

4. РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Предположение о существовании двух режимов движения жидкости впервые высказал Д.И.Менделеев в 1880 г., а через 3 года английский физик Осборн Рейнольдс экспериментально подтвердил существование двух режимов. Режимы были названы **ламинарным и турбулентным**.

Схема установки О.Рейнольдса приведена на рис. 4.1.

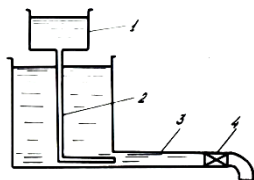


Рис. 4.1. Принципиальная схема установки Рейнольдса

Рейнольдс пропускал воду через стеклянные трубки разного диаметра, регулируя скорость движения воды краном 4. По тонкой трубке 2 к потоку подводилась окрашенная жидкость из сосуда 1. Опыты показали, что при малых скоростях движения воды в трубке 3 окрашенная жидкость движется в виде тонкой струйки внутри нее, не перемешиваясь с водой (**ламинарный режим**). Наблюдается такая картина движения воды (рис. 4.2).



Рис. 4.2. Схема ламинарного режима и турбулентного режима

После достижения определенной для данных условий опыты скорости движения воды движение частиц жидкости приобретает беспорядочный характер. Струйка окрашенной жидкости разрушается, размывается, от чего вся вода в трубке окрашивается, наступает **турбулентный режим**. Наблюдается следующая картина движения воды (рис. 4.3).

Таким образом, в ламинарном режиме жидкость движется струйчато или слоисто, без перемешивания.

Турбулентный режим характеризуется хаотичным, вихреобразным движением жидкости с активным перемешиванием слоев, при этом струйки быстро разрушаются.

Рейнольдс установил, что критерием режима движения жидкости является безразмерная величина, которая впоследствии была названа числом Рейнольдса Re .

В общем случае число Рейнольдса Re определяют по формуле

$$Re = \frac{vd}{\nu}, \quad (4.2)$$

где d – внутренний диаметр трубы.

Значение числа Рейнольдса, соответствующее переходу ламинарного режима движения жидкости в турбулентный и наоборот, называется критическим числом Рейнольдса $Re_{кр}$.

Если $Re > Re_{кр}$ – режим турбулентный.

Если $Re < Re_{кр}$ – режим ламинарный.

Значения $Re_{кр}$ различны для определенных элементов гидропривода. Для жесткой трубы круглого сечения $Re_{кр} = 2320$.

В табл. 4.1 приведены значения $Re_{кр}$ для различных элементов гидропривода.

Таблица 4.1

| Элемент гидропривода | $Re_{кр}$ |
|----------------------------------|-----------|
| Труба круглого сечения (жесткая) | 2320 |
| Гибкий рукав или шланг | 1600 |
| Концентрическая гладкая щель | 1100 |
| Краны | 550–750 |
| Расходные окна золотников | 260 |
| Плоские и конусные клапаны | 20–100 |
| Фильтр сетчатый | 460 |

4.1. Ламинарный режим движения жидкости

Ламинарный режим движения жидкости характеризуется струйчатым, параллельным, упорядоченным движением жидкости без перемешивания. Для этого режима все закономерности могут быть выведены аналитически. Теория

ламинарного режима основывается на законе вязкого трения Ньютона (см. формулу (1.11)).

4.1.1. Закон распределения скоростей по сечению в ламинарном потоке

Рассмотрим установившееся ламинарное движение жидкости в горизонтальной цилиндрической трубе с внутренним радиусом r (рис. 4.4). Выделим в ней часть потока длиной λ между сечениями 1 и 2. В потоке жидкости выделим элементарный цилиндрический объем жидкости радиусом y , соосный с трубой и имеющий основание в выбранных сечениях.

Введем обозначения: u – скорость поверхностного слоя элементарного объема; T – сила внутреннего трения на боковой поверхности элементарного объема; p_1 , p_2 – давления, действующие на сечения выделенного объема; F_1 , F_2 – силы давления.

Запишем действующие силы на элементарный объем жидкости.

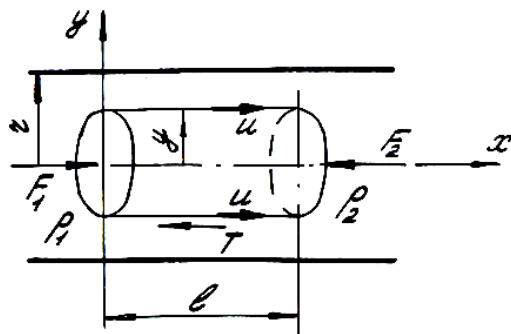


Рис. 4.4. Схема к определению закона распределения скоростей

Сила внутреннего трения может быть найдена по формуле (1.12):

$$T = -\mu S \frac{du}{dy}, \quad (4.3)$$

где μ – динамический коэффициент вязкости, $\mu = \rho\nu$; S – площадь боковой поверхности элементарного объема, здесь $S = 2\pi y\lambda$.

Получим

$$T = -2\pi y\lambda\nu\rho \frac{du}{dy}. \quad (4.4)$$

Знак минус в формуле (4.3) означает, что $\frac{du}{dy} < 0$, т.е. с увеличением y

скорость u уменьшается.

Движущей силой является в данном случае сила давления F :

$$F = F_1 - F_2 = (p_1 - p_2)\pi y^2. \quad (4.5)$$

Запишем уравнение Бернулли для сечений 1 и 2, учитывая, что труба расположена горизонтально, а за плоскость сравнения принята ось трубы, т.е. $Z_1 = Z_2 = 0$. Скорость u и коэффициент α вдоль потока являются неизменными ввиду постоянства диаметра трубы.

Тогда можем записать уравнение

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + h_{\text{пот}}. \quad (4.6)$$

Откуда

$$p_1 - p_2 = \gamma h_{\text{пот}} = \rho g h_{\text{пот}}. \quad (4.7)$$

Учитывая, что гидравлический уклон характеризует величину потерь напора на единицу длины ($i = h_{\text{пот}} / \lambda$), запишем

$$h_{\text{пот}} = \lambda i. \quad (4.8)$$

Тогда движущая сила определится выражением

$$F = \rho g \lambda i \pi y^2. \quad (4.9)$$

При равномерном движении движущая сила и сила сопротивления движению равны, т.е.

$$F = T. \quad (4.10)$$

Подставим в формулу (4.10) выражения (4.9) и (4.4):

$$\rho g \lambda i \pi y^2 = -2\pi y\lambda\nu\rho \frac{du}{dy}. \quad (4.11)$$

Откуда после преобразований получим

$$\frac{du}{dy} = \frac{-ig}{2\nu} y, \quad (4.12)$$

или

$$du = \frac{-igydy}{2\nu}. \quad (4.13)$$

Проинтегрируем (4.13), получим

$$u = -\frac{ig}{4\nu}y^2 + C, \quad (4.14)$$

где C – постоянная интегрирования, которую найдем из условия: при $y = r$ (у стенки трубопровода) $u = 0$, т.е.

$$0 = -\frac{ig}{4\nu}r^2 + C.$$

Отсюда
$$C = \frac{ig}{4\nu}r^2. \quad (4.15)$$

В результате получим выражение для скорости:

$$u = \frac{ig}{4\nu}(r^2 - y^2). \quad (4.16)$$

Таким образом, в ламинарном потоке эпюра скоростей имеет вид параболы (рис. 4.5).

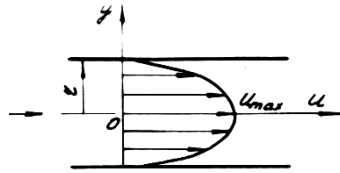


Рис. 4.5. Эпюра скоростей ламинарного потока

Максимальное значение скорости будет при $y = 0$ (по оси трубопровода) и определяется выражением

$$u_{\max} = \frac{ig}{4\nu}r^2. \quad (4.17)$$

4.1.2. Закон распределения касательных напряжений в ламинарном потоке

Для установившегося движения жидкости закон изменения касательных напряжений вдоль радиуса может быть получен из формулы Ньютона:

$$\tau = -\mu \frac{du}{dy}. \quad (4.18)$$

Подставим выражение (4.12) в формулу (4.18), получим

$$\tau = \mu \frac{ig}{2\nu}y = \frac{\rho ig}{2}y. \quad (4.19)$$

Таким образом, при ламинарном течении жидкости изменение касательных напряжений вдоль радиуса носит линейный характер, $\tau_{\min} = 0$ при $y = 0$, $\tau_{\max} = \rho ig r / 2$ при $y = r$.

Эпюра касательных напряжений показана на рис. 4.6.

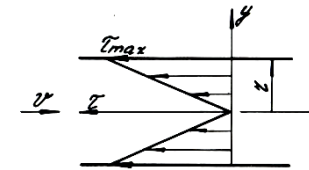


Рис. 4.6. Эпюра касательных напряжений ламинарного потока

4.1.3. Расход и средняя скорость ламинарного потока

В общем случае, расход жидкости в ламинарном потоке определяется по формуле

$$Q = \frac{\pi ig r^4}{8\nu}. \quad (4.20)$$

Учитывая, что в трубе круглого сечения площадь живого сечения потока $S = \pi r^2$, можно определить среднюю скорость потока \mathcal{G} по формуле

$$\mathcal{G} = \frac{Q}{S} = \frac{igr^2}{8\nu}. \quad (4.21)$$

Для характеристики значений средней скорости потока по отношению к ее максимальному значению введем коэффициент средней скорости, который обозначается k и равен отношению ν / u_{\max} , т.е.

$$k = \frac{\mathcal{G}}{u_{\max}} = 0,5. \quad (4.22)$$

Это говорит о том, что в ламинарном потоке средняя скорость движения жидкости в два раза меньше максимальной, и ламинарный поток может быть заменен эквивалентным потоком со средней скоростью, равной $0,5 u_{\max}$.

Коэффициент Кориолиса, учитывающий изменение кинетической энергии вследствие неравномерности распределения скоростей в живом сечении ламинарного потока, может быть также определен теоретически. Коэффициент Кориолиса в ламинарном потоке равен 2, т.е. $\alpha = 2$.

Итак, истинная кинетическая энергия ламинарного потока с параболическим распределением скоростей в два раза превосходит кинетическую энергию того же потока, но при равномерном распределении скоростей.

4.1.4. Закон гидравлического сопротивления в ламинарном потоке

В выражение (4.21) для средней скорости потока подставим значения для гидравлического уклона $i = h_{\text{пот}} / \lambda$ и $r = d/2$, получим

$$g = \frac{h_{\text{ном}} g d^2}{32 \lambda \nu}. \quad (4.23)$$

Откуда найдем $h_{\text{пот}}$:

$$h_{\text{ном}} = \frac{32 \lambda \nu g}{g d^2}. \quad (4.24)$$

Полученное выражение представляет собой математическое выражение закона гидравлического сопротивления при ламинарном режиме движения. **В ламинарном режиме потери напора по длине трубопровода прямо пропорциональны средней скорости потока в первой степени** (следовательно, и расходу, т.к. $Q = vS$).

4.1.5. Коэффициент Дарси

Умножив числитель и знаменатель формулы (4.24) для $h_{\text{пот}}$ на 2ν , получим

$$h_{\text{ном}} = \frac{32 \lambda \nu g}{g d^2} \cdot \frac{2g}{2g} = \frac{64}{\frac{g d}{\nu}} \cdot \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{g^2}{2g}. \quad (4.25)$$

Сравнивая полученное выражение с формулой Дарси – Вейсбаха, видно, что при ламинарном течении жидкости в круглой трубе коэффициент Дарси (коэффициент путевых потерь) равен

$$\lambda = \frac{64}{\frac{g d}{\nu}} = \frac{64}{Re}. \quad (4.26)$$

В общем случае коэффициент Дарси для ламинарного режима движения жидкости определяется по формуле *Пуазейля* так

$$\lambda = \frac{A}{Re}. \quad (4.27)$$

Значения коэффициента A берутся из справочников. Экспериментально установлено, что в зависимости от состояния трубопровода $A = 64 \dots 150$. Так, например, для гидролиний гидроприводов принимают значения $A = 75$.

4.2. Турбулентный режим движения жидкости и его закономерности

Турбулентный режим движения жидкости является наиболее распространенным в природе и технике, представляет сложное гидравлическое явление. В настоящее время нет стройной теории турбулентного режима. Поэтому используют экспериментальные данные и так называемые, полуэмпирические теории турбулентности и эмпирические формулы.

4.2.1. Пульсация скоростей и давлений

Ранее отмечалось, что турбулентное течение – это беспорядочное движение жидкости. Для него характерны перемешивание жидкости, пульсация скоростей и давлений в процессе течения.

В результате сложного характера движения частиц жидкости в турбулентном потоке в любой его точке в каждый момент времени мгновенная скорость может принимать новые значения по величине и направлению. Эти колебания во времени мгновенной местной скорости называются пульсацией скорости. Пульсация скорости сопровождается пульсацией давления.

Если с помощью особо чувствительного прибора-самописца измерить и записать пульсацию скорости в функции времени, получим следующую картину (рис. 4.8).

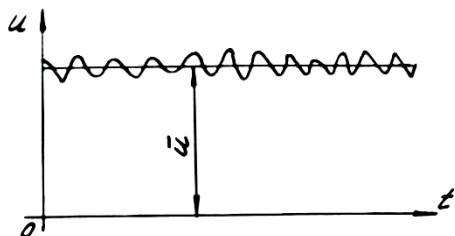


Рис. 4.8. График пульсации скоростей

Величина скорости беспорядочно колеблется около некоторого осредненного по времени значения \bar{u} , которое в данном случае остается постоянным.

Для упрощения расчетов вводится понятие «средняя местная скорость \bar{u} ». Это фиктивная средняя скорость в данной точке потока за достаточно длинный промежуток времени. Эта скорость, как показывают опыты, несмотря на значительные колебания мгновенных скоростей, остается практически постоянной и параллельной оси потока.

Это позволяет применять для турбулентных потоков уравнение Бернулли.

Наряду с осреднением скоростей при турбулентном режиме осредняют давление, плотность жидкости.

Осреднив по времени местные скорости в различных точках живого сечения, находят среднюю скорость потока v в этом живом сечении как среднюю скорость из осредненных скоростей.

4.2.2. Структура турбулентного потока

Экспериментальными исследованиями было установлено, что при турбулентном режиме движения жидкости основную часть потока составляет турбулентное ядро, а около стенок трубы существует пограничный слой, состоящий из тонкого ламинарного слоя и тонкого переходного слоя (рис. 4.9).

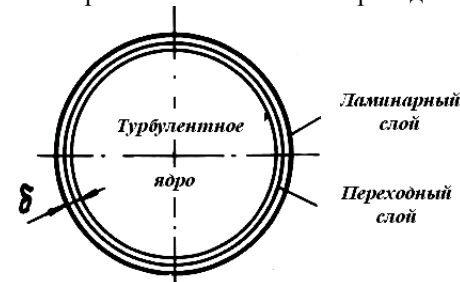


Рис. 4.9. Структура турбулентного потока

Толщина ламинарного слоя определяется по формуле

$$\delta = \frac{30v}{v\sqrt{\lambda}} = \frac{30d}{Re\sqrt{\lambda}}, \quad (4.30)$$

где δ – толщина ламинарного слоя; V – кинематический коэффициент вязкости; V – средняя скорость потока; λ – коэффициент путевых потерь; Re – число Рейнольдса; d – диаметр трубопровода.

4.2.3. Касательные напряжения

Поперечные перемещения частиц жидкости создают дополнительные касательные напряжения.

В соответствии с полуэмпирической теорией Прандтля полное касательное напряжение в турбулентном потоке складывается из двух составляющих: вязкого и турбулентного напряжений:

$$\tau = \tau' + \tau'' = \mu \frac{du}{dy} + \rho \lambda^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2, \quad (4.31)$$

где τ' – касательные напряжения, вызываемые вязкостью жидкости (определяются по закону Ньютона); τ'' – касательные напряжения, вызываемые поперечными перемещениями частиц жидкости в потоке (определяются по закону Прандтля); λ – длина пути поперечного перемешивания частиц жидкости (путь смещения); μ – коэффициент динамической вязкости; ρ – плотность жидкости.

Записанное выражение справедливо лишь в области турбулентного потока, т.е. за пределами ламинарного слоя.

При малых значениях Re доминирующим является первое слагаемое τ' . С увеличением Re величина λ быстро возрастает и τ'' становится больше τ' . При достаточно больших Re τ' становится малой величиной.

4.2.4. Закон распределения скоростей по сечению в турбулентном потоке

Закон распределения скоростей по сечению турбулентного потока можно определить из формулы касательных напряжений, пренебрегая малым слагаемым τ' . Можем записать:

$$\tau = \tau'' = \rho \lambda^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2. \quad (4.32)$$

$$\text{Откуда} \quad du = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} dy. \quad (4.33)$$

Величина $\sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$ имеет размерность скорости и получила название

динамической скорости u^* , т.е. $u^* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$

Тогда
$$du = \frac{u^*}{\lambda} dy. \quad (4.34)$$

Прандтль предложил считать длину поперечного перемешивания λ линейно зависящей от расстояния между стенкой и рассматриваемой точкой y ,

$$\lambda = Ky. \quad (4.35)$$

где K – коэффициент пропорциональности, безразмерная величина (универсальная постоянная турбулентного потока).

$$\text{Тогда} \quad du = \frac{u^*}{Ky} dy. \quad (4.36)$$

Проинтегрировав выражение (4.36), и проведя преобразования, окончательно получим:

$$u = u_{\max} + \frac{u^*}{K} \ln \frac{y}{r}. \quad (4.40)$$

Таким образом, получили закон распределения скоростей слоев жидкости при турбулентном режиме, который является логарифмическим. На рис. 4.10 представлена эпюра скоростей турбулентного потока.

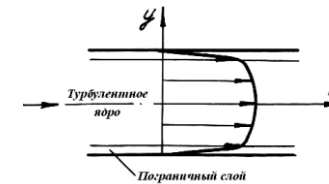


Рис. 4.10. Эпюра скоростей турбулентного потока

В пограничном слое эпюра скоростей имеет параболический вид, соответствующий ламинарному режиму. В центре потока скорости изменяются по логарифмическому закону, что соответствует турбулентному режиму.

4.2.5. Гидравлически гладкие и шероховатые трубы

Стенки труб имеют шероховатость (рис. 4.11). Высоту выступов шероховатости обозначим через Δ (абсолютная шероховатость). В зависимости от соотношения толщины ламинарного слоя δ и высоты шероховатости Δ различают гидравлически гладкие трубы, если $\delta > \Delta$, и гидравлически шероховатые, если $\delta < \Delta$.



Рис. 4.11. Схема, иллюстрирующая шероховатость трубопроводов

При различных числах Рейнольдса одна и та же труба может быть как гидравлически гладкой, так и шероховатой.

Шероховатость обычно характеризуется не высотой выступов шероховатости Δ , а отношением Δ к радиусу или диаметру трубы, т.е. $\frac{\Delta}{r}$ или $\frac{\Delta}{d}$, и называется относительной шероховатостью.

4.2.6. Законы гидравлического сопротивления турбулентного режима

Экспериментально установлено, что гидравлическое сопротивление (коэффициент путевых потерь) при турбулентном режиме и коэффициент Дарси в общем случае зависят от шероховатости трубопроводов и числа Рейнольдса.

Если $\delta > \Delta$ и $2320 < Re < 10^5$, пользуются формулой Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} \quad (4.41)$$

Если $\delta > \Delta$ и $10^5 < Re < 3 \cdot 10^6$, используют формулу Коцакова:

$$\lambda = \frac{1}{(1,81 \cdot \lg Re - 1,5)^2} \quad (4.42)$$

Если $\delta < \Delta$, то рекомендуют пользоваться формулой Никурадзе:

$$\lambda = \frac{1}{\left(1,74 + 2 \lg Re \frac{d}{2\Delta}\right)^2} \quad (4.43)$$

В формулах (4.41) и (4.42) есть число Рейнольдса, но нет шероховатости.

В общем случае, когда необходимо учесть и шероховатость, и число Рейнольдса, пользуются формулой Альтшуля:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25} \quad (4.44)$$

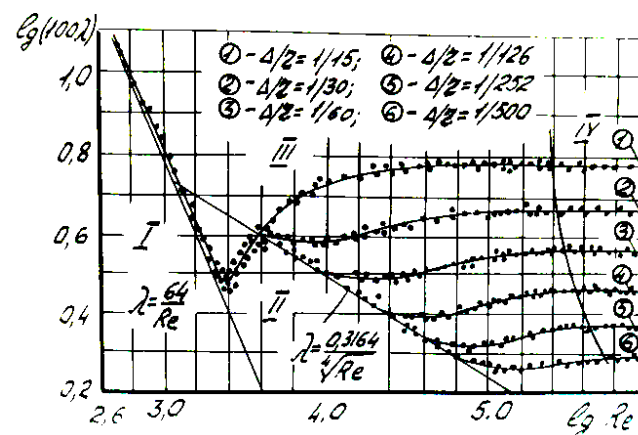
Эта формула является универсальной. При числах $Re < 10 \frac{\Delta}{d}$, когда трубы

являются гидравлически гладкими, формула (4.44) дает значения, близкие формуле (4.41).

4.3. График Никурадзе

Опыты по исследованию изменения коэффициента гидравлического сопротивления (коэффициента Дарси, путевых потерь) в зависимости от числа Рейнольдса и шероховатости труб были проведены И.И.Никурадзе. Шероховатость в трубах создавалась искусственно, путем наклеивания на внутреннюю поверхность труб песчинок определенного размера.

На основе экспериментальных исследований Никурадзе предложил график (рис. 4.12), позволяющий определять значение коэффициента путевых потерь от режима и шероховатости труб.



Особенность турбулентного режима движения жидкости проявляется в том, что существует несколько формул для определения коэффициента путевых потерь λ в зависимости от числа Рейнольдса и шероховатости трубопроводов. Это видно и на графике Никурадзе. Для ламинарного режима движения жидкости имеем одну формулу для определения величины λ (см. формулу (4.29))

В зоне I существует ламинарный режим. Шероховатость влияния на значение коэффициента λ не оказывает, $\lambda = f(Re)$.

Зона II – зона турбулентного режима в гидравлически гладких трубах. Хорошую сходимость с этими графиками дает уравнение Блазиуса.

Зона III. В этой зоне на величину λ существенное влияние оказывает и число Рейнольдса Re , и шероховатость. Необходимо пользоваться формулой Альтшуля.

Зона IV – зона турбулентного режима (квадратичного сопротивления). Число Re не влияет на λ , линии идут параллельно оси абсцисс. Здесь на величину λ влияет только шероховатость труб. В этой зоне можно использовать формулу Никурадзе для определения λ