

## Расчёт однофазной цепи синусоидального тока

Для электрической схемы, представленной на рис. 2.6,  $a^*$ , необходимо:

1. Найти мгновенные и действующие значения токов в ветвях, применяя *метод эквивалентных преобразований (только этот метод!)*.
2. Найти мгновенные и действующие значения ЭДС источника напряжения и напряжений на всех элементах.
3. Составить баланс мощностей цепи.
4. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

*Исходные данные для расчёта:*

- мгновенное значение напряжения на участке цепи  $u_{R2}(t) = 100\sin(200t - 60^\circ)$ .
- величины резистивных сопротивлений  $R_2 = R_3 = 5 \text{ Ом}$ ;
- величина индуктивности  $L_1 = 10 \text{ мГн}$ ;
- величина ёмкости  $C_3 = 500 \text{ мкФ}$ .

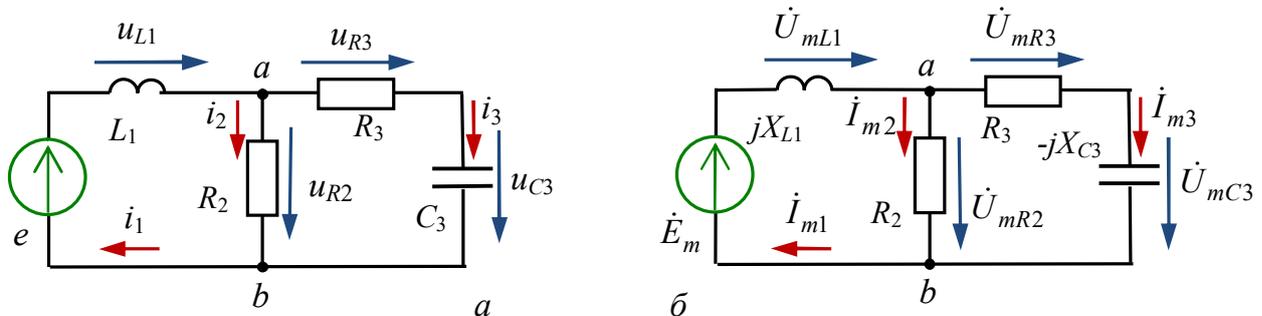


Рис. 2.6. Разветвлённая цепь синусоидального тока:  
а) схема замещения; б) расчётная схема

На рис. 2.6,  $b^*$  изображена расчётная схема электрической цепи, для которой исходные данные о параметрах всех элементов представлены в комплексной форме. На ней положительные направления соответствующих комплексных значений тока и напряжения такие же, как и на схеме замещения (рис. 2.6,  $a^*$ ).

### **Метод эквивалентных преобразований**

Суть метода состоит в поиске эквивалентного комплексного сопротивления всей цепи, через комплексные сопротивления и проводимости отдельных участков (рис. 2.7<sup>\*</sup>). Сначала определяется комплексное сопротивление параллельного участка  $Z_{23}$  (рис. 2.7,  $b^*$ ) через комплексную проводимость  $Y_{23}$  (рис. 2.7,  $a^*$ ). Затем определяется эквивалентное комплексное сопротивление всей цепи  $Z_{\Sigma}$  (рис. 2.7,  $в^*$ ). После чего с помощью закона Ома в комплексной форме вычисляются комплексные выражения для неизвестных величин, например, ЭДС источника напряжения и напряжений на элементах и т.п.

<sup>\*</sup> ссылки на номера формул и рисунков из учебно-методического пособия:

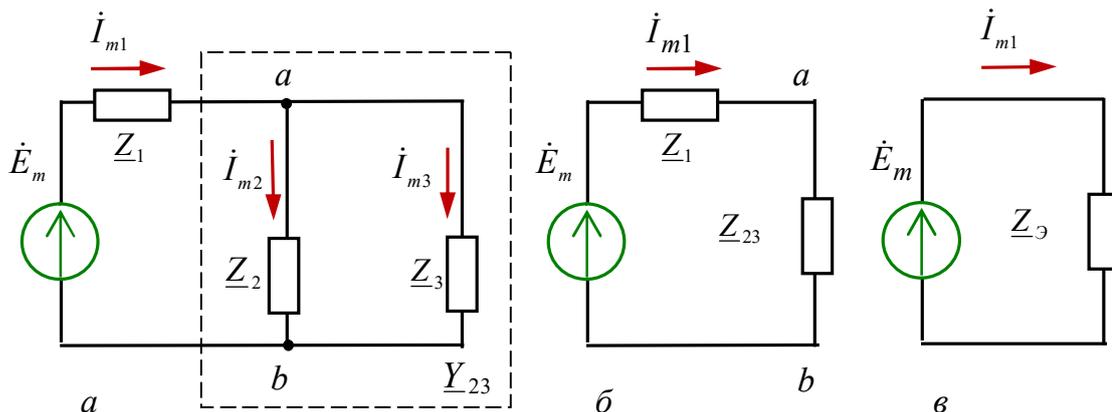


Рис. 2.7. Метод эквивалентных преобразований

Циклическая частота  $\omega$  задана в мгновенном значении напряжения  $u_{R2}(t)$  и равна 200 рад/с. Для всех переменных величин данной цепи она одинакова. Начальная фаза  $u_{R2}$  так же берется из мгновенного значения,  $\psi_{u2} = -60^\circ$ .

Представим напряжение  $u_{R2}$  в комплексной форме по формуле (2.4\*):

$$\dot{U}_{mR2} = U_{mR2} \cdot e^{j\psi_{u2}} = 100e^{-j60^\circ}.$$

Определим натуральные и комплексные значения индуктивного и ёмкостного сопротивлений по формулам (2.20\*) и (2.31\*):

$$X_{L1} = \omega L_1 = 200 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 2 \text{ Ом};$$

$$jX_{L1} = j2 = 2e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$X_{C3} = 1/(\omega C_3) = 1/(200 \cdot 500 \cdot 10^{-6}) = 10 \text{ Ом};$$

$$-jX_{C3} = -j10 = 10e^{-j90^\circ} \text{ Ом}.$$

Найдём комплексные сопротивления ветвей (рис. 2.7, a\*) по формуле (2.35\*) в алгебраической и показательной формах:

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + jX = Ze^{j\varphi}; \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{X}{R}.$$

первой:  $\underline{Z}_1 = 0 + jX_{L1} = 0 + j2 = 2e^{j90^\circ} \text{ Ом};$

второй:  $\underline{Z}_2 = R_2 + j0 = 5 \text{ Ом};$

третьей:  $\underline{Z}_3 = R_3 - jX_{C3} = 5 - j10 = \sqrt{5^2 + (-10)^2} \cdot e^{j\arctg\left(\frac{-10}{5}\right)} = 11,18e^{-j63,43^\circ} \text{ Ом}.$

\* ссылки на номера формул и рисунков из учебно-методического пособия:  
Лазута, И. В. Расчёт и анализ электрических цепей и устройств : учебно-методическое пособие / И.В. Лазута, И.А. Реброва. – Электрон. дан. – Омск : СибАДИ, 2019.

Определим эквивалентное комплексное сопротивление параллельного участка  $\underline{Z}_{23}$  (рис. 2.7,  $\delta^*$ ) с учётом формулы комплексной проводимости (2.36\*) и формул преобразования комплексных чисел (2.5\*), (2.6\*), (2.7\*):

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{23} &= \frac{1}{\underline{Y}_{23}} = \frac{1}{\underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} = \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{5 \cdot 11,18e^{-j63,43^\circ}}{5 + (5 - j10)} = \frac{55,9e^{-j63,43^\circ}}{14,14e^{-j45^\circ}} = \\ &= 3,95e^{-j18,43^\circ} = 3,95 \cos(-18,43^\circ) + j3,95 \sin(-18,43^\circ) = 3,75 - j1,25 \text{ Ом.}\end{aligned}$$

Эквивалентное комплексное сопротивление цепи  $\underline{Z}_\ominus$  (рис. 2.7,  $\epsilon^*$ ):

$$\underline{Z}_\ominus = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = j2 + 3,75 - j1,25 = 3,75 + j0,75 = 3,82e^{j11,31^\circ} \text{ Ом.}$$

Напряжение между узлами цепи  $a$  и  $b$  является напряжением каждой из параллельных ветвей 2 и 3, его можно выразить в соответствии с законом Ома через токи и сопротивления параллельного участка цепи:

$$\dot{U}_{mab} = \dot{I}_{m1} \underline{Z}_{23} = \dot{I}_{m2} \underline{Z}_2 = \dot{I}_{m3} \underline{Z}_3.$$

**В рассматриваемом примере:**  $\dot{U}_{mab} = \dot{U}_{mR2}$ .

Найдём комплексные значения токов  $\dot{I}_{m1}$ ,  $\dot{I}_{m2}$ ,  $\dot{I}_{m3}$  по закону Ома:

$$\dot{I}_{m1} = \frac{\dot{U}_{mab}}{\underline{Z}_{23}} = \frac{100e^{-j60^\circ}}{3,95e^{-j18,43^\circ}} = 25,32e^{-j41,57^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_{m2} = \frac{\dot{U}_{mab}}{R_2} = \frac{100e^{-j60^\circ}}{5} = 20e^{-j60^\circ} \text{ А.}$$

$$\dot{I}_{m3} = \frac{\dot{U}_{mab}}{\underline{Z}_3} = \frac{100e^{-j60^\circ}}{11,18e^{-j63,43^\circ}} = 8,94e^{j3,43^\circ} \text{ А.}$$

ЭДС источника по закону Ома для замкнутого контура цепи:

$$\dot{E}_m = \dot{I}_{m1} \underline{Z}_\ominus = 25,32e^{-j41,57^\circ} \cdot 3,82e^{j11,31^\circ} = 96,72e^{-j30,26^\circ} \text{ В.}$$

Полученные комплексные значения токов и ЭДС практически совпадают с найденными ранее величинами.

Комплексные амплитуды напряжений определяем по закону Ома для резистивного (2.14\*), индуктивного (2.23\*) и ёмкостного (2.34\*) элементов:

$$\dot{U}_{mR3} = R_3 \dot{I}_{m3} = 5 \cdot 8,94e^{j3,43^\circ} = 44,7e^{j3,43^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{mL1} = jX_{L1} \dot{I}_{m1} = 2e^{j90^\circ} \cdot 25,32e^{-j41,57^\circ} = 50,6e^{j48,43^\circ} \text{ В;}$$

$$\dot{U}_{mC3} = -jX_{C3} \dot{I}_{m3} = 10e^{-j90^\circ} \cdot 8,94e^{j3,43^\circ} = 89,4e^{-j86,57^\circ} \text{ В.}$$

\* ссылки на номера формул и рисунков из учебно-методического пособия:

Лазута, И. В. Расчёт и анализ электрических цепей и устройств : учебно-методическое пособие / И.В. Лазута, И.А. Реброва. – Электрон. дан. – Омск : СибАДИ, 2019.

Мгновенные значения токов и напряжений:

$$i_1(t) = 25,32 \sin(200t - 41,57^\circ) \text{ А};$$

$$i_2(t) = 20 \sin(200t - 60^\circ) \text{ А};$$

$$i_3(t) = 8,94 \sin(200t + 3,43^\circ) \text{ А};$$

$$u_{L1}(t) = 50,6 \sin(200t + 48,43^\circ) \text{ В};$$

$$u_{R3}(t) = 44,7 \sin(200t + 3,43^\circ) \text{ В};$$

$$u_{C3}(t) = 89,4 \sin(200t - 86,57^\circ) \text{ В};$$

$$e(t) = 96,72 \sin(200t - 30,26^\circ) \text{ В}.$$

Рассчитаем действующие значения токов и напряжений:

$$I_1 = I_{m1} / \sqrt{2} = 25,3 / \sqrt{2} = 17,89 \text{ А};$$

$$I_2 = I_{m2} / \sqrt{2} = 20 / \sqrt{2} = 14,14 \text{ А};$$

$$I_3 = I_{m3} / \sqrt{2} = 8,94 / \sqrt{2} = 6,32 \text{ А};$$

$$U_{L1} = U_{mL1} / \sqrt{2} = 50,6 / \sqrt{2} = 35,78 \text{ В};$$

$$U_{R2} = U_{mR2} / \sqrt{2} = 100 / \sqrt{2} = 70,71 \text{ В};$$

$$U_{R3} = U_{mR3} / \sqrt{2} = 44,7 / \sqrt{2} = 31,61 \text{ В};$$

$$U_{C3} = U_{mC3} / \sqrt{2} = 89,4 / \sqrt{2} = 63,22 \text{ В};$$

$$E = E_m / \sqrt{2} = 96,71 / \sqrt{2} = 68,38 \text{ В}.$$

Проверим решение, составив баланс мощностей цепи (2.47\*).

$$\sum \underline{S}_{ист} = \sum \underline{S}_{п},$$

где  $\sum \underline{S}_{ист}$  – суммарная комплексная мощность источников в цепи;

$\sum \underline{S}_{п}$  – суммарная комплексная мощность приёмников в цепи.

Найдём комплексную мощность источника (2.46\*) и представим её в алгебраической форме записи

$$\begin{aligned} \underline{S}_{ист} &= \dot{E} I_1^* = 68,38 e^{-j30,26^\circ} \cdot 17,89 e^{j41,57^\circ} = 1223,3 e^{j11,3^\circ} = \\ &= 1223,3 \cos(11,3^\circ) + j1223,3 \sin(11,3^\circ) = P_{ист} + jQ_{ист} = 1199,3 + j241,4 \text{ ВА}. \end{aligned}$$

где  $I$  – **сопряжённый** комплекс действующего значения тока;  $\dot{E}$  – комплексное действующее значения ЕДС источника.

Активная мощность источника  $P_{ист} = 1199,3$  Вт.

Реактивная мощность источника  $Q_{ист} = 241,4$  вар.

Суммарные активная и реактивная мощности приёмников:

$$\sum_{k=1}^n P_{п} = \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k = I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = 14,14^2 \cdot 5 + 6,32^2 \cdot 5 = 1199,4 \text{ Вт};$$

\* ссылки на номера формул и рисунков из учебно-методического пособия:

Лазута, И. В. Расчёт и анализ электрических цепей и устройств : учебно-методическое пособие / И.В. Лазута, И.А. Реброва. – Электрон. дан. – Омск : СибАДИ, 2019.

$$\sum_{k=1}^n Q_{II} = \sum_{k=1}^n I_k^2 (X_{Lk} - X_{Ck}) = I_1^2 X_{L1} - I_3^2 X_{C3} = 17,89^2 \cdot 2 - 6,32^2 \cdot 10 = 240,7 \text{ вар.}$$

Баланс мощностей для расчетной цепи:

$$1199,3 + j241,4 = 1199,4 + j240,7.$$

Учитывая погрешность округления, баланс мощностей сходится.

Построим векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости (рис. 2.8\*). Масштаб: в 1 см 5 А тока и 10 В напряжения. От начала координат откладываем векторы, длина которых пропорциональна амплитудному значению тока, напряжения или ЭДС, а угол поворота вектора величины относительно действительной оси +1 совпадает с её начальной фазой. На векторных диаграммах графически должны выполняться законы Кирхгофа, т.е. геометрически суммироваться вектора токов, напряжений и ЭДС.

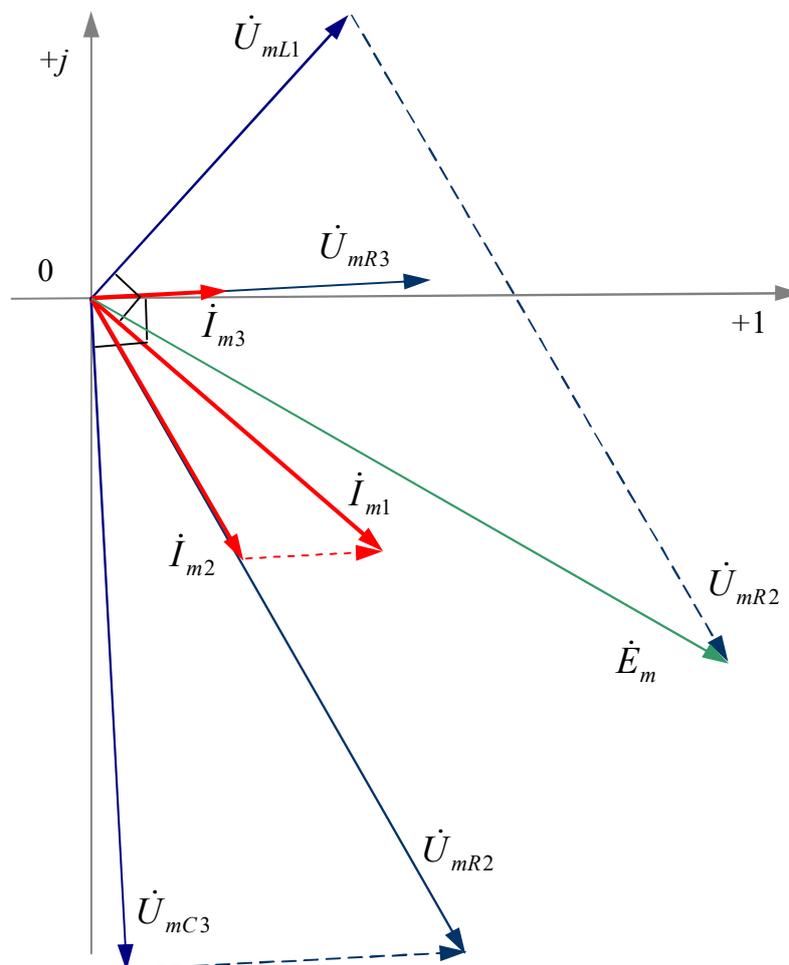


Рис. 2.8. Векторная диаграмма токов и напряжений в цепи синусоидального тока

\* ссылки на номера формул и рисунков из учебно-методического пособия:  
Лазута, И. В. Расчёт и анализ электрических цепей и устройств : учебно-методическое пособие / И.В. Лазута, И.А. Реброва. – Электрон. дан. – Омск : СибАДИ, 2019.