (рис. 6.3), задав некоторые значения  $X$  в уравнении (6.2):

$$\text{При } X = 0 \quad R_B = 0; \text{ при } X = L \quad R_B = -\frac{L}{H}.$$

Для построения линии влияния  $R_A^X$  запишем уравнение моментов относительно  $(\cdot) B$ :

$$\Sigma m_B = -R_A^X \cdot H + \bar{P} \cdot X = 0. \quad (6.3)$$

Отсюда

$$R_A^X = \bar{P} \frac{X}{H}. \quad (6.4)$$

Строим линии влияния  $R_A^X$  (рис. 6.3), задав некоторые значения  $X$  в уравнении (6.4).

$$\text{При } X = 0 \quad R_A^X = 0; \text{ при } X = L \quad R_A^X = \frac{L}{H}.$$

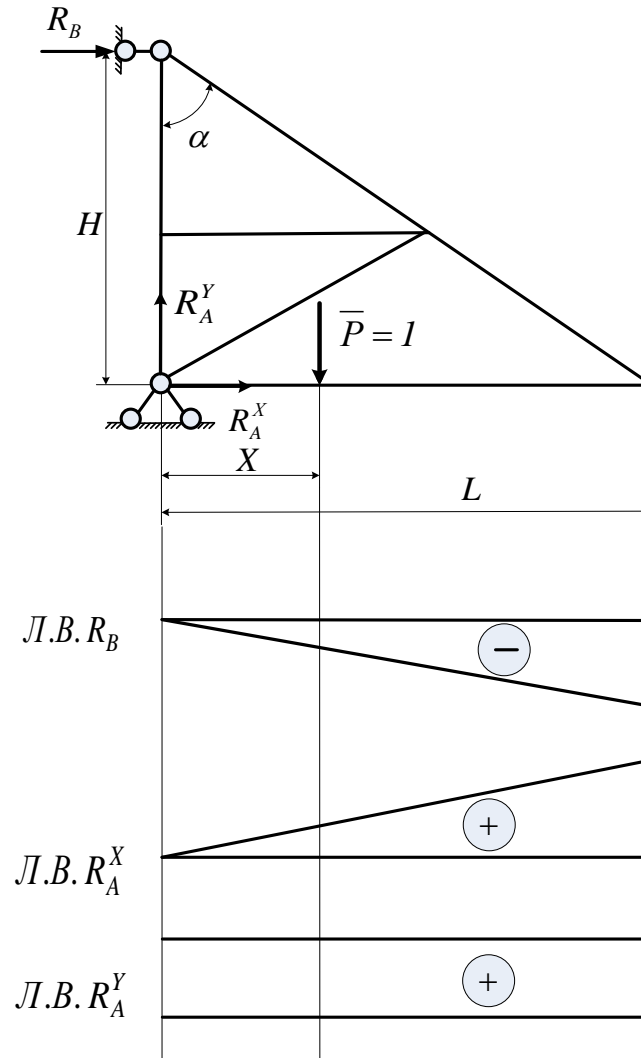


Рис. 6.3. Линии влияния

Зависимость  $R_A^Y$  определяем из суммы проекций на ось  $Y$ :

$$\Sigma Y = R_A^Y - \bar{P} = 0. \quad (6.5)$$

Отсюда  $R_A^Y = \bar{P}$ .

Строим линии влияния  $R_A^Y$  (см. рис. 6.3).

Применяя принцип пропорциональности и независимости действия сил, определяем реакции в опорах от действия сосредоточенной силы  $P$  и распределенной нагрузки  $q$ .

## Задача № 7

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ И ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА НА КОНСОЛИ С ПОМОЩЬЮ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ

Построить линии влияния  $Q$  и  $M$  на консоли в заданном сечении.

Определить силу  $Q$  и момент  $M$  от действия сосредоточенной силы  $P$  и распределенной нагрузки  $q$ .

На рис. 7.1 приведена расчетная схема балки. В расчетной схеме приняты следующие обозначения: сосредоточенная сила –  $P$ , распределенная нагрузка –  $q$ , расстояния между опорами –  $L$ , расстояние от шарнирной подвижной опоры  $B$  до точки  $F$  –  $C$ , расстояние от точки  $F$  до конца консоли балки –  $K$ .

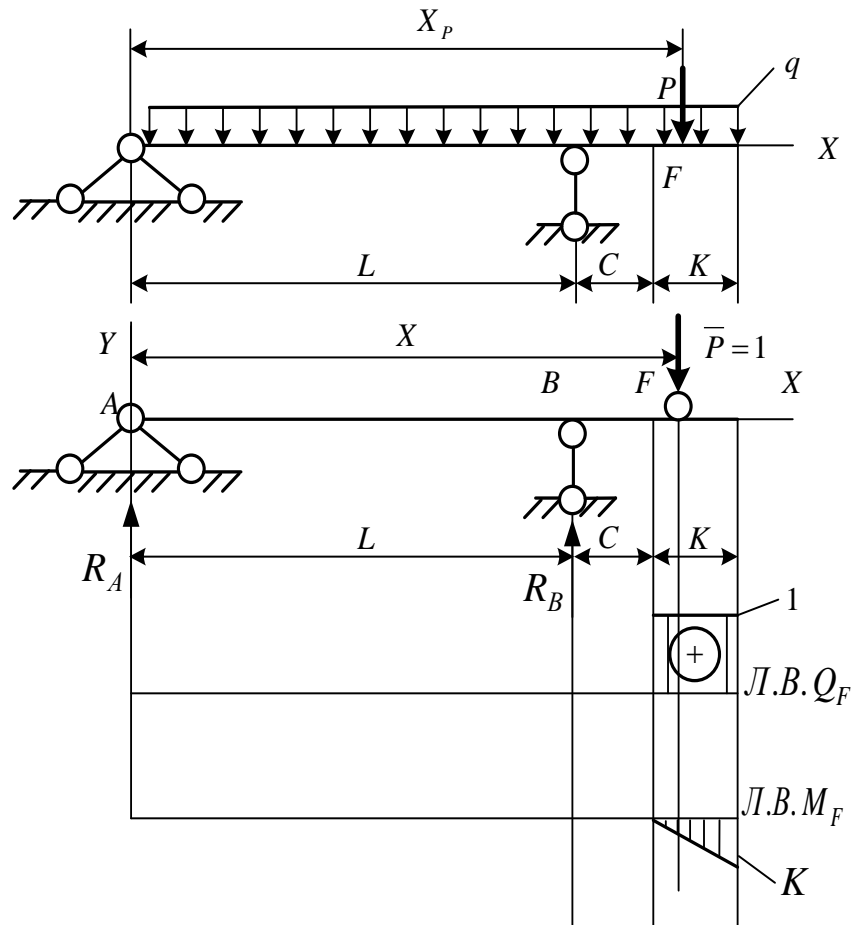


Рис. 7.1. Л.В. поперечных сил и моментов на консоли балки

Размеры балки и величины действующих нагрузок приведены в табл. 7.1, а в приложении приведены данные соответствующего варианта.



Таблица 7.1

Показатель	Группа					
	1	2	3	4	5	6
$P$ , кН	15	20	25	30	35	40
$q$ , кН/м	2	3	4	5	6	7
$L$ , м	10	10	10	10	10	10
$C$ , м	2	2	2	2	2	2
$K$ , м	6	6	6	6	6	6

**Численный пример.** Исходные данные:  $P = 20$  кН;  $q = 3$  кН/м;  $L = 10$  м;  $C = 2$  м;  $K = 10$  м;  $X_P = 14$  м.

На первом этапе рассмотрим действие на балку с консолью единичной подвижной нагрузки  $\bar{P} = 1$ . Определяем реакции опор  $R_A$  и  $R_B$ :

$$R_A = \frac{L - X}{L};$$

$$R_B = \frac{X}{L}.$$

Для построения линий влияния поперечных сил на консоли рассмотрим два случая положений единичной силой  $\bar{P} = 1$ :

1. Сила  $\bar{P} = 1$  слева от сечения  $F$ .  $Q_F = 0$ . Л.В.  $Q_F$  слева от сечения  $F$  равна нулю.

2. Сила  $\bar{P} = 1$  справа от сечения  $F$ .  $Q_F = \bar{P} = 1$ . Л.В.  $Q_F$  справа от сечения  $F$  равна единице.

Для построения линий влияния изгибающих моментов на консоли рассмотрим два случая положения единичной силой  $\bar{P} = 1$ :

1. Сила  $\bar{P} = 1$  слева от сечения  $F$ , рассматриваем правую часть.  $M_F = 0$ . Л.В.  $M_F$  слева от сечения  $F$  равна нулю.

2. Сила  $\bar{P} = 1$  справа от сечения  $F$ , рассматриваем левую часть.

$$M_F = R_A(L + C) + R_B C. \quad (7.1)$$

Подставляя значения  $R_A$  и  $R_B$ , получим

$$M_F = \bar{P} \frac{L - X}{L} (L + C) + \bar{P} \frac{X}{L} C. \quad (7.2)$$

В уравнении (7.2) подставляем значения  $X = 0$  и  $X = L$ . По этим данным строим линию влияния изгибающего момента в  $(\cdot)F$  (см. рис. 7.1).

Применяя принцип независимости действия сил и пропорциональности, определяем перерезывающую силу  $Q_F^\partial$  и изгибающий момент  $M_F^\partial$  от действия сосредоточенной силы  $P$  и распределенной нагрузки  $q$ :

$$Q_F^\partial = Py_1 + qS_1 ; \quad (7.3)$$

$$M_F^\partial = Py_2 + qS_2, \quad (7.4)$$

где  $y_1$  и  $y_2$  – соответствующие ординаты линий влияния  $Q_F$  и  $M_F$ ;  $S_1$  и  $S_2$  – соответствующие площади линий влияния  $Q_F$  и  $M_F$ .

### Задача № 8

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В СТЕРЖНЯХ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПОЯСАМИ ОТ ЕДИНИЧНОЙ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ

Построить линии влияния усилий в стержнях  $O_{6-8}, S_{6-7}, U_{5-7}$ . Вычислить величины указанных усилий в сечении  $X$ . Езда по нижнему поясу.

На рис. 8.1 приведена расчетная схема фермы. В расчетной схеме приняты следующие обозначения: высота фермы –  $H$ , длина панели –  $a$ , угол наклона раскоса –  $\alpha$ .

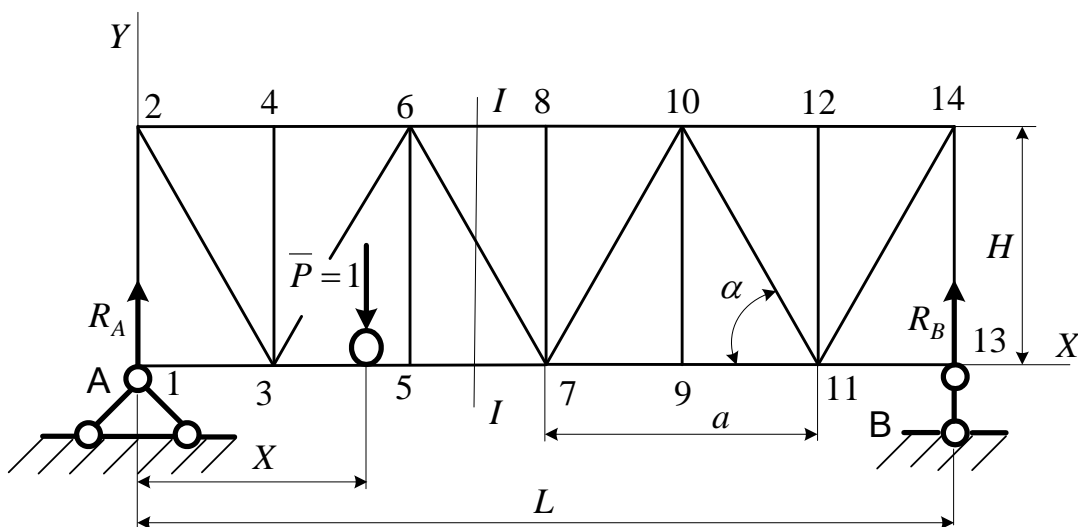


Рис. 8.1. Схема фермы с подвижной нагрузкой по нижнему поясу

Геометрические размеры фермы приведены в табл. 8.1, а в приложении приведены данные соответствующего варианта.

Таблица 8.1

Показатель	Группа					
	1	2	3	4	5	6
$H, м$	1,0	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1
$a, м$	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

**Численный пример.** Исходные данные:  $H = 1,3$  м;  $a = 1,5$  м;  $X = 2,2$  м. Проводим сечение  $I - I$  при пересечении не более трех стержней.

Определим угол наклона раскоса:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{2H}{a} = \operatorname{arctg} \frac{2 \cdot 1,3}{1,5} = 60^{\circ}.$$

Строим линии влияния опорных реакций (см. задачу № 5).

Для построения  $L.V. O_{6-8}$  выберем моментную точку (рис. 8.2). Два других стержня пересекаются в точке.

Составим уравнение моментов:

а) груз находится справа от сечения, запишем уравнение моментов левой отсеченной части:

$$\Sigma m_7 = -O_{6-8}H - R_A 1,5a = 0;$$

$$O_{6-8} = -R_A \frac{1,5 \cdot 1,5}{1,3} = -1,73R_A.$$

Откладываем  $1,73 R_A$  со знаком минус. Действительная ветвь расположена от узла 8, ближайшего от сечения, т.к. передача нагрузки происходит в узлах фермы, до опоры  $B$ , т.е. в загруженной части фермы;

б) груз находится слева от сечения, запишем уравнение моментов правой отсеченной части:

$$\Sigma m_7 = O_{6-8}H + R_B 1,5a = 0;$$

$$O_{6-8} = -R_B \frac{1,5 \cdot 1,5}{1,3} = -1,73R_B.$$

Откладываем  $1,73R_B$  со знаком минус. Действительная ветвь расположена от узла 6 до опоры  $A$ . Соединим 6 на левой прямой и 8 на правой прямой 6–8, называемой передаточной прямой.

Для построения  $L.V. U_{5-7}$  берем моментную точку 6. Составим уравнение моментов:

а) груз находится справа от сечения, запишем уравнение моментов левой отсеченной части:

$$\Sigma m_6 = U_{5-7}H - R_A a = 0;$$

$$O = R_A \frac{1,5}{1,3} = 1,15R_A.$$

Откладываем  $1,15 R_A$  со знаком плюс. Действительная ветвь расположена от узла 7 до опоры  $B$ , т.е. в загруженной части фермы;

б) груз находится слева от сечения, запишем уравнение моментов правой отсеченной части:

$$\Sigma m_6 = -U_{5-7}H + R_B 1,5a = 0;$$

$$U_{5-7} = R_B \frac{1,5 \cdot 1,5}{1,3} = 2,3R_B.$$

Откладываем  $2,3 R_B$  со знаком плюс. Действительная ветвь расположена от узла 5 до опоры  $A$ . Строим передаточную прямую между узлами 5–7.

При построении линий влияния  $L.B. O_{6-8}$  и  $L.B. U_{5-7}$  следует помнить: пересечение линий влияния левых и правых ветвей **должно происходить в моментных точках**, т.е. в  $(\cdot)6$  и  $(\cdot)7$ .

Для построения линий влияния в раскосе  $S$  используем способ проекций, рассматривая левую и правую отсеченные части отдельно:

а) груз находится справа от сечения, рассмотрим равновесие левой отсеченной части как сумму проекций сил на ось  $Y$ :

$$\Sigma F_Y = -S \sin \alpha + R_A = 0;$$

$$S = \frac{R_A}{\sin 60^\circ} = 1,15R_A.$$

Откладываем  $1,15 R_A$  со знаком плюс от узла 7 до опоры  $B$ ;

б) груз находится слева от сечения, рассмотрим равновесие правой отсеченной части как сумму проекций сил на ось  $Y$ :

$$\Sigma F_Y = S \sin \alpha + R_B = 0;$$

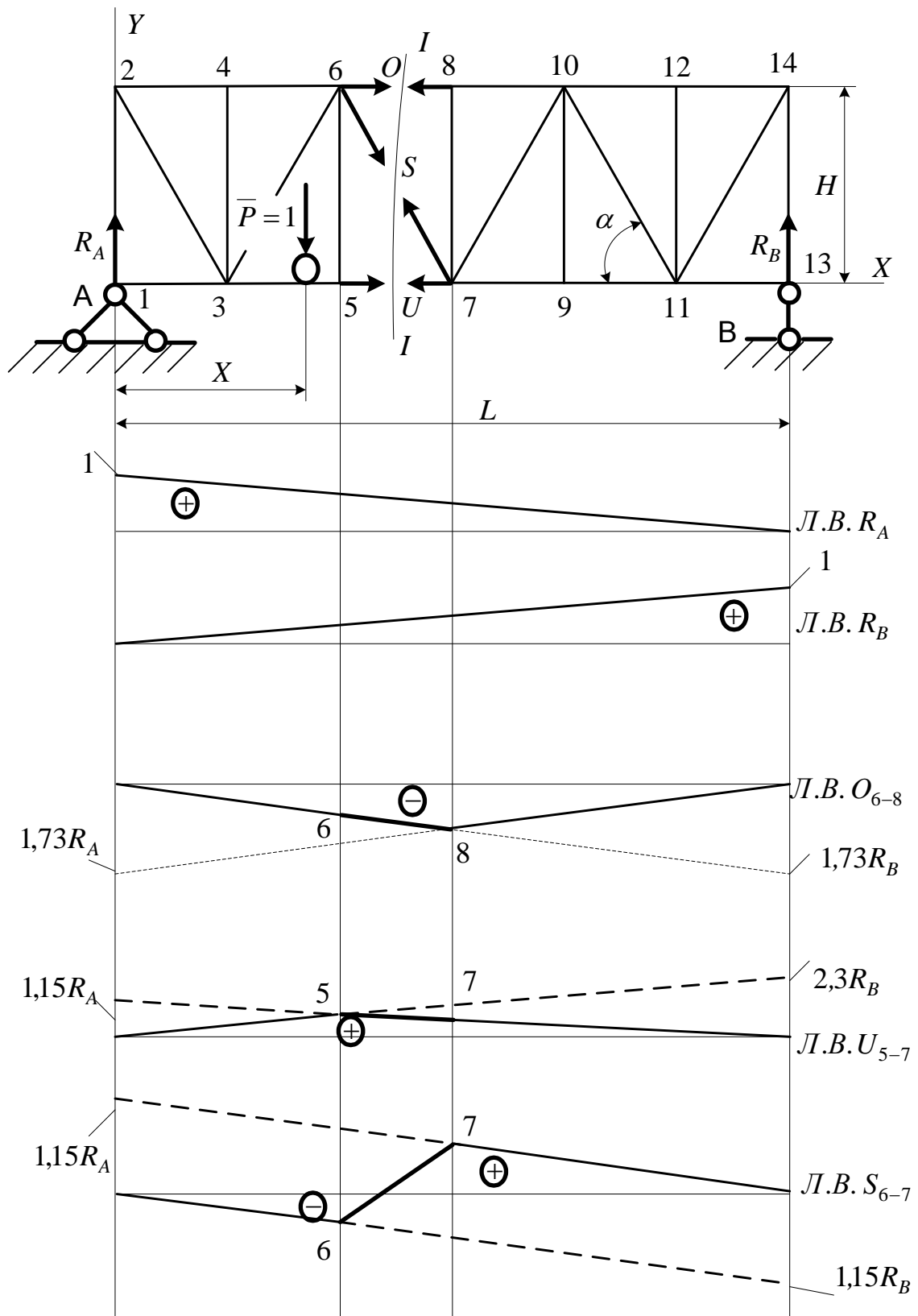


Рис. 8.2. Линии влияния в сечении I – I

$$S = -\frac{R_B}{\sin 60^\circ} = -1,15R_B.$$

Откладываем  $1,15R_B$  со знаком минус от узла б до опоры А. Строим передаточную прямую между узлами б–7.

### Задача № 9

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ ОПОР И ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА В ПРОЛЕТЕ БАЛКИ С ПОМОЩЬЮ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ ОТ ДЕЙСТВИЯ СИСТЕМЫ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ СИЛ И РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

На рис. 9.1 представлена расчетная схема. В расчетной схеме приняты следующие обозначения: пролет балки –  $l$ , длина консоли балки –  $b$ , сосредоточенные нагрузки от колес тележки –  $P_1$  и  $P_2$ , распределенная нагрузка –  $q$ , расстояние от опоры до сечения С в пролете балки –  $a$ , расстояние между колесами тележки –  $d$ .

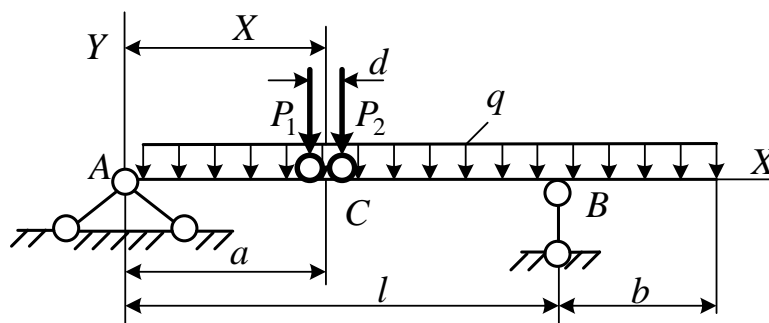


Рис. 9.1. Схема балки с распределенной нагрузкой и грузовой тележкой

Геометрические размеры приведены в табл. 9.1, а в приложении приведены данные соответствующего варианта.

Таблица 9.1

Показатель	Группа					
	1	2	3	4	5	6
$L$ , м	4,0	5,0	6,0	4,0	5,0	6,0
$b$ , м	4,0	3,5	3,0	4,0	3,5	3,0
$a$ , м	1,0	2,0	3,0	1,5	2,5	3,5
$d$ , м	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
$P_1 = P_2$ , кН	20	30	40	50	60	70
$q$ , кН/м	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6

**Численный пример.** Исходные данные:  $P_1 = P_2 = 30$  кН;  $q = 0,2$  кН/м;  $b = 3,5$  м;  $d = 0,6$  м;  $l = 5$  м;  $a = X = 2,2$  м.

Ввиду симметрии нагрузки от двухосной тележки упростим расчетную схему. На рис. 9.2 дана упрощенная схема. Строим  $Л.В. R_A$  и  $Л.В. R_B$ . Затем строим  $Л.В. Q_C$  и  $Л.В. M_C$  (см. задачу № 8).

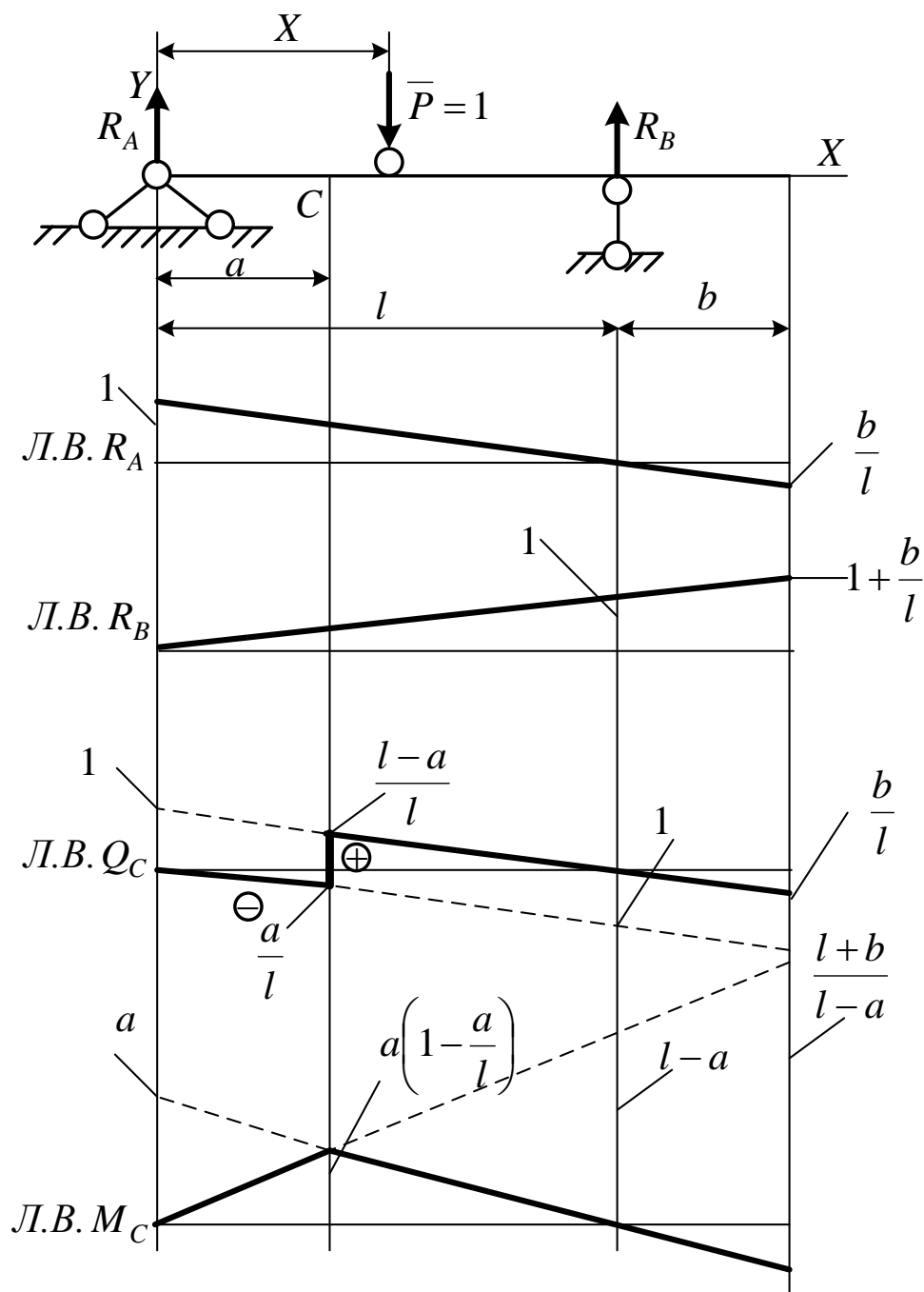


Рис. 9.2. Линии влияния реакций опор, поперечной силы и момента в сечении  $C$

Определим значения сил и моментов в указанном сечении  $X = 2,2$  м. Т.к. значения сосредоточенных сил на оси равны, установим тележку одной осью на вершину линий влияния,  $X = a = 2,2$  м.

Для определения максимальных значений вторую ось необходимо расположить на более пологой ветви, т.е. иметь большие значения сил и моментов. В нашем примере вторые оси расположим справа от максимумов  $L.B.Q_C$  и  $L.B.M_C$ .

Вычисление значений реакций  $R_A$  и  $R_B$ :

а) определим ординаты на  $L.B.R_A$  под сосредоточенными силами  $P_1$  и  $P_2$ . Составим пропорции с учетом  $d$ . При этом тележку размещаем слева от  $C$  (рис. 9.3). Вычисляем ординаты под сосредоточенными силами.

Реакция  $R_A$  от сосредоточенных сил:

$$\begin{aligned} R_{AP} &= P_1 \left( 1 - \frac{1}{l}(a-d) \right) + P_2 \left( 1 - \frac{a}{l} \right) = \\ &= 30 \left( 1 - \frac{1}{5}(2,2 - 0,6) \right) + 30 \left( 1 - \frac{2,2}{5} \right) = 37,2 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Реакция  $R_B$  от сосредоточенных сил:

$$R_{BP} = P_1 \frac{a}{l} + P_2 \left( \frac{a+d}{l} \right) = 30 \frac{2,2}{5} + 30 \left( \frac{2,2+0,6}{5} \right) = 30 \text{ кН.}$$

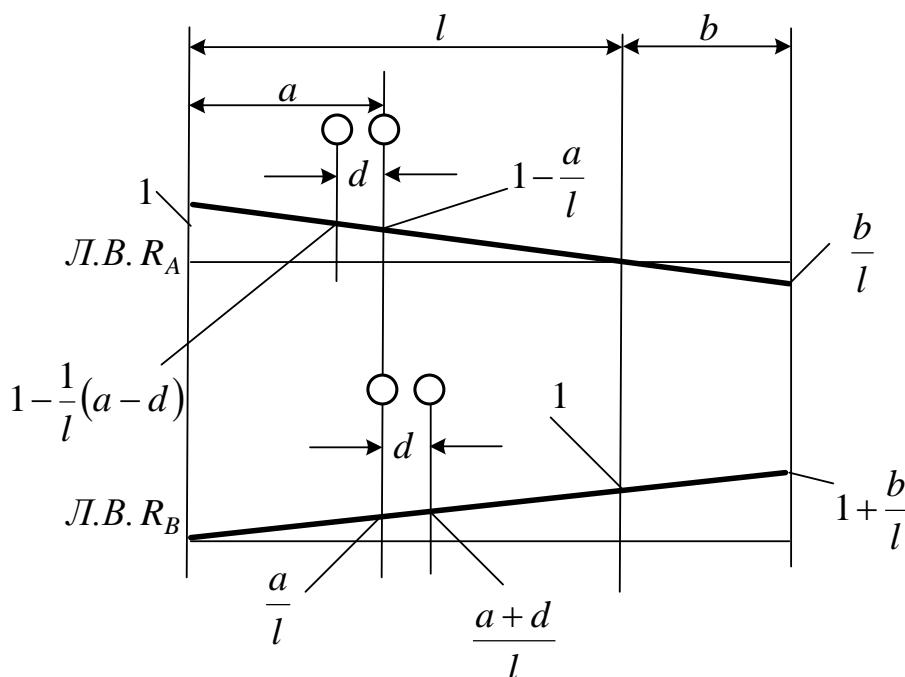


Рис. 9.3. Определение действительных реакций опор



Реакции  $R_A$  и  $R_B$  от распределенной нагрузки  $q$ ;

б) определим площади  $Л.В. R_A$  и  $Л.В. R_B$  под распределенной нагрузкой с учетом знака (см. рис. 9.3).

Реакция  $R_A$  от распределенной нагрузки:

$$R_{Aq} = q \left( \frac{1}{2} l \cdot l - \frac{1}{2} \cdot \frac{b^2}{l} \right) = 0,2 \left( \frac{1}{2} 1 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot \frac{3,5^2}{5} \right) = 0,255 \text{ кН.}$$

Реакция  $R_B$  от распределенной нагрузки:

$$R_{Bq} = q \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{b}{l} \right) (l + b) = 0,2 \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{3,5}{5} (5 + 3,5) \right) = 0,695 \text{ кН.}$$

Полные реакции опор:

$$R_A = R_{AP} + R_{Aq} = 37,2 + 0,225 = 37,425 \text{ кН;}$$

$$R_B = R_{BP} + R_{Bq} = 30 + 0,695 = 30,695 \text{ кН.}$$

Вычисление действительных значений поперечной силы  $Q_C$  в сечении  $X = 2,2$ : представим  $Л.В. Q_C$  и  $Л.В. M_C$  для вычисления действительных значений (рис. 9.4).

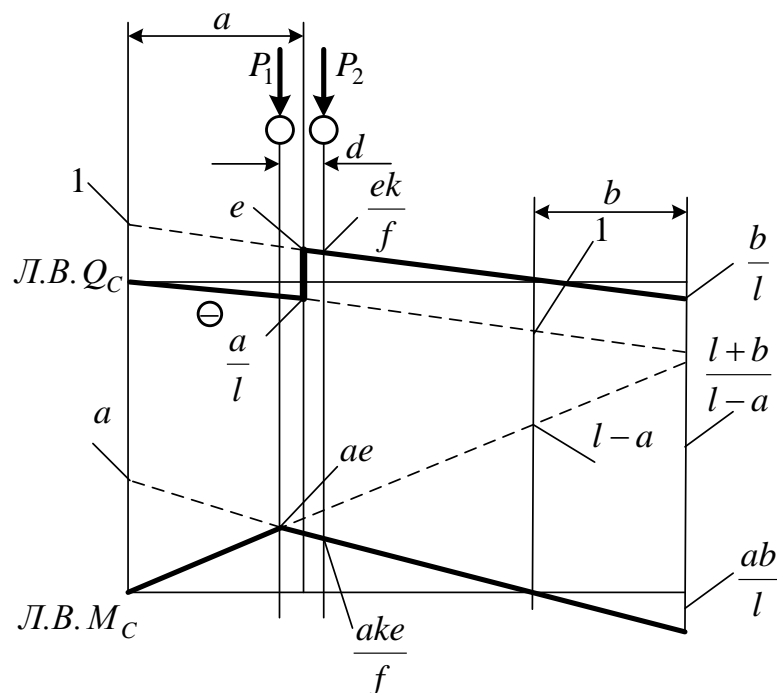


Рис. 9.4. Определение действительных значений  $Q_C$  и  $M_C$

Предварительно определим ординаты линий влияния под грузовой тележкой:

$$e = 1 - \frac{a}{l} = 1 - \frac{2,2}{5} = 0,56; \quad f = l - a + \frac{d}{2} = 5 - 2,2 + \frac{0,6}{2} = 3,1;$$

$$k = l - a - \frac{d}{2} = 5 - 2,2 - \frac{0,6}{2} = 2,5.$$

Действительные значения поперечной силы  $Q_C$  от сосредоточенных сил:

$$Q_{CP} = Pe + P \frac{ake}{f} = 30 \cdot 0,56 + 30 \cdot \frac{2,2 \cdot 2,5 \cdot 0,56}{3,1} = 30,348 \text{ кН.}$$

Действительные значения поперечной силы  $Q_C$  от распределенной нагрузки:

$$Q_{Cq} = q \left( -\frac{1}{2} \frac{a}{l} a + \frac{1}{2} e(l-a) - \frac{1}{2} \frac{b^2}{l} \right) =$$

$$= 0,2 \left( -\frac{1}{2} \cdot \frac{2,2}{5} \cdot 2,2 + \frac{1}{2} \cdot 0,56 \cdot (5 - 2,2) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3,5^2}{5} \right) = -0,185 \text{ кН.}$$

Сумма:

$$Q_C = Q_{CP} + Q_{Cq} = 30,348 - 0,185 = 30,163 \text{ кН.}$$

Момент изгибающий от сосредоточенных сил:

$$M_{CP} = Pae + P \frac{ake}{l} = 30 \cdot 2,2 \cdot 0,56 + 30 \cdot \frac{2,2 \cdot 2,5 \cdot 0,56}{5} = 55,44 \text{ кНм.}$$

Момент изгибающий от распределенной нагрузки:

$$M_{Cq} = q \left( \frac{1}{2} ae \left( l - \frac{d}{2} \right) + \frac{1}{2} aef - \frac{1}{2} \frac{ab^2}{l} \right) = 0,2 \left( \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot 0,56 \cdot \left( 5 - \frac{0,6}{2} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot 0,56 \cdot 3,1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2,2 \cdot 3,5^2}{5} \right) = 0,422 \text{ кНм.}$$

Сумма:

$$M_C = M_{CP} + M_{Cq} = 55,44 + 0,442 = 55,882 \text{ кНм.}$$

## Задача № 10

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В СТЕРЖНЯХ ФЕРМЫ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПОЯСАМИ ОТ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ И РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗОК

Схема представлена на рис. 10.1. В расчетной схеме приняты следующие обозначения: длина панели –  $a$ , высота фермы –  $H$ , длина пролета –  $L$ , расстояния между колесами тележки –  $d$ , распределенная нагрузка от собственного веса фермы –  $q$ , нагрузки на колеса от веса тележки с грузом –  $P_1$  и  $P_2$ , расстояние от шарнирно-неподвижной опоры до оси тележки –  $X$ .

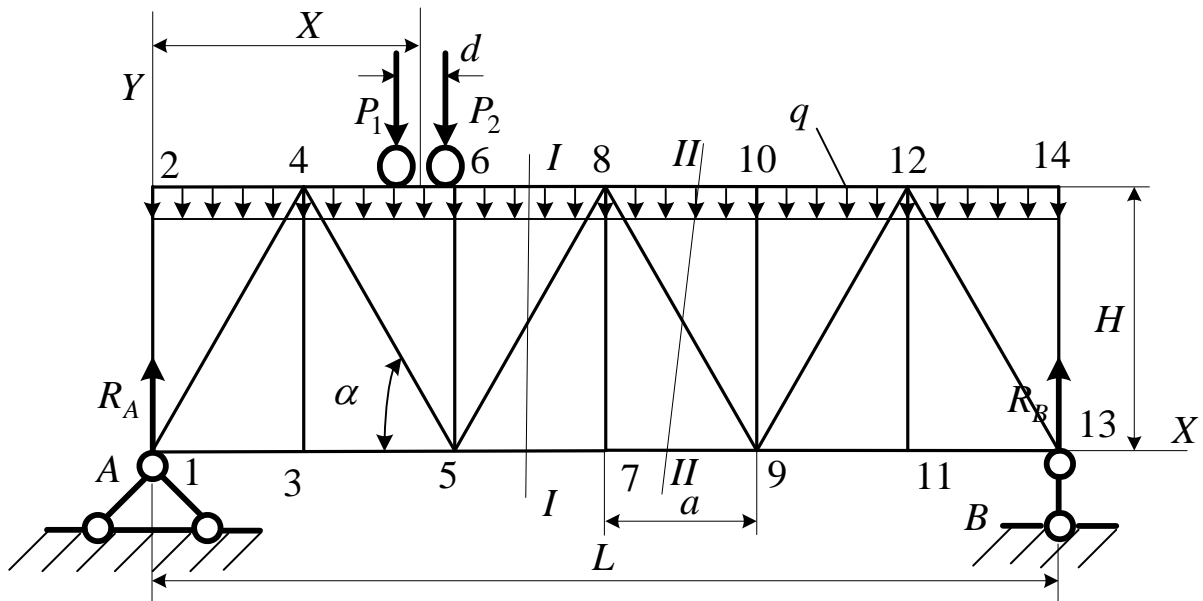


Рис. 10.1. Расчетная схема фермы с ездой поверху

Размеры фермы и действующие нагрузки приведены в табл. 10.1, а в приложении приведены данные соответствующего варианта.

Таблица 10.1

Показатель	Группа					
	1	2	3	4	5	6
$P_1 = P_2$ , кН	15	20	25	30	35	40
$q$ , кН/м	2	3	4	5	6	7
$d$ , м	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$H$ , м	2,5	2,3	2,1	1,9	1,7	1,5
$a$ , м	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5

**Численный пример.** Исходные данные:  $P_1 = P_2 = 20$  кН;  $q = 3$  кН/м;  $d = 1$  м;  $H = 2,3$  м;  $a = 1,5$  м;  $X = 2,3$  м.

Вычислить действительные значения сил и моментов от сосредоточенных сил и распределенной нагрузки в элементах фермы  $O_{6-8}$ ,  $U_{5-7}$ ,  $S_{8-9}$ .

Определим угол наклона раскоса:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{2H}{a} = \operatorname{arctg} \frac{2 \cdot 2,3}{1,5} = 72^\circ.$$

Сечением  $I - I$  пересекаем три стержня: элементы верхнего пояса  $O_{6-8}$ , нижнего пояса  $U_{5-7}$  и раскоса  $S_{8-9}$ , требующие определения усилий.

На рис. 10.2 изображена упрощенная схема фермы с разрезами панелей.

Для элемента  $O_{6-8}$  моментной точкой является 5:

а) груз справа от  $I - I$ , рассматриваем левую отсеченную часть:

$$\Sigma m_5 = -O_{6-8}H - R_A 2a = 0.$$

$$O_{6-8} = -R_A \frac{2a}{H} = -1,3R_A.$$

Действительная правая прямая – правая ветвь от узла 6 до 14;

б) груз слева от  $I - I$ , рассматриваем правую отсеченную часть:

$$\Sigma m_5 = -O_{8-6}H - R_B 4a = 0.$$

$$O_{8-6} = -R_B \frac{4a}{H} = -2,6R_B.$$

Действительная прямая – левая ветвь от узла 6 до 2. Переходная прямая 6–8. Элемент верхнего пояса сжат.

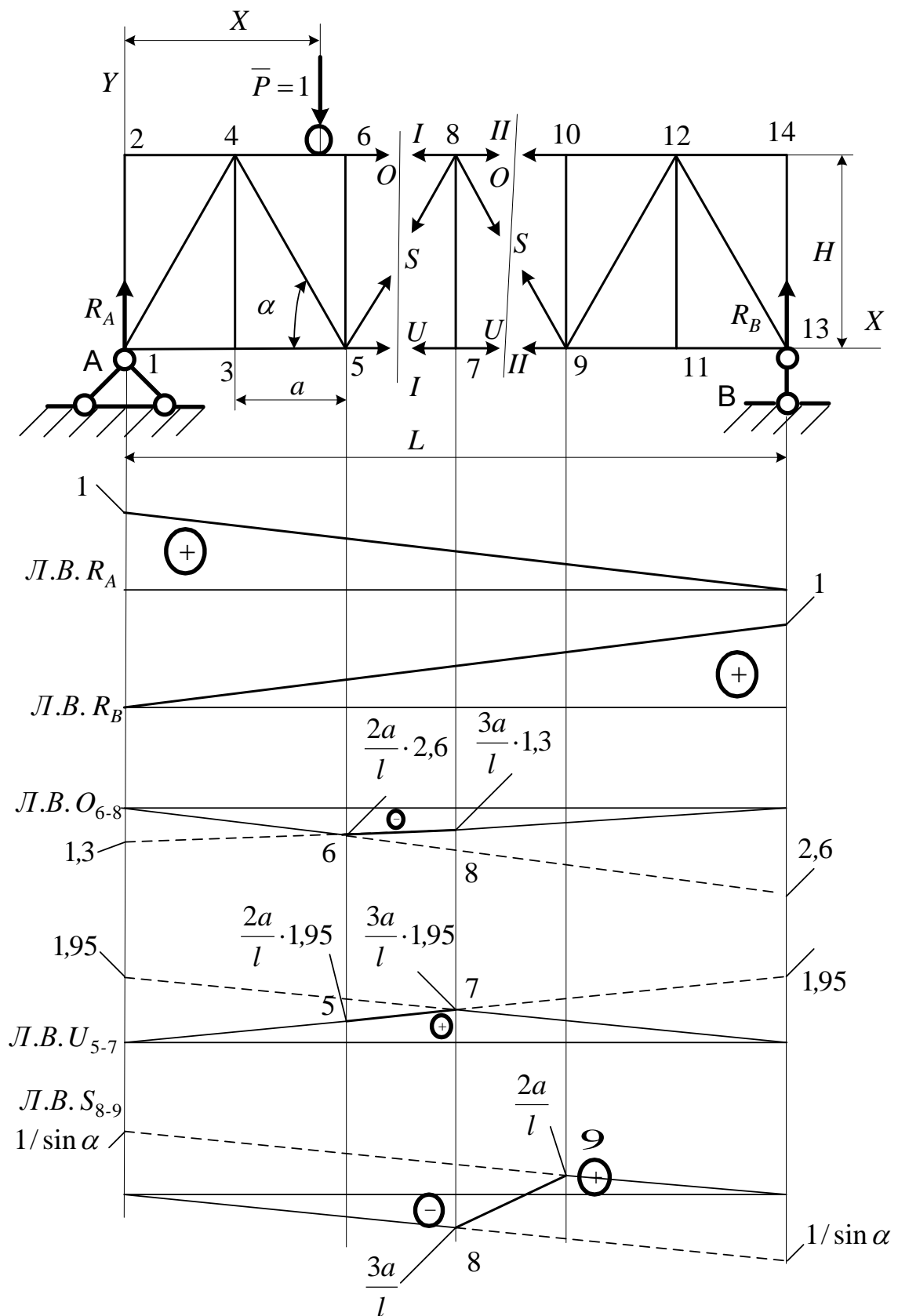


Рис. 10.2. Линии влияния  $O_{6-8}$ ,  $U_{5-7}$ ,  $S_{8-9}$

Рассмотрим  $U_{5-7}$ . Моментной точкой является 8:

а) груз справа от  $I - I$ , рассматриваем левую отсеченную часть:

$$\Sigma m_8 = U_{5-7}H - R_A 3a = 0.$$

$$U_{5-7} = R_A \frac{3a}{H} = 1,95R_A.$$

Действительная прямая – правая ветвь от узла 7 до 13;

б) груз слева от  $I - I$ , рассматриваем правую отсеченную часть:

$$\Sigma m_8 = -U_{7-5}H + R_B 3a = 0.$$

$$U_{7-5} = R_B \frac{3a}{H} = 1,95R_B.$$

Действительная прямая – левая ветвь от узла 7 до 1. Переходная прямая 5–7. Элемент нижнего пояса растянут.

По сечению  $II - II$  выделим раскос  $S_{8-9}$ :

а) груз справа от  $II - II$ , рассматриваем левую отсеченную часть:

$$\Sigma F_Y = -S_{8-9} \sin \alpha + R_A = 0.$$

$$S_{8-9} = R_A / \sin \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} R_A.$$

Действительная положительная прямая – правая ветвь от узла 9 до 13;

б) груз слева от  $II - II$ , рассматриваем правую отсеченную часть:

$$\Sigma F_Y = S_{9-8} \sin \alpha + R_B = 0.$$

$$S_{9-8} = -R_B / \sin \alpha = -\frac{1}{\sin \alpha} R_B.$$

Действительная отрицательная прямая – левая ветвь от узла 8 до 1. Переходная прямая 8–9. Панель меняет сжатие на растяжение.

Вычислим действительные усилия в стержнях. Отдельно определим усилия от сосредоточенных сил и распределенной нагрузки.

Предварительно необходимо вычислить ординаты под сосредоточенными силами, составив ряд пропорций (рис. 10.3).

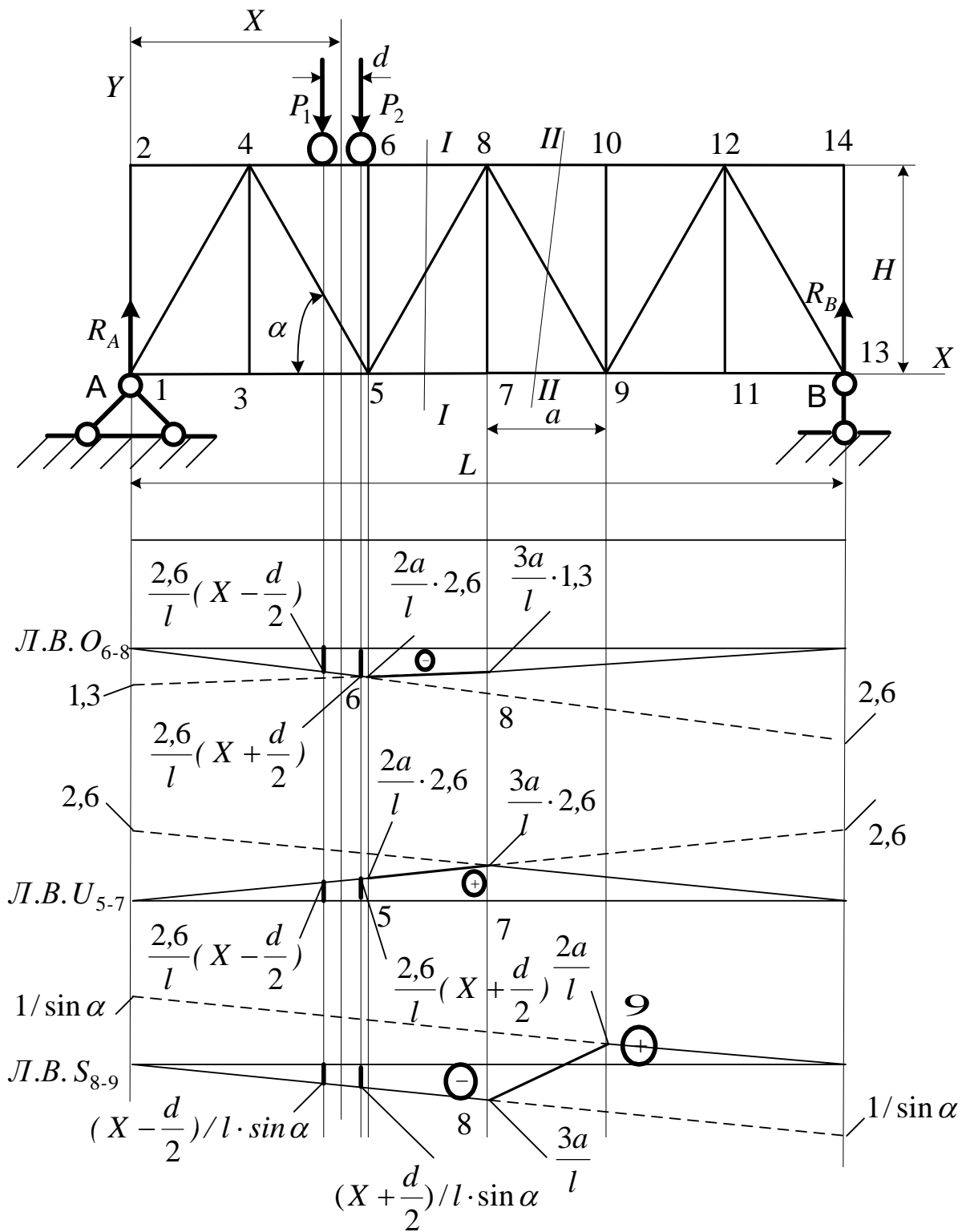


Рис. 10.3. Линии влияния с определением ординат

Стержень  $O_{6-8}$ :

$$a) Q_{P_{6-8}} = -P \left( \frac{2,6}{l} \left( X - \frac{d}{2} \right) + \frac{2,6}{l} \left( X + \frac{d}{2} \right) \right);$$

$$Q_{P6-8} = -20 \left( \frac{2,6}{6 \cdot 1,5} \left( 2,3 - \frac{1}{2} \right) + \frac{2,6}{6 \cdot 1,5} \left( 2,3 + \frac{1}{2} \right) \right) = -26,58 \text{ кН};$$

$$\text{б) } Q_{q6-8} = q \left( -\frac{1}{2} \cdot \frac{2a \cdot 2,6}{l} \cdot 2a - \frac{1}{2} \cdot \frac{2a \cdot 2,6}{l} \cdot 4a \right);$$

$$Q_{q6-8} = 3 \left( -\frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 2,6}{6 \cdot 1,5} \cdot 2 \cdot 1,5 - \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 2,6}{6 \cdot 1,5} \cdot 4 \cdot 1,5 \right) = -11,7 \text{ кН}.$$

Суммарное усилие:

$$Q_{6-8} = Q_{P6-8} + Q_{q6-8} = -26,58 - 11,7 = -38,28 \text{ кН}.$$

Стержень  $O_{6-8}$  сжат.

Стержень  $U_{5-7}$ :

$$\text{а) } U_{P5-7} = -P \left( \frac{2,6}{l} \left( X - \frac{d}{2} \right) + \frac{2,6}{l} \left( X + \frac{d}{2} \right) \right);$$

$$U_{P5-7} = 20 \left( \frac{2,6}{6 \cdot 1,5} \left( 2,3 - \frac{1}{2} \right) + \frac{2,6}{6 \cdot 1,5} \left( 2,3 + \frac{1}{2} \right) \right) = 26,58 \text{ кН};$$

$$\text{б) } U_{q5-7} = q \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{3a \cdot 2,6}{l} \cdot 3a + \frac{1}{2} \cdot \frac{3a \cdot 2,6}{l} \cdot 3a \right);$$

$$U_{q5-7} = 3 \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 1,5 \cdot 2,6}{6 \cdot 1,5} \cdot 3 \cdot 1,5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 1,5 \cdot 2,6}{6 \cdot 1,5} \cdot 3 \cdot 1,5 \right) = 17,55 \text{ кН}.$$

Суммарное усилие:

$$U_{5-7} = U_{P5-7} + U_{q5-7} = 26,58 + 17,55 = 44,13 \text{ кН}.$$

Стержень  $U_{5-7}$  растянут.

Стержень  $S_{8-9}$ :

$$\text{а) } S_{P8-9} = P \left( \left( X - \frac{d}{2} \right) \frac{1}{\sin \alpha} + \left( X + \frac{d}{2} \right) \frac{1}{\sin \alpha} \right);$$

$$S_{P8-9} = -20 \left( \left( 2,3 - \frac{1}{2} \right) \frac{1}{0,951} + \left( 2,3 + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{0,951} \right) = -96,72 \text{ кН};$$



$$S_{P_{8-9}} = -20 \left( \left( 2,3 - \frac{1}{2} \right) \frac{1}{0,951} + \left( 2,3 + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{0,951} \right) = -96,72 \text{ кН};$$

$$\text{б) } S_{q_{8-9}} = q \left( -\frac{1}{2} \frac{3a}{l} 3a - \frac{a^2}{2l} + \frac{1}{2} \frac{2a}{l} 2a \right) \cdot \frac{1}{\sin \alpha}.$$

Площадь на переходном участке  $S_{8-9}$  равна площади трапеции.

$$A_{8-9} = \frac{1}{2} \left( \frac{2a}{l} - \frac{3a}{l} \right) a = -\frac{a^2}{l}.$$

$$S_{q_{8-9}} = 3 \left( -\frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 1,5}{6 \cdot 1,5} \cdot 3 \cdot 1,5 - \frac{1,5^2}{2 \cdot 1,5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 1,5}{6 \cdot 1,5} \cdot 2 \cdot 1,5 \right) = -4,125 \text{ кН}.$$

Суммарное усилие:

$$S_{8-9} = S_{P_{8-9}} + S_{q_{8-9}} = -96,72 - 4,125 = -100,845 \text{ кН}.$$

Стержень  $S_{8-9}$  сжат.

### Библиографический список

1. Доркин, В.В. Металлические конструкции : учебник / В.В. Доркин, М.П. Рябцева. – М. : Инфра-М, 2010. – 457 с.
2. Константинов, И.А. Строительная механика : учебник / И.А. Константинов, В.В. Лалин, И.И. Лалина. – М. : Проспект, 2015. – 432 с.
3. Москалев, Н.С. Металлические конструкции : учебник / Н.С. Москалев, Я.А. Пронозин. – М. : АСВ, 2010. – 344 с.
4. Юсупов, А.К. Металлические конструкции в вопросах, в ответах и в проектировании / А.К. Юсупов. – М. : Типография ДНЦ РАН, 2010. – 807 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Исходные данные к задачам для соответствующих вариантов

Вариант	Номер задачи									
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
	$G_k, \text{кН}$	$G_{ep}, \text{кН}$	–	$Q, \text{кН}$	$X, \text{м}$	$X, \text{м}$	$X, \text{м}$	$X, \text{м}$	$X, \text{м}$	$X, \text{м}$
<b>1</b>	14	11		3,0	0,1	0,6	12,2	1,0	0,1	2,3
<b>2</b>	15	12		3,5	0,4	0,8	12,4	1,2	0,4	2,5
<b>3</b>	16	13		4,0	0,7	1,0	12,6	1,4	1,0	2,7
<b>4</b>	17	14		4,5	1,0	1,2	12,8	1,6	1,3	2,9
<b>5</b>	18	15		5,0	1,3	1,4	13,0	1,8	1,6	3,1
<b>6</b>	19	16		5,5	1,6	1,6	13,2	2,0	1,9	3,3
<b>7</b>	20	17		6,0	1,9	1,8	13,4	2,2	2,2	3,5
<b>8</b>	21	18		6,5	2,2	2,0	13,6	2,4	2,5	3,7
<b>9</b>	22	19		7,0	2,5	2,2	13,8	2,6	2,8	3,9
<b>10</b>	23	20		7,5	2,8	2,4	14,0	2,8	3,1	4,1
<b>11</b>	24	21		8,0	3,1	2,6	14,2	3,0	3,4	4,3
<b>12</b>	25	22		8,5	3,4	2,8	14,4	3,2	3,7	4,5
<b>13</b>	26	23		9,0	3,7	3,0	14,6	3,4	4,0	4,7
<b>14</b>	27	24		9,5	4,0	3,2	14,8	3,6	4,3	4,9
<b>15</b>	28	25		10,0	4,3	3,4	15,0	3,8	4,6	5,1
<b>16</b>	29	26		10,5	4,6	3,6	15,2	4,0	4,9	5,3
<b>17</b>	30	27		11,0	4,9	3,8	15,4	4,2	5,2	5,5
<b>18</b>	31	28		11,5	5,2	4,0	15,6	4,4	5,5	5,7
<b>19</b>	32	29		12,0	5,5	4,2	15,8	4,6	5,8	5,9
<b>20</b>	33	30		12,5	5,8	4,4	16,0	4,8	6,1	6,1
<b>21</b>	34	31		13,0	6,1	4,6	16,2	5,0	6,4	6,3
<b>22</b>	35	32		13,5	6,4	4,8	16,4	5,2	6,7	6,5
<b>23</b>	36	33		14,0	6,7	5,0	16,6	5,4	7,0	6,7
<b>24</b>	37	34		14,5	7,0	5,2	16,8	5,6	6,3	6,9
<b>25</b>	38	35		15,0	7,3	5,4	17,0	5,8	6,6	7,1
<b>26</b>	39	36		15,5	7,6	5,6	17,2	6,0	6,9	7,3
<b>27</b>	40	37		16,0	7,9	5,8	17,4	6,2	7,2	7,5
<b>28</b>	41	38		16,5	8,2	6,0	17,6	6,4	7,5	7,7
<b>29</b>	42	39		17,0	8,5	6,2	17,8	6,6	7,8	7,9
<b>30</b>	43	40		17,5	8,8	6,4	18,0	6,8	8,1	8,1