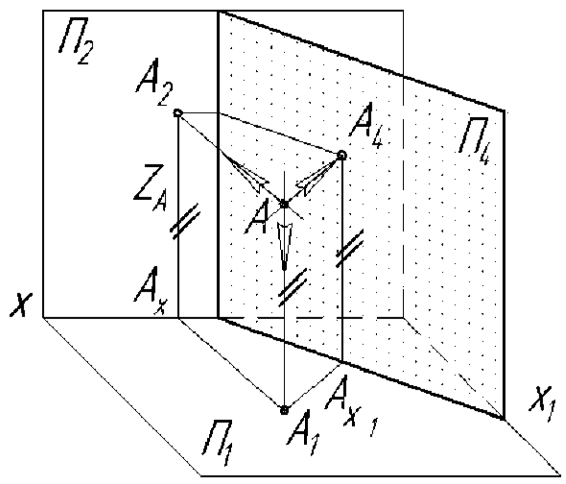
М.И. Воронцова, О.П. Матюхина, О.М. Третьяк

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ, ИНЖЕНЕРНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

Учебное пособие для студентов заочной формы обучения машиностроительных и строительных специальностей

Часть 1
Начертательная геометрия



Федеральное агентство по образованию
ГОУ ВПО «Сибирская государственная автомобильно-дорожная
академия (СибАДИ)»

М.И. Воронцова, О.П. Матюхина, О.М. Третьяк

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ, ИНЖЕНЕРНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

Учебное пособие для студентов заочной формы
обучения машиностроительных и строительных
специальностей

Часть 1

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Омск
СибАДИ
2010

УДК 514.18
ББК 22.151.34
Н 36

*Авторы: М.И. Воронцова, Е.А. Курышева,
О.П. Матюхина, Л.Г. Петровская, О.М. Третьяк*

Рецензенты:
д-р. техн. наук, проф. Ф.Н. Притыкин (ОмГТУ);
канд. техн. наук, доц. Ю.Ф. Савельев (ОмГУПС)

Работа одобрена редакционно-издательским советом академии в качестве учебного пособия для студентов заочной формы обучения машиностроительных и строительных специальностей.

Н 36 Начертательная геометрия, инженерная и компьютерная графика. Часть 1. Начертательная геометрия: учебное пособие для студентов заочной формы обучения машиностроительных и строительных специальностей. – Омск: СибАДИ, 2010. – 86 с.

ISBN 978-5 – 93204 – 466 – 7 (ч. 1)
ISBN 978-5 – 93204 – 466 – 3

Изложены краткие теоретические основы курса начертательной геометрии, методические указания по составу и оформлению контрольной работы по начертательной геометрии, исходные данные для тридцати вариантов, примеры решения задач, входящих в состав контрольной работы, условия задач, рекомендуемых для подготовки к экзамену.

Предназначено для студентов заочной формы обучения машиностроительных и строительных специальностей.

Табл. 1. Ил.8. Библиогр.: 9 назв.

ISBN 978-5 – 93204 – 466 – 7 (ч. 1)
ISBN 978-5 – 93204 – 466 – 3

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов заочной формы обучения. Основная форма работы студента заочной формы обучения – самостоятельное изучение материала по учебнику и учебным пособиям.

Основная форма отчетности – выполнение графической контрольной работы и сдача экзамена по начертательной геометрии. В данном учебном пособии разработаны задания по контрольной работе в количестве 30 вариантов. Номер варианта соответствует номеру зачетной книжки. Если в группе студентов больше, то студент, имеющий номер зачетной книжки 31, выполняет первый вариант и т.д. Контрольная работа проходит две стадии проверки: рецензирование работы преподавателем и устная защита контрольной работы студентом. Результатом рецензирования является «зачет» для правильно выполненного задания и «незачет» для работы, требующей внесения исправлений. Преподаватель вправе аннулировать и передать на кафедру представленную контрольную работу, если при собеседовании убеждается, что контрольная работа выполнена не самим студентом или не по своему варианту.

Контрольную работу рекомендуется представлять на рецензирование в сроки, предусмотренные рабочим планом изучения курса, обязательно сброшюрованную в альбом с написанным титульным листом (рис.1) и регистрацией в методическом кабинете заочного факультета.

Защищенную контрольную работу студенты приносят на экзамен по начертательной геометрии.

Размеры листов ватмана должны соответствовать ГОСТ 2.301-68 «Форматы».

Для контрольной работы по начертательной геометрии следует использовать форматы А4 (210 х 297) и А3 (297 х 420).

Федеральное агентство по образованию ГОУ ВПО «Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия (СибАДИ)» Контрольная работа №___ по начертательной геометрии Иванова П.С. Шифр зачетки ___ Домашний адрес____ 200…/ 200… уч. год

Рис.1. Образец титульного листа

Все листы должны иметь рамку с полями: слева 20 мм, по остальным трем сторонам по 5мм.

Для работ по начертательной геометрии можно использовать форматы со стандартной основной надписью или с основной надписью, представленной на рис. 2.

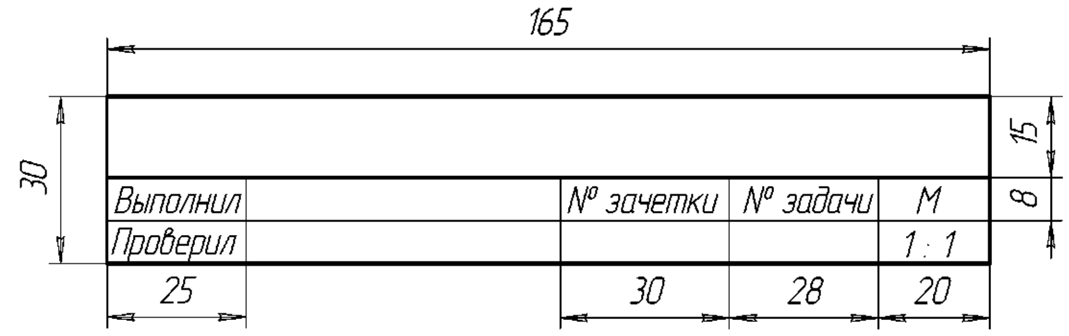


Рис. 2. Образец основной надписи

Чертежи должны быть выполнены карандашом аккуратно с помощью чертежных инструментов.

Толщину и тип линий принимают в соответствии с ГОСТ 2.303-68. Надписи на чертежах выполняют стандартным шрифтом, ГОСТ 2.304-81.

1. ПОРЯДОК ИЗУЧЕНИЯ КУРСА НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Изучение начертательной геометрии необходимо для развития пространственного воображения, приобретения знаний и навыков, позволяющих составлять и читать технические и строительные чертежи.

Курс начертательной геометрии начинают изучать с прослушивания лекций. Лектор излагает материал в соответствии с рабочей программой: часть материала, необходимого для выполнения студентами контрольной работы, во время установочной сессии, часть материала во время экзаменационной сессии. Объем лекционного времени во время установочной и экзаменационной сессий определяется учебными планами. При изучении начертательной геометрии следует придерживаться следующих общих указаний:

1. Начертательную геометрию нужно изучать строго последовательно и систематически. Перерывы в занятиях, а также перегрузки нежелательны.

2. Прочитанный в учебной литературе материал должен быть глубоко усвоен. В начертательной геометрии следует избегать механического запоминания теорем, отдельных формулировок и решений задач. Такое запоминание непрочно. Студент должен разобраться в теоретическом материале и уметь применить его как общую схему к решению конкретных задач.

При изучении того или иного материала курса не исключено возникновение у студента ложного впечатления, что все прочитанное им хорошо понято, что материал прост и можно, не задерживаясь на нем, идти дальше. Свои знания надо проверить ответами на поставленные в конце каждой темы вопросы и решением задач.

3. Очень большую помощь в изучении курса оказывает хороший конспект аудиторных лекций.

4. В курсе начертательной геометрии решению задач должно быть уделено особое внимание. Решение задач является наилучшим средством более глубокого и всестороннего постижения основных положений теории.

Прежде чем приступить к решению той или иной геометрической задачи, надо понять ее условие и четко представить себе схему решения, т.е. установить последовательность выполнения операций. Надо представить себе в пространстве заданные геометрические образы.

5. В начальной стадии изучения курса начертательной геометрии полезно прибегать к моделированию изучаемых геометрических форм и их сочетаний. Значительную помощь оказывают зарисовки воображаемых моделей, а также их простейшие макеты. В дальнейшем надо привыкать выполнять всякие операции с геометрическими формами в пространстве на их проекционных изображениях, не прибегая уже к помощи моделей и зарисовок. Основательная проверка знаний студента может быть проведена им же самим в процессе выполнения контрольных работ. Здесь студент должен поставить себя в такие условия, какие бывают на экзамене.

К экзаменационной сессии студент должен предоставить самостоятельно выполненную контрольную работу по индивидуальному заданию, для выполнения которой кроме лекционного материала необходимо изучить учебную литературу.

Во время экзаменационной сессии проводятся также лабораторные занятия в объеме часов, установленных учебным планом. На этих занятиях решаются задачи, проводится защита контрольных работ. Цель лабораторных работ – систематизация и закрепление учебного материала, подготовка к экзамену и дополнительный контроль знаний студентов.

Для студентов, проживающих в том городе, где расположен вуз, в течение семестра организованы консультации. Студент должен рационально использовать консультации, заранее подготовить вопросы, так как на них отведен минимальный объем времени. Студенты, защитившие контрольную работу, допускаются к сдаче экзамена по начертательной геометрии. Экзаменационные билеты составляются в соответствии с рабочей программой и включают один теоретический вопрос и три задачи. Первая задача метрическая или позиционная на взаимное положение элементов; точек, прямых, плоскостей. Вторая задача на пересечение прямой линии с поверхностью или плоскости с поверхностью. Третья задача на взаимное пересечение двух поверхностей с использованием способа вспомогательных секущих плоскостей или вспомогательных сфер.

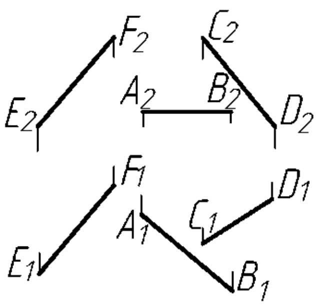
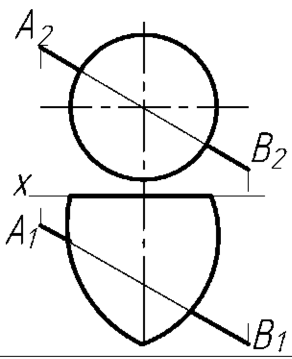
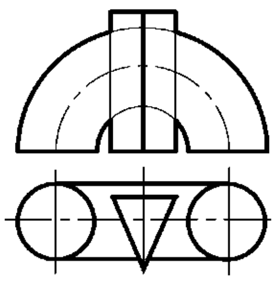
Образец экзаменационного билета представлен на рис.3.

Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия
(СибАДИ)

Факультет заочный
Кафедра « *Начертательная геометрия, инженерная и машинная графика*»
Дисциплина <u>Начертательная геометрия</u>
Специальность

Экзаменационный билет № 1

1. Сформулировать признак параллельности двух прямых.
Привести пример.
2. Решить три задачи.

1. Построить прямую, параллельную прямой EF и пересекающую прямые AB и CD.	2. Построить точки пересечения прямой AB с заданной поверхностью и отметить видимость прямой.	3. Построить проекции линии пересечения тора и призмы.
		

Зав. кафедрой _____ Разработчик_______________

Дата_________________

Рис. 3. Образец экзаменационного билета

2. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Раздел 1. Начертательная геометрия

Тема 1. Введение. Точка. Прямая

Предмет начертательной геометрии и его задачи. Методы проецирования. Метод ортогональных проекций (метод Монжа). Система плоскостей проекций и система прямоугольных (декартовых) координат. Проекции точек, расположенных в различных четвертях пространства.

Проекции прямой. Классификация прямых. Точка на прямой. Деление отрезка в данном отношении. Определение длины отрезка и углов наклона его к плоскостям проекций. Следы прямой линии. Взаимное расположение прямых. Определение видимости скрещивающихся прямых по конкурирующим точкам. Теорема о проекциях прямого угла.

Тема 2. Плоскость. Прямая и плоскость

Проекции плоскости. Классификация плоскостей. Прямая и точка в плоскости. Линии уровня в плоскости. Построение линии пересечения плоскостей. Пересечение прямой линии с плоскостью. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, двух плоскостей. Позиционные задачи.

Тема 3 .Кривые линии и поверхности. Способы замены плоскостей проекций и использование его для решения метрических и позиционных задач

Плоские и пространственные кривые линии. Классификация поверхностей. Линейчатые поверхности. Поверхности вращения. Винтовые поверхности. Циклические поверхности. Построение точек и линий на поверхностях.

Тема 4 .Пересечение поверхностей плоскостью. Развертки поверхностей

Способы построения линии пересечения гранных и криволинейных поверхностей плоскостью. Сечение поверхностей вращения. Общие принципы построения разверток поверхностей.

Тема 5. Пересечение прямой линии с поверхностями

Построение точек пересечения прямой линии с гранными и криволинейными поверхностями.

Тема 6.Взаимное пересечение поверхностей

Общий способ определения точек, принадлежащих двум поверхностям. Характерные точки проекций линии пересечения поверхностей. Способ вспомогательных секущих плоскостей и способ вспомогательных сфер (концентрических). Частные случаи пересечения поверхностей вращения.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. – М.: 2000. – 272 с.
2. Гордон В.О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии / В.О. Гордон, Ю.Б. Иванов, Г.Е. Солнцева. – М.: 2002. – 320 с.
3. Начертательная геометрия /под ред. Н.Н. Крылова.–М.:Высшая школа, 2002.

3. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Введение

Начертательная геометрия является одной из общепрофессиональных дисциплин, составляющих основу инженерного образования и имеющих первостепенное значение в формировании будущего специалиста. Начертательная геометрия включает в себя методы отображения трехмерных геометрических объектов на плоскости (т.е. преобразование реального пространства в проекционную модель – прямая задача) и способы решения позиционных и метрических задач, связанных с этими объектами, по их отображениям на плоскости (обратная задача).

Деление задач на позиционные и метрические является условным. Позиционные задачи определяют взаимное положение геометрических элементов, а метрические – связаны с измерениями: определение расстояний, углов, натуральной величины плоских фигур и др. Но при решении метрических задач часто сначала определяют взаимное положение элементов.

Конечной целью изучения курса начертательной геометрии является овладение правилами построения и чтения чертежей. В связи с обратимостью принципа построения чертежей необходимо научиться пространственные предметы изображать на плоском листе и, наоборот, по плоскому изображению (проекционной модели) представлять предмет в объеме, в реальном пространстве, то есть решать прямую и обратную задачи.

В начертательной геометрии основным методом построения изображений является метод проецирования, поэтому изучаются теоретические основы этого метода и его практическое применение для решения задач.

3.1. Принятые обозначения

1.Точки в пространстве – прописными буквами латинского алфавита: A, B, C..., M, а также цифрами: 1, 2, 3....

2.Линии – строчными буквами латинского алфавита: a, b, c,..., l, m....

3.Плоскости – строчными буквами греческого алфавита: α, β, δ, γ..., плоскости проекций – Π_1, Π_2, Π_3.

4.Проекции точек, линий и плоскостей обозначают теми же буквами, что и оригиналы, только с индексами. Например, проекции на плоскость Π_1: A_1, B_1, a_1, b_1, α_1, на плоскость Π_2: A_2, B_2, a_2, b_2, α_2.

Символы, обозначающие отношения между геометрическими фигурами:

$=$ – совпадение, равенство, результат действия;

$||$ – параллельность;

$\perp$ – перпендикулярность;

$\dot{-}$ – скрещивающиеся прямые;

$\in$ – принадлежность элемента множеству;

$\subset$ – принадлежность множества множеству;

$\cup$ – объединение, $A\cup a=\alpha$ точка A и прямая a задают плоскость α;

$\cap$ – пересечение, $\alpha\cap a=A$ пересечение плоскости α с прямой a определяют точку A.

$\Rightarrow$ – следствие $(a||b, b||c)\Rightarrow(a||c)$.

3.2. Образование проекций. Метод Монжа. Проекции прямой линии

3.2.1. Проецирование точки на две плоскости проекций. Метод Монжа

Метод параллельного прямоугольного проецирования на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций является основным методом составления технических чертежей и называется методом Монжа. Гаспар Монж (1746-1818) – французский геометр, основатель начертательной геометрии.

Две взаимно перпендикулярные плоскости в пространстве условно принимаются за плоскости проекций (рис. 4, *а*):

$П_1$– горизонтальная плоскость проекций;

$П_2$–фронтальная плоскость проекций; $П_1 \perp П_2$;

Ох – линия пересечения плоскостей проекций – ось координат (х или $П_2/П_1$).

Две плоскости разделили пространство на *4 четверти.*

A_1 – горизонтальная проекция точки А;

A_2 – фронтальная проекция точки А.

Проецирующие прямые $AA_2 \perp П_2$, $AA_1 \perp П_1$, AA_2 и AA_1 образуют плоскость, перпендикулярную к $П_1$ и $П_2$. Эта плоскость пересекает плоскости $П_1$ и $П_2$ по линиям A_XA_1 и A_XA_2, которые перпендикулярны оси проекций Ох и пересекают ее в одной точке A_x.

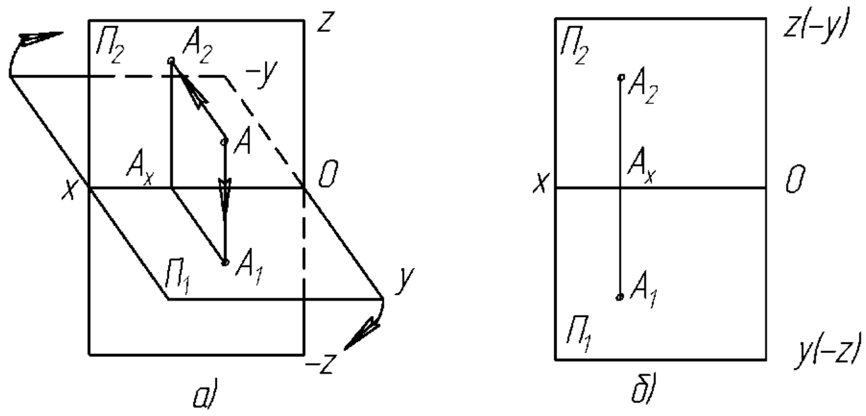


Рис. 4. Проецирование точки на две плоскости проекций

Используя наглядную модель, можно получить простой и удобный чертеж, повернув плоскость $П_1$ вокруг оси Ох по часовой стрелке, совместив ее с плоскостью $П_2$. При этом получается чертеж, называемый *эпюром Монжа* или просто эпюром, или комплексным чертежом (рис. 4, *б*).

Линия $A_1A_2 \perp$ оси Ох и называется *линией связи.*

При переходе к эпюру утрачивается пространственная картина расположения плоскостей проекций и точки. Но эпюр обеспечивает точность и удобоизмеримость изображений при значительной простоте изображений.

Чтобы определить положение точки в пространстве, задают ее координаты.

Координатами точки называются числа, выражающие ее расстояния от точки до плоскостей проекций: x – ширина (*абсцисса*); y – глубина (*ордината*); z – высота (*аппликата*). Задание точки выглядит так: A(x, y, z) или A(20,15,45).

В первой четверти все координаты положительны. Для удобства определения положения точек в четвертях пространства знаки координат сведены в табл.1.

Таблица 1

Четверти пространства	x	y	z
I	+	+	+
II	+	-	+
III	+	-	-
IV	+	+	-

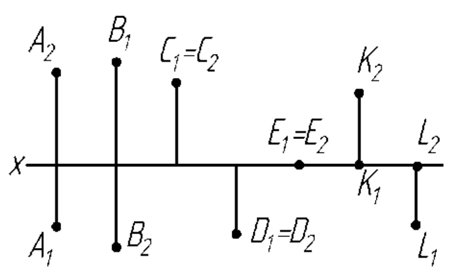


Рис. 5. Эпюр точек для примера 1

Если точка лежит в плоскости проекций, то одна ее проекция лежит на оси координат (одна координата точки равна 0).

Пример 1 *(решить самостоятельно).* Определить, в каких четвертях находятся точки, и записать их координаты (рис. 5).

3.2.2. Проецирование точки на три плоскости проекций

Не всегда для определения формы и размеров предмета достаточно двух плоскостей проекций, часто необходимо ввести еще одну плоскость проекций $П_3$, называемую профильной (рис. 6), $П_3 \perp П_1$ и $П_2$. Профильная плоскость делит пространство на 8 частей – октантов (окто – восемь). На рис. 6,*а* показано изображение точки А в 1-м октанте. На рис.6,*б* построен комплексный чертеж (эпюр) этой же точки, при этом трехгранный угол первого октанта разрезан по оси Y и плоскости $П_1$ и $П_3$ совмещены с плоскостью $П_2$. На рис. 6,*в* эпюр точки А построен без указания плоскостей проекций. На эпюре видно, что горизонтальная и фронтальная проекции точки лежат на одном перпендикуляре (линии связи) к оси Ox, а фронтальная и профильная проекции точки лежат на одном перпендикуляре (линии связи) к оси Oz. Построение профильной проекции точки показано на рис. 6,*б*. Расстояние от точки А до плоскости $П_1$ на чертеже измеряется отрезком A_2A_x или A_3A_y, расстояние до плоскости $П_2$ – отрезком A_1A_x или A_3A_z, расстояние до плоскости $П_3$ – отрезком A_1A_y или A_2A_z. Поэтому проекции A_3 можно построить, откладывая на линиях связи проекций A_2 и A_3 от оси Z вправо отрезок, равный A_1A_x (см. рис. 6,*в*). Такое построение является предпочтительным. Линии связи на чертеже надо проводить обязательно. Горизонтальную проекцию точки определяют координаты x, y; фронтальную – x, z; профильную – y, z.

В ортогональных проекциях проекцией точки является точка.

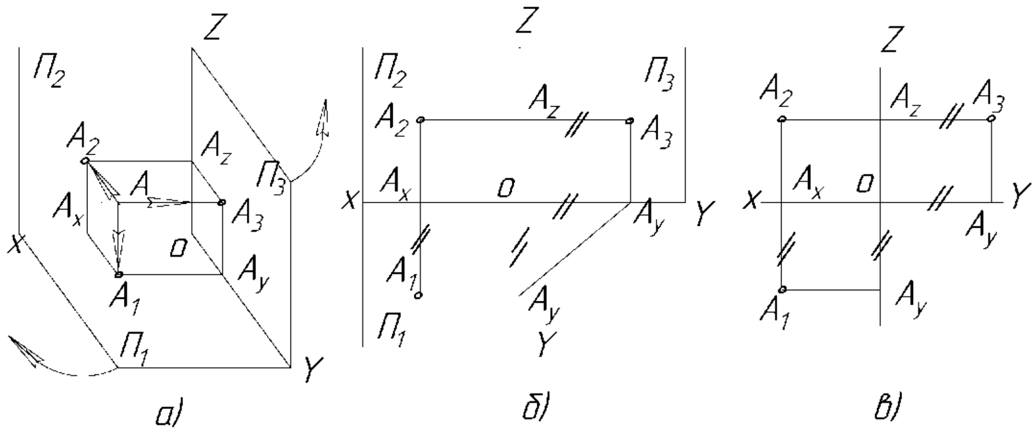


Рис. 6. Проецирование точки на три плоскости проекций

3.2.3. Проекции отрезка прямой линии. Классификация прямых

Проекцией прямой является прямая. Прямую на чертеже задают проекциями отрезков или проекциями точки и направлением проекций прямой (рис. 7).

Если расстояние от предмета до плоскости проекций не имеет значения, то оси координат на чертеже (эпюре) не изображают.

По отношению к плоскостям проекций прямые линии могут занимать различные положения.

Прямая общего положения – это прямая, не параллельная ни одной из плоскостей проекций. На чертеже ни одна из ее проекций не параллельна оси координат (см. рис. 7).

Если точка принадлежит прямой, то ее проекции лежат на одноименных проекциях этой прямой. На рис. 8 точка $C \in AB$.

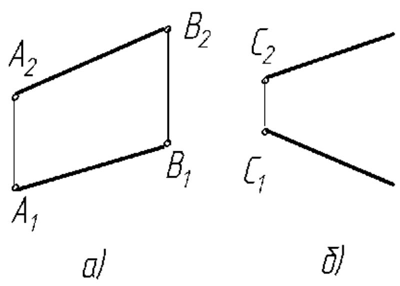


Рис. 7. Эпюр прямых общего положения

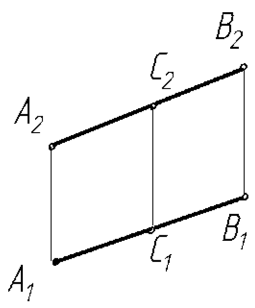


Рис. 8. Принадлежность точки прямой

Прямые уровня – это прямые, параллельные одной из плоскостей проекций: горизонталь, фронталь и профильная прямая. Горизонталь обозначают буквой h, фронталь – f, профильную прямую – p.

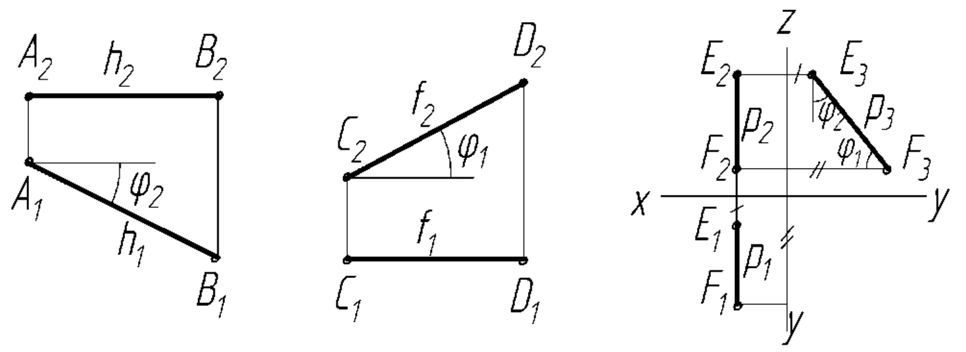
Фронтальная проекция горизонтали всегда параллельна оси Ox, а горизонтальная проекция отрезка равна его натуральной величине (рис. 9,*а*). Угол наклона φ_2 горизонтали к фронтальной плоскости проекций Π_2 проецируется в натуральную величину.

Горизонтальная проекция фронтали всегда параллельна оси Ox, а фронтальная проекция отрезка равна его натуральной величине (рис. 9,*б*). Угол наклона φ_1 фронтали к горизонтальной плоскости проекций проецируется в натуральную величину.

У профильной прямой (рис. 9,*в*) фронтальная проекция параллельна оси Oz, а горизонтальная – оси Oy. На профильной проекции отрезок профильной прямой и углы наклона его к плоскостям проекций Π_1 и Π_2 проецируются в натуральную величину.

Проецирующие прямые – это прямые, перпендикулярные одной плоскости проекций (рис.10, *а, б, в*). Одна проекция отрезка этих прямых вырождается в точку, а другие проекции отрезка изображаются в натуральную величину.

Горизонталь	*Фронталь*	*Профильная*
$h \parallel \Pi_1 \Rightarrow h_2 \parallel Ox$, $h_1=\lvert AB\rvert$	$f \parallel \Pi_2 \Rightarrow f_1 \parallel Ox$, $f_2=\lvert CD\rvert$	$p \parallel \Pi_3 \Rightarrow p_1 \parallel Oy$, $p_2 \parallel Oz$, $p_3=\lvert EF\rvert$



а) б) в)

Рис. 9. Эпюры прямых уровня

Горизонтально-проецирующая $\perp\Pi_1$	*Фронтально-проецирующая* $\perp\Pi_2$	*Профильно-проецирующая* $\perp\Pi_3$

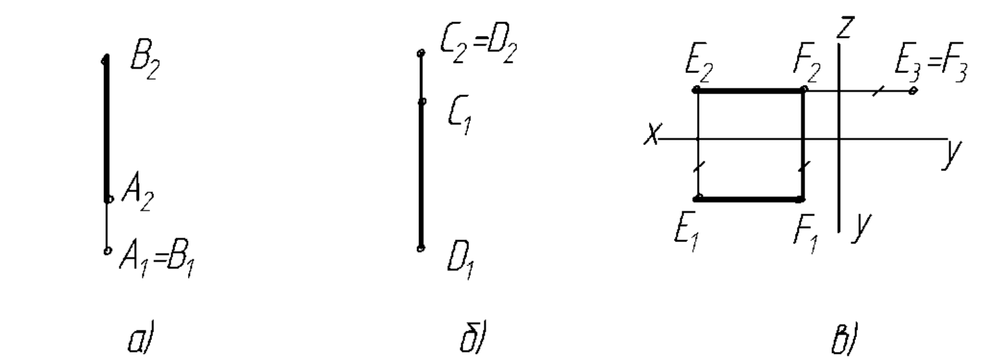


Рис. 10. Эпюры проецирующих прямых

3.2.4. Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения и углов наклона его к плоскостям проекций способом прямоугольного треугольника

Натуральная величина отрезка прямой общего положения определяется как гипотенуза прямоугольного треугольника, один катет которого равен проекции отрезка на заданную плоскость проекций, а другой равен разности расстояний от концов отрезка до этой же плоскости. Угол наклона прямой к плоскости проекций равен углу между натуральной величиной прямой и ее проекцией на эту плоскость (рис. 11).

Пример 2. Определить натуральную величину отрезка AB и угол наклона его к горизонтальной плоскости проекций $П_1$ (см. рис. 11). AB не параллельна $П_1$,$П_2$; $|AB|$=? φ_1=?

Δz можно откладывать как из точки A, так и из точки B в любом направлении.

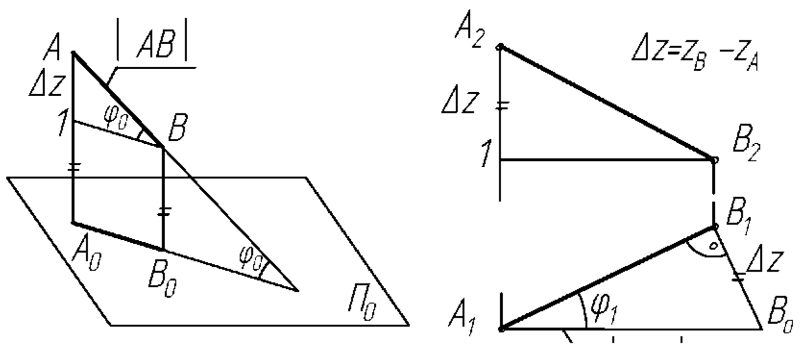


Рис. 11. Определение натуральной величины отрезка прямой

3.2.5 Деление отрезка в пропорциональном отношении

Если точка, принадлежащая отрезку, делит этот отрезок в каком-то отношении, то проекции этого отрезка делятся проекциями этой точки в том же отношении.

Пример 3. Разделить отрезок AB в отношении AC:CB=2:1 (рис. 12).

Решение можно производить на любой проекции. Из любого конца отрезка AB под произвольным углом к проекции прямой проводят луч произвольной длины, на нем откладывают 3 равных между собой произвольных отрезка. Конечную точку B_0 соединяют с точкой B_1, определяют точку C_0, которая делит отрезок A_1B_0 в отношении 2:1. Проводят отрезок C_0C_1 параллельно B_0B_1. Точка C_1 делит горизонтальную проекцию отрезка A_1B_1 в отношении 2:1. C_2 определяют по линиям связи.

3.2.6. Следы прямой

Следами прямой называются точки пересечения прямой с плоскостями проекций (рис. 13). В системе 3-х плоскостей проекций прямая общего положения имеет три следа, уровня – два, проецирующая – один.

M – горизонтальный след;
M_1 – горизонтальная проекция горизонтального следа;
M_2 – фронтальная проекция горизонтального следа;
N – фронтальный след;
N_1 –горизонтальная проекция фронтального следа;
N_2 – фронтальная проекция фронтального следа.
Одноименные проекции следов совпадают с самими следами.

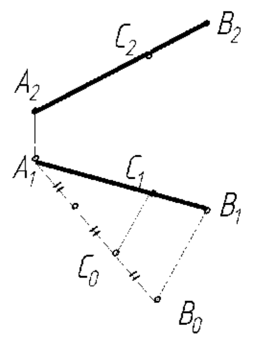


Рис. 12. Деление отрезка прямой

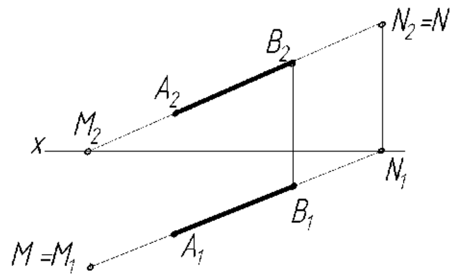


Рис. 13. Следы прямой

Для построения горизонтального следа прямой фронтальную проекцию прямой A_2B_2 продолжают до пересечения с осью Ох и получают фронтальную проекцию горизонтального следа M_2. Так как точка М принадлежит прямой АВ, то ее горизонтальная проекция M_1 находится на горизонтальной проекции прямой A_1B_1 и лежит на одной линии связи с проекцией M_2. Для построения фронтального следа прямой его горизонтальную проекцию A_1B_1 продолжают до пересечения с осью Ох и получают горизонтальную проекцию фронтального следа N_1. Фронтальную проекцию фронтального следа N_2 прямой находят по линии связи на ее фронтальной проекции.

3.2.7. *Взаимное расположение прямых*

Прямые в пространстве могут быть *параллельными, пересекающимися* или *скрещивающимися*. Если прямые параллельны, то их одноименные проекции на чертеже параллельны (рис. 14). Если прямые пересекаются, то на чертеже проекции их точки пересечения лежат на одной линии связи (рис. 15).

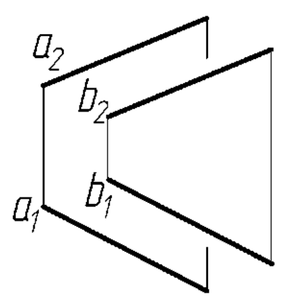


Рис. 14. Параллельные прямые

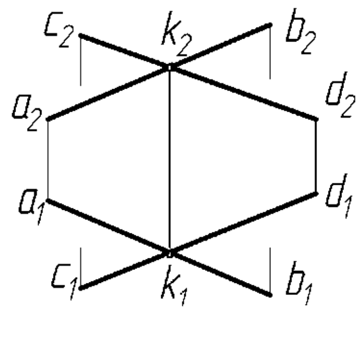


Рис. 15. Пересекающиеся прямые

Если прямые не пересекаются и не параллельны, то они скрещиваются. У скрещивающихся прямых на одной из проекций совпадают проекции двух точек, поэтому одна из совпадающих точек становится закрытой. Такие точки еще называют конкурирующими (рис. 16). 1 и 2 ($1_2=2_2$) – фронтально-конкурирующие точки; 3 и 4 ($3_1=4_1$) – горизонтально-конкурирующие точки.

Из двух горизонтально-конкуриующих точек на чертеже видимой будет та, фронтальная проекция которой расположена выше; из двух фронтально-конкурирующих точек видимой будет та, горизонтальная проекция которой будет ниже. Точки 2 и 3 закрытые, 1 и 4 – открытые.

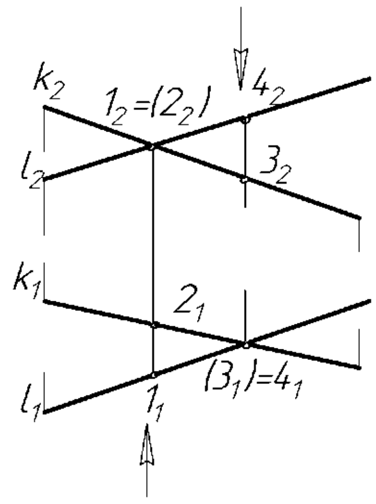


Рис. 16. Скрещивающиеся прямые

3.2.8. Проекции прямого угла. Теорема о проекциях прямого угла

Если плоскость прямого угла не перпендикулярна плоскости проекций и хотя бы одна его сторона параллельна этой плоскости, то на эту плоскость угол будет проецироваться в натуральную величину (рис. 17). На рис. 17,*а* угол АВС прямой, так как его сторона ВС является фронталью, а на рис. 17,*б* угол CDE не равен 90°, так как обе стороны угла – прямые общего положения.

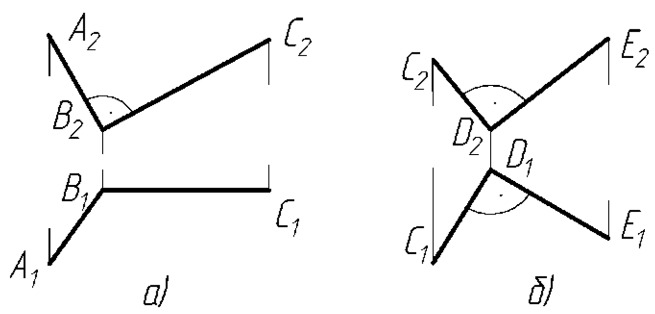


Рис. 17. Проекции прямого плоского угла

Вопросы для самопроверки

1. Что понимают под проецированием?
2. В чем состоит сущность параллельного проецирования?
3. В чем заключается метод Монжа?
4. Что называют координатами точки?
5. Какие координаты на эпюре определяют горизонтальную, фронтальную и профильную проекции точки?
6. Какие прямые называются прямыми общего положения, уровня и проецирующими?
7. Как определить натуральную величину отрезка прямой общего положения способом прямоугольного треугольника?

8. Что называется следами прямой линии?
9. Как определить на чертеже прямые параллельные, пересекающиеся и скрещивающиеся?
10. Какие точки называются конкурирующими? Как определить их видимость на чертеже?
11. Сформулировать теорему о проекциях прямого угла.

3.3. Плоскость. Способы задания плоскости на чертеже. Прямая и точка в плоскости

3.3.1. Способы задания плоскости на чертеже

Плоскость на чертеже можно задать:

1) проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой (рис. 18,*а*);
2) проекциями прямой линии и точки, не лежащей на этой прямой (рис. 18,*б*);
3) проекциями двух параллельных прямых (рис. 18,*в*);
4) проекциями двух пересекающихся прямых (рис.18,*г)*;
5) проекциями плоской фигуры (рис. 18,*д*);
6) следами (рис.19, 20).

Каждое из названных заданий может быть преобразовано в другое из них.

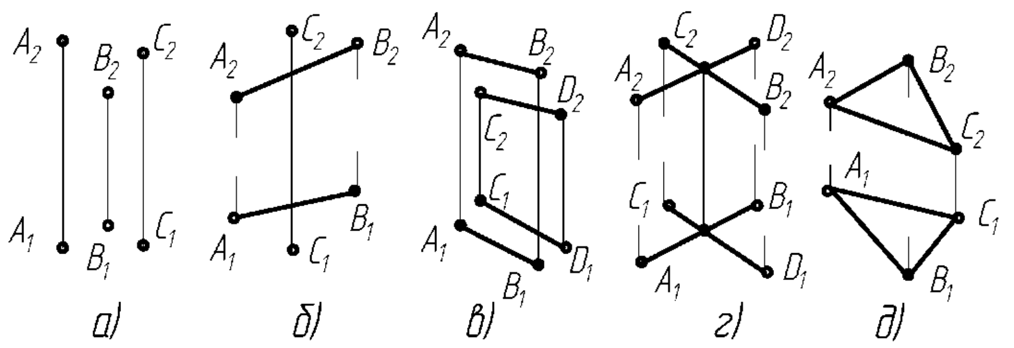


Рис. 18. Способы задания плоскости на чертеже

Следами плоскости называются линии пересечения плоскости с плоскостями проекций (см. рис. 19). $h_{0\alpha}$ – горизонтальный след плоскости, или $\alpha \cap \Pi_1$ – линия пересечения плоскости α с плоскостью проекций Π_1. На чертеже принято обозначать $\alpha\Pi_1$. $f_{0\alpha}$ – фронтальный след плоскости, или $\alpha \cap \Pi_2$ – линия пересечения плоскости α с плоскостью проекций Π_2. На чертеже принято обозначать $\alpha\Pi_2$.

Следы плоскости всегда совпадают со своей одноименной проекцией на эту плоскость, а другие проекции этих следов лежат на осях координат. На чертеже обозначают только горизонтальные, фронтальные и профильные следы, а их проекции на осях координат не обозначают.

В треугольнике следов (см. рис. 19) все углы острые, угол между следами в пространстве не равен углу между следами на чертеже. На рис. 20 представлен эпюр плоскости, заданной следами.

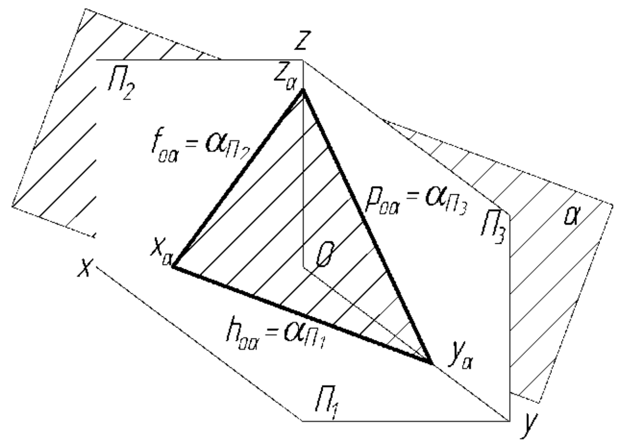
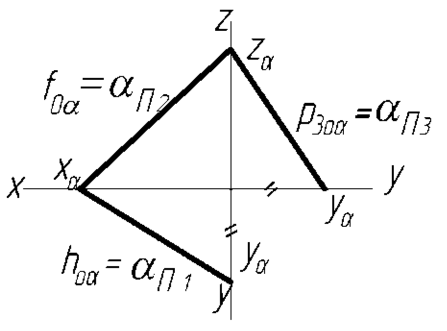


Рис.19. Следы плоскости

3.3.2. Классификация плоскостей

Плоскость, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется *плоскостью общего положения (сравнить с прямой)*. Плоскости общего положения могут быть *восходящими* (рис. 21,*а*) *и нисходящими* (рис. 21,*б*).



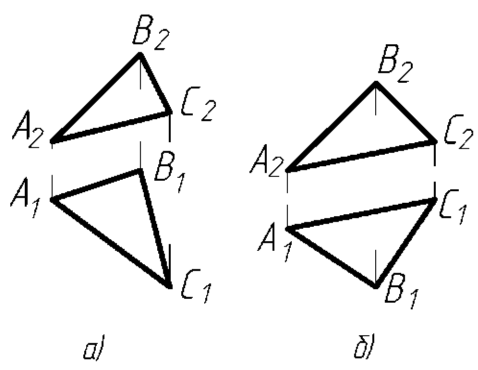


Рис. 20. Эпюр плоскости, заданной следами

Рис. 21. Восходящая (*а*) и нисходящая (*б*) плоскости

У восходящей плоскости (см. рис. 21,*а*) вершина треугольника В находится над основанием АС на обеих проекциях. У нисходящей плоскости (рис. 21,б) вершина В меняет свое положение на проекциях относительно основания АС.

Проецирующие плоскости перпендикулярны к одной из плоскостей проекций; одна проекция таких плоскостей вырождается в *прямую линию (проецирующий след)*, и проекции всех элементов, лежащие в этих плоскостях, сливаются с проецирующим следом. На чертеже угол между проецирующим следом плоскости и плоскостью проекций изображается в натуральную величину (рис. 22, *а, б, в*).

Горизонтально-проецирующая, $\perp \Pi_1$ *Фронтально-проецирующая,* $\perp \Pi_2$ *Профильно-проецирующая,* $\perp \Pi_3$

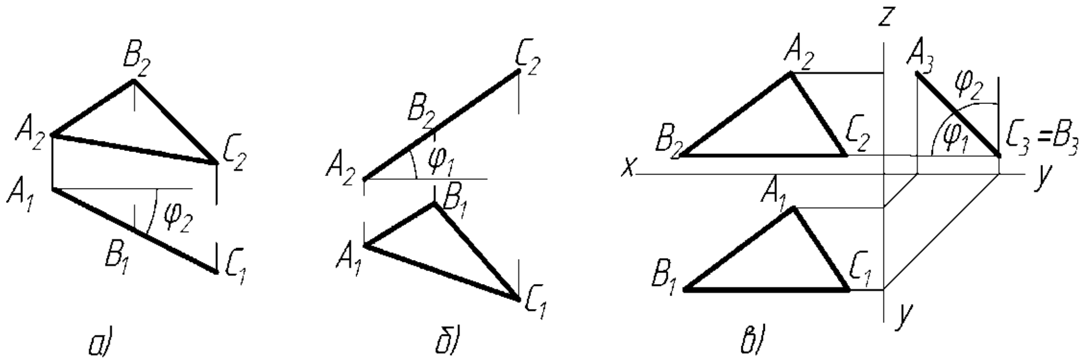


Рис. 22. Эпюры проецирующих плоскостей

На рис. 23 дано наглядное изображение проецирующих плоскостей, изображенных на рис. 22.

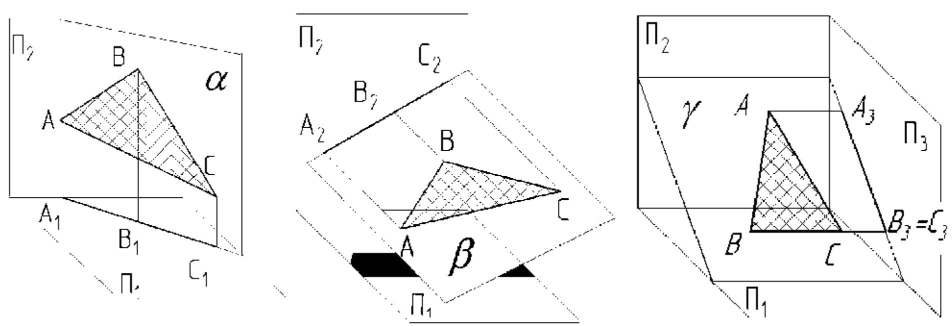


Рис. 23. Наглядное изображение проецирующих плоскостей

Проецирующая плоскость может быть задана на эпюре одним проецирующим следом.

Плоскости уровня (рис. 24,*а, б, в*) параллельны одной плоскости проекций. Все геометрические элементы, лежащие в этих плоскостях, на одну плоскость проекций проецируются в натуральную величину.

Горизонтальная уровня $\parallel \Pi_1$ *Фронтальная уровня* $\parallel \Pi_2$ *Профильная уровня* $\parallel \Pi_3$

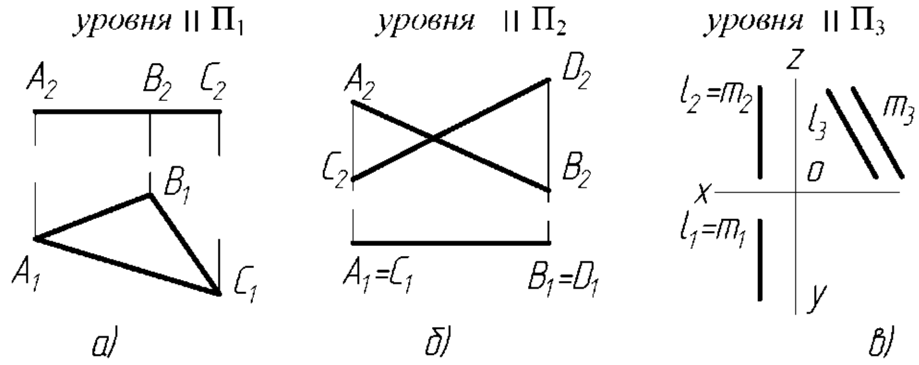


Рис. 24. Эпюры плоскостей уровня

3.3.3 Условие принадлежности точки и прямой линии плоскости

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой этой плоскости. Прямая принадлежит плоскости, если она проходит через две точки этой плоскости.

Пример 4. Построить горизонтальную проекцию точки $K(K_2)$, принадлежащей плоскости треугольника АВС (рис. 25).

$K \in \alpha(ABC)$; $K_2 \in A_21_2$; $K_1 \in A_11_1$.

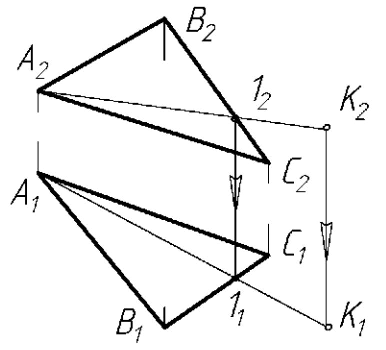


Рис. 25. Принадлежность точки и прямой линии плоскости

3.3.4. Горизонтали и фронтали плоскости

Горизонталью плоскости h называется прямая, принадлежащая плоскости и параллельная плоскости проекций Π_1. Фронтальная проекция горизонтали h_2 всегда параллельна оси Ох (рис. 26).

Фронталью плоскости f называется прямая, принадлежащая плоскости и параллельная плоскости проекций Π_2. Горизонтальная проекция фронтали f_1 всегда параллельна оси Ох. На рис.26 горизонталь и фронталь построены в треугольнике АВС.

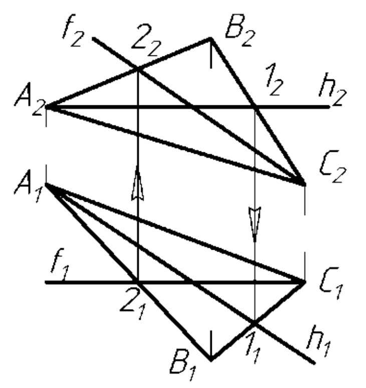


Рис. 26. Горизонталь и фронталь плоскости треугольника АВС

Вопросы для самопроверки

1. Как задают плоскость на чертеже?
2. Какие прямые называются следами плоскости?
3. Какие плоскости называются плоскостями общего положения, уровня и проецирующими?
4. При каком условии точка принадлежит плоскости?
5. При каком условии прямая принадлежит плоскости?
6. Какие линии называются горизонталью и фронталью плоскости?

3.4. Способы преобразования чертежа

Многие задачи решаются проще, если элементы чертежа находятся в частных положениях. Например, для отрезка прямой уровня одна проекция равна натуральной величине и угол наклона к одной из плоскостей проекций проецируется в натуральную величину. Для плоскостей уровня на одной проекции все элементы этой плоскости определяются в натуральную величину и т.д. Существуют разные способы преобразования элементов чертежа из общих положений в частные. Ниже рассматриваются некоторые из них.

3.4.1. Вращение вокруг проецирующих прямых

При вращении вокруг некоторой неподвижной прямой (*ось вращения - O*), перпендикулярной плоскости проекций, каждая точка вращаемой фигуры перемещается в плоскости, перпендикулярной оси вращения (*плоскость вращения -* α). Точка перемещается по окружности, центр которой находится в точке пересечения оси с плоскостью вращения (*центр вращения - C*), а радиус окружности равняется расстоянию от вращаемой точки до центра (*радиус вращения - R*). Если какая-либо из точек данной системы находится на оси вращения, то при вращении системы эта точка считается неподвижной.

Пример 5. Определить натуральную величину отрезка прямой AB и угол наклона его к плоскости проекций $П_2$ (рис. 27).

Для этого отрезок AB надо повернуть до положения горизонтали. Ось вращения O выбрана перпендикулярно $П_2$ через точку A отрезка AB. Поэтому точка A остается неподвижной, а точка B вращается вокруг оси по окружности. На чертеже B_2 перемещается в положение B_2^1 по окружности, радиус R которой равен фронтальной проекции отрезка A_2B_2. Горизонтальная проекция точки B перемещается в плоскости ε перпендикулярно оси вращения O в положение B_1^1. Отрезок $A_1B_1^1$ равен натуральной величине отрезка AB. Способом вращения удобно определять натуральную величину ребер пирамиды и образующих наклонного конуса.

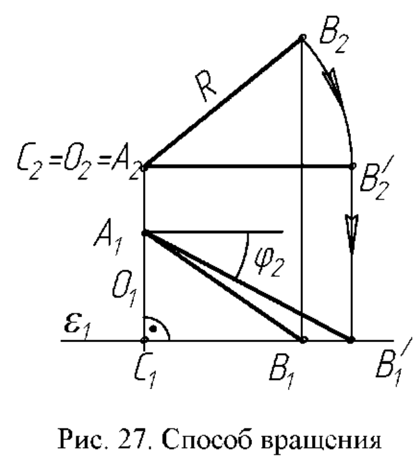


Рис. 27. Способ вращения вокруг проецирующей прямой

3.4.2. Способ плоскопараллельного перемещения

При вращении элементов чертежа вокруг проецирующих прямых одна проекция элементов не изменяется по величине и форме, поэтому одной проекции сразу можно придать положение, удобное для решения задачи, считая, что вращение произошло. При этом ось вращения на чертеже не указывают. Точки фигуры другой проекции перемещаются в плоскостях, параллельных плоскости проекций – плоскостях уровня.

Этим способом удобно определять натуральную величину проецирующей фигуры.

Пример 6. Определить натуральную величину треугольника ABC (рис. 28). Фронтальную проекцию треугольника $A_2B_2C_2$ одновременно поворачивают до положения плоскости уровня, т.е. располагают параллельно плоскости $П_1$, и плоско параллельно переносят в новое положение - $A_2^1B_2^1C_2^1$. При этом горизонтальные проекции треугольника $A_1B_1C_1$ перемещаются в плоскостях ε_1^1, ε_1^2, и ε_1^3, параллельных $П_1$ (параллельно оси Ох). От фронтальных проекций $A_2^1B_2^1C_2^1$ проводят линии связи перпендикулярно оси Ох до линий перемещения горизонтальных проекций точек треугольника $A_1B_1C_1$.

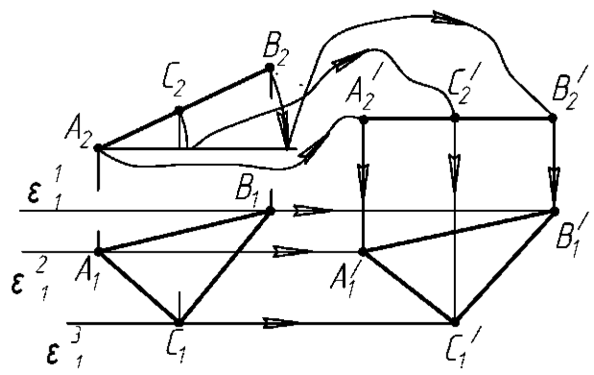


Рис. 28. Определение натуральной величины треугольника

3.4.3. Способ замены плоскостей проекций. Замена одной плоскости проекций

Сущность способа заключается в том, что положение точек, линий и поверхностей в пространстве остается неизменным, а система плоскостей проекций $П_1$,$П_2$ дополняется плоскостями, образующими с $П_1$, или $П_2$, или между собой системы двух взаимно перпендикулярных плоскостей, принимаемых за плоскости проекций. В ряде случаев достаточно замены одной плоскости проекций, в других случаях необходимы две и более замены.

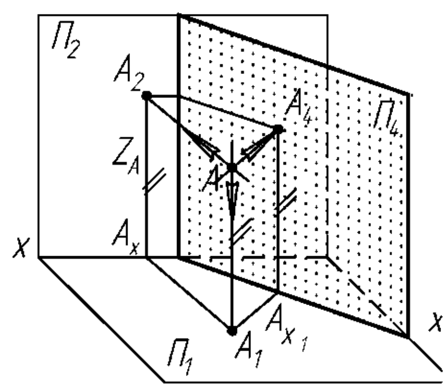


Рис. 29. Модель замены плоскостей проекций

На рис. 29 в системе плоскостей проекций $П_1/П_2$ точка А имеет проекции A_1 и A_2, а в системе плоскостей проекций $П_1/П_4$ эта точка имеет проекции A_1 и A_4. В ряде случаев для решения задачи достаточно замены только одной плоскости проекций, а в других случаях необходимы две и более замены плоскостей проекций.

При замене плоскости $П_1$ новой плоскостью, перпендикулярной $П_2$, координата Y остается неизменной, а при замене плоскости $П_2$ новой плоскостью неизменной остается координата Z.

Замены одной плоскости проекций достаточно для решения следующих задач:

1) преобразования отрезка прямой в прямую уровня;

2) преобразования плоскости общего положения в проецирующую плоскость и др.

Пример 7**.** Определить натуральную величину отрезка прямой АВ и угол наклона его к плоскости проекций $П_1$ (рис. 30). Новая плоскость $П_4$ выбрана параллельно отрезку АВ и перпендикулярно $П_1(x_1 \| A_1B_1)$. Линии связи от точек A_1 и B_1

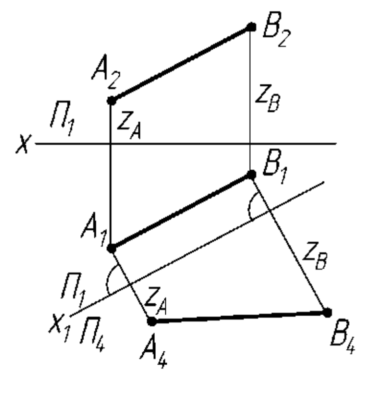


Рис. 30. Определение натуральной величины отрезка прямой

проводятся $\perp$ к оси x_1. Чтобы построить проекции точек A_4 и B_4 на плоскости $П_4$, на линиях связи откладывают координаты Z точек A и B (z_A и z_B). На эту плоскость отрезок проецируется в натуральную величину ($A_4B_4 = |AB|$).

Пример 8. Определить угол наклона плоскости треугольника ABC к плоскости проекций $П_1$ (рис. 31). Для решения задачи надо плоскость общего положения преобразовать во фронтально-проецирующую. Сначала в треугольнике проводят горизонталь h. Новую плоскость проекций $П_4$ проводят перпендикулярно $П_1$ и h_1. На плоскость $П_4$ треугольник ABC проецируется в отрезок. Угол наклона φ_1 плоскости треугольника определяется как угол между проецирующим следом плоскости $A_4B_4C_4$ и осью x_1.

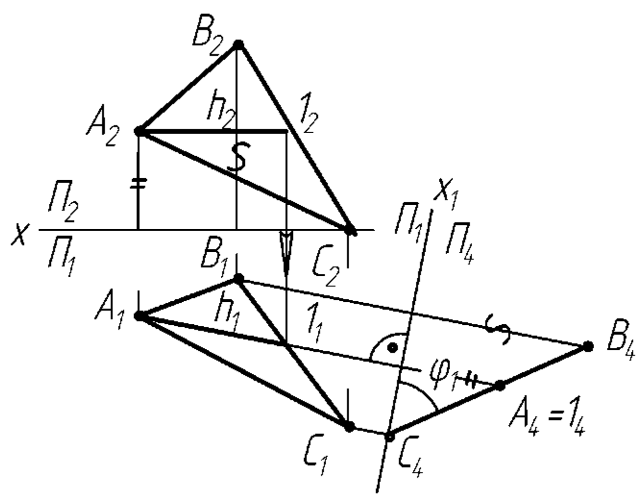


Рис. 31. Определение угла наклона плоскости треугольника ABC к плоскости проекции $П_1$

3.4.4. Замена двух и более плоскостей проекций

При второй и последующих заменах плоскостей проекций поступают так же, как и при первой замене, принимая результат предыдущей замены за исходную систему.

Пример 9. Преобразовать прямую общего положения AB в проецирующую (рис. 32).

Сначала введена плоскость $П_4$, параллельная отрезку прямой AB ($x_1 \| A_1B_1$) и перпендикулярная $П_1$. A_4B_4 – натуральная величина прямой AB. При второй замене введена плоскость проекций $П_5$; $П_5 \perp A_4B_4$; $П_5 \perp П_4$. Чтобы построить проекции прямой AB на плоскость $П_5$, надо расстояния от проекций точек A_1 и B_1 до оси x_1 (они равны) отложить от оси x_2. Проекции точек A_5 и B_5 совпадут.

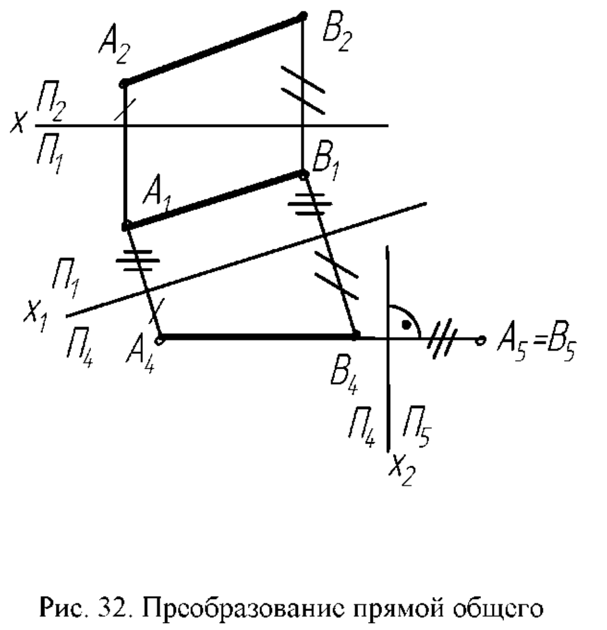


Рис. 32. Преобразование прямой общего положения в проецирующую

Пример 10. Определить натуральную величину треугольника ABC (рис. 33).

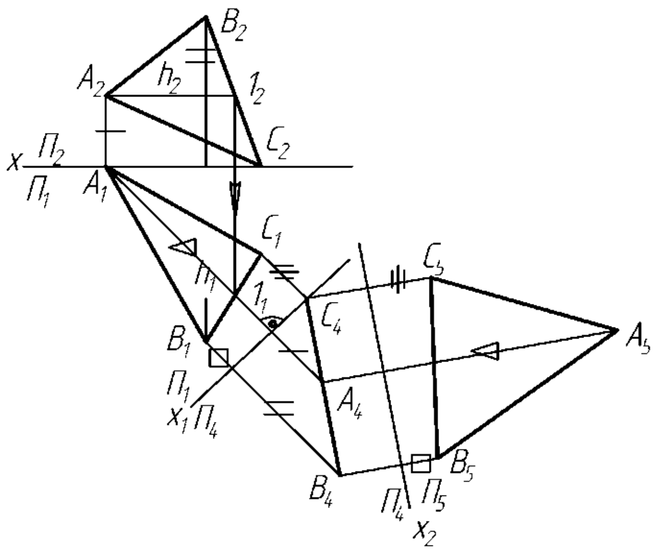


Рис. 33. Определение натуральной величины треугольника

ΔABC – плоскость общего положения, которая при первой замене плоскости проекций ($П_4 \perp h_1$) преобразована в проецирующую $A_4B_4C_4$ плоскость. При второй замене плоскостей проекций введена плоскость $П_5$; $П_5 || A_4B_4C_4$ и $П_5 \perp П_4$. На плоскость $П_5$ ΔABC проецируется в натуральную величину. Натуральная величина треугольника всегда больше любой из его проекций.

Замена двух плоскостей проекций необходима для определения натуральной величины плоской фигуры общего положения, определения расстояния между параллельными прямыми общего положения и других задач.

Вопросы для самопроверки

1. Назвать элементы, связанные со способом вращения вокруг проецирующих прямых.
2. Как определить натуральную величину плоской фигуры способом плоскопараллельного перемещения?
3. В чем заключается сущность способа замены плоскостей проекций?
4. Чему равно расстояние между двумя параллельными плоскостями?
5. Как определить натуральную величину отрезка прямой и углы ее наклона к плоскостям проекций способом замены плоскостей проекций?
6. Как определить натуральную величину плоскости треугольника общего положения способом замены плоскостей проекций?

3.5. Взаимное положение двух плоскостей. Взаимное положение прямой и плоскости

3.5.1. Взаимное положение двух плоскостей. Построение линии пересечения двух плоскостей

Плоскости в пространстве либо параллельны, либо пересекаются. Если плоскости пересекаются, то линия их пересечения представляет собой прямую, для построения которой достаточно определить две точки или одну точку и направление линии пересечения.

Ниже приведены некоторые примеры построения линии пересечения плоскостей.

Плоскость общего положения ΔABC пересекается с плоскостью уровня $\alpha(\alpha_2)$. В этом случае линией пересечения является линия уровня (рис. 34), в данном примере – горизонталь.

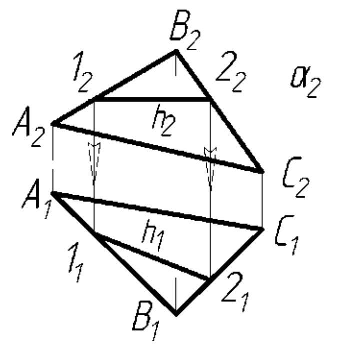


Рис. 34. Пересечение треугольника ABC и плоскости α

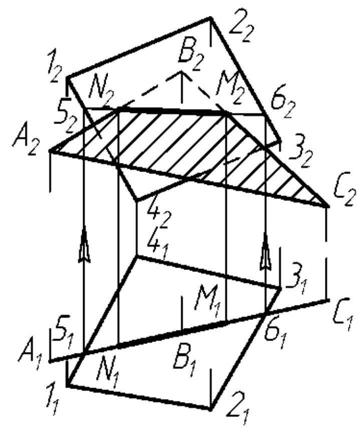


Рис. 35. Пересечение треугольника ABC и четырехугольника 1234

Плоскость общего положения 1234 пересекается с проецирующей плоскостью ΔABC (рис. 35).

Горизонтальная проекция линии пересечения N_1M_1 совпадает с проецирующим следом, точки фронтальной проекции линии пересечения M_2N_2 определяют по линиям связи.

3.5.2. Построение точки пересечения прямой и плоскости. Пересечение прямой общего положения с плоскостями частного положения

Примеры пересечения прямой общего положения с плоскостями *частного положения* приведены на рис. 36 (с плоскостью уровня – рис. 36,*а*, с проецирующей плоскостью – рис. 36,*б*).

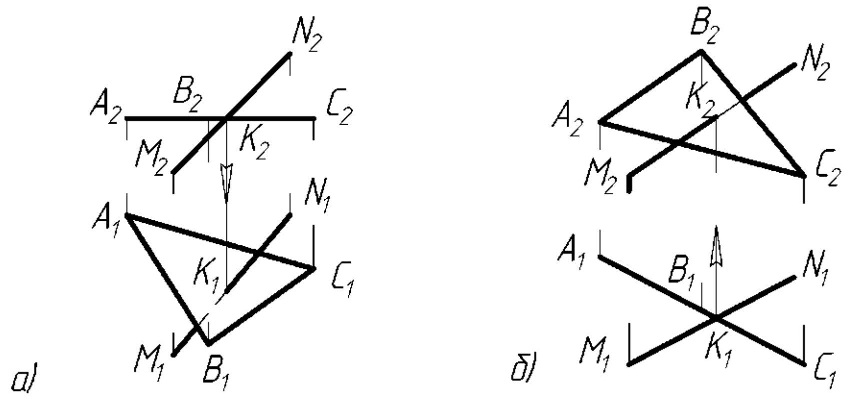


Рис. 36. Пересечение прямой общего положения с плоскостями частного положения

В этих примерах точка пересечения прямой с плоскостью определяется без дополнительных построений.

3.5.3. Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения

На рис. 37 прямая LM пересекает плоскость треугольника ABC.

В этом случае для построения точки пересечения необходимо выполнить следующее:

1. Через прямую провести вспомогательную плоскость, лучше проецирующую $-\alpha(\alpha_1)$.
2. Построить линию пересечения заданной плоскости (ΔABC) со вспомогательной (линия 1-2).
3. Точка пересечения линии 1-2 с заданной прямой является точкой пересечения прямой с плоскостью.

Видимость прямой определяется с помощью конкурирующих точек (см. рис. 16). Видимость прямой достаточно определить на горизонтальной проекции; так как плоскость ΔABC нисходящая, то видимость на фронтальной проекции будет обратной.

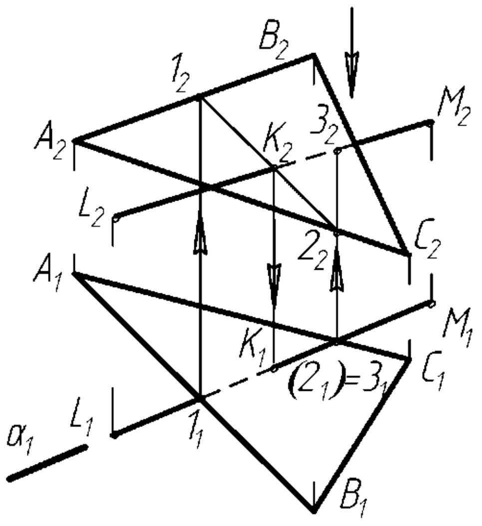


Рис. 37. Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения

3.5.4. Пересечение плоскости общего положения с проецирующей прямой

Горизонтальная проекция точки пересечения K_1 прямой AB с плоскостью ΔABC совпадает с горизонтальной проекцией прямой A_1B_1 (рис.38). Точка пересечения К – это точка с двойной принадлежностью: К$\in\Delta$ABC, К$\in$AB. Поэтому для построения недостающей проекции точки пересечения достаточно через прямую провести горизонталь, или фронталь, или любую прямую, т.е. определить проекции точки пересечения как проекции точки, принадлежащей плоскости.

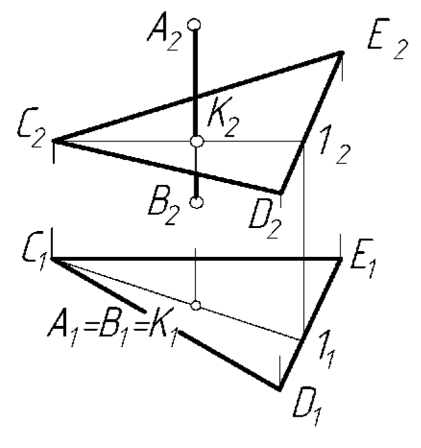


Рис. 38. Пересечение проецирующей прямой с плоскостью общего положения

3.5.5. Перпендикулярность и параллельность прямой и плоскости

Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости. На основании теоремы о проекциях прямого угла горизонтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а его фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали.

Если прямая параллельна плоскости, то она параллельна какой-нибудь прямой этой плоскости.

Пример 11. Из точки К опустить перпендикуляр на плоскость α(ABC) (рис. 39). В плоскости сначала строят горизонталь h и фронталь f, а затем строят проекции перпендикуляра. $K_1 \perp h_1$, $K_2 \perp f_2 \Rightarrow K \perp \alpha(ABC)$.

Пример 12. Установить, параллельна ли прямая AB плоскости треугольника CDE (рис. 40).

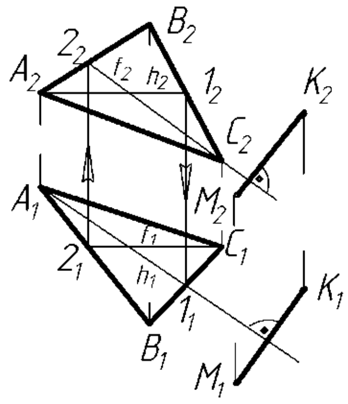


Рис. 39. Перпендикулярность прямой и плоскости

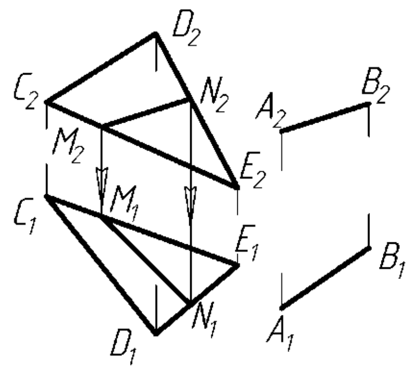


Рис. 40. Параллельность прямой и плоскости

В плоскости ΔСДЕ строят прямую, параллельную прямой AB. $M_2N_2 \parallel A_2B_2$, M_1N_1 не $\parallel A_1B_1$, следовательно, AB не $\parallel \Delta CDE$.

3.5.6. Параллельность двух плоскостей

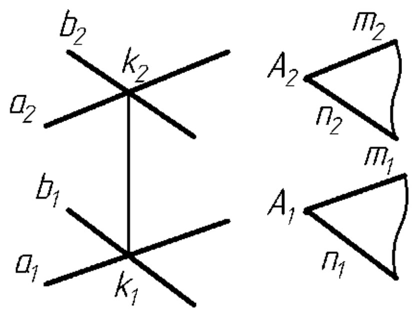


Рис. 41. Параллельность двух плоскостей

Две плоскости взаимно параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Пример 13. Через точку А построить плоскость, параллельную плоскости, заданной пересекающимися прямыми *a* и *b* (рис. 41). Через точки A_1 и A_2 проводят проекции прямых, параллельных соответственно прямым *a* и *b*.

3.5.7. Перпендикулярность двух плоскостей

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой.

Пример 14. Через прямую АВ построить плоскость, перпендикулярную плоскости ΔCDE (рис.42).

Для этого достаточно через точку В прямой АВ построить проекции перпендикуляра ВК к плоскости ΔCDE ($B_2K_2 \perp f_2$, $B_1K_1 \perp h_1$). Искомая плоскость задана двумя пересекающимися прямыми ($AB \cap BK$).

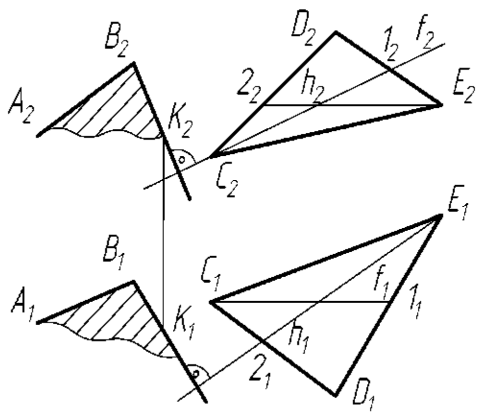


Рис.42. Перпендикулярность двух плоскостей

Вопросы для самопроверки

1. Что представляет собой линия пересечения плоскостей?
2. Где находится одна проекция линии пересечения плоскости общего положения с проецирующей плоскостью? плоскостью уровня?
3. Как построить точку пересечения прямой общего положения с плоско - стями уровня, проецирующей и общего положения?
4. Как построить точку пересечения проецирующей прямой с плоскостью общего положения?
5. Как располагаются на чертеже проекции прямой, перпендикулярной к плоскости?
6. Как располагаются на чертеже проекции прямой, параллельной плоскости?
7. Сформулировать признак перпендикулярности и параллельности двух плоскостей.

3.6. Кривые линии и поверхности

3.6.1. Кривые линии

Кривая линия определяется как траектория движения точки при постоянно изменяющемся направлении движения.

Кривые линии могут быть плоскими и пространственными. Все точки плоской линии лежат в одной плоскости, например, окружность, эллипс, спираль Архимеда. Плоские кривые линии образуются при пересечении поверхностей плоскостью (линии сечения круговых цилиндров и конусов плоскостью).

Линия считается *закономерной,* если в своем образовании она подчинена какому-либо геометрическому закону. Если при этом кривая определяется в декартовых координатах алгебраическим уравнением, то она называется алгебраической.

Например, эллипс определяется выражением $x^2/a^2+y^2/b^2=1$. Степень уравнения определяет порядок кривой. Это кривая второго порядка.

Пространственные кривые линии – это те линии, у которых точки не лежат в одной плоскости. Например, винтовая линия. Винтовая линия может быть цилиндрической и конической.

Цилиндрическая винтовая (гелиса) линия представляет собой пространственную кривую линию одинакового уклона.

Острие резца, соприкасаясь с поверхностью равномерно вращающегося цилиндрического стержня, оставляет на нем след в виде окружности. Если при этом сообщить резцу равномерное поступательное движение вдоль оси цилиндра, то на поверхности цилиндра получится цилиндрическая винтовая линия. Винтовая линия может быть правой и левой.

Построение проекций цилиндрической винтовой линии заключается в следующем. Сначала строятся проекции прямого кругового цилиндра (рис.43). Окружность основания цилиндра и шаг винтовой линии разделены на одинаковое число частей. При одном полном обороте цилиндра и поступательном движении точки А вдоль оси цилиндра ее фронтальная проекция переместится из положения A_2 в A_2^1. Это расстояние называется *шагом винтовой линии – h*, расстояние *ОА – радиусом винтовой линии, ОО – осью винтовой линии.* Радиус винтовой линии равен половине диаметра прямого кругового цилиндра. Диаметр цилиндра и размер шага являются *параметрами цилиндрической винтовой линии.*

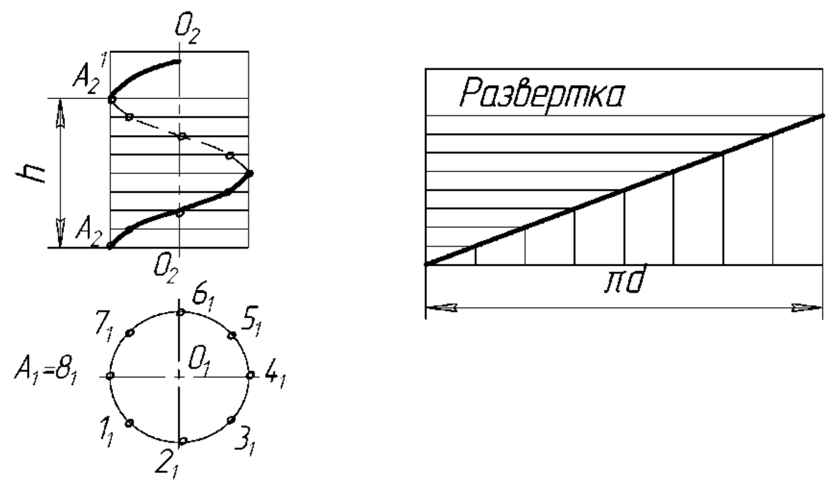


Рис. 43. Цилиндрическая винтовая линия правая

Горизонтальная проекция винтовой линии сливается с окружностью, а фронтальная проекция винтовой линии представляет собой траекторию равномерного поступательно-вращательного движения точки А и подобна синусоиде.

Винтовая линия на развертке превращается в прямую линию (см. рис. 43). Угол подъема винтовой линии φ_1, $tg\varphi_1=h/\pi d$.

Винтовая линия есть кратчайшее расстояние между двумя точками на поверхности цилиндра, ее называют *геодезической линией этой поверхности.*

3.6.2. Кривые поверхности

Поверхность – это совокупность всех последовательных положений некоторой перемещающейся в пространстве линии. Линию, производящую поверхность, в каждом ее положении называют *образующей,* а неподвижную линию, по которой перемещается образующая, называют *направляющей.*

Если направляющая - незакономерная линия, то поверхность тоже называется незакономерной или общего вида. Образующая может быть прямой и кривой линией. Если образующая - прямая линия, то поверхность называется *линейчатой.*

Цилиндрическая поверхность образуется прямой линией *l*, сохраняющей во всех своих положениях параллельность некоторой прямой линии и проходящей последовательно через все точки направляющей m (кривой линии) (рис. 44,*а*). Если при этих же условиях направляющей будет ломаная линия, то образуется *гранная поверхность – призматическая* (рис.45,*а*). Образующие, проходящие через точки излома направляющей, называются ребрами.

Коническая поверхность образуется прямой линией *l*, проходящей через некоторую неподвижную точку S и через все точки направляющей m. Неподвижная точка S – вершина конической поверхности (рис. 44,*б*). Если при этих же условиях направляющей будет ломаная линия, то образуется *гранная поверхность – пирамидальная* (рис. 45,*б*).

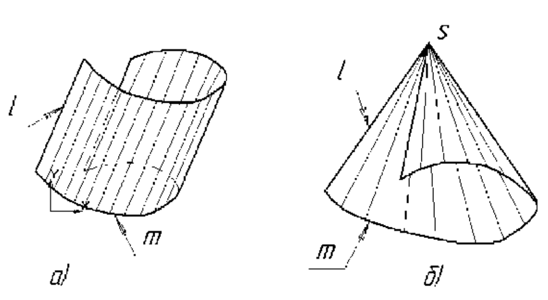


Рис. 44. Линейчатые поверхности

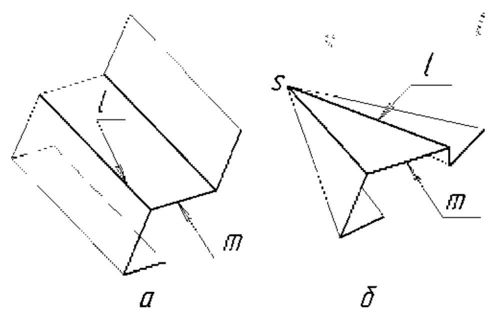


Рис. 45. Гранные поверхности

Образующие, проходящие через точки излома направляющей, называются ребрами. Линейчатые поверхности называются *развертываемыми*, если их можно без разрывов и складок совместить с плоскостью (цилиндрическая, коническая и др.).

Если образующая поверхности – кривая линия, то поверхность называется *нелинейчатой* или кривой.

3.6.3. Поверхности вращения

Поверхность вращения можно задать образующей и положением оси; каждая точка образующей описывает окружность (рис. 46). Плоскость, перпендикулярная к оси вращения, пересекает поверхность по окружности. Такие окружности

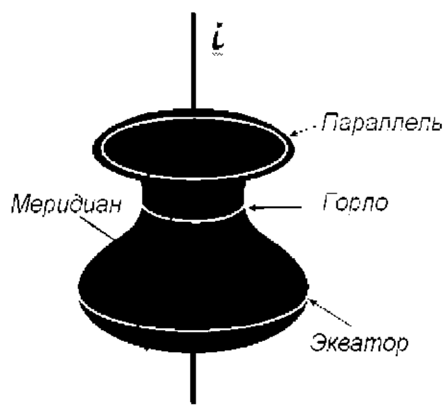


Рис. 46. Поверхность вращения

называют *параллелями*. Наибольшая параллель называется *экватором*, наименьшая – *горлом*. Плоскость, проходящая через ось вращения, называется *меридиональной*; линии, по которым эта плоскость пересекает поверхность вращения, называют *меридианами*.

Наиболее распространенные поверхности вращения: *цилиндр, конус, сфера, тор* и др.

1. Сфера образуется вращением окружности вокруг диаметра.

2. Эллипсоид вращения образуется вращением эллипса вокруг одной из своих осей. При вращении вокруг большой оси образуется вытянутый эллипс (рис.47,*а*), а при вращении вокруг малой оси образуется сжатый эллипс (рис. 47,*б*).

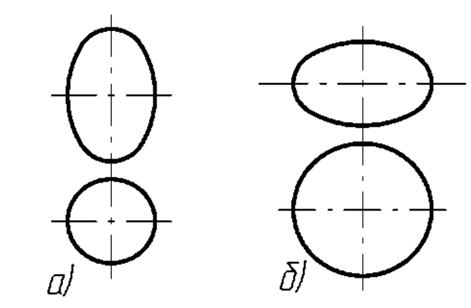


Рис. 47. Эллипсоиды вращения

3. Параболоид вращения образуется вращением параболы вокруг оси. Параболоиды применяются в автомобильных фарах. Купола церквей и планетариев часто имеют форму параболоидов.

4. Тор образуется вращением окружности (или ее дуги) вокруг оси, лежащей в плоскости этой окружности, но не проходящей через ее центр. Тор может быть открытым (круговое кольцо, рис. 48) и закрытым (рис. 49,*а*) и самопересекающимся (рис. 49,*б*).

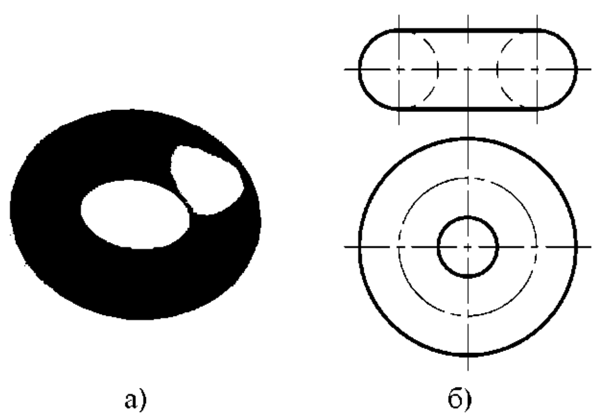


Рис. 48. Открытый тор

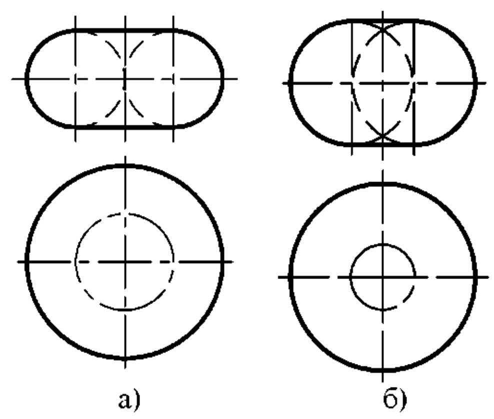


Рис. 49. Закрытый тор и самопересекающийся

5. Гиперболоид вращения образуется вращением гиперболы вокруг оси: двуполостный гиперболоид образуется при вращении гиперболы вокруг действительной оси, однополостный - при вращении вокруг мнимой оси. Однополостный гиперболоид рассматривают как линейчатую поверхность, образованную вращением одной из скрещивающихся прямых вокруг другой. Однополостные гиперболоиды применяют в строительной технике, сваривая легкие и прочные конструкции из труб. Примером такой конструкции является радиомачта на Шаболовке в Москве (6 гиперболоидов, установленных друг на друга).

3.6.4. Циклические поверхности

Циклическая поверхность образуется окружностью переменного радиуса, центр которой перемещается по какой-либо кривой (рис. 50). Если плоскость образующей окружности остается перпендикулярной к заданной направляющей кривой, по которой движется центр окружности, то такая поверхность называется *каналовой*.

Циклические поверхности разного вида имеют применение в газопроводах, гидротурбинах и центробежных насосах.

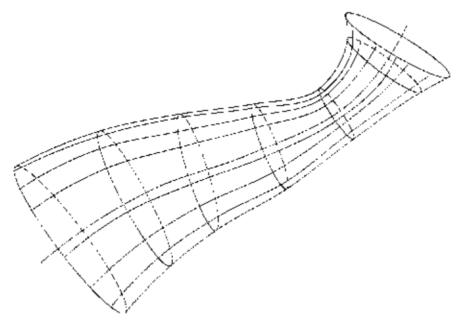


Рис. 50. Циклическая поверхность

3.6.5. Элементы поверхностей

На рис. 51 приведены названия элементов поверхностей вращения на примере цилиндра.

Гранные поверхности (призма, пирамида) задаются проекциями их элементов, точек и прямых. На рис. 52 приведены названия элементов гранной поверхности на примере пирамиды.

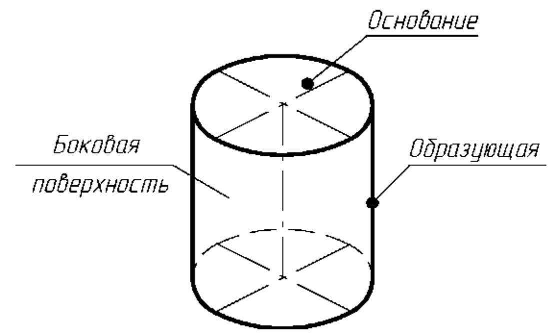


Рис. 51. Элементы поверхностей вращения

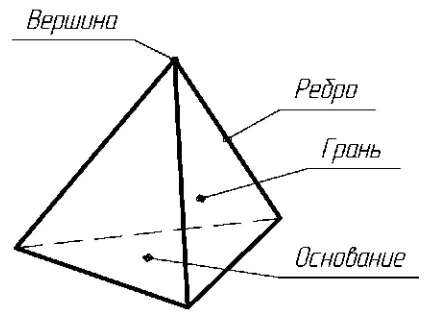


Рис. 52. Элементы гранной поверхности

3.6.6. Нахождение точек на поверхностях

Если точка лежит на поверхности, то она лежит на какой-нибудь линии этой поверхности. Точки на поверхностях вращения находят при помощи параллелей и меридианов. Очерковые линии очерчивают контур поверхности.

Нахождение точек на поверхности конуса дано на рис. 53, а на поверхности тора – на рис 54.

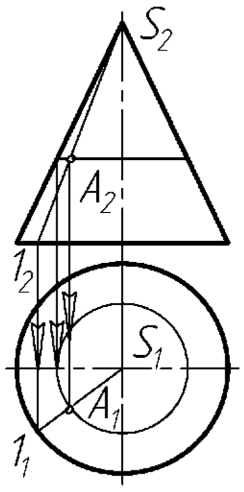


Рис. 53. Нахождение точки на поверхности конуса

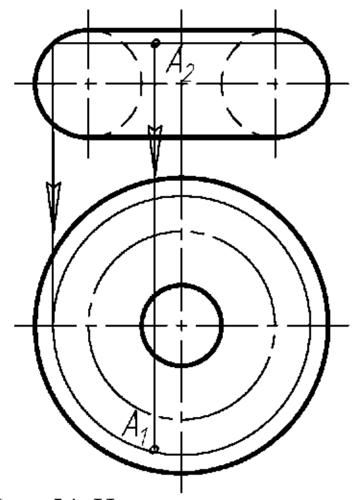


Рис. 54. Нахождение точки на поверхности тора

Вопросы для самопроверки

1. Дать определение плоской и пространственной кривой линии.
2. Как образуется цилиндрическая винтовая линия?
3. Что такое поверхность?
4. Что такое образующая линия поверхности?
5. Что такое направляющая линия?
6. В чем различие между линейчатой и нелинейчатой поверхностями?
7. Какие поверхности относят к развертываемым?
8. Дать определение цилиндрической и конической поверхностей.
9. Какие поверхности называют поверхностями вращения?
10. Что называют параллелями и меридианами на поверхностях вращения, экватором, горлом, главным меридианом?
11. Какие поверхности называют циклическими?
12. В каком случае точка принадлежит поверхности?

3.7. Сечение поверхностей плоскостью. Построение разверток

При пересечении поверхности плоскостью образуется линия сечения. Линия сечения – это плоская кривая или ломаная линия. Часть секущей плоскости, ограниченная линией сечения, называется *фигурой сечения* или просто *сечением.* Часть поверхности, заключенная между основанием и плоскостью сечения, называется *усеченной.*

Общий способ построения линии сечения заключается в построении точек пересечения отдельных линий заданной поверхности или отдельных граней поверхности с секущей плоскостью. Следовательно, построение линии сечения сводится к двум задачам:

1) построение точки пересечения прямой с плоскостью;
2) построение линии пересечения двух плоскостей.

3.7.1. Сечение гранных поверхностей плоскостью

Пример 15. Построить сечение пирамиды плоскостью α и полную развертку усеченной части.

Фигура сечения многогранника плоскостью представляет собой замкнутый плоский многоугольник. На рис. 55 прямая треугольная пирамида пересекается фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_2)$. Отмечают точки пересечения ребер пирамиды с проецирующим следом плоскости α_2 ($1_2, 2_2, 3_2$). Затем эти точки по линиям связи переносят на горизонтальную проекцию.

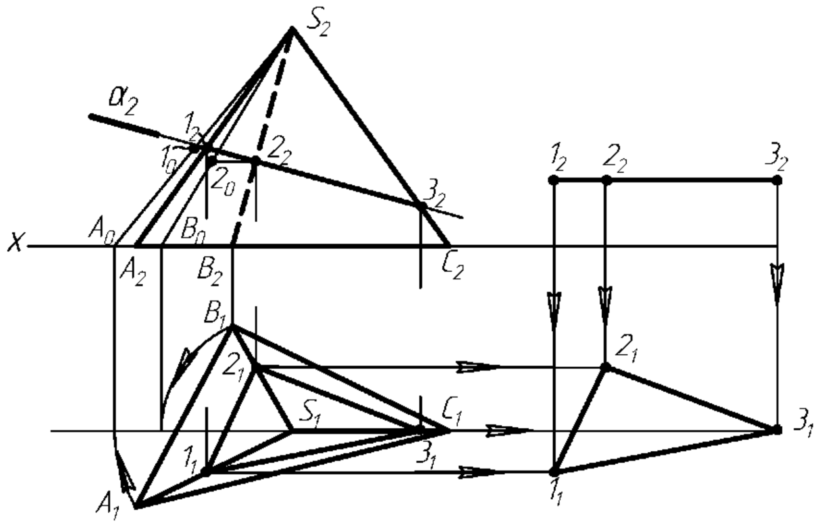


Рис. 55. Сечение пирамиды плоскостью

Натуральная величина сечения определена способом плоскопараллельного перемещения.

Полная развертка усеченной части пирамиды состоит из развертки боковой поверхности и пристроенных к ней натуральных величин основания и сечения.

Для построения развертки боковой поверхности пирамиды определяют натуральную величину ребер всех элементов, входящих в развертку. Ребро SC является фронталью и проецируется в натуральную величину. Ребра SA и SB поворачивают вокруг проецирующей прямой (высоты призмы) до положения фронталей (S_2A_0, S_2B_0) и переносят на них точки сечения 1_0 и 2_0. Строят полную развертку боковой поверхности,

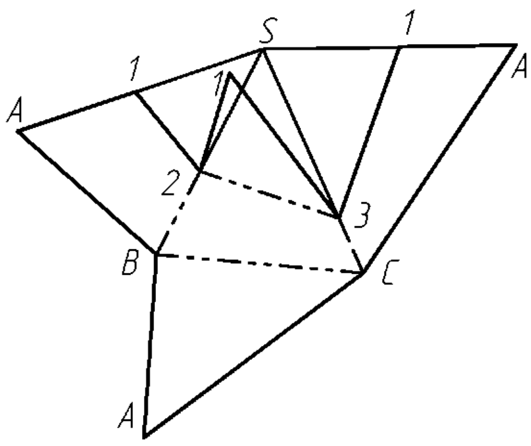


Рис. 56. Развертка усеченной части пирамиды

которая состоит из треугольников (рис. 56). В треугольнике SAB сторона AB равна горизонтальной проекции основания пирамиды, а сторона $SA=S_2A_0$ (рис. 55), $SB=S_2B_0$. В треугольнике SBC сторона $BC=B_1C_1$ и так далее. На ребрах пирамиды строят точки линии сечения 1,2,3, которые соответствуют точкам $1_0,2_0,3_2$. К развертке боковой поверхности пристраивают натуральные величины сечения 123 и основания ABC.

3.7.2. Построение развертки наклонной призмы (наклонного цилиндра) способом нормального сечения

Нормальным сечением называется сечение, перпендикулярное к ребрам призмы или образующим цилиндра. На развертке нормальное сечение преобразуется в прямую линию (рис. 57). Нормальное сечение можно построить, если ребра призмы или образующие наклонного цилиндра параллельны плоскости проекций, т.е. являются линиями уровня.

Порядок построения

1. Проводят плоскость нормального сечения $\alpha(\alpha_2)$ и строят его проекции.
2. Определяют натуральную величину нормального сечения треугольника 123 (в данном примере способом плоскопараллельного перемещения).
3. Натуральную величину линии сечения развертывают в прямую 1231, и от ее точек под прямым углом откладывают отрезки ребер в натуральную величину.

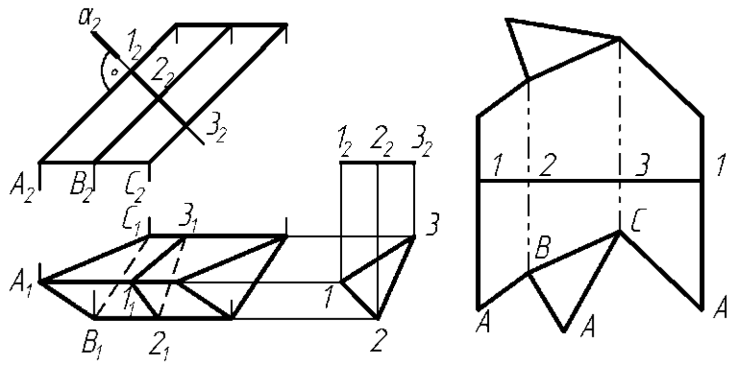


Рис. 57. Развертка наклонной призмы

3.7.3. Построение развертки наклонного цилиндра (наклонной призмы) способом раскатки

Построение развертки боковой поверхности наклонного цилиндра (наклонной призмы) способом раскатки возможно тогда, когда образующие цилиндра (ребра призмы) являются прямыми уровня. Сущность способа раскатки состоит в том, что участки боковой поверхности между образующими цилиндра (ребрами призмы) совмещают с плоскостью проекций (рис. 58). Основание цилиндра разделяют на равные промежутки (вписывают в основание многоугольник), через точки деления проводят образующие (1,2,3, ..,8). В приведенном примере образующие цилиндра являются фронталями.

От конечных точек натуральной величины образующих к ним проведены перпендикуляры, на которых циркулем сделаны засечки, равные размеру хорды окружности основания (точки 4,3,2,1,8,7,6,5). Полученные точки обводят кривой линией (или для призмы соединяют отрезками прямых). Таким образом, развертка боковой поверхности наклонного цилиндра выполняется как развертка вписанной в него наклонной призмы.

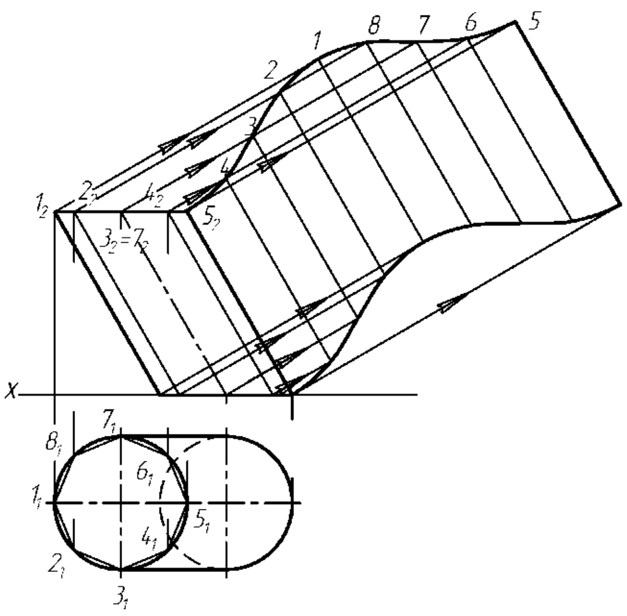


Рис. 58. Развертка боковой поверхности наклонного цилиндра

3.7.4. Сечение прямого кругового конуса плоскостью (конические сечения)

При сечении конуса плоскостью образуются кривые второго порядка: окружность, эллипс, парабола и гипербола (рис. 59). Если секущая плоскость (Σ) перпендикулярна оси конуса, образуется *окружность;* если плоскость (α) пересекает все образующие конуса под углом к оси вращения – *эллипс;* если плоскость параллельна одной образующей (Δ) – *парабола;* если плоскость параллельна двум образующим (γ) – *гипербола.* Если плоскость проходит через вершину и основание (β), в сечении получается *треугольник.*

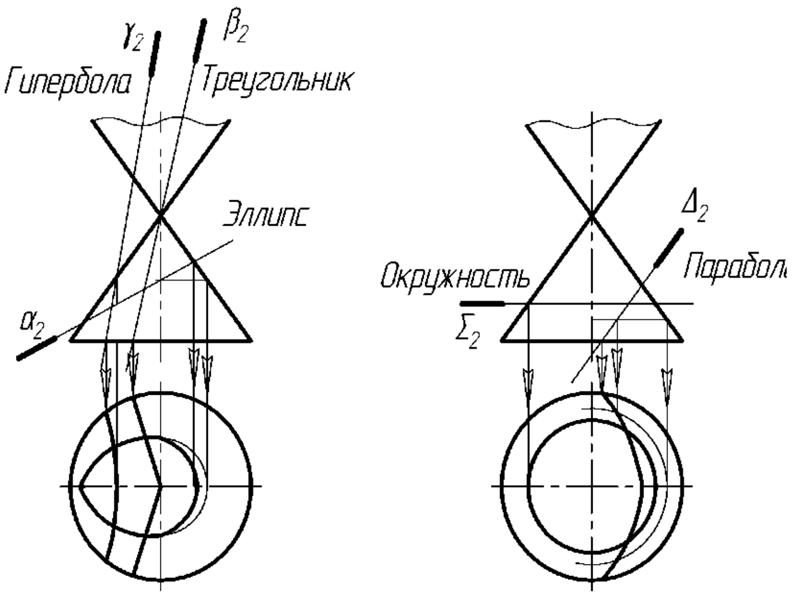


Рис. 59. Линии сечения конуса плоскостью

Пример 16. Построить проекции линии сечения прямого кругового конуса проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_2)$ и развертку боковой поверхности его усеченной части (рис.60).

Фронтальная проекция линии сечения сливается со следом плоскости α_2. Так как плоскость пересекает все образующие конуса, то в сечении образуется эллипс. Его построение сводится к построению точек пересечения образующих конуса с секущей плоскостью α (рис. 60,*а*). Отрезок A_2B_2 является большой осью эллипса. Для построения малой оси эллипса C_1D_1 отрезок A_2B_2 разделен пополам точкой O_2; через нее проведена плоскость β, дающая в сечении окружность, диаметр которой равен малой оси эллипса CD. Точки C_2 и D_2, лежащие на образующих S_23_2 и S_27_2, на горизонтальную проекцию перенесены при помощи плоскости γ, которая пересекает конус по окружности. Развертка конуса выполнена приближенно, как развертка вписанной в конус равносторонней восьмигранной призмы (основание конуса разделено на 8 равных частей). Развертка боковой поверхности конуса представляет собой сектор круга с радиусом, равным длине натуральной величины образующей (очерковая образующая S_21_2 или S_25_2) (рис. 60,*б*). На этой окружности откладывают расстояния между точками 1_12_1, 2_13_1 и т. д. с окружности основания конуса. Так как все проекции образующих

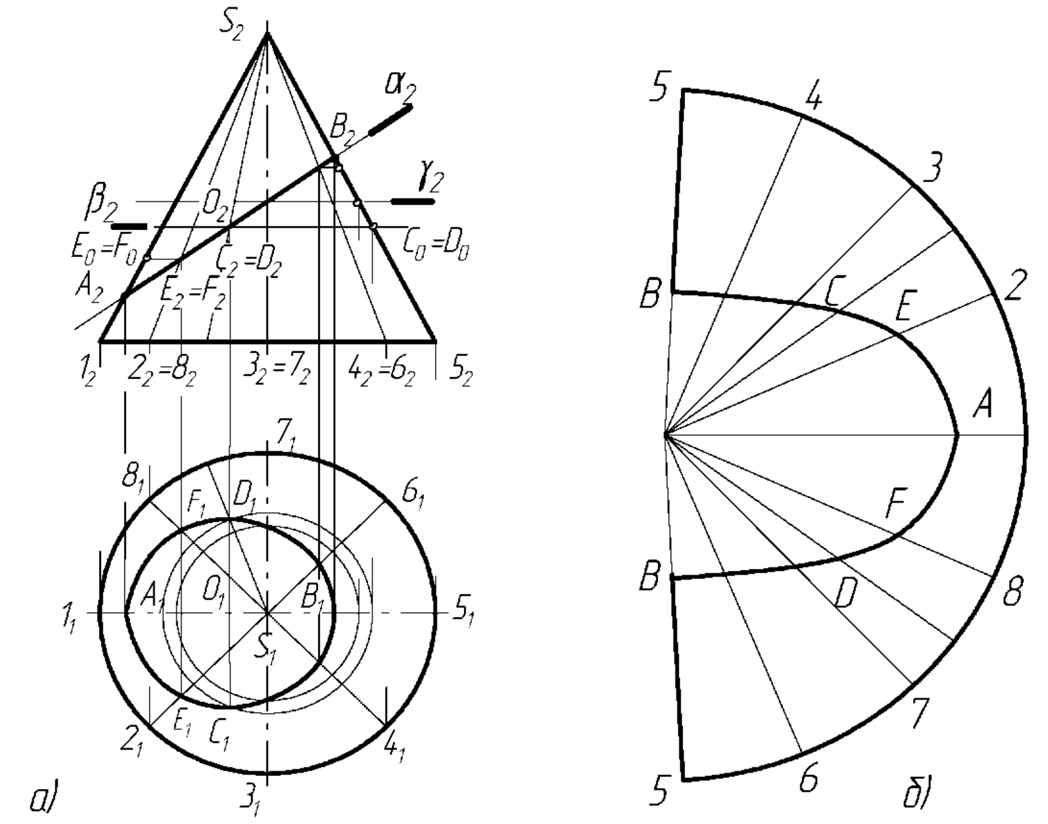


Рис. 60. Сечение конуса плоскостью и развертка его боковой поверхности

конуса, кроме очерковых S1 и S5, меньше натуральной величины, то точки сечения, лежащие на этих образующих, параллельно перенесены на очерковые образующие (C_0,D_0,E_0,F_0 и другие), чтобы на развертке отложить только натуральные величины отрезков образующих.

3.7.5. Сечение цилиндра плоскостью

При сечении цилиндра плоскостью образуются следующие линии (рис. 61, *а*, *б*): *окружность*, если секущая плоскость перпендикулярна оси цилиндра (β); *эллипс*, если секущая плоскость наклонная (α); *прямые линии*, если секущая плоскость параллельна образующим цилиндра (γ).

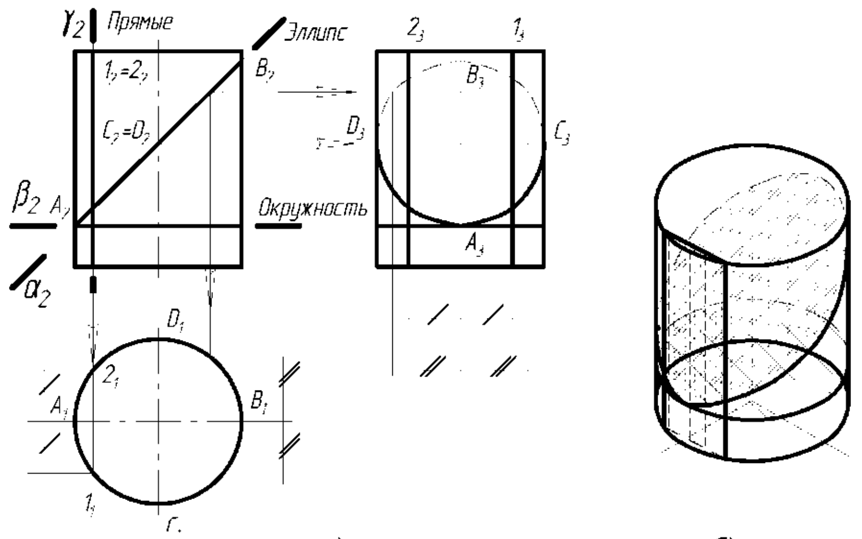


Рис. 61. Линии сечения цилиндра плоскостью

Пример 17. Построить проекции линии сечения наклонного цилиндра фронтально-проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_2)$ (рис. 62).

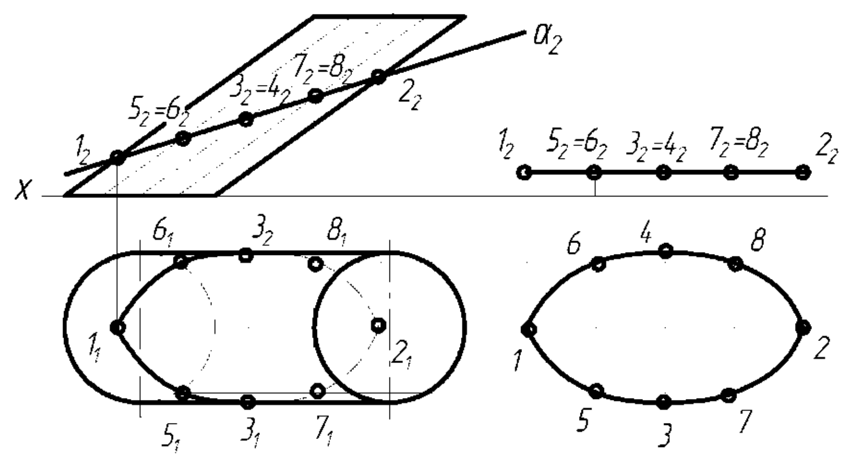


Рис. 62. Сечение цилиндра плоскостью

Точки линии сечения находят как точки пересечения образующих цилиндра со следом плоскости α_2 (фронтальная проекция). Для этого основание цилиндра разделено точками на 6 равных частей, через эти точки проведены образующие. Горизонтальные проекции этих точек строятся по линиям связи. Натуральная величина сечения построена способом плоскопараллельного перемещения.

3.7.6. Сечение сферы плоскостью

При сечении сферы плоскостью в сечении всегда образуется окружность, которая может проецироваться в отрезок прямой линии, эллипс или окружность. На рис. 63 построено сечение сферы фронтально-проецирующей плоскостью α. На фронтальной проекции сечение проецируется в отрезок, на горизонтальной проекции оно проецируется в виде эллипса, для построения которого достаточно построить характерные точки сечения: высшую и низшую точки (1 и 2), крайние левую и правую (3 и 4), точки видимости (5 и 6). На фронтальной проекции отмечают точки 1_2 и 2_2 пересечения плоскости α с очерком сферы. По линиям связи эти точки переносят на горизонтальную проекцию (1_1 и 2_1). Для построения проекций точек 3 и 4 к секущей плоскости α проводят плоскость симметрии сечения (γ⊥α), которая пересекает плоскость α по линии 3-4 (3_2=4_2). Для построения горизонтальных проекций этих точек через точки 3_2 и 4_2 проводят вспомогательную плоскость β($β_2$), которая пересекает сферу по окружности радиусом R. Точки 5 и 6, определяющие границу видимости линии сечения на горизонтальной проекции, лежат на очерковой окружности. Натуральная величина линии сечения равна окружности радиусом 1_2C_2.

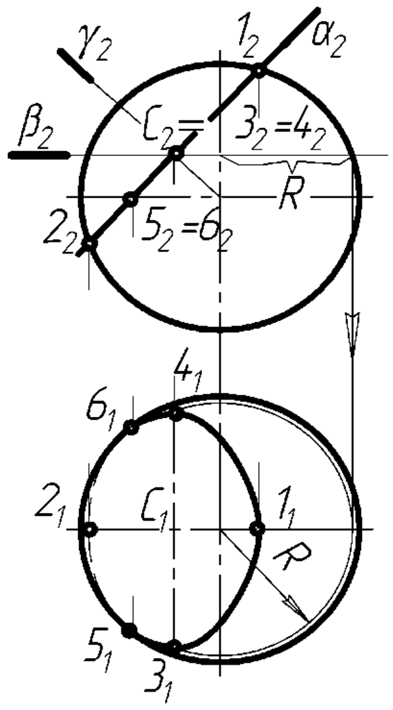


Рис. 63. Сечение сферы плоскостью

Вопросы для самопроверки

1. Что представляет собой линия сечения поверхности плоскостью?
2. Как построить линию сечения гранных поверхностей плоскостью?
3. Из каких элементов состоит развертка поверхности усеченной части пирамиды, призмы?
4. Какое сечение призмы называется нормальным?
5. Как построить развертку боковой поверхности призмы способами нормального сечения и раскатки?
6. Какие линии образуются при пересечении конуса и цилиндра плоскостями?
7. Как построить сечение сферы плоскостью?

3.8. Пересечение прямой линии с поверхностями

Общий способ построения точек пересечения прямой линии с поверхностью заключается в следующем: через прямую проводят вспомогательную плоскость, находят линию пересечения этой плоскости с поверхностью. Точки пересечения заданной прямой и построенной линии на поверхности будут искомыми точками пересечения прямой с поверхностью. Полная аналогия с построением точки пересечения прямой линии с плоскостью.

Вспомогательные плоскости проводят таким образом, чтобы они пересекали заданные поверхности по окружностям или прямым линиям. Вспомогательная плоскость может быть проецирующей, уровня и плоскостью общего положения.

Пример 18. Построить точки пересечения прямой EF с поверхностью пирамиды (рис. 64).

Через прямую EF проводят фронтально-проецирующую плоскость $\alpha(\alpha_2)$, которая пересекает пирамиду по треугольнику 123. Стороны треугольника пересекаются с прямой EF в искомых точках M и N.

Пример 19. Построить точки пересечения прямой с поверхностью сферы (рис. 65).

Через прямую AB проводят вспомогательную плоскость α (проецирующую), а чтобы линию сечения увидеть в натуральную величину, т.е. в виде окружности, производят замену плоскостей проекций. Видимость прямой определяют по видимости полушарий сферы.

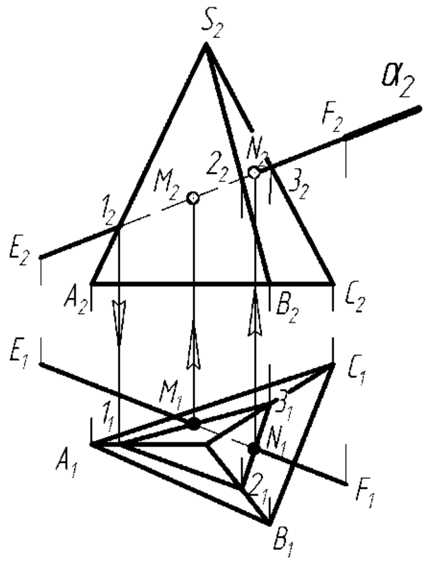


Рис. 64. Пересечение прямой линии с поверхностью пирамиды

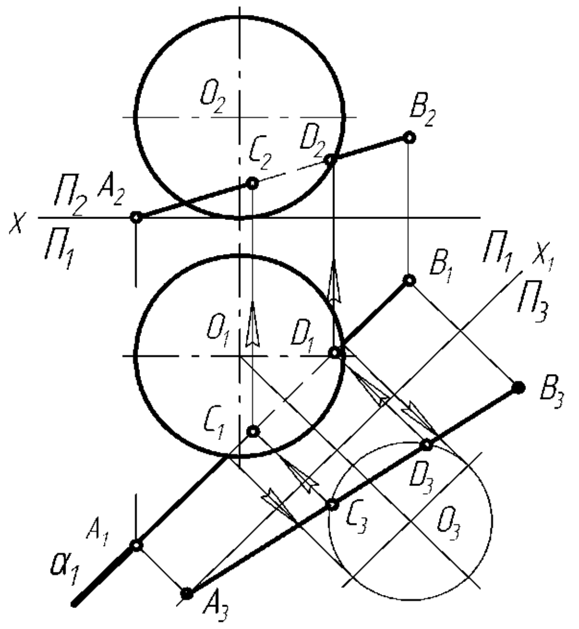


Рис. 65. Пересечение прямой линии с поверхностью сферы

Пример 20. Построить точки пересечения прямой AB с поверхностью наклонного цилиндра (рис. 66).

Вспомогательную плоскость строят так, чтобы она пересекала цилиндр по прямым линиям. Для этого через точку А проводят дополнительную прямую АМ параллельно образующим цилиндра, то есть плоскость задают двумя пересекающимися прямыми. Затем строят следы прямых (М, M^1), а через них проводят след плоскости $\alpha\Pi_1$, пересекающей основание цилиндра по линии 1-2. Плоскость пересекает цилиндр по образующим 1 и 2, которые пересекают прямую АВ в точках С и D, являющихся точками пересечения прямой АВ с поверхностью цилиндра. Видимость прямой определяют по видимости образующих цилиндра. На горизонтальной проекции образующая 1 видимая, а образующая 2 – невидимая. На фронтальной проекции обе образующие оказываются невидимыми.

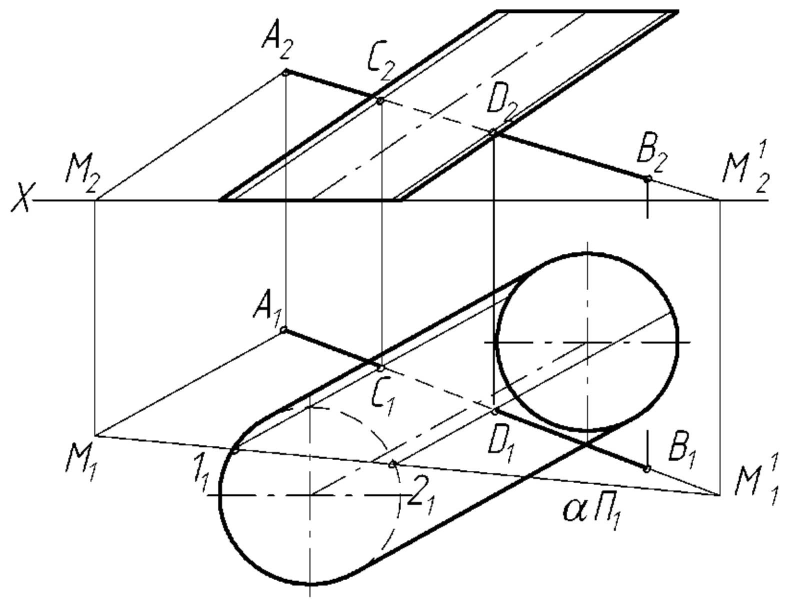


Рис. 66. Пересечение прямой линии с поверхностью наклонного цилиндра

Пример 21. Построить точки пересечения прямой АВ с поверхностью конуса (рис. 67).

Вспомогательную плоскость лучше всего выбирать так, чтобы она пересекала конус по прямым линиям (в сечении образуется треугольник). Для этого плоскость надо задать двумя пересекающимися прямыми АВ и SK (К – произвольная точка на АВ). Затем строят горизонтальные следы прямых (A_1, M_1), а через них проводят след плоскости $\alpha\Pi_1$. Плоскость пересекает конус по образующим S1 и S2, которые пересекают заданную прямую в искомых точках С и D. Видимость прямой определяют по видимости образующих конуса.

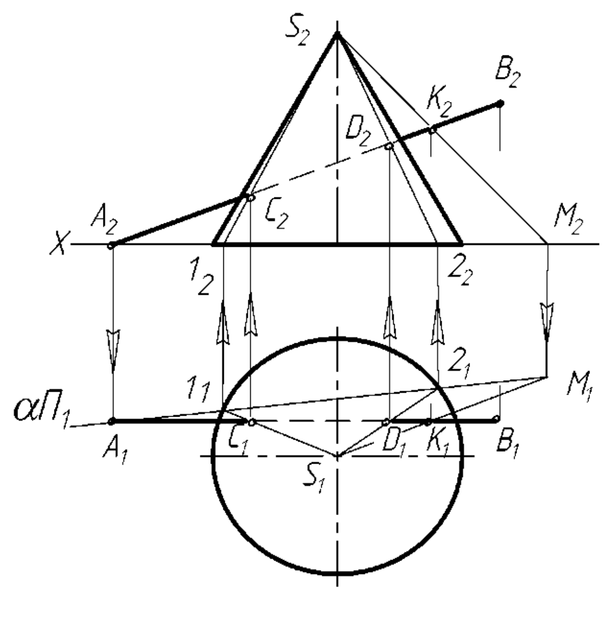


Рис. 67. Пересечение прямой линии с поверхностью конуса

Вопросы для самопроверки

1. Сформулировать общее правило построения точек пересечения прямой линии с поверхностью.
2. Как проводят вспомогательные плоскости?
3. Могут ли быть вспомогательные плоскости проецирующими, уровня, общего положения?
4. Как построить точки пересечения прямой линии с пирамидой, сферой, цилиндром, конусом?

3.9. Взаимное пересечение поверхностей

В технике при создании сложных технических форм приходится строить линии пересечения отдельных элементарных форм, из которых составлены сложные формы.

Линии пересечения поверхностей – это линии, общие для обеих поверхностей, они могут быть плоскими или пространственными, замкнутыми или разомкнутыми кривыми или ломаными линиями.

Пересечение поверхностей может быть полным – «проницание» (рис. 68,*а*) или частичным – «врезка» (рис. 68,*б*). При полном проницании образуются две или более линии пересечения, а при врезке – только одна линия пересечения.

а) б)

Рис. 68. Виды пересечений

3.9.1. Взаимное пересечение многогранников

Линией пересечения многогранников является ломаная линия, плоская или пространственная. Построение линии взаимного пересечения многогранников можно производить двумя способами.

1. Определить точки, в которых ребра одной поверхности пересекают грани другой (решается задача на пересечение прямой с плоскостью). Через найденные точки провести ломаную линию, представляющую собой линию пересечения данных поверхностей. При этом соединять прямыми можно лишь точки, принадлежащие одной и той же грани.

2. Определить отрезки прямых, по которым грани одной поверхности пересекают грани другой (решается задача на пересечение плоскостей). Эти отрезки являются звеньями ломаной линии пересечения данных поверхностей.

Если проекция ребра одной из поверхностей не пересекает проекции грани другой хотя бы на одной из проекций, то данное ребро не пересекает этой грани. Линия пересечения поверхностей всегда лежит в области наложения проекций этих поверхностей.

Пример 22. Построить линию пересечения прямой призмы и пирамиды (рис. 69).

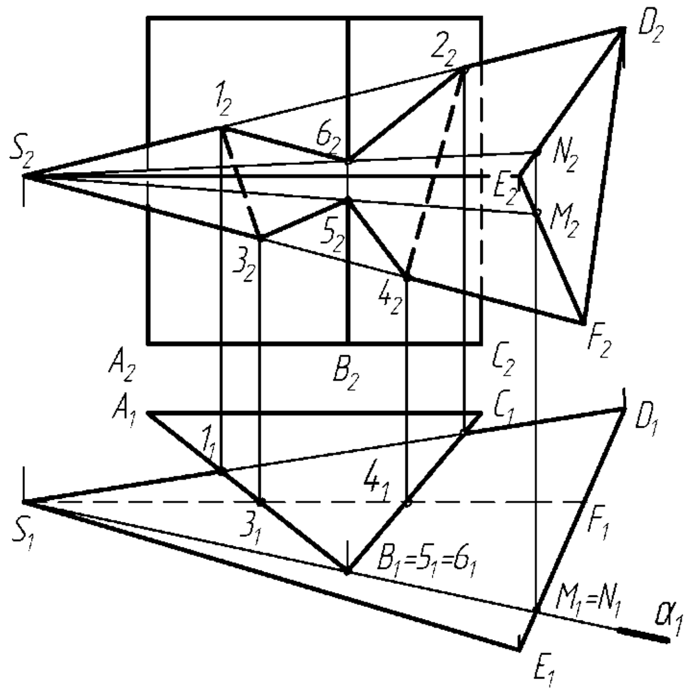


Рис. 69. Пересечение призмы и пирамиды

Заданы две гранные поверхности, при этом призма врезается в пирамиду. Поэтому линией пересечения является одна ломаная пространственная линия. Горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с очерком призмы, так как боковые грани призмы являются горизонтально проецирующими плоскостями. Точки 1,2,3,4 являются точками пересечения ребер пирамиды SD и SF с гранями призмы. Точки 5 и 6 построены как точки пересечения ребра B призмы с гранями пирамиды. Для этого через вершину пирамиды S проведена вспомогательная плоскость α, которая пересекает пирамиду по треугольнику SMN. Точки 5 и 6 есть результат пересечения линий SM и SN с ребром B. Видимыми отрезками линии пересечения будут те, которые принадлежат видимым граням. Количество точек линии пересечения равно удвоенному числу ребер пересечения.

3.9.2. Взаимное пересечение многогранника с поверхностью вращения. Способ секущих плоскостей

Общий способ построения линии пересечения таких поверхностей заключается в том, что точки линии пересечения находят при помощи вспомогательных плоскостей. Секущие плоскости выбирают так, чтобы они пересекали заданные поверхности по окружностям или прямым линиям. Сначала строят точки пересечения ребер многогранника с поверхностью вращения. Затем определяют характер отдельных участков линии пересечения и строят промежуточные точки этих участков. Линией пересечения таких поверхностей является пространственная линия, состоящая из отдельных кривых линий, пересекающихся на ребрах многогранника.

Пример 23. Построить линию пересечения прямого кругового конуса с прямой призмой (рис.70).

На фронтальной проекции линия пересечения совпадает с контуром призмы. Призма проницает конус, поэтому образуются две линии пересечения, каждое ребро призмы пересекает поверхность конуса в двух точках. Точки обозначены только на одной линии пересечения. Через грань призмы AC проведена плоскость α и определен характер линии пересечения между точками 1 и 2 (окружность).

Затем проведена плоскость β через ребро призмы B и определена точка 3. Для построения промежуточных точек проведена вспомогательная плоскость γ, которая пересекает конус по окружности, а призму – по прямым линиям (точки 4 и 5).

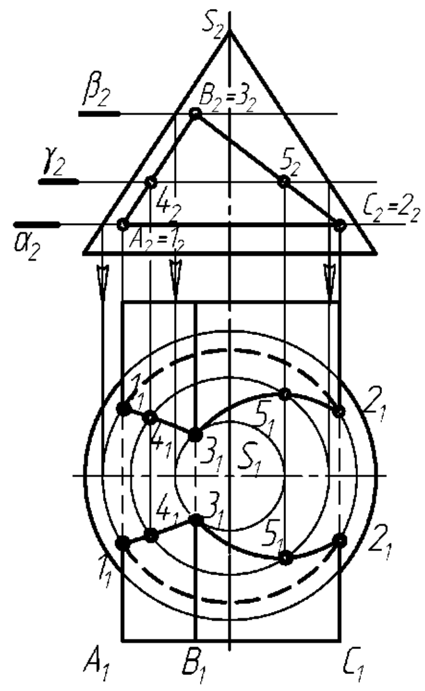


Рис. 70. Пересечение призмы и конуса

3.9.3. Взаимное пересечение поверхностей вращения

Пример 24. Построить линию пересечения прямого кругового конуса с цилиндром (рис.71). В данном примере линию пересечения строят также способом секущих плоскостей.

Цилиндр фронтально-проецирующий, поэтому линия пересечения на фронтальной проекции совпадает с контуром цилиндра. Чтобы построить горизонтальную проекцию линии пересечения, проводят вспомогательные плоскости, которые пересекают конус по окружностям, а цилиндр – по прямым линиям. Точки пересечения этих линий лежат на линии пересечения поверхностей. Заданные поверхности врезаются друг в друга, а линия пересечения представляет собой пространственную замкнутую кривую линию.

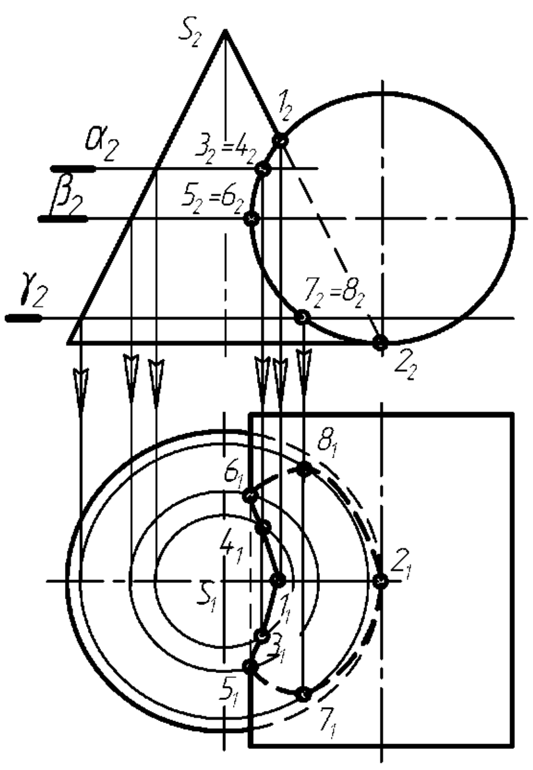


Рис. 71. Пересечение цилиндра и конуса

3.9.4. Некоторые особые случаи взаимного пересечения поверхностей

Соосными называют поверхности, имеющие общую ось вращения (рис. 72).

1. *Соосные поверхности вращения* пересекаются по окружностям, которые лежат в плоскостях, перпендикулярных оси вращения. Число окружностей пересечения равно числу точек пересечения главных меридианов (очерков).

2. Если две поверхности вращения описаны вокруг общей сферы, то линия пересечения этих поверхностей распадается на две плоские кривые второго порядка. Это положение носит название теоремы Монжа.

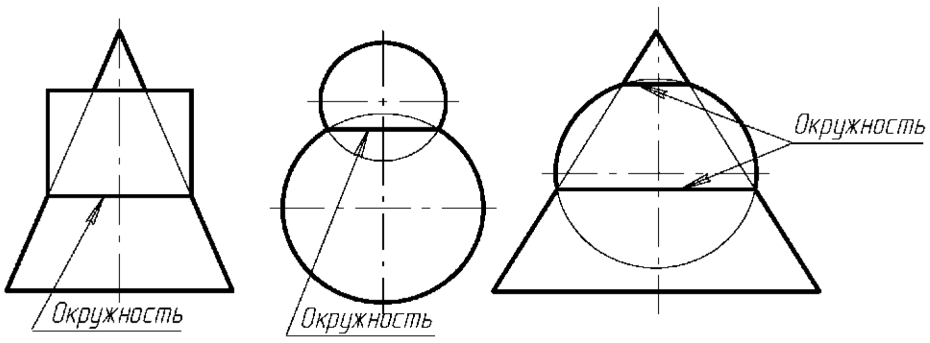
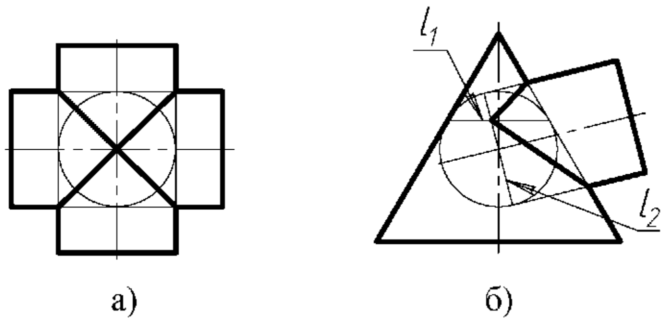


Рис. 72. Соосные поверхности

На рис. 73 приведены примеры пересечения двух цилиндров и цилиндра с конусом. Линиями пересечения этих поверхностей являются эллипсы. Если линия пересечения цилиндров определяется просто, то для построения эллипсов на рис. 73,*б* необходимо построить сначала окружности, по которым сфера касается цилиндра – l_1 и конуса – l_2. В точках пересечения этих окружностей находятся точки пересечения эллипсов линии пересечения.



а) б)

Рис. 73. Примеры пересечения тел вращения, описанных вокруг одной сферы

3.9.5. Способ вспомогательных секущих сфер (концентрических)

Основой этого способа является построение линии пересечения соосных поверхностей (см. п. 3.9.4).

Пример 25. Построить линию пересечения цилиндра и усеченного конуса. Их оси пересекаются и параллельны $П_2$ (рис. 74).

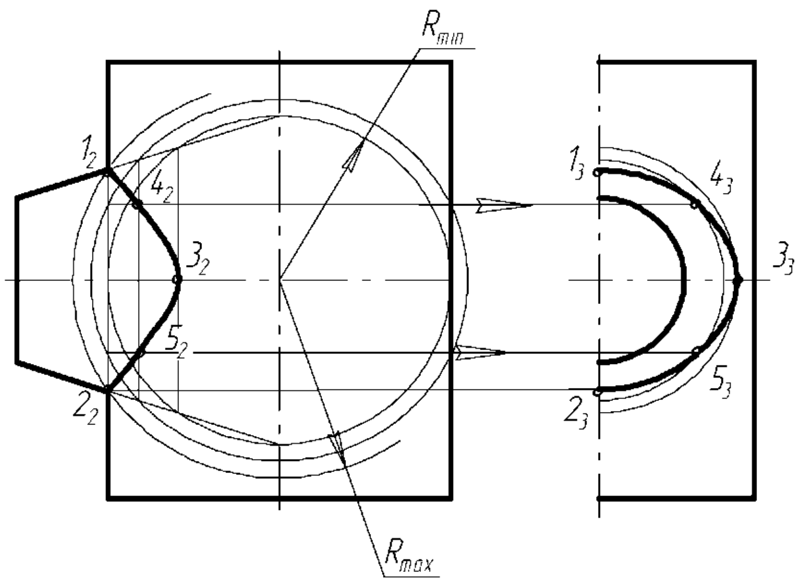


Рис. 74. Пересечение цилиндра и усеченного конуса

Способ концентрических сфер применяют в том случае, когда оси поверхностей вращения пересекаются и лежат в плоскости, параллельной плоскости проекций. Построение линии пересечения начинают с построения точек пересечения контурных линий. Затем проводят предельные сферы R_{min} и R_{max}.

Сфера минимального радиуса должна касаться одной поверхности и пересекать другую. Радиус максимальной сферы равен расстоянию от центра до самой удаленной точки линии пересечения. Вспомогательные сферы образуют как с конусом, так и с цилиндром соосные поверхности и пересекают их по окружностям. Точки пересечения этих окружностей принадлежат линии пересечения заданных поверхностей. Линией пересечения заданных поверхностей является замкнутая пространственная кривая линия.

Построение начинают с точек пересечения очерковых линий поверхностей – точки 1 и 2. При помощи сферы R_{min} получена точка 3, а с помощью промежуточной сферы получены точки 4 и 5. На профильную проекцию точки пересечения переносят при помощи окружностей, принадлежащих поверхности конуса.

Вопросы для самопроверки

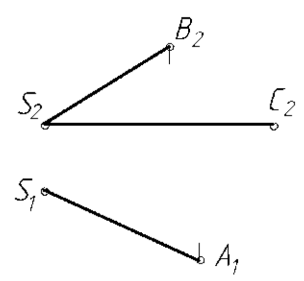
1. Что представляют собой линии пересечения поверхностей?
2. Как построить линию пересечения двух многогранников?
3. В чем заключается способ секущих плоскостей?
4. Как построить линию пересечения гранной поверхности с поверхностью вращения? Поверхности вращения с другой поверхностью вра – щения?

5. Какие поверхности называются соосными? По каким линиям они пересекаются?
6. Сформулировать теорему Монжа.
7. В чем заключается способ концентрических сфер?
8. Может ли проекция линии пересечения оказаться за пределами контура поверхности?

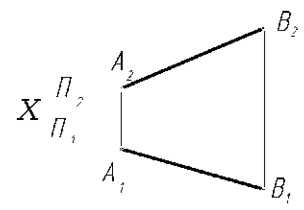
4. ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

Задача 1. По заданным координатам точек A, B, C, D, E определить их расположение в четвертях пространства. Построить проекции этих точек на плоскости $П_1$ и $П_2$ и отметить точки, равноудаленные от этих плоскостей.
A (10,20,20); B (20,15,-25);
C (30,-20,0); D(40,0,0); E (50,-25,-25).

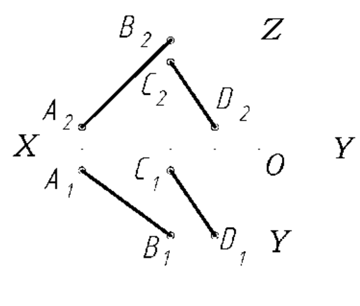
Задача 2. Построить проекции пирамиды SABC, зная, что ребро SA – горизонталь, SB – фронталь, а SC – профильно проецирующая прямая.



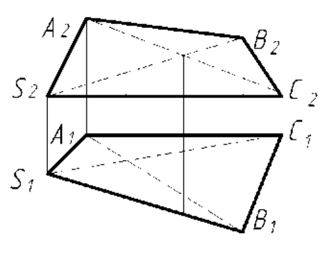
Задача 3. Определить натуральную величину отрезка AB и углы наклона его к плоскостям $П_1$ и $П_2$ способом замены плоскостей проекций. Построить проекции точки C, принадлежащей AB и отстоящей от точки A на 30мм.



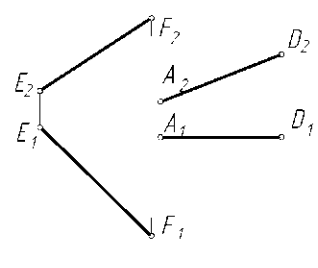
Задача 4. Провести прямую, пересекающую заданные прямые AB и СД и параллельную оси X.



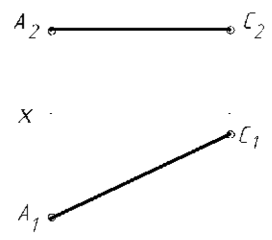
Задача 5. Определить видимость ребер пирамиды SABC.



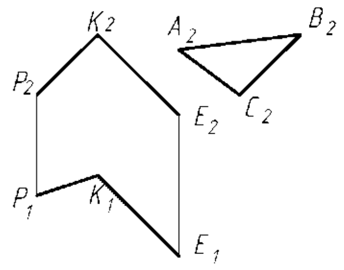
Задача 6. Построить прямоугольник ABCD с вершиной B на прямой EF.



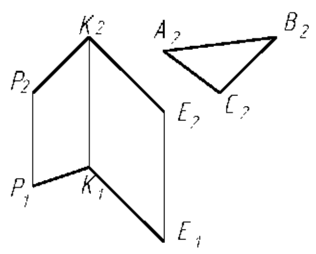
Задача 7. АС – диагональ ромба ABCD. Вершина В принадлежит Π_2, а вершина D равноудалена от Π_1 и Π_2. Построить проекции ромба.



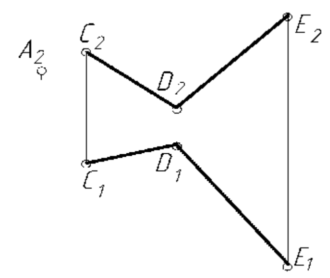
Задача 8. Построить горизон - тальную проекцию треугольника АВС, расположенного в плоскости, заданной пересекающимися прямыми.



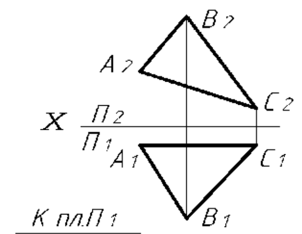
Задача 9. Построить горизонтальную проекцию треугольника АВС, расположенного в плоскости, заданной пересекающимися прямыми.



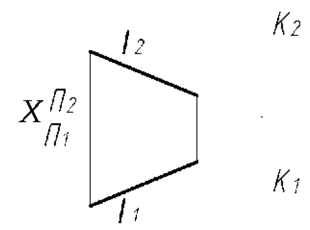
Задача 10. Через точку А построить горизонталь, а через точку С – фронталь.



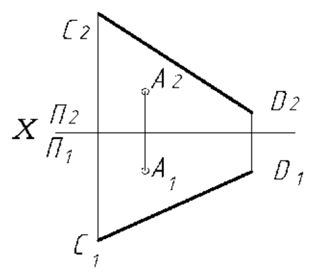
Задача 11. Определить угол наклона данной плоскости к плоскости проекций.



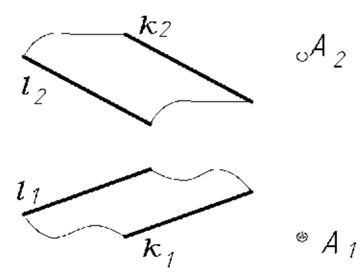
Задача 12. Определить расстояние от точки К до прямой l.



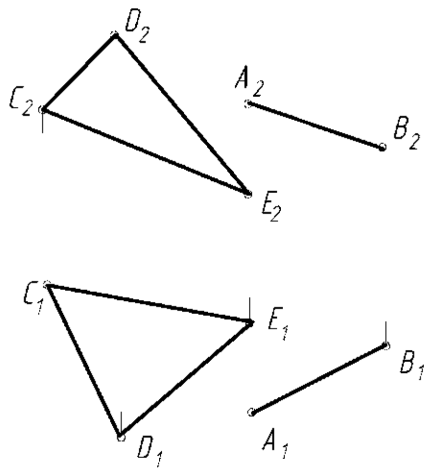
Задача 13. Построить точку В, симметричную точке А относительно прямой CD.



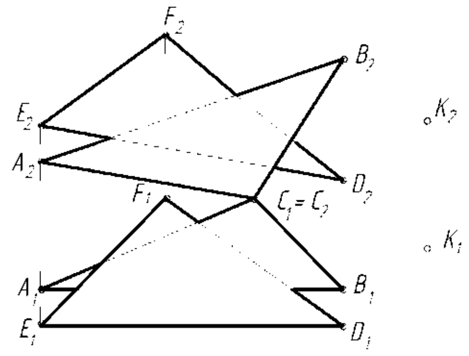
Задача 14. Через точку А провести плоскость, параллельную данной.



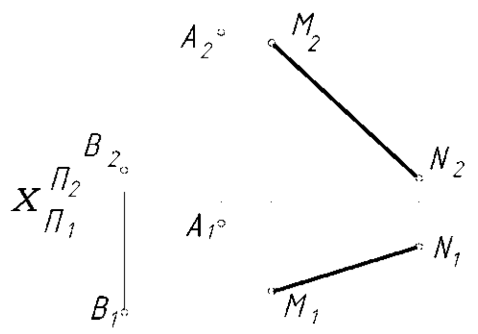
Задача 15. Через прямую AB провести плоскость, перпендикулярную к заданной плоскости.



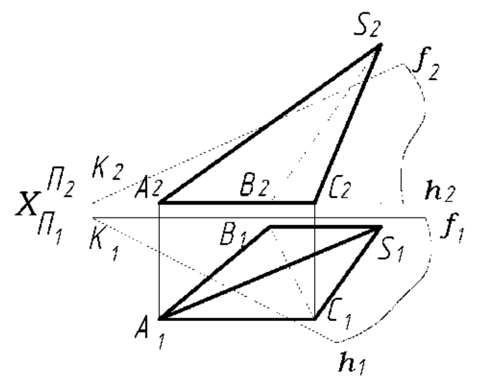
Задача 16. Построить линию пересечения двух плоскостей и определить их видимые части. Через точку К провести прямую, параллельную заданным плоскостям.



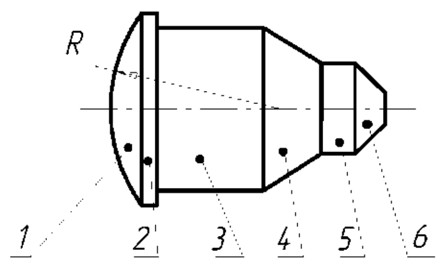
Задача 17. На прямой MN найти точку, равноудаленную от точек A и B.



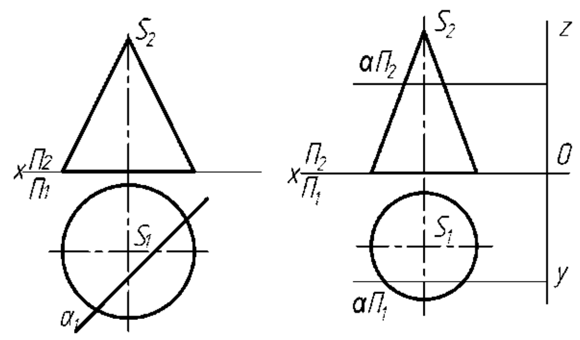
Задача 18. Построить проекции и натуральную величину сечения пирамиды плоскостью.



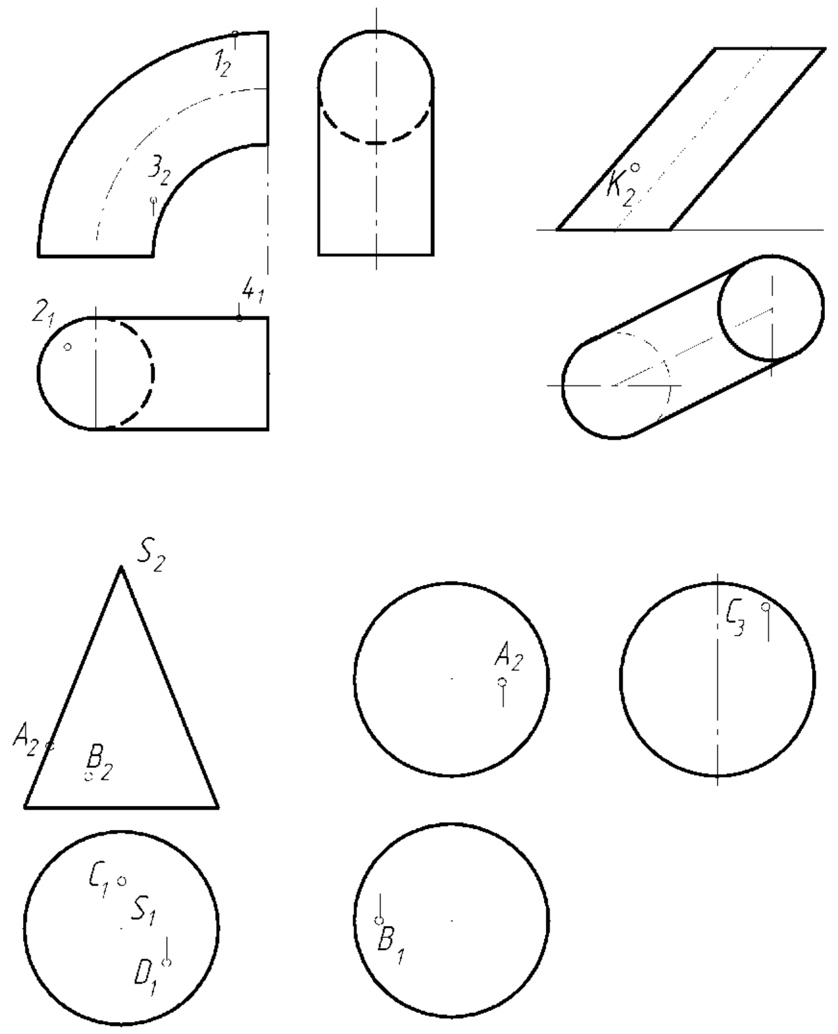
Задача 19. Назвать поверхности, ограничивающие деталь.



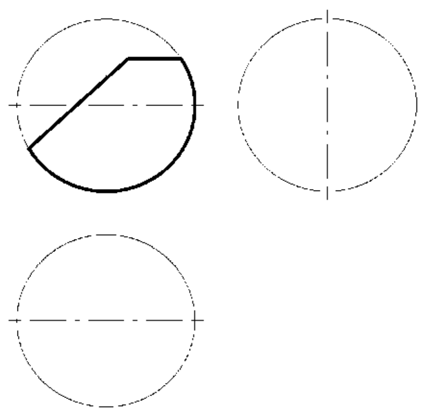
Задача 20. Построить проекции линии сечения конуса плоскостью и определить ее название.



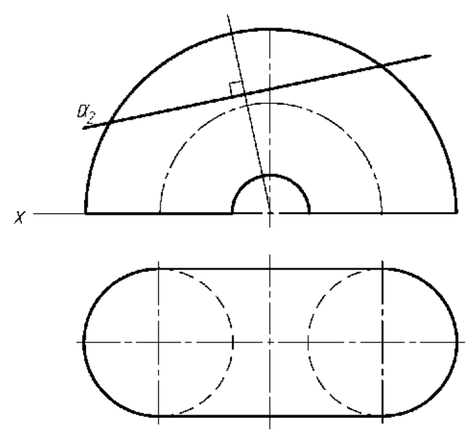
Задача 21 . Построить недостающие проекции точек на заданных поверхностях.



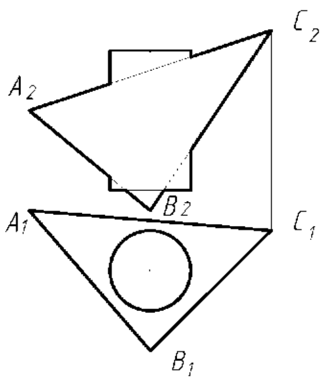
Задача 22. Построить горизонтальную и профильную проекции шара, срезанного двумя плоскостями.



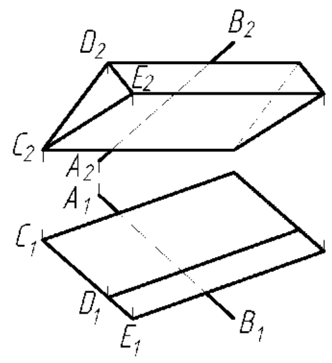
Задача 23. Построить проекции и натуральную величину линии сечения тора плоскостью.



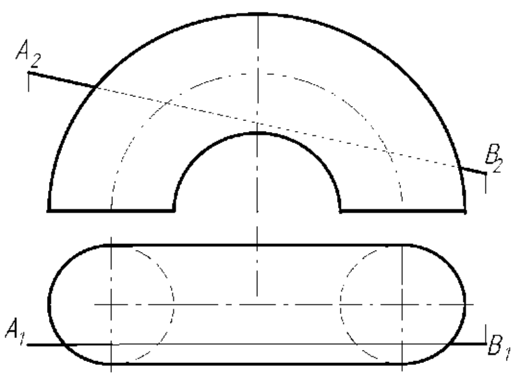
Задача 24. Построить проекции линии сечения цилиндра плоскостью.



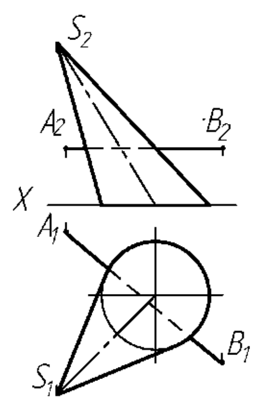
Задача 25. Построить точки пересечения прямой АВ с призмой, определить видимость прямой.



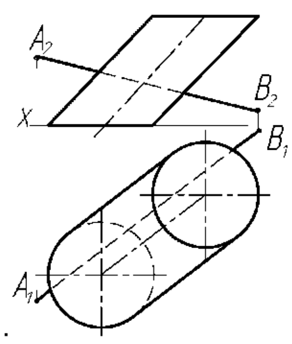
Задача 26. Построить точки пересечения прямой АВ с поверхностью тора и определить видимость прямой.



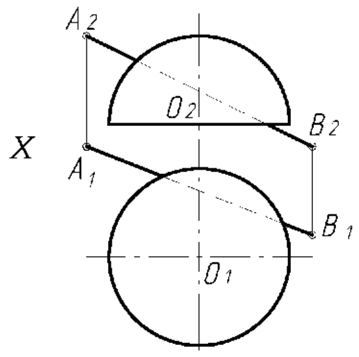
Задача 27. Построить точки пересечения прямой АВ с поверхностью конуса. Определить видимость прямой.



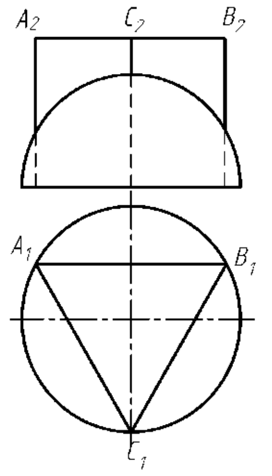
Задача 28. Построить точки пересечения прямой АВ с поверхностью цилиндра. Определить видимость прямой



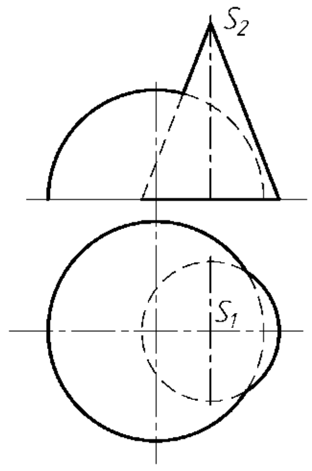
Задача 29. Построить точки пересечения прямой АВ с полусферой. Определить видимость прямой.



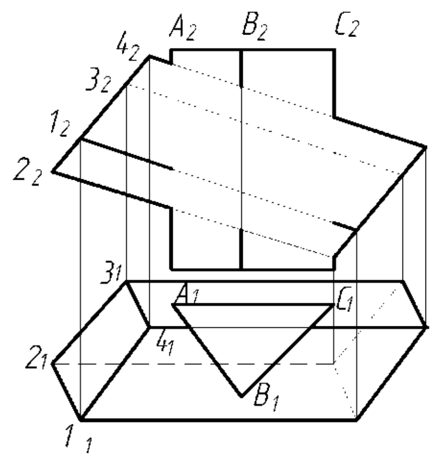
Задача 30. Построить линию пересечения поверхностей.



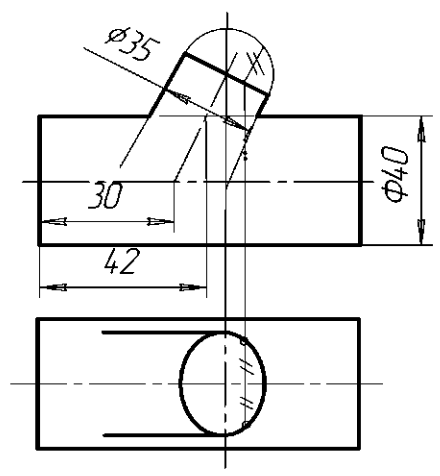
Задача 31. Построить линию пересечения конуса с полусферой.



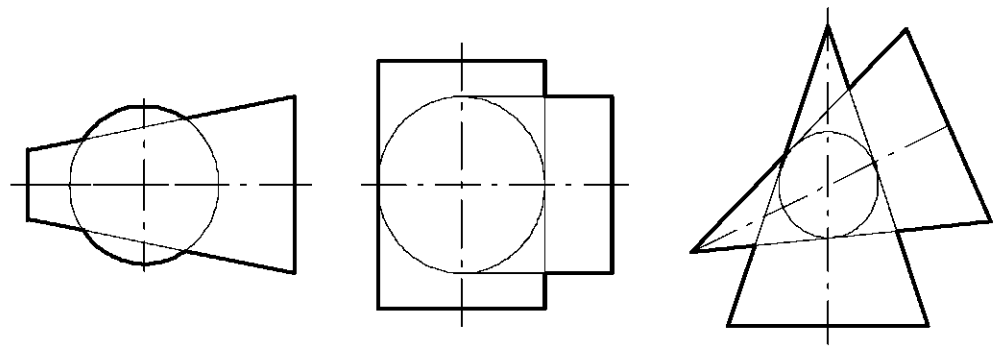
Задача 32. Построить линию пересечения поверхностей.



Задача 33. Построить линию пересечения двух цилиндров.



Задача 34. Построить и назвать линии пересечения заданных поверхностей.



5. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ. МЕТОДИЧЕСКИЕУКАЗАНИЯ И ЗАДАЧИ

Задача 1. Построение линии пересечения двух плоских треугольников и определение натуральной величины одного треугольника. Формат А3.

Задача 2. Построение трех проекций геометрического тела с вырезом. Формат А3.

Задача 3. Построение двух проекций конуса с вырезом и развертки боковой поверхности конуса. Формат А3.

Задача 4. Построение линии пересечения двух гранных или гранной и криволинейной поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей. Формат А4.

Задача 5. Построение линии пересечения двух криволинейных поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей. Формат А4.

Задача 6. Построение линии пересечения двух криволинейных поверхностей способом вспомогательных концентрических сфер. Формат А4.

Задача 1. Построение линии пересечения двух плоских треугольников и определение натуральной величины одного треугольника

Построить проекции треугольников АВС и DEF по заданным координатам вершин (прил. 1) в масштабе 1:1.

1. Построить линию пересечения этих треугольников и определить видимость сторон треугольников.

2. Определить натуральную величину одного из треугольников.

3. Определить угол наклона этого треугольника к плоскости Π_1. Пример выполнения задачи 1 приведен на рис. 75.

Указания к задаче 1

Формат А3 расположить горизонтально. В левой половине листа наметить оси координат с учетом наибольших величин координат x и z вершин треугольников. По координатам, взятым из прил.1, построить проекции вершин треугольников АВС и DEF. Построить линию пересечения треугольников. Для этого определить две общие точки M и N пересечения сторон одного треугольника с другим треугольником.

Через сторону ВС проведена вспомогательная фронтально-проецирующая плоскость α, с помощью которой определена точка M. Через сторону DE, проведена вспомогательная горизонтально-проецирующая плоскость β, с помощью которой определена точка N. Видимость сторон треугольников определена при помощи конкурирующих точек. Видимые участки сторон треугольников проведены сплошными основными толстыми линиями, невидимые участки – штриховыми.

Натуральная величина треугольника ABC определена способом замены плоскостей проекций, выполнены две замены. Первой заменой плоскости $П_2$ на плоскость $П_4$ плоскость треугольника преобразована в проецирующую плоскость, отмечен угол φ_1 наклона плоскости треугольника к плоскости $П_1$. Второй заменой плоскости $П_1$ на $П_5$ плоскость треугольника ABC преобразована в плоскость уровня.

Задача 2. Построение трех проекций геометрического тела с вырезом

Построить три проекции геометрического тела с вырезом. Данные для своего варианта взять из прил. 2 (см. п. 3.7).

Указания к задаче 2

Задание выполнить на листе формата А3, расположенном горизонтально. Вычертить геометрическое тело по размерам, заданным на чертеже в масштабе 1:1, затем выполнить недостающие проекции в тонких линиях.

Пример выполнения задачи 2 приведен на рис. 76. В качестве геометрического тела на примере выбрана сфера. Намечаются осевые линии и выбирается центр сферы на проекциях так, чтобы на листе проекции геометрического тела располагались, заполняя лист минимум на 75 %. Сначала строят исходный чертеж, а затем недостающие проекции. При пересечении сферы любой плоскостью в сечении всегда получается окружность. Окружность на чертеже может проецироваться: в натуральную величину, если она параллельна плоскости проекций; в отрезок прямой линии, если перпендикулярна плоскости проекции; в виде эллипса, если наклонена под углом к плоскости проекций. Вначале определяют характерные точки линии выреза: на главном меридиане (фронтальном очерке) – фронтальные проекции точек 1_2 и 2_2. Их горизонтальные проекции 1_1 и 2_1 определены по линиям связи на экваторе. По фронтальным проекциям точек 3_2 и 4_2, 9_2 и 10_2 по линиям связи определяют профильные проекции точек 3_3 и 4_3, 9_3 и 10_3, лежащих на профильном очерке. Через точки 3 и 4, 9 и 10 проводят вспомогательные плоскости δ и β, получают параллели, которые на горизонтальную проекцию проецируются в виде окружности. На них по линиям связи переносят проекции точек 3_1 и 4_1, 9_1 и 10_1. Проекции точек 5_2 и 6_2 лежат на экваторе, по линии связи получают их горизонтальные проекции на очерке сферы – 5_1 и 6_1. Профильные проекции точек 5_3 и 6_3 получают, используя равенство отрезков от осей сферы. Фронтальные проекции точек 7_2 и 8_2, 11_2 и 12_2, 13_2 и 14_2 на горизонтальную проекцию переносят при помощи параллелей, полученных пересечением сферы плоскостями β и γ (7_1 и 8_1, 11_1 и 12_1, 13_1 и 14_1). Профильные проекции точек 7_3 и 8_3, 11_3 и 12_3, 13_3 и 14_3 строят при помощи вспомогательных плоскостей ε и σ.

Очертания срезанной сферы обвести сплошной основной линией, а невидимые линии среза – штриховой. Все точки на всех проекциях обозначить цифрами высотой 5 мм, индексы – 2,5 мм. Все вспомогательные построения на чертеже сохранить. Точки соединить при помощи лекала.

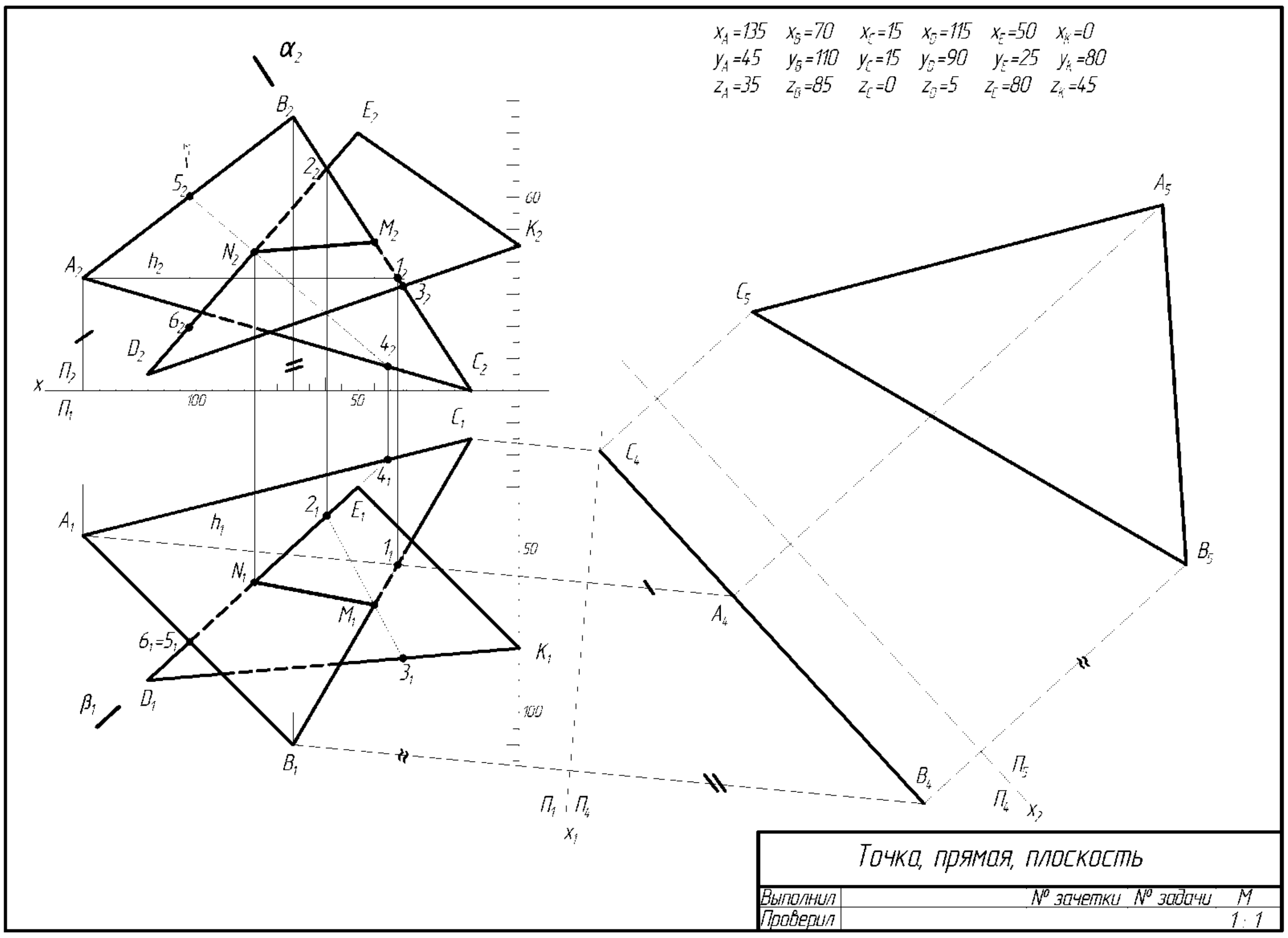


Рис. 75. Образец решения задачи 1

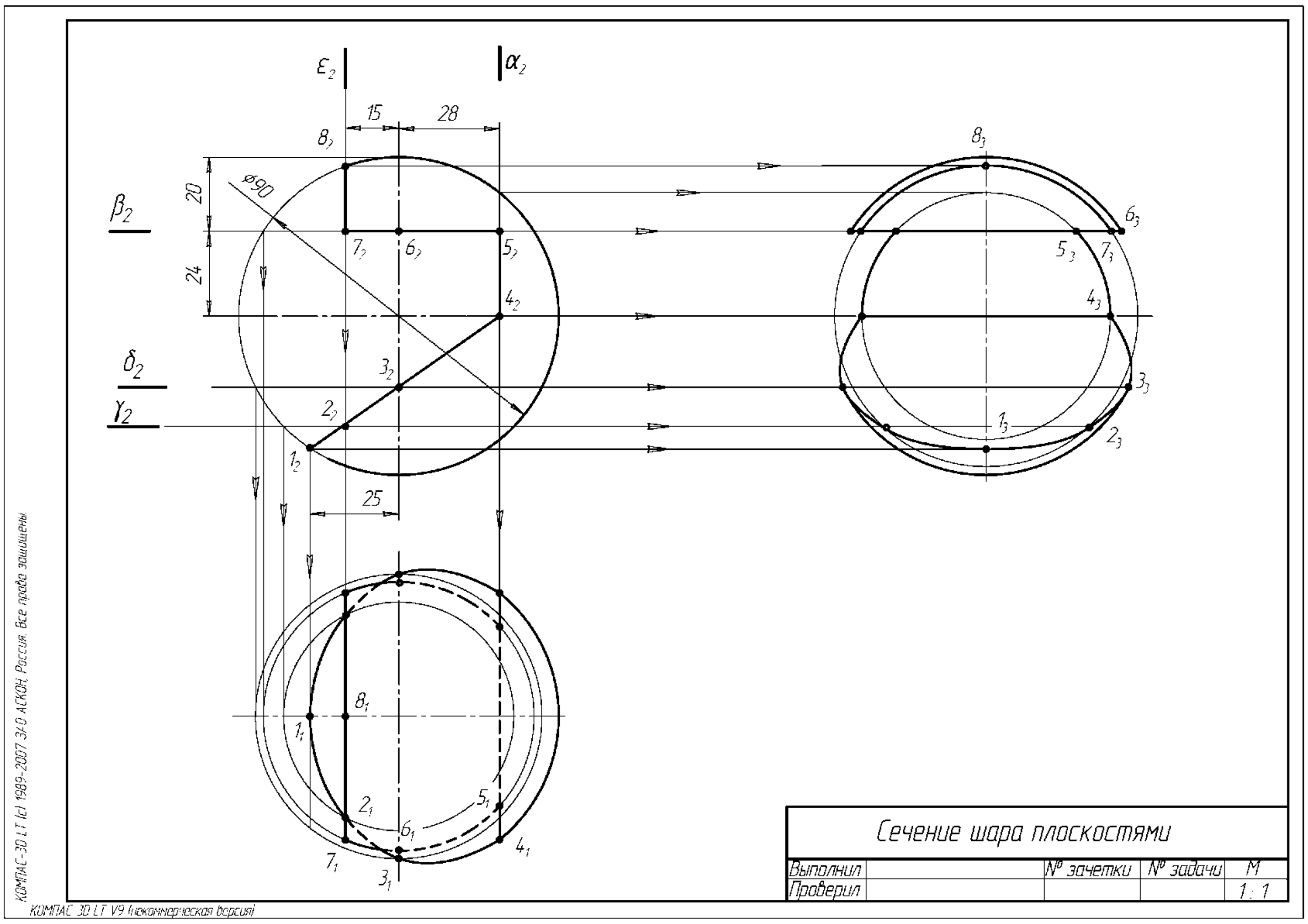


Рис. 76. Образец решения задачи 2

Задача 3. Построение двух проекций конуса со сквозным вырезом. Построение развертки конуса

Построить две проекции конуса вращения со сквозным вырезом. Исходный чертеж для своего варианта взять из прил. 3.

Указания к задаче 3

Задача выполняется на листе ватмана формата А3, расположенного горизонтально. Конус вычерчивается по размерам в масштабе 1:1. Пример выполнения задачи приведен на рис. 77. Фронтальную и горизонтальную проекции конуса построить на левой половине листа. Наметить вертикальную осевую линию посередине между линией рамки чертежа и основной надписью. Высота конуса и диаметр основания во всех вариантах одинаковы. Поэтому расстояние от проекций конуса до рамки чертежа и между проекциями по вертикальной оси принять примерно равными. Линии выреза на конусе являются проецирующими поверхностями, и строить необходимо только горизонтальную проекцию линии выреза. Следовательно, задача сводится к построению точек на поверхности конуса с помощью окружностей (параллелей) или образующих (см. п. 3.7.4).

Развертка конуса вращения представляет собой круговой сектор с углом α = R/L360, где R – радиус основания конуса вращения; L – длина образующей конуса. Угол α можно не вычислять, а построение осуществить, как указано ниже.

Во второй половине листа проводят образующую S 1 под углом 45° к рамке чертежа, затем строят круговой сектор. На линии окружности сектора в обе стороны от точки 1 откладывают расстояние между проекциями точек 1_1 – 2_1, 2_1 – 3_1, 3_1 – 4_1, 4_1 –D_1 , D_1 – 5_1, 5_1 – 6_1, 6_1 – 7_1, взятыми на горизонтальной проекции окружности основания конуса. Через эти точки и вершину S проводят образующие. Все образующие прямого кругового конуса равны между собой. На чертеже очерковая образующая равна натуральной величине. Поэтому точки пересечения A, B, C и т.д. параллельно переносят на очерковую образующую – точки A_0, B_0, C_0 и т.д. Затем на развертке проводят окружности (параллели) радиусами S_2K_0; S_2G_0; $S_2B_0(F_0)$; $S_2C_0(F_0)$ и в пересечении образующих и параллелей отмечают точки линии выреза – A, B, C, D, E, F,G, K. Эти точки соединяют плавной кривой при помощи лекала. Видимые линии обвести основной сплошной толстой линией, все вспомогательные линии выполнить сплошной тонкой линией и оставить на чертеже.

Задача 4. Построение линии пересечение двух гранных поверхностей или гранной и криволинейной поверхностей

Построить линию пересечения двух *гранных* поверхностей или *гранной и криволинейной поверхностей.* Исходный чертеж для своего варианта взять из прил. 4.

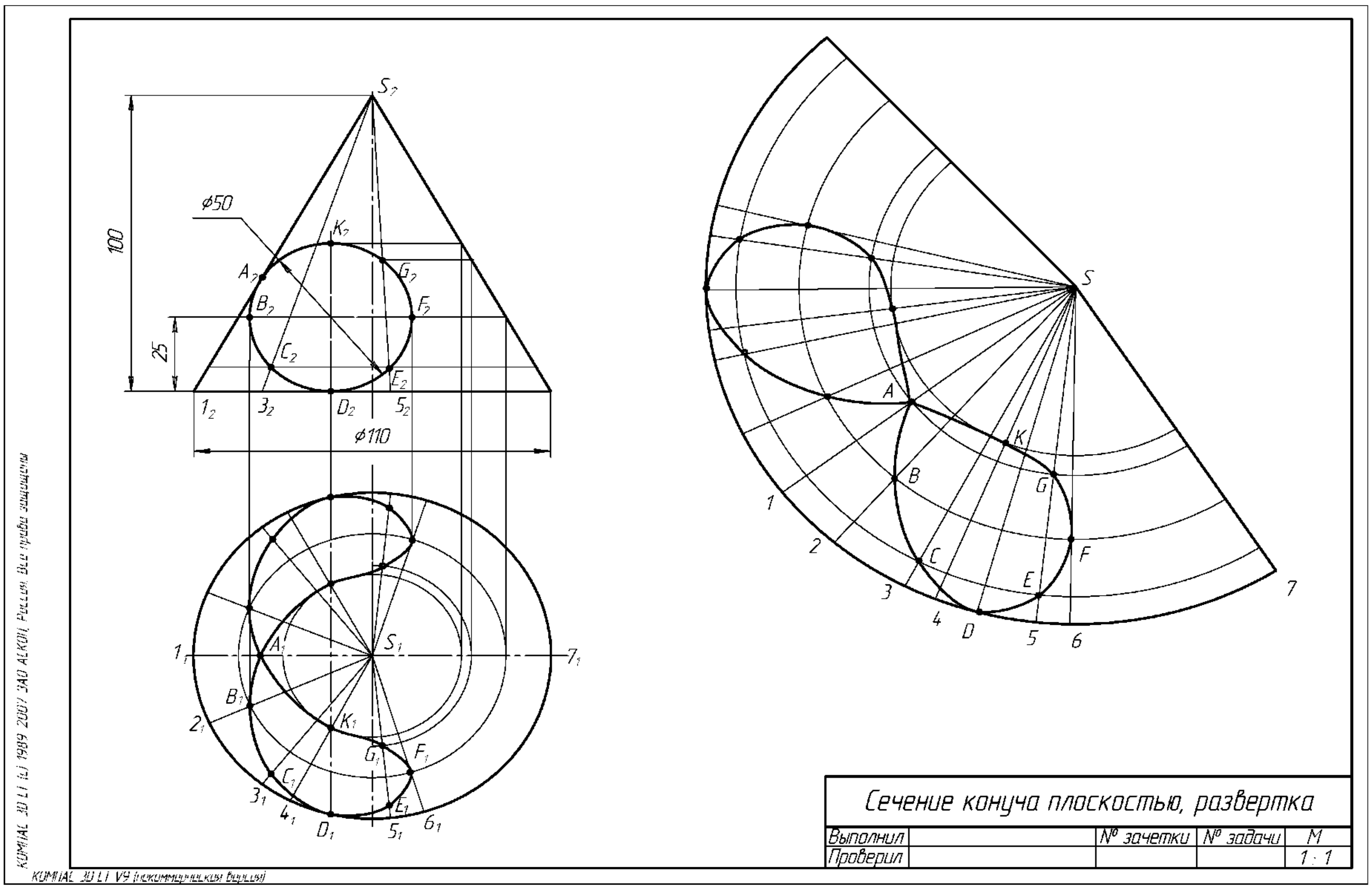


Рис. 77. Образец решения задачи 3

Указания к задаче 4

Задача выполняется на листе ватмана А4, расположенного вертикально.

Задача 4.1. *Построение линии пересечения гранных* поверхностей рассмотрена на примере пересечения двух призм ABC и KMN (рис. 78).

Линия пересечения двух гранных поверхностей – пространственная ломаная замкнутая линия, состоящая из отрезков прямых. Таким образом, задача сводится к построению точек пересечения ребер одного многогранника с гранями другого многогранника (см. п. 3.9.1).

На исходном чертеже дан пример неполного проницания, поэтому построена одна линия пересечения. Призма KMN прямая, расположена перпендикулярно к горизонтальной плоскости проекций $П_1$, поэтому горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией призмы KLM.

Для построения линии пересечения сначала определяют горизонтальные проекции точек пересечения ребер призмы A_1A_1', B_1B_1' с гранями прямой призмы (точки 1_1, 2_1, 5_1). По линиям связи находят их фронтальные проекции 1_2, 2_2, 5_2, затем определяют точки пересечения ребер призмы M_1M_1' и N_1N_1' с гранями наклонной призмы. Для этого через эти ребра проводят вспомогательные горизонтально проецирующие плоскости α и β, которые пересекают наклонную призму по линиям LL′ и EE′. На пересечении фронтальных проекций этих линий с проекциями ребер M_2M_2' и N_2N_2' получаются точки 3_2 и 7_2 и 4_2, 6_2. Соединяют между собой точки, принадлежащие одной грани. Видимость линии пересечения определяется по видимости граней многогранников.

Задача 4.2. *Построение линии пересечения гранной и криволинейной* поверхностей приведена на рис. 79.

Линия пересечения гранной и криволинейной поверхностей – пространственная линия, состоящая из отрезков кривых с точками пересечения на ребрах многогранника. В некоторых случаях может быть и отрезок прямой, если грань многогранника пересекает конус или цилиндр по прямолинейным образующим (см. п. 3.9.2).

На рис. 79. приведен пример пересечения прямого кругового конуса и прямой призмы ABC. На исходном чертеже дан пример полного проницания, поэтому построены две отдельные замкнутые линии пересечения. Призма ABC прямая, расположена перпендикулярно к фронтальной плоскости проекций, поэтому фронтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией призмы. Верхняя грань призмы пересекает конус по окружности, а боковые грани – пересекают конус по эллипсам, которые пересекаются на ребре призмы CC′.

Видимость линии пересечения определена по видимости граней призмы, т.к. коническая поверхность на горизонтальной проекции полностью видима.

Задача 5. Построение линии пересечения двух криволинейных поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей

Построить линию пересечения двух поверхностей вращения. Исходный чертеж для своего варианта взять из прил. 5.

Указания к задаче 5

Задание выполняется на листе ватмана формата А4, расположенного вертикально, в масштабе 1:1.

Задача решается методом вспомогательных секущих плоскостей-посредников (п. 3.9.3). Вспомогательные плоскости назначают так, чтобы они пересекали заданные поверхности вращения по окружностям или прямым линиям. Линия пересечения двух криволинейных поверхностей – пространственная кривая.

В качестве примера рассмотрено пересечение открытого тора и прямого кругового цилиндра (рис. 80) с полным проницанием тора цилиндром. Прямой цилиндр расположен перпендикулярно к горизонтальной плоскости проекций, поэтому горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с очерковой линией цилиндра. Для построения точек линии пересечения использованы вспомогательные плоскости фронтальные уровня α, β, γ. Вспомогательные плоскости пересекают заданные поверхности по простым линиям: цилиндр по прямоугольнику, тор по кольцу (окружностям).

Видимость линии пересечения определена по видимости поверхностей.

Задача 6. Построение линии пересечения двух криволинейных поверхностей способом вспомогательных концентрических сфер

Построить линию пересечения двух криволинейных поверхностей методом вспомогательных концентрических сфер. Исходный чертеж для своего варианта взять из прил. 6.

Указания к задаче 6

Задание выполняется на листе ватмана формата А4, расположенного вертикально, в масштабе 1:1.

В задаче 6 для построения линии пересечения двух криволинейных поверхностей используется способ вспомогательных концентрических сфер (см. п. 3.9.4, 3.9.5). На рис. 81 приведен пример построения линии пересечения поверхностей методом концентрических сфер. Все условия, упомянутые ранее, выполнены. Во-первых, пересекаются две конические поверхности вращения, во-вторых, оси этих поверхностей пересекаются, в-третьих, плоскость осей параллельна плоскости проекций Π_2.

При построении линии пересечения сначала определяются опорные точки, а потом – промежуточные.

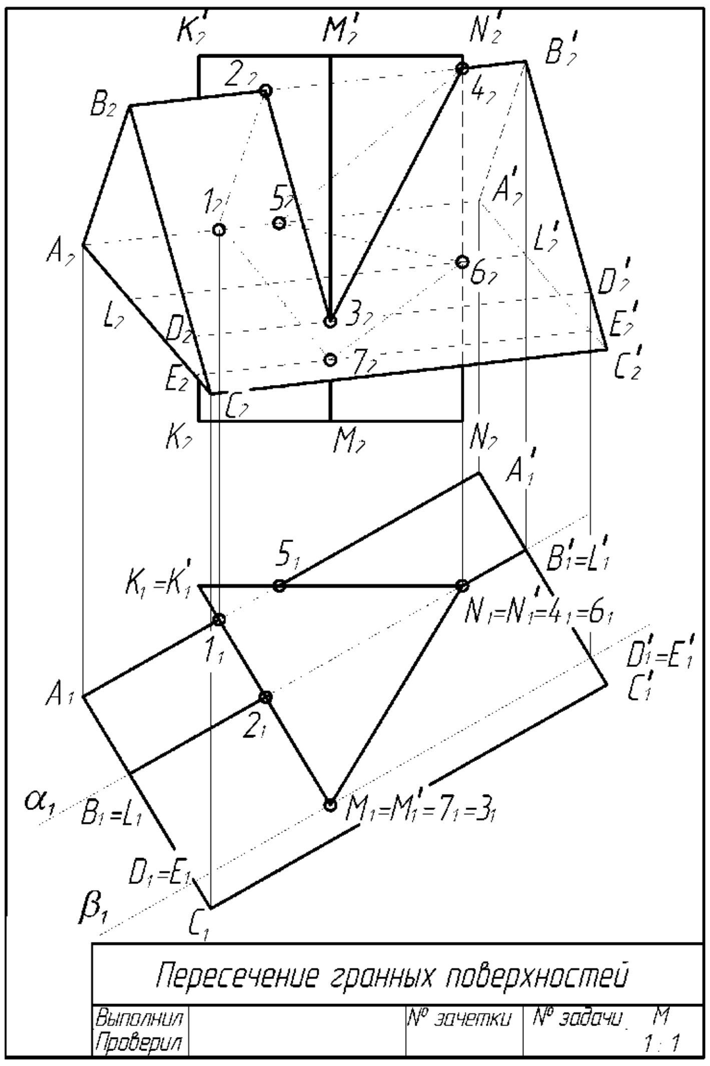


Рис. 78. Образец решения задачи 4.1

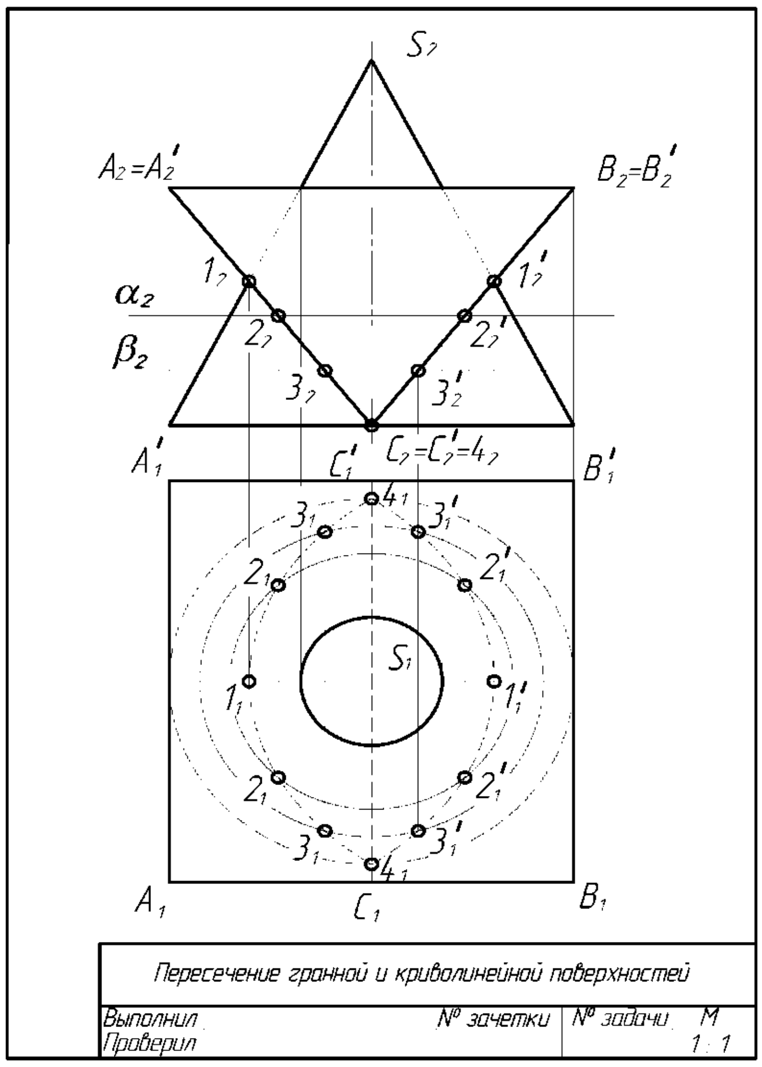


Рис. 79. Образец решения задачи 4.2

Так как обе данные поверхности имеют общую плоскость симметрии, параллельную плоскости проекций $П_2$, то их фронтальные очерки пересекаются, образуя точки 1_2 и 2_2. По линиям связи определяют их горизонтальные проекции 1_1 и 2_1.

Далее следует определить радиусы предельных сфер R_{min} и R_{max}.

Чтобы определить радиус минимальной сферы R_{min}, необходимо провести через точку центра вписанных сфер перпендикуляры к очерковым образующим данных поверхностей. Больший из этих перпендикуляров и будет определять R_{min}. В этом случае сфера минимального радиуса будет касаться одной из данных поверхностей, а со второй – пересекаться. Если же взять в качестве R_{min} меньший отрезок, то одна из данных поверхностей с такой сферой не пересечется.

Радиус максимальной сферы равен расстоянию от центра сфер до наиболее удаленной точки пересечения очерковых образующих, в данном случае до точки 2_2.

Для построения других точек линии пересечения проводят несколько вспомогательных концентрических сфер, причем радиус R этих сфер должен изменяться в пределах $R_{min} < R < R_{max}$.

На рис. 81 проведены три дополнительные сферы. Они пересекают конусы по окружностям, которые на фронтальную плоскость проекций проецируются в отрезки. В пересечении этих линий получаем точки 4, 5, 6, принадлежащие линии пересечения. Для построения точек 5 и 6 промежуточные сферы построены произвольным радиусом; для построения точки 4 радиус сферы выбран так, чтобы линия пересечения этой сферы с вертикальным конусом (окружность) располагалась с осевой линией горизонтального конуса в одной плоскости. В этом случае точки 4 на горизонтальной проекции являются характерными, т.к. принадлежат очерковым образующим горизонтального конуса, и в них меняется видимость линии пересечения заданных поверхностей.

Чтобы построить горизонтальные проекции точек линии пересечения, следует воспользоваться окружностями на вертикальном конусе, которые на плоскости проекций $П_1$ проецируются в натуральную величину.

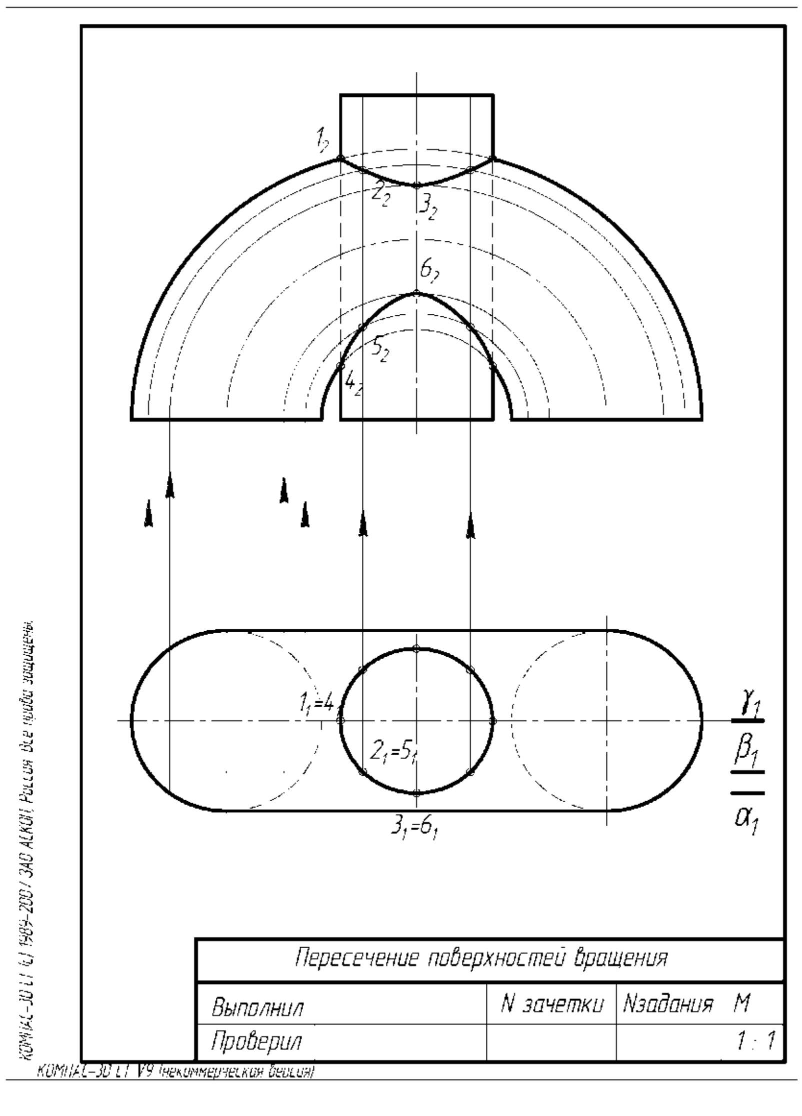


Рис. 80. Образец решения задачи 5

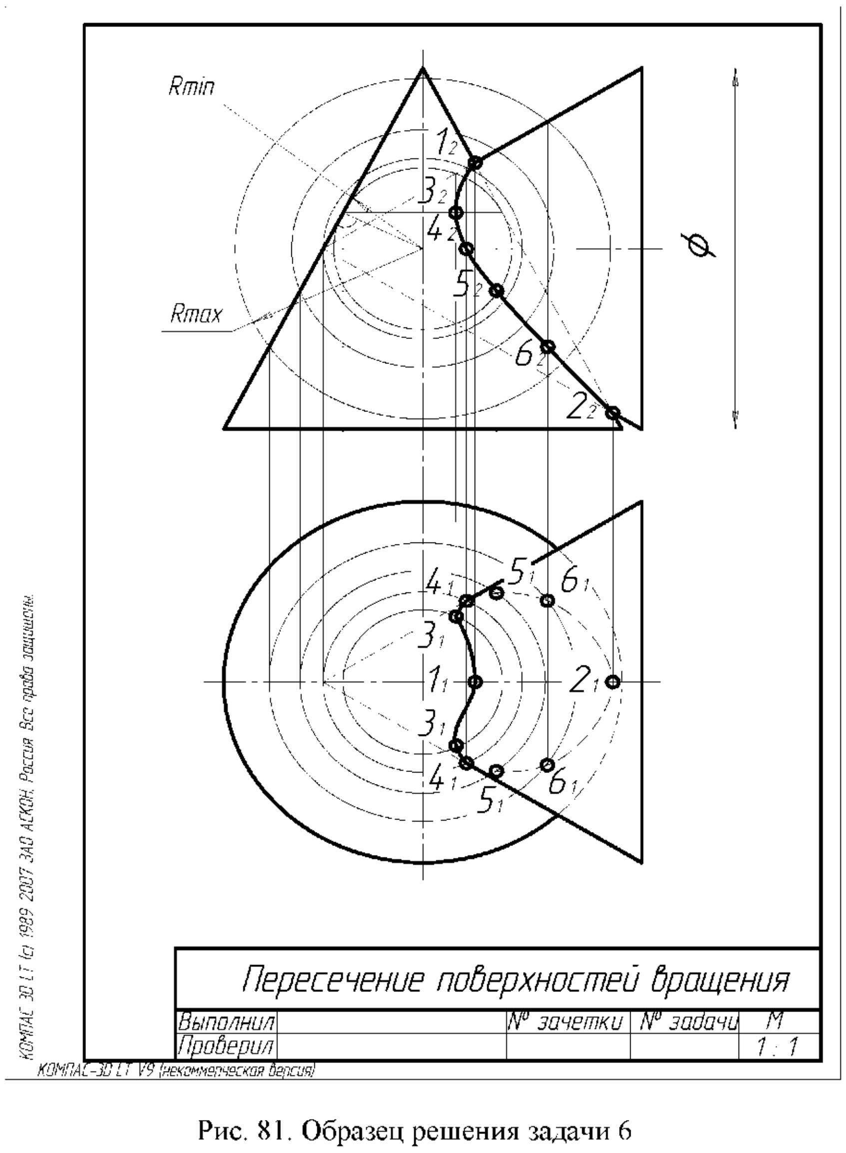


Рис. 81. Образец решения задачи 6

Приложение 1

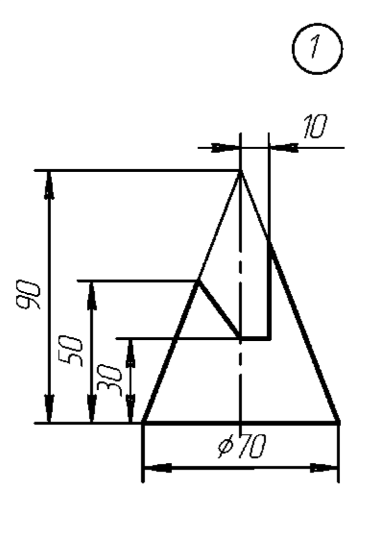
№ варианта	X_A	Y_A	Z_A	X_B	Y_B	Z_B	X_C	Y_C	Z_C	X_D	Y_D	Z_D	X_E	Y_E	Z_E	X_F	Y_F	Z_F	Натуральная величина Δ
1	135	20	35	70	110	85	15	50	0	115	90	10	50	25	80	0	85	50	ABC
2	135	20	35	70	110	85	15	50	0	120	90	10	50	25	80	0	85	50	ABC
3	135	20	35	65	105	80	10	50	0	115	90	10	55	25	80	0	80	45	ABC
4	130	20	30	70	115	65	10	50	0	120	90	10	55	20	75	0	80	45	ABC
5	130	40	20	70	85	95	15	0	50	120	10	90	50	80	25	0	50	85	ABC
6	130	40	20	70	85	95	15	0	55	115	5	85	50	80	25	0	50	85	ABC
7	125	40	20	65	80	95	15	0	50	120	10	90	55	85	20	0	55	80	ABC
8	125	35	20	70	85	90	15	0	55	115	10	90	50	80	25	0	45	80	ABC
9	125	35	20	70	85	90	15	0	50	115	10	90	55	85	25	0	50	85	ABC
10	0	35	20	65	85	95	120	0	55	20	10	90	85	80	25	135	50	85	ABC
11	0	35	20	70	85	95	120	0	50	20	10	90	85	80	25	135	50	85	DEF
12	0	30	20	70	80	95	120	0	55	15	10	85	80	80	20	130	50	80	ABC
13	0	30	15	75	85	95	120	0	50	15	10	85	85	85	25	130	50	80	ABC
14	0	35	20	70	85	95	120	0	55	20	10	85	85	85	25	135	50	80	ABC

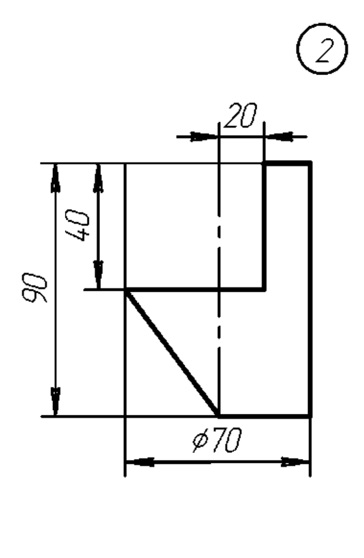
Окончание прил. 1

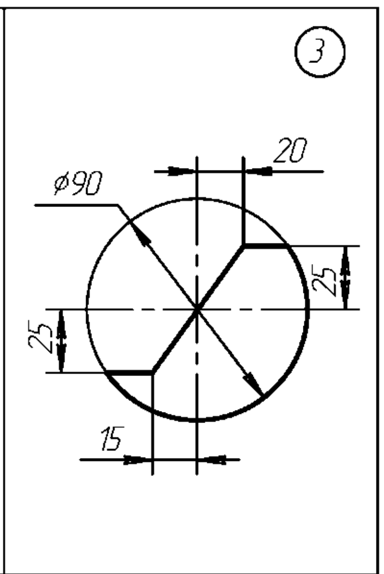
№ ва-ри-анта	**X_A**	**Y_A**	**Z_A**	**X_B**	**Y_B**	**Z_B**	**X_C**	**Y_C**	**Z_C**	**X_D**	**Y_D**	**Z_D**	**X_E**	**Y_E**	**Z_E**	**X_F**	**Y_F**	**Z_F**	**Натуральная величина Δ**
15	0	20	35	65	110	85	120	50	0	20	90	10	85	25	80	135	85	50	ABC
16	0	110	50	65	20	0	120	80	85	20	40	75	85	115	5	135	45	40	ABC
17	0	50	95	65	0	20	120	70	65	20	65	30	85	5	95	135	40	45	DEF
18	70	0	95	135	50	20	15	85	80	115	75	40	50	5	95	0	40	45	DEF
19	70	110	0	135	20	50	15	80	85	115	40	75	50	105	5	0	50	40	DEF
20	70	110	0	135	20	50	15	30	85	120	40	75	50	105	5	0	45	40	DEF
21	70	110	0	135	20	50	20	40	85	120	40	75	50	110	10	0	50	40	DEF
22	0	110	35	70	20	85	120	80	0	20	40	10	85	110	80	135	50	50	DEF
23	0	35	95	70	85	20	120	0	80	20	10	40	85	80	95	135	50	50	DEF
24	135	110	35	70	20	85	15	80	0	115	40	10	50	110	80	0	45	50	ABC
25	135	35	95	70	85	20	15	0	80	115	10	40	50	80	95	0	50	45	DEF
26	0	110	35	65	20	85	120	80	0	20	40	10	85	110	80	135	45	50	DEF
27	0	35	70	65	85	95	120	0	0	20	10	5	85	80	95	135	50	45	DEF
28	115	90	10	50	25	80	0	85	50	135	20	35	70	110	85	15	50	0	DEF
29	120	85	5	60	25	80	0	90	50	130	20	40	70	105	90	15	50	0	DEF
30	120	90	10	55	25	80	0	80	45	135	20	35	65	105	80	10	50	0	DEF

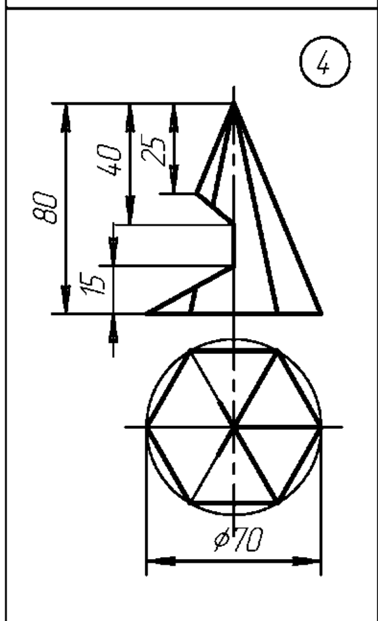
Приложение 2

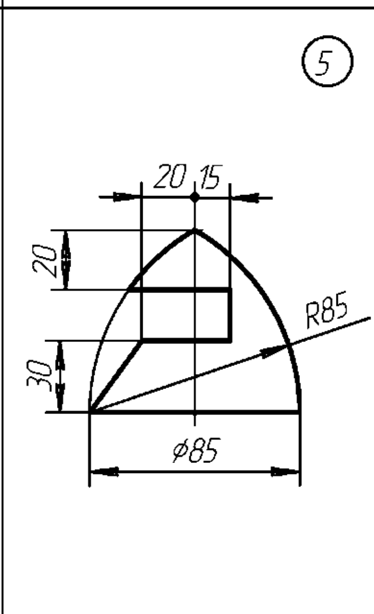
Исходные чертежи к задаче 2

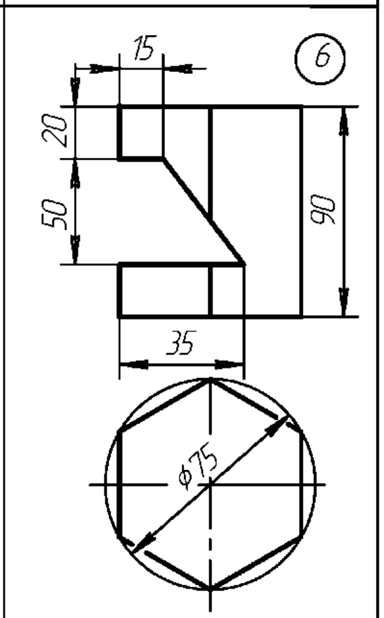


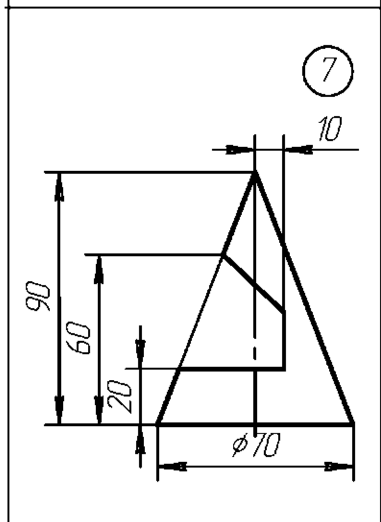


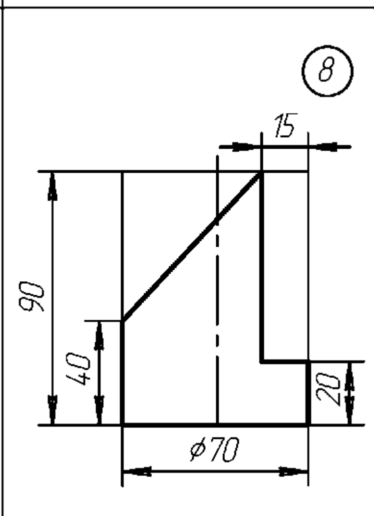


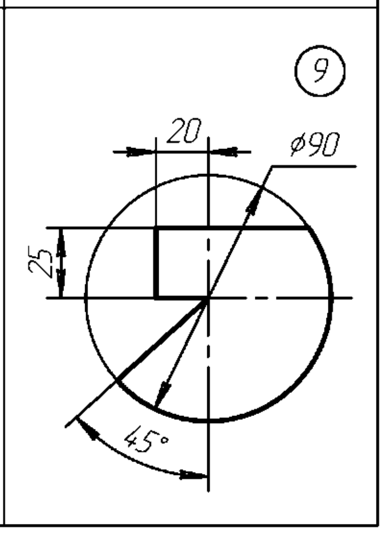


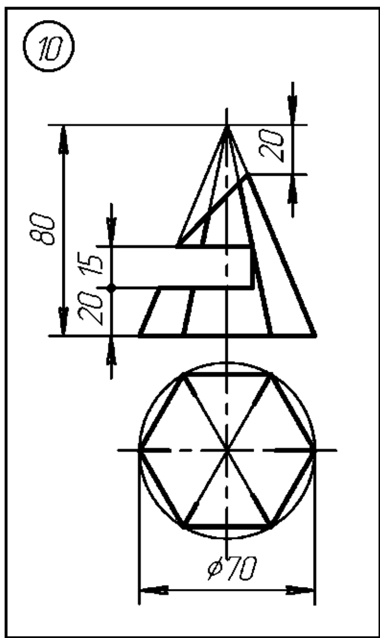


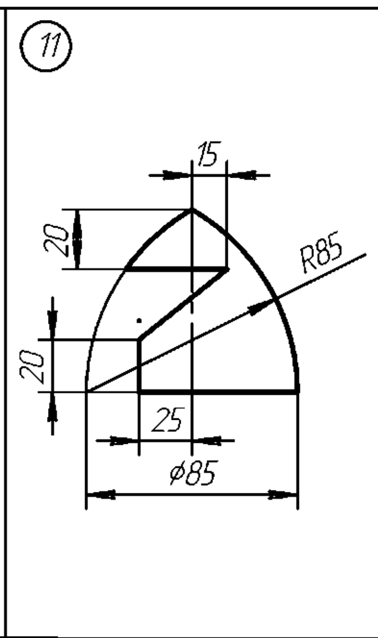


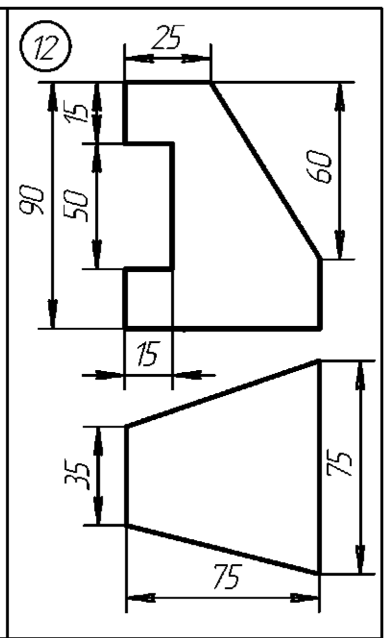


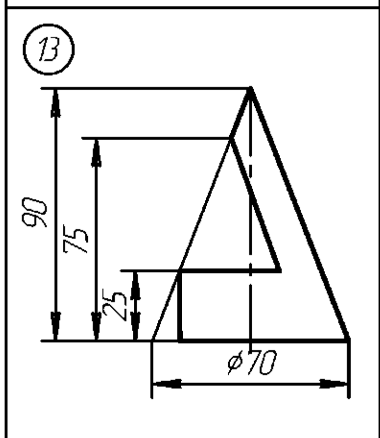


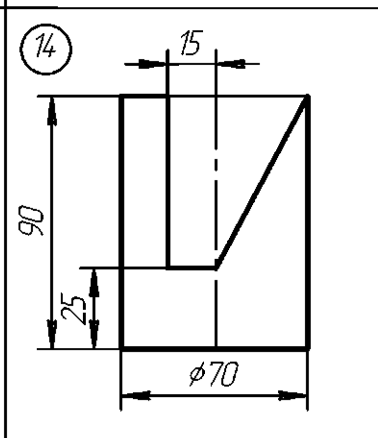


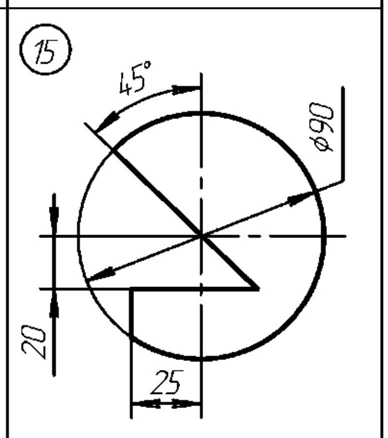

10
20
80
15
20
⌀70

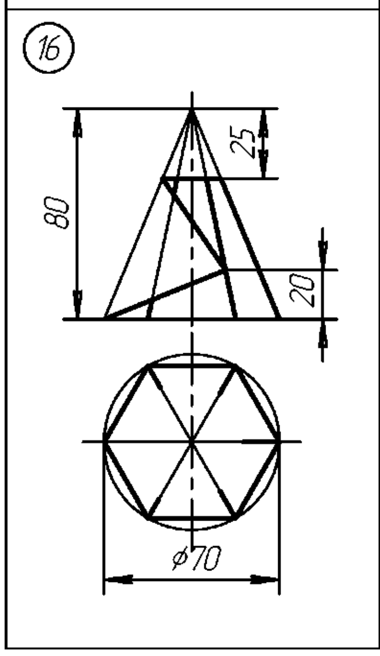

11
15
20
R85
20
25
⌀85

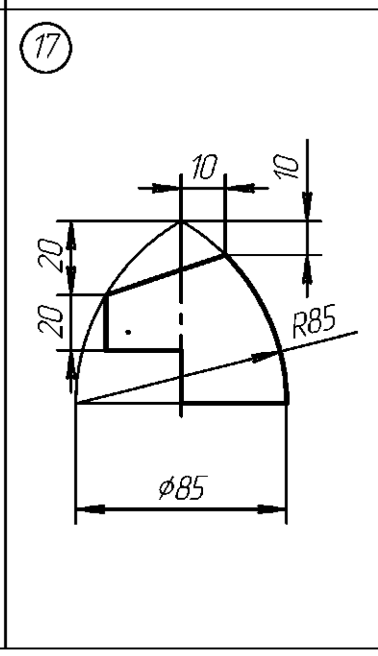

12
25
15
90
50
60
15
35
75
75

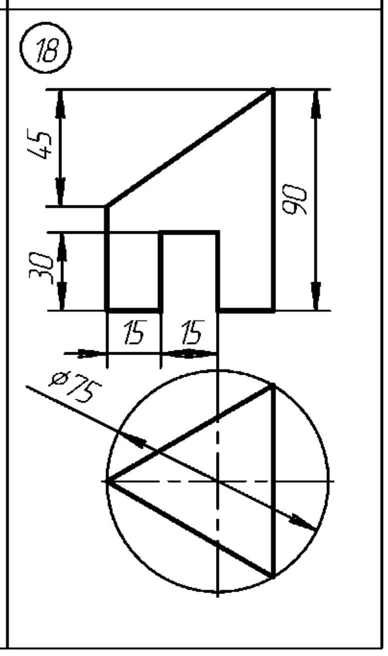

13
90
75
25
⌀70

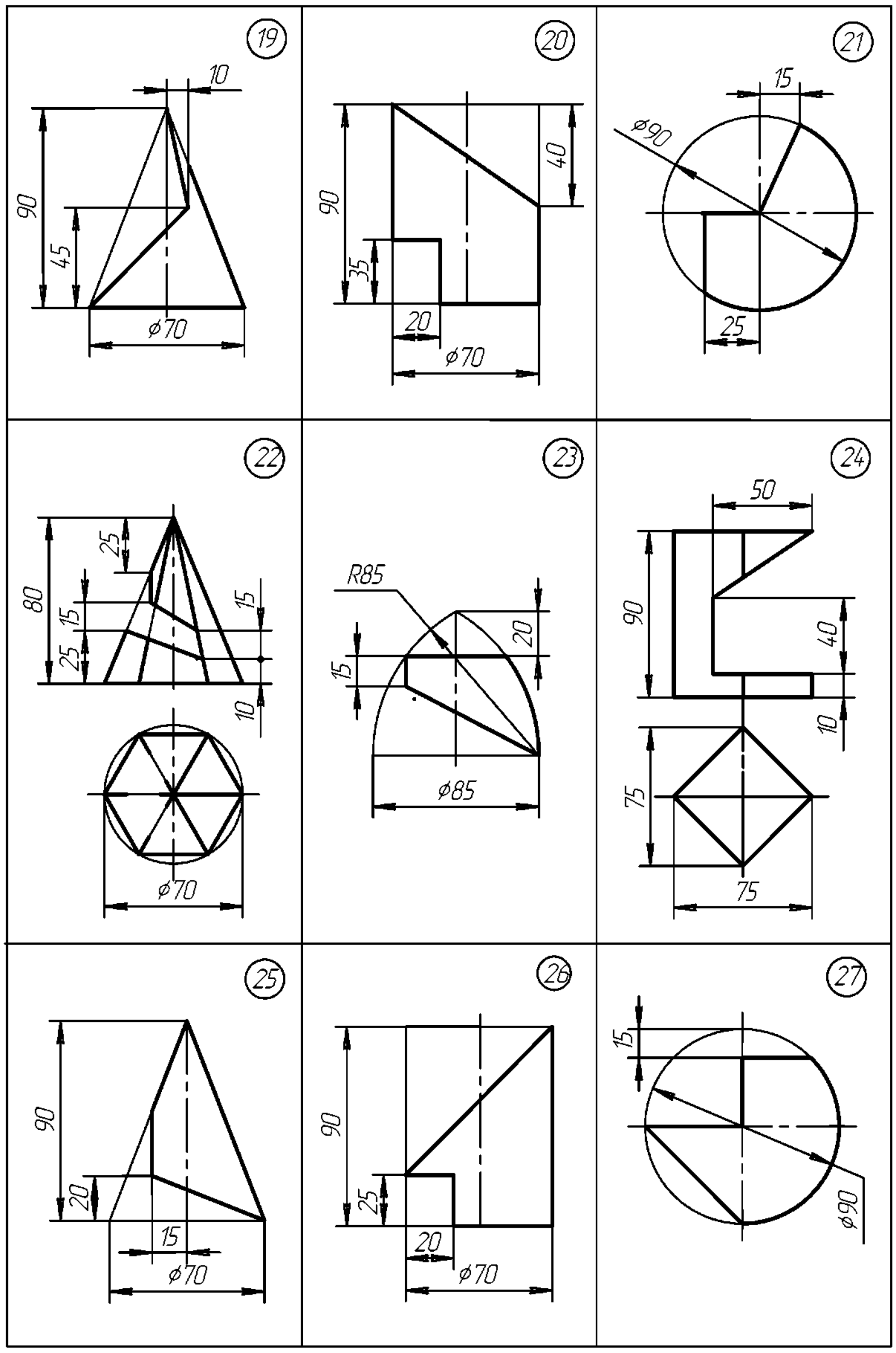

14
15
90
25
⌀70

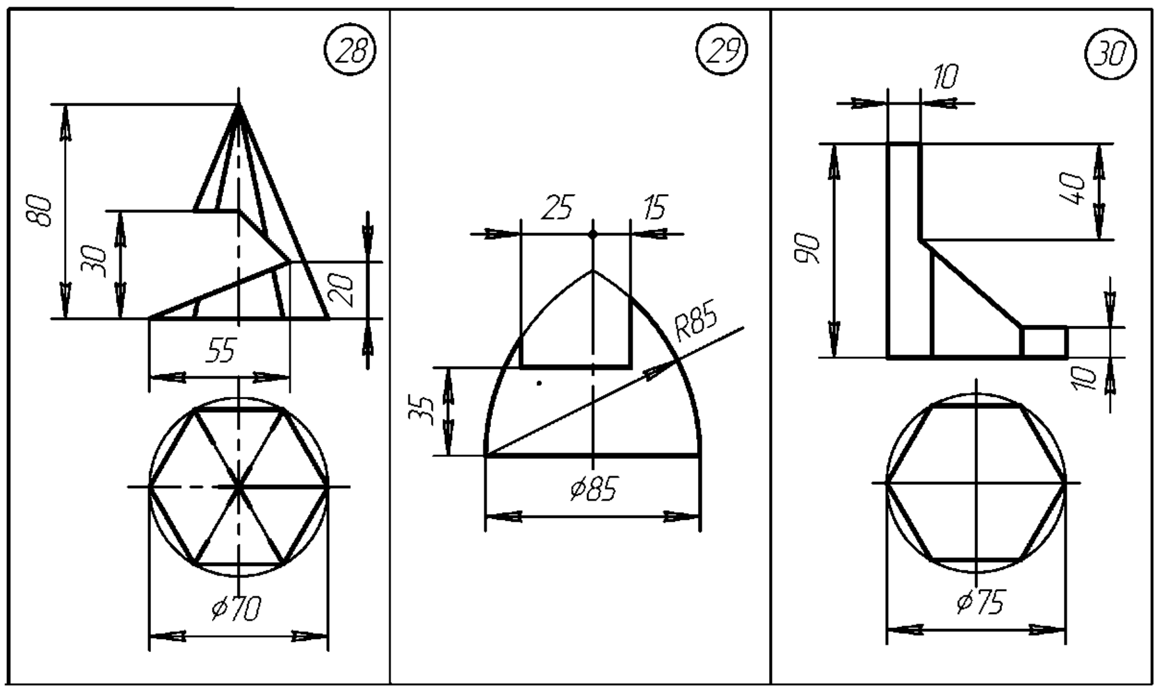

15
45°
⌀90
20
25


16
80
25
20
⌀70


17
10
10
20
20
R85
⌀85

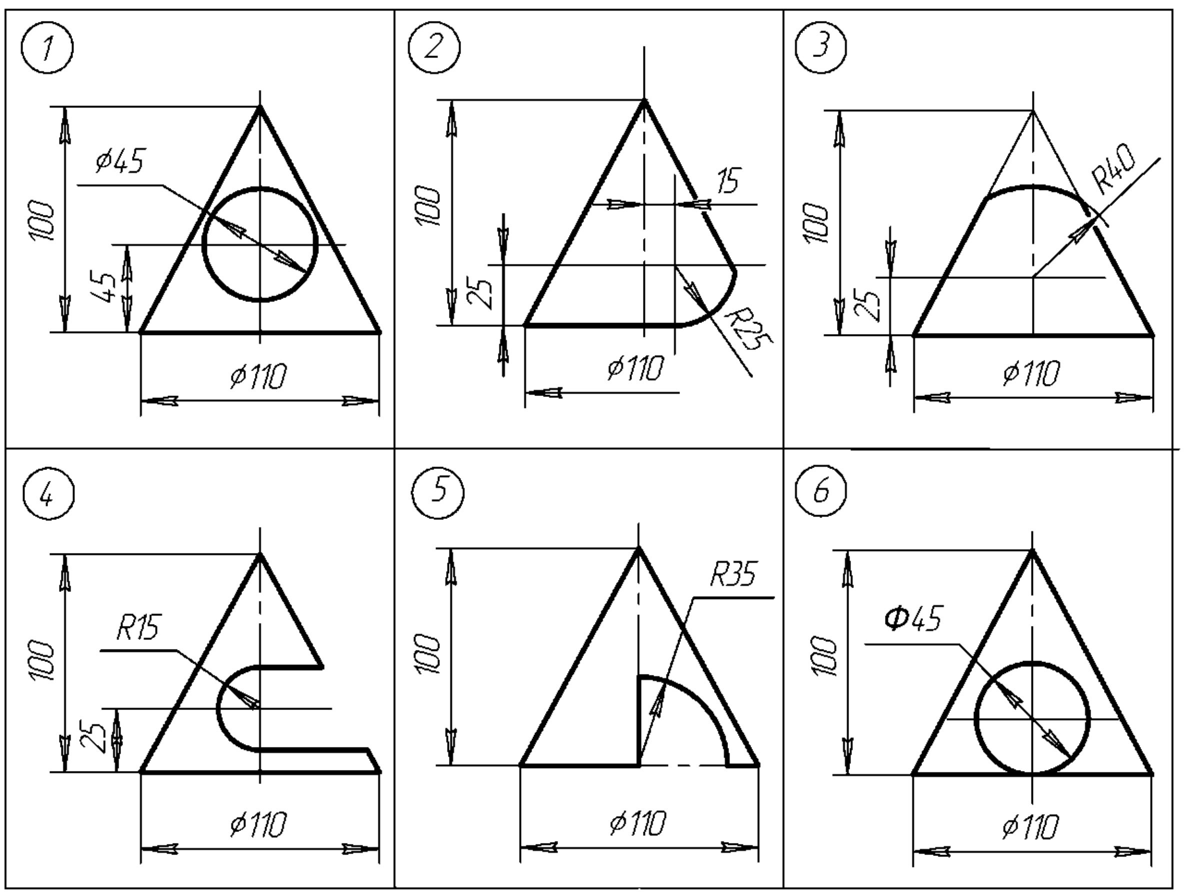

18
45
90
30
15
15
⌀75

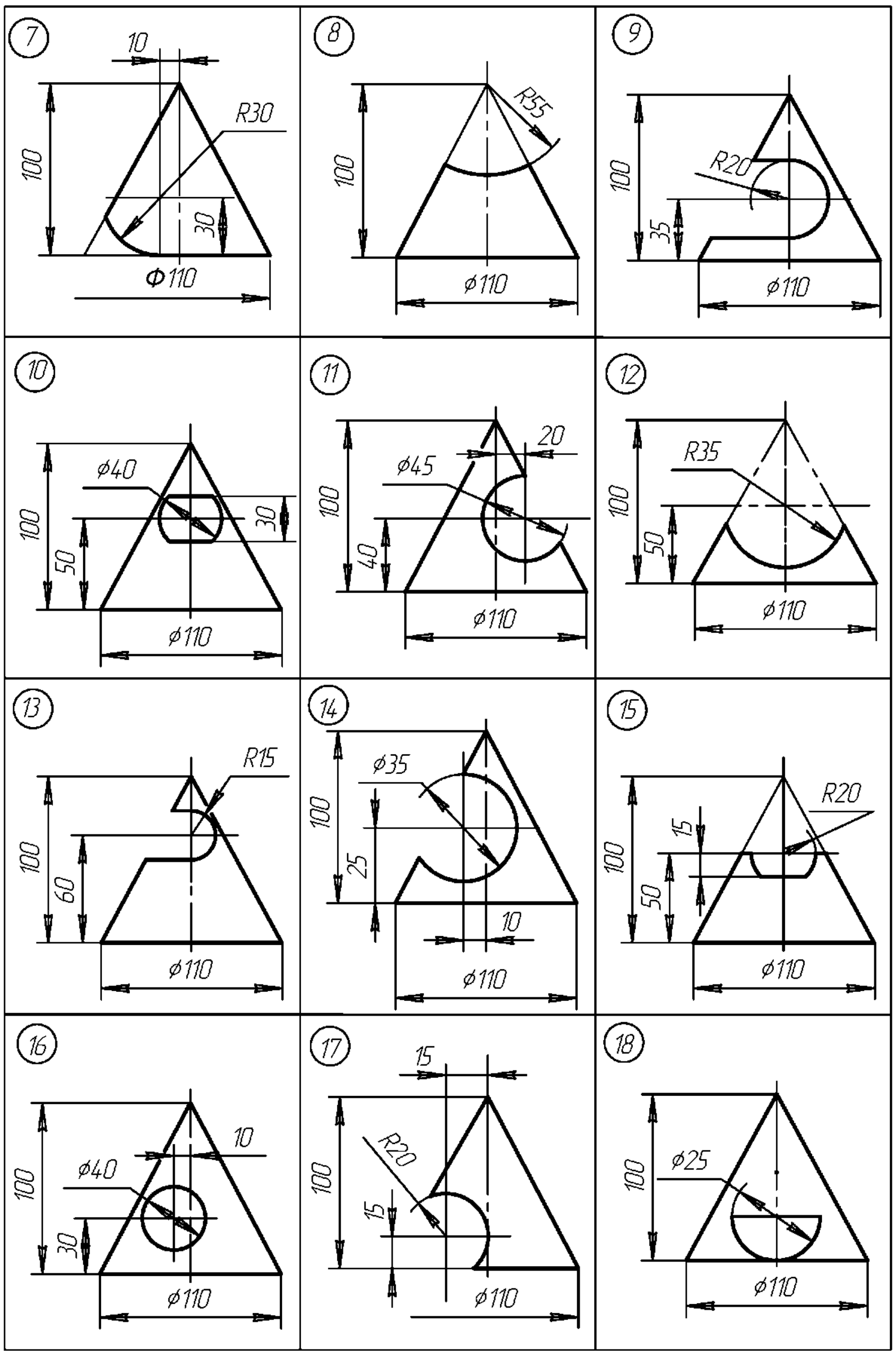

19
10
90
45
ø70
20
40
90
35
20
ø70
21
15
ø90
25
22
25
80
15
15
25
10
ø70
23
R85
20
15
ø85
24
50
90
40
10
75
75
25
90
20
15
ø70
26
90
25
20
ø70
27
15
ø90

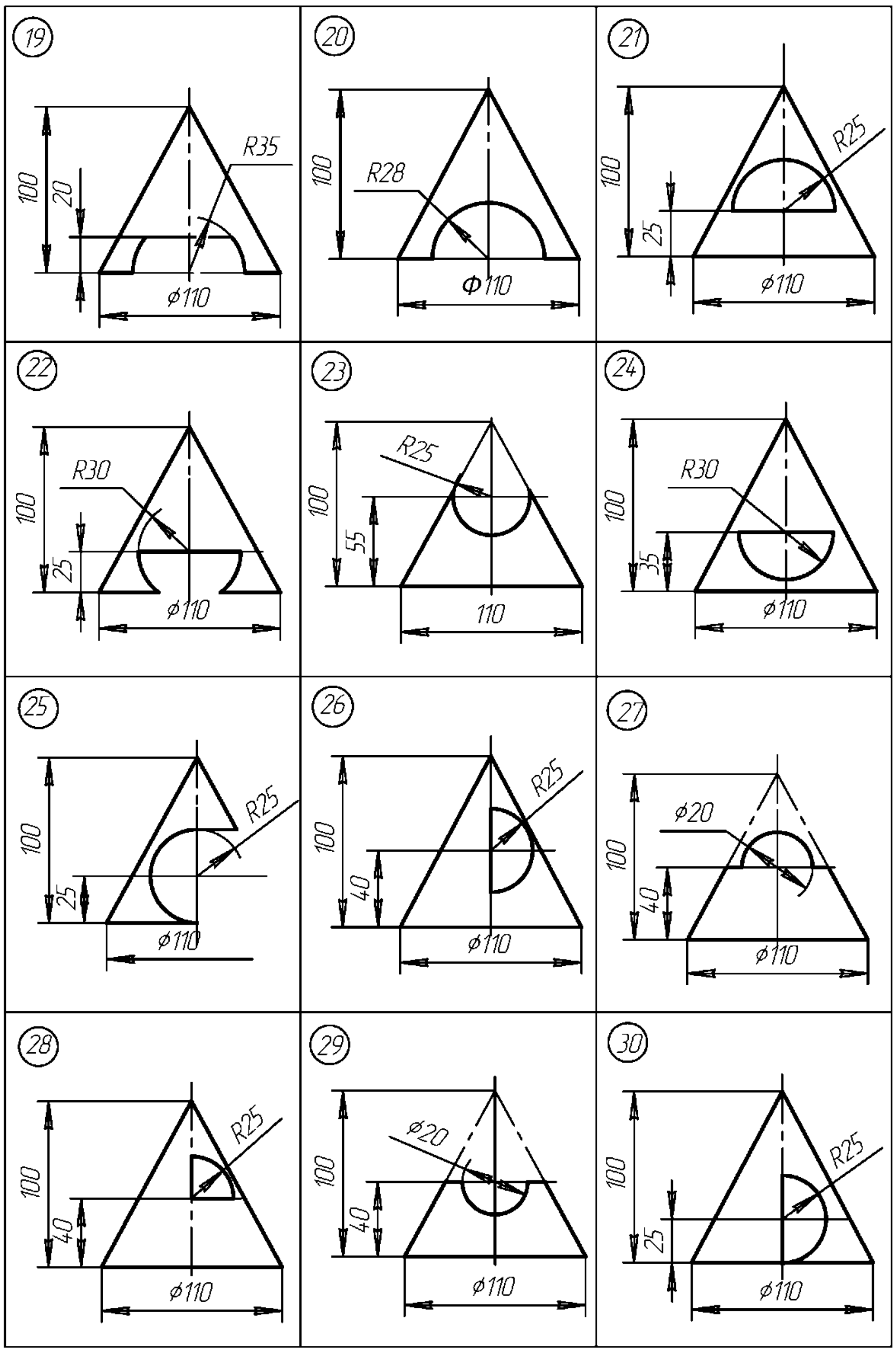


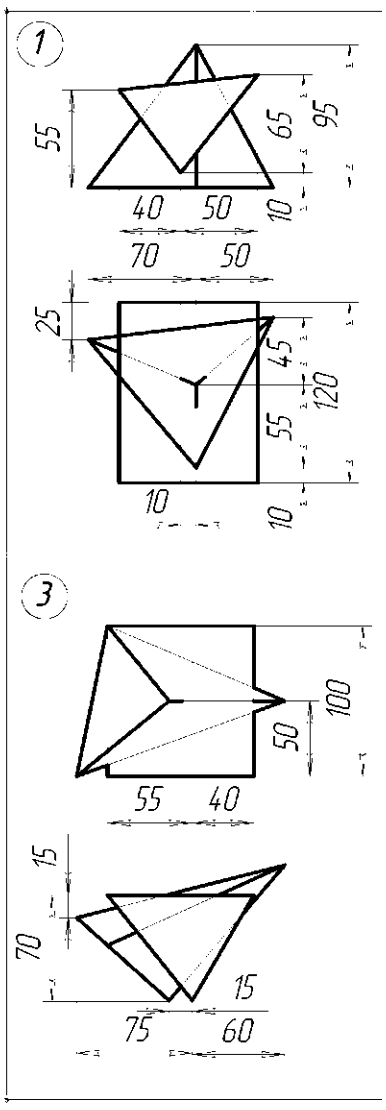
Приложение 3

Исходные чертежи к задаче 3




7
10
R30
100
30
Ф110
8
R55
100
ø110
9
R20
100
35
ø110
10
ø40
100
50
30
ø110
11
20
ø45
100
40
ø110
12
R35
100
50
ø110
13
R15
100
60
ø110
14
ø35
100
25
10
ø110
15
R20
100
15
50
ø110
16
10
ø40
100
30
ø110
17
15
R20
100
15
ø110
18
ø25
100
ø110

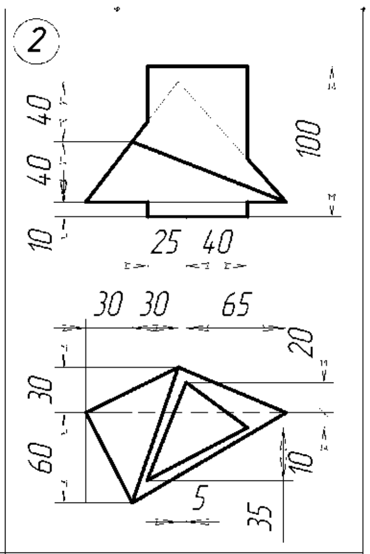

19
100
20
R35
ø110
20
100
R28
Ф110
21
100
25
R25
ø110
22
100
25
R30
ø110
23
100
55
R25
110
24
100
35
R30
ø110
25
100
25
R25
ø110
26
100
40
R25
ø110
27
100
40
ø20
ø110
28
100
40
R25
ø110
29
100
40
ø20
ø110
30
100
25
R25
ø110

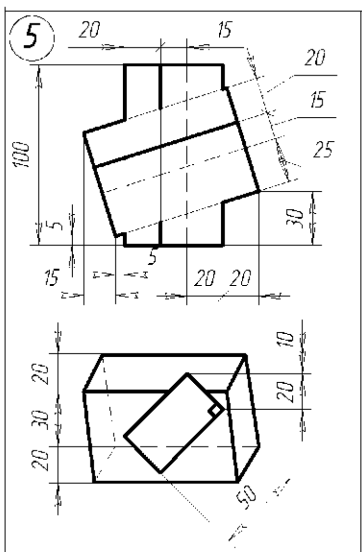


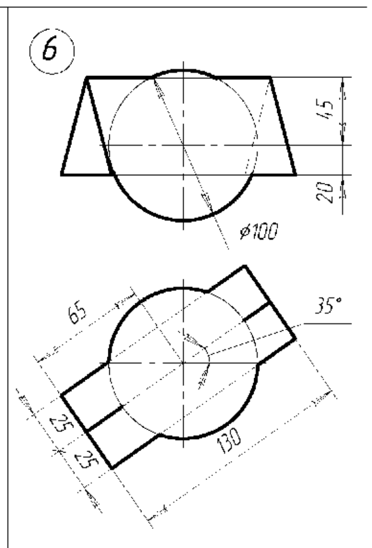
1
55
40
50
70
50
65
95
10
25
45
55
120
10
10
3
100
50
55
40
15
70
15
75
60

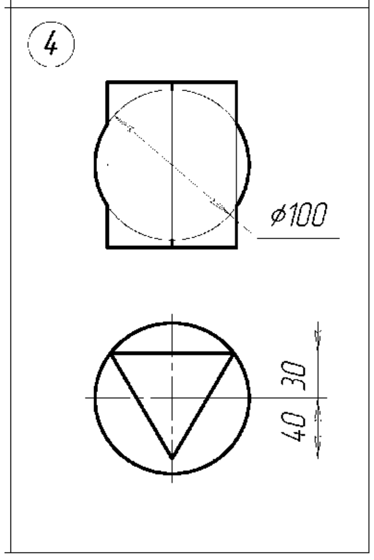
Приложения 4

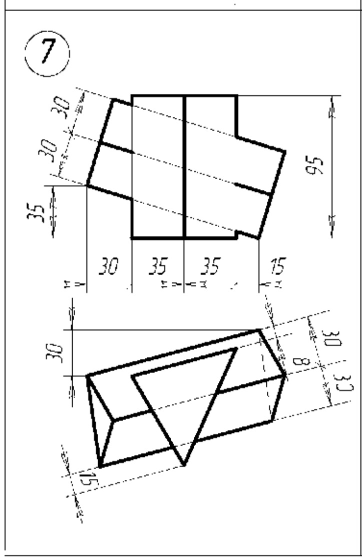
Исходные чертежи к задаче 4

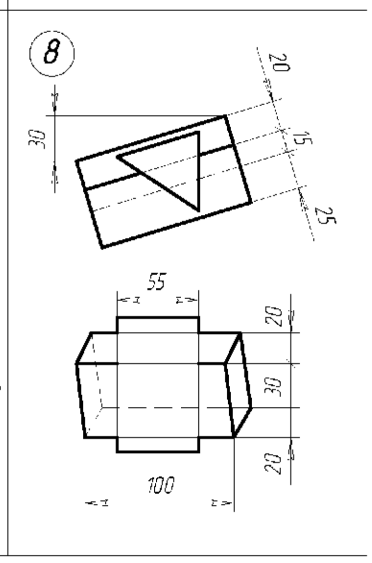




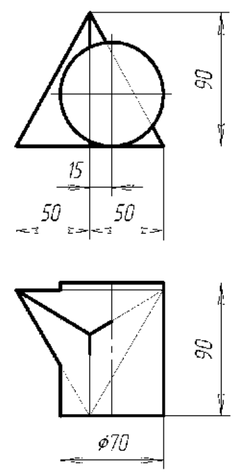




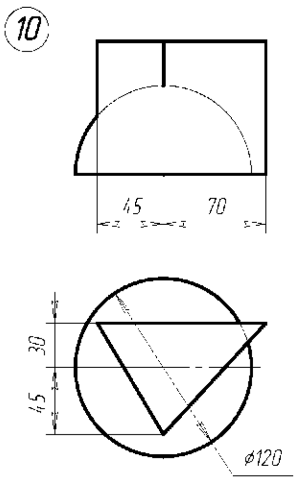




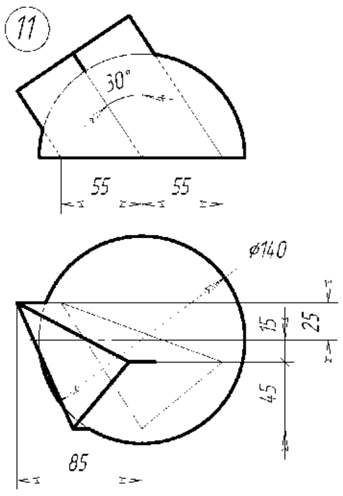
9


90
15
50
50
90
ø70

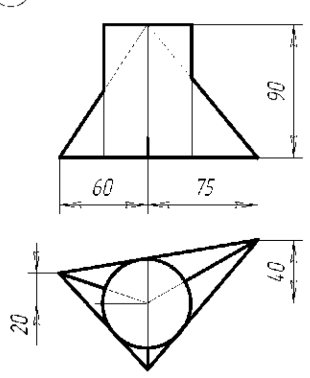
10


45
70
30
45
ø120

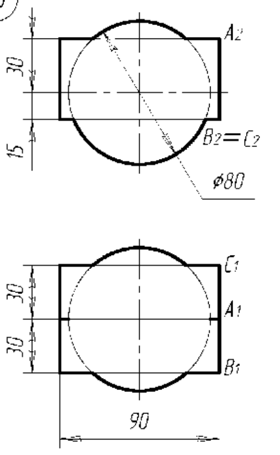
11


30°
55
55
ø140
15
25
45
85

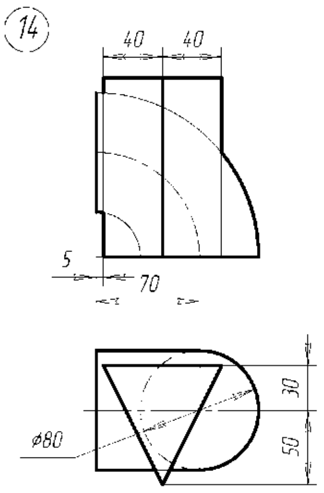
12


90
60
75
20
40

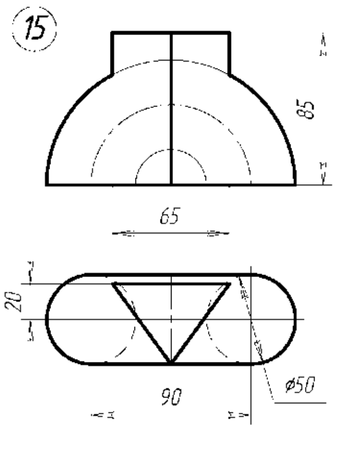
13


A2
30
15
B2=C2
⌀80
C1
30
A1
30
B1
90

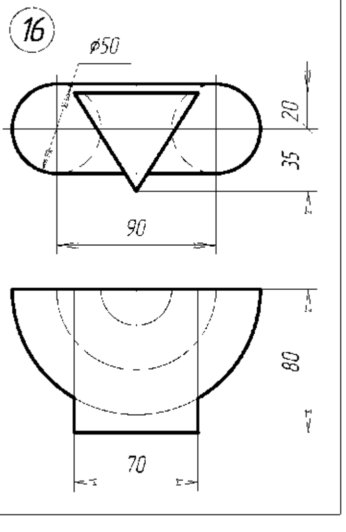
14

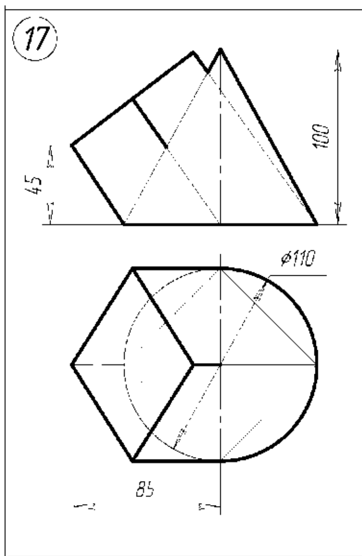

40
40
5
70
30
⌀80
50

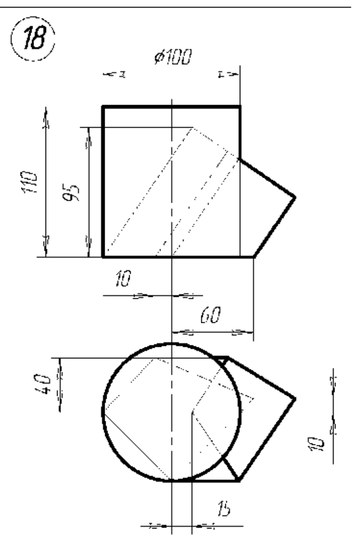
15

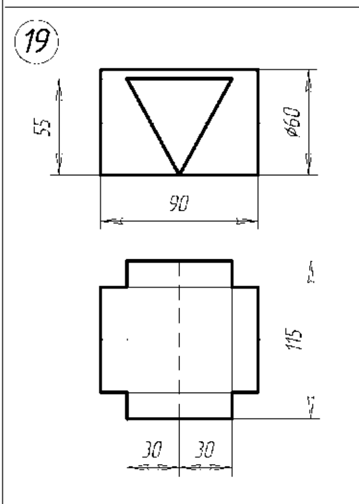

85
65
20
90
⌀50

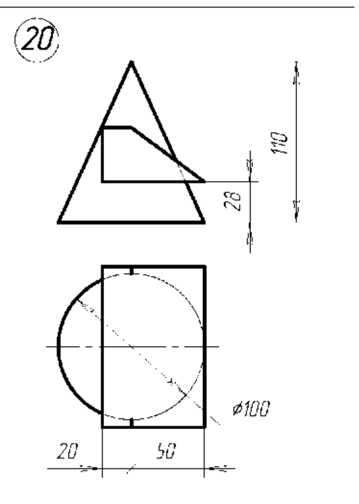
16

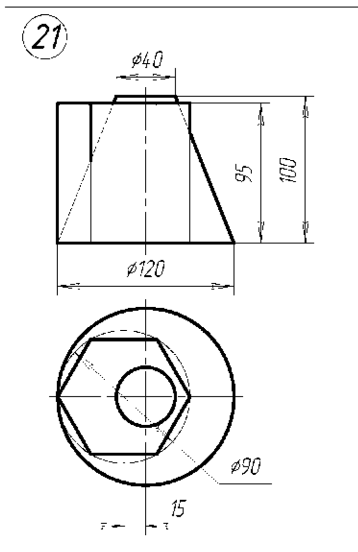

⌀50
20
35
90
80
70

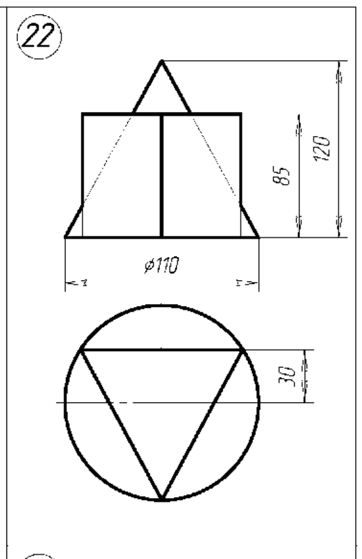

17
45
100
ø110
85

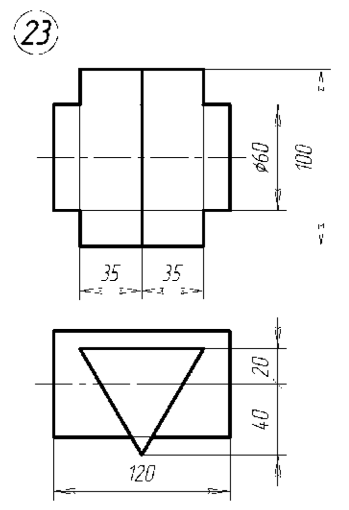

18
ø100
110
95
10
60
40
10
15

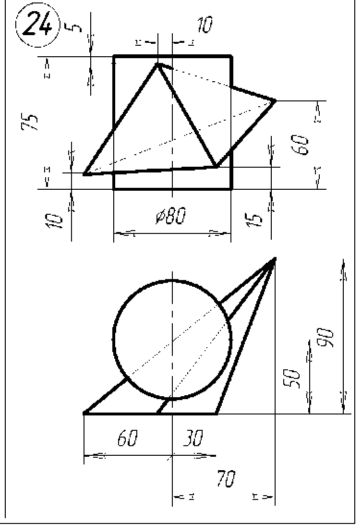

19
55
ø60
90
115
30
30


20
110
28
ø100
20
50

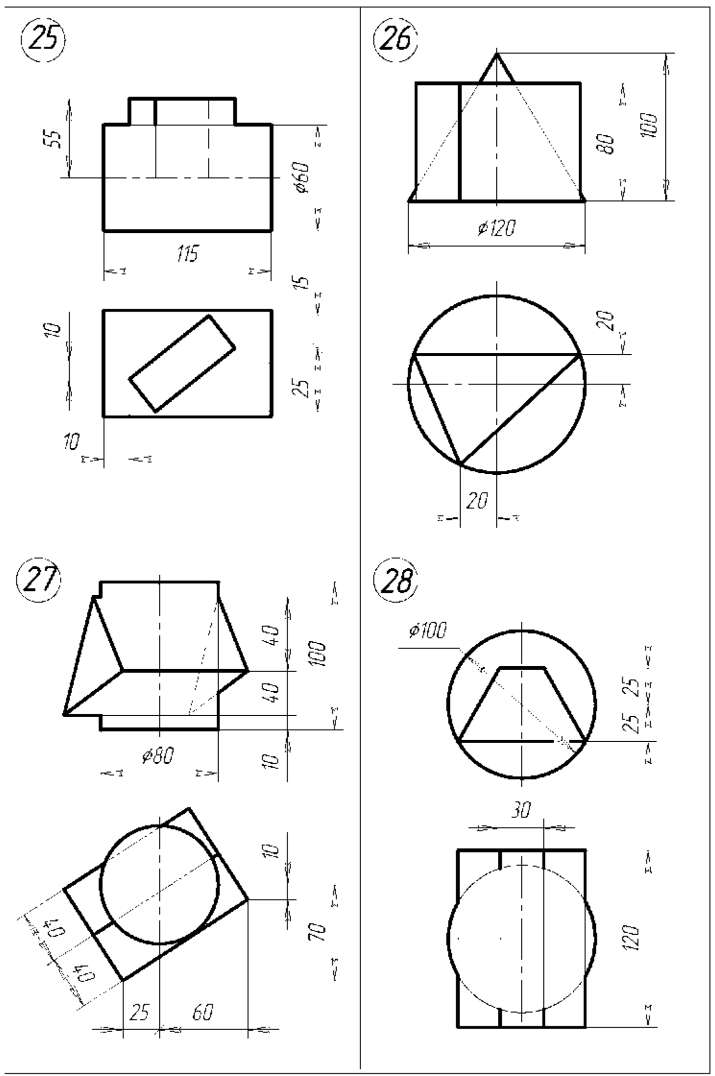

21
ø40
95
100
ø120
ø90
15

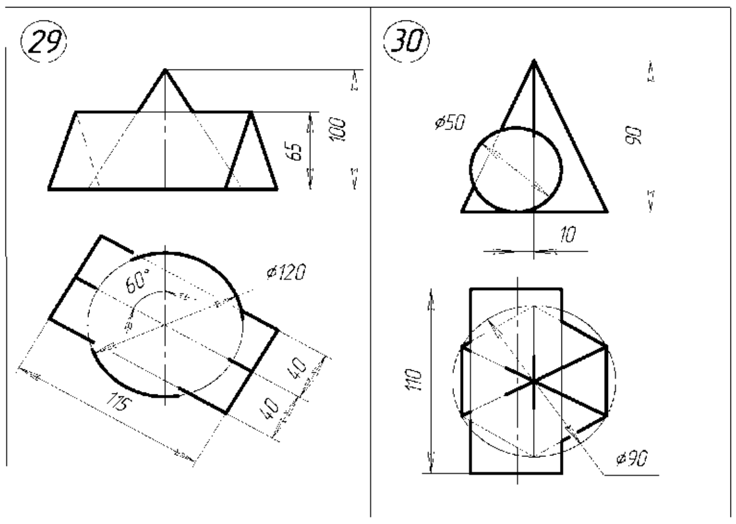

22
85
120
ø110
30


23
ø60
100
35
35
20
40
120

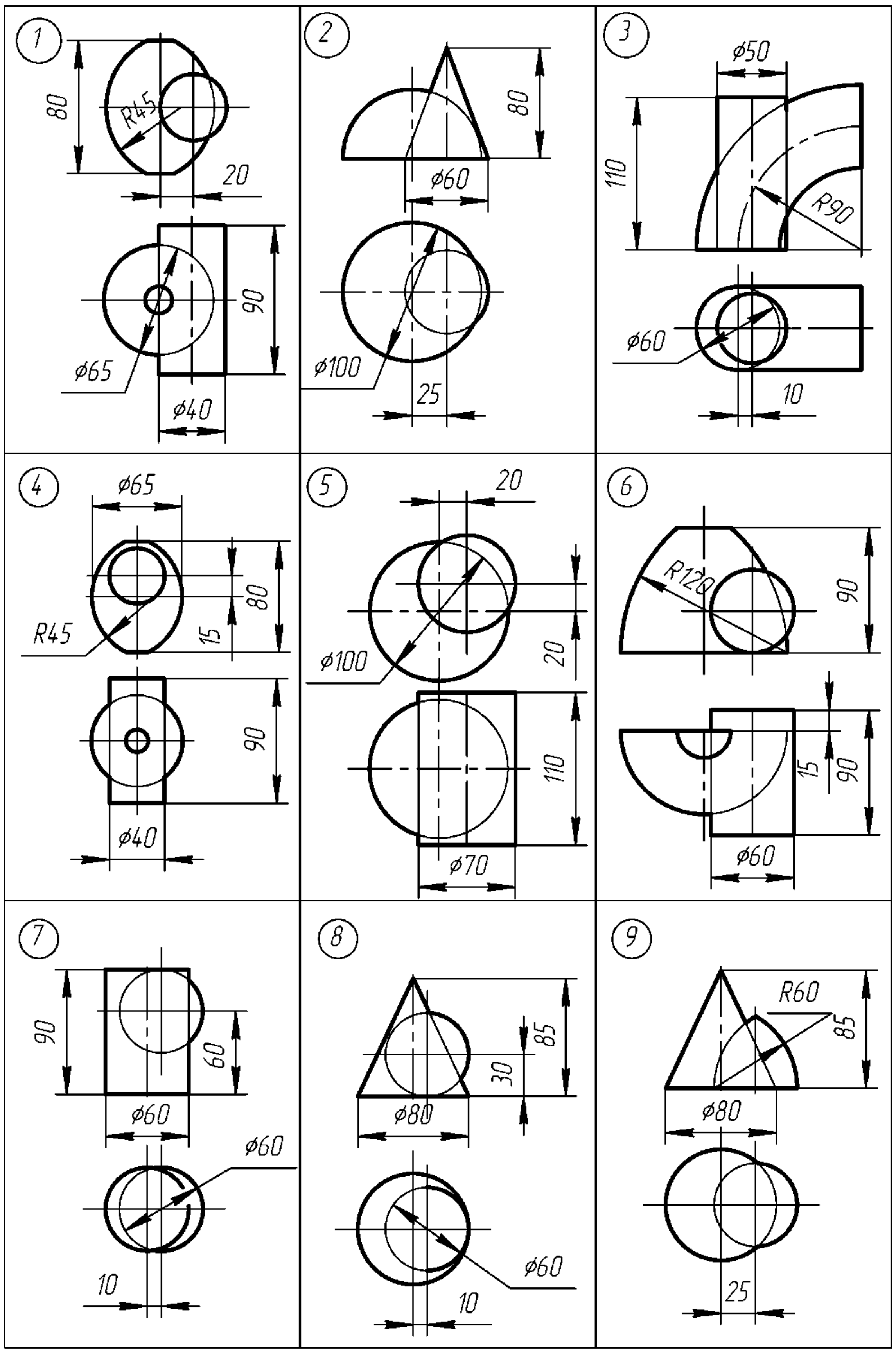

24
5
10
75
60
10
ø80
15
50
90
60
30
70

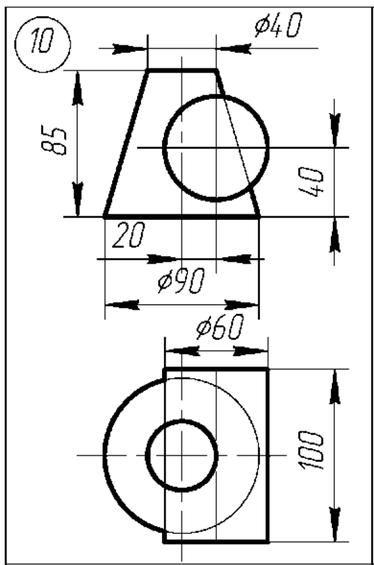
Окончание прил. 4

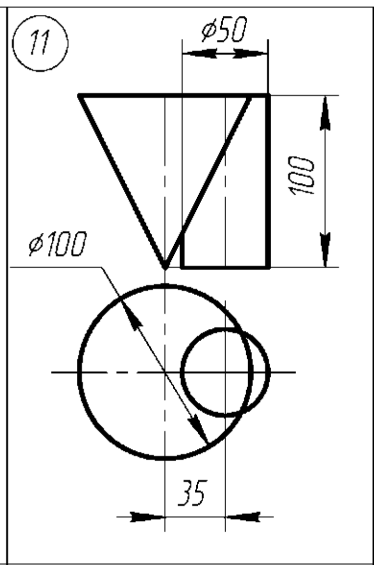


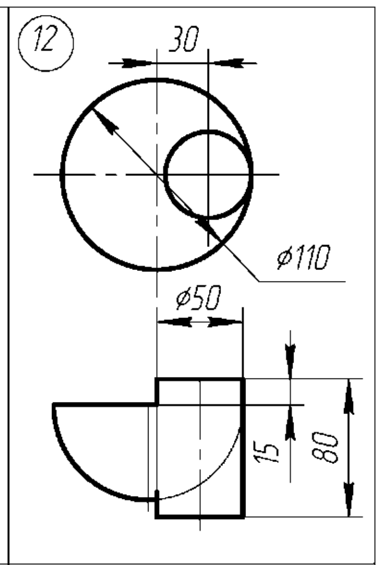


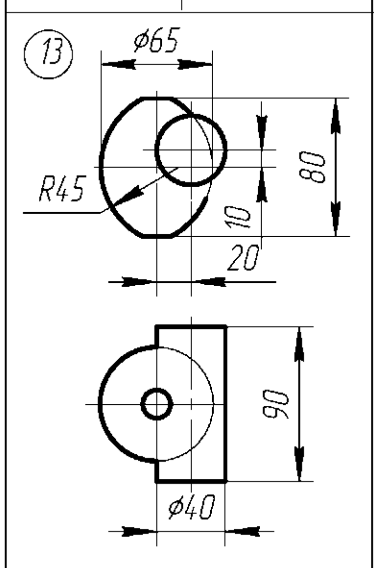
Исходные чертежи к задаче 5

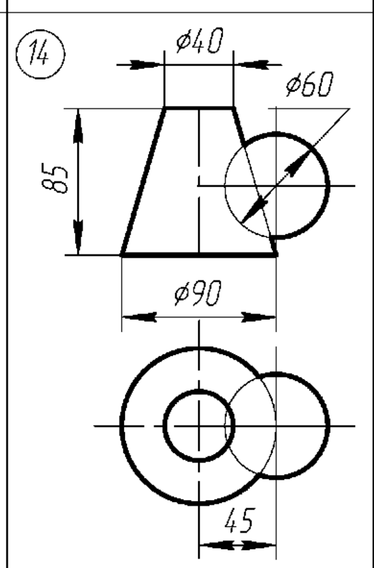


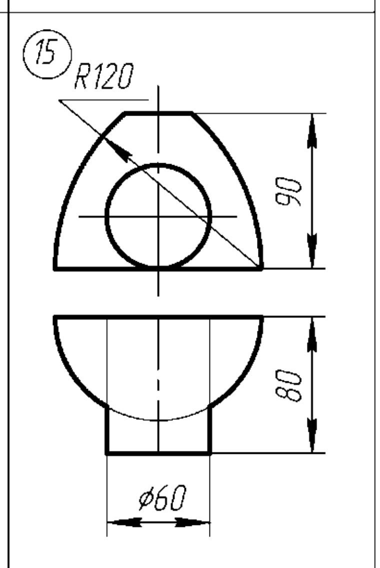

10
ø40
85
40
20
ø90
ø60
100

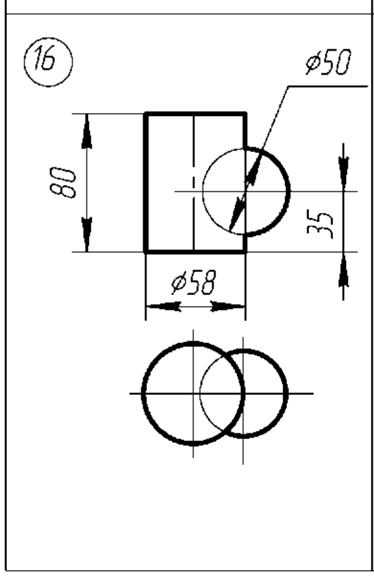

11
ø50
100
ø100
35

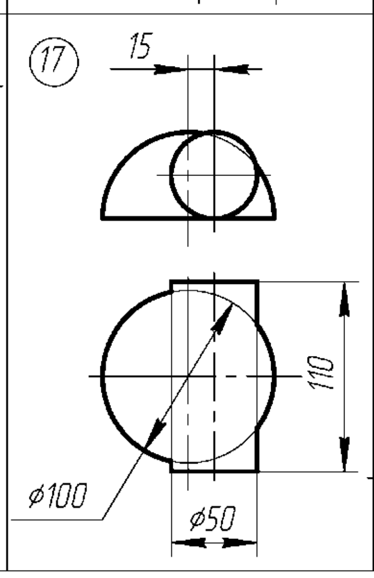

12
30
ø110
ø50
15
80

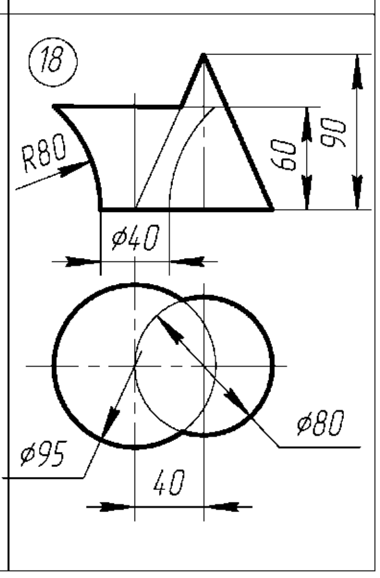

13
ø65
R45
80
10
20
90
ø40

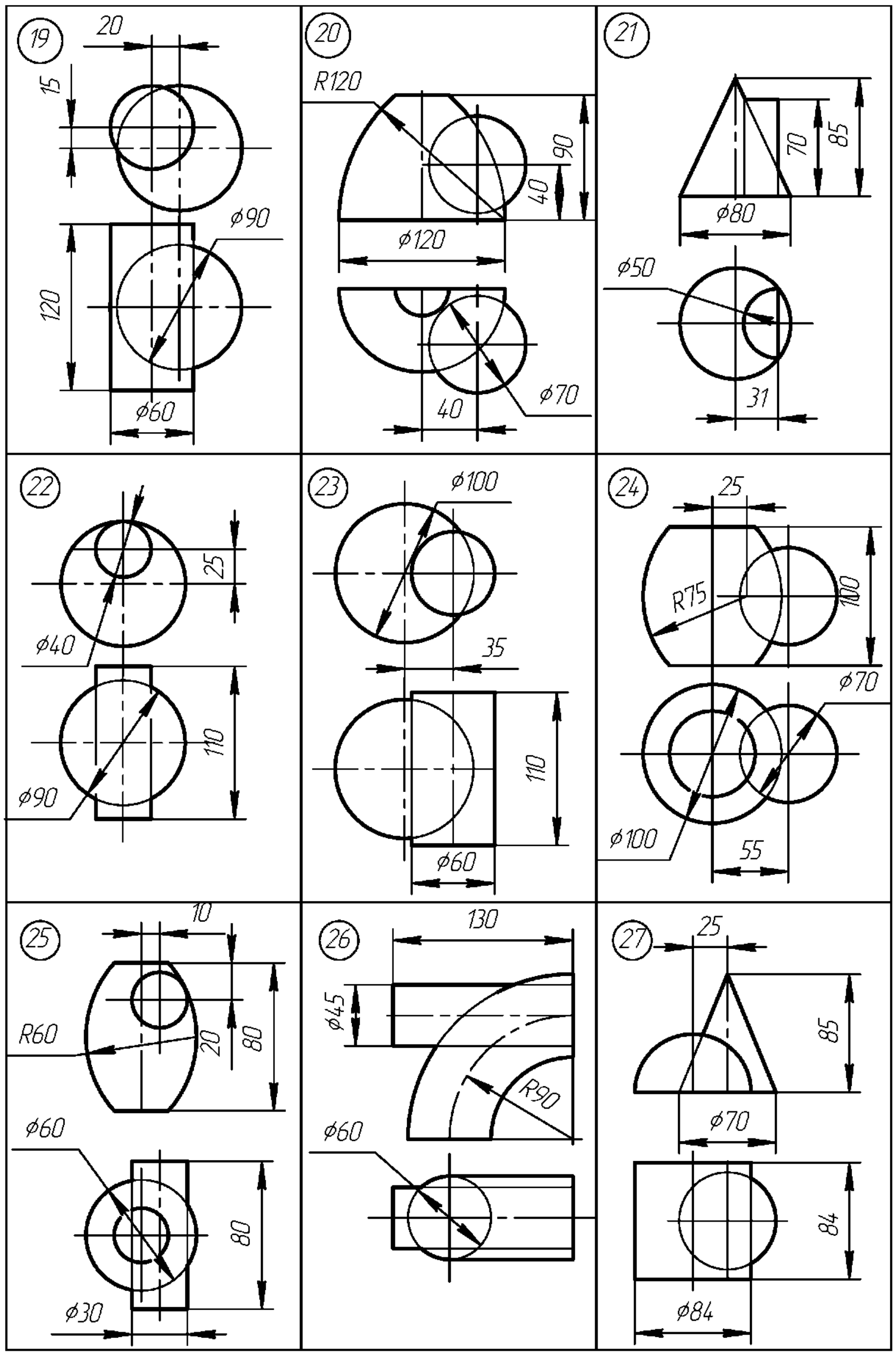

14
ø40
ø60
85
ø90
45


15
R120
90
80
ø60

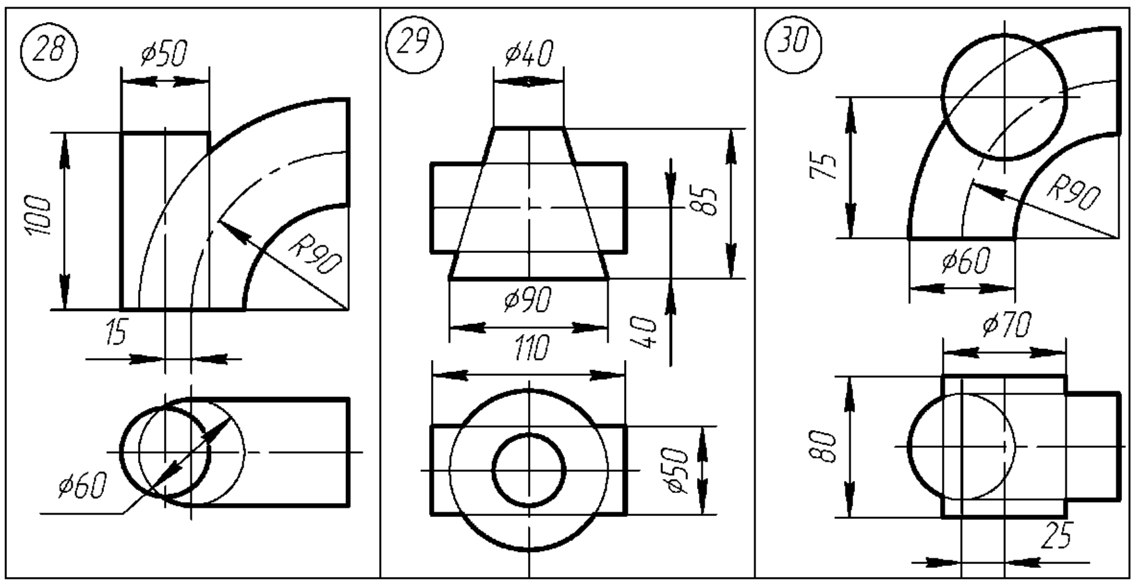

16
ø50
80
35
ø58


17
15
110
ø100
ø50


18
R80
60
90
ø40
ø95
ø80
40

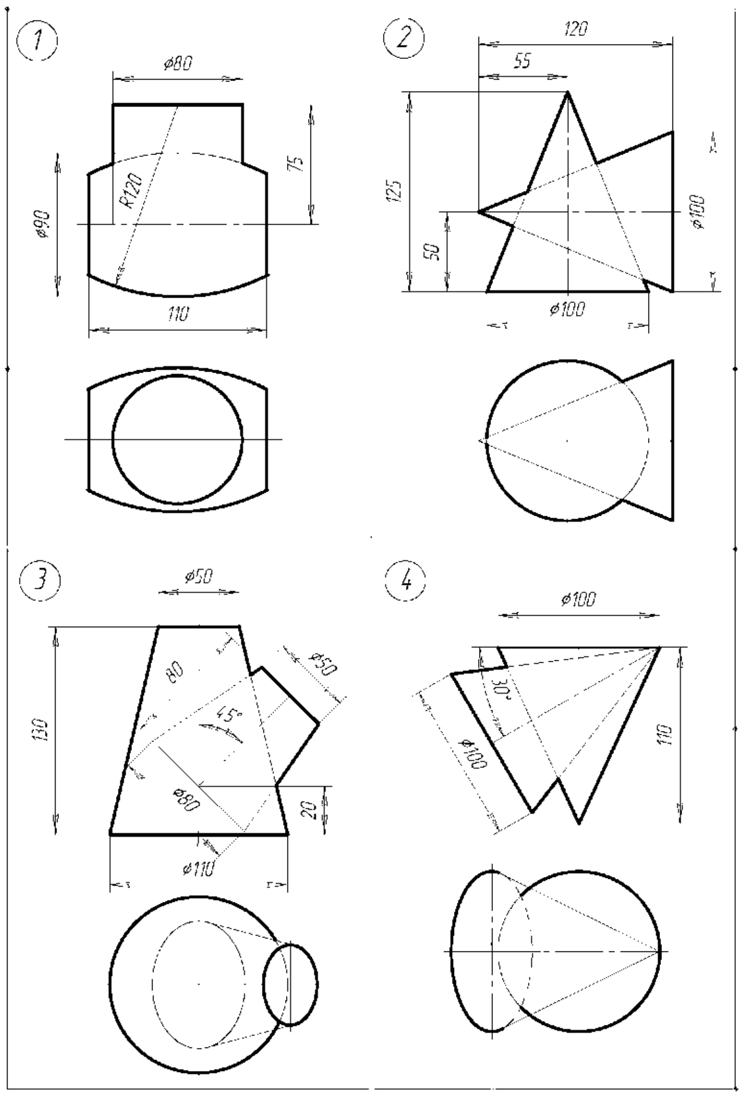

19
20
15
120
⌀90
⌀60
20
R120
90
40
⌀120
40
⌀70
21
85
70
⌀80
⌀50
31
22
25
⌀40
110
⌀90
23
⌀100
35
110
⌀60
24
25
R75
100
⌀70
⌀100
55
25
10
R60
20
80
⌀60
80
⌀30
26
130
⌀45
R90
⌀60
27
25
85
⌀70
84
⌀84

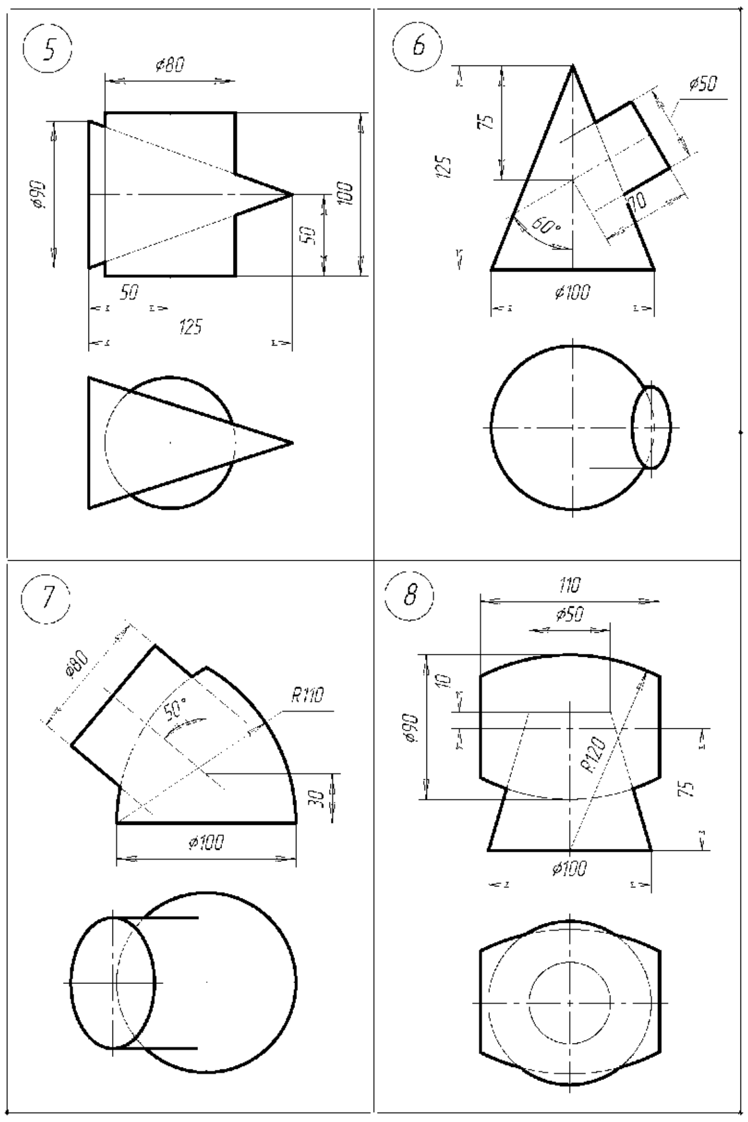
Окончание прил. 5

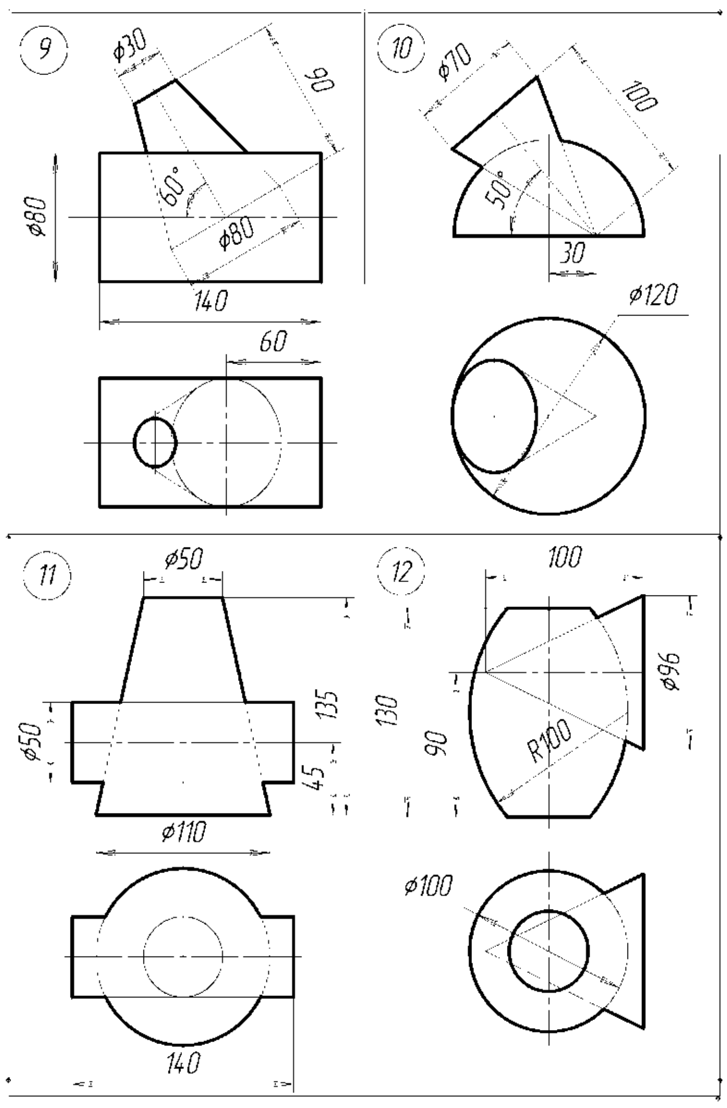


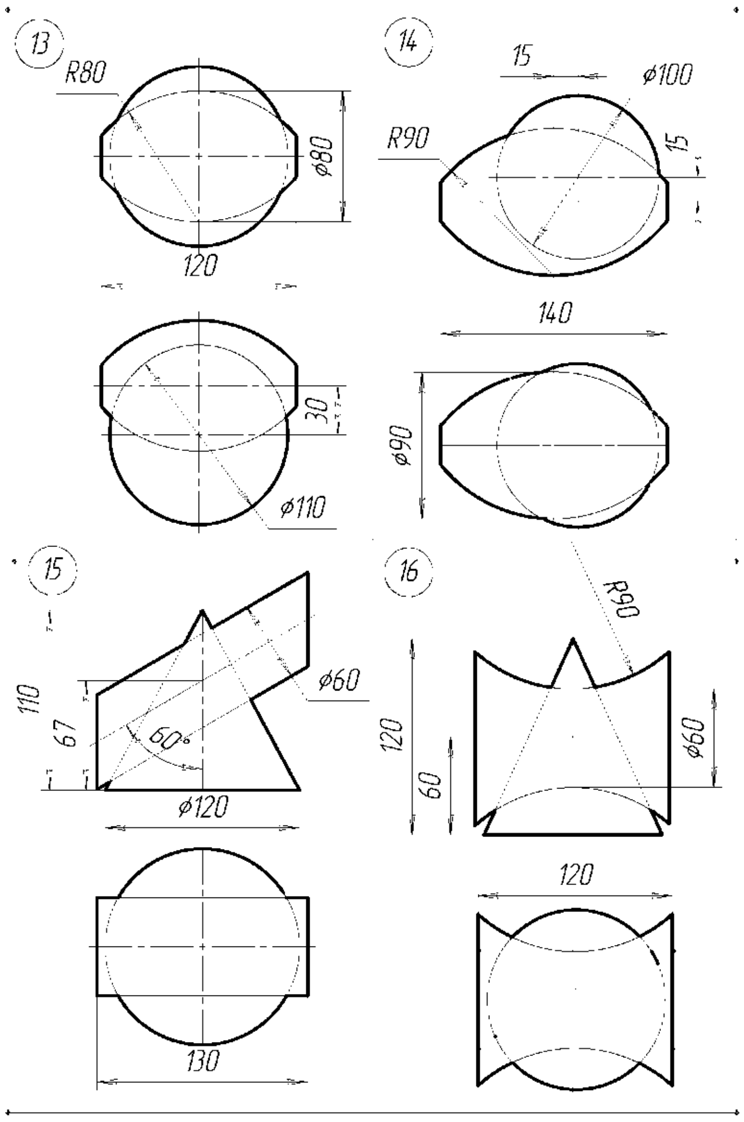
Приложение 6

Исходные чертежи к задаче 6

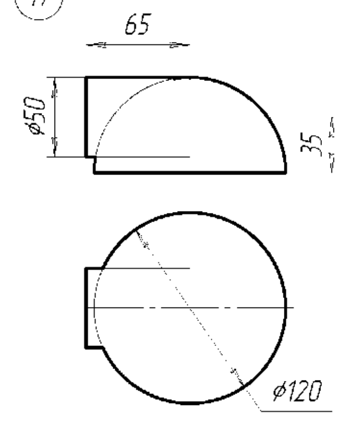




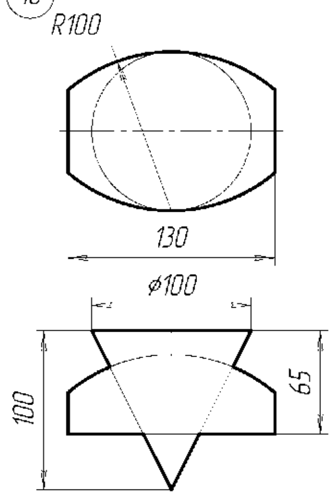

9
ϕ30
90
ϕ80
60°
ϕ80
140
60
10
ϕ70
100
50°
30
ϕ120
11
ϕ50
135
ϕ50
45
ϕ110
140
12
100
ϕ96
130
90
R100
ϕ100


13
R80
ϕ80
120
30
ϕ110
14
15
ϕ100
R90
15
140
ϕ90
R90
15
110
67
60°
ϕ60
ϕ120
130
16
120
60
ϕ60
120

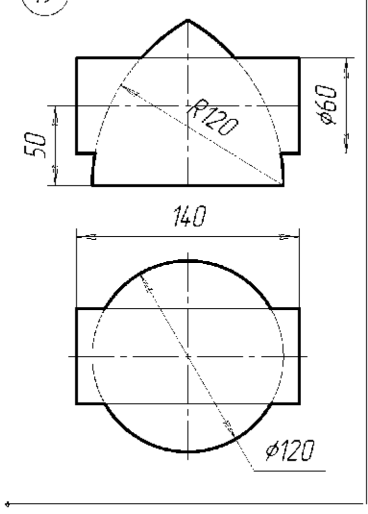
17


65
ø50
35
ø120

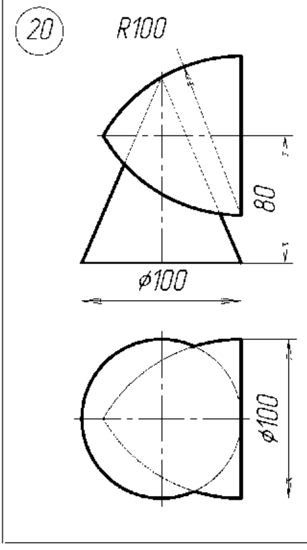
18

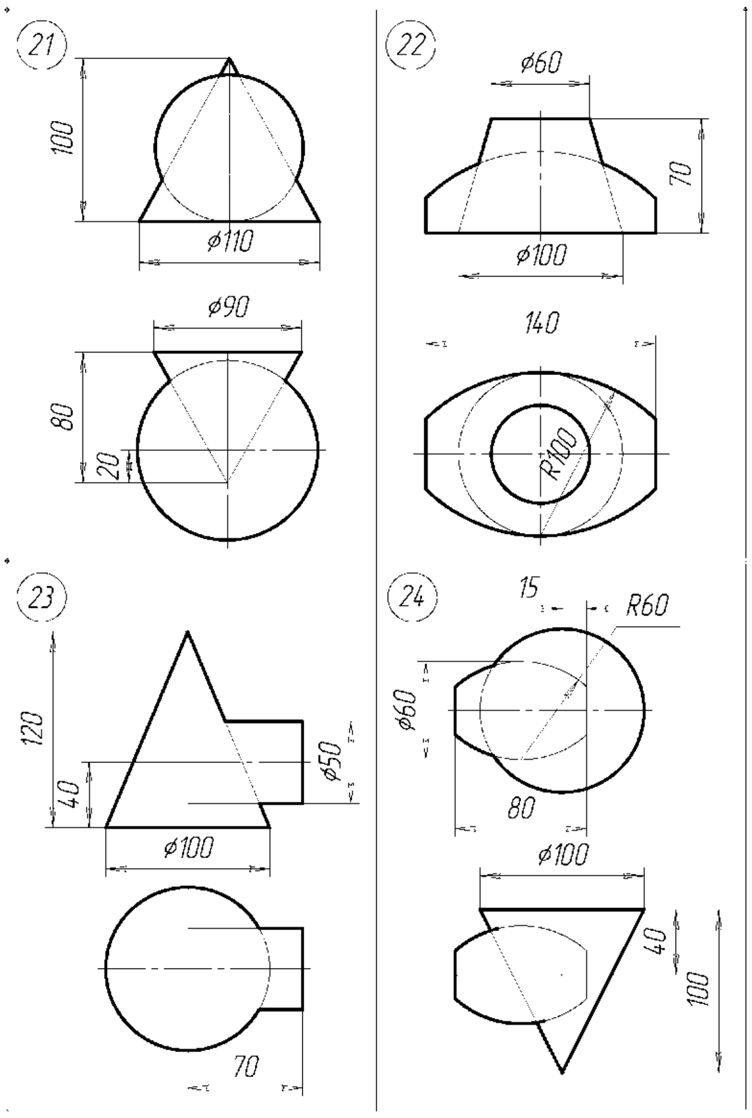

R100
130
ø100
100
65

19

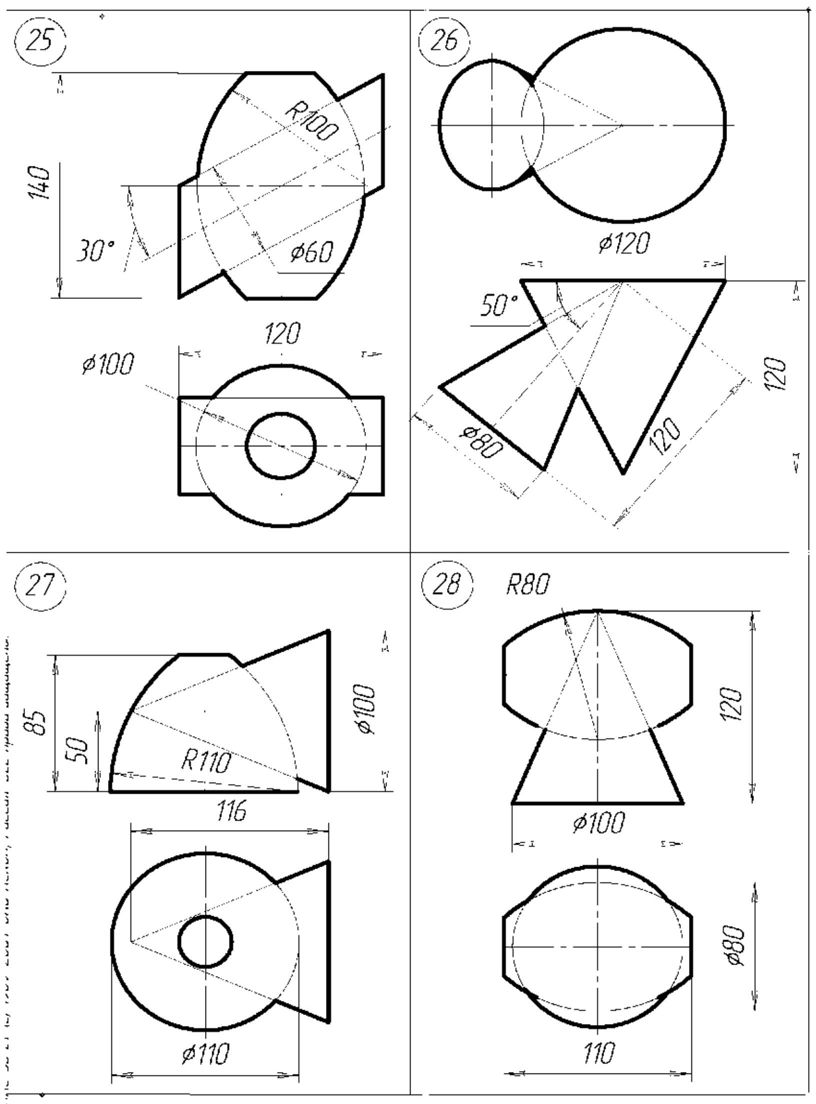

50
R120
ø60
140
ø120

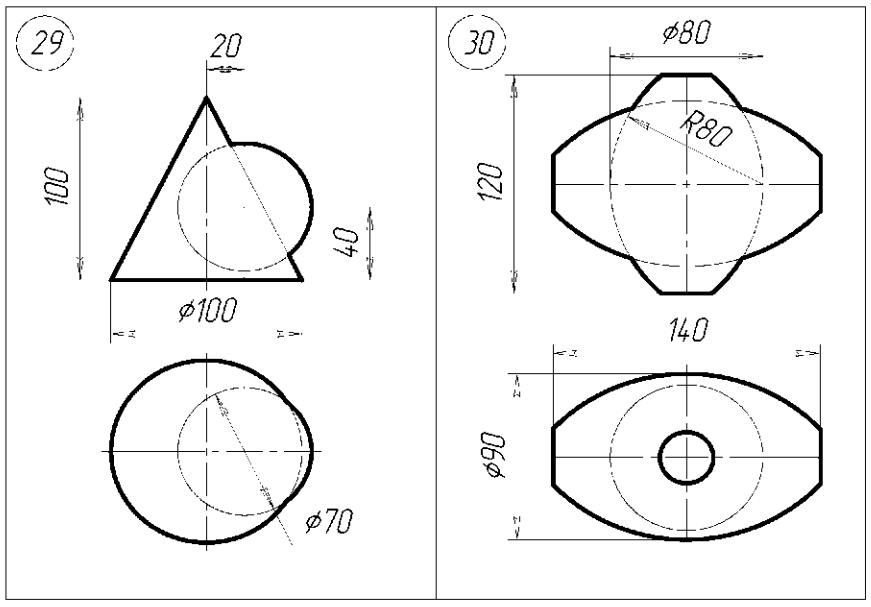
20


R100
80
ø100
ø100


21
100
ϕ110
ϕ90
80
20
22
ϕ60
70
ϕ100
140
R100
23
120
40
ϕ50
ϕ100
70
24
15
R60
ϕ60
80
ϕ100
40
100

Окончание прил. 6





Библиографический список

1. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии / В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский. – М.: Наука, 2000. –272 с.
2. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии /О.В. Локтев, И.М. Глазунова. – М.: Высшая школа, 1975. –195 с.
3. Крылов Н.Н. Начертательная геометрия/ Н.Н. Крылов, П.И. Лабандиевский, С.А. Мэн. – М.: Высшая школа, 1963. –361 с.
4. Кузнецов Н.С. Начертательная геометрия. – М.: Высшая школа,1981. –262 с.
5. Фролов С.А. Начертательная геометрия: учебник для вузов./С.А. Фролов – М.: Машиностроение,1978. – 240 с.
6. Кувшинов Н.С. Начертательная геометрия: краткий компьютерный курс лекций. /Н.С. Кувшинов – Челябинск: ЧГТУ,1997. – 122 с.
7. Начертательная геометрия и черчение: метод. указания и контрольные задания для студентов-заочников инж.-техн. спец. вузов / С.А. Фролов, А.В. Бубенников, В.С. Левицкий, И.С. Овчинникова. – М.: Высш. школа, 1982. – 88 с., ил.
8. Начертательная геометрия и черчение: метод. указания и контрольные задания для студентов-заочников строительных специальностей вузов / В.Н. Семенов, В.В. Константинова, О.В. Георгиевский, В.П. Абарыков. – М.: Высшая школа, 1988. – 112 с.: ил.
9. Королев Ю.И. Начертательная геометрия: учебник для вузов /Ю.И. Королев – СПб.: Питер, 2006. – 252 с.: ил.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ,

ИНЖЕНЕРНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

ЧАСТЬ 1

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебное пособие для студентов заочной формы обучения машиностроительных и строительных специальностей

***

Редактор Т.И. Калинина

***

Подписано к печати ___. ___. 200___

Формат 60х90 1/8. Бумага писчая

Оперативный способ печати

Гарнитура Times New Roman

Усл. п.л. 10,75, уч.- изд. л.7,8

Тираж ____ экз. Заказ № ___

Цена договорная

Издательство СибАДИ

644099, г. Омск, ул. П. Некрасова, 10

Отпечатано в полиграфическом отделе УМУ СибАДИ

644080, г. Омск, ул. Пр.Мира, 5