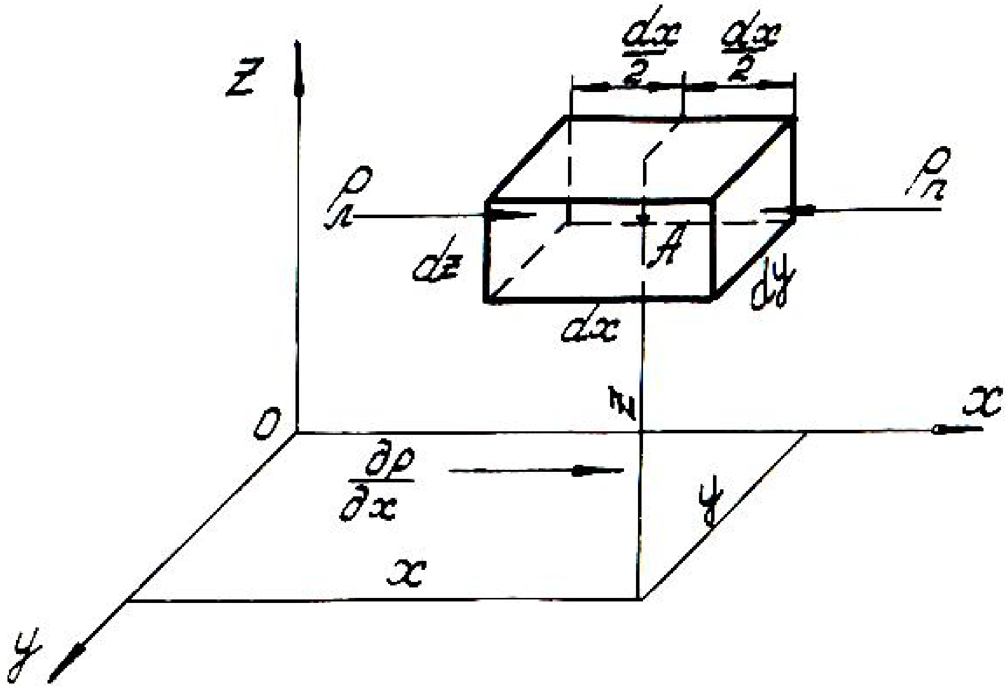
Н.С. Галдин

ГИДРАВЛИКА
(ОСНОВЫ ГИДРОМЕХАНИКИ)

Курс лекций



ТЕМА 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель преподавания дисциплины:

Цель преподавания дисциплины "Гидравлика" заключается в том, чтобы дать основы знаний в области законов равновесия, движения жидкости и газа.

Приобретенные знания и практические навыки необходимы для дальнейшего изучения общетехнических и специальных дисциплин.

Задачи преподавания дисциплины:

– познакомить с основными свойствами жидкости, рабочей жидкости, применяемой в гидроприводах мобильных машин;

– познакомить с основными законами равновесия и движения жидкости и газа, особенностями гидравлического расчета трубопроводов.

Для освоения дисциплины необходимы знания, полученные при изучении следующих дисциплин:

– математика;
– информатика;
– физика;
– теоретическая механика.

В дисциплине «Основы гидромеханики» приобретаются теоретические основы и практические навыки, при освоении которых студент способен приступить к изучению общетехнических и специальных дисциплин в соответствии с учебным планом:

– детали машин и основы конструирования;
– гидравлика и гидропневмопривод;
– конструкции автомобилей и тракторов;
– системы автоматизированного проектирования автомобилей и тракторов;
– проектирование автомобилей и тракторов;
– теория автомобилей и тракторов;

эксплуатация автомобилей и тракторов.

Гидравлика (техническая механика жидкости) является одной из технических наук, составляющих фундамент инженерных знаний. Практическое значение гидравлики возрастает в связи с потребностями современной техники в создании высокопроизводительных средств механизации и автоматизации на основе гидропривода, в решении вопросов проектирования разнообразных гидротехнических сооружений и т.д.

Законы движения жидкости и вопросы использования ее энергии занимали человечество с древнейших времен. Подлинным основателем гидростатики считается греческий ученый Архимед, живший во II в. до н.э. Замечательным трудом является его трактат «О плавающих телах», в котором излагалась теория плавания тел. Примерно с этого же времени началось использование энергии движущейся жидкости в практических целях. Архимед изобрел водоподъемный механизм (архимедов винт), являющийся прообразом корабельных и воздушных винтов. В начале I в до. н.э. Герон Александрийский изобрел водяные часы, пожарный насос и др. В дальнейшем теоретические работы по гидравлике велись вплоть до XV в. разрозненно, без связи между собой.

В XVI – XVII вв. в гидростатике был достигнут значительный прогресс, что было вызвано техническими запросами (строительством каналов, плотин, других гидротехнических сооружений, дальними океанскими плаваниями и т.д.). С.Стевин (1548 – 1620) в 1586 г. произвел расчет давления жидкости на дно и боковые стенки сосудов. В особую заслугу С.Стевину надо поставить открытие и разъяснение гидростатического парадокса. В 1612 г. Г.Галилей (1564 – 1642) сформулировал условия равновесия жидкости и теоретически подтвердил справедливость закона Архимеда о плавании тел в своей работе «Рассуждение о телах, пребывающих в воде». Вместе с Г.Галилеем основоположником классической гидростатики считается Б.Паскаль (1623 – 1662). Он первый оперирует представлением о передаче давления через жидкость и формулирует таким образом принцип гидравлического пресса, который служит основой конструирования многих гидравлических машин. Б.Паскаль переоткрыл явления гидростатического парадокса. И.Ньютон (1642 – 1727) высказал основные положения о внутреннем трении в жидкости.

Гидравлика как самостоятельная наука, возникла лишь в XVIII в. Ее основоположниками были академики Российской Академии наук М.В.Ломоносов (1711 – 1765), Л.Эйлер (1707 – 1783) и Д.Бернулли (1700 – 1782). М.В.Ломоносов впервые сформулировал закон сохранения вещества и энергии, а также выполнил ряд работ по прикладным вопросам механики жидкости. Л.Эйлер – основоположник классической гидромеханики, а Д.Бернулли – основоположник инженерной гидравлики.

С конца XVIII в. многие ученые и инженеры (А.Шези, А.Дарси, А.Базен, В.Вейсбах и др.) опытным путем изучали движение воды в различных частных случаях, в результате чего гидравлика обогатилась значительным числом эмпирических формул.

В XIX и начале XX в. гидравлика как самостоятельная наука быстро продвинулась вперед. В это время Н.П.Петров (1836 – 1920) опубликовал свои работы по гидродинамической теории смазки, являющейся одним из разделов гидродинамики. В развитии учения о движении жидкости (газов) велика роль Д.И.Менделеева (1834 – 1907), он впервые предсказал существование двух режимов течения жидкости, которые позднее были экспериментально подтверждены английским физиком О.Рейнольдсом (1842 – 1912). Н.Е.Жуковским (1847 – 1921) были выполнены исследования по гидравлическому удару в водопроводных трубах, а также ряд других исследований в области водоснабжения и гидротехники.

В XX в. быстрый рост гидротехники, теплоэнергетики, гидромашиностроения, а также авиационной техники привели к интенсивному развитию гидравлики, которое характеризуется синтезом теоретических и экспериментальных методов.

Большой вклад в развитие современной гидравлики внесли советские ученые Н.Н.Павловский (теория равномерного и неравномерного движения жидкости), А.Н.Колмогоров (теория турбулентности), С.А.Христианович (теория неустановившегося движения жидкости) и другие.

Отечественная наука в области объемного и гидродинамического привода всегда занимала и в настоящее время занимает ведущую роль.

ТЕМА 2. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Жидкость – физическое тело, обладающее свойством текучести и почти полным отсутствием сопротивления разрыва.

Текучесть жидкости – это отсутствие собственной формы, т.е. способность жидкости принимать форму сосуда, в который она помещена.

Жидкости в гидромеханике делят на два вида: капельные и газообразные. К капельным жидкостям относятся вода, нефть, бензин, ртуть, спирт, масло и др.

Эти жидкости в малых объемах принимают форму капли, а в больших для них характерно наличие поверхности раздела с газом – свободной поверхности.

Капельные жидкости характеризуются:

– большим сопротивлением сжатию (практически несжимаемы);

– малым сопротивлением растягивающим и касательным усилиям (незначительные силы сцепления и трения между частицами жидкости);

– незначительной температурной расширяемостью;

– наличием свободной поверхности – поверхности раздела между газообразной средой и жидкостью.

Газообразные жидкости – это легко сжимаемые газы (воздух, азот, кислород и др.).

В дальнейшем под термином «жидкость» будем понимать только капельную жидкость.

Существуют два понятия: реальная жидкость и идеальная жидкость.

Реальная жидкость – это жидкость, существующая в природе.

Идеальная жидкость – это несжимающаяся, нерасширяющаяся, обладающая абсолютной подвижностью частиц, отсутствием сил внутреннего трения.

Это понятие введено для облегчения решения задач гидромеханики.

Плотность и удельный вес

Основными физическими свойствами жидкостей являются: плотность, удельный вес, сжимаемость, вязкость. А для жидкостей, применяемых в гидроприводах, еще и смазывающая способность, физическая, механическая, химическая стабильность.

Распределение жидкости по объему характеризуется плотностью и удельным весом.

Плотность жидкости ρ – это отношение массы однородной жидкости к ее объему:

$$\rho = \frac{m}{V}, \tag{1.1}$$

где m – масса жидкости; V– объем жидкости.

Понятие относительной плотности широко используется в гидравлике.

Относительной плотностью жидкости ρ_0 называется отношение плотности жидкости к плотности воды $\rho_В$, взятой при t = 3,98 °С, т.е.

$$\rho_0 = \frac{\rho}{\rho_В}. \tag{1.2}$$

Относительная плотность – величина безразмерная.

Удельный вес жидкости γ– это отношение веса жидкости G к ее объему:

$$\gamma = \frac{G}{V}. \tag{1.3}$$

Между удельным весом и плотностью существует следующая связь: т.к. согласно закону Ньютона масса и вес связаны соотношением $G = mg$, где g – ускорение свободного падения, то

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g. \tag{1.4}$$

Относительный удельный вес жидкости γ_0 при определенной температуре этой жидкости можно найти из равенства

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_t}{\gamma_В}, \qquad (1.5)$$

где γ_t – удельный вес жидкости, взятый при определенной температуре; $\gamma_В$ – удельный вес воды, взятый при t = 3,98 °С.

Плотность, так же как и удельный вес, зависит от давления и температуры. Плотность и удельный вес жидкостей уменьшаются с повышением температуры и уменьшением давления. Вода в диапазоне от 0 до 3,98 °С представляет исключение: при t = 3,98 °С вода характеризуется наибольшими значениями ρ и γ.

Следующее свойство: удельный объем.

Удельный объем – это величина, обратная плотности:

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{V}{m}. \qquad (1.6)$$

Отсюда можем записать, что $v\,\rho = 1$.

Мы рассмотрели общие свойства жидкости..

Сжимаемость жидкости

Сжимаемость жидкости – это свойство жидкости изменять свой объем (плотность) при изменении давления и температуры.

Величина сжатия, зависящая от давления, характеризуется коэффициентом объемного сжатия β_V (β_p).

Коэффициент объемного сжатия показывает относительное изменение объема жидкости, приходящееся на единицу изменения давления:

$$\beta_V = -\frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta p}, \qquad (1.7)$$

где V_0 – начальный объем жидкости (при начальном давлении p_0); $\Delta V = V_p - V_0$ – изменение объема жидкости при изменении давления на величину $\Delta p = p - p_0$.

Знак «–» в формуле обусловлен тем, что положительному приращению давления соответствует отрицательное приращение (уменьшение) объема.

Единицы измерения β_V: СИ – м2/Н, СГС – см2/дин, МКГСС – м2/кгс.

Например, для минеральных масел, применяемых в гидроприводах, значения β_V (при t = 20 °C) равны: β_V = 60,4 · 10-11 м2/Н при 7 МПа, β_V = 44·10-11 м2/Н при 70 МПа. Величина β_V весьма мала. В практических задачах изменением объема (плотности) при изменении давления пренебрегают. Однако обязательно учитывают при гидроударе, колебаниях жидкости.

Следующим параметром, характеризующим сжимаемость, является объемный модуль упругости.

Объемный модуль упругости E – это величина обратная коэффициенту объемного сжатия жидкости:

$$E = \frac{1}{\beta_V}. \tag{1.8}$$

Единицы измерения E: в системе СИ – Н/м2, СГС – дин/см2, МКГСС – кгс/м2.

Значения β_V и E зависят от давления и температуры, т.е. $\beta_V = f(p, t)$, $E = f(p, t)$. Обычно с ростом давления значение E увеличивается, а с ростом температуры значение E уменьшается.

Различают адиабатический и изотермический модули объемной упругости жидкости. Адиабатический модуль упругости по величине больше изотермического и применяется при исследовании быстро – протекающих (динамических) процессов, т.е. когда отсутствует теплообмен из-за инерционности тепловых свойств жидкости. Изотермический модуль упругости является статическим показателем и используется при изучении статических и динамических низкочастотных процессов, когда температура жидкости очень медленно изменяется при медленном сжатии жидкости или остается постоянной: $E_{ад} \cong 1{,}5E_{из}$.

Модуль упругости минеральных масел, применяемых в гидроприводах, находится в пределах 1350…1750 МПа, а воды ~ 2000 МПа.

Следующий коэффициент, который рассмотрим, называется коэффициентом температурного расширения. Коэффициент температурного расширения показывает относительное изменение объема жидкости, приходящееся на единицу изменения температуры:

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V_0} \cdot \frac{1}{\Delta t}, \tag{1.9}$$

где $\Delta V = V_t - V_0$ – изменение объема жидкости, вызванное изменением температуры на величину $\Delta t = t - t_0$.

Объем жидкости при нагревании до температуры t вычисляется по формуле

$$V_t = V_0(1+\beta_t \Delta t) = V_0[1+\beta_t(t-t_0)]. \quad (1.10)$$

Это следует учитывать при расчете емкостей.

Для минеральных масел, применяемых в гидроприводах, $\beta_t \approx$ $\approx$0,00006…0,00085 1/ °С.

Коэффициенты температурного расширения для жидкостей значительно выше их коэффициентов объемного сжатия, тем не менее, они также очень малы. Поэтому на практике для большинства инженерных расчетов их не учитывают.

Следующее важное свойство жидкости, которое рассмотрим, называется вязкостью.

Вязкость жидкости

Вязкость – это свойство реальной жидкости оказывать сопротивление относительному перемещению (сдвигу) отдельных частиц или слоев жидкости при приложении внешних сил. Вязкость проявляется лишь при течении жидкости.

Рассмотрим поток жидкости (рис. 1.1), условно состоящий как бы из отдельных слоев. Обозначим оси в прямоугольной системе координат. По оси абсцисс отложим скорость частиц жидкости в слое V, а по оси ординат – расстояние между слоями y.

Если ось V находится на дне водоема, то скорость в точке О равна нулю. Слои жидкости движутся с различной скоростью. Скорости слоев изменяются по параболической кривой.

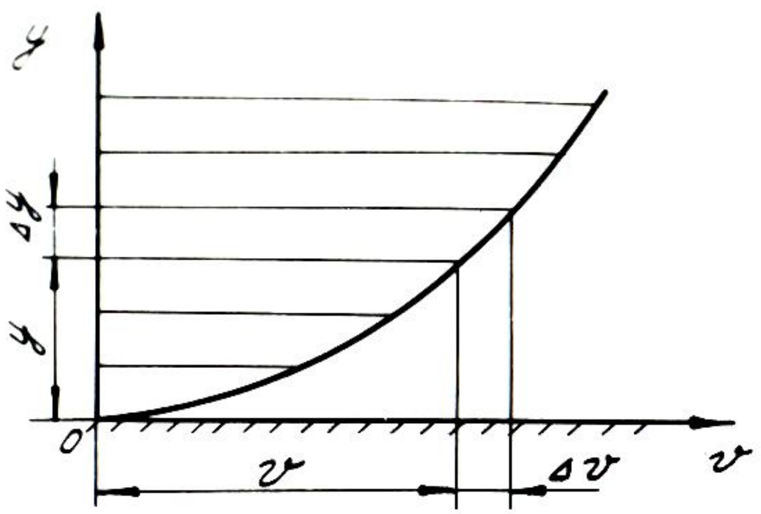


Рис. 1.1. Течение вязкой жидкости вдоль твердой стенки

При течении вязкой жидкости происходит проскальзывание между слоями жидкости, которое сопровождается возникновением касательных напряжений (напряжений трения).

Удельная сила трения – это сила внутреннего трения между слоями жидкости, приходящаяся на единицу поверхности.

Согласно гипотезе, высказанной И. Ньютоном в 1686 году и экспериментально обоснованной проф. Н.П.Петровым в 1883 году, удельная сила трения (касательные напряжения в жидкости τ) прямо пропорциональна поперечному градиенту скорости и зависит от рода жидкости.

Таким образом, τ определяется по формуле (закон вязкого трения Ньютона)

$$\tau = \mu \frac{\Delta V}{\Delta y}, \qquad (1.11)$$

где μ – динамический коэффициент вязкости; $\Delta V / \Delta y$ – поперечный градиент скорости. Градиент скорости характеризует изменение скорости, приходящееся на единицу длины между слоями в направлении оси у.

Градиент скорости показывает интенсивность сдвига слоев жидкости в данной точке.

Сила трения между слоями жидкости определяется по формуле

$$T = S\tau = S\mu \frac{\Delta V}{\Delta y}, \qquad (1.12)$$

где S – площадь соприкасающихся слов.

Единицы измерения μ: СИ – Н·с/м2, СГС – П = дин·с/см2, МКГСС – кг·с/м2.

На практике наиболее часто пользуются не динамическим коэффициентом вязкости, а его отношением к плотности жидкости, называемым кинематическим коэффициентом вязкости.

Кинематический коэффициент вязкости ν – это отношение динамического коэффициента вязкости к плотности жидкости:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}. \qquad (1.13)$$

Единицы измерения кинематического коэффициента вязкости ν: СИ – м2/с, СГС – см2/с = 1 Ст (стокс).

Стокс – большая величина. На практике пользуются сотыми долями – сантистоксами: 1 сСт = 10-2 Ст.

Значения вязкости приводятся в таблицах при определенной температуре жидкости (обычно при + 50 °С). Вязкость капельных жидкостей зависит от рода жидкости, давления и температуры. От температуры вязкость зависит в сильной степени: при увеличении температуры вязкость уменьшается.

Зависимость вязкости от давления существенно проявляется лишь при относительно больших изменениях давления: вязкость увеличивается с ростом давления.

Индекс вязкости характеризует степень постоянства вязкости жидкости при изменении температуры. Чем выше индекс вязкости, тем более пологой является кривая зависимости вязкости от температуры (рис. 1.2). Наилучшей жидкостью является жидкость со стабильной вязкостью во всем интервале рабочих температур.

Индекс вязкости (ИВ) определяют, сравнивая кривую $\nu = \nu(t)$ исследуемого масла с кривыми $\nu_1 = \nu_1(t)$, $\nu_2 = \nu_2(t)$ двух эталонных масел с одинаковой вязкостью ν_{100} при t = 100 °C . Первое их этих масел (кривая 1) имеет пологую характеристику и условно имеет ИВ= = 100, а второе имеет крутую характеристику (кривая 2) и условно имеет ИВ = 0. Обычно для индустриальных масел ИВ = 70…100, для загущенных ИВ = 120…180. Практически ИВ определяют по номограммам.

Вязкость жидкостей измеряют опытным путем при помощи вискозиметров. Наиболее распространенным является вискозиметр Энглера (рис. 1.3), который представляет цилиндрический сосуд ∅ 106 мм с короткой трубкой ∅ 2,8 мм, встроенной в дно.

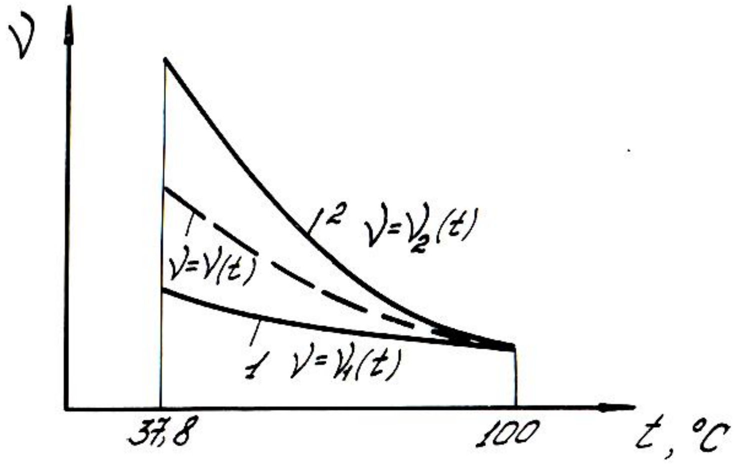


Рис. 1.2. Зависимость кинематического коэффициента вязкости от температуры

Время t истечении 200 см3 испытуемой жидкости из вискозиметра через эту трубку под действием силы тяжести, деленное на время $t_{\text{вод}}$ истечения того же объема дистиллированной воды при 20 °C, выражает вязкость в градусах Энглера:

$$
{}^0E = \frac{t}{t_{вод}}, \qquad (1.14)
$$

где $t_{вод} = 51{,}6$ с.

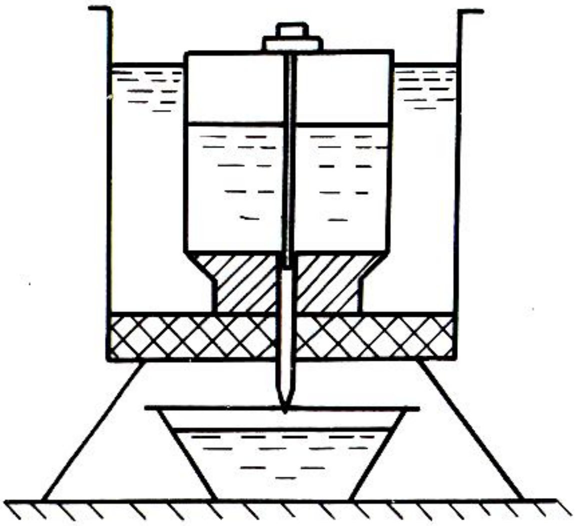


Рис. 1.3. Принципиальная схема вискозиметра Энглера

Для пересчета градусов Энглера в стоксы в случае минеральных масел применяют формулу Уббелоде:

$$
\nu = \left(0{,}0731\,{}^0E - \frac{0{,}0631}{{}^0E}\right)\frac{см^2}{с}. \qquad (1.15)
$$

Особые состояния жидкости

Растворение газов в жидкости

Все жидкости, в том числе и рабочие жидкости гидросистем обладают способностью растворять газ, а при определенных условиях выделять его в виде пузырьков.

Относительное количество газа, которое может раствориться в жидкости до ее насыщения, по закону Генри прямо пропорционально давлению на поверхности раздела, т.е.:

$$
\frac{V_г}{V_ж} = k\frac{p}{p_0}, \qquad (1.16)
$$

где $V_г$ – объем растворенного газа, приведенный к нормальным условиям p_0, T_0; $V_ж$ – объем жидкости; p – давление; k – коэффициент растворимости.

Для воды коэффициент растворимости воздуха k = 0,016, для керосина k = 0,127, для минеральных масел k = 0,07…0,11.

Наличие газа в жидкости ухудшает или полностью исключает нормальную работу гидропривода, в частности, нарушается плавность движения приводимых узлов, понижается производительность насосов, появляется запаздывание действия гидропривода и др.

Кавитация

Кавитацией называется выделение из жидкости паров и газа (местное закипание жидкости), обусловленное местным падением давления в потоке, с последующей конденсацией паров в области более высокого давления.

При кавитации нарушается неразрывность потока жидкости, происходят местные гидравлические удары с повышением давления до 100 МПа и выше.

Кавитация – крайне вредное явление, приводящее к разрушению элементов гидропривода.

Физическая стабильность жидкости – способность ее длительно сохранять свои первоначальные физические свойства (вязкость, плотность, смазывающую способность) при работе на высоких давлениях.

Механическая стабильность – способность жидкости работать при значительной вибрации без расслоения на компоненты.

Химическая стабильность жидкости – устойчивость жидкости к окислению кислородом воздуха. При окислении из жидкости выпадает осадок в виде смолы и коксоподобных веществ, которые, попадая в зазоры гидроаппаратов, парализуют их работу. Заращивание щелей гидроаппаратов называется облитерацией.

К рабочим жидкостям, применяемым в гидроприводах, предъявляют следующие основные требования:

высокий индекс вязкости;

хорошая смазывающая способность;

физическая, механическая стабильность при хранении и эксплуатации.

ТЕМА 3. СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ В ЖИДКОСТИ, ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ

Гидростатика – это раздел гидравлики, в котором изучаются законы равновесия жидкостей и их практические приложения (взаимодействие этой жидкости с ограничивающими ее поверхностями, равновесие твердых тел полностью или частично погруженных в жидкость).

Когда жидкость находится в равновесии, т.е. в состоянии покоя, то она характеризуется свойствами, очень близкими к свойствам идеальной жидкости.

Все задачи гидростатики, рассматриваемые с использованием понятия об идеальной жидкости, решаются с большой точностью.

Силы, действующие на жидкость, давление в жидкости

Вследствие текучести жидкости (подвижности ее частиц), в ней не могут действовать сосредоточенные силы, а возможно лишь действие сил непрерывно распределенных по ее объему (массе) или по поверхности.

Жидкость, находящаяся в покое, подвергается действию внешних сил двух категорий: массовых сил и поверхностных сил.

Массовые силы пропорциональны массе жидкости (а для однородных жидкостей и ее объему). Это силы тяжести и силы инерции.

Поверхностные силы – это силы, действующие на поверхности объемов жидкости. Эти силы обусловлены непосредственным воздействием соседних объемов жидкости на данный объем или же воздействием других тел, соприкасающихся с данной жидкостью. Например, давление атмосферы на поверхность жидкости в открытом сосуде.

Как массовые, так и поверхностные силы обычно рассматривают в виде единичных сил. Массовые силы относят к единице массы, а поверхностные – к единице площади.

Так как массовая сила равна произведению массы на ускорение, то единичная массовая сила численно равна соответствующему ускорению.

Например, сила тяжести равна $G = mg$, единичная массовая сила равна $m_G = \frac{G}{m} = \frac{mg}{m} = g$.

Выполним рисунок, который поможет разобраться в том, что такое гидростатическое давление.

Рассмотрим некоторый объем покоящейся жидкости, находящейся в сосуде произвольной формы (рис. 2.1). Мысленно разделим этот объем на две части произвольной плоскостью ОО и уберем I часть. Для сохранения равновесия II части к ней необходимо приложить силу R, действующую в общем случае на поверхность площадью S под некоторым углом к ней. Силу R можно разложить на нормальную F и тангенциальную T составляющие силы.

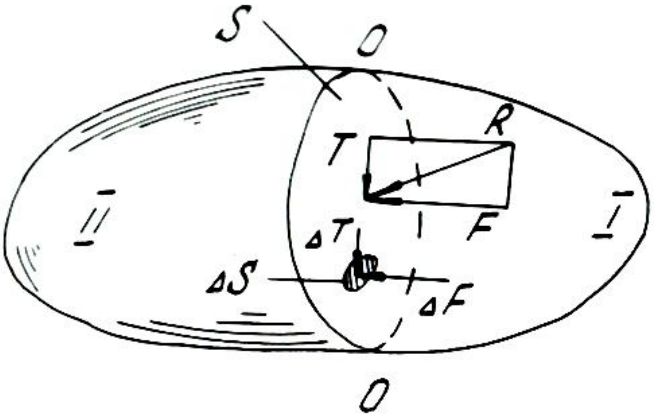


Рис. 2.1. Схема определения гидростатического давления

Нормальная составляющая – сила F – называется силой давления.

Отношение силы давления к площади обозначается $p_{ср}$ и называется средним гидромеханическим давлением, или давлением, т.е.

$$p_{ср} = \frac{F}{S}. \tag{2.1}$$

Давление в данной точке равно пределу отношения $\frac{\Delta F}{\Delta S}$ при $\Delta S \to 0$ и обозначается p, т.е.

$$p = \lim \frac{\Delta F}{\Delta S}. \tag{2.2}$$

Касательные напряжения в жидкости, т.е. напряжения силы трения обозначаются τ и определяются по формулам:

$$\tau_{ср} = \frac{T}{S}; \qquad \tau = \lim \frac{\Delta T}{\Delta S}. \tag{2.3}$$

Когда жидкость находится в покое, то касательные напряжения отсутствуют и имеет место только гидромеханическое давление, которое называется **гидростатическим давлением**.

Свойства гидростатического давления

Свойство 1. Гидростатическое давление всегда направлено по внутренней нормали к площадке, на которую оно действует. Это следует из определения гидростатического давления, как единичной поверхностной силы давления.

Свойство 2. В любой точке жидкости гидростатическое давление по всем направлениям одинаково, оно не зависит от ориентации площадки, на которую действует.

Для доказательства этого свойства выделим в неподвижной жидкости некоторый элементарный объем в форме тетраэдра с ребрами dx, dy, dz (рис. 2.2). Три грани тетраэдра лежат в координатных плоскостях, а наклонная грань является замыкающей. Обозначим через p_x гидростатическое давление, действующее на грань, нормальную к оси x, аналогично обозначим давления p_y, p_z. Гидростатическое давление, действующее на наклонную грань, обозначим p_n, а площадь этой грани через S_n.

Помимо поверхностных сил на выделенный объем жидкости действует массовая сила. Проекции единичной массовой силы (т.е. ускорений) на оси координат обозначим g_x, g_y, g_z.

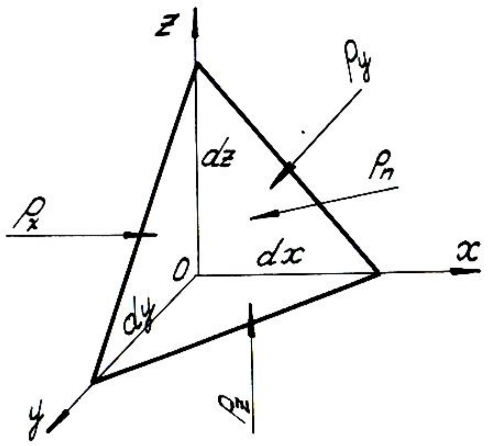


Рис. 2.2. Схема, иллюстрирующая свойства гидростатического давления

Составим уравнения равновесия выделенного объема жидкости. Из теоретической механики известно, что если тело находится в равновесии, то сумма проекций на оси x, y, z всех действующих на него сил равна нулю.

Для рассматриваемого тетраэдра можно записать условия равновесия:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} p_x dydz - p_n S_n \cos(n \hat{} x) + \frac{1}{6} g_x \rho dxdydz = 0; \\ \frac{1}{2} p_y dxdz - p_n S_n \cos(n \hat{} y) + \frac{1}{6} g_y \rho dxdydz = 0; \\ \frac{1}{2} p_z dxdy - p_n S_n \cos(n \hat{} z) + \frac{1}{6} g_z \rho dxdydz = 0. \end{cases} \tag{2.4}$$

Так как $S_n \cos(n \hat{} x) = \frac{1}{2} dydz$; $S_n \cos(n \hat{} y) = \frac{1}{2} dxdz$; $S_n \cos(n \hat{} z) = \frac{1}{2} dxdy$, то разделив первое уравнение системы (2.4) на $\frac{1}{2} dydz$, получим уравнение

$$p_x - p_n + \frac{1}{3} g_x \rho dx = 0. \tag{2.5}$$

При стремлении размеров тетраэдра к нулю $(dx \to 0)$ последний член уравнения стремится к нулю. Следовательно, в пределе получим $p_x = p_n$.

Аналогично находим $p_y = p_n$; $p_z = p_n$.

Или $$p_x = p_y = p_z = p_n. \tag{2.6}$$

Так как размеры тетраэдра dx, dy, dz взяты произвольно, то и наклон площадки S_n произволен и, следовательно, в пределе при стягивании тетраэдра в точку давление в этой точке по всем направлениям будет одинаково.

ТЕМА 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ЖИДКОСТИ (УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА)

В прямоугольной системе координат с осями x, y, z рассмотрим элементарный объем жидкости в форме прямоугольного параллелепипеда с ребрами, параллельными координатным осям и соответственно равными

dx, dy, dz (рис. 2.3). В центре параллелепипеда возьмем точку А с координатами x, y, z.

Покажем, что на левую грань действует гидростатическое давление $p_л$, на правую $p_п$. Покажем, что вдоль оси x действует градиент давления $\partial p / \partial x$. Проекции единичной массовой силы (ускорений) на оси координат обозначим g_x, g_y, g_z. Окружающая жидкость заменена силами, действующими на все грани параллелепипеда.

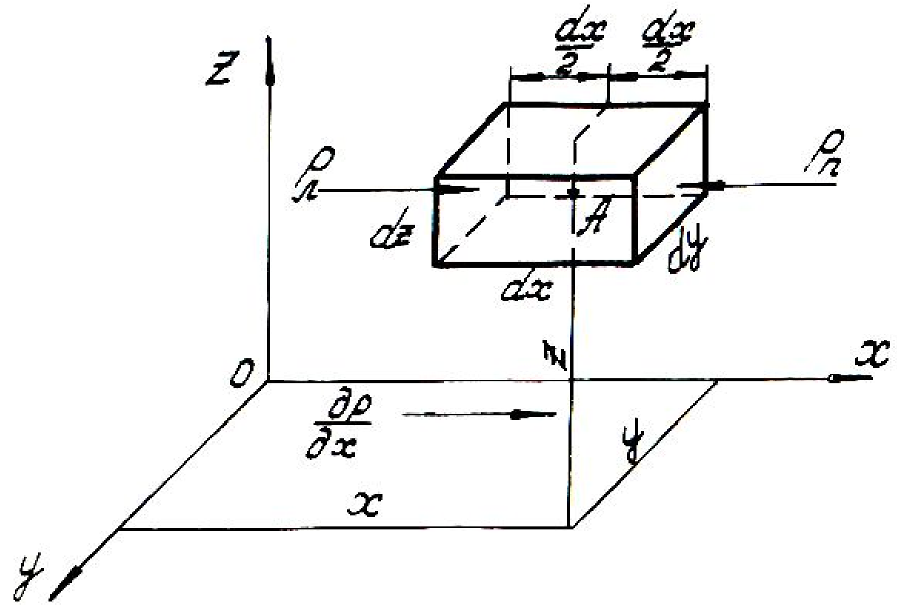


Рис. 2.3. Схема к выводу дифференциального уравнения равновесия жидкости

Предположим, что в точке А действует давление p, тогда на боковые грани действуют давления:

$$p_л = p - \frac{1}{2} dx \frac{\partial p}{\partial x}; \tag{2.7}$$

$$p_п = p + \frac{1}{2} dx \frac{\partial p}{\partial x}. \tag{2.8}$$

Соответствующие силы, действующие на левую и правую грани, могут быть определены следующим образом:

$$F_л = \left(p - \frac{1}{2} dx \frac{\partial p}{\partial x} \right) dzdy; \tag{2.9}$$

$$F_п = \left(p + \frac{1}{2} dx \frac{\partial p}{\partial x} \right) dzdy \quad . \qquad (2.10)$$

Кроме поверхностных сил на выделенный элементарный объем жидкости действуют также массовые силы. Так, вдоль оси x действует ускорение g_x и вызывает массовую силу F_x:

$$F_x = g_x m = g_x \rho dxdydz \quad . \qquad (2.11)$$

Объем жидкости находится в покое (равновесии), следовательно, сумма проекций всех сил на ось x равна нулю, т.е.

$$\left(p - \frac{1}{2} dx \frac{\partial p}{\partial x} \right) dydz - \left(p + \frac{1}{2} dx \frac{\partial p}{\partial x} \right) dydx + g_x \rho dxdydz = 0 \quad . \qquad (2.12)$$

Проведя алгебраические преобразования, получим

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g_x \quad . \qquad (2.13)$$

Аналогично можно рассмотреть равновесие элементарного объема жидкости по осям y, z. В результате получим систему трех дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} = \rho g_x; \\ \dfrac{\partial p}{\partial y} = \rho g_y; \\ \dfrac{\partial p}{\partial z} = \rho g_z. \end{cases} \qquad (2.14)$$

Полученные уравнения представляют собой общие условия равновесия жидкости в дифференциальной форме. Система дифференциальных уравнений гидростатики называется уравнениями Эйлера. Получены Леонардом Эйлером в 1755 году.

Из уравнений видно, что приращение гидростатического давления в направлении какой-либо координатной оси равно произведению плотности на проекцию результирующего ускорения на ту же ось, т.е. приращение давления в покоящейся жидкости происходит за счет массовых сил.

Умножим уравнения системы (2.14) соответственно на dx, dy и dz и сложим почленно, получим

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho \left(g_x dx + g_y dy + g_z dz \right) \quad . \qquad (2.15)$$

Левая часть уравнения представляет собой полный дифференциал давления dp. В окончательном виде запишем, что

$$dp = \rho\left(g_x dx + g_y dy + g_z dz\right). \qquad (2.16)$$

Полученное уравнение (2.16) выражает функциональную зависимость давления от плотности жидкости и координат точек в пространстве и позволяет определить величину давления в любой точке жидкости, находящейся в равновесии.

Уравнение (2.16) называется приведенным дифференциальным уравнением равновесия жидкости.

Уравнение поверхности равного давления

Поверхность равного давления – это поверхность, во всех точках которой давления равны, т.е. если $p = const$, то $dp = 0$.

Запишем уравнение (2.16) для поверхности равного давления. Уравнение поверхности равного давления имеет вид:

$$g_x dx + g_y dy + g_z dz = 0. \qquad (2.17)$$

Частным случаем такой поверхности является свободная поверхность – поверхность раздела жидкости и газообразной среды.

Основное уравнение гидростатики

Выведем основное уравнение гидростатики, используя приведенное дифференциальное уравнение равновесия жидкости (2.16), рассмотрев частный случай равновесия, когда жидкость находится под действием только сил тяжести.

В прямоугольной системе координат рассмотрим объем жидкости в виде параллелепипеда (рис. 2.4). На свободную поверхность действует внешнее давление p_0. На каком-то расстоянии z от основания рассмотрим сечение параллелепипеда плоскостью, параллельной основанию. В центре сечения возьмем точку А и давление, которое действует в этой точке, обозначим p.

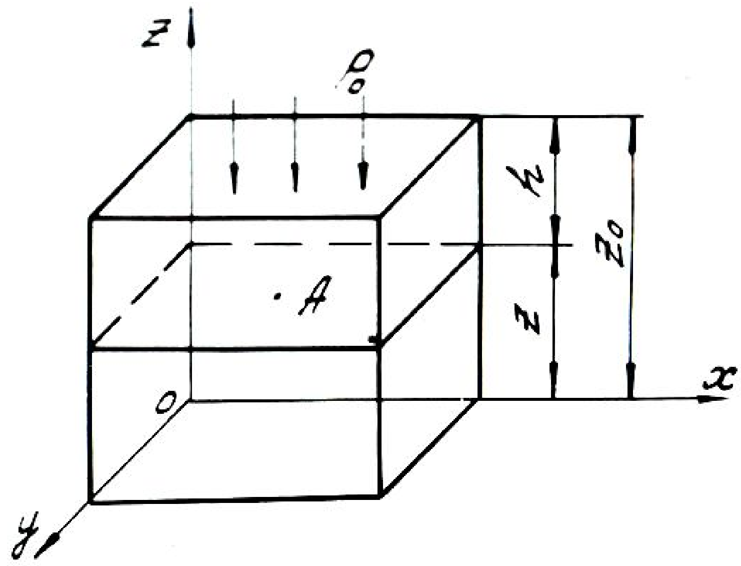


Рис. 2.4. Схема к выводу основного
уравнения гидростатики

Жидкость в неподвижном сосуде находится в поле действия сил тяжести. Аналитически это будет выглядеть таким образом:

$$g_X = 0; \quad g_Y = 0; \quad g_Z = -g, \tag{2.18}$$

где g_X, g_Y, g_Z – проекции ускорений на оси координат; g – ускорение свободного падения.

Подставим значения ускорений в дифференциальное уравнение жидкости (2.16), получим

$$dp = -\rho g dz. \tag{2.19}$$

Проинтегрируем полученное выражение, получим

$$p = -\rho g z + c, \tag{2.20}$$

где c – постоянная интегрирования.

Постоянную интегрирования найдем из условия, записанного для свободной поверхности, т.е. при $z = z_0$; $p = p_0$:

$p_0 = -\rho g z_0 + c,$

отсюда

$$c = p_0 + \rho g z_0. \tag{2.21}$$

Подставим уравнение (2.21) в уравнение (2.20), получим

$$p = -\rho g z + p_0 + \rho g z_0. \tag{2.22}$$

После преобразований получим

$$z+\frac{p}{\rho g}=z_0+\frac{p_0}{\rho g}=\text{const}. \qquad (2.23)$$

Сумма $z+\frac{p}{g}$ называется гидростатическим напором.

Координата z – геометрический напор (геометрическая высота). Величина $\frac{p}{\rho g}=\frac{p}{\gamma}$ – пьезометрический напор (пьезометрическая высота).

Как видно из уравнения (2.23), гидростатический напор есть величина постоянная для всего объема неподвижной жидкости.

Из уравнения (2.22) получим основное уравнение гидростатики:

$$p=p_0+\rho gh. \qquad (2.24)$$

Таким образом, давление в точке покоящейся жидкости зависит от плотности жидкости ρ, расстояния точки от свободной поверхности h и давления p_0, действующего на свободную поверхность жидкости.

Давление абсолютное, избыточное (манометрическое) и вакуумметрическое

В открытых сосудах на свободную поверхность жидкости действует атмосферное давление, которое будем обозначать $p_{ат}$. В этом случае основное уравнение гидростатики можно записать так:

$$p=p_{ат}+\rho gh, \qquad (2.25)$$

где p – абсолютное или полное давление в точке.

То есть гидростатическое давление, определяемое по выражению основного закона гидростатики, называется абсолютным давлением.

Рассмотрим два случая.

1. Если $p > p_{ат}$.

Разность между абсолютным давлением и атмосферным называется избыточным или манометрическим давлением:

$$p_м=p-p_{ат}. \qquad (2.26)$$

Давление $p_м$ может изменяться от нуля до бесконечности.

2. Если $p < p_{ат}$.

Разность между атмосферным давлением и абсолютным, когда последнее меньше атмосферного, называется вакуумметрическим давлением (или давлением разряжения):

$$p_В = p_{ат} - p. \tag{2.27}$$

Оно показывает недостаток давления в данной точке до атмосферного. Давление $p_В$ может изменяться от нуля до $p_{ат}$.

Эпюры давления

Эпюры давления – это графическое изображение распределения давления вдоль какого–либо контура или поверхности (рис. 2.5).

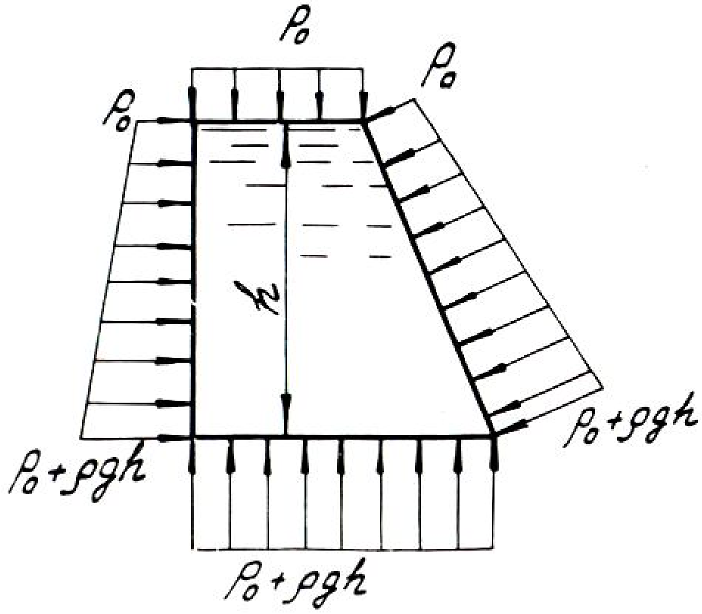


Рис. 2.5. Эпюра давления в сосуде с жидкостью

Закон Паскаля

Согласно закону Паскаля, внешнее давление, производимое на жидкость, заключенную в закрытом сосуде, передается жидкостью во все точки без изменения.

Пусть в сосуде с жидкостью (рис. 2.6) имеется поршень, на который оказывает давление сила F.

Тогда давление на жидкость от силы F определяется по формуле

$$p_F = \frac{F}{S}, \tag{2.28}$$

где S – площадь поршня.

Давления в точках A, B, C (p_A, p_B, p_C) в соответствии с основным законом гидростатики запишутся следующим образом:

$$p_A = p_F + \rho g h_A;$$
$$p_B = p_F + \rho g h_B; \tag{2.29}$$
$$p_C = p_F + \rho g h_C.$$

Из уравнений (2.29) видно, что давление в различных точках имеет различное значение, но составляющая от внешнего давления во всех точках одинакова, следовательно, закон Паскаля доказан.

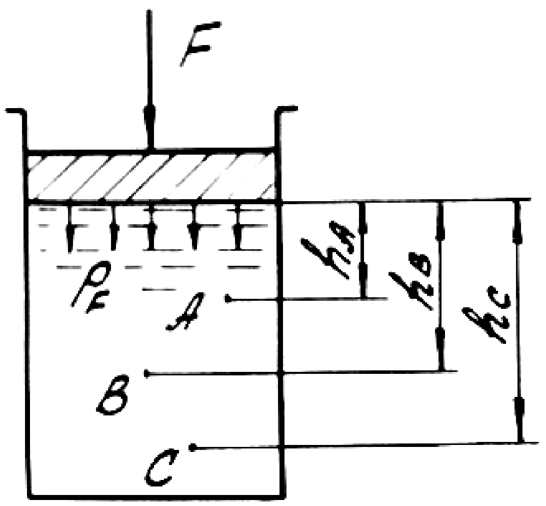


Рис. 2.6. Схема к выводу закона Паскаля

Закон Паскаля лежит в основе всех гидравлических машин объемного действия. Он имеет широкое применение в технике. Используется в механизмах, действие которых основано на передаче давления внутри жидкости. Это гидравлические прессы, тормоза, подъемники и др.

Использование закона Паскаля в технике рассмотрим на примере работы гидравлического пресса, который состоит из двух камер, соединенных между собой гидролинией (рис. 2.7).

В каждой из камер имеется по поршню. В меньшей камере установлен поршень 1 площадью S_1, в большей камере 2 – площадью S_2.

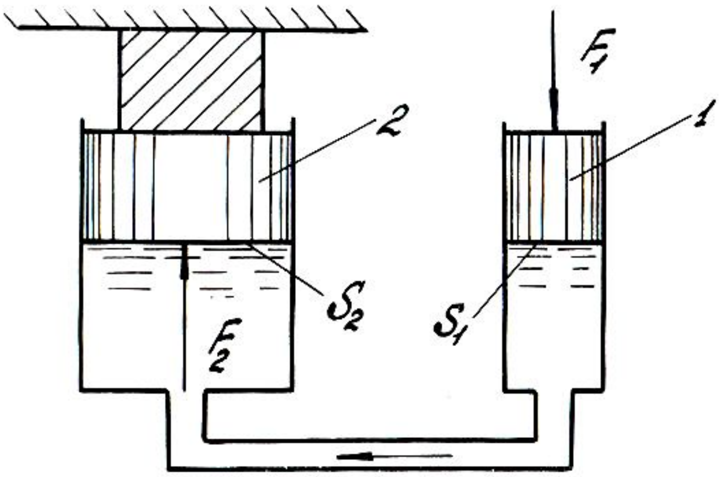


Рис. 2.7. Принципиальная схема
гидравлического пресса

Если к поршню 1 приложить силу F_1, то в жидкости под поршнем создается давление $p_1 = F_1 / S_1$.

Согласно закону Паскаля, это давление передается во все точки жидкости, в том числе в основание поршня 2. Оно создает силу F_2, равную $F_2 = p_1 S_2$.

Таким образом, $F_2 = p_1 S_2 = F_1 \dfrac{S_2}{S_1}$. Следовательно, сила F_2 во столько раз больше силы F_1, во сколько раз площадь $S_2 > S_1$.

Сила давления жидкости на плоскую стенку

В практике часто требуется знать, с какой силой жидкость давит на стенку сосуда и точку приложения этой силы.

Рассмотрим сосуд с плоской боковой стенкой, наклоненной к горизонту под углом α (рис. 2.8). Вычислим силу давления F, действующую со стороны жидкости на определенную фигуру площадью S.

Ось x направим по линии пересечения плоскости стенки со свободной поверхностью жидкости, а ось y перпендикулярно этой линии в плоскости стенки.

Выделенную фигуру вращаем вместе с плоскостью xoy до ее совмещения с плоскостью чертежа.

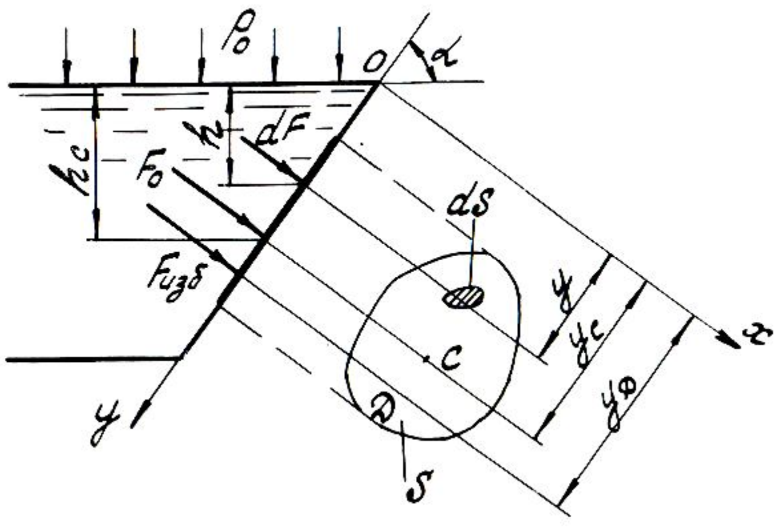


Рис. 2.8. Схема определения силы давления жидкости на плоскую стенку

Обозначим через p_0 давление на свободной поверхности; h – глубину расположения элементарной площадки; C – центр тяжести фигуры.

Для определения силы давления F используем основное уравнение гидростатики (2.24).

Выразим элементарную силу давления dF, приложенную к бесконечно малой площадке dS:

$$dF = pdS = (p_0 + \rho g h)dS. \quad (2.30)$$

Заметим, что $h = y \sin\alpha$.

Для определения полной силы давления F проинтегрируем полученное выражение (2.30) по всей площади S, получим

$$F = p_0 \int_S dS + \rho g \int_S h dS = p_0 S + \rho g \sin\alpha \int_S y dS. \quad (2.31)$$

Интеграл $\int_S y dS$ является статическим моментом площади S относительно оси x и равен произведению площади фигуры на координату центра тяжести y_c, т.е. $\int_S y dS = y_c S$.

Следовательно,

$$F = p_0 S + \rho g \sin\alpha y_c S = p_0 S + \rho g h_c S = (p_0 + \rho g h_c)S = p_c S. \quad (2.32)$$

То есть полная сила давления жидкости на плоскую стенку равна произведению площади стенки на гидростатическое давление p_c в центре тяжести этой площади.

Рассмотрим вопрос о точке приложения силы давления, т.е. определим центр давления.

Так как внешнее давление p_0, действующее на свободную поверхность, передается всем точкам площади S одинаково, то его равнодействующая сила F_0 будет приложена в центре тяжести фигуры S.

Для нахождения точки приложения силы избыточного давления $F_{изб} = \rho g h_c S$ (точка Д) воспользуемся уравнением механики, согласно которому момент равнодействующей силы давления относительно оси x равен сумме моментов составляющих сил, т.е.

$$F_{изб} y_Д = \int_S y dF_{изб}. \tag{2.33}$$

Запишем значения $F_{изб}$ и $dF_{изб}$:

$$F_{изб} = \rho g h_c S = \rho g y_c \sin\alpha S; \tag{2.34}$$

$$dF_{изб} = \rho g h dS = \rho g y \sin\alpha dS. \tag{2.35}$$

Подставляя значения $F_{изб}$ и $dF_{изб}$ в уравнение (2.33), получим

$$\rho g y_c \sin S y_Д = \int_S \rho g \sin\alpha y^2 dS. \tag{2.36}$$

Решаем его относительно $y_Д$:

$$y_Д = \frac{\int_S y^2 dS}{y_c S} = \frac{I_x}{y_c S}, \tag{2.37}$$

где I_x – момент инерции площади фигуры S относительно оси x.

Учитывая, что $I_x = I_{ox} + y_c^2 S$, где I_{ox} – момент инерции площади фигуры S относительно центральной оси, параллельной x, получим

$$y_Д = y_c + \frac{I_{ox}}{y_c S}. \tag{2.38}$$

Таким образом, точка приложения силы $F_{изб}$ расположена ниже центра тяжести площади фигуры.

Если давление p_0 равно атмосферному ($p_0 = p_{ат}$) и воздействует на стенку с обеих сторон, то точка Д и будет центром давления.

Если $p_0 > p_{ат}$, но действует на стенку только с одной стороны, то центр давления находится по правилам механики, как точка приложения двух сил $F_0 = p_0 S$ и $F_{изб} = \rho g h_c S$.

Чем больше p_0, тем очевидно, центр давления будет находиться ближе к центру тяжести площади S.

Если α = 0 (горизонтальное дно сосуда), то сила давления на дно будет равна $F = (p_o + \rho g H)S$.

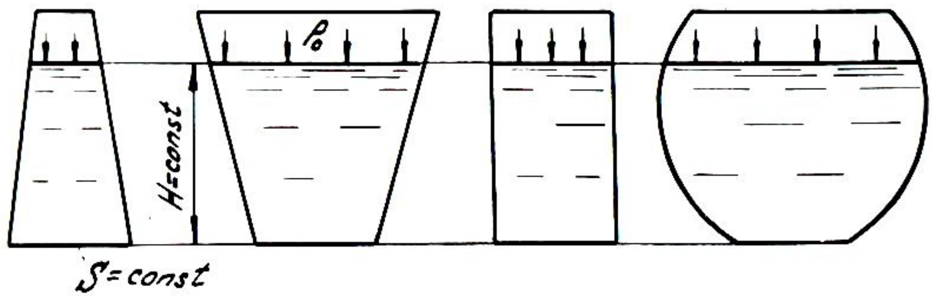


Рис. 2.9. Схема, иллюстрирующая гидростатический парадокс

Вывод: различные по форме сосуды, имеющие одинаковые площади днища и заполненные одинаковой жидкостью на одну и ту же высоту (рис. 2.9), будут иметь одинаковую силу давления на дно, независимо от формы сосуда и количества находящейся в нем жидкости (гидростатический парадокс).

Сила давления жидкости на криволинейную стенку

Задача о силе давления жидкости на криволинейную поверхность в общем случае сводится к определению трех составляющих суммарной силы давления и трех моментов.

На практике чаще всего приходится иметь дело с цилиндрическими или сферическими поверхностями, имеющими плоскость симметрии.

Определение силы давления в этом случае сводится к определению составляющих сил давления по осям координат, а затем и равнодействующей.

Рассмотрим сосуд с жидкостью, имеющий цилиндрическую поверхность АВ с образующей, перпендикулярной плоскости чертежа (рис. 2.10) и определим силу давления жидкости на эту поверхность.

Выделим объем жидкости АВСД, ограниченный рассматриваемой поверхностью АВ, вертикальными поверхностями СВ и АД и свободной поверхностью жидкости.

Покажем действующие силы на выделенный объем жидкости и рассмотрим условия равновесия выделенного объема жидкости в вертикальном и горизонтальном направлениях.

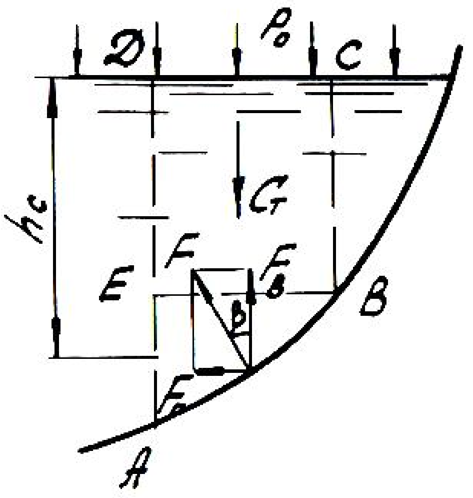


Рис. 2.10. Схема определения силы давления жидкости на стенку

Запишем условие равновесия объема жидкости (АВСД) в вертикальном направлении:

$$p_0 S_Г + G - F_В = 0, \qquad (2.39)$$

где $S_Г$ – площадь горизонтальной проекции поверхности АВ; $G = \rho g V$ – сила тяжести выделенного объема жидкости, здесь V – объем жидкости; $F_В$ – вертикальная составляющая силы давления.

Из данного уравнения следует, что

$$F_В = p_0 S_Г + G. \qquad (2.40)$$

Вертикальная составляющая силы давления жидкости на криволинейную стенку равна силе тяжести жидкости в объеме V, называемом телом давления, и силе давления, действующей на свободную поверхность жидкости.

Тело давления – это объем, ограниченный рассматриваемой криволинейной стенкой, смоченной жидкостью, вертикальной цилиндрической поверхностью, проведенной через контур этой стенки и горизонтальной плоскостью, проведенной по свободной поверхности жидкости.

Условие равновесия того же объема жидкости в горизонтальном направлении запишем с учетом того, что силы давления жидкости на поверхности ДЕ и СВ взаимно уравновешиваются и остается лишь сила давления на поверхность АЕ, т.е.

$$F_{АЕ} - F_{Г} = 0, \tag{2.41}$$

где $F_{АЕ} = p_0 S_В + \rho g h_С S_В$ – сила давления жидкости на поверхность АЕ, имеющую площадь, равную площади вертикальной проекции поверхности АВ – $S_В$, здесь $h_С$ – глубина расположения центра тяжести поверхности АЕ под уровнем свободной поверхности жидкости.

Из данного условия равновесия (2.41) следует, что

$$F_Г = p_0 S_В + \rho g h_Г S_В. \tag{2.42}$$

Определив вертикальную и горизонтальную составляющие полной силы давления, найдем эту силу:

$$F = \sqrt{F_В^2 + F_Г^2}. \tag{2.43}$$

Угол направления β находится из соотношения $\operatorname{tg}\beta = \dfrac{F_Г}{F_В}$:

$$\beta = \operatorname{arctg}\frac{F_Г}{F_В}. \tag{2.44}$$

Когда жидкость расположена снизу поверхности АВ (рис. 2.11), гидростатическое давление во всех точках поверхности АВ имеет те же значения, что и в предыдущем случае, но направления их будут противоположны.

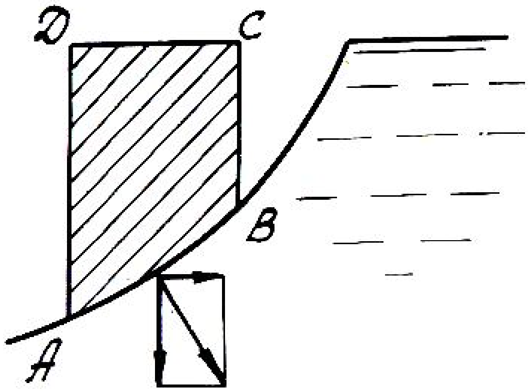


Рис. 2.11. Схема к расчету силы давления жидкости на стенку

Силы $F_В$ и $F_Г$ определяются по формулам (2.40), (2.42), но направлены будут противоположно. Под G понимается сила тяжести жидкости в объеме, равном АВСД, хотя и не заполненном жидкостью.

Закон Архимеда

В покоящуюся жидкость погружено тело произвольной формы объемом V (рис. 2.12). Горизонтальной плоскостью разделим тело на две части: верхнюю с криволинейной поверхностью АСВ и нижнюю с поверхностью АС′В. Определим вертикальные составляющие силы давления жидкости, действующие на поверхность тела.

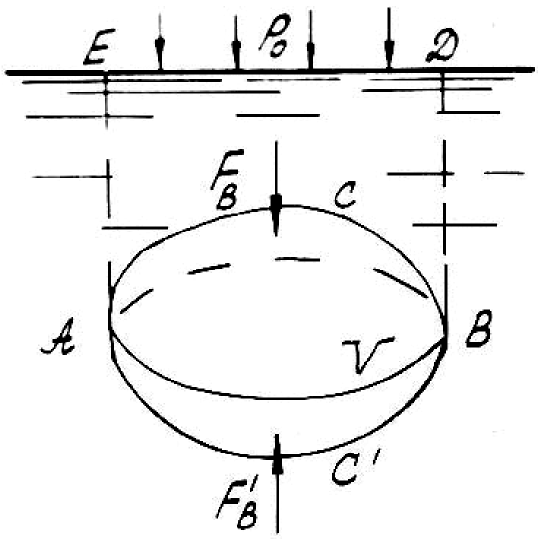


Рис. 2.12. Схема к выводу закона Архимеда

На поверхность тела АСВ действует сила $F_В$:

$$F_В = p_0 S_Г + \rho g V_{АСВДЕ}, \qquad (2.45)$$

где $S_Г$ – площадь горизонтальной проекции поверхности АСВС′; $V_{АСВДЕ}$ – объем жидкости над телом.

На поверхность АС′В действует сила $F_В'$:

$$F_В' = p_0 S_Г + \rho g V_{АС'ВДЕ}. \qquad (2.46)$$

где $V_{AC'ВДЕ}$ – объем тела давления, $V_{AC'ВДЕ} = V_{ACВДЕ} + V_{AC'ВС}$, здесь $V_{AC'ВС}$ – объем жидкости, $V_{AC'ВС} = V$.

Таким образом, тело находится под действием вертикальных сил, результирующая которых будет равна

$$F_A = F'_B - F_B = \rho g V_{AC'ВС} = \rho g V. \tag{2.47}$$

Сила F_A называется архимедовой силой или силой поддержания. Таким образом, получено математическое выражение закона Архимеда, которое формулируется следующим образом: «Тело, погруженное в жидкость, теряет в своем весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость».

Тело, погруженное в жидкость, находится под действием двух сил: силы тяжести G и архимедовой силы F_A.

Тело тонет, если сила тяжести больше архимедовой силы, т.е. при $G > F_A$.

Тело находится в состоянии равновесия (плавает), когда $G = F_A$.

Тело всплывает, если $F_A > G$.

ТЕМА 5. СТРУЙНАЯ МОДЕЛЬ ПОТОКА. РАСХОД ЖИДКОСТИ

Раздел гидравлики, в котором изучаются законы движения жидкостей и взаимодействие их с соприкасающимися с ними покоящимися или движущимися твердыми телами, называется гидродинамикой.

Виды движения жидкостей

Движение жидкости может быть установившимся и неустановившимся. Установившееся движение – это такое движение жидкости, при котором давление и скорость (параметры движения) являются функциями координат, но не зависят от времени.

Математически это записывается следующим образом:

$$p = f_1(x, y, z); \quad V = f_2(x, y, z).$$

В частном случае установившееся движение может быть равномерным, когда скорость каждой частицы не меняется с изменением ее координат.

Примером такого движения может служить истечение жидкости из резервуара при постоянном уровне его наполнения (при постоянном напоре).

Неустановившееся движение – это такое движение жидкости, при котором и давление, и скорость изменяются во времени и зависят от координат, т.е. $p = f_1(x, y, z, t)$; $V = f_2(x, y, z, t)$. Примером такого движения служит истечение жидкости из резервуара при переменном напоре (опорожнение сосуда). В дальнейшем рассматривается установившееся движение жидкости.

Кинематические элементы и струйная модель потока

Для рассмотрения картины течения жидкости, образующейся в каждый момент времени, вводится понятие «линия тока».

Линия тока – это линия, в каждой точке которой в данный момент времени вектор скорости частиц жидкости совпадает с касательной к этой линии (рис. 3.1). Для установившегося движения жидкости линия тока совпадает с траекторией движения частиц жидкости и не изменяет своей формы с течением времени.

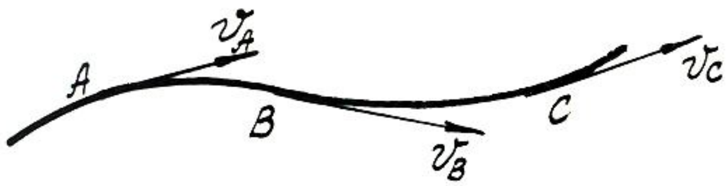


Рис. 3.1. Линия тока

Трубка тока – это поверхность, образованная линиями тока, проведенными в данный момент времени через все точки замкнутого контура, находящегося в области, занятой жидкостью (рис. 3.2).

Элементарная струйка – это часть потока движущейся жидкости, ограниченная трубкой тока бесконечно малого сечения.

Рис. 3.2. Трубка тока

При стремлении поперечных размеров струйки к нулю она в пределе стягивается в линию тока. **Элементарная струйка обладает следующими свойствами**:

1. При установившемся движении жидкости форма струйки остается неизменной.

2. Частицы жидкости не выходят из струйки и не входят в нее через боковую поверхность, так как боковая поверхность струйки образована линиями тока, у которых векторы скорости направлены по касательным.

3. Скорости движения частиц жидкости во всех точках одного и того же поперечного сечения струйки являются одинаковыми. Это объясняется малостью поперечного сечения струйки.

В соответствии со струйной теорией поток жидкости – это совокупность элементарных струек.

Потоки жидкости можно разделить на следующие виды: напорные, безнапорные, струи. Напорный поток ограничен со всех сторон твердыми стенками. Например, движение жидкости в водопроводе, движение масла в гидролинии. Безнапорный поток ограничен твердыми стенками не со всех сторон и имеет по всей длине свободную поверхность. Например, движение воды в реках, открытых водоемах, лотках, канаве.

В нашем курсе рассматривается только напорное течение жидкости.

Свободная струя – поток жидкости, не ограниченный твердыми стенками. Например, струя воды, вытекающая из гидромонитора, брандспойта.

Гидравлические элементы потока

В гидравлических расчетах для характеристики размеров и формы поперечного сечения потока вводятся понятия о живом сечении и его элементах: смоченном периметре и гидравлическом радиусе.

Рассмотрим основные гидравлические элементы потока. Живое сечение потока S – это поперечное сечение потока, перпендикулярное к направлению движения и ограниченное его внешним контуром (рис.3.3).

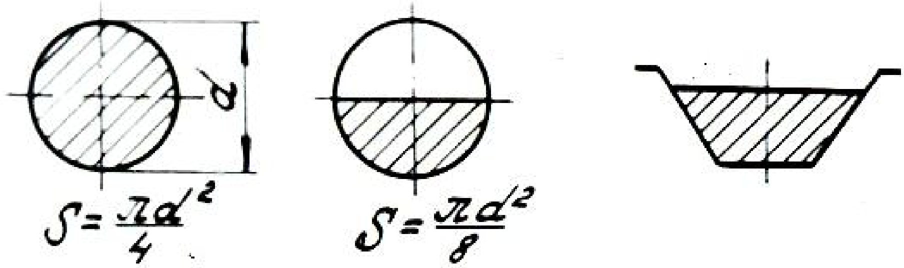


Рис. 3.3. Схема определения живого сечения потока

Смоченный периметр χ – это длина контура живого сечения, на которой жидкость соприкасается в твердыми стенками (рис. 3.4).

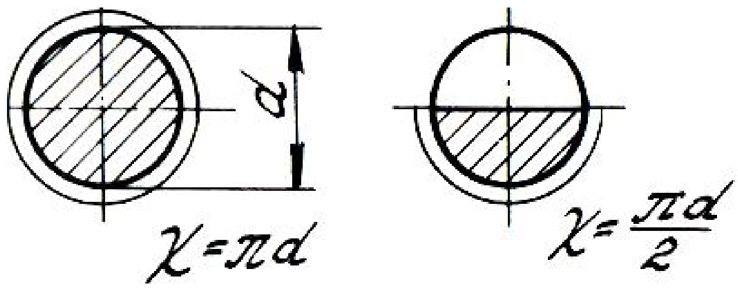


Рис. 3.4. Схема определения смоченного периметра

Гидравлический радиус $R_Г$ – это отношение площади живого сечения к смоченному периметру:

$$R_Г = \frac{S}{\chi}. \tag{3.1}$$

При помощи гидравлического радиуса приближенно учитывают влияние формы, а также размеров живого сечения потока на движение жидкости. Гидравлический диаметр сечения равен $4R_Г$. т.е. $D_Г = 4R_Г$.

Расход потока

Расход потока – это количество жидкости, проходящее через живое сечение потока в единицу времени. Объемный расход Q – это объем жидкости, протекающей через живое сечение в единицу времени:

$$Q = \frac{V}{t}, \tag{3.2}$$

где V – объем жидкости; t – время.

В системе СИ объемный расход измеряется в м^3/с; дм^3/с (л/с); см^3/с; м^3/ч.

Массовый расход – это масса жидкости, проходящая через данное живое сечение в единицу времени. Массовый расход можно определить по формуле

$$M = \rho Q, \tag{3.3}$$

где Q – объемный расход; ρ – плотность жидкости.

Весовой расход – это вес жидкости, проходящей через данное живое сечение в единицу времени, определяется по формуле

$$G = \gamma Q = \rho g Q. \tag{3.4}$$

Средняя скорость потока

Рассмотрим элементарную струйку жидкости (рис. 3.5)

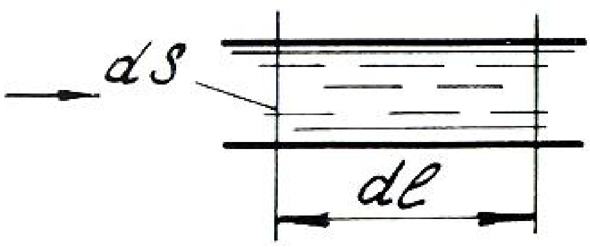


Рис. 3.5. Схема определения скорости потока

Для элементарной струйки жидкости объемный расход можно определить по формуле

$$dQ = \frac{dV}{dt} = \frac{dS \cdot d\ell}{dt} = vdS, \tag{3.5}$$

где $dV = dS \cdot d\ell$ – объем жидкости, здесь dS – элементарное живое сечение, $d\ell$ – путь, который пройдут частицы жидкости за время dt; $v = d\ell / dt$ – скорость движения жидкости, одинаковая во всех точках сечения струйки (согласно третьему свойству элементарной струйки).

Для потока конечных размеров в разных точках его живого сечения скорость имеет различное значение, поэтому расход потока должен подсчитываться как сумма элементарных расходов струек, т.е.

$$Q = \int_S vdS. \tag{3.6}$$

Проинтегрировать это уравнение расхода в общем случае нельзя из-за отсутствия аналитического выражения закона распределения скоростей по сечению потока. В связи с этим вводится понятие о средней скорости потока в рассматриваемом живом сечении.

Средняя скорость потока – это фиктивная (несуществующая) скорость, с которой должны были бы двигаться все частицы жидкости через данное живое сечение потока, чтобы сохранить расход, соответствующий действительному распределению скоростей в этом же живом сечении. Можем записать:

$$v_{ср} = \frac{Q}{S}, \qquad \text{или} \qquad Q = v_{ср} S. \tag{3.7}$$

Уравнение постоянства расходов или уравнение неразрывности потока

Рассмотрим элементарную струйку жидкости (рис. 3.6), находящуюся в установившемся движении. Возьмем несколько сечений площадью dS, dS_1, dS_2. Скорости в сечениях равны v, v_1, v_2.

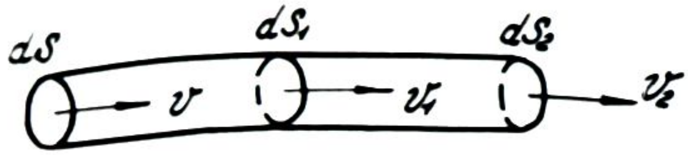


Рис. 3.6. Схема к выводу уравнения неразрывности потока жидкости

Из свойств элементарной струйки (и закона охранения вещества) следует, что элементарный расход жидкости через любое живое сечение струйки будет одинаковым, т.е.

$$dQ = dQ_1 = dQ_2 = const, \tag{3.8}$$

или

$$vdS = v_1 dS_1 = v_2 dS_2 = const. \tag{3.9}$$

Рассматривая поток жидкости как совокупность элементарных струек, можно записать: $Q_1 = Q_2 = Q = const$ для любого сечения потока. А расход можно представить как произведение средней скорости жидкости на площадь живого сечения, т.е.

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = vS = const, \tag{3.10}$$

или

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}. \tag{3.11}$$

Эти два уравнения и есть уравнения постоянства расходов. Уравнение постоянства расходов является условием сплошности или неразрывности течения и его уравнением неразрывности потока.

ТЕМА 6. УРАВНЕНИЕ БЕРНУЛЛИ. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости

В прямоугольной системе координат рассмотрим элементарную струйку (рис. 3.7). Движение жидкости — установившееся и медленно изменяющееся.

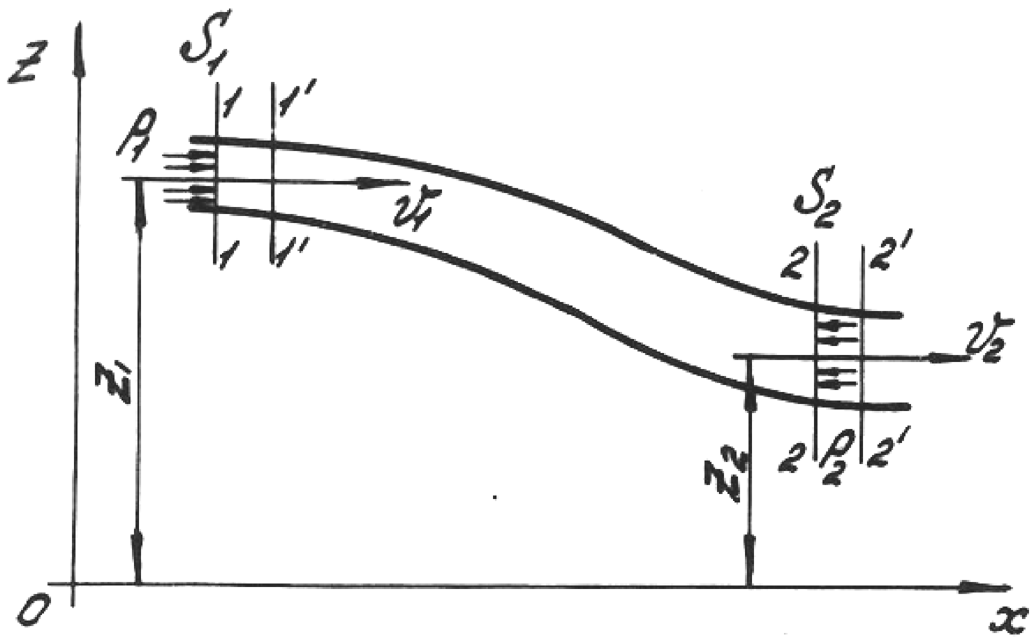


Рис. 3.7. Схема к выводу уравнения Бернулли

Возьмем два произвольных сечения 1–1 и 2–2 и отметим в сечениях: v_1 и v_2 – средние скорости струйки в сечениях 1–1 и 2–2 соответственно; S_1 и S_2 – площади живых сечений; p_1 и p_2 – давления в центре тяжести сечений; z_1 и z_2 – расстояния до центров тяжестей сечений от произвольно выбранной горизонтальной плоскости, называемой плоскостью сравнения (проходит по оси x).

Расход жидкости, постоянный на всем участке струйки, обозначим Q. За время Δt участок струйки 1–2 переместится в положение 1′–2′.

Применим к массе жидкости в объеме участка струйки теорему механики, касающуюся изменения кинетической энергии: изменение кинетической энергии тела на некотором его перемещении равно сумме работ всех сил, приложенных к телу на том же перемещении.

Изменение кинетической энергии участка 1–2 при перемещении его в положение 1′–2′ определяется разностью двух энергий:

$$\Delta K = K_{1'2'} - K_{12} = \left(K_{1'2} + K_{22'}\right) - \left(K_{11'} + K_{1'2}\right) = K_{22'} - K_{11'} =$$
$$= \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{\rho Q \Delta t v_2^2}{2} - \frac{\rho Q \Delta t v_1^2}{2}, \tag{3.12}$$

где $K_{1'2'}$ – кинетическая энергия участка 1′–2′; K_{12} – кинетическая энергия участка 1–2; $K_{1'2}$ – кинетическая энергия промежуточного участка 1′–2; $K_{22'}$ – кинетическая энергия участка 2–2′; $K_{11'}$ – кинетическая энергия участка 1–1′. В уравнении (3.12) кинетическая энергия промежуточного участка 1′–2 сократилась и осталась разность кинетических энергий элементов 2–2′ и 1–1′.

Переходим к работе действующих сил. Работа сил тяжести жидкости, протекающей в течение времени Δt по пути ее вертикального перемещения на величину $z_1 - z_2$, равна

$$A_Z = \gamma Q \Delta t \left(z_1 - z_2\right). \tag{3.13}$$

Работа сил давления определяется такими величинами: силой давления, равной произведению pS и путем перемещения $v\Delta t$. Следовательно, работа сил давления равна:

$$A_p = p_1 S_1 v_1 \Delta t - p_2 S_2 v_2 \Delta t = Q \Delta t \left(p_1 - p_2\right). \tag{3.14}$$

Получили три составляющие. Закон сохранения энергии для элементарной струйки идеальной жидкости можно представить так:

$$\Delta K = A_Z + A_p, \tag{3.15}$$

или
$$\frac{\gamma Q \Delta t \left(v_2^2 - v_1^2\right)}{2g} = \gamma Q \Delta t \left(z_1 - z_2\right) + Q \Delta t \left(p_1 - p_2\right). \tag{3.16}$$

Разделим обе части уравнения на величину $\gamma Q \Delta t$, получим

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = z_1 - z_2 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}. \tag{3.17}$$

Произведем перестановку слагаемых таким образом, чтобы в левой части оказались слагаемые в индексом 1, в правой – с индексом 2:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2. \tag{3.18}$$

Так как сечения были взяты произвольно, то уравнение действительно для любых поперечных сечений элементарной струйки и в общем виде может быть записано следующим образом:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{const}. \qquad (3.19)$$

Это основное уравнение гидравлики и известно под названием уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости. **Оно было выведено Даниилом Бернулли в 1738 году.**

Обратим внимание на следующее:

1. Уравнение Бернулли связывает величины z, p, v.

2. Как видно из уравнения (3.19), в случае идеальной жидкости сумма трех слагаемых (z, p/γ, $v^2/2g$) является постоянной величиной для любого сечения рассматриваемой струйки.

3. Зная для данного сечения струйки из трех величин (z, p, v) какие-либо две величины, мы можем, пользуясь уравнением Бернулли (зная постоянную величину), найти третью неизвестную величину для рассматриваемого сечения струйки.

Сумма трех слагаемых, входящих в уравнение (3.19), называется **полным напором** в данном сечении и обозначается $H_Д$:

$$H_Д = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{const}. \qquad (3.20)$$

Умножим все члены уравнения (3.19) на ускорение свободного падения g и заменим γ на произведение ρg $(\gamma = \rho g)$, получим уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости в энергетической форме:

$$E = zg + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \text{const}. \qquad (3.21)$$

В данном уравнении каждое слагаемое представляет величину удельной (по отношению к единице массы) энергии: zg – удельная потенциальная энергия положения; p/ρ – удельная потенциальная энергия давления; $v^2/2$ – удельная кинетическая энергия.

Геометрический, физический (энергетический) смысл уравнения Бернулли

Все члены уравнения Бернулли (3.19) имеют линейную размерность, и каждый из них может называться высотой, например z – геометрическая высота или высота положения, p/γ – пьезометрическая высота, $v^2/2g$ – высота скоростного напора.

Сформулируем геометрический смысл уравнения Бернулли

При установившемся движении элементарной струйки жидкости сумма трех высот есть величина постоянная для любого сечения элементарной струйки жидкости.

Уравнение Бернулли (3.21) выражает один из случаев закона сохранения энергии в любом сечении элементарной струйки.

Таким образом, энергетический смысл уравнения Бернулли заключается в следующем: **при установившемся движении элементарной струйки жидкости сумма трех удельных энергий (энергии положения, энергии давления и кинетической энергии) остается неизменной для любого сечения элементарной струйки жидкости**.

В уравнении Бернулли (3.19) слагаемые можно рассматривать так же, как удельные энергии, но уже по отношению к единице веса жидкости.

Уравнение Бернулли для элементарной струйки и потока реальной жидкости

При переходе от уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости к уравнению потока реальной жидкости необходимо учитывать неравномерность распределения скоростей по сечению потока и потери энергии жидкости на внутреннее трение, что обусловлено вязкостью жидкости.

В реальной жидкости вязкость создает сопротивление движению жидкости. Это вызывает появление дополнительных потерь напора (энергии потока), которые будем обозначать $h_{пот}$.

Распределение скоростей элементарных струек в потоке обычно неизвестно, поэтому в уравнение Бернулли вводят поправочный коэффициент α, учитывающий изменение кинетической энергии вследствие неравномерности распределения скоростей в живом сечении потока.

Коэффициент α называется коэффициентом кинетической энергии или коэффициентом Кориолиса и определяется обычно опытным путем.

Для установившегося движения жидкости среднее значение коэффициента α принимается равным 1,05…1.11 при турбулентном режиме, при ламинарном режиме α = 2.

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости имеет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\text{пот}_{1-2}}. \qquad (3.22)$$

В уравнении Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости значение коэффициента $\alpha = 1$.

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости с физической точки зрения представляет уравнение энергетического баланса. Теряемая энергия превращается в тепловую.

Графическое представление уравнения Бернулли

Предварительно рассмотрим измерительный прибор – трубку Пито. Это прибор представляет собой открытую с двух сторон стеклянную трубку, изогнутую под прямым углом. В нижней части трубка несколько сужена для ослабления удара при входе в нее жидкости.

Трубка Пито служит для измерения скорости течения за счет дополнительного давления (по сравнению с давлением в пьезометрической трубке), возникающего вследствие скоростного напора. Если в каком либо сечении потока жидкости установить две трубки – пьезометрическую и трубку Пито (рис. 3.8), то высота подъема жидкости в трубке Пито будет больше высоты подъема жидкости в пьезометрической трубке на величину скоростного напора $v^2/2g$.

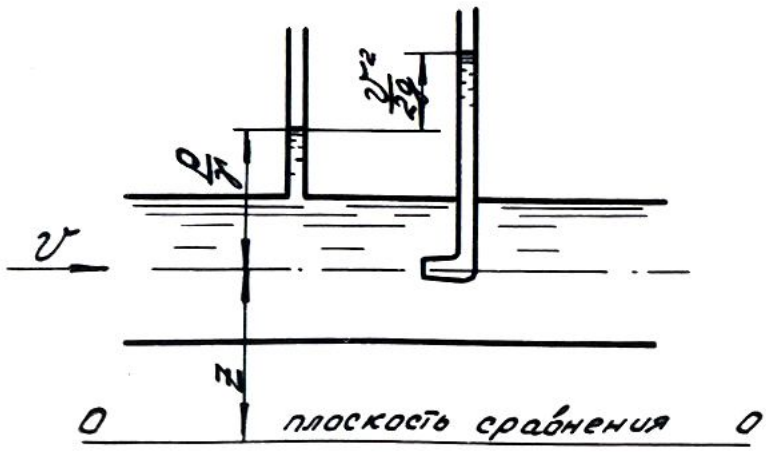


Рис. 3.8. Схема пьезометра и трубки Пито

Графически уравнение Бернулли можно представить следующим образом.

Рассмотрим поток жидкости, выберем плоскость сравнения, несколько сечений потока (рис. 3.9). В выбранных сечениях установим пьезометрические трубки и трубки Пито. Все члены уравнения Бернулли будут представлены графически.

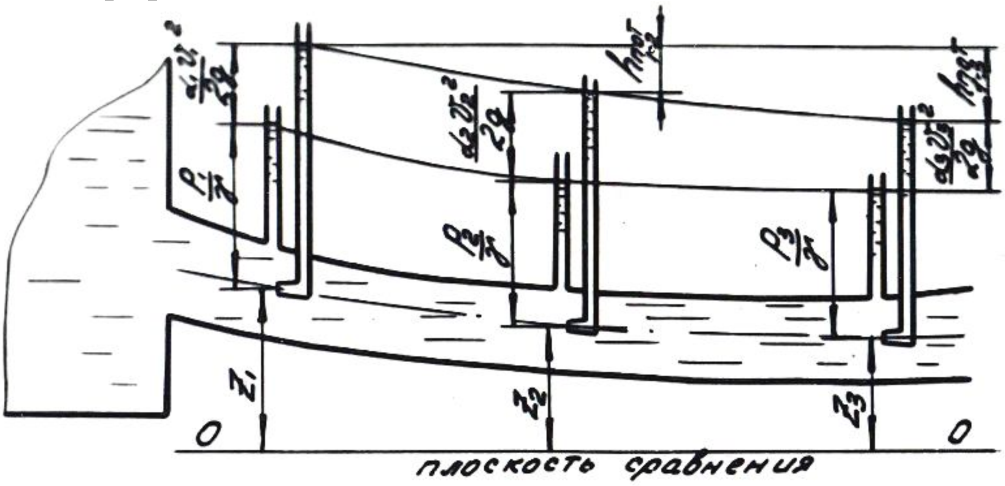


Рис. 3.9. График уравнения Бернулли для реальной жидкости

Линия, соединяющая уровни жидкости в пьезометрах, называется пьезометрической линией и расположена на расстоянии $z+p/\gamma$ от плоскости сравнения.

Эта линия характеризует изменение удельной потенциальной энергии по длине потока. Интенсивность изменения этой энергии характеризуется пьезометрическим уклоном.

Изменение удельной потенциальной энергии потока, приходящееся на единицу длины трубопровода, называется **пьезометрическим уклоном.**

Пьезометрический уклон I_p на участке между сечениями 1 и 2 определяется по формуле

$$I_p = \frac{(z_1 + p_1/\gamma) - (z_2 + p_2/\gamma)}{L_{1-2}}, \tag{3.23}$$

где L_{1-2} – длина рассматриваемого участка трубопровода.

Величина пьезометрического уклона может быть как положительной, так и отрицательной. Отрицательной будет в том случае, когда поток расширяется.

Соединив уровни жидкости в трубках Пито, получим линию давления или напорную линию (гидродинамическую линию, линию полных удельных энергий).

Изменение полной удельной энергии потока, приходящееся на единицу длины, называется **гидравлическим уклоном.** Он характеризует величину потерь напора, приходящихся на единицу длины трубопровода.

Гидравлический уклон i_{1-2} на участке между сечениями 1 и 2 определяется по формуле

$$i_{1-2} = \frac{h_{пот_{1-2}}}{L_{1-2}} = \frac{\left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g}\right)}{L_{1-2}}, \qquad (3.24)$$

где $h_{пот_{1-2}}$ – потери напора на участке 1–2.

Гидравлический уклон является всегда величиной положительной.

Рассмотренные уравнения Бернулли (3.19), (3.22) применимы только к установившемуся, плавно изменяющемуся движению жидкости.

Практическое применение уравнения Бернулли

Определим потери на трение при движении жидкости в горизонтальной трубе постоянного сечения (рис. 3.10) на участке между сечениями 1 и 2, в которых установим пьезометры.

Для этого составляем уравнение Бернулли для двух рассматриваемых сечений трубы:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{пот_{1-2}}. \qquad (3.25)$$

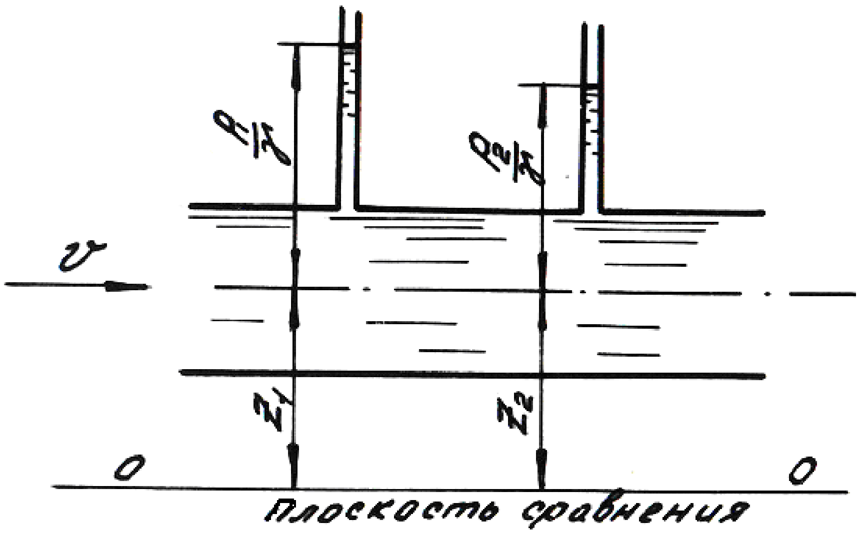


Рис. 3.10. Схема определения потерь напора по длине

Из рис. 3.10 видно, что $z_1 = z_2$. Так как диаметр трубы не изменяется, то средние скорости в сечениях будут равны, т.е. $v_1 = v_2$, примем $\alpha_1 = \alpha_2$. После подстановки указанных выражений в уравнение Бернулли (3.25), получим

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + h_{пот_{1-2}}. \qquad (3.26)$$

Откуда потери напора на трение определяются по формуле

$$h_{пот_{1-2}} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma}. \qquad (3.27)$$

На основе использования уравнения Бернулли сконструированы различные устройства, такие как водомер Вентури, водоструйный насос, карбюратор поршневых двигателей внутреннего сгорания и др.

Рассмотрим водомер (расходомер) Вентури.

Водомер Вентури (рис. 3.11) включает трубопровод диаметром D, на котором устроено сужение диаметром d. В нормальной и суженой частях установлены два пьезометра.

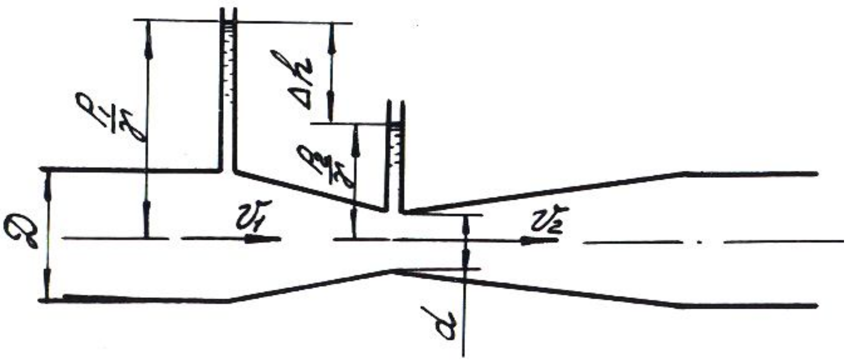


Рис. 3.11. Принципиальная схема водомера Вентури

Примем, что плоскость сравнения проходит через ось трубопровода. Пренебрегая величиной потерь напора $h_{пот}$ и неравномерностью распределения скоростей в потоке (α = 1), для двух сечений можно записать уравнение Бернулли в виде

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}. \qquad (3.28)$$

Отсюда

$$\Delta p = \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}. \qquad (3.29)$$

Согласно уравнению неразрывности потока,

$$v_2S_2 = v_1S_1 \text{ и } v_2 = \frac{v_1S_1}{S_2}.$$

Следовательно

$$\Delta h = \frac{v_1^2}{2g}\left[\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1\right]. \qquad (3.30)$$

Из уравнения (3.30) найдем значение скорости жидкости в сечении 1–1:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g\Delta h}{\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1}}. \qquad (3.31)$$

Зная среднюю скорость потока жидкости, можно определить расход жидкости по формуле

$$Q = v_1S_1. \qquad (3.32)$$

Уравнение Бернулли широко используется в технике при расчете гидравлических машин, гидропривода и его элементов, при расчете истечения жидкости из отверстий и насадков и в других случаях.

Гидравлические сопротивления.
Потери давления

Потери напора (давления) в потоке жидкости вызываются сопротивлениями двух видов: местными и сопротивлениями по длине трубопровода.

Местные сопротивления обусловлены изменениями скорости потока по величине или направлению. Сопротивления по длине трубопровода обусловлены силами трения.

Потери напора по длине трубопровода h_ℓ определяются по формуле Дарси-Вейсбаха. В соответствии с этой формулой

$$h_\ell = \lambda \frac{\ell}{d}\frac{v^2}{2g}, \qquad (3.33)$$

где λ – коэффициент Дарси (коэффициент гидравлического трения, коэффициент путевых потерь), величина безразмерная; ℓ – длина трубопровода; d – внутренний диаметр трубопровода; v – средняя скорость потока; g – ускорение свободного падения.

Местные потери напора $h_м$ определяются по формуле Вейсбаха:

$$h_м = \xi \frac{v^2}{2g}, \qquad (3.34)$$

где ξ – коэффициент местного сопротивления, величина безразмерная. Коэффициент ξ находится опытным путем, берется из справочников. В некоторых случаях коэффициент ξ может быть определен теоретически.

Общие потери напора в трубопроводе находятся путем арифметического суммирования потерь напора на прямолинейных участках трубопровода и на местных сопротивлениях. Этот метод называется методом наложения потерь напора.

Коэффициенты λ и ξ зависят от многих факторов, в частности, от режима движения жидкости и шероховатости ограждающих поверхностей (трубопроводов).

Для определения потерь давления необходимо потери напора h_ℓ или $h_м$ умножить на удельный вес жидкости, т.е.

$$\Delta p_\ell = \gamma h_\ell; \quad \Delta p_м = \gamma h_м, \qquad (3.35)$$

где γ – удельный вес жидкости ($\gamma = \rho g$).

ТЕМА 7. РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Предположение о существовании двух режимов движения жидкости впервые высказал Д.И.Менделеев в 1880 г., а через 3 года английский физик Осборн Рейнольдс экспериментально подтвердил существование двух режимов. Режимы были названы **ламинарным и турбулентным.**

Схема установки О.Рейнольдса приведена на рис. 4.1.

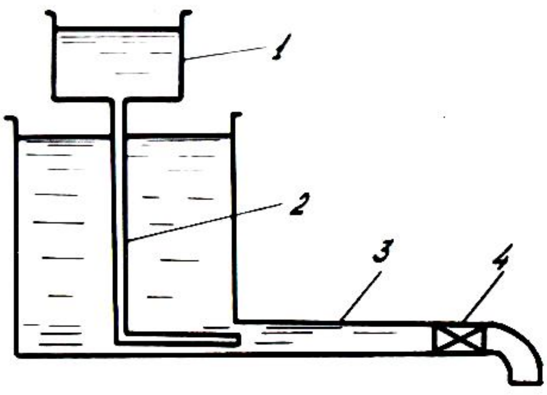


Рис. 4.1. Принципиальная схема установки Рейнольдса

Рейнольдс пропускал воду через стеклянные трубки разного диаметра, регулируя скорость движения воды краном 4. По тонкой трубке 2 к потоку подводилась окрашенная жидкость из сосуда 1. Опыты показали, что при малых скоростях движения воды в трубке 3 окрашенная жидкость движется в виде тонкой струйки внутри ее, не перемешиваясь с водой (**ламинарный режим**). Наблюдается такая картина движения воды (рис. 4.2).

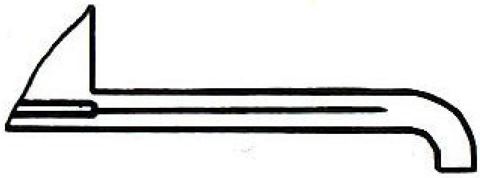


Рис. 4.2. Схема ламинарного режима

После достижения определенной для данных условий опыта скорости движения воды движение частиц жидкости приобретает беспорядочный характер. Струйка окрашенной жидкости разрушается, размывается, от чего вся вода в трубке окрашивается, наступает **турбулентный режим**. Наблюдается следующая картина движения воды (рис. 4.3).

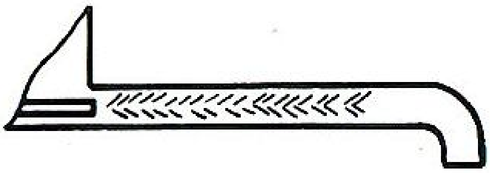


Рис. 4.3. Схема турбулентного режима

Таким образом, **в ламинарном режиме жидкость движется струйчато или слоисто, без перемешивания.**

В турбулентном режиме частицы жидкости движутся хаотично, струйки быстро разрушаются.

Рейнольдс установил, что критерием режима движения жидкости является безразмерная величина, которая впоследствии была названа числом Рейнольдса Re.

В общем случае число Рейнольдса Re определяют по формуле

$$\mathrm{Re} = \frac{vD_г}{\nu}, \tag{4.1}$$

где v – средняя скорость потока; $D_г$ – гидравлический диаметр сечения, $D_г = 4R_г$; ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости.

Для потоков в трубах круглого сечения число Re определяется по формуле

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{v}d}{\nu}, \qquad (4.2)$$

где d – внутренний диаметр трубы.

Значение числа Рейнольдса, соответствующее переходу ламинарного режима движения жидкости в турбулентный и наоборот, называется критическим числом Рейнольдса $\mathrm{Re}_{кр}$.

Если $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{кр}$ – режим турбулентный.

Если $\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{кр}$ – режим ламинарный.

Значения $\mathrm{Re}_{кр}$ различны для определенных элементов гидропривода. Для жесткой трубы круглого сечения $\mathrm{Re}_{кр} = 2320$.

В табл. 4.1 приведены значения $\mathrm{Re}_{кр}$ для различных элементов гидропривода.

Таблица 4.1

Элемент гидропривода	$\mathrm{Re}_{кр}$
Труба круглого сечения (жесткая)	2320
Гибкий рукав или шланг	1600
Концентрическая гладкая щель	1100
Краны	550–750
Расходные окна золотников	260
Плоские и конусные клапаны	20–100
Фильтр сетчатый	460

Основные закономерности ламинарного режима движения жидкости

Ламинарный режим движения жидкости характеризуется струйчатым, параллельным, упорядоченным движением жидкости без перемешивания. Для этого режима все закономерности могут быть выведены аналитически. Теория ламинарного режима основывается на законе вязкого трения Ньютона (см. формулу (1.11).

Закон распределения скоростей по сечению в ламинарном потоке

Рассмотрим установившееся ламинарное движение жидкости в горизонтальной цилиндрической трубе с внутренним радиусом r (рис. 4.4). Выделим в ней часть потока длиной ℓ между сечениями 1 и 2. В потоке жидкости выделим элементарный цилиндрический объем жидкости радиусом y, соосный с трубой и имеющий основание в выбранных сечениях.

Введем обозначения: u – скорость поверхностного слоя элементарного объема; T – сила внутреннего трения на боковой поверхности элементарного объема; p_1, p_2 – давления, действующие на сечения выделенного объема; F_1, F_2 – силы давления.

Запишем действующие силы на элементарный объем жидкости.

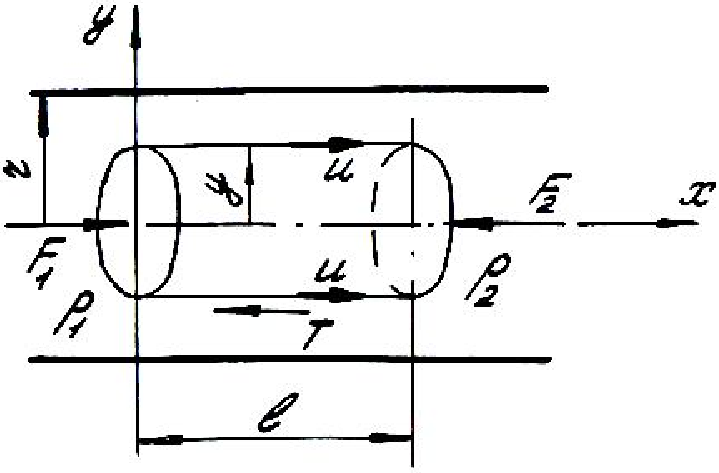


Рис. 4.4. Схема к определению закона распределения скоростей

Сила внутреннего трения может быть найдена по формуле (1.12):

$$T = -\mu S \frac{du}{dy}, \tag{4.3}$$

где μ – динамический коэффициент вязкости, $\mu = \rho\nu$; S – площадь боковой поверхности элементарного объема, здесь $S = 2\pi y \ell$.

Получим

$$T = -2\pi y \ell \nu \rho \frac{du}{dy}. \tag{4.4}$$

Знак минус в формуле (4.3) означает, что $\frac{du}{dy} < 0$, т.е. с увеличением y скорость u уменьшается.

Движущей силой является в данном случае сила давления F:

$$F = F_1 - F_2 = (p_1 - p_2)\pi y^2. \qquad (4.5)$$

Запишем уравнение Бернулли для сечений 1 и 2, учитывая, что труба расположена горизонтально, а за плоскость сравнения принята ось трубы, т.е. $z_1 = z_2 = 0$. Скорость u и коэффициент α вдоль потока являются неизменными ввиду постоянства диаметра трубы.

Тогда можем записать уравнение

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + h_{пот}. \qquad (4.6)$$

Откуда

$$p_1 - p_2 = \gamma h_{пот} = \rho g h_{пот}. \qquad (4.7)$$

Учитывая, что гидравлический уклон характеризует величину потерь напора на единицу длины ($i = h_{пот} / \ell$), запишем

$$h_{пот} = \ell i. \qquad (4.8)$$

Тогда движущая сила определится выражением

$$F = \rho g \ell i \pi y^2. \qquad (4.9)$$

При равномерном движении движущая сила и сила сопротивления движению равны, т.е.

$$F = T. \qquad (4.10)$$

Подставим в формулу (4.10) выражения (4.9) и (4.4):

$$\rho g \ell i \pi y^2 = -2\pi y \ell \nu \rho \frac{du}{dy}. \qquad (4.11)$$

Откуда после преобразований получим

$$\frac{du}{dy} = \frac{-ig}{2\nu} y, \qquad (4.12)$$

или

$$du = \frac{-igydy}{2\nu}. \qquad (4.13)$$

Проинтегрируем (4.13), получим

$$u = -\frac{ig}{4\nu} y^2 + C, \qquad (4.14)$$

где C – постоянная интегрирования, которую найдем из условия: при $y = r$ (у стенки трубопровода) $u = 0$, т.е.

$$0 = -\frac{ig}{4\nu} r^2 + C.$$

Отсюда

$$C = \frac{ig}{4\nu} r^2. \qquad (4.15)$$

В результате получим выражение для скорости:

$$u = \frac{ig}{4\nu}\left(r^2 - y^2\right). \tag{4.16}$$

Таким образом, **в ламинарном потоке эпюра скоростей имеет вид параболы** (рис. 4.5).

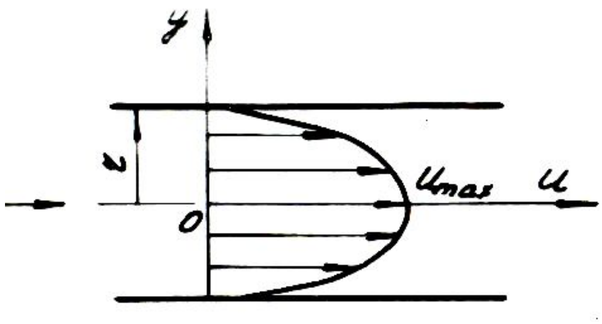


Рис. 4.5. Эпюра скоростей ламинарного потока

Максимальное значение скорости будет при $y = 0$ (по оси трубопровода) и определяется выражением

$$u_{max} = \frac{ig}{4\nu} r^2. \tag{4.17}$$

Закон распределения касательных напряжений в ламинарном потоке

Для установившегося движения жидкости закон изменения касательных напряжений вдоль радиуса может быть получен из формулы Ньютона:

$$\tau = -\mu \frac{du}{dy}. \tag{4.18}$$

Подставим выражение (4.12) в формулу (4.18), получим

$$\tau = \mu \frac{ig}{2\nu} y = \frac{\rho ig}{2} y. \tag{4.19}$$

Таким образом, **при ламинарном течении жидкости изменение касательных напряжений вдоль радиуса носит линейный характер**, $\tau_{min} = 0$ при $y = 0$, $\tau_{max} = \rho igr/2$ при $y = r$.

Эпюра касательных напряжений показана на рис. 4.6.

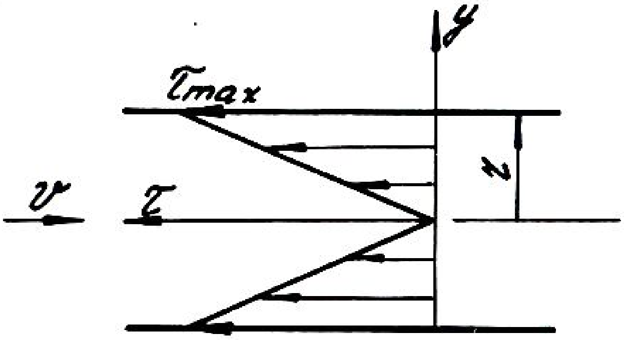


Рис. 4.6. Эпюра касательных напряжений ламинарного потока

Расход и средняя скорость ламинарного потока

Рассмотрим поперечное сечение потока жидкости (рис. 4.7). В нем возьмем элементарное живое сечение кольцевой формы радиусом y и шириной dy. Для определения объемного расхода жидкости используем закон распределения скоростей жидкости в ламинарном потоке (формулу (4.16)).

Элементарный расход жидкости dQ через кольцевое сечение будет равен:

$$dQ = udS, \tag{4.20}$$

где u – скорость жидкости в кольцевом сечении, $u = \frac{ig}{4\nu}\left(r^2 - y^2\right)$; dS – площадь кольцевого сечения, $dS = 2\pi y dy$.

Учитывая, что полный расход $Q = \int_S dQ$, будем иметь

$$Q = \int_0^r \frac{ig}{4\nu}\left(r^2 - y^2\right) 2\pi y dy = \frac{\pi i g r^4}{8\nu}. \tag{4.21}$$

Таким образом, расход жидкости в ламинарном потоке определяется по формуле

$$Q = \frac{\pi i g r^4}{8\nu}. \tag{4.22}$$

Учитывая, что в трубе круглого сечения площадь живого сечения потока $S = \pi r^2$, можно определить среднюю скорость потока v по формуле

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{igr^2}{8\nu}. \qquad (4.23)$$

Для характеристики значений средней скорости потока по отношению к ее максимальному значению введем коэффициент средней скорости, который обозначается k и равен отношению v / u_{max}, т.е.

$$k = \frac{v}{u_{max}} = 0{,}5. \qquad (4.24)$$

Это говорит о том, что **в ламинарном потоке средняя скорость движения жидкости в два раза меньше максимальной,** и ламинарный поток может быть заменен эквивалентным потоком со средней скоростью, равной $0{,}5 u_{max}$.

Коэффициент Кориолиса, учитывающий изменение кинетической энергии вследствие неравномерности распределения скоростей в живом сечении ламинарного потока, может быть также определен теоретически. Коэффициент Кориолиса в ламинарном потоке равен 2, т.е. α = 2.

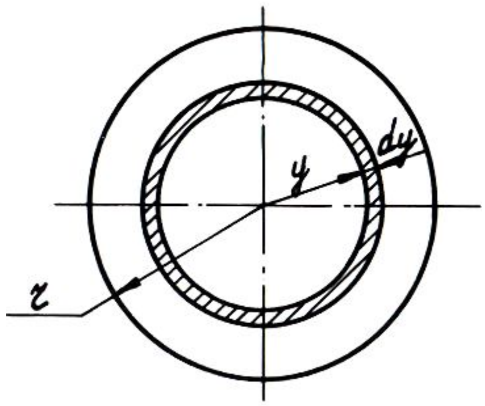


Рис. 4.7. Схема к определению расхода жидкости в ламинарном потоке

Итак, истинная кинетическая энергия ламинарного потока с параболическим распределением скоростей в два раза превосходит кинетическую энергию того же потока, но при равномерном распределении скоростей.

Закон гидравлического сопротивления в ламинарном потоке

В выражение (4.23) для средней скорости потока подставим значения для гидравлического уклона $i = h_{пот} / \ell$ и $r = d / 2$, получим

$$v = \frac{h_{пот} g d^2}{32 \ell \nu}. \qquad (4.25)$$

Откуда найдем $h_{пот}$:

$$h_{пот} = \frac{32 \ell \nu v}{g d^2}. \qquad (4.26)$$

Полученное выражение представляет собой математическое выражение закона гидравлического сопротивления при ламинарном режиме движения. **В ламинарном режиме потери напора по длине трубопровода прямо пропорциональны средней скорости потока в первой степени** (следовательно, и расходу, т.к. $Q = vS$).

Коэффициент Дарси

Умножив числитель и знаменатель формулы (4.26) для $h_{пот}$ на $2v$, получим

$$h_{пот} = \frac{32 \ell \nu v}{g d^2} \cdot \frac{2v}{2v} = \frac{64}{\frac{vd}{\nu}} \cdot \frac{\ell}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}. \qquad (4.27)$$

Сравнивая полученное выражение с формулой Дарси – Вейсбаха, видно, что при ламинарном течении жидкости в круглой трубе коэффициент Дарси (коэффициент путевых потерь) равен

$$\lambda = \frac{64}{\frac{vd}{\nu}} = \frac{64}{Re}. \qquad (4.28)$$

В общем случае коэффициент Дарси для ламинарного режима движения жидкости определяется так

$$\lambda = \frac{A}{Re}. \qquad (4.29)$$

Значения коэффициента A берутся из справочников. Экспериментально установлено, что в зависимости от состояния трубопровода A = 64…150. Так, например, для гидролиний гидроприводов принимают значения A = 75.

Основные закономерности турбулентного режима движения жидкости

Турбулентный режим движения жидкости является наиболее распространенным в природе и технике, представляет сложное гидравлическое явление. В настоящее время нет стройной теории турбулентного режима. Поэтому используют экспериментальные данные и так называемые, полуэмпирические теории турбулентности и эмпирические формулы.

Пульсация скоростей и давлений

Ранее отмечалось, что турбулентное течение – это беспорядочное движение жидкости. Для него характерны перемешивание жидкости, пульсация скоростей и давлений в процессе течения.

В результате сложного характера движения частиц жидкости в турбулентном потоке в любой его точке в каждый момент времени мгновенная скорость может принимать новые значения по величине и направлению. Эти колебания во времени мгновенной местной скорости называются пульсацией скорости. Пульсация скорости сопровождается пульсацией давления.

Если с помощью особо чувствительного прибора-самописца измерить и записать пульсацию скорости в функции времени, получим следующую картину (рис. 4.8).

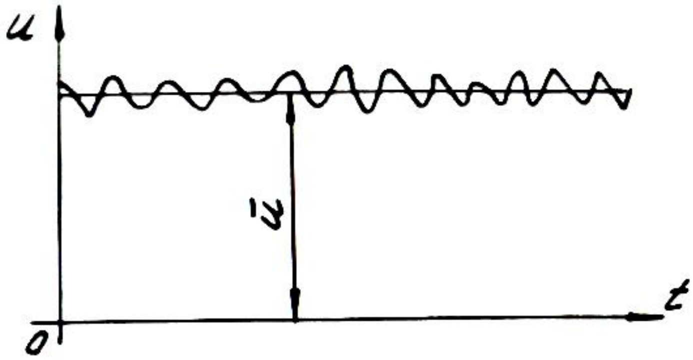


Рис. 4.8. График пульсации скоростей

Величина скорости беспорядочно колеблется около некоторого осредненного по времени значения $\overline{u}$, которое в данном случае остается постоянным.

Для упрощения расчетов вводится понятие «средняя местная скорость $\overline{u}$». Это фиктивная средняя скорость в данной точке потока за достаточно длинный промежуток времени. Эта скорость, как показывают опыты, несмотря на значительные колебания мгновенных скоростей, остается практически постоянной и параллельной оси потока.

Это позволяет применять для турбулентных потоков уравнение Бернулли.

Наряду с осреднением скоростей при турбулентном режиме осредняют давление, плотность жидкости.

Осреднив по времени местные скорости в различных точках живого сечения, находят среднюю скорость потока V в этом живом сечении как среднюю скорость из осредненных скоростей.

Структура турбулентного потока

Экспериментальными исследованиями было установлено, что при турбулентном режиме движения жидкости основную часть потока составляет турбулентное ядро, а около стенок трубы существует пограничный слой, состоящий из тонкого ламинарного слоя и тонкого переходного слоя (рис. 4.9).

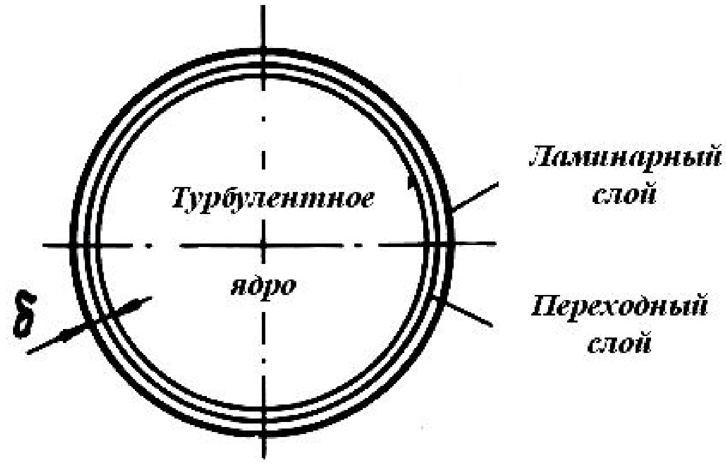


Рис. 4.9. Структура турбулентного потока

Толщина ламинарного слоя определяется по формуле

$$\delta = \frac{30\nu}{v\sqrt{\lambda}} = \frac{30d}{Re\sqrt{\lambda}}, \tag{4.30}$$

где δ – толщина ламинарного слоя; ν – кинематический коэффициент вязкости; v – средняя скорость потока; λ – коэффициент путевых потерь; Re – число Рейнольдса; d – диаметр трубопровода.

Касательные напряжения

Поперечные перемещения частиц жидкости создают дополнительные касательные напряжения.

В соответствии с полуэмпирической теорией Прандтля полное касательное напряжение в турбулентном потоке складывается из двух составляющих: вязкого и турбулентного напряжений:

$$\tau = \tau' + \tau'' = \mu \frac{du}{dy} + \rho \ell^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2, \tag{4.31}$$

где τ' – касательные напряжения, вызываемые вязкостью жидкости (определяются по закону Ньютона); τ'' – касательные напряжения, вызываемые поперечными перемещениями частиц жидкости в потоке (определяются по закону Прандтля); ℓ – длина пути поперечного перемешивания частиц жидкости (путь смешения); μ – коэффициент динамической вязкости; ρ – плотность жидкости.

Записанное выражение справедливо лишь в области турбулентного потока, т.е. за пределами ламинарного слоя.

При малых значениях Re доминирующим является первое слагаемое τ'. С увеличением Re величина ℓ быстро возрастает и τ'' становится больше τ'. При достаточно больших Re τ' становится малой величиной.

Закон распределения скоростей по сечению в турбулентном потоке

Закон распределения скоростей по сечению турбулентного потока можно определить из формулы касательных напряжений, пренебрегая малым слагаемым τ'. Можем записать:

$$\tau = \tau'' = \rho \ell^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2. \tag{4.32}$$

Откуда

$$du = \frac{1}{\ell} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} dy. \tag{4.33}$$

Величина $\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$ имеет размерность скорости и получила название динамической скорости u^*, т.е. $u^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$.

Тогда $$du = \frac{u^*}{\ell} dy. \qquad (4.34)$$

Прандтль предложил считать длину поперечного перемешивания ℓ линейно зависящей от расстояния между стенкой и рассматриваемой точкой y, т.е.

$$\ell = Ky. \qquad (4.35)$$

где K – коэффициент пропорциональности, безразмерная величина (универсальная постоянная турбулентного потока).

Тогда $$du = \frac{u^*}{Ky} dy. \qquad (4.36)$$

Проинтегрировав выражение (4.36), получим

$$u = \frac{u^*}{K} \ln y + C. \qquad (4.37)$$

Значение постоянной C найдем из условия, что при $y = r \quad u = u_{max}$,

т.е. $$u_{max} = \frac{u^*}{K} \ln r + C. \qquad (4.38)$$

Откуда $$C = u_{max} - \frac{u^*}{K} \ln r. \qquad (4.39)$$

Подставив значение C из выражения (4.39) в формулу (4.37), получим

$$u = u_{max} + \frac{u^*}{K} \ln \frac{y}{r}. \qquad (4.40)$$

Таким образом, получили закон распределения скоростей слоев жидкости при турбулентном режиме, который является логарифмическим. На рис. 4.10 представлена эпюра скоростей турбулентного потока.

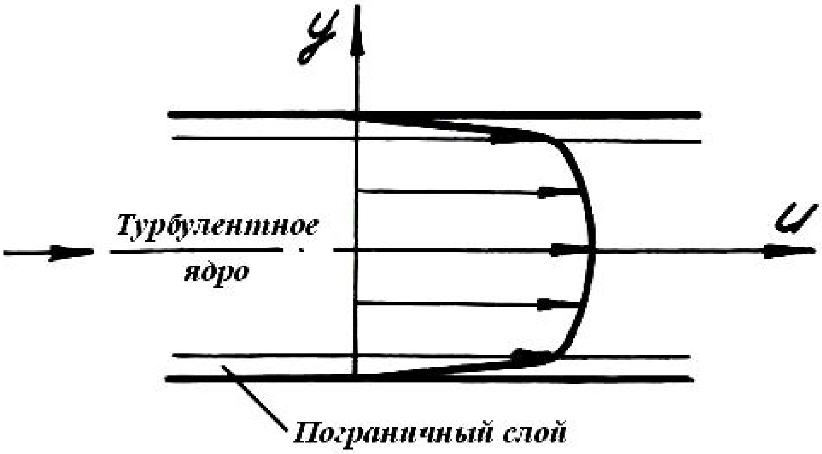


Рис. 4.10. Эпюра скоростей турбулентного потока

В пограничном слое эпюра скоростей имеет параболический вид, соответствующий ламинарному режиму. В центре потока скорости изменяются по логарифмическому закону, что соответствует турбулентному режиму.

Гидравлически гладкие и шероховатые трубы

Стенки труб имеют шероховатость (рис. 4.11). Высоту выступов шероховатости обозначим через Δ (абсолютная шероховатость). В зависимости от соотношения толщины ламинарного слоя δ и высоты шероховатости Δ различают гидравлически гладкие трубы, если $\delta > \Delta$, и гидравлически шероховатые, если $\delta < \Delta$.

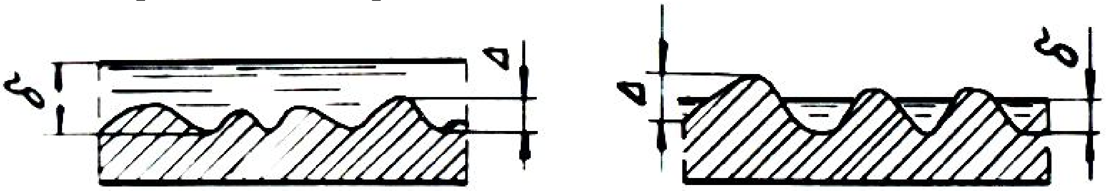


Рис. 4.11.Схема, иллюстрирующая шероховатость трубопроводов

При различных числах Рейнольдса одна и та же труба может быть как гидравлически гладкой, так и шероховатой.

Шероховатость обычно характеризуется не высотой выступов шероховатости Δ, а отношением Δ к радиусу или диаметру трубы, т.е. $\frac{\Delta}{r}$ или $\frac{\Delta}{d}$, и называется относительной шероховатостью.

Законы гидравлического сопротивления турбулентного режима

Экспериментально установлено, что **гидравлическое сопротивление (коэффициент путевых потерь) при турбулентном режиме и коэффициент Дарси в общем случае зависят от шероховатости трубопроводов и числа Рейнольдса.**

Если $\delta > \Delta$ и $2320 < \mathrm{Re} < 10^5$, пользуются формулой Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}^{0{,}25}}. \tag{4.41}$$

Если $\delta > \Delta$ и $10^5 < \mathrm{Re} < 3 \cdot 10^6$, используют формулу Конакова:

$$\lambda = \frac{1}{(1{,}81 \cdot \lg \mathrm{Re} - 1{,}5)^2}. \tag{4.42}$$

В формулах (4.41) и (4.42) есть число Рейнольдса, но нет шероховатости.

Если $\delta < \Delta$, то рекомендуют пользоваться формулой Никурадзе:

$$\lambda = \frac{1}{\left(1{,}74 + 2\lg \mathrm{Re}\dfrac{d}{2\Delta}\right)^2}. \tag{4.43}$$

По этой формуле коэффициент λ зависит от относительной шероховатости стенок, нет числа Рейнольдса.

В общем случае, когда необходимо учесть и шероховатость, и число Рейнольдса, пользуются формулой Альтшуля:

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{68}{\mathrm{Re}} + \frac{\Delta}{d}\right)^{0{,}25}. \tag{4.44}$$

Эта формула является универсальной. При числах $\mathrm{Re} < 10\dfrac{\Delta}{d}$, когда трубы являются гидравлически гладкими, формула (4.44) дает значения, близкие формуле (4.41).

В случае, когда Re находится в диапазоне $10\dfrac{\Delta}{d} < \mathrm{Re} < 500\dfrac{\Delta}{d}$, необходимо использовать формулу (4.44). В случае, когда $\mathrm{Re} > 500\dfrac{\Delta}{d}$, труба гидравлически шероховата и формула (4.44) дает значения, близкие к формуле (4.43).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что понимается под жидкостью в гидромеханике?
2. В чем отличие идеальной жидкости от реальной?
3. Назовите основные свойства жидкости.
4. Что такое плотность жидкости?
5. Что такое удельный вес жидкости?
6. Что такое модуль объемной упругости жидкости?
7. В чем отличие капельной жидкости от газа?
8. Какая из формул выражает закон вязкого трения Ньютона:

а) $\mu = \rho\nu$; б) $\mu = \tau / \frac{dv}{dy}$; в) $\mu = \varphi\varepsilon$?

9. В каких единицах измеряется кинематический коэффициент вязкости:

а) стокс; б) пуаз; в) паскаль; г) джоуль; д) ньютон?

10. Какую размерность имеет Стокс:

а) $м^2/с$; б) $см^2/с$; в) см; г) м?

11. Что определяется по формуле $\nu = \mu/\rho$:

а) динамический коэффициент вязкости;
б) кинематический коэффициент вязкости;
в) плотность жидкости;
д) удельный вес жидкости?

12. Какова связь между динамическим и кинематическим коэффициентами вязкости жидкости?
13. Что называется вязкостью жидкости?
14. В чем состоит закон вязкого трения Ньютона?
15. Что понимается под давлением?
16. В каких единицах измеряется давление в системе СИ?
17. Чему равна I техническая атмосфера в системе СИ?
18. Какая из приведенных зависимостей является формулой основного уравнения гидростатики:

а) $p = p_0 + \rho g h$; б) $p = \frac{F}{S}$; в) $p = \xi \frac{v^2}{2}\rho$?

19. Что понимается под избыточным (манометрическим) давлением?
20. Что понимается под вакуумметрическим давлением?
21. Какой закон формулируется следующим образом:

«Внешнее давление, производимое на жидкость, заключенную в замкнутом сосуде, передается этой жидкостью во все стороны без изменения»?

22. Как формулируется закон Паскаля?

23. Приведите пример гидравлической установки, действие которой основано на законе Паскаля.

24. В чем заключается гидростатический парадокс?

25. Какая величина определяется по формуле $F = p_c S$:

а) сила тяжести жидкости;

б) сила давления жидкости на криволинейную стенку;

в) сила давления жидкости на плоскую стенку;

г) сила давления на жидкость?

26. Какой закон формулируется следующим образом:

«Тело, погруженное в жидкость, теряет в своем весе столько, сколько весит вытесненная им жидкость»?

27.Сформулируйте закон Архимеда.

28. Что такое линия тока?

29. Что такое трубка тока?

30. Что такое элементарная струйка?

31. Что такое поток жидкости?

32. Что понимается под напорным потоком жидкости?

33. Что такое живое сечение потока?

34. Что понимается под смоченным периметром?

35. В чем отличие напорного и безнапорного потоков?

36. Как определяется гидравлический радиус и гидравлический диаметр?

37. Что такое объемный расход жидкости?

38. Что такое расход жидкости?

39. В чем отличие объемного расхода от массового?

40. Что определяется по формуле $v = Q/S$:

а) средняя скорость потока;

б) расход жидкости;

в) скоростной напор;

г) плотность жидкости?

41. Что понимается под средней скоростью потока жидкости?

42. Запишите уравнение постоянства расходов (неразрывности потока).

43. Какой вид имеет уравнение постоянства расходов (неразрывности потока):

а) $Q = vS = \text{const};$ б) $dQ = vdS = \text{const};$ в) $\frac{v_1}{S_1} = \frac{v_2}{S_2}$?

44. Какой вид имеет уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости при установившемся движении:

а) $z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{const};$

б) $z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} = \text{const};$

в) $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\underset{1-2}{\text{пот}}}$?

45. Какой вид имеет уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости:

а) $z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{const};$

б) $z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g} = \text{const};$

в) $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\underset{1-2}{\text{пот}}}.$

г) $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + h_{\underset{1-2}{\text{пот}}}$?

46. Какой вид имеет уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости при установившемся движении:

а) $z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \text{const};$

б) $z + \dfrac{p}{\rho g} + \dfrac{\alpha v^2}{2g} = \text{const};$

в) $z_1 + \dfrac{p_1}{\rho g} + \dfrac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \dfrac{p_2}{\rho g} + \dfrac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\substack{\text{пот}\\1-2}}$?

47. Какой вид имеет уравнение Бернулли для потока реальной жидкости при установившемся движении:

а) $z + \dfrac{p}{\rho g} + \dfrac{v^2}{2g} = \text{const};$

б) $z + \dfrac{p}{\rho g} + \dfrac{\alpha v^2}{2g} = \text{const};$

в) $z_1 + \dfrac{p_1}{\rho g} + \dfrac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \dfrac{p_2}{\rho g} + \dfrac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{\substack{\text{пот}\\1-2}}$?

48. Запишите уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости при установившемся движении.

49. Запишите уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости при установившемся движении.

50. Запишите уравнение Бернулли для потока реальной жидкости при установившемся движении.

51. В чем заключается геометрический смысл уравнения Бернулли?

52. В чем заключается физический смысл уравнения Бернулли?

53. Чем отличаются уравнения Бернулли для потоков идеальной и реальной жидкостей?

54. Чем отличаются уравнения Бернулли для элементарной струйки и потока жидкости?

55. Какие виды гидравлических сопротивлений возникают при движении жидкости?

56. Что определяется по формуле $h_\ell = \lambda \dfrac{\ell}{d} \dfrac{v^2}{2g}$:

а) потери напора по длине трубопровода;
б) потери напора в местном сопротивлении;
в) потери давления по длине трубопровода;
г) потери давления в местном сопротивлении?

57. По какой формуле определяются потери напора по длине трубопровода h_{ℓ}?

58. По какой формуле определяются потери давления по длине трубопровода, если известны потери напора h_{ℓ}?

59. Для чего нужен график Никурадзе?

60. От каких параметров потока и трубопровода зависят потери напора по длине трубопровода?

61. Что определяется по формуле $h_м = \xi \frac{v^2}{2g}$:

а) потери напора по длине трубопровода;
б) потери напора в местном сопротивлении;
в) потери давления в местном сопротивлении;
г) потери давления по длине трубопровода?

62. По какой формуле определяются потери напора в местном сопротивлении $h_м$?

63. По какой формуле определяются потери давления в местном сопротивлении, если известны потери напора $h_м$?

64. По какому закону изменяются потери напора по длине трубопровода $h_{\ell} = f(\ell)$:

а) по линейному закону;
б) по параболическому закону;
в) по логарифмическому?

65. От каких параметров зависят потери напора в местном сопротивлении?

66. Что такое местное сопротивление? Приведите примеры.

67. Какие существуют режимы движения жидкости?

68. В чем отличие ламинарного режима движения жидкости от турбулентного?

69. Как определить режим движения жидкости?

70. Какая величина определяется по формуле $Re = \frac{vd}{\nu}$?

71. Каким будет число Рейнольдса, если скорость жидкости V=5 м/с, внутренний диаметр трубопровода d = 25 мм, кинематический коэффициент вязкости жидкости ν =25 сСт:

а) 5; б) 500; в) 5000; г) 1250; д) 12500?

72. Какой будет режим движения жидкости, если $Re > Re_{кр}$?

73. Какой будет режим движения жидкости, если $Re < Re_{кр}$?

74. От каких параметров зависит число Рейнольдса Re ?

75. Какая величина является критерием режима движения жидкости?

76. Какой будет режим движения жидкости (в трубопроводе круглого сечения), если число Рейнольдса $Re = 1500$.

77. Какой будет режим движения жидкости (в трубопроводе круглого сечения), если число Рейнольдса $Re = 9000$.

Основная литература:

1. Галдин Н.С. Гидравлические машины, объемный гидропривод [Текст] : учебное пособие / Н. С. Галдин ; СибАДИ. - Омск : СибАДИ, 2014. - 272 с. + Полный текст на эл. жестк. диске. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/EPD971.pdf

2. Галдин Н.С. Основы гидравлики и гидропривода [Текст] : учебное пособие / Н. С. Галдин ; СибАДИ, ПТТМиГ. - 2-е изд., стер. - Омск : СибАДИ, 2010. - 144 с. + Полный текст на эл. жестк. диске. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/EPD133.pdf

3. Галдин, Н. С. Гидравлические элементы мобильных машин [Электронный ресурс] : учебное пособие : [механические направления всех форм обучения] / Н. С. Галдин, И. А. Семенова ; СибАДИ, Кафедра ПТТМиГ. - Электрон. дан. - Омск : СибАДИ, 2016. - 231 с. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/esd237.pdf.

Дополнительная литература:

1. Лойцянский Л.Г.Механика жидкости и газа: учебник для вузов / Л.Г.Лойцянский. – М.:Дрода, 2003. – 840с.

2. Лепешкин А.В., Михайлин А.А., Шейпак А.А. Гидравлика и гидропневмопривод: учебник. – М.: МГИУ, 2003 . – 352 с.

3. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы: Учебник для вузов /Т.М.Башта, С.С.Руднев, Б.Б.Некрасов и др.- М.: Машиностроение, 1982.- 423 с.

4. Башта Т.М. Машиностроительная гидравлика: Справочник.- М.: Машиностроение, 1971.- 672 с.

5. Галдин Н.С. Элементы объемных гидроприводов мобильных машин. Справочные материалы [Текст] : учебное пособие / Н. С. Галдин ; СибАДИ. - 2-е изд., стер. - Омск : СибАДИ, 2008. - 128 с. + Полный текст на эл. жестк. диске. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/ED1732.pdf

6. Галдин Н.С. Гидравлические схемы мобильных машин [Текст] : учебное пособие / Н. С. Галдин, И. А. Семенова ; СибАДИ. - Омск : СибАДИ, 2013. - 204 с. + Полный текст на эл. жестк. диске. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/epd721.pdf

7. Галдин Н.С. Тесты по гидравлике и объемному гидроприводу [Текст] : учебное пособие / Н. С. Галдин, И. А. Семенова ; СибАДИ, Кафедра ПТТМиГ. - Омск : СибАДИ, 2009. - 113 с. + Полный текст на эл. жестк. диске. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/ED1969.pdf

8. Семенова И.А. Сборник задач по гидравлике, гидропневмоприводу [Текст] : учебное пособие / И. А. Семенова, Н. С. Галдин ; СибАДИ. – Омск: СибАДИ, 2008. – 105 с. + Полный текст на эл. жестк. диске. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/ED1712.pdf

9. Галдин, Н.С. Гидропривод [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие к курсовой работе / Н.С. Галдин, И.А. Семенова ; СибАДИ, Кафедра ПТТМиГ. − Омск : СибАДИ, 2017. − 53 с. + Полный текст на эл. жестк. диске. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/esd354.pdf

10. Гидравлика (техническая гидромеханика) [Текст]: лабораторный практикум / СибАДИ, Кафедра ПТТМиГ ; сост. И. А. Угрюмов [и др.]. - Омск : СибАДИ, 2014. - 44 с. + Полный текст на эл. жестк. диске. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/EPD910.pdf

11. Галдин, Н.С. Гидропривод : учебно-методическое пособие к лабораторным работам / Н.С. Галдин, И.А. Семенова ; СибАДИ, Кафедра ПТТМиГ. – Омск : СибАДИ, 2017. – 52 с. + Полный текст на эл. жестк. диске. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/epd1049.pdf

12. Задачник по гидравлике, гидромашинам и гидроприводу: Учеб пособие / Б.Б.Некрасов и др. – М.: Высшая школа, 1989. – 191 с.

13. Гидравлика, гидромашины и гидропневмопривод : Учебное пособие/ Т. В. Артемьева [и др.] ; ред. : С. П. Стесин. - М.: Академия, 2005. - 336 с.

14. Попов Д.Н., Панаиотти С.С., Рябинин М.В. Гидромеханика : Учеб. Для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2002. – 384 с.

15. Гиргидов А.Д. Механика жидкости и газа: Учебник для вузов / А.Д. Гиргидов; СПб.- СПбГПУ, 2002.- 545с.

16. Семенова И.А., Галдин Н.С. Сборник задач по гидравлике, гидропневмоприводу: Учебное пособие. – Омск: Изд-во СибАДИ, 2008. – 105 с.

17. Ухин Б. В. Гидравлика учебное пособие / Б. В. Ухин. - М. : Форум, 2010. - 464 с.