

Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Сибирская государственная автомобильно-дорожная
академия (СибАДИ)»

И.А. Реброва

РАСЧЁТ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ
В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Учебно-методическое пособие

Омск
СибАДИ
2013

УДК 621.311
ББК 31.211
Р 31

Рецензенты:

д-р техн. наук, проф. кафедры электроснабжения промышленных предприятий ОмГТУ А.В. Бубнов;
канд. техн. наук, доц. кафедры электротехники и электрооборудования ОИВТ (филиал) НГАВТ А.А. Сидоренко

Работа одобрена редакционно-издательским советом в качестве учебно-методического пособия по дисциплинам «Электротехника и электроника», «Теоретические основы электротехники».

Реброва И.А.

Р 31 Расчёт установившихся режимов в линейных электрических цепях: учебно-методическое пособие / И.А. Реброва. – Омск: СибАДИ, 2013. – 92 с.

Содержит индивидуальные задания, методические рекомендации по решению задач, примеры расчёта. Предназначено для изучения дисциплин «Электротехника», «Теоретические основы электротехники» для студентов технических направлений подготовки.

Табл. 21. Ил. 51. Библиогр.: 3 назв.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Расчёт электрических цепей с источниками постоянного напряжения и тока.....	5
1.1. Методические рекомендации по выполнению заданий.....	5
1.1.1. Основные законы.....	5
1.1.2. Эквивалентные преобразования в резистивных цепях.....	6
1.1.3. Методы расчёта цепей постоянного тока.....	9
1.1.4. Баланс мощностей.....	13
1.2. Пример расчёта разветвлённой цепи постоянного тока.....	14
Вопросы для самоподготовки.....	21
1.3. Индивидуальные задания.....	22
2. Расчёт однофазных электрических цепей синусоидального тока.....	31
2.1. Методические рекомендации по выполнению заданий.....	31
2.1.1. Способы представления синусоидальных величин.....	31
2.1.2. Пассивный элемент электрической цепи.....	33
2.1.3. Законы Кирхгофа.....	34
2.1.4. Последовательное и параллельное соединение сопротивлений.....	35
2.1.5. Комплексная мощность. Баланс мощностей.....	35
2.1.6. Методы расчёта цепей переменного тока.....	36
2.1.7. Учёт взаимно индуктивных связей при решении задач анализа электрических цепей.....	36
2.2. Пример расчёта однофазной цепи синусоидального тока.....	39
Вопросы для самоподготовки.....	44
2.3. Индивидуальные задания.....	45
3. Расчёт электрических цепей несинусоидального периодического тока... ..	56
3.1. Методические рекомендации по выполнению заданий.....	56
3.1.1. Способы представления несинусоидальных функций.....	56
3.1.2. Энергетические характеристики несинусоидального тока.....	58
3.1.3. Расчёт цепей несинусоидального периодического тока.....	59
3.2. Пример расчёта цепи с несинусоидальным источником ЭДС.....	61
Вопросы для самоподготовки.....	66
3.3. Индивидуальные задания.....	67
4. Расчёт токов и напряжений в трёхфазных цепях синусоидального тока... ..	73
4.1. Методические рекомендации по выполнению заданий.....	73
4.1.1. Общие положения.....	73
4.1.2. Расчёт несимметричных режимов трёхфазных цепей.....	74
4.1.3. Расчёт симметричных режимов трёхфазных цепей.....	80
4.1.4. Мощность трёхфазной системы.....	81
4.2. Пример расчёта трёхфазной цепи.....	82
Вопросы для самоподготовки.....	84
4.3. Индивидуальные задания.....	85

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее пособие составлено с целью повышения активности работы студентов по изучению курса электротехники. Сборник содержит задачи по основным методам расчёта установившихся режимов в линейных электрических цепях постоянного тока, однофазных и трёхфазных цепях синусоидального тока, в цепях с несинусоидальными источниками напряжения. В каждом разделе пособия даются теоретические положения метода расчёта и примеры решения типовых задач.

При подготовке к очередному занятию студенту необходимо по конспекту лекционных записей, а также с помощью учебной литературы изучить и проработать соответствующий теоретический материал, ответить на вопросы. На практических занятиях несколько задач в качестве образцов решаются преподавателем или вызванными к доске студентами. Затем студенты решают задачи самостоятельно.

Пособие содержит задачи разной степени сложности. Для студентов неэлектротехнических направлений из каждого раздела могут быть выбраны два – три задания. Тексты каждой из задач общие, а варианты схем, числовых значений заданных величин индивидуальны. Кроме того, предложенные в пособии задания подходят для организации самостоятельной внеаудиторной работы студентов. Учёт выполнения студентами индивидуальных заданий позволяет преподавателю объективно оценивать их работу при каждой аттестации.

1. РАСЧЁТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ИСТОЧНИКАМИ ПОСТОЯННОГО НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА

1.1. Методические рекомендации по выполнению заданий

1.1.1. Основные законы

Задачей анализа и расчёта электрических цепей является определение токов, напряжений и мощностей отдельных её участков. Часто возникает задача, когда для получения требуемого распределения токов, напряжений и мощностей нужно определить параметры цепи или её отдельных элементов. Основой расчёта электрических цепей являются закон Ома и два закона Кирхгофа.

Закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме имеет вид

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 \pm E}{R},$$

где $\varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов на концах участка; $U = \varphi_1 - \varphi_2 \pm E$ – напряжение на участке цепи; E – ЭДС, действующая на участке; R – сопротивление участка цепи. ЭДС выбирают со знаком плюс, если источник работает в режиме генератора, т.е. направления ЭДС и тока на данном участке совпадают, со знаком минус, если направления ЭДС и тока противоположны.

Согласно **первому закону Кирхгофа**, алгебраическая сумма токов в любом узле электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0,$$

где n – число токов, сходящихся в узле. Токи, входящие и выходящие из узла, в уравнении должны учитываться с разными знаками, например, входящие в узел токи, – со знаком плюс, выходящие из узла токи, – со знаком минус.

Согласно **второму закону Кирхгофа**, алгебраическая сумма напряжений участков любого контура электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^m U_k = 0,$$

где m – число участков контура. Со знаком плюс записываются напряжения, положительные направления которых совпадают с произ-

вольно выбранным направлением обхода контура, и со знаком минус – противоположно направленные, или наоборот.

В частности, для контура схемы замещения цепи, содержащего только источники ЭДС и резистивные элементы, алгебраическая сумма напряжений на резистивных элементах равна алгебраической сумме ЭДС:

$$\sum_{k=1}^m R_k I_k = \sum_{i=1}^n E_i,$$

где m – число резистивных элементов; n – число источников ЭДС в контуре. Со знаком плюс записываются ЭДС и токи, положительные направления которых совпадают с произвольно выбранным направлением обхода контура, и со знаком минус – противоположно направленные, или наоборот.

1.1.2. Эквивалентные преобразования в резистивных цепях

В электрических цепях резисторы соединяются последовательно, параллельно или смешанно.

Соединение резисторов называется последовательным, если каждый элемент соединён не более чем с двумя другими, причём так, что с каждым из них у него есть только одна общая точка. Это означает, что в последовательном соединении не может быть узлов и, как следствие, во всех элементах протекает один и тот же ток. Общее напряжение при последовательном соединении равно сумме напряжений на отдельных участках (рис. 1.1).

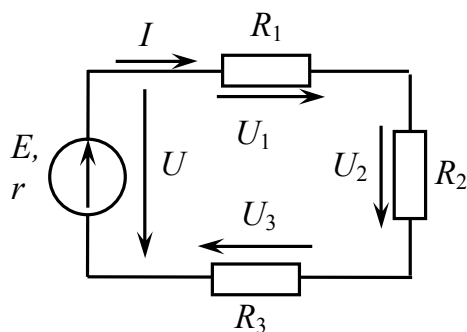


Рис. 1.1

В соответствии со вторым законом Кирхгофа и законом Ома

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I = (R_1 + R_2 + R_3) I = R I.$$

Поэтому

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

Эквивалентное сопротивление цепи, состоящей из последовательно соединённых резисторов, равно сумме сопротивлений этих резисторов.

$$R = \sum_{k=1}^n R_k.$$

Резисторы включены параллельно, если они присоединены к одной и той же паре узлов (рис. 1.2).

Напряжения на параллельно соединённых резисторах одинаковы. Пользуясь первым законом Кирхгофа и законом Ома, можно записать:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 = \\ &= G_1 U + G_2 U + G_3 U = \\ &= (G_1 + G_2 + G_3) U = G U. \end{aligned}$$

Следовательно, $G = G_1 + G_2 + G_3$.

При параллельном соединении складывают проводимости участков цепи

$$G = \sum_{k=1}^n G_k.$$

Эквивалентное сопротивление находят как величину, обратную эквивалентной проводимости цепи:

$$R = \frac{1}{G} \quad \text{или} \quad \frac{1}{R} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}.$$

При параллельном соединении токи в ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей.

Смешанное соединение – это сочетание последовательного и параллельного соединений. Для каждого смешанного соединения можно найти эквивалентное сопротивление путём последовательных эквивалентных преобразований. Рассмотрим эту задачу на примере схемы рис. 1.3.

Здесь изображены четыре ветви. В первую входит резистор R_1 ; во вторую резисторы R_2 и R_3 ; в третью резистор R_4 и в четвёртую – R_5 . Вторая и третья ветвь включены параллельно, т.к. обе соединены с узлами a и b . Однако из этого не следует, что параллельно соединены между собой элементы этих ветвей. Это было бы справедливо только в том случае, если бы обе ветви состояли из одного элемента. На первом этапе эквивалентное преобразование возможно только для последовательного соединения R_2 и R_3 во второй ветви: $R_{23} = R_2 + R_3$. Теперь каждая из параллельных ветвей состоит из одного элемента, и они образуют параллельное соединение, для которого эквивалентное сопротивление

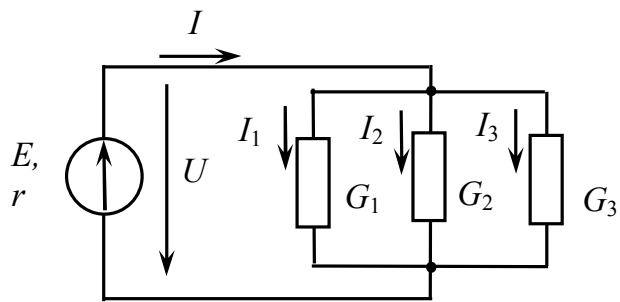


Рис. 1.2

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_4} = \frac{R_{23} + R_4}{R_{23}R_4} = \frac{R_2 + R_3 + R_4}{(R_2 + R_3)R_4}, \quad R_{234} = \frac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

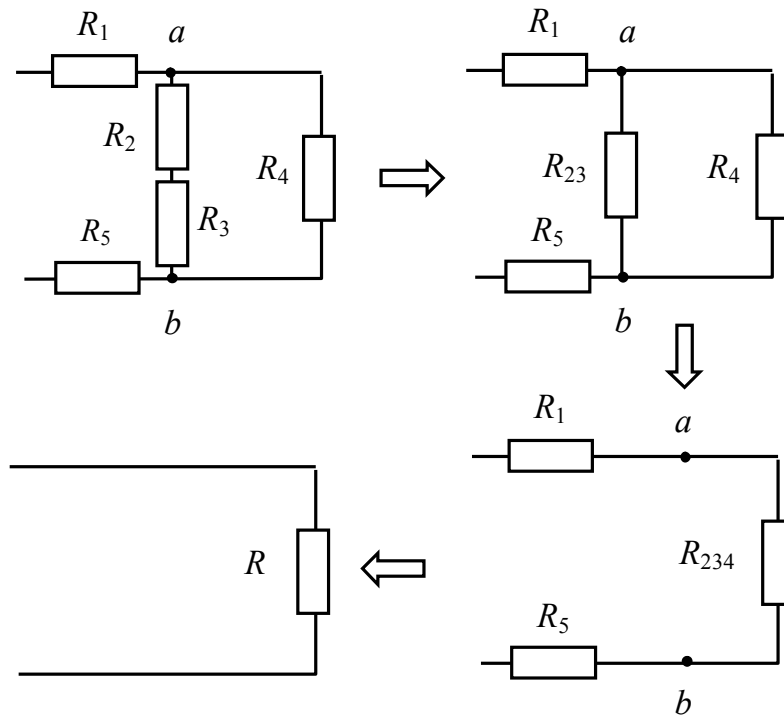


Рис. 1.3

В результате получили последовательное соединение резисторов с эквивалентным сопротивлением

$$R = R_1 + R_5 + R_{234} = R_1 + R_5 + \frac{(R_2 + R_3)R_4}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

В сложных цепях встречаются соединения, которые нельзя свести к комбинации последовательных и параллельных. К ним относятся соединения звездой и треугольником. Взаимное преобразование этих соединений часто позволяет получить более простые смешанные соединения.

В общем случае схему замещения цепи по схеме n -лучевой звезды из резистивных элементов можно заменить эквивалентной схемой в виде n -стороннего треугольника. Обратное преобразование возможно в ограниченном числе случаев. В частности, преобразования в обоих направлениях возможны для случая треугольника (рис. 1.4, *а*) и трёхлучевой звезды (рис. 1.4, *б*). Эквивалентность схем в виде треугольника и звезды получается приравниванием значений сопротивлений и проводимостей между одноимёнными узлами этих схем, отсоединённых от остальной части цепи.

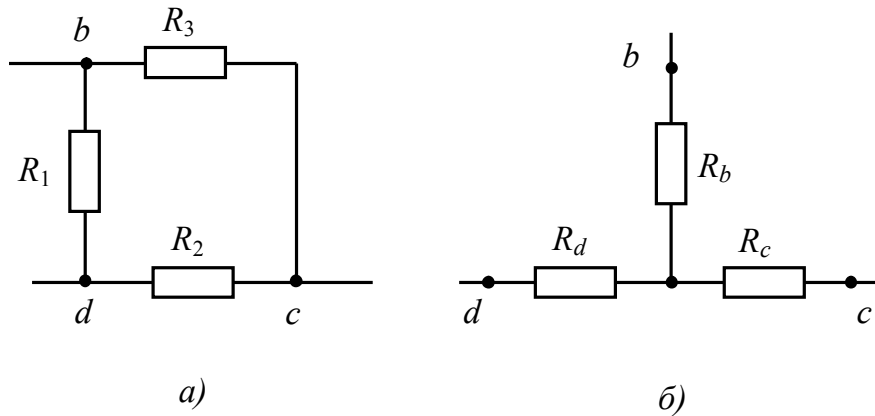


Рис. 1.4

При преобразовании треугольника в звезду используют формулы

$$R_b = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_c = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad R_d = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Возможно обратное преобразование звезды в эквивалентный треугольник. Сопротивления ветви треугольника при таком преобразовании вычисляются следующим образом:

$$R_1 = R_{bd} = R_b + R_d + \frac{R_b R_d}{R_c};$$

$$R_2 = R_{cd} = R_c + R_d + \frac{R_c R_d}{R_b};$$

$$R_3 = R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b R_c}{R_d}.$$

1.1.3. Методы расчёта цепей постоянного тока

Применение законов Кирхгофа для расчета электрических цепей. Устанавливается число неизвестных токов $p = p_B - p_T$, где p_B – общее количество ветвей цепи, p_T – количество ветвей с источниками тока. Устанавливается число узлов q , число независимых контуров $n = p - (q - 1)$. Для каждой ветви задаются положительным направлением тока. Число уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, равно $(q - 1)$. Количество уравнений на единицу меньше числа узлов, потому что ток каждой ветви входит с разными знаками в уравнения для соединяемых ею узлов. Сумма слагаемых уравнений

всех узлов тождественно равна нулю. Число уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, равно n . При их составлении следует выбирать независимые контуры, не содержащие источников тока. Общее количество уравнений, составленных по законам Кирхгофа, должно быть равно p .

С помощью законов Ома и Кирхгофа можно рассчитать режим работы любой электрической цепи. Однако порядок системы уравнений может быть большим. Для упрощения вычислений применяют различные расчётные методы: контурных токов, узловых потенциалов, эквивалентного источника и т.д. Все эти методы основаны на законах Ома и Кирхгофа.

Метод эквивалентных преобразований. Сущность метода заключается в том, чтобы сложную разветвлённую цепь с помощью эквивалентных преобразований привести к простейшей одноконтурной цепи, включающей ветвь с искомым током, значение которого определяется затем по закону Ома. К эквивалентным преобразованиям относятся:

- преобразование представления источников электрической энергии. Под этим преобразованием понимается переход от представления источника электрической энергии последовательным соединением источника ЭДС и внутреннего сопротивления к параллельному соединению источника тока и внутренней проводимости, а также обратное преобразование;
- замена последовательных и параллельных соединений однотипных элементов эквивалентными одиночными элементами;
- преобразование соединений звезда – треугольник и треугольник – звезда.

Метод эквивалентного генератора. Для нахождения тока в произвольной ветви всю внешнюю по отношению к ней электрическую цепь представляют в виде некоторого эквивалентного генератора с ЭДС $E_{\text{э}}$ и сопротивлением $R_{\text{э}}$. Тогда ток в этой ветви можно определить по закону Ома.

ЭДС эквивалентного генератора $E_{\text{э}}$ и его внутреннее сопротивление $R_{\text{э}}$ равны соответственно разности потенциалов и сопротивлению между точками (узлами) электрической цепи, к которым подключена ветвь с искомым током в режиме холостого хода, т.е. в режиме, когда эта ветвь отключена.

Метод основан на применении первого закона Кирхгофа и заключается в следующем:

- один узел схемы цепи принимаем базисным с нулевым потенциалом. Такое допущение не изменяет значения токов в ветвях, так как ток в каждой ветви зависит только от разности потенциалов узлов, а не от действительных значений потенциалов;

- для остальных $(q - 1)$ узлов составляем уравнения по первому закону Кирхгофа, выражая токи ветвей через потенциалы узлов, применяя закон Ома;

- решением составленной системы уравнений определяем потенциалы $(q - 1)$ узлов относительно базисного, а затем токи ветвей по обобщенному закону Ома.

Принцип и метод суперпозиции (наложения).

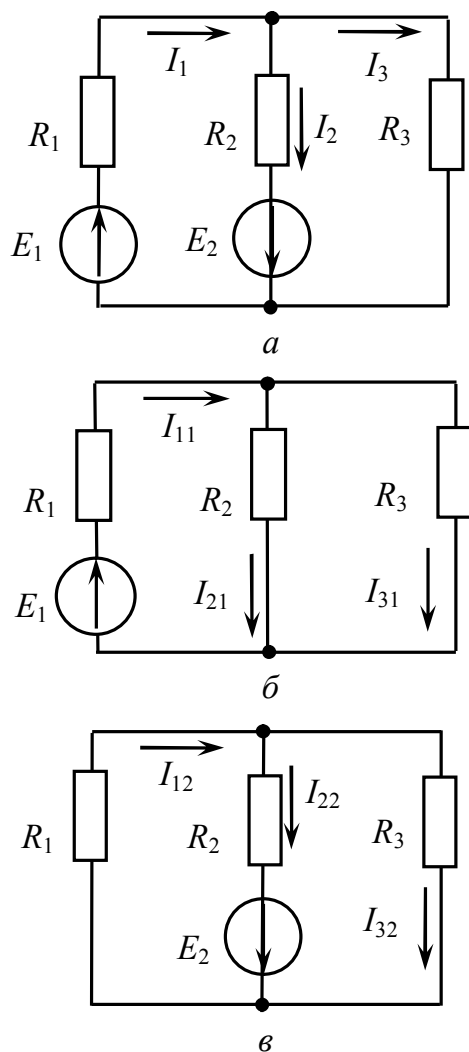


Рис. 1.5

Для линейных электрических цепей справедлив принцип суперпозиции, заключающийся в том, что реакция электрической цепи на суммарное воздействие равна сумме реакций на элементарные воздействия. Под реакцией электрической цепи понимается режим работы, который устанавливается в результате действия ЭДС источников электрической энергии. Метод наложения непосредственно следует из принципа суперпозиции и заключается в том, что ток в любой ветви линейной электрической цепи можно определить в виде суммы токов, создаваемых каждым источником в отдельности. Очевидно, что этот метод целесообразно применять в цепях с небольшим количеством источников.

Рассмотрим применение метода наложения на примере расчёта схемы рис. 1.5. В цепи (см. рис. 1.5, а) действуют два источника ЭДС. Отключим второй источник,

заменяв его внутренним сопротивлением ($r=0$). Тогда схема цепи будет соответствовать рис. 1.5, б, и для неё токи можно легко рассчитать, пользуясь, например, эквивалентным преобразованием и законом Ома:

$$I_{11} = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}}; \quad U_{23} = I_{11} \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}; \quad I_{21} = \frac{U_{23}}{R_2} = \frac{I_{11} R_3}{R_2 + R_3};$$

$$I_{31} = I_{11} - I_{21}.$$

Ток I_{21} можно найти, используя правило распределения токов по двум параллельным ветвям: ток в каждой из ветвей пропорционален отношению сопротивления другой ветви к суммарному сопротивлению обеих ветвей.

Отключим теперь первый источник и аналогичным методом определим токи в цепи (см. рис. 1.5, в):

$$I_{22} = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}; \quad I_{12} = \frac{I_{22} R_3}{R_1 + R_3}; \quad I_{32} = I_{12} - I_{22}.$$

Складывая токи, создаваемые отдельными источниками с учётом их направлений, получим искомые токи:

$$I_1 = I_{12} + I_{12}; \quad I_2 = I_{21} + I_{22}; \quad I_3 = I_{31} + I_{32}.$$

1.1.4. Баланс мощностей

Для любой электрической цепи суммарная мощность P_{II} , развиваемая источниками электрической энергии (источниками тока и ЭДС), равна суммарной мощности P_{II} , расходуемой потребителями (резисторами):

$$\sum_k P_{Ik} = \sum_m P_{Im}.$$

Мощность, рассеиваемая резистором, $P_R = RI^2$, мощность источника ЭДС $P_E = \pm EI$, мощность источника тока $P_J = \pm U_J J$.

Мощности, рассеиваемые резисторами, всегда положительные, в то время как мощности источников электрической энергии, в зависимости от соотношения направления падений напряжения и тока в них, могут иметь любой знак. Если направление протекания тока через источник противоположно падению напряжения на нём, то мощность источника положительна, т.е. он отдаёт энергию в электрическую

цепь. В противном случае мощность источника отрицательна, и он является потребителем электрической энергии. Следует заметить, что направление падения напряжения всегда противоположно направлению ЭДС, поэтому для источника ЭДС условием положительной мощности является совпадение направлений ЭДС и тока.

1.2. Пример расчёта разветвлённой цепи постоянного тока

Рассмотрим решение задачи для цепи, представленной на рис. 1.6, описанными выше методами расчёта.

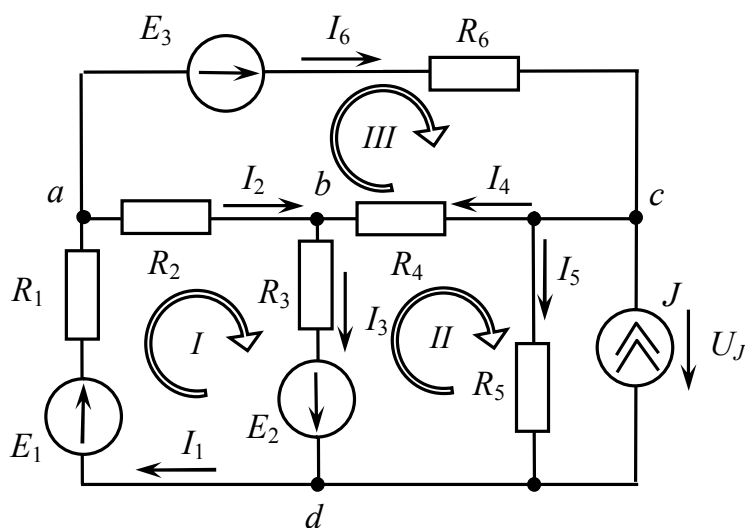


Рис. 1.6

Дано: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1 \text{ Ом}$, $E_1 = E_2 = E_3 = 10 \text{ В}$,
 $J = 2 \text{ А}$.

Найти:

- 1) все неизвестные токи, используя законы Кирхгофа; показать, что баланс мощностей имеет место;
- 2) все неизвестные токи методом контурных токов;
- 3) все неизвестные токи методом узловых потенциалов;
- 4) ток I_6 , используя метод эквивалентных преобразований;
- 5) ток I_6 , используя метод эквивалентного генератора.

Решение.

1) *Применение законов Кирхгофа. Баланс мощностей.*

Всего в схеме семь ветвей $p_B = 7$, ветвей с источниками тока $p_T = 1$, число неизвестных токов равно $p = p_B - p_T = 6$, количество узлов — $q = 4$, число уравнений по первому закону Кирхгофа —

$(q-1) = 4-1 = 3$, число уравнений по второму закону Кирхгофа –
 $n = p - (q-1) = 3$.

Выберем положительные направления токов и обозначим их стрелками. Выберем и обозначим стрелками направления обхода трёх независимых контуров: I , II , III . Составим систему уравнений по законам Кирхгофа

для узла a $I_1 - I_2 - I_6 = 0$;

для узла b $I_2 - I_3 + I_4 = 0$;

для узла c $-I_4 - I_5 + I_6 + J = 0$ или $-I_4 - I_5 + I_6 = -J$;

для контура I $R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = E_1 + E_2$;

для контура II $-R_3 I_3 - R_4 I_4 + R_5 I_5 = -E_2$;

для контура III $-R_2 I_2 + R_4 I_4 + R_6 I_6 = E_3$.

Полученные уравнения после подстановки в них числовых значений будут иметь следующий вид:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_6 = 0, \\ I_2 - I_3 + I_4 = 0, \\ -I_4 - I_5 + I_6 = -2, \\ I_1 + I_2 + I_3 = 20, \\ -I_3 - I_4 + I_5 = -10, \\ -I_2 + I_4 + I_6 = 10. \end{cases}$$

Решение данной системы: $I_1 = 9,5 \text{ А}$; $I_2 = 2,5 \text{ А}$; $I_3 = 8 \text{ А}$;
 $I_4 = 5,5 \text{ А}$; $I_5 = 3,5 \text{ А}$; $I_6 = 7 \text{ А}$.

Баланс мощностей для рассматриваемой цепи

$$E_1 I_1 + E_2 I_3 + E_3 I_6 + J R_5 I_5 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2,$$

$$10 \cdot 9,5 + 10 \cdot 8 + 10 \cdot 7 + 2 \cdot 1 \cdot 3,5 =$$

$$= 1 \cdot 9,5^2 + 1 \cdot 2,5^2 + 1 \cdot 8^2 + 1 \cdot 5,5^2 + 1 \cdot 3,5^2 + 1 \cdot 7^2.$$

Получено тождество $252 \text{ Вт} = 252 \text{ Вт}$.

Примечание: падение напряжения на источнике тока U_J определено по второму закону Кирхгофа для контура, содержащего J и R_5 , как $-U_J + I_5 R_5 = 0$.

2) Метод контурных токов.

Выберем направления контурных токов (рис. 1.7), которые обозначим I_{11} , I_{22} , I_{33} и J (последний известен).

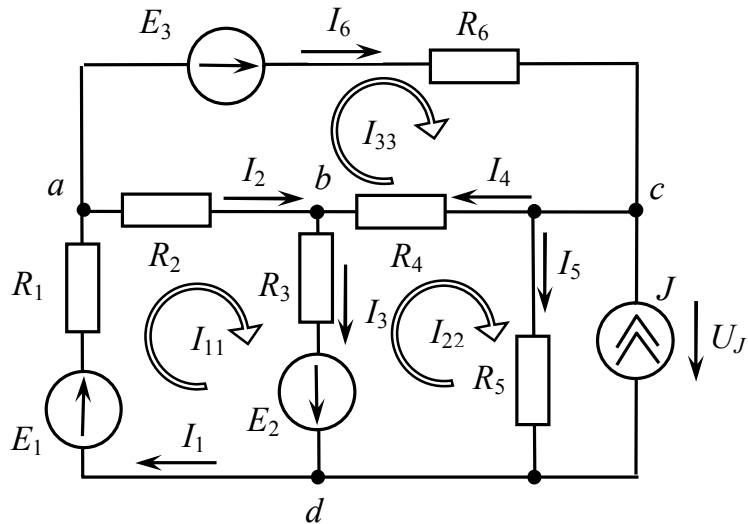


Рис. 1.7

Составим систему уравнений для контуров

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3)I_{11} - R_3I_{22} - R_2I_{33} = E_1 + E_2, \\ -R_3I_{11} + (R_3 + R_4 + R_5)I_{22} - R_4I_{33} + R_5J = -E_2, \\ -R_2I_{11} - R_4I_{22} + (R_3 + R_4 + R_5)I_{33} = E_3. \end{cases}$$

После подстановки численных значений имеем

$$\begin{cases} 3I_{11} - I_{22} - I_{33} = 20, \\ -I_{11} + 3I_{22} - I_{33} + 2 = -10, \\ -I_{11} - I_{22} + 3I_{33} = 10. \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений, найдём контурные токи: $I_{11} = 9,5$ А, $I_{22} = 1,5$ А, $I_{33} = 7$ А, а затем найдём токи в ветвях.

В ветви с E_1, R_1 ток I_1 имеет направление контурного тока I_{11} и равен $I_1 = I_{11} = 9,5$ А.

В ветви с R_2 ток I_2 получится от наложения контурных токов I_{11} и I_{33} и будет равен $I_2 = I_{11} - I_{33} = 9,5 - 7 = 2,5$ А.

В ветви с R_3 и E_2 ток I_3 получится от наложения контурных токов I_{11} и I_{22} и будет равен $I_3 = I_{11} - I_{22} = 9,5 - 1,5 = 8$ А.

В ветви с R_4 ток I_4 получится от наложения контурных токов I_{22} и I_{33} и будет равен $I_4 = I_{33} - I_{22} = 7 - 1,5 = 5,5$ А.

В ветви с R_5 ток I_5 получится от наложения контурных токов I_{22} и J и будет равен $I_5 = I_{22} + J = 1,5 + 2 = 3,5$ А.

В ветви с R_6 и E_3 ток I_6 совпадает по направлению с контурным током I_{33} и будет равен $I_6 = I_{33} = 7$ А.

3) Метод узловых потенциалов.

Примем равным нулю потенциал узла d , $\varphi_d = 0$ (рис. 1.8). Для остальных узлов составим уравнения по первому закону Кирхгофа:

для узла a

$$I_1 - I_2 - I_6 = 0;$$

для узла b

$$I_2 - I_3 + I_4 = 0;$$

для узла c

$$-I_4 - I_5 + I_6 + J = 0.$$

Выразим токи ветвей, применяя закон Ома.

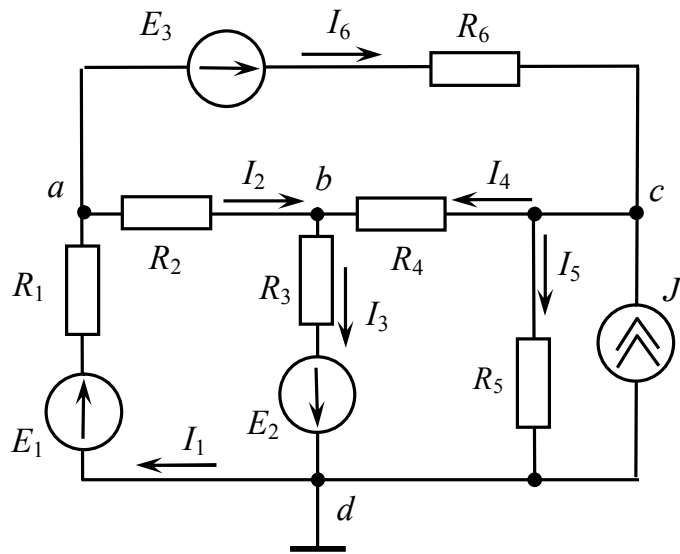


Рис. 1.8

$$I_1 = G_1(\varphi_d - \varphi_a + E_1) = G_1(-\varphi_a + E_1);$$

$$I_2 = G_2(\varphi_a - \varphi_b);$$

$$I_3 = G_3(\varphi_b - \varphi_d + E_2) = G_3(\varphi_b + E_2);$$

$$I_4 = G_4(\varphi_c - \varphi_b);$$

$$I_5 = G_5(\varphi_c - \varphi_d) = G_5\varphi_c;$$

$$I_6 = G_6(\varphi_a - \varphi_c + E_3).$$

Проводимости ветвей:

$$G_1 = 1/R_1 = 1\text{См}; G_2 = 1/R_2 = 1\text{См}; G_3 = 1/R_3 = 1\text{См};$$

$$G_4 = 1/R_4 = 1\text{См}; G_5 = 1/R_5 = 1\text{См}; G_6 = 1/R_6 = 1\text{См}.$$

Система уравнений по первому закону Кирхгофа имеет вид

$$\begin{cases} G_1(-\varphi_a + E_1) - G_2(\varphi_a - \varphi_b) - G_6(\varphi_a - \varphi_c + E_3) = 0, \\ G_2(\varphi_a - \varphi_b) - G_3(\varphi_b + E_2) + G_4(\varphi_c - \varphi_b) = 0, \\ -G_4(\varphi_c - \varphi_b) - G_5\varphi_c + G_6(\varphi_a - \varphi_c + E_3) + J = 0. \\ \begin{cases} -(G_1 + G_2 + G_6)\varphi_a + G_2\varphi_b + G_6\varphi_c = -G_1E_1 + G_6E_3, \\ G_2\varphi_a - (G_2 + G_3 + G_4)\varphi_b + G_4\varphi_c = G_3E_2, \\ G_6\varphi_a + G_4\varphi_b - (G_4 + G_5 + G_6)\varphi_c = -G_6E_3 - J. \end{cases} \\ \begin{cases} -3\varphi_a + \varphi_b + \varphi_c = 0, \\ \varphi_a - 3\varphi_b + \varphi_c = 10, \\ \varphi_a + \varphi_b - 3\varphi_c = -12. \end{cases} \end{cases}$$

Решение данной системы:

$$\varphi_a = 0,5\text{В}; \quad \varphi_b = -2\text{В}; \quad \varphi_c = 3,5\text{В}.$$

Подставив полученные значения потенциалов в уравнения закона Ома, получим:

$$I_1 = -0,5 + 10 = 9,5\text{ А}; \quad I_2 = 0,5 + 2 = 2,5\text{ А}; \quad I_3 = -2 + 10 = 8\text{ А};$$

$$I_4 = 3,5 + 2 = 5,5\text{ А}; \quad I_5 = 3,5\text{ А}; \quad I_6 = 0,5 - 3,5 + 10 = 7\text{ А}.$$

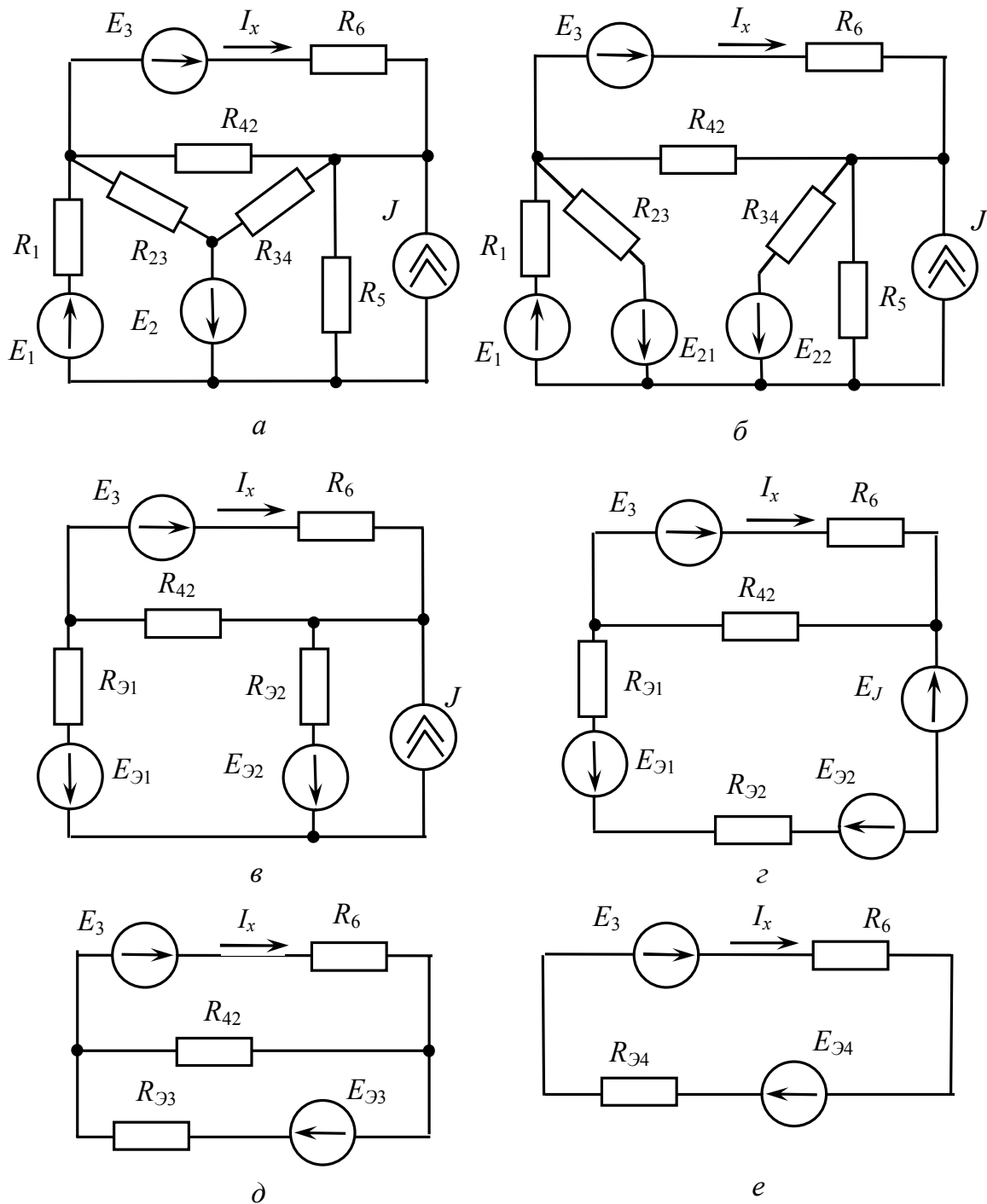


Рис. 1.9

4) *Метод эквивалентных преобразований.*

Заменим звезду $R_2 R_3 R_4$ на треугольник (рис. 1.9, а):

$$R_{23} = R_2 + R_3 + R_2 R_3 / R_4 = 3 \text{ Ом},$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 + R_3 R_4 / R_2 = 3 \text{ Ом},$$

$$R_{42} = R_4 + R_2 + R_4 R_2 / R_3 = 3 \text{ Ом}.$$

«Расщепим» E_2 (рис. 1.9, б). $E_{21} = E_{22} = 10 \text{ В}$.

Параллельные соединения $E_1 R_1 \parallel E_{21} R_{23}$ и $E_{22} R_{34} \parallel R_5$ заменим на эквивалентные (рис. 1.9, в):

$$R_{\mathcal{E}1} = R_1 R_{23} / (R_1 + R_{23}) = 3/4 \text{ Ом},$$

$$R_{\mathcal{E}2} = R_5 R_{34} / (R_5 + R_{34}) = 3/4 \text{ Ом},$$

$$E_{\mathcal{E}1} = (-E_1 / R_1 + E_{21} / R_{23}) \cdot R_{\mathcal{E}1} = -5 \text{ В},$$

$$E_{\mathcal{E}2} = (E_{22} / R_{34}) \cdot R_{\mathcal{E}2} = 2,5 \text{ В}.$$

Источник тока J преобразуем в источник ЭДС (рис. 1.9, г):

$$E_J = J R_{\mathcal{E}2} = 1,5 \text{ В}.$$

Последовательные соединения $E_{\mathcal{E}1}, E_{\mathcal{E}2}, E_J$ и $R_{\mathcal{E}1}, R_{\mathcal{E}2}$ заменим на эквивалентные (рис. 1.9, д):

$$E_{\mathcal{E}3} = -E_{\mathcal{E}1} + E_{\mathcal{E}2} - E_J = 6 \text{ В},$$

$$R_{\mathcal{E}3} = R_{\mathcal{E}1} + R_{\mathcal{E}2} = 1,5 \text{ Ом}.$$

Параллельное соединение $E_{\mathcal{E}3} R_{\mathcal{E}3} \parallel R_{42}$ заменим на эквивалентное (рис. 1.9, е):

$$R_{\mathcal{E}4} = R_{\mathcal{E}3} R_{42} / (R_{\mathcal{E}3} + R_{42}) = 1 \text{ Ом},$$

$$E_{\mathcal{E}4} = (E_{\mathcal{E}3} / R_{\mathcal{E}3}) \cdot R_{\mathcal{E}4} = 4 \text{ В}.$$

Согласно закону Ома искомый ток будет определяться как

$$I_x = \frac{E_3 + E_{\mathcal{E}4}}{R_6 + R_{\mathcal{E}4}} = \frac{10 + 4}{1 + 1} = 7 \text{ А}.$$

5) *Метод эквивалентного генератора.*

Обозначим положительное направление искомого тока I_6 . Нарисуем эквивалентную электрическую схему с эквивалентным генератором (рис. 1.10, а).

Изобразим схему режима холостого хода (рис. 1.10, б).

Напряжение холостого хода $U_{XX} = E_{\mathcal{E}}$ можно вычислить по второму закону Кирхгофа:

$$U_{XX} + R_2 I_I - R_4 I_{III} = 0;$$

$$U_{XX} = -R_2 I_I + R_4 I_{III}.$$

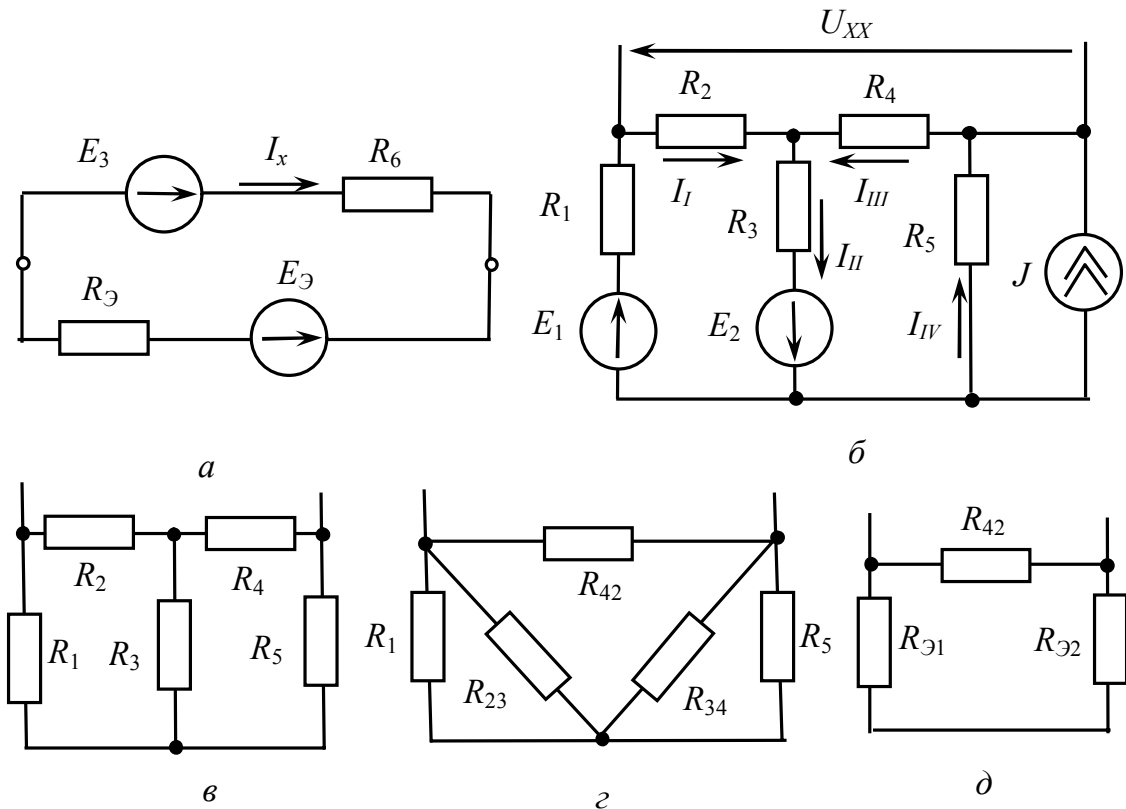


Рис. 1.10

Определим токи I_I , I_{III} по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_I - I_{II} + I_{III} = 0, \\ -I_{III} + I_{IV} = -J, \\ (R_1 + R_2)I_I + R_3I_{II} = E_1 + E_2, \\ R_3I_{II} + R_4I_{III} + R_5I_{IV} = E_2. \end{cases}$$

Решение данной системы:

$$I_I = 6 \text{ А}; I_{II} = 8 \text{ А}; I_{III} = 2 \text{ А}; I_{IV} = 0.$$

Тогда

$$E_9 = U_X = -1 \cdot 6 + 1 \cdot 2 = -4 \text{ В}.$$

Найдём сопротивление R_9 . Для этого преобразуем предыдущую схему, удалив из неё источники (рис. 1.10, в). Заменяем звезду $R_2R_3R_4$ на треугольник (рис. 1.10, г).

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_4} = 3 \text{ Ом}; \quad R_{34} = R_3 + R_4 + \frac{R_3R_4}{R_2} = 3 \text{ Ом};$$

$$R_{42} = R_4 + R_2 + \frac{R_4R_2}{R_3} = 3 \text{ Ом}.$$

Заменяем параллельное соединение R_1 и R_{23} , R_5 и R_{34} на эквивалентное (рис. 1.10, д).

$$R_{\mathcal{E}1} = \frac{R_1 R_{23}}{R_1 + R_{23}} = \frac{3}{4} \text{ Ом}; \quad R_{\mathcal{E}2} = \frac{R_5 R_{34}}{R_5 + R_{34}} = \frac{3}{4} \text{ Ом}.$$

Сопротивление эквивалентного генератора

$$R_{\mathcal{E}} = \frac{R_{42}(R_{\mathcal{E}1} + R_{\mathcal{E}2})}{R_{42} + R_{\mathcal{E}1} + R_{\mathcal{E}2}} = 1 \text{ Ом}.$$

Возвращаясь к схеме с эквивалентным генератором, искомый ток находим по закону Ома

$$I_x = \frac{E_3 - E_{\mathcal{E}}}{R_6 + R_{\mathcal{E}}} = \frac{10 - (-4)}{1 + 1} = 7 \text{ А}.$$

Вопросы для самоподготовки

1. Что такое постоянный электрический ток?
2. Что называют электродвижущей силой?
3. Почему невозможно определить электрический потенциал какой-либо одной точки электрической цепи?
4. Какое направление принято считать положительным для электрического тока (напряжения)?
5. Какие параметры являются основными для резистора, катушки индуктивности, конденсатора? Чем отличается резистор от остальных пассивных элементов?
6. Как меняется общее сопротивление последовательно соединённых резисторов при подключении нового элемента?
7. Как меняется общая проводимость параллельно соединённых резисторов при подключении нового элемента?
8. К какому виду приводится последовательное (параллельное) соединение резисторов при эквивалентных преобразованиях?
9. Как нужно соединить три резистора и выбрать отношение их сопротивлений, чтобы при питании от одного источника отношение напряжений на них было $1 : 2 : 3$?
10. Сформулируйте закон Ома в интегральной форме.
11. Сформулируйте первый закон Кирхгофа. Почему алгебраическая сумма электрических токов в узлах цепи равна нулю? Сформулируйте правило выбора знаков в уравнениях.
12. Почему число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, не может быть равно числу узлов электрической цепи?

13. Сформулируйте второй закон Кирхгофа. Сформулируйте правило выбора знаков в уравнениях.

14. Сформулируйте основные принципы, на которых основан метод контурных токов.

15. Сформулируйте основные принципы, на которых основан метод узловых потенциалов.

16. Сформулируйте основные принципы, на которых основан метод эквивалентного источника.

17. Сформулируйте основные принципы, на которых основан метод наложения.

18. К какому виду приводится последовательное (параллельное) соединение резисторов и источников ЭДС?

19. Сформулируйте правило выбора знаков ЭДС источников при эквивалентных преобразованиях последовательного и параллельного соединений.

20. Сформулируйте правило выбора знака мощности источника в балансе мощности электрической цепи.

1.3. Индивидуальные задания

Задание 1.1

Определите входное сопротивление схемы относительно зажимов 1-1' (табл. 1.1). Во всех схемах $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10$ Ом.

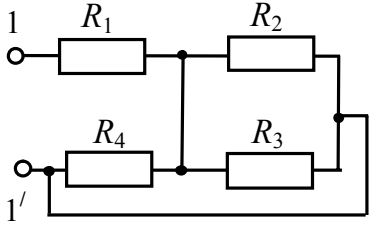
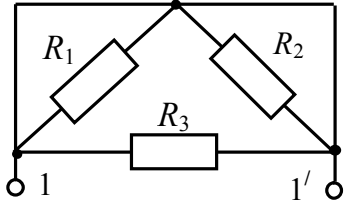
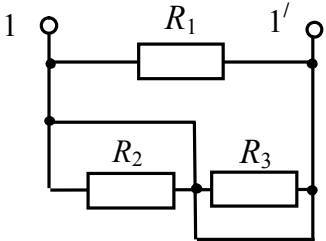
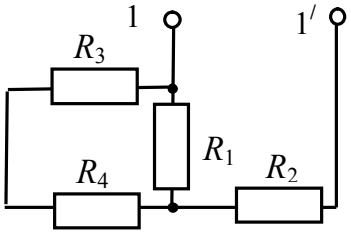
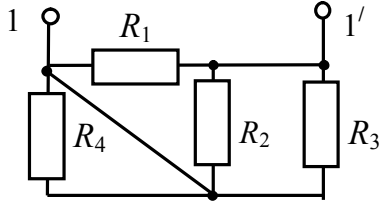
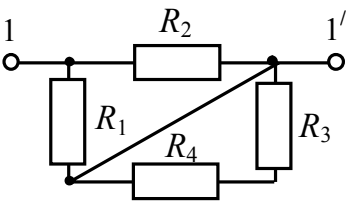
Таблица 1.1

Исходные данные к заданию 1.1

Вариант	Схема	Вариант	Схема
1	2	1	2
1		16	

1	2	1	2
2		17	
3		18	
4		19	
5		20	
6		21	
7		22	

1	2	1	2
8		23	
9		24	
10		25	
11		26	
12		27	

13		28	
14		29	
15		30	

Задание 1.2

Определите показание амперметра (рис. 1.11), используя данные табл. 1.2.

Таблица 1.2

Исходные данные к заданию 1.2

Вариант	Схема рис. 1.11	U , В	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом
1	2	3	4	5	6	7
1	1	200	20	8	12	10
2	2	100	40	20	10	20
3	3	300	60	40	30	30
4	4	250	50	25	25	30
5	5	300	60	40	20	10
6	6	200	80	40	60	40
7	1	400	40	16	24	20
8	2	200	120	60	30	40
9	3	160	100	50	100	150
10	4	180	20	30	40	50
11	5	200	60	40	60	40
12	6	220	80	60	80	60
13	1	300	100	80	100	80
14	2	350	90	40	50	40

Окончание табл. 1.2

1	2	3	4	5	6	7
15	3	360	60	70	80	90
16	4	400	80	20	40	20
17	5	420	80	20	40	20
18	6	400	80	40	20	40
19	1	600	100	120	160	180
20	2	200	180	180	180	180
21	3	250	200	200	100	100
22	4	300	300	400	50	40
23	5	350	250	100	200	100
24	6	400	100	140	200	100
25	1	450	50	60	80	90
26	2	500	90	100	120	120
27	3	150	100	120	100	120
28	4	200	80	100	100	80
29	5	250	100	80	80	100
30	6	200	200	100	300	40

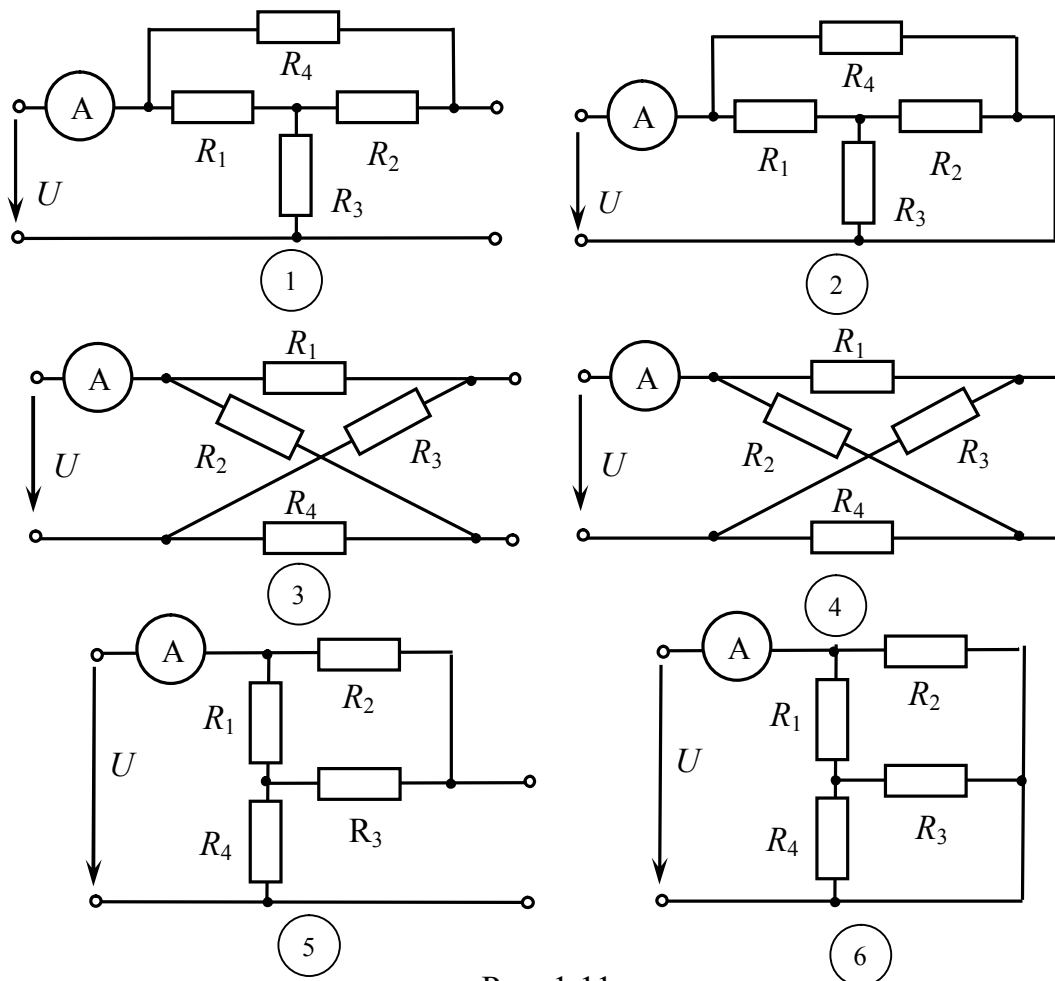


Рис. 1.11

Задание 1.3

Делитель напряжения, изображённый на рис. 1.12, нагружен на бесконечно большое сопротивление. В соответствии с заданным вариантом определите величины, указанные в табл. 1.3 знаком ?.

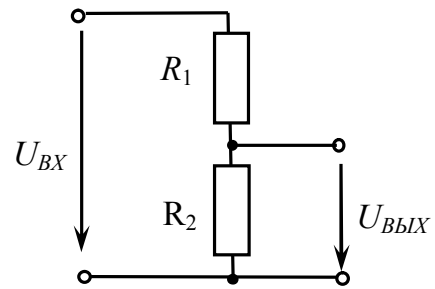


Рис. 1.12

Таблица 1.3

Исходные данные к заданию 1.3

Вариант	U_{BX} , В	U_{BVIK} , В	R_1 , кОм	R_2 , кОм	R_{BX} , кОм	Вариант	U_{BX} , В	U_{BVIK} , В	R_1 , кОм	R_2 , кОм	R_{BX} , кОм
1	120	15	?	?	60	16	75	?	10	5	?
2	60	?	25	5	?	17	?	2	?	0,5	10
3	?	25	5	5	15	18	60	10	?	?	30
4	40	?	?	0,5	10	19	?	15	32,5	7,5	?
5	?	20	40	10	?	20	100	20	?	?	50
6	220	?	?	4	16	21	?	55	12	4	16
7	120	?	?	7,5	60	22	75	?	?	5	15
8	?	25	10	5	?	23	?	10	?	5	30
9	40	2	?	?	10	24	40	?	9,5	0,5	?
10	100	?	40	10	?	25	?	15	?	7,5	60
11	60	?	?	5	30	26	220	?	12	4	?
12	220	55	?	?	16	27	75	25	?	?	15
13	120	?	52,5	7,5	?	28	?	10	25	5	?
14	?	55	?	4	16	29	?	20	?	10	50
15	100	?	?	10	50	30	?	2	9,5	0,5	?

Задание 1.4

На рис. 1.13 показана структура схемы электрической цепи. Для выполнения задания необходимо заменить условные элементы схемы 1 – 8 резистивными элементами и источниками ЭДС согласно табл. 1.4 в соответствии с вариантом. Отсутствующий в таблице элемент на схеме за-

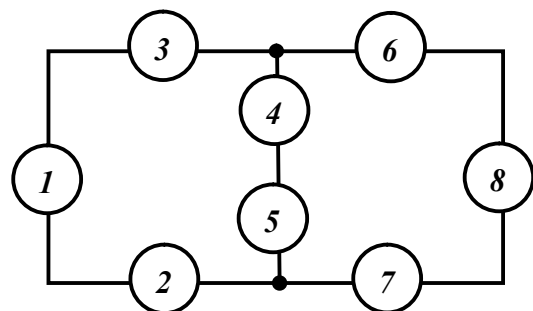


Рис. 1.13

меняется переключкой. Направление действия ЭДС источников выбирается произвольно. Рассчитать значения всех неизвестных токов, используя:

- 1) законы Кирхгофа;
- 2) метод эквивалентных преобразований;
- 3) метод контурных токов;
- 4) метод узловых потенциалов;
- 5) метод эквивалентного генератора.

Показать, что баланс мощностей имеет место.

Таблица 1.4

Исходные данные к заданию 1.4

Вариант	Номера элементов структурной схемы							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	47 В	3	2	1	3	1	1	1
2	4	19 В	1	2	2	–	2	–
3	1	2	–	31 В	5	1	–	1
4	–	1	2	–	1	3	2	23 В
5	17 В	4	1	1	–	–	1	1
6	2	–	1	5	47 В	1	1	2
7	3	1	–	–	5	38 В	1	1
8	2	3	31 В	2	–	1	–	2
9	–	1	–	5	23 В	2	1	–
10	1	1	–	–	1	4	17 В	1
11	2	2	1	2	2	2	47 В	1
12	19 В	4	1	2	–	3	–	1
13	1	3	1	3	31 В	–	–	2
14	–	1	–	1	4	23 В	2	1
15	1	17 В	–	–	2	1	3	1
16	1	47 В	2	3	1	1	3	1
17	3	1	1	4	38 В	2	–	–
18	–	2	–	1	4	1	2	31 В
19	23 В	1	2	3	2	–	1	–
20	1	–	17 В	4	1	2	–	–
21	2	1	–	47 В	4	2	–	3
22	–	2	–	2	3	1	3	38 В
23	1	1	31 В	4	1	2	1	–
24	3	1	1	23 В	1	3	–	–
25	1	–	–	3	2	17 В	–	2
26	2	1	2	3	–	3	1	47 В
27	2	–	38 В	2	3	1	1	2
29	–	3	–	3	2	1	–	23 В
30	17 В	1	1	4	1	–	1	–

Задание 1.5

На рис. 1.14 показаны два варианта структур схем электрической цепи. Для выполнения задания необходимо заменить условные элементы схем 1-6 резистивными элементами и источниками согласно табл. 1.5 в соответствии с вариантом. Индексы значений токов и ЭДС источников в таблице соответствуют номерам элементов структурных схем, а направление их действия – направлению стрелок.

Рассчитать значения всех неизвестных токов, используя:

- 1) законы Кирхгофа;
- 2) метод контурных токов;
- 3) метод узловых потенциалов.

Рассчитать ток любой ветви, не содержащей источник тока:

- 1) методом эквивалентных преобразований;
- 2) методом эквивалентного генератора.

Показать, что баланс мощностей имеет место.

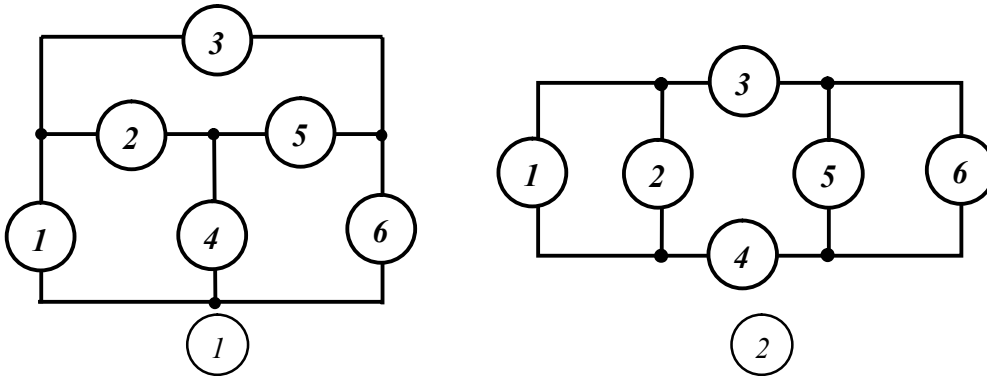


Рис. 1.14

Таблица 1.5

Исходные данные к заданию 1.5

Вариант	Схема рис. 1.14	Параметры источников энергии: $J, A; E, B$			Параметры резисторов, Ом					
					1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	$\uparrow J_1 = 0,1$	$\rightarrow E_3 = 11$	$\uparrow E_4 = 29$	-	8	5	6	2	9
2	1	$\downarrow J_6 = 0,15$	$\rightarrow E_3 = 12$	$\leftarrow E_2 = 28$	6	8	7	4	1	-
3	2	$\downarrow J_1 = 0,2$	$\rightarrow E_3 = 13$	$\downarrow E_5 = 27$	-	9	4	4	3	2
4	2	$\uparrow J_6 = 0,25$	$\downarrow E_1 = 14$	$\leftarrow E_3 = 26$	6	5	3	1	2	-
5	1	$\leftarrow J_3 = 0,3$	$\leftarrow E_5 = 15$	$\downarrow E_1 = 25$	5	1	-	3	3	9
6	1	$\uparrow J_6 = 0,35$	$\uparrow E_1 = 16$	$\leftarrow E_3 = 24$	3	4	7	5	7	-
7	2	$\downarrow J_2 = 0,4$	$\leftarrow E_4 = 17$	$\downarrow E_6 = 23$	1	-	1	4	2	3

Окончание табл. 1.5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
8	2	$\uparrow J_1 = 0,45$	$\leftarrow E_3 = 18$	$\uparrow E_5 = 22$	–	5	7	1	8	4
9	1	$\uparrow J_6 = 0,5$	$\leftarrow E_5 = 19$	$\uparrow E_1 = 21$	5	4	7	2	9	–
10	1	$\rightarrow J_3 = 0,55$	$\uparrow E_1 = 20$	$\uparrow E_4 = 20$	9	5	–	5	4	1
11	2	$\downarrow J_1 = 0,6$	$\leftarrow E_4 = 21$	$\downarrow E_6 = 19$	–	2	9	3	9	8
12	1	$\downarrow J_6 = 0,65$	$\downarrow E_4 = 22$	$\rightarrow E_3 = 18$	6	9	3	8	2	–
13	2	$\uparrow J_5 = 0,7$	$\downarrow E_1 = 23$	$\rightarrow E_4 = 17$	9	6	8	5	–	5
14	1	$\downarrow J_6 = 0,5$	$\leftarrow E_3 = 24$	$\uparrow E_1 = 16$	2	6	7	5	9	–
15	2	$\uparrow J_6 = 0,8$	$\uparrow E_2 = 25$	$\rightarrow E_4 = 15$	5	7	1	2	4	–
16	1	$\rightarrow J_3 = 0,85$	$\downarrow E_1 = 26$	$\leftarrow E_5 = 14$	8	6	–	9	5	4
17	1	$\uparrow J_1 = 0,9$	$\rightarrow E_3 = 27$	$\uparrow E_4 = 13$	–	3	4	8	5	6
18	2	$\uparrow J_2 = 0,95$	$\leftarrow E_3 = 28$	$\uparrow E_6 = 12$	7	–	5	4	3	5
19	2	$\uparrow J_5 = 1$	$\rightarrow E_4 = 29$	$\downarrow E_6 = 11$	8	4	8	5	–	2
20	1	$\uparrow J_6 = 1,1$	$\downarrow E_4 = 30$	$\leftarrow E_3 = 10$	6	7	4	6	1	–
21	1	$\uparrow J_1 = 1,2$	$\uparrow E_4 = 31$	$\rightarrow E_3 = 10,5$	–	5	1	4	8	3
22	2	$\uparrow J_6 = 1,3$	$\uparrow E_2 = 32$	$\leftarrow E_4 = 11,5$	8	9	7	5	8	–
23	2	$\uparrow J_5 = 1,4$	$\downarrow E_2 = 33$	$\rightarrow E_3 = 12,5$	4	3	4	9	–	6
24	1	$\downarrow J_1 = 1,5$	$\rightarrow E_3 = 34$	$\leftarrow E_5 = 13,5$	–	8	4	7	4	6
25	1	$\uparrow J_6 = 1,6$	$\leftarrow E_2 = 35$	$\rightarrow E_3 = 14,5$	6	5	8	3	2	–
26	2	$\downarrow J_2 = 1,7$	$\leftarrow E_3 = 36$	$\downarrow E_5 = 15,5$	3	–	1	3	9	2
27	1	$\downarrow J_1 = 1,8$	$\leftarrow E_2 = 37$	$\leftarrow E_3 = 16,5$	–	2	8	6	5	7
28	2	$\downarrow J_5 = 1,9$	$\rightarrow E_4 = 38$	$\uparrow E_1 = 17,5$	5	3	6	2	–	2
29	1	$\uparrow J_1 = 2$	$\leftarrow E_3 = 39$	$\rightarrow E_5 = 18,5$	–	5	4	1	3	7
30	1	$\downarrow J_1 = 2,1$	$\leftarrow E_3 = 40$	$\uparrow E_6 = 19$	–	2	6	7	4	8

2. РАСЧЁТ ОДНОФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

2.1. Методические рекомендации по выполнению заданий

2.1.1. Способы представления синусоидальных величин

Мгновенное значение величины, синусоидально изменяющейся с течением времени,

$$a(t) = A_m \sin(\omega t + \psi_a),$$

где A_m – максимальное значение или амплитуда; $(\omega t + \psi_a)$ – фаза; ψ_a – начальная фаза; ω – угловая частота, рад/с.

Период T (с), угловая частота ω и частота f (Гц) связаны соотношением

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}; \quad f = \frac{1}{T}.$$

Аналитическое представление синусоидальных функций неудобно при расчётах, т.к. приводит к громоздким тригонометрическим выражениям. Поэтому при анализе цепей переменного тока эти функции представляют в виде векторов, что позволяет перейти от тригонометрических к алгебраическим выражениям и, кроме того, получить наглядное представление о количественных и фазовых соотношениях величин.

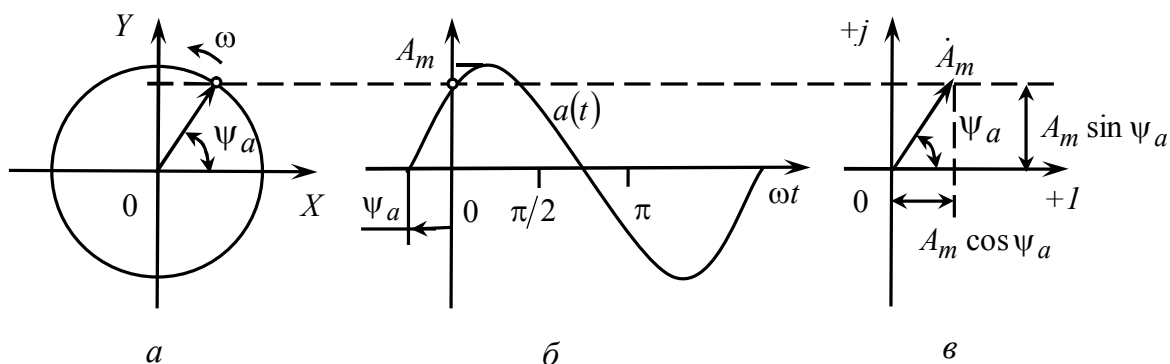


Рис. 2.1

Произвольная синусоидальная функция времени (рис. 2.1, б) соответствует проекции на ось ОУ вектора с модулем, равным A_m , вращающегося на плоскости ХОУ с постоянной угловой скоростью ω из начального положения, составляющего угол ψ_a с осью ОХ (рис. 2.1, а). Если таким же образом на плоскости изобразить несколько векто-

ров, соответствующих разным синусоидальным функциям, имеющих одинаковую частоту, то они будут вращаться совместно, не меняя взаимного положения, которое определяется только начальной фазой этих функций. Поэтому при анализе цепей, в которых все функции имеют одинаковую частоту, её можно исключить из параметров, ограничившись амплитудой и начальной фазой. В этом случае векторы, изображающие синусоидальные функции, будут неподвижными (рис. 2.1, в).

Метод представления синусоидальных функций времени изображениями в виде векторов на комплексной плоскости (см. рис. 2.1, в) называется символическим методом, или методом комплексных амплитуд.

Комплексное число, соответствующее точке, в которой лежит конец вектора \bar{A}_m , может быть записано в следующих формах:

- алгебраической $\dot{A}_m = p + jq = A_m(\cos \psi_a + j \sin \psi_a)$;
- показательной $\dot{A}_m = A_m e^{j\psi_a}$ (в соответствии с формулой Эйлера $\cos \psi_a + j \sin \psi_a = e^{j\psi_a}$).

Здесь p – вещественная часть комплексного числа \dot{A}_m ,
 $p = A_m \cos \psi_a = \text{Re}[\dot{A}_m]$; q – мнимая часть комплексного числа \dot{A}_m ,
 $q = A_m \sin \psi_a = \text{Im}[\dot{A}_m]$; A_m – модуль комплексного числа \dot{A}_m ,
 $A_m = \sqrt{p^2 + q^2}$; ψ_a – угол или аргумент комплексного числа

$$\psi_a = \begin{cases} \arctg \frac{q}{p}, & \text{при } p > 0, \\ \arctg \frac{q}{p} + 180^\circ, & \text{при } p < 0; \end{cases}$$

$j = \sqrt{-1} = e^{j\frac{\pi}{2}}$ – мнимая единица или оператор поворота на угол $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$.

Комплексное число \dot{A}_m , модуль которого равен амплитуде синусоидальной функции, называется **комплексной амплитудой**. Но амплитуда и действующее значение синусоидальной функции связаны соотношением $A = A_m / \sqrt{2}$, поэтому расчёт можно вести сразу для действующих значений, если использовать комплексные числа с соответствующим модулем $\dot{A} = \dot{A}_m / \sqrt{2}$. Число \dot{A} называется **ком-**

плексным действующим значением или просто комплексным значением. Применительно к ЭДС, напряжению и току такие комплексные величины ($\dot{E}, \dot{U}, \dot{I}$) называют просто комплексной ЭДС, комплексным напряжением и комплексным током.

Комплексное число $A = p - jq = Ae^{-j\psi a}$ называется сопряжённым числу $\dot{A} = p + jq = Ae^{j\psi a}$.

2.1.2. Пассивный элемент электрической цепи

Параметром пассивного элемента цепи синусоидального тока (рис. 2.2) является **комплексное сопротивление** $\underline{Z} = Ze^{j\varphi}$ – комплексное число, равное отношению комплексного напряжения на зажимах данного элемента к комплексному току этого элемента,

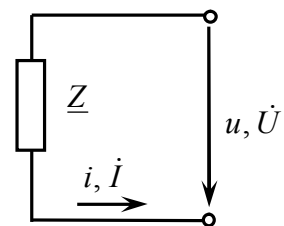


Рис. 2.2

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + jX = Ze^{j\varphi},$$

где R – вещественная часть комплексного сопротивления \underline{Z} , или активное сопротивление; X – мнимая часть \underline{Z} , или реактивное сопротивление цепи, составленное из индуктивного $X_L = \omega L$ и ёмкостного $X_C = 1/\omega C$ сопротивлений, $X = X_L - X_C$; Z – модуль комплексного сопротивления, или полное сопротивление, $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$; φ – аргумент \underline{Z} , равный углу сдвига фаз между током и напряжением ($\varphi = \psi_u - \psi_i$), $\varphi = \arctg \frac{X}{R}$.

Отношение комплексного тока в данной цепи к комплексному напряжению на её зажимах называется **комплексной проводимостью** электрической цепи

$$\underline{Y} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = G - jB = Ye^{-j\varphi} = \frac{1}{\underline{Z}},$$

где G – активная проводимость; B – реактивная проводимость, $B = B_L - B_C$; Y – полная проводимость, $Y = \sqrt{G^2 + B^2}$; $\varphi = \arctg \frac{B}{G}$.

Таким образом, от комплексного сопротивления \underline{Z} можно всегда перейти к комплексной проводимости \underline{Y} , пользуясь соотношениями

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{G}{Y^2}; \quad X = \frac{B}{G^2 + B^2} = \frac{B}{Y^2};$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2}; \quad B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2}.$$

Закон Ома для участка цепи синусоидального тока имеет вид

$$\dot{U} = \dot{I} \cdot \underline{Z} = \dot{I} / \underline{Y}.$$

2.1.3. Законы Кирхгофа

Для записи уравнений на основании законов Кирхгофа необходимо выбрать положительные направления для всех токов и обозначить их на схеме.

Первый закон Кирхгофа в комплексной форме в применении к узлу электрической цепи имеет вид

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0.$$

При записи этого уравнения токи, направленные к узлу, следует записать со знаком плюс, а направленные от узла – со знаком минус (или наоборот).

Второй закон Кирхгофа применяется к замкнутому контуру цепи и имеет вид

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k \underline{Z}_k = \sum_{p=1}^m \dot{E}_p,$$

где $\sum_{p=1}^m \dot{E}_p$ – алгебраическая сумма комплексных ЭДС источников напряжения. Со знаком плюс записываются те из них, положительные направления которых совпадают с выбранным направлением обхода контура; ЭДС, имеющие направления, противоположные обходу контура, записываются со знаком минус; $\sum_{k=1}^n \dot{I}_k \underline{Z}_k$ – падения напряжений на комплексных сопротивлениях \underline{Z}_k отдельных участков. Со знаком минус берутся те, для которых направление тока противоположно направлению обхода контура.

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа следует выбирать независимые контуры, не содержащие источников тока.

2.1.4. Последовательное и параллельное соединение сопротивлений

При последовательном соединении участков цепи комплексное эквивалентное сопротивление равно сумме комплексных сопротивлений отдельных участков

$$\underline{Z} = \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k .$$

При параллельном соединении ветвей комплексная эквивалентная проводимость равна сумме комплексных проводимостей ветвей

$$\underline{Y} = \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k .$$

В частном случае двух параллельно соединённых сопротивлений \underline{Z}_1 и \underline{Z}_2 эквивалентное комплексное сопротивление

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} .$$

Комплексные токи, протекающие в каждой из двух параллельных ветвей, могут быть рассчитаны через комплексный ток \dot{i} в неразветвлённой части цепи и комплексные сопротивления ветвей по формулам

$$\dot{i}_1 = \dot{i} \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} ; \quad \dot{i}_2 = \dot{i} \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} .$$

2.1.5. Комплексная мощность. Баланс мощностей

Комплексная мощность в цепи синусоидального тока определяется по формуле

$$\underline{S} = \dot{U} \dot{I}^* = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ = Se^{j\varphi} ,$$

где S – полная мощность, $S = UI$; P – активная мощность, $P = \operatorname{Re}[\underline{S}] = UI \cos \varphi$; Q – реактивная мощность, $Q = \operatorname{Im}[\underline{S}] = UI \sin \varphi$;

\dot{I}^* – сопряжённый комплекс тока; φ – угол сдвига фазы между током и напряжением.

Баланс мощностей имеет вид

$$\sum_{p=1}^m \dot{E}_p I_p^* = \sum_{k=1}^n [I_k^2 R_k + jI_k^2 (X_{Lk} - X_{Ck})].$$

Здесь $\sum_{p=1}^m \dot{E}_p I_p^* = \underline{S}$ – алгебраическая мощность всех источников ЭДС; положительны те из слагаемых, для которых направление действия ЭДС \dot{E}_p и соответствующего тока I_p через ЭДС совпадают, в противном случае слагаемое отрицательно; $\sum_{k=1}^n I_k^2 R_k = P$ – алгебраическая сумма мощностей на активных сопротивлениях (здесь должны быть учтены как внешние сопротивления, так и сопротивления самих источников энергии); $\sum_{k=1}^n I_k^2 X_{Lk} - \sum_{k=1}^n I_k^2 X_{Ck} = Q$ – алгебраическая сумма мощностей на реактивных сопротивлениях.

2.1.6. Методы расчёта цепей переменного тока

При расчёте цепей переменного тока посредством комплексных чисел остаются справедливыми все методы расчёта, применяемые для цепей постоянного тока. При этом во всех уравнениях ЭДС, напряжения, токи, сопротивления и проводимости должны быть записаны в комплексной форме.

2.1.7. Учёт взаимно индуктивных связей при решении задач анализа электрических цепей

Элементы электрической цепи могут располагаться в пространстве таким образом, что создаваемые ими магнитные потоки будут частично сцепляться с контурами протекания тока других элементов. Так при протекании в обмотке первой катушки тока i_1 часть её магнитного потока образует потокосцепление со второй катушкой Ψ_{21} . Величина потокосцепления Ψ_{21} определяется током в первой катушке и коэффициентом взаимной индукции или взаимной индуктивностью M_{21} , зависящим от магнитных свойств среды, геометрии катушек и их взаимного положения в пространстве

$$\Psi_{21} = M_{21} i_1.$$

При протекании тока по второй катушке будет создаваться потокосцепление с первой

$$\Psi_{12} = M_{12}i_2.$$

В соответствии с теорией электромагнитного поля

$$M_{12} = M_{21} = M.$$

Таким образом, полное потокосцепление каждой катушки будет состоять из собственного потокосцепления и потокосцепления, создаваемого другой катушкой. Причём магнитные потоки катушек могут иметь одинаковые или встречные направления. Взаимное направление потоков зависит от направления намотки витков катушек и направления протекания тока в них. Если магнитные потоки катушек направлены одинаково, то составляющие потокосцепления суммируются и такое включение называется **согласным**. В противном случае оно называется **встречным**. Полные потокосцепления катушек

$$\Psi_1 = \Psi_{11} \pm \Psi_{12}; \quad \Psi_2 = \Psi_{22} \pm \Psi_{21},$$

где $\Psi_{11} = L_1i_1$ и $\Psi_{22} = L_2i_2$ – потокосцепления, создаваемые собственным током катушек. Положительный знак соответствует согласному включению катушек. Для определения взаимного направления потоков на схемах замещения условные начала обмоток помечают точкой (рис. 2.3).

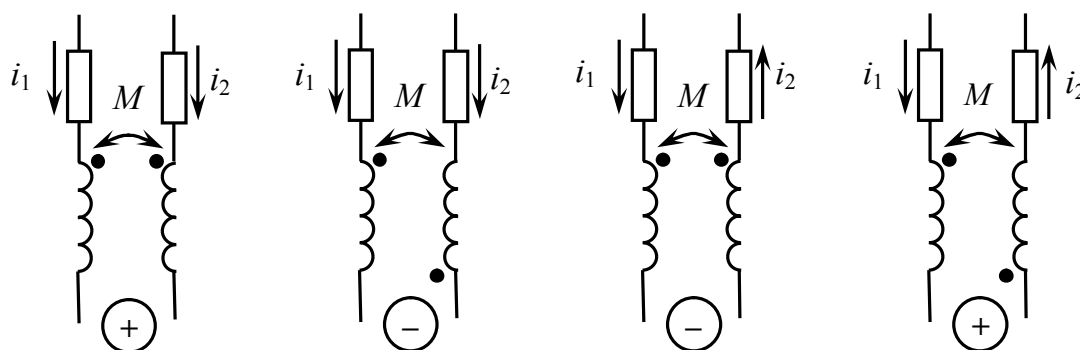


Рис. 2.3

Если в обеих катушках положительные направления токов одинаково ориентированы по отношению к началам обмоток, то потоки направлены согласно.

Падения напряжений на индуктивных элементах катушек

$$\dot{U}_{L1} = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2; \quad \dot{U}_{L2} = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1.$$

Степень магнитной связи характеризуется **коэффициентом связи**

$$k = \sqrt{\frac{\Psi_{12}\Psi_{21}}{\Psi_1\Psi_2}} = \sqrt{\frac{M^2}{L_1L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1L_2}} < 1.$$

Коэффициент связи катушек всегда меньше единицы, т.к. $\Psi_{12} < \Psi_{22}$ и $\Psi_{21} < \Psi_{11}$. Равенство единице возможно только, если собственные и взаимные потокоцепления равны друг другу, но это невозможно в принципе, т.к. всегда существуют потоки рассеяния, т.е. потоки, сцепляющиеся только с одной обмоткой и не охватывающие контур другой.

Рассмотрим задачу анализа электрической цепи с индуктивно связанными элементами на примере последовательного соединения двух катушек (рис.2.4, а).

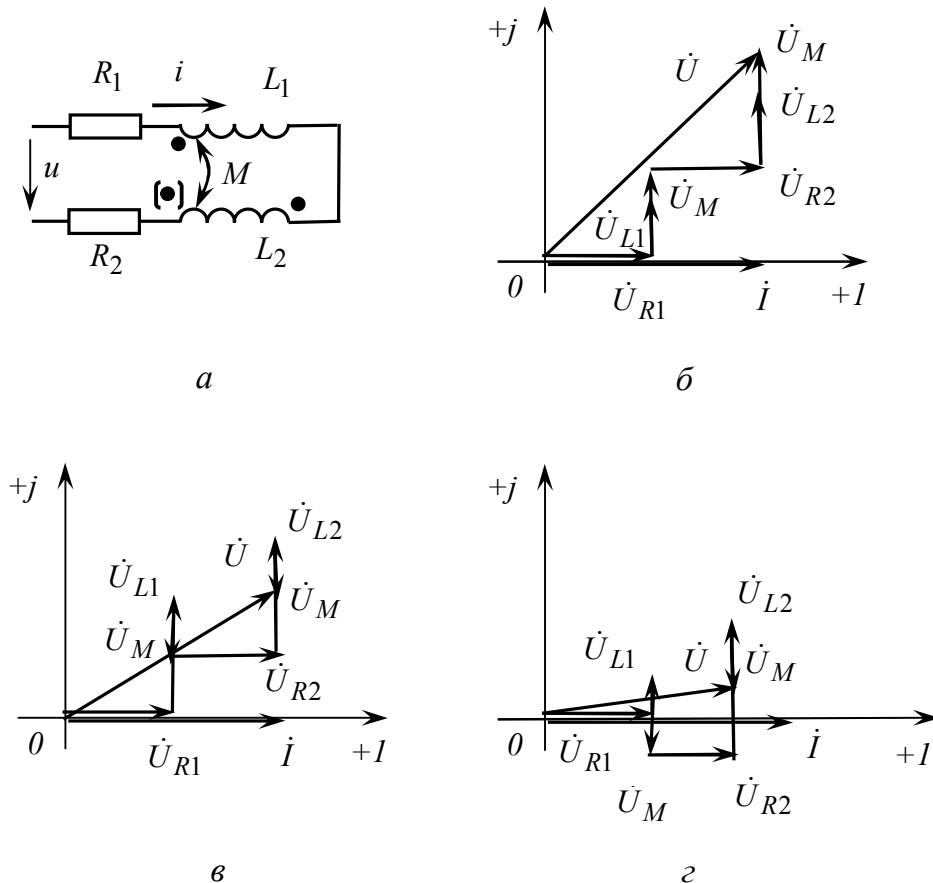


Рис. 2.4

По второму закону Кирхгофа с учётом того, что в обеих катушках протекает одинаковый ток, для контура цепи можно составить уравнение

$$\begin{aligned}
\dot{U} &= \dot{U}_{R1} + \dot{U}_{L1} \pm \dot{U}_M \pm \dot{U}_M + \dot{U}_{L2} + \dot{U}_{R2} = \\
&= R_1 \dot{I} + j\omega L_1 \dot{I} \pm j2\omega M \dot{I} + j\omega L_2 \dot{I} + R_2 \dot{I} = \\
&= [(R_1 + R_2) + j\omega(L_1 + L_2 \pm 2M)] \dot{I} = [(R_1 + R_2) + j(X_{L1} + X_{L2} \pm 2X_M)] \dot{I} = \\
&= (R + jX) \dot{I},
\end{aligned}$$

где $j\omega M = jX_M$ – комплексное сопротивление взаимной индуктивности. Взаимная индуктивность катушек при согласном включении увеличивает реактивное сопротивление цепи, а при встречном – уменьшает.

На рис. 2.4 представлены векторные диаграммы для согласного (б) и встречного включения (в, г). Если индуктивность одной из катушек меньше взаимной индуктивности, то при встречном включении у неё наблюдается «ёмкостный» эффект (рис. 2.4, г), когда напряжение отстаёт по фазе от тока, протекающего через катушку. Но в целом реактивное сопротивление цепи имеет индуктивный характер, т.к. эквивалентная индуктивность $L = L_1 + L_2 - 2M > 0$ и ток отстаёт по фазе от напряжения.

Для маркировки выводов катушек, начал обмоток или концов достаточно произвести два измерения тока при разных включениях и одинаковом напряжении питания. Меньший ток будет соответствовать согласному включению.

2.2. Пример расчёта однофазной цепи синусоидального тока

Пример 2.1

Рассмотрим расчёт цепи с последовательным соединением резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов (рис. 2.5).

Дано:

$$u_{RC}(t) = 22,64 \sin(100t - 82^\circ) \text{ В};$$

$$R = 4 \text{ Ом}; \quad L = 70 \text{ мГн};$$

$$C = 2500 \text{ мкФ}.$$

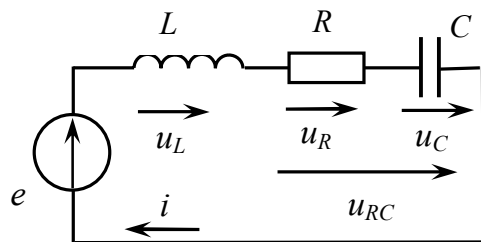


Рис. 2.5

Найти: неизвестные токи, напряжения, проверить соблюдение баланса мощностей.

Решение.

Определяем реактивные сопротивления элементов цепи и представляем их, а также заданное мгновенное значение $u_{RC}(t)$ комплексными числами

$$\begin{aligned}X_L &= \omega L = 100 \cdot 70 \cdot 10^{-3} = 7 \text{ Ом}, & jX_L &= j7 = 7e^{j90^\circ} \text{ Ом}; \\X_C &= 1/\omega C = 10^6 / (100 \cdot 2500) = 4 \text{ Ом}, & -jX_C &= -j4 = 4e^{-j90^\circ} \text{ Ом}; \\u_{RC}(t) &= 22,64 \sin(100t - 82^\circ) \text{ В}; & \dot{U}_{mRC} &= 22,64e^{-j82^\circ} \text{ В}.\end{aligned}$$

Зная напряжение \dot{U}_{mRC} , найдём амплитуду тока \dot{I}_m , используя закон Ома для участка с сопротивлением \underline{Z}_{RC} :

$$\begin{aligned}\underline{Z}_{RC} &= R - jX_C = 4 - j4 = 4\sqrt{2}e^{-j45^\circ} = 5,65e^{-j45^\circ} \text{ Ом}; \\ \dot{I}_m &= \frac{\dot{U}_{mRC}}{\underline{Z}_{RC}} = \frac{22,64e^{-j82^\circ}}{5,65e^{-j45^\circ}} = 4e^{-j37^\circ} \text{ А}.\end{aligned}$$

Все элементы цепи соединены последовательно, поэтому через них течёт одинаковый ток. Найдём напряжения на элементах:

$$\begin{aligned}\dot{U}_{mR} &= R\dot{I}_m = 4 \cdot 4e^{-j37^\circ} = 16e^{-j37^\circ} \text{ В}; \\ \dot{U}_{mC} &= -jX_C\dot{I}_m = 4e^{-j90^\circ} \cdot 4e^{-j37^\circ} = 16e^{-j127^\circ} \text{ В}; \\ \dot{U}_{mL} &= jX_L\dot{I}_m = 7e^{j90^\circ} \cdot 4e^{-j37^\circ} = 28e^{j53^\circ} \text{ В}.\end{aligned}$$

ЭДС \dot{E}_m определим через ток \dot{I}_m и общее сопротивление \underline{Z} :

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= R + j(X_L - X_C) = 4 + j3 = 5e^{j36,86^\circ} \text{ Ом}; \\ \dot{E}_m &= \underline{Z}\dot{I}_m = 5e^{j36,86^\circ} \cdot 4e^{-j37^\circ} \approx 20 \text{ В}.\end{aligned}$$

К аналогичному результату можно прийти, используя при решении второй закон Кирхгофа

$$\begin{aligned}\dot{E}_m &= \dot{U}_{mRC} + \dot{U}_{mL} = 22,64e^{-j82^\circ} + 28e^{j53^\circ} = \\ &= 3,15 - j22,42 + 16,85 + j22,36 = 20 - j0,06 \approx 20 \text{ В}.\end{aligned}$$

Мгновенные значения токов и напряжений:

$$\begin{aligned}i &= 4 \sin(100t - 37^\circ) \text{ А}; \\ u_R &= 16 \sin(100t - 37^\circ) \text{ В}; \\ u_C &= 16 \sin(100t - 127^\circ) \text{ В}; \\ u_L &= 28 \sin(100t + 53^\circ) \text{ В}; \\ e &= 20 \sin 100t \text{ В}.\end{aligned}$$

Рассчитаем действующие значения токов и напряжений:

$$I = I_m / \sqrt{2} = 4 / \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ А};$$

$$U_R = U_{mR} / \sqrt{2} = 16 / \sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ В};$$

$$U_C = U_{mC} / \sqrt{2} = 16 / \sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ В};$$

$$U_L = U_{mL} / \sqrt{2} = 28 / \sqrt{2} = 14\sqrt{2} \text{ В};$$

$$E = E_m / \sqrt{2} = 20 / \sqrt{2} = 10\sqrt{2} \text{ В}.$$

Активную или среднюю мощность, потребляемую цепью, можно рассчитать с учётом действующего значения тока

$$P = I^2 R = (2\sqrt{2})^2 \cdot 4 = 32 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность, запасаемая цепью,

$$Q = I^2 X_L - I^2 X_C = \\ = 8 \cdot 7 - 8 \cdot 4 = 24 \text{ вар}.$$

Баланс электрических мощностей определим из формулы для комплексной мощности

$$\underline{S} = \dot{E} I^* = 10\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} e^{j37^\circ} = \\ = 40 \cos 37^\circ + j40 \sin 37^\circ = \\ = 32 + j24 = P + jQ \text{ В} \cdot \text{А},$$

где $I^* = I_m^* / \sqrt{2}$ – комплексно сопряжённое действующее значение тока.

Векторная диаграмма, которая соответствует расчётным значениям, приведена на рис. 2.6.

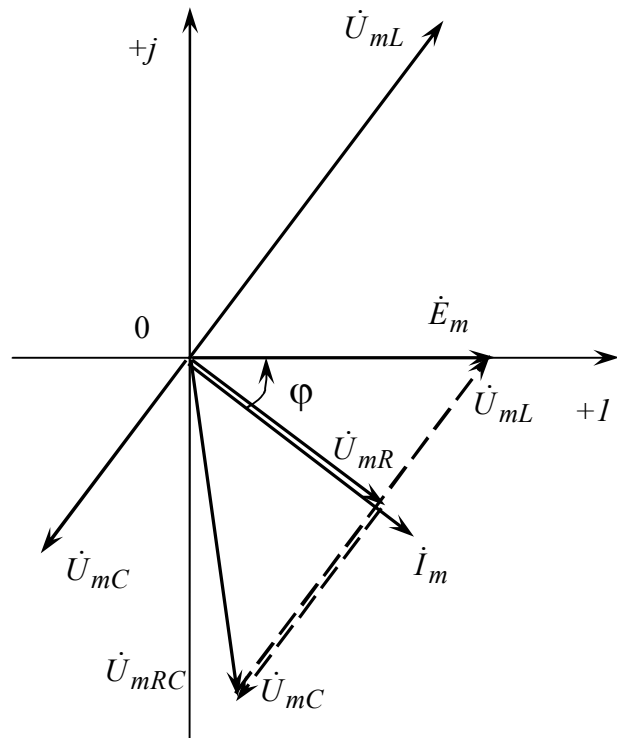


Рис. 2.6

Пример 2.2

Рассмотрим расчёт разветвленной цепи (рис. 2.7).

Дано: $u_{ab}(t) = 10 \sin(100t - 90^\circ) \text{ В}; R = 1 \text{ Ом}; L = 0,01 \text{ Гн};$

$C = 0,01 \text{ Ф}.$

Найти: неизвестные токи, напряжения, проверить соблюдение баланса мощностей.

Решение.

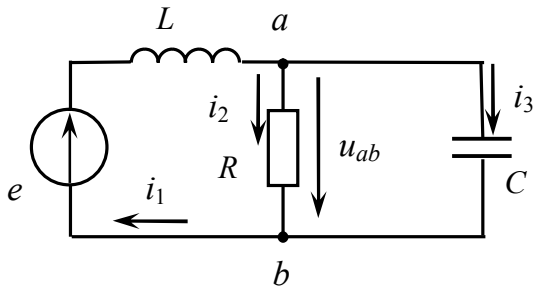


Рис. 2.7

Представляем сопротивления элементов и мгновенное значение $u_{ab}(t)$ комплексными числами.

$$X_L = \omega L = 100 \cdot 0,01 = 1 \text{ Ом};$$

$$jX_L = j1 = e^{j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$X_C = 1/\omega C = 1/100 \cdot 0,01 = 1 \text{ Ом};$$

$$-jX_C = -j1 = e^{-j90^\circ} \text{ Ом};$$

$$u_{ab}(t) = 10 \sin(100t - 90^\circ) \text{ В}; \quad \dot{U}_{mab} = 10e^{-j90^\circ} \text{ В.}$$

Поскольку нам известно напряжение \dot{U}_{mab} , найдём ток \dot{I}_{m1} через сопротивление \underline{Z}_{ab} .

$$\underline{Z}_{ab} = \frac{R \cdot (-jX_C)}{R - jX_C} = \frac{-j1}{1 - j1} = \frac{e^{-j90^\circ}}{\sqrt{2}e^{-j45^\circ}} = 0,707e^{-j45^\circ} \text{ Ом.}$$

$$\dot{I}_{m1} = \frac{\dot{U}_{mab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{10e^{-j90^\circ}}{0,707e^{-j45^\circ}} = 14,14e^{-j45^\circ} \text{ А.}$$

Учитывая, что $\dot{U}_{mab} = \dot{U}_{mR} = U_{mC}$, найдём токи через R и C .

$$\dot{I}_{m2} = \dot{U}_{mab}/R = 10e^{-j90^\circ}/1 = 10e^{-j90^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{m3} = \dot{U}_{mab}/-jX_C = 10e^{-j90^\circ}/1e^{-j90^\circ} = 10 \text{ А.}$$

ЭДС определим через ток \dot{I}_{m1} , вычислив эквивалентное сопротивление цепи,

$$\underline{Z}_{\Sigma} = \underline{Z}_{ab} + jX_L = \frac{-j}{1-j} + j = \frac{-j + j + 1}{1-j} = \frac{1}{\sqrt{2}e^{-j45^\circ}} = 0,707e^{j45^\circ} \text{ Ом};$$

$$\dot{E}_m = \dot{I}_{m1} \underline{Z}_{\Sigma} = 14,14e^{-j45^\circ} \cdot 0,707e^{j45^\circ} = 10 \text{ В.}$$

Напряжение на индуктивном элементе \dot{U}_{mL} также находится через ток \dot{I}_{m1} .

$$\dot{U}_{mL} = \dot{I}_{m1} \cdot jX_L = 14,14e^{-j45^\circ} \cdot e^{j90^\circ} = 14,14e^{j45^\circ} \text{ В.}$$

Мгновенные значения токов и напряжений

$$i_1(t) = 14,14 \sin(100t - 45^\circ) \text{ А};$$

$$i_2(t) = 10 \sin(100t - 90^\circ) \text{ А};$$

$$i_3(t) = 10 \sin 100t \text{ A};$$

$$u_R(t) = u_C(t) = 10 \sin(100t - 90^\circ) \text{ В};$$

$$u_L(t) = 14,14 \sin(100t + 45^\circ) \text{ В};$$

$$e(t) = 10 \sin 100t \text{ В}.$$

Рассчитаем действующие значения токов и напряжений:

$$I_1 = I_{m1} / \sqrt{2} = 14,14 / \sqrt{2} = 10 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{m2} / \sqrt{2} = 10 / \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ A};$$

$$I_3 = I_{m3} / \sqrt{2} = 10 / \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ A};$$

$$U_R = U_C = U_{mab} / \sqrt{2} = 10 / \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ В};$$

$$U_L = U_{mL} / \sqrt{2} = 14,14 / \sqrt{2} = 10 \text{ В};$$

$$E = E_m / \sqrt{2} = 10 / \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ В}.$$

Векторную диаграмму предпочтительно строить в такой последовательности:

- за базовый вектор принимают вектор \bar{U}_{mab} ;
- вектор \bar{I}_{m2} образует с вектором \bar{U}_{mab} нулевой угол;
- вектор \bar{I}_{m3} образует с вектором \bar{U}_{mab} угол -90° ;
- вектор \bar{I}_{m1} определяется геометрической суммой векторов \bar{I}_{m2} и \bar{I}_{m3} ;
- вектор \bar{U}_{mL} опережает вектор \bar{I}_{m1} на 90° ;
- если вектор \bar{U}_{mab} перенести в конец вектора \bar{U}_{mL} , то сумма этих векторов должна дать вектор \bar{E}_m .

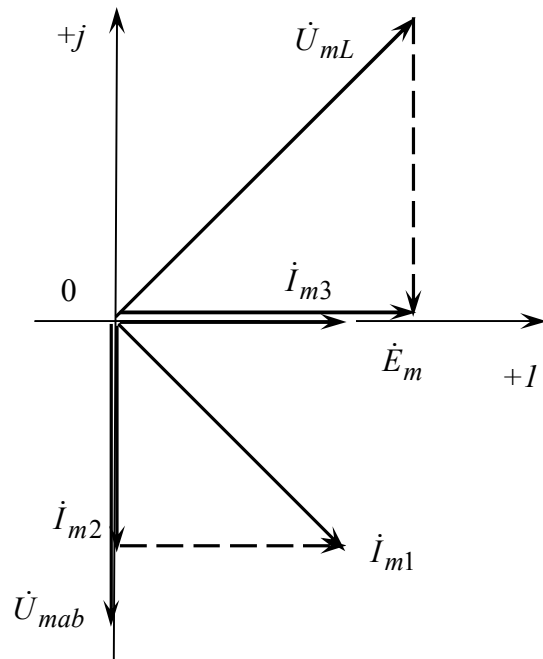


Рис. 2.8

Проверим решение, составив баланс мощностей. Для этого найдём мощность источника ЭДС, представив её в алгебраической форме записи комплексного числа

$$\underline{S} = \dot{E} I_1^* = 10 \cdot 14,14 e^{j45^\circ} = 70,7 e^{j45^\circ} = 50 + j50 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Активную и реактивную мощности найдём через токи на соответствующих элементах

$$P = I_2^2 R = 50 \cdot 1 = 50 \text{ Вт};$$

$$Q = I_1^2 X_L - I_3^2 X_C = 100 - 50 = 50 \text{ вар.}$$

Таким образом, получили тождество $\underline{S} = P + jQ$, что свидетельствует о выполнении баланса мощностей.

Вопросы для самоподготовки

1. Какими параметрами определяются синусоидальные функции времени?
2. Как связаны между собой амплитудное и действующее значение синусоидальной величины?
3. Какие параметры синусоидальной функции времени отражаются изображающим её вектором?
4. Какие формы представления комплексных чисел используют для изображения синусоидальных функций?
5. Для каких математических операций используют алгебраическую и показательную форму комплексных чисел?
6. Что такое пассивный двухполюсник?
7. Как соотносятся по фазе ток и напряжение резистивного (индуктивного, ёмкостного) элемента?
8. Как изменяется во времени энергия, соответствующая резистивному (индуктивному, ёмкостному) элементу?
9. Что такое активная мощность и чему равно её значение для резистивного (индуктивного, ёмкостного) элемента?
10. Какие энергетические процессы связаны с протеканием переменного тока через резистивный (индуктивный, ёмкостный) элемент?
11. Чему равно индуктивное (ёмкостное) сопротивление при постоянном токе (при очень высокой частоте)?
12. Какой знак имеет комплексное индуктивное (ёмкостное) сопротивление (проводимость)?
13. Что такое полное, активное и реактивное сопротивления?
14. В каких пределах может находиться угол сдвига фаз между током и напряжением в пассивной электрической цепи?
15. От какого вектора отсчитывается угол сдвига фаз?
16. Что такое активное (реактивное) напряжение?
17. Что такое активный (реактивный) ток?

18. Как соотносятся между собой положительные направления тока и напряжения в пассивных элементах?
19. Что такое активная (реактивная, полная) мощность?
20. Что такое коэффициент мощности?
21. Что такое треугольник напряжений (токов, сопротивлений, проводимостей, мощностей)?
22. В каком случае участок цепи с резистивным, индуктивным и ёмкостным элементами будет иметь активный (активно-индуктивный, индуктивный, активно-ёмкостный, ёмкостный) характер?
23. Сформулируйте условие баланса мощностей электрической цепи.
24. Объясните явление взаимной индукции. В чём состоит отличие понятий собственной и взаимной индуктивностей?
25. Как определяется коэффициент магнитной связи для двух катушек индуктивности?
26. Как в схемах, в уравнениях цепи учитывается тот факт, что в зависимости от направления токов магнитные потоки в каждой из катушек, собственные и взаимные, могут складываться, а могут вычитаться?
27. Запишите уравнения по второму закону Кирхгофа для последовательно соединённых индуктивно связанных элементов при согласном и встречном включении в комплексной форме.

2.3. Индивидуальные задания

Задание 2.1

В соответствии с вариантом выполните задания, указанные в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Исходные данные к заданию 2.1

Вариант	Получить комплексные числа	
	в показательной форме	в алгебраической форме
1	2	3
1	$3 + j7; -7 + j3; -2 - j10$	$3e^{j45^\circ}; 5e^{j95^\circ}; 5e^{j265^\circ}$
2	$-8 + j2; -2 - j8; 8 + j8$	$4e^{-j95^\circ}; 4e^{j78^\circ}; 1e^{j45^\circ}$
3	$4 + j7; -2 + j9; -9 - j2$	$2e^{j25^\circ}; 2e^{j115^\circ}; 2e^{j90^\circ}$
4	$1 + j4; -4 - j1; -6 + j2$	$3e^{j34^\circ}; 3e^{j214^\circ}; 9e^{-j10^\circ}$

Окончание табл. 2.1

1	2	3
5	$2 + j5; 24 - j12; -5 + j2$	$2e^{j28^\circ}; 2e^{j118^\circ}; 6e^{j0^\circ}$
6	$4 + j8; -12 + j10; -5 - j2$	$4e^{j35^\circ}; 4e^{j135^\circ}; 2e^{-j12^\circ}$
7	$4 + j2; -2 - j4; -9 + j4$	$2e^{j135^\circ}; 4e^{j253^\circ}; 3e^{-j10^\circ}$
8	$15 - j20; -20 + j15; 13 + j7$	$3e^{j45^\circ}; 4e^{-j12^\circ}; 7e^{j227^\circ}$
9	$3 + j8; -8 + j3; 25 - j14$	$14e^{-j30^\circ}; 7e^{j98^\circ}; 2e^{-j120^\circ}$
10	$2 + j5; -5 - j2; 10 - j15$	$4e^{-j50^\circ}; 4e^{j140^\circ}; 7e^{j240^\circ}$
11	$3 + j2; -2 - j3; -2 + j9$	$3e^{j2^\circ}; 3e^{j92^\circ}; 4e^{j195^\circ}$
12	$2 + j8; -4 + j5; -5 - j7$	$7e^{j20^\circ}; 2e^{-j3^\circ}; 7e^{j200^\circ}$
13	$2 - j8; 4 + j5; -2 - j8$	$4e^{j40^\circ}; 4e^{j130^\circ}; 2e^{j190^\circ}$
14	$2 + j5; -2 - j5; -4 - j1$	$12e^{j15^\circ}; 12e^{j165^\circ}; 3e^{-j2^\circ}$
15	$1 - j2; -2 + j8; -2 - j8$	$1e^{j90^\circ}; 14e^{-j15^\circ}; 14e^{j165^\circ}$
16	$10 + j8; -10 - j8; -5 + j20$	$2e^{j120^\circ}; 2e^{j300^\circ}; 5e^{j4^\circ}$
17	$-1 + j8; 1 - j8; 2 + j4$	$18e^{j10^\circ}; 18e^{j170^\circ}; 4e^{j2^\circ}$
18	$5 + j15; -50 - j15; -6 + j6$	$20e^{j45^\circ}; 30e^{-j15^\circ}; 30e^{j255^\circ}$
19	$-10 - j2; 4 + j4; -2 + j10$	$2e^{j30^\circ}; 24e^{j2^\circ}; 2e^{j120^\circ}$
20	$-4 + j2; -12 - j10; 1 + j4$	$42e^{j48^\circ}; 3e^{j1^\circ}; 42e^{j138^\circ}$
21	$7 - j5; -2 + j6; -6 - j2$	$7e^{j8^\circ}; 7e^{j172^\circ}; 4e^{j250^\circ}$
22	$2 - j5; 8 + j7; -7 - j8$	$6e^{j49^\circ}; 6e^{j259^\circ}; 12e^{-j14^\circ}$
23	$4 - j2; -10 - j10; -2 + j4$	$7e^{-j100^\circ}; 7e^{j100^\circ}; 2e^{j25^\circ}$
24	$3 + j5; -5 + j3; -10 - j$	$6e^{j35^\circ}; 4e^{j250^\circ}; 4e^{j130^\circ}$
25	$3 - j2; -2 + j3; -6 - j6$	$5e^{j120^\circ}; 5e^{j30^\circ}; 2e^{-j30^\circ}$
26	$6 - j8; -12 - j7; -4 + j8$	$40e^{j40^\circ}; 6e^{j210^\circ}; 12e^{-j140^\circ}$
27	$10 - j2; -7 + j7; -12 + j14$	$6e^{j18^\circ}; 7e^{j181^\circ}; 10 - j250^\circ$
28	$10 + j7; -2 + j8; -10 - j10$	$4e^{-j150^\circ}; 4e^{j150^\circ}; 12e^{j20^\circ}$
29	$4 - j3; -5 - j5; -2 + j$	$8e^{-j30^\circ}; 14e^{j259^\circ}; 4e^{-j1^\circ}$
30	$12 - j10; 8 + j6; -6 - j8$	$15e^{j12^\circ}; 10e^{j30^\circ}; 12e^{-j36^\circ}$

Задание 2.2

Для схемы электрической цепи, соответствующей номеру варианта (табл. 2.2, рис. 2.9), выполните задание, указанное в таблице. Постройте векторную диаграмму.

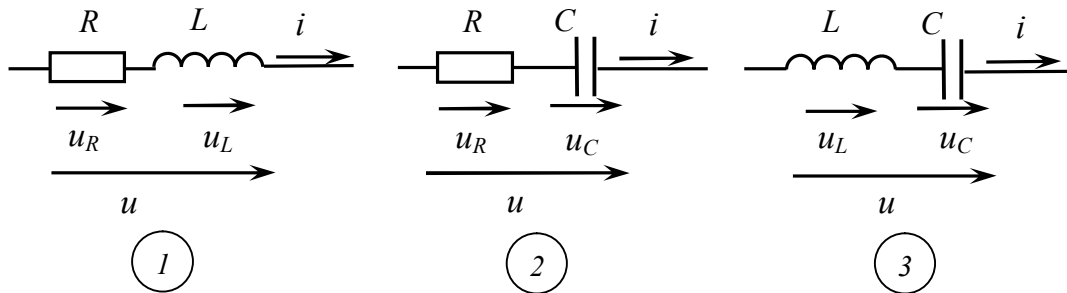


Рис. 2.9

Задание 2.3

Для схемы электрической цепи, соответствующей номеру варианта (табл. 2.3, рис. 2.10), выполните задание, указанное в таблице. Постройте векторную диаграмму.

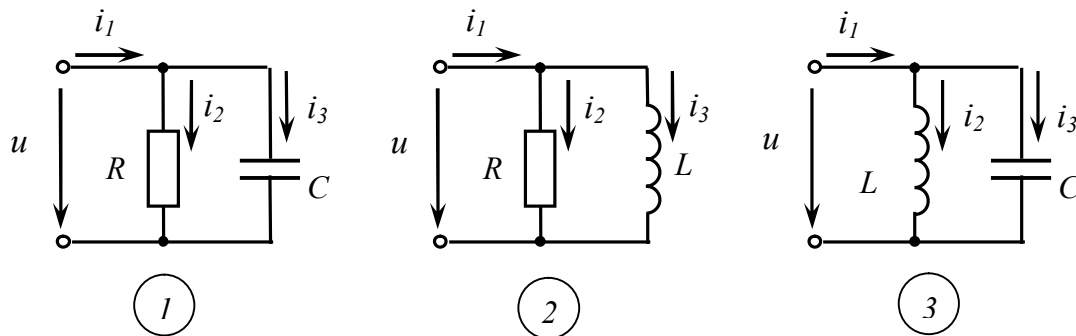


Рис. 2.10

Задание 2.4

Составьте последовательную и параллельную схемы замещения пассивного двухполюсника по заданным действующим значениям тока и напряжения (табл. 2.4). Рассчитайте его параметры.

Таблица 2.2

Исходные данные к заданию 2.2

Вариант	Схема рис.2.1	Параметры цепи						Заданная функция	Опреде- лить
		R	L	C	Z	φ	ω		
		Ом	мГн	мкФ	Ом	град	с ⁻¹		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	5	5	–	–	–	10^3	$u(t) = 50 \sin(\omega t + 45^\circ)$ В	$u_R(t)$
2	2	10	–	100	–	–	10^3	$u(t) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)$ В	$u_C(t)$
3	3	–	20	50	–	–	10^3	$u(t) = 80 \sin \omega t$ В	$u_C(t)$
4	1	10	10	–	–	–	10^3	$u(t) = 100 \sin(\omega t - 45^\circ)$ В	$u_L(t)$
5	2	5	–	200	–	–	10^3	$u_R(t) = 50 \sin \omega t$ В	$u(t)$
6	3	–	10	100	–	–	10^3	$u(t) = 40 \sin(\omega t - 120^\circ)$ В	$u_L(t)$
7	1	10	5	–	–	–	10^3	$u_R(t) = 75\sqrt{2} \sin \omega t$ В	$u(t)$
8	2	20	–	50	–	–	10^3	$u(t) = 70\sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ)$ В	$u_R(t)$
9	3	–	20	50	–	–	10^3	$u_C(t) = 70 \sin(\omega t + 60^\circ)$ В	$u(t)$
10	1	15	15	–	–	–	10^3	$u_L(t) = 150\sqrt{2} \sin(\omega t + 75^\circ)$ В	$u(t)$
11	2	10	–	100	–	–	10^3	$u_C(t) = 145 \sin(\omega t - 130^\circ)$ В	$u_R(t)$
12	3	–	5	200	–	–	10^3	$u_L(t) = 50\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)$ В	$u(t)$
13	1	–	5	–	–	60	10^3	$i(t) = 0,5 \sin(\omega t + 45^\circ)$ А	$u(t)$
14	2	5	–	–	$3,8\sqrt{2}e^{-j22^\circ}$	–	–	$u(t) = 40 \sin(\omega t + 135^\circ)$ В	$u_C(t)$
15	3	–	2	–	$8e^{-j90^\circ}$	–	10^3	$i(t) = 5 \sin \omega t$ А	$u_C(t)$
16	1	5	–	–	$5\sqrt{2}e^{j45^\circ}$	–	–	$u(t) = 50 \sin(\omega t + 100^\circ)$ В	$u_L(t)$

Окончание табл. 2.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
17	2	–	–	100	$7,7\sqrt{2}e^{-j68^\circ}$	–	10^3	$u(t) = 38,46 \sin(\omega t + 50^\circ) \text{ B}$	$u_R(t)$
18	3	–	–	50	$10e^{j90^\circ}$	–	10^3	$i(t) = 10 \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ A}$	$u_L(t)$
19	1	–	10	–	$10\sqrt{2}e^{j45^\circ}$	–	10^3	$u(t) = 40 \sin(\omega t - 50^\circ) \text{ B}$	$u_R(t)$
20	2	12	–	–	$11,5\sqrt{2}e^{-j40^\circ}$	–	–	$i(t) = 0,18 \sin \omega t \text{ A}$	$u_C(t)$
21	3	–	5	–	$2e^{j90^\circ}$	–	10^3	$u(t) = 90\sqrt{2} \sin(\omega t - 70^\circ) \text{ B}$	$u_C(t)$
22	1	5	–	–	$10e^{j60^\circ}$	–	–	$i(t) = 5\sqrt{2} \sin \omega t \text{ A}$	$u_L(t)$
23	2	–	–	200	$3,8\sqrt{2}e^{-j68^\circ}$	–	10^3	$i(t) = 1,29 \sin(\omega t - 40^\circ) \text{ A}$	$u_R(t)$
24	3	–	–	40	$15e^{-j90^\circ}$	–	10^3	$u(t) = 60\sqrt{2} \sin(\omega t + 80^\circ) \text{ B}$	$u_L(t)$
25	1	–	70	–	$70\sqrt{2}e^{j45^\circ}$	–	10^3	$i(t) = 0,7 \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ A}$	$u_R(t)$
26	2	10	–	–	–	70	–	$u_R(t) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 20^\circ) \text{ B}$	$u_C(t)$
27	3	–	–	50	$5e^{-j90^\circ}$	–	10^3	$u_C(t) = 120 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ B}$	$u_L(t)$
28	1	–	2	–	–	45	10^3	$u_L(t) = 150\sqrt{2} \sin(\omega t + 75^\circ) \text{ B}$	$u(t)$
29	2	–	–	100	–	45	10^3	$u_C(t) = 100\sqrt{2} \sin \omega t \text{ B}$	$u_R(t)$
30	3	–	–	100	$5e^{j90^\circ}$	–	10^3	$u_C(t) = 100\sqrt{2} \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ B}$	$u_L(t)$

Исходные данные к заданию 2.3

Вариант	Схема рис.2.2	Параметры цепи					Заданная функция	Определить
		R	L	C	Z	ω		
		Ом	мГн	мкФ	Ом	с ⁻¹		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	10	–	–	$7e^{-j20^\circ}$	–	$i_2(t) = 7\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ A}$	$i_1(t)$
2	2	5	–	–	$10e^{j40^\circ}$	–	$i_2(t) = 2\sqrt{2} \sin \omega t \text{ A}$	$i_1(t)$
3	3	–	10	–	$20e^{-j90^\circ}$	10^3	$i_2(t) = 10\sqrt{2} \sin(\omega t - 160^\circ) \text{ A}$	$i_3(t)$
4	1	–	–	50	$5e^{-j70^\circ}$	10^3	$i_3(t) = 8\sqrt{2} \sin(\omega t - 60^\circ) \text{ A}$	$i_1(t)$
5	2	–	5	–	$10e^{j30^\circ}$	10^3	$i_3(t) = 7 \sin(\omega t - 65^\circ) \text{ A}$	$i_1(t)$
6	3	–	–	200	$50e^{j90^\circ}$	10^3	$i_3(t) = 7\sqrt{2} \sin(\omega t + 130^\circ) \text{ A}$	$i_2(t)$
7	1	2	–	–	$5\sqrt{2}e^{-j20^\circ}$	–	$i_1(t) = 10 \sin(\omega t + 75^\circ) \text{ A}$	$i_2(t)$
8	2	10	–	–	$10\sqrt{2}e^{j45^\circ}$	–	$i_1(t) = 4\sqrt{2} \sin(\omega t + 75^\circ) \text{ A}$	$i_2(t)$
9	3	–	–	50	$25e^{-j90^\circ}$	10^3	$u(t) = 70\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ B}$	$i_2(t)$
10	1	–	–	250	$10\sqrt{2}e^{-j75^\circ}$	10^3	$i_1(t) = 4 \sin(\omega t + 120^\circ) \text{ A}$	$i_3(t)$
11	2	–	5	–	$5e^{j60^\circ}$	10^3	$i_1(t) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t - 65^\circ) \text{ A}$	$i_3(t)$
12	3	–	2	–	$10e^{j90^\circ}$	10^3	$u(t) = 50 \sin \omega t \text{ B}$	$i_3(t)$
13	1	15	–	–	$13e^{-j65^\circ}$	–	$u(t) = 130\sqrt{2} \sin(\omega t - 20^\circ) \text{ B}$	$i_3(t)$
14	2	10	–	–	$4e^{j70^\circ}$	–	$u(t) = 100 \sin(\omega t + 135^\circ) \text{ B}$	$i_3(t)$
15	3	–	5	–	$40e^{-j90^\circ}$	10^3	$i_1(t) = 0,5\sqrt{2} \sin(\omega t - 70^\circ) \text{ A}$	$i_3(t)$
16	1	–	–	200	$5\sqrt{2}e^{-j40^\circ}$	10^3	$u(t) = 40 \sin \omega t \text{ B}$	$i_2(t)$

Окончание табл. 2.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
17	2	–	10	–	$10e^{j70^\circ}$	10^3	$u(t) = 70\sqrt{2} \sin(\omega t - 100^\circ) \text{ В}$	$i_2(t)$
18	3	–	–	100	$30e^{j90^\circ}$	10^3	$i_1(t) = 5 \sin(\omega t + 40^\circ) \text{ А}$	$i_2(t)$
19	1	2	–	–	$7e^{-j55^\circ}$	–	$i_1(t) = 2\sqrt{2} \sin \omega t \text{ А}$	$i_3(t)$
20	2	5	–	–	$8e^{j30^\circ}$	–	$i_1(t) = 4\sqrt{2} \sin(\omega t - 15^\circ) \text{ А}$	$i_3(t)$
21	3	–	10	–	$45e^{-j90^\circ}$	10^3	$i_2(t) = 2\sqrt{2} \sin(\omega t - 40^\circ) \text{ А}$	$i_1(t)$
22	1	–	–	100	$9e^{-j60^\circ}$	10^3	$i_1(t) = 10\sqrt{2} \sin(\omega t + 40^\circ) \text{ А}$	$i_2(t)$
23	2	–	2	–	$10e^{j60^\circ}$	10^3	$i_1(t) = 10 \sin(\omega t + 100^\circ) \text{ А}$	$i_2(t)$
24	3	–	–	50	$50e^{-j90^\circ}$	10^3	$i_3(t) = 4\sqrt{2} \sin(\omega t + 100^\circ) \text{ А}$	$i_1(t)$
25	1	10	–	–	$7e^{-j20^\circ}$	–	$u(t) = 70\sqrt{2} \sin(\omega t - 70^\circ) \text{ В}$	$i_3(t)$
26	2	2	–	–	$5e^{j60^\circ}$	–	$u(t) = 120 \sin(\omega t - 45^\circ) \text{ В}$	$i_3(t)$
27	3	–	2	–	$40e^{j90^\circ}$	10^3	$u(t) = 140\sqrt{2} \sin \omega t \text{ В}$	$i_3(t)$
28	1	–	–	200	$4e^{-j60^\circ}$	10^3	$i_1(t) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ А}$	$i_2(t)$
29	2	–	2	–	$12e^{j35^\circ}$	10^3	$i_1(t) = 2 \sin(\omega t + 17^\circ) \text{ А}$	$i_2(t)$
30	3	–	–	50	$100e^{-j90^\circ}$	10^3	$i_1(t) = 10 \sin \omega t \text{ А}$	$i_2(t)$

Исходные данные к заданию 2.4

Вариант	Заданные функции		Вариант	Заданные функции	
	Напряжение, В	Ток, А		Напряжение, В	Ток, А
1	$\dot{U} = 50\sqrt{2}e^{j100^\circ}$	$\dot{i} = 5\sqrt{2}e^{j55^\circ}$	16	$\dot{U} = 90e^{j120^\circ}$	$\dot{i} = 9e^{j50^\circ}$
2	$\dot{U} = 100e^{-j100^\circ}$	$\dot{i} = 5e^{-j55^\circ}$	17	$\dot{U} = 45e^{j30^\circ}$	$\dot{i} = 9e^{j80^\circ}$
3	$\dot{U} = 90e^{j70^\circ}$	$\dot{i} = 9e^{j20^\circ}$	18	$\dot{U} = 75e^{j30^\circ}$	$\dot{i} = 15e^{j70^\circ}$
4	$\dot{U} = 40e^{j60^\circ}$	$\dot{i} = 8e^{j30^\circ}$	19	$\dot{U} = 40e^{j150^\circ}$	$\dot{i} = 4e^{j70^\circ}$
5	$\dot{U} = 50e^{j90^\circ}$	$\dot{i} = 10e^{j100^\circ}$	20	$\dot{U} = 150e^{j20^\circ}$	$\dot{i} = 15e^{j60^\circ}$
6	$\dot{U} = 20e^{j20^\circ}$	$\dot{i} = 10e^{-j30^\circ}$	21	$\dot{U} = 60e^{j60^\circ}$	$\dot{i} = 12e^{j20^\circ}$
7	$\dot{U} = 70e^{j60^\circ}$	$\dot{i} = 7e^{j120^\circ}$	22	$\dot{U} = 300e^{j45^\circ}$	$\dot{i} = 15e^{j65^\circ}$
8	$\dot{U} = 40e^{j90^\circ}$	$\dot{i} = 20e^{j40^\circ}$	23	$\dot{U} = 170e^{j135^\circ}$	$\dot{i} = 17e^{j80^\circ}$
9	$\dot{U} = 50e^{j50^\circ}$	$\dot{i} = 10e^{j90^\circ}$	24	$\dot{U} = 280e^{j65^\circ}$	$\dot{i} = 17e^{j80^\circ}$
10	$\dot{U} = 100e^{j75^\circ}$	$\dot{i} = 25e^{j30^\circ}$	25	$\dot{U} = 200e^{-j20^\circ}$	$\dot{i} = 20e^{j20^\circ}$
11	$\dot{U} = 25e^{j80^\circ}$	$\dot{i} = 5e^{j125^\circ}$	26	$\dot{U} = 80e^{j45^\circ}$	$\dot{i} = 80e^{-j20^\circ}$
12	$\dot{U} = 80e^{j90^\circ}$	$\dot{i} = 4e^{j50^\circ}$	27	$\dot{U} = 35e^{-j40^\circ}$	$\dot{i} = 7e^{-j10^\circ}$
13	$\dot{U} = 120e^{-j20^\circ}$	$\dot{i} = 6e^{j40^\circ}$	28	$\dot{U} = 20e^{-j60^\circ}$	$\dot{i} = 4e^{j20^\circ}$
14	$\dot{U} = 200e^{j30^\circ}$	$\dot{i} = 10e^{j100^\circ}$	29	$\dot{U} = 120e^{j30^\circ}$	$\dot{i} = 12e^{-j30^\circ}$
15	$\dot{U} = 150e^{j45^\circ}$	$\dot{i} = 15e^{j90^\circ}$	30	$\dot{U} = 100e^{-j70^\circ}$	$\dot{i} = 10e^{-j20^\circ}$

Задание 2.5

Для схемы электрической цепи, формально изображённой на рис. 2.11, в соответствии с номером варианта (табл. 2.5):

- рассчитайте мгновенные значения ЭДС источника, токи в ветвях и напряжения на элементах;
- определите активную, реактивную и полную мощности;
- постройте векторную диаграмму токов и напряжений для амплитудных значений величин.

Рекомендуется не изменять нумерацию элементов, токов и напряжений. Если какого-либо элемента в таблице нет, на схеме он заменяется перемычкой.

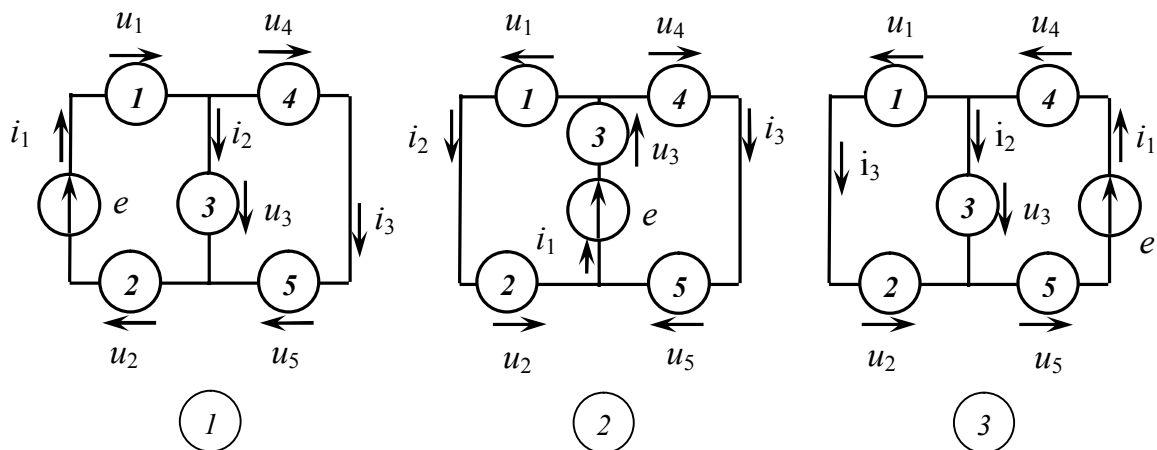


Рис. 2.11

Таблица 2.5

Исходные данные к заданию 2.5

Вариант	Схема рис. 2.11	Элементы ветвей R , Ом; L , мГн; C , мкФ	Заданная величина i , А; e , В; u , В
1	2	3	4
1	1	$C_1 = 400, R_2 = 6, L_3 = 20, R_4 = 6$	$u_4 = 11,57 \sin(500t + 43,7^\circ)$
2	2	$C_1 = 1000, R_2 = 5, L_3 = 60, R_4 = 5$	$e = 26 \sin 100t$
3	3	$C_1 = 1000, R_2 = 1, L_3 = 30, R_4 = 1$	$i_1 = 1,245 \sin(200t + 32,3^\circ)$
4	1	$L_1 = 10, R_2 = 7, C_3 = 312,5, R_4 = 7$	$i_2 = 1,8 \sin(400t + 46^\circ)$
5	2	$L_1 = 4, R_2 = 4, C_3 = 1000, R_4 = 4$	$i_3 = 6,644 \sin(500t + 48,4^\circ)$
6	3	$L_1 = 100, R_2 = 6, C_3 = 2500, R_4 = 6$	$u_1 = 17,67 \sin(100t - 9^\circ)$
7	1	$L_1 = 30, R_2 = 5, C_3 = 500, L_5 = 30$	$u_3 = 25 \sin(200t + 13,4^\circ)$
8	2	$L_1 = 12,5, R_2 = 4, C_3 = 625, L_5 = 12,5$	$u_2 = 37,26 \sin(400t + 78,7^\circ)$
9	3	$L_1 = 20, R_2 = 8, C_3 = 1000, L_5 = 20$	$e = 40 \sin 500t$
10	1	$R_1 = 6, L_3 = 50, C_4 = 2500, C_5 = 2500$	$i_1 = 2,873 \sin(100t - 65,7^\circ)$
11	2	$R_1 = 4, L_3 = 40, C_4 = 500, C_5 = 500$	$i_2 = 5,26 \sin(200t - 73,3^\circ)$
12	3	$R_1 = 7, L_3 = 10, C_4 = 1250, C_5 = 1250$	$i_3 = 11,5 \sin(400t + 90^\circ)$
13	1	$C_1 = 1000, R_3 = 2, L_4 = 40, R_5 = 2$	$i_2 = 5 \sin(100t + 36,87^\circ)$
14	2	$C_1 = 2500, R_3 = 3, L_4 = 25, R_5 = 3$	$i_3 = 1,247 \sin(200t - 99^\circ)$
15	3	$C_1 = 312,5, R_3 = 4, L_4 = 10, R_5 = 4$	$u_4 = 7,376 \sin(400t + 71,6^\circ)$
16	1	$L_1 = 10, R_3 = 6, C_4 = 1000, R_5 = 6$	$u_4 = 2,89 \sin(500t - 136^\circ)$

1	2	3	4
17	2	$L_1 = 2, R_3 = 8, C_4 = 250, R_5 = 8$	$u_3 = 16,4 \sin(1000t - 14^\circ)$
18	3	$L_1 = 40, R_3 = 4, C_4 = 5000, R_5 = 4$	$e = 20 \sin 100t$
19	1	$R_1 = 2, L_3 = 25, C_4 = 1000, R_5 = 2$	$i_1 = 1,434 \sin(200t - 19^\circ)$
20	2	$R_1 = 5, L_3 = 5, C_4 = 625, R_5 = 5$	$i_2 = 4,28 \sin(400t - 38,6^\circ)$
21	3	$R_1 = 3, L_3 = 10, C_4 = 500, R_5 = 3$	$i_3 = 3,515 \sin(500t + 58,2^\circ)$
22	1	$R_1 = 6, C_2 = 250, L_3 = 8, R_4 = 6, C_5 = 250$	$u_3 = 15,5 \sin(1000t + 26^\circ)$
23	2	$R_1 = 3, C_2 = 2500, L_3 = 50, R_4 = 3$	$u_2 = 16,7 \sin(100t - 153^\circ)$
24	3	$R_1 = 6, C_2 = 1000, L_3 = 10, R_4 = 6, C_5 = 1000$	$u_1 = 7,58 \sin(200t + 139^\circ)$
25	1	$C_1 = 625, R_3 = 3, L_4 = 20, C_5 = 625$	$e = 32 \sin 400t$
26	2	$C_1 = 1000, R_2 = 5, R_3 = 5, L_4 = 8, C_5 = 1000$	$i_1 = 5,216 \sin(500t - 19^\circ)$
27	3	$C_1 = 1000, R_3 = 5, L_4 = 8, C_5 = 1000$	$i_2 = 16 \sin(500t - 90^\circ)$
28	1	$R_1 = 8, R_2 = 8, C_3 = 1250, R_4 = 8, L_5 = 60$	$i_3 = 0,719 \sin(100t - 61,4^\circ)$
29	2	$R_1 = 6, R_2 = 6, C_3 = 1250, R_4 = 6, L_5 = 15$	$u_5 = 7,878 \sin(200t + 113^\circ)$
30	3	$R_1 = 9, R_2 = 9, C_3 = 1250, R_4 = 9, L_5 = 12,5$	$u_3 = 4,508 \sin(400t - 102^\circ)$

Задание 2.6

Для схемы, изображённой на рис. 2.12 и соответствующей заданному варианту, вычислите неизвестные величины (табл. 2.6) и постройте векторную диаграмму токов и напряжений.

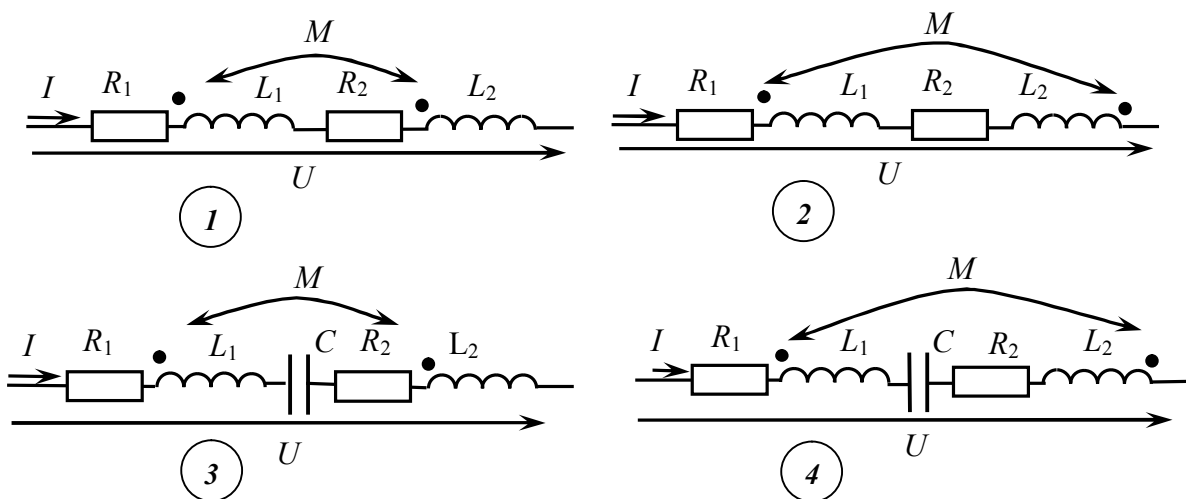


Рис. 2.12

Таблица 2.6

Исходные данные к заданию 2.6

Вариант	Схема рис. 2.12	U , В	I , А	R_1 , Ом	R_2 , Ом	X_{L1} , Ом	X_{L2} , Ом	X_M , Ом	X_C , Ом	Опреде- лить
1	3	80	–	5	3	6	2	2	4	i
2	1	–	2	5	5	4	2	2	–	\dot{U}
3	4	–	4	6	2	5	9	2	2	\dot{U}
4	2	70	–	3	4	6	4	1,5	–	i
5	3	100	–	4	6	6	6	3	18	\dot{U}_C
6	4	50	5	4	6	9	9	4	–	X_C
7	1	–	5	8	8	6	4	3	–	\dot{U}
8	3	–	3	5	4	3	4	3	4	\dot{U}
9	2	–	1	10	15	12	20	3,5	–	\dot{U}
10	3	10	2	3	2	7	3	1	–	X_C
11	4	30	–	2	4	8	10	3	6	\dot{U}_C
12	1	50	–	3	7	4	4	1	–	i
13	3	–	2	3	1	6	4	2	14	\dot{U}
14	2	40	–	2	6	4	12	4	–	i
15	4	80	–	5	3	6	2	2	4	i
16	2	–	2	1	1	4	2	2	–	\dot{U}
17	3	–	10	2	3	4	5	3	10	\dot{U}
18	1	100	–	5	5	4	3	1,5	–	i
19	4	100	10	3	7	10	15	4	–	X_C
20	3	30	–	1	2	5	4	2	10	\dot{U}_C
21	3	–	1	4	5	4	3	1	–	\dot{U}
22	2	–	5	3	1	6	4	3	–	\dot{U}
23	4	30	–	2	1	8	5	2	9	i
24	1	–	3	5	4	3	4	1	–	\dot{U}
25	3	20	4	2	3	6	4	2	–	X_C
26	4	28	7	1	3	6	8	2	–	X_C
27	2	30	–	3	2	6	3	2	–	i
28	3	30	3	5	5	6	6	2	–	X_C
29	4	50	–	3	2	10	9	2	10	\dot{U}_C
30	3	25	–	2	3	4	4	2	12	i

3. РАСЧЁТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ПЕРИОДИЧЕСКОГО ТОКА

3.1. Методические рекомендации по выполнению заданий

3.1.1. Способы представления несинусоидальных функций

При расчёте цепей несинусоидального переменного тока используется разложение периодических функций в одну из форм гармонического ряда Фурье. Если функция с периодом T представлена суммой мгновенных значений гармонических колебаний различных частот $\omega_k = k\omega = k2\pi/T$, где $k = 1, 2, 3, \dots$ – порядковый номер гармоники, то ряд Фурье записывают в следующем виде:

$$\begin{aligned} f(\omega t) &= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [B_k \sin(k\omega t)] + \sum_{k=1}^{\infty} [C_k \cos(k\omega t)] = \\ &= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)], \end{aligned}$$

где A_0 – постоянная составляющая функции $f(\omega t)$, равная её среднему значению за период T , $A_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\omega t) dt$; B_k, C_k – коэффициенты

ряда Фурье, соответствующие амплитудам гармоник квадратурных составляющих, $B_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\omega t) \sin(k\omega t) dt = A_{km} \cos \psi_k$,

$C_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\omega t) \cos(k\omega t) dt = A_{km} \sin \psi_k$; A_{km} – амплитуда k -й гармоники,

$A_{km} = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}$; ψ_k – начальная фаза k -й гармоники, $\psi_k = \arctg(C_k/B_k)$.

Зависимости A_{km} и ψ_k от порядкового номера k -й гармоники (или от её частоты $k\omega$) принято называть **амплитудным и фазовыми спектрами колебания** соответственно. Для периодических несинусоидальных колебаний амплитудный и фазовые спектры имеют дискретный характер, а расстояние по оси частот между смежными спектральными линиями равно ω . Теоретически ряд Фурье содержит бесконечное число членов, однако в большинстве практических случаев этот ряд достаточно быстро сходится и при расчётах можно ограничиться сравнительно небольшим числом гармоник.

Коэффициенты ряда Фурье большей части периодических функций, встречающихся в технике, приводятся в справочных данных. Однако существует ряд признаков, по которым можно сразу определить состав ряда.

Функции вида

$$f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$$

называются симметричными относительно оси абсцисс (рис. 3.1, а). В этом случае ряд не содержит постоянной составляющей и чётных гармоник:

$$f(\omega t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_{km} \sin[(2k+1)\omega t + \psi_k].$$

Если для функции выполняется условие

$$f(\omega t) = -f(-\omega t),$$

то такая функция называется симметричной относительно начала координат (рис. 3.1, б) и её ряд не содержит постоянной составляющей и чётных функций (косинусов):

$$f(\omega t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \sin k\omega t.$$

Выпрямление сигнала, представленного функцией вида на рис. 3.1, б, приведёт к функции вида на рис. 3.1, в, симметричной относительно оси ординат, для которой справедливо условие $f(\omega t) = f(-\omega t)$. Ряд этой функции не содержит нечётных функций (синусов):

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \cos k\omega t.$$

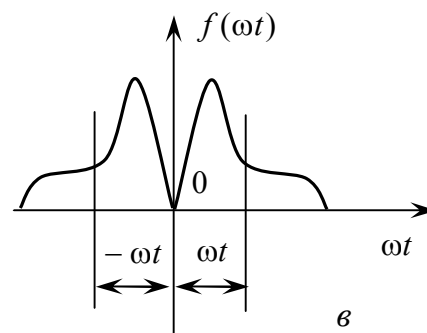
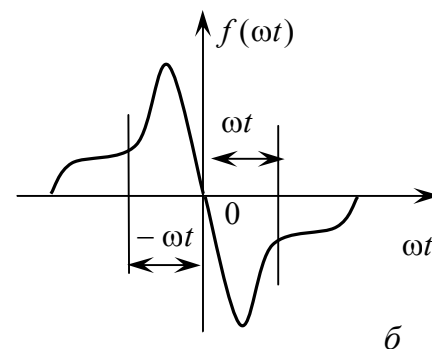
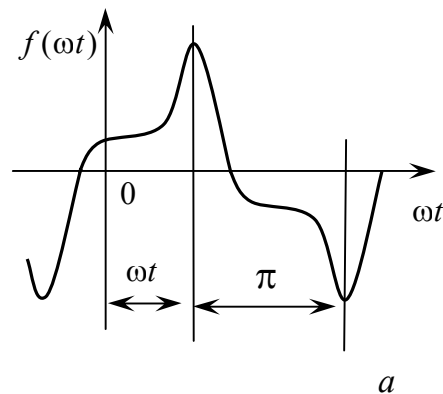


Рис. 3.1

3.1.2. Энергетические характеристики несинусоидального тока

При расчёте энергетических характеристик в цепях несинусоидального периодического тока используют следующие величины:

- действующие значения напряжения U и тока I ;
- активную мощность P ;
- реактивную Q и полную S мощности;
- мощность искажений D , коэффициент искажений и мощности k_D, k_M .

Действующие значения напряжения и тока определяют как геометрическую сумму действующих значений отдельных гармоник

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum U_k^2};$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + \sum I_k^2},$$

где U_k – действующее значение k -й гармоники напряжения, $U_k = U_{km} / \sqrt{2}$; I_k – действующее значение k -й гармоники тока, $I_k = I_{km} / \sqrt{2}$; U_0, I_0 – постоянные составляющие напряжения и тока соответственно.

Активную мощность несинусоидального тока определяют как сумму мощностей отдельных гармоник

$$P = P_0 + \sum P_k,$$

где P_k – средняя мощность k -й гармоники тока, $P_k = U_k I_k \cos \varphi_k$; P_0 – мощность постоянного тока, $P_0 = U_0 I_0$.

Полную мощность несинусоидального тока определяют аналогично полной мощности синусоидального тока по формуле

$$S = UI.$$

По аналогии с синусоидальным током вводится понятие **реактивной мощности**

$$Q = \sum Q_k,$$

где Q_k – реактивная мощность k -й гармоники тока, $Q_k = U_k I_k \sin \varphi_k$.

В отличие от синусоидального тока полная мощность S оказывается больше геометрической суммы средней и реактивной мощностей

$$S > \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

3.1.3. Расчёт цепей несинусоидального периодического тока

При негармонических воздействиях алгоритм расчёта цепи может быть следующим:

1. Периодическое негармоническое воздействие представляют в виде суммы гармонических сигналов, используя ряд Фурье.

2. Ограничивают бесконечный ряд Фурье некоторым числом гармоник, учитывая при этом, что мощность каждой последующей гармоники убывает пропорционально квадрату её амплитуды.

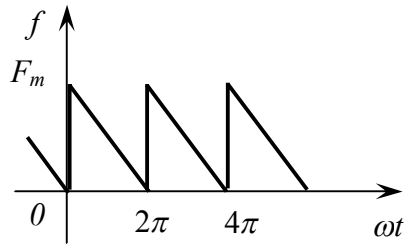
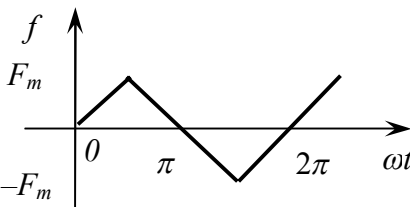
3. Выполняют расчёт цепи для каждой отдельной гармоники напряжения или тока, учитывая при этом, что структура цепи сохраняется, а сопротивления и проводимости реактивных элементов изменяются с изменением частоты гармоники.

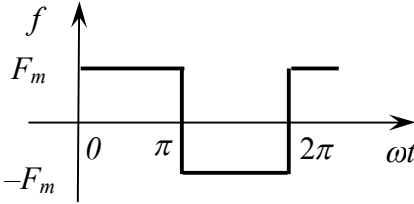
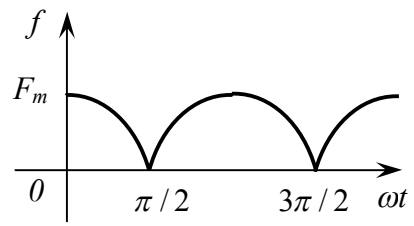
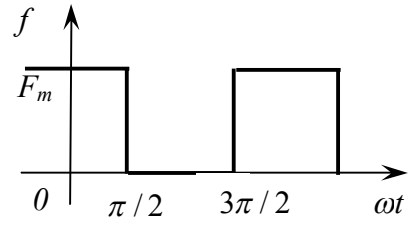
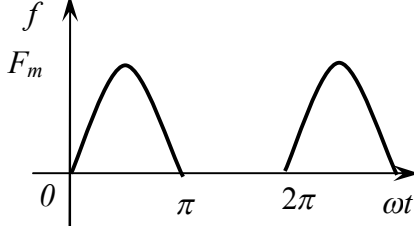
4. Результирующую реакцию цепи находят при помощи метода наложения путём сложения реакций для отдельных гармоник воздействия.

В табл. 3.1 приведены некоторые типовые функции и их разложение в ряд Фурье.

Таблица 3.1

Разложение в ряд Фурье периодических функций

№ п/п	График функции	Разложение в ряд Фурье
1	2	3
1		$f(\omega t) \approx \frac{F_m}{2} + \frac{F_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \dots \right)$
2		$f(\omega t) \approx \frac{8F_m}{2\pi} \left(\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\omega t + \dots \right)$

1	2	3
3		$f(\omega t) \approx \frac{4F_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right)$
4		$f(\omega t) \approx \frac{4F_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cos 2\omega t - \frac{1}{15} \cos 4\omega t + \dots \right)$
5		$f(\omega t) \approx \frac{F_m}{2} + \frac{2F_m}{\pi} \left(\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t - \dots \right)$
6		$f(\omega t) \approx \frac{F_m}{\pi} + 2F_m \left(\frac{1}{4} \sin \omega t - \frac{1}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{1}{15\pi} \cos 4\omega t - \dots \right)$

При выполнении заданий следует помнить, что для расчётов функции нужно привести к виду

$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots \\ \dots + A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) + \dots$$

Приведение осуществляется с использованием следующих формул:

$$-\sin(\omega t + \psi) = \sin(\omega t + \psi \pm \pi); \\ \cos(\omega t + \psi) = \sin(\omega t + \psi + \pi/2); \\ -\cos(\omega t + \psi) = \sin(\omega t + \psi - \pi/2).$$

3.2. Пример расчёта цепи с несинусоидальным источником ЭДС

К электрической цепи, схема которой приведена на рис. 3.2, а, приложено несинусоидальное периодическое напряжение, форма которого также показана (рис. 3.2, б).

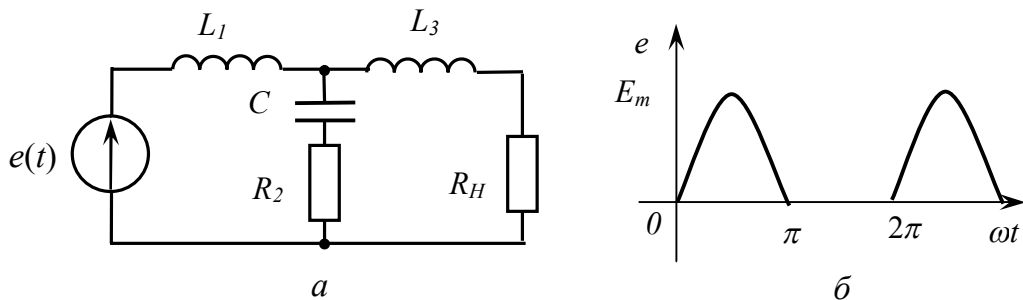


Рис. 3.2

Параметры цепи имеют следующие значения:

$$R_2 = R_H = 10 \text{ Ом}; \quad L_1 = L_3 = 0,1 \text{ Гн}; \quad C_2 = 100 \text{ мкФ};$$

$$E_m = 100 \text{ В}; \quad \omega = 100 \text{ с}^{-1}.$$

Требуется выполнить следующие операции:

1. Представить заданную функцию $e(\omega t)$ источника ЭДС рядом Фурье, ограничив число членов ряда постоянной составляющей и тремя первыми гармониками.
2. Построить графики спектров амплитуд и начальных фаз заданного источника.
3. Определить напряжение на нагрузке $u_H(\omega t)$, используя комплексный метод расчёта.
4. Построить графики спектральных составляющих для напряжения (тока) на нагрузке.
5. Определить действующее значение напряжения (тока) на нагрузке и мощность, рассеиваемую на нагрузке.

Решение.

1. Воспользуемся данными табл. 3.1 и представим напряжение источника в виде ряда Фурье

$$\begin{aligned} e(t) &= E_0 + E_{1m} \sin(\omega t + \psi_{e1}) + E_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{e2}) + E_{4m} \sin(4\omega t + \psi_{e4}) = \\ &= \frac{E_m}{\pi} + 2E_m \left(\frac{1}{4} \sin \omega t - \frac{1}{3\pi} \cos 2\omega t - \frac{1}{15\pi} \cos 4\omega t \right) = \\ &= 31,8 + 50 \sin 100t - 21,2 \cos 200t - 4,2 \cos 400t = \\ &= 31,8 + 50 \sin 100t + 21,2 \sin(200t - 90^\circ) + 4,2 \sin(400t - 90^\circ) \text{ В.} \end{aligned}$$

2. Построим графики спектров амплитуд и начальных фаз напряжения источника (рис. 3.3).

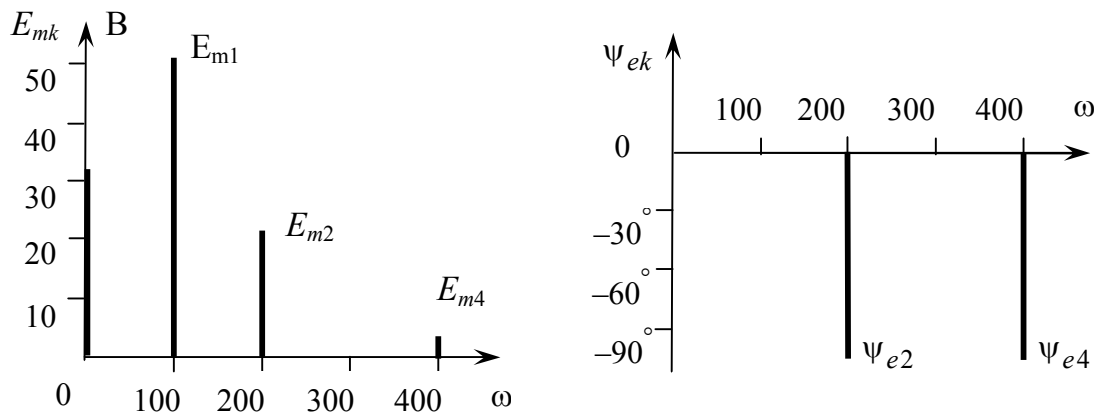


Рис. 3.3

3. Выполним расчёт напряжения на нагрузке, используя комплексный метод.

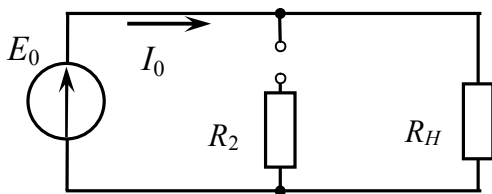


Рис. 3.4

Для постоянной составляющей напряжения на нагрузке, используя схему замещения, приведённую на рис.3.4, получим следующее значение:

$$U_{H0} = E_0 = 31,8 \text{ В.}$$

При выполнении этого расчёта учтено, что на постоянном токе индуктивности L_1, L_3 нужно заменить перемычками, а ёмкость C_2 – разрывом цепи.

Ток в нагрузке определим по закону Ома

$$I_{H0} = U_{H0} / R_H = 31,8 / 10 = 3,18 \text{ А.}$$

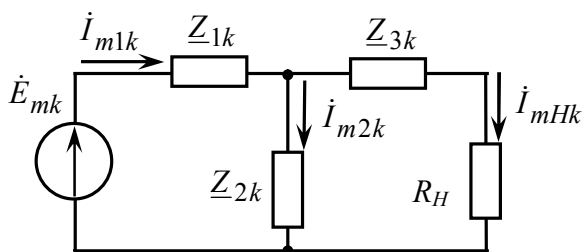


Рис. 3.5

При расчёте напряжения и тока на нагрузке для гармонических составляющих ЭДС источника можно воспользоваться схемой замещения, приведённой на рис. 3.5. На этой схеме все элементы цепи заменены их комплексными сопротивлениями, которые имеют

двойные индексы. Первый индекс соответствует порядковому номеру ветви, второй – номеру гармоники.

Комплексные значения токов в ветвях определим по формулам

$$\dot{I}_{m1k} = \dot{E}_{mk} / \underline{Z}_k,$$

где \underline{Z}_k – эквивалентное комплексное сопротивление цепи для k -й гармоники напряжения источника,

$$\underline{Z}_k = \underline{Z}_{1k} + \underline{Z}_{2k} (\underline{Z}_{3k} + R_H) / (\underline{Z}_{2k} + \underline{Z}_{3k} + R_H);$$

$$\dot{I}_{2k} = \dot{I}_{1k} (\underline{Z}_{3k} + R_H) / (\underline{Z}_{2k} + \underline{Z}_{3k} + R_H),$$

$$\dot{I}_{Hk} = \dot{I}_{1k} \underline{Z}_{2k} / (\underline{Z}_{2k} + \underline{Z}_{3k} + R_H),$$

в которых учтено, что ток \dot{I}_{1k} делится в ветвях схемы на два тока, которые обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей.

Для первой гармоники, пользуясь схемой замещения, получим напряжения на нагрузке.

$$E_{m1} = 50 \text{ В};$$

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{31} = j\omega L_1 = j10 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{21} = R_2 - j1/(\omega C_2) = (10 - j100) \text{ Ом};$$

$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_{11} + \underline{Z}_{21} (\underline{Z}_{31} + R_H) / (\underline{Z}_{21} + \underline{Z}_{31} + R_H) = 23e^{j58^\circ} \text{ Ом}$ – сопротивление для первой гармоники напряжения источника.

Комплексная амплитуда тока первой гармоники источника имеет значение

$$\dot{I}_{m1} = \dot{E}_{m1} / \underline{Z}_1 = 2,175e^{-j58^\circ} \text{ А.}$$

Этот ток делится обратно пропорционально сопротивлениям параллельно включенных ветвей \underline{Z}_{21} и $(\underline{Z}_{31} + R_H)$, поэтому ток в нагрузке

$$\dot{I}_{mH1} = \dot{I}_{m1} \underline{Z}_{21} / (\underline{Z}_{21} + \underline{Z}_{31} + R_H) = 2,37e^{-j65^\circ} \text{ А.}$$

Комплексное значение напряжения на нагрузке определим по закону Ома

$$\dot{U}_{mH1} = \dot{I}_{mH1} R_H = 23,7e^{-65^\circ} \text{ В.}$$

Полученное значение позволяет записать мгновенное значение первой гармоники напряжения на нагрузке

$$u_{H1}(t) = 23,7 \sin(100t - 65^\circ) \text{ В.}$$

Найдём ЭДС источника и сопротивления цепи для второй гармоники.

$$\dot{E}_{m2} = 21,2e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{32} = j2\omega L = j20 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_{22} = R_2 - j1/(2\omega C) = (10 - j50) \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_2 = \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{22} (\underline{Z}_{32} + R_H) / (\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_{32} + R_H) = 47,4e^{j60^\circ} \text{ Ом.}$$

Значение комплексной амплитуды тока второй гармоники в цепи источника напряжения найдём по закону Ома

$$\dot{I}_{m2} = \dot{E}_{m2} / \underline{Z}_2 = 0,45e^{-j150^\circ} \text{ А.}$$

Комплексную амплитуду тока второй гармоники в нагрузке R_H найдём аналогично току первой гармоники путём деления тока источника обратно пропорционально сопротивлениям параллельно включенных ветвей

$$\dot{I}_{mH2} = \dot{I}_{m2} \underline{Z}_{22} / (\underline{Z}_{22} + \underline{Z}_{32} + R_H) = 0,635e^{-j172^\circ} \text{ А.}$$

Комплексное значение напряжения второй гармоники на нагрузке найдём с помощью закона Ома

$$\dot{U}_{mH2} = \dot{I}_{mH2} R_H = 6,35e^{-j172^\circ} \text{ В.}$$

Полученное значение позволяет записать мгновенное значение второй гармоники напряжения на нагрузке

$$u_{H2}(t) = 6,35 \sin(200t - 172^\circ) \text{ В.}$$

Определение напряжения четвёртой гармоники выполним аналогично расчёту напряжения второй гармоники. Сопротивление цепи и напряжение источника для четвёртой гармоники имеют значения

$$\dot{E}_{m4} = 4,2e^{-j90^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{Z}_{14} = \underline{Z}_{34} = j4\omega L = j40 \text{ Ом; } \underline{Z}_{24} = R_2 - j1/(4\omega C) = (10 - j25) \text{ Ом;}$$

$$\underline{Z}_4 = \underline{Z}_{14} + \underline{Z}_{24} (\underline{Z}_{34} + R_H) / (\underline{Z}_{24} + \underline{Z}_{34} + R_H) = 43e^{j25^\circ} \text{ Ом.}$$

Комплексную амплитуду тока четвёртой гармоники в цепи источника определим по закону Ома

$$\dot{I}_{m4} = \dot{E}_{m4} / \underline{Z}_4 = 0,098e^{-j115^\circ} \text{ А.}$$

Рассчитаем ток четвёртой гармоники в нагрузке

$$\dot{I}_{mH4} = \dot{I}_{m4} \underline{Z}_{24} / (\underline{Z}_{24} + \underline{Z}_{34} + R_H) = 0,106e^{-j220^\circ} \text{ А.}$$

Комплексное значение четвёртой гармоники напряжения в нагрузке определим по закону Ома

$$\dot{U}_{mH4} = \dot{I}_{mH4} R_H = 1,06e^{-j220^\circ} \text{ В.}$$

Мгновенное значение четвёртой гармоники напряжения на нагрузке

$$u_{H4}(t) = 1,06 \sin(400t - 220^\circ) \text{ В.}$$

Результирующее напряжение на нагрузке найдём путём суммирования отдельных составляющих, рассчитанных выше:

$$\begin{aligned}
 u_H(t) &= U_{H0} + u_{H1}(t) + u_{H2}(t) + u_{H4}(t) = \\
 &= 31,8 + 23,7 \sin(100t - 65^\circ) + 6,35 \sin(200t - 172^\circ) + \\
 &+ 1,06 \sin(400t - 220^\circ) \text{ В.}
 \end{aligned}$$

4. Построим графики спектральных составляющих напряжения на нагрузке (рис.3.6), используя полученное выше мгновенное значение напряжения. Эти графики показывают, что электрическая цепь, включенная между источником и нагрузкой, оказывает определённое сглаживающее действие: амплитуды спектральных составляющих уменьшаются по мере увеличения частоты. Кроме этого, заметно запаздывание сигнала по отношению к напряжению источника.

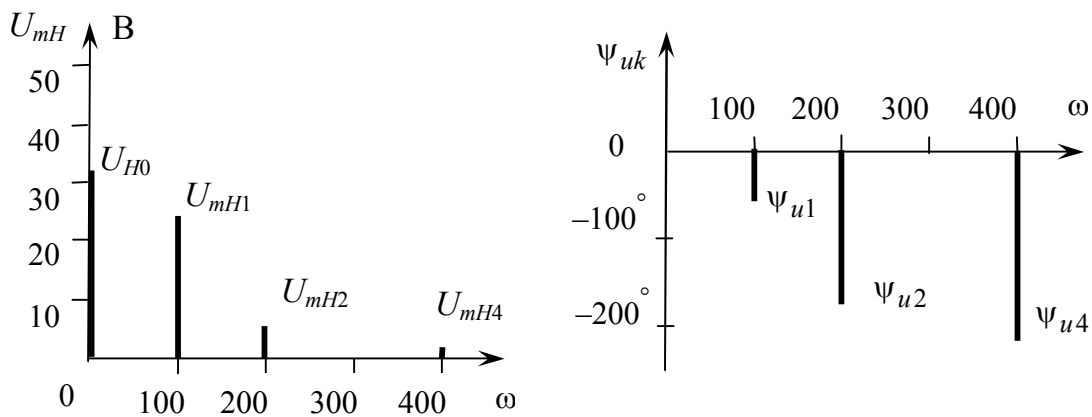


Рис. 3.6

5. Определим действующее значение напряжения на нагрузке и среднюю мощность, рассеиваемую в ней. Действующее напряжение на нагрузке можно рассчитать по формуле

$$\begin{aligned}
 U_H &= \sqrt{U_{H0}^2 + U_{H1}^2 + U_{H2}^2 + U_{H4}^2} = \\
 &= \sqrt{31,8^2 + 16,77^2 + 4,49^2 + 0,75^2} = 36,24 \text{ В,}
 \end{aligned}$$

где U_{H0} – постоянная составляющая напряжения на нагрузке, $U_{H0} = 31,8 \text{ В}$; U_{H1} – действующее значение напряжения первой гармоники, $U_{H1} = U_{mH1} / \sqrt{2} = 16,77 \text{ В}$; U_{H2} – действующее значение напряжения второй гармоники, $U_{H2} = U_{mH2} / \sqrt{2} = 4,49 \text{ В}$; U_{H4} – действующее значение напряжения четвёртой гармоники,

$$U_{H4} = U_{mH4} / \sqrt{2} = 0,75 \text{ В.}$$

Средняя мощность несинусоидального тока определяется по формуле

$$P_H = P_{H0} + P_{H1} + P_{H2} + P_{H4} = 101 + 28,12 + 2,02 + 0,06 = 131,2 \text{ Вт,}$$

где $P_{H0} = I_{H0}^2 R_H = 101 \text{ Вт}$; P_{H1} – средняя мощность первой гармоники тока, $P_{H1} = I_{H1}^2 R_H = I_{mH1}^2 R_H / 2 = 28,12 \text{ Вт}$; P_{H2} – средняя мощность второй гармоники тока, $P_{H2} = I_{H2}^2 R_H = I_{mH2}^2 R_H / 2 = 2,02 \text{ Вт}$; P_{H4} – средняя мощность четвёртой гармоники тока, $P_{H4} = I_{H4}^2 R_H = I_{mH4}^2 R_H / 2 = 0,06 \text{ Вт}$.

Из полученных выражений следует, что средняя мощность почти полностью определяется постоянной составляющей и первой гармоникой тока. Вклад высших гармоник незначителен и составляет всего 1,6 % от полной мощности, рассеиваемой в нагрузке.

Вопросы для самоподготовки

1. Отчего в электрических цепях возникают периодические несинусоидальные токи?
2. Дайте определение постоянной составляющей, основной и высшим гармоникам.
3. Чему равно сопротивление индуктивного (ёмкостного) элемента для постоянной составляющей?
4. Сформулируйте математические условия, отвечающие каждому из видов симметрии. В каких случаях отсутствует постоянная составляющая? Чётные гармоники? У всех гармоник начальная фаза равна нулю? У всех гармоник начальная фаза равна $\pm 90^\circ$?
5. Как определяются действующие значения периодических несинусоидальных величин?
6. Какими приборами можно измерить действующие значения несинусоидальных величин?
7. Что такое среднее значение несинусоидальной величины?
8. Почему среднее по модулю значение называется также средним выпрямленным значением?
9. В каком случае среднее значение величины равно её среднему выпрямленному значению?
10. Какими приборами измеряют среднее и среднее выпрямленное значения?
11. Сформулируйте алгоритм анализа линейных электрических цепей при несинусоидальных источниках.
12. Дайте определение коэффициентам формы, амплитуды и искажений.

13. Чему равны значения коэффициентов формы, амплитуды и искажений для синусоидальной функции?

14. Чему равна активная (реактивная) мощность при несинусоидальном токе и/или напряжении в цепи?

15. Как определяется коэффициент мощности при несинусоидальном токе и/или напряжении в цепи?

16. Каков алгоритм расчёта цепи при действии на неё несинусоидальной ЭДС?

17. Что такое электрическая фильтрация и электрические фильтры? Для чего они используются?

3.3. Индивидуальные задания

Задание 3.1

Определите мгновенное значение тока в цепи, представленной на схеме рис. 3.7. На входе цепи действует источник ЭДС $e(\omega t)$ (табл. 3.1). Параметры элементов и источника представлены в табл. 3.2.

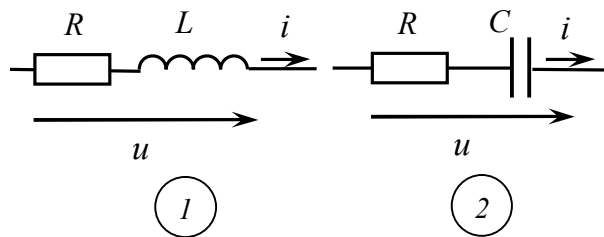


Рис. 3.7

Таблица 3.2

Исходные данные к заданию 3.1

Вариант	Схема рис. 3.7	Параметры источника			Параметры элементов		
		Форма, табл. 3.1	E_m , В	f , Гц	R , Ом	ωL , Ом	$\frac{1}{\omega C}$, Ом
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1	100	50	10	10	–
2	2	2	100	50	10	–	10
3	1	3	200	50	10	10	–
4	2	4	200	50	10	–	10
5	1	5	100	50	10	10	–
6	2	6	50	100	10	–	10
7	1	1	300	100	5	10	–
8	2	2	200	100	5	–	5
9	1	3	40	100	5	5	–
10	2	4	60	100	5	–	5
11	1	5	25	150	5	5	–
12	2	6	50	150	5	–	5

Окончание табл. 3.2

1	2	3	4	5	6	7	8
13	1	1	80	150	2	4	–
14	2	2	100	150	4	–	4
15	1	3	120	150	8	8	–
16	2	4	20	200	8	–	8
17	1	5	40	200	10	8	–
18	2	6	60	200	10	–	10
19	1	1	120	200	6	6	–
20	2	2	300	200	12	–	12
21	1	3	200	50	10	10	–
22	2	4	250	50	8	–	8
23	1	5	125	50	12	12	–
24	2	6	180	50	6	–	6
25	1	2	220	50	10	10	–
26	2	3	150	100	5	–	5
27	1	4	180	100	10	10	–
28	2	4	200	100	5	–	5
29	1	5	220	100	10	10	–
30	2	6	400	100	8	–	8

Задание 3.2

Определите значение активной мощности, потребляемой двух-полюсником, по заданным мгновенным значениям входного тока и напряжения (табл. 3.3). Определите действующие значения тока и напряжения.

Таблица 3.3

Исходные данные к заданию 3.2

Вариант	Мгновенное значение входного напряжения, В	Мгновенное значение входного тока, А
1	2	3
1	$u = 100 + 70 \sin \omega t + 50 \sin 3\omega t$	$i = 10 + 5 \sin(\omega t - 30^\circ) - 3 \sin(3\omega t - 60^\circ)$
2	$u = 100 + 40 \sin \omega t + 10 \sin 5\omega t$	$i = 10 + 2 \sin(\omega t + 10^\circ) - 1 \sin(5\omega t - 45^\circ)$
3	$u = 50 + 35 \sin \omega t + 20 \sin 2\omega t$	$i = 2 + 1,5 \sin(\omega t - 30^\circ) + 0,5 \sin 2\omega t$
4	$u = 25 + 15 \sin 3\omega t + 10 \sin(5\omega t + 30^\circ)$	$i = 5 + 3 \sin(3\omega t + 45^\circ) + 2 \sin 5\omega t$
5	$u = 70 + 45 \sin \omega t + 30 \sin 3\omega t$	$i = 7 + 5 \sin(\omega t - 30^\circ) + 6 \sin(3\omega t + 30^\circ)$
6	$u = 100 \sin \omega t + 30 \sin 3\omega t + 10 \sin 5\omega t$	$i = 10 \sin(\omega t + 6^\circ) + 3 \cos 3\omega t + 2 \cos 5\omega t$
7	$u = 70 + 70 \sin \omega t + 50 \sin 3\omega t$	$i = 10 + 5 \sin(\omega t + 60^\circ) + 2 \sin 3\omega t$

1	2	3
8	$u = 7 \sin \omega t + 5 \sin(3\omega t + 10^\circ) + 2 \cos 5\omega t$	$i = 0,7 \sin(\omega t + 45^\circ) + 0,5 \sin 3\omega t + 0,1 \sin 5\omega t$
9	$u = 30 + 10 \sin(\omega t + 30^\circ) + 5 \cos 2\omega t$	$i = 3 + 3,7 \sin \omega t + 1,4 \sin(2\omega t - 10^\circ)$
10	$u = 10 + 70 \sin 3\omega t + 10 \cos 5\omega t$	$i = 5 + 3 \sin(3\omega t + 45^\circ) + 2 \sin 5\omega t$
11	$u = 100 + 70 \sin \omega t + 50 \sin 5\omega t$	$i = 10 + 5 \sin(\omega t + 45^\circ) + 2 \sin(5\omega t + 10^\circ)$
12	$u = 100 \sin \omega t + 70 \sin 5\omega t + 10 \sin 7\omega t$	$i = 5 \sin(\omega t + 45^\circ) + 7 \sin(5\omega t + 30^\circ)$
13	$u = 30 + 20 \sin 3\omega t + 5 \sin 5\omega t$	$i = 10 + 7 \sin(3\omega t - 30^\circ) + 2 \sin(5\omega t + 10^\circ)$
14	$u = 9 \sin \omega t + 4 \sin 2\omega t + 2 \sin 5\omega t$	$i = 4 \sin(\omega t + 20^\circ) + 2 \sin(2\omega t + 60^\circ)$
15	$u = 20 + 10 \sin 3\omega t + 2 \sin(5\omega t + 30^\circ)$	$i = 2 + 0,1 \sin(3\omega t + 60^\circ) + 0,01 \sin 5\omega t$
16	$u = 50 + 40 \sin 3\omega t + 20 \sin(5\omega t + 10^\circ)$	$i = 5 + 4 \sin(3\omega t - 15^\circ) + 2 \sin 5\omega t$
17	$u = 70 + 60 \sin(3\omega t + 10^\circ) + 30 \sin 5\omega t$	$i = 3 + 6 \sin 3\omega t - 5 \sin(5\omega t + 60^\circ)$
18	$u = 9 \sin \omega t + 8 \sin 3\omega t + 3 \sin 5\omega t$	$i = 9 \sin(\omega t + 36^\circ) + 0,8 \cos 3\omega t$
19	$u = 9 + 10 \sin 3\omega t + 1,8 \sin 5\omega t$	$i = 5 \sin(3\omega t + 30^\circ) + 1 \cos 5\omega t$
20	$u = 12 + 11 \sin 3\omega t + 5 \sin 5\omega t$	$i = 3 + 2 \sin(3\omega t + 50^\circ) + 0,5 \cos 5\omega t$
21	$u = 12 \sin \omega t + 4 \cos 5\omega t + 2 \sin 7\omega t$	$i = 2 \sin(\omega t + 50^\circ) + 0,5 \sin(5\omega t + 15^\circ)$
22	$u = 10 \sin \omega t + 5 \sin 3\omega t + 2 \cos 5\omega t$	$i = 5 \sin \omega t + 3 \cos(3\omega t + 30^\circ)$
23	$u = 100 + 70 \sin(3\omega t + 10^\circ) + 50 \sin 5\omega t$	$i = 5 + 3 \cos 3\omega t + 2 \sin(5\omega t + 45^\circ)$
24	$u = 10 + 30 \sin \omega t + 2 \cos 5\omega t$	$i = 4 + 12 \sin(\omega t - 15^\circ) + 2 \sin 5\omega t$
25	$u = 20 \sin \omega t + 9 \sin 2\omega t + 7 \sin 6\omega t$	$i = 2 \sin(\omega t + 10^\circ) + 0,7 \sin(6\omega t - 15^\circ)$
26	$u = 10 + 10 \cos 2\omega t + 7 \sin 6\omega t$	$i = 5 \sin(2\omega t + 5^\circ) + 2 \sin(6\omega t + 10^\circ)$
27	$u = 50 + 40 \sin 3\omega t + 25 \cos 5\omega t$	$i = 5 + 4 \sin(3\omega t + 15^\circ) + 2 \sin 5\omega t$
28	$u = 20 + 10 \sin 2\omega t + 5 \sin 6\omega t$	$i = 4 + 2 \sin(2\omega t + 50^\circ) + 1 \cos 6\omega t$
29	$u = 90 + 70 \sin \omega t + 50 \sin 3\omega t$	$i = 9 + 7 \sin(\omega t + 5^\circ) + 5 \sin(3\omega t - 15^\circ)$
30	$u = 100 + 80 \sin 4\omega t + 20 \sin 6\omega t$	$i = 5 + 2 \sin(4\omega t + 30^\circ) + 1 \cos 6\omega t$

Задание 3.3

Для заданной схемы электрической цепи, структура которой представлена на рис. 3.8, параметры источника и элементов приведены в табл. 3.4, 3.5:

– представить заданную функцию $f(\omega t)$ источника ЭДС или тока рядом Фурье, ограничив число членов ряда постоянной составляющей и тремя первыми гармониками;

- построить графики спектров амплитуд и начальных фаз заданного источника;
- определить функцию $f_H(\omega t)$ – напряжение $u_H(\omega t)$ или ток $i_H(\omega t)$ на нагрузке, используя комплексный метод расчёта;
- построить графики спектральных составляющих для напряжения (тока) на нагрузке;
- определить действующее значение напряжения (тока) на нагрузке и мощность, рассеиваемую на нагрузке.

Отсутствующий элемент структуры следует заменить перемычкой.

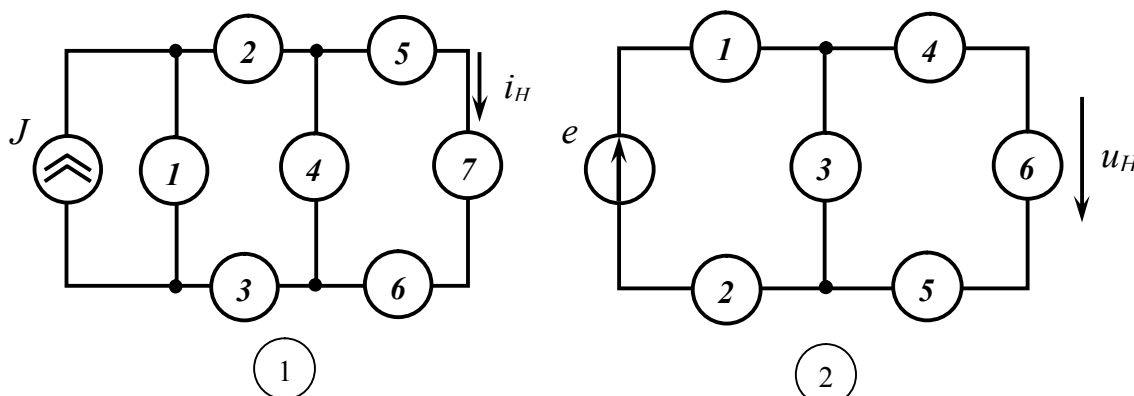


Рис. 3.8

Таблица 3.4

Исходные данные к заданию 3.3

Вариант	Схема, рис. 3.8	Параметры источника		
		Форма, табл. 3.1	F_m	$\omega, \text{с}^{-1}$
1	2	3	4	5
1	2	1	$E_m = 50 \text{ В}$	1000
2	1	1	$J_m = 1 \text{ А}$	600
3	2	2	$E_m = 55 \text{ В}$	1000
4	1	2	$J_m = 1,1 \text{ А}$	1000
5	2	3	$E_m = 60 \text{ В}$	1000
6	1	3	$J_m = 1,2 \text{ А}$	1200
7	2	4	$E_m = 65 \text{ В}$	200
8	1	4	$J_m = 1,3 \text{ А}$	200
9	2	5	$E_m = 70 \text{ В}$	2000
10	1	5	$J_m = 1,4 \text{ А}$	2000
11	2	6	$E_m = 75 \text{ В}$	1000
12	1	6	$J_m = 1,5 \text{ А}$	200

Окончание табл. 3.4

1	2	3	4	5
13	2	1	$E_m = 80 \text{ В}$	200
14	1	1	$J_m = 1,6 \text{ А}$	1000
15	2	2	$E_m = 85 \text{ В}$	100
16	1	2	$J_m = 1,7 \text{ А}$	1000
17	2	3	$E_m = 90 \text{ В}$	1000
18	1	3	$J_m = 1,8 \text{ А}$	1000
19	2	4	$E_m = 95 \text{ В}$	1000
20	1	4	$J_m = 1,9 \text{ А}$	1000
21	2	5	$E_m = 100 \text{ В}$	1000
22	1	5	$J_m = 2 \text{ А}$	200
23	2	6	$E_m = 105 \text{ В}$	200
24	1	6	$J_m = 2,1 \text{ А}$	2000
25	2	1	$E_m = 110 \text{ В}$	2000
26	1	1	$J_m = 2,2 \text{ А}$	200
27	2	2	$E_m = 115 \text{ В}$	500
28	1	2	$J_m = 2,3 \text{ А}$	1000
29	2	3	$E_m = 120 \text{ В}$	200
30	1	3	$J_m = 2,4 \text{ А}$	1000

Таблица 3.5

Исходные данные к заданию 3.3

Вариант	Параметры элементов R , Ом; L , мГн; C , мкФ Номера элементов						
	1	2	3	4	5	6	7
–	1	2	3	4	5	6	7
1	$R=20$	–	$L=10$	$R=20$	$R=20$	$L=10$	–
2	$R=10$	$L=15$	–	$R=10$	$L=15$	–	$R=10$
3	$C=100$	–	$R=15$	$C=200$	$C=200$	$R=15$	–
4	$R=10$	$L=7,5$	$L=7,5$	$R=10$	$L=15$	–	$R=10$
5	$R=18$	$L=20$	$R=18$	$L=20$	–	$R=18$	–
6	$R=25$	$R=25$	–	$L=2$	$R=25$	–	$L=2$
7	$R=30$	$C=250$	$R=30$	$C=250$	–	$R=30$	–
8	$R=35$	–	$C=250$	$R=35$	$C=250$	–	$R=35$
9	$L=4$	$R=200$	$C=5$	$L=4$	$R=200$	$R=200$	
10	$R=200$	$L=2,5$	–	$C=20$	$L=2,5$	–	$R=28$
11	$C=50$	–	$L=50$	$C=50$	–	$R=50$	–

Окончание табл. 3.5

–	1	2	3	4	5	6	7
12	$R=32$	$C=500$	–	$L=150$	$C=500$	–	$R=32$
13	$L=25$	$C=50$	$R=80$	$L=25$	–	$R=80$	–
14	$R=70$	$L=20$	–	$R=70$	$L=20$	$C=6,7$	$R=70$
15	$L=200$	$R=100$	$C=100$	$L=200$	$R=100$	$R=100$	–
16	$R=10$	$L=7,5$	$L=7,5$	$R=10$	$L=15$	–	$R=10$
17	$R=8$	$R=12$	$L=10$	$R=22$	$R=18$	$L=10$	–
18	$R=100$	$C=20$	–	$R=100$	$C=40$	$C=40$	$R=100$
19	$C=100$	–	$R=13$	$C=200$	$C=200$	$R=13$	–
20	$R=24$	$R=12$	$R=12$	$L=2$	$R=24$	–	$L=2$
21	$R=19$	$L=20$	$R=19$	$L=10$	$L=10$	$R=19$	–
22	$R=37$	$C=500$	$C=500$	$R=37$	–	$C=250$	$R=37$
23	$R=33$	$C=250$	$R=33$	$C=500$	$C=500$	$R=33$	–
24	$R=30$	$L=2,5$	–	$C=40$	$L=1,25$	$L=1,35$	$R=30$
25	$L=2$	$L=2$	$C=15$	–	$L=4$	$R=50$	–
26	$R=34$	$C=1000$	$C=1000$	$L=150$	$C=500$	–	$R=34$
27	$C=333$	$C=333$	$L=75$	$C=167$	–	$R=30$	–
28	$R=75$	$L=10$	$L=10$	$R=75$	$L=20$	$C=6,7$	$R=75$
29	$C=50$	$L=25$	$R=100$	–	$L=25$	$R=100$	–
30	$R=28$	$L=5$	–	$C=10$	$L=5$	–	$R=28$

4. РАСЧЁТ ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ В ТРЁХФАЗНЫХ ЦЕПЯХ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

4.1. Методические рекомендации по выполнению заданий

4.1.1. Общие положения

Трёхфазная цепь представляет собой пример сложной цепи переменного тока, поскольку в ней, по существу, действует три источника. Поэтому для расчёта такой цепи в принципе можно использовать любой из известных методов расчёта сложных цепей переменного тока. Однако особенность конфигурации трёхфазных цепей заключается в том, что эти цепи содержат три одинаковых по схеме участка, приводит к возможности существенного упрощения их расчёта, созданию заранее составленных программ решения, выводу готовых формул для расчёта ряда характерных режимов.

О выборе положительных направлений в трёхфазных цепях. Выбор положительных направлений тока в ветвях сложных однофазных цепей при их расчёте осуществляется произвольно. Однако в трёхфазных цепях, с целью упрощения расчётов, рекомендуется придерживаться правила единообразия положительных направлений в отдельных фазах.

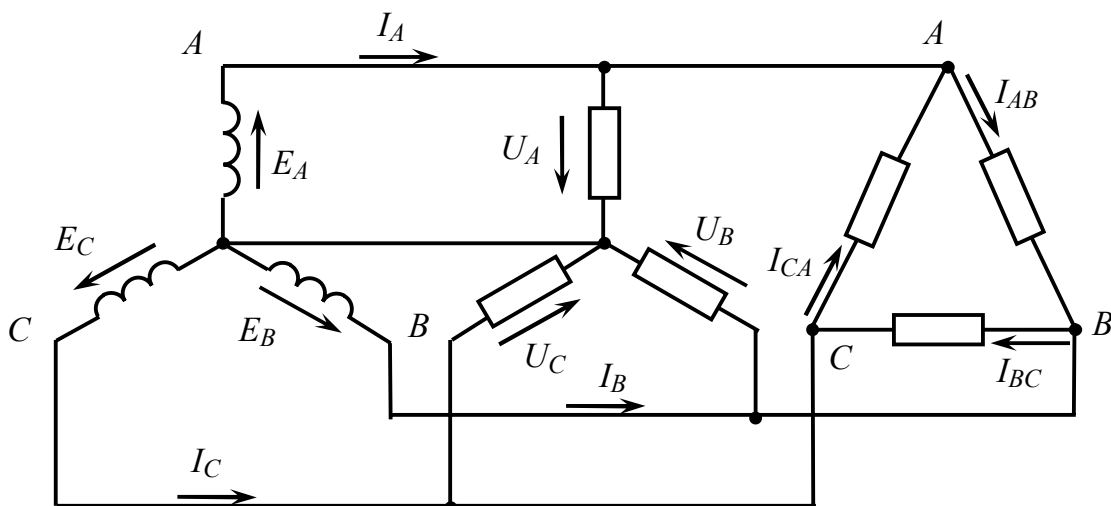


Рис. 4.1

Это значит, что, направив ток I_A в линейном проводе A, например, к приёмнику (рис. 4.1), следует токи I_B и I_C в двух других линейных проводах направить также от источника к приёмнику (выбор направления тока в нейтральном проводе остаётся произвольным).

Аналогично, выбрав направление U_A в фазе A звезды, допустим от вершины к нейтральной точке, напряжения U_B и U_C также целесообразно направить к нейтральной точке. Если в фазе AB треугольника ток I_{AB} был направлен от вершины, обозначенной предшествующей по алфавиту буквой, к вершине, помеченной последующей буквой, то эту последовательность следует выдерживать и в токах I_{BC} и I_{CA} двух других фаз, направив их соответственно от вершины B к вершине C и от вершины C к вершине A .

Естественно, что при расчёте трёхфазных цепей не следует пренебрегать правилом, согласно которому направления ЭДС, напряжения и тока в данном приёмнике следует принимать одинаковыми, а напряжение источника предпочтительнее направлять навстречу его ЭДС.

4.1.2. Расчёт несимметричных режимов трёхфазных цепей

Порядок расчёта трёхфазной цепи в общем случае зависит от способа соединения фаз приёмника и источника (звезда или треугольник), характера связи источника и приёмника (непосредственная или через линию передачи, по трёхпроводной или четырёхпроводной цепи), а также от состава заданных характеристик источника (напряжений или ЭДС с внутренними сопротивлениями).

Треугольник при непосредственном питании от сети.

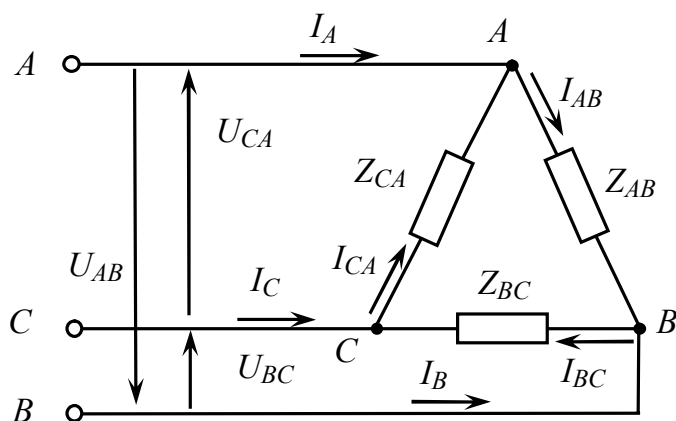


Рис. 4.2

Для питания приёмника, соединённого треугольником, достаточно иметь трёхпроводную сеть (рис. 4.2). Заданные линейные напряжения $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ сети являются в этом случае фазными напряжениями приёмника, по ним определяются фазные токи

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}; \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}}; \quad \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}},$$

где \underline{Z}_{AB} , \underline{Z}_{BC} , \underline{Z}_{CA} – предполагаемые известными сопротивления фаз приёмника.

Линейные токи приёмника при выбранных направлениях токов определяются выражениями

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}.$$

Звезда с нейтральным проводом при непосредственном питании от сети.

В этом случае питание приёмника осуществляют от четырёхпроводной сети (рис. 4.3) и для решения задачи необходимы её фазные напряжения \dot{U}_A , \dot{U}_B , \dot{U}_C . Если задано линейное напряжение, то действующее значение фазного напряжения

$$U_\phi = U_L / \sqrt{3}.$$

Фазные (они же и линейные) токи приёмника определяются по предполагаемым известными сопротивлениям \underline{Z}_A , \underline{Z}_B , \underline{Z}_C фаз приёмника

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C}.$$

Ток в нейтральном проводе при указанных на схеме направлениях токов равен

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C.$$

Звезда без нейтрального провода при непосредственном питании от сети.

Расчёт этой цепи (рис. 4.4, а) представляет собой более сложную задачу, чем две предыдущих, так как любая заданная система напряжений сети (фазные и линейные) в этом случае не является системой фазных напряжений приёмника.

Отсутствие симметрии нагрузки нарушает симметрию фазных токов и напряжений, в то время как фазные и линейные напряжения генератора остаются симметричными. В результате этого изменяется потенциал нейтральной точки N и между нейтральными генератора и нагрузки возникает разность потенциалов \dot{U}_{nN} , называемая смещением нейтрали

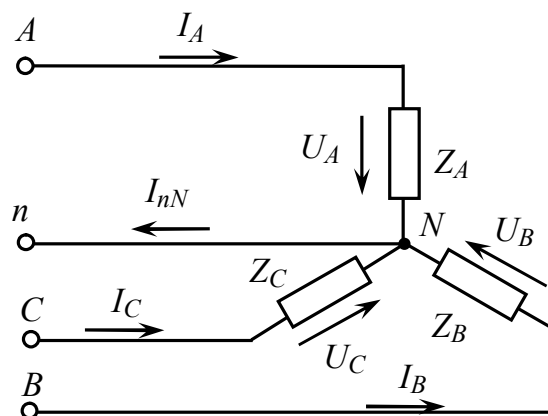


Рис. 4.3

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_A \dot{U}_a + \underline{Y}_B \dot{U}_b + \underline{Y}_C \dot{U}_c}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C},$$

где $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ – комплексные фазные напряжения генератора; $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C$ – комплексные проводимости фаз нагрузки.

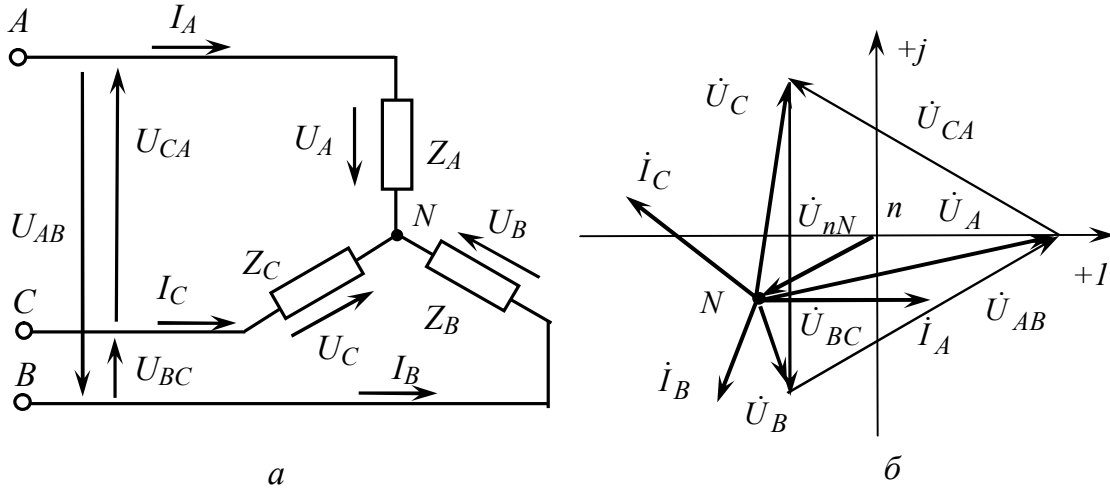


Рис. 4.4

Фазные напряжения нагрузки

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a - \dot{U}_{nN}; \quad \dot{U}_B = \dot{U}_b - \dot{U}_{nN}; \quad \dot{U}_C = \dot{U}_c - \dot{U}_{nN},$$

фазные токи определяют по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \underline{Y}_A \dot{U}_A; \quad \dot{I}_B = \underline{Y}_B \dot{U}_B; \quad \dot{I}_C = \underline{Y}_C \dot{U}_C.$$

На рис. 4.4, б приведён пример векторной диаграммы токов и напряжений в трёхфазной сети с активно-индуктивной нагрузкой фаз A и B и активно-ёмкостной фазы C . Вследствие асимметрии нейтральная точка нагрузки N сместилась относительно нейтральной точки генератора n . Однако линейные напряжения нагрузки, определяемые ЭДС генератора, остались неизменными. Поэтому векторы фазных напряжений нагрузки $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ приходят в те же точки, что и векторы фазных напряжений генератора $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$. Относительно векторов $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ строят векторы токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ с учётом характера нагрузки в фазах.

Звезда без нейтрального провода при питании через линию передачи.

При известной системе линейных напряжений $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$ питающей сети эта задача сводится к более простой задаче, если учесть, что провода линии передачи с сопротивлениями $\underline{Z}_{ЛA}, \underline{Z}_{ЛB}, \underline{Z}_{ЛC}$ со-

единены последовательно с соответствующими фазами приёмника $\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_C$ (рис. 4.5).

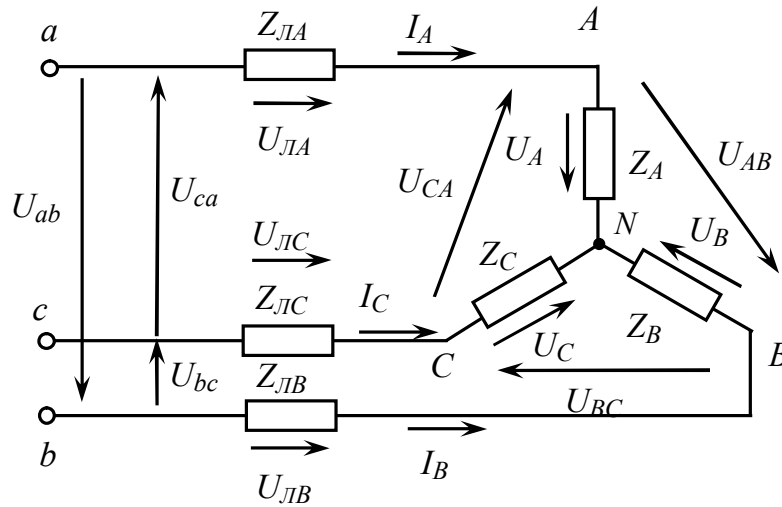


Рис. 4.5

Переходя к эквивалентному приёмнику с сопротивлениями фаз $\underline{Z}'_A = \underline{Z}_{LA} + \underline{Z}_A$; $\underline{Z}'_B = \underline{Z}_{LB} + \underline{Z}_B$; $\underline{Z}'_C = \underline{Z}_{LC} + \underline{Z}_C$, получим упрощенную схему (рис. 4.6, а), расчёт токов которой изложен в предыдущем пункте.

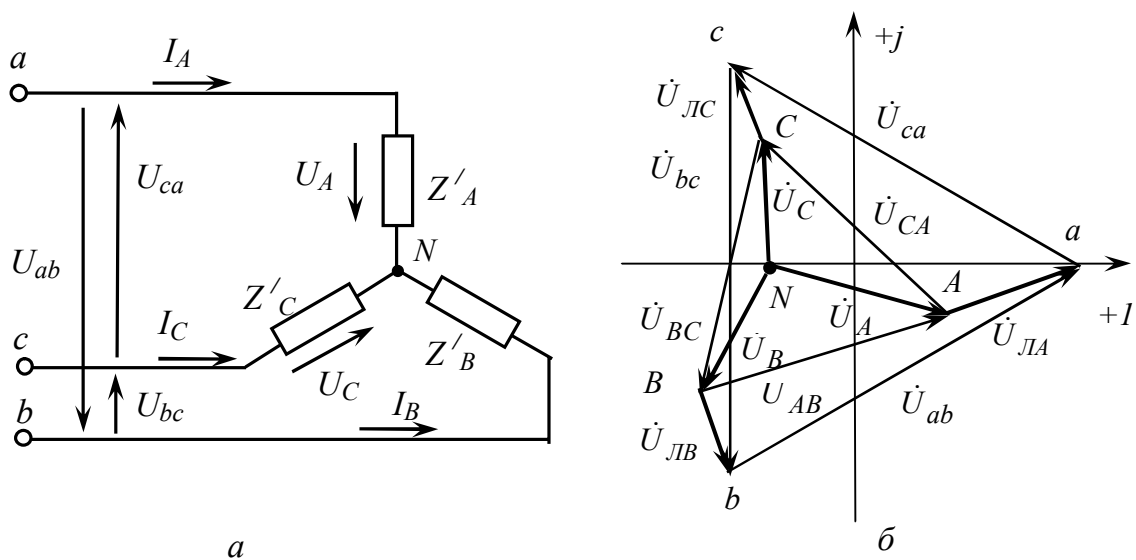


Рис. 4.6

По этим токам, возвращаясь к исходной схеме, нетрудно определить фазные напряжения исходного приёмника

$$\dot{U}_A = \underline{Z}_A \dot{I}_A; \quad \dot{U}_B = \underline{Z}_B \dot{I}_B; \quad \dot{U}_C = \underline{Z}_C \dot{I}_C$$

и напряжения на сопротивлениях линейных проводов

$$\dot{U}_{ЛA} = \underline{Z}_{ЛA} \dot{I}_A; \quad \dot{U}_{ЛB} = \underline{Z}_{ЛB} \dot{I}_B; \quad \dot{U}_{ЛC} = \underline{Z}_{ЛC} \dot{I}_C.$$

Векторная диаграмма напряжений для исходной цепи представлена на рис. 4.6, б. Векторы $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ фазных напряжений приёмника строят из точки смещения нейтрали N , векторы $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ линейных напряжений приёмника образуют треугольник ABC .

Векторы $\dot{U}_{ЛA}, \dot{U}_{ЛB}, \dot{U}_{ЛC}$ падений напряжений в линейных проводах строят из вершин A, B, C . Концы этих векторов определяют на диаграмме точки, соответствующие вершинам a, b, c треугольника линейных напряжений источника $\dot{U}_{ab}, \dot{U}_{bc}, \dot{U}_{ca}$.

Звезда с нейтральным проводом при питании через линию передачи.

Наличие нейтрального провода требует задания в питающей сети (рис. 4.7) системы фазных напряжений $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ источника. Расчёт цепи начинают с внесения сопротивлений $\underline{Z}_{ЛA}, \underline{Z}_{ЛB}, \underline{Z}_{ЛC}$ линейных проводов в фазы приёмника, в результате чего приходят к упрощённой схеме с эквивалентным приёмником (рис. 4.8), проводимости фаз которого равны

$$\underline{Y}'_A = \frac{1}{\underline{Z}_{ЛA} + \underline{Z}_A}; \quad \underline{Y}'_B = \frac{1}{\underline{Z}_{ЛB} + \underline{Z}_B}; \quad \underline{Y}'_C = \frac{1}{\underline{Z}_{ЛC} + \underline{Z}_C}.$$

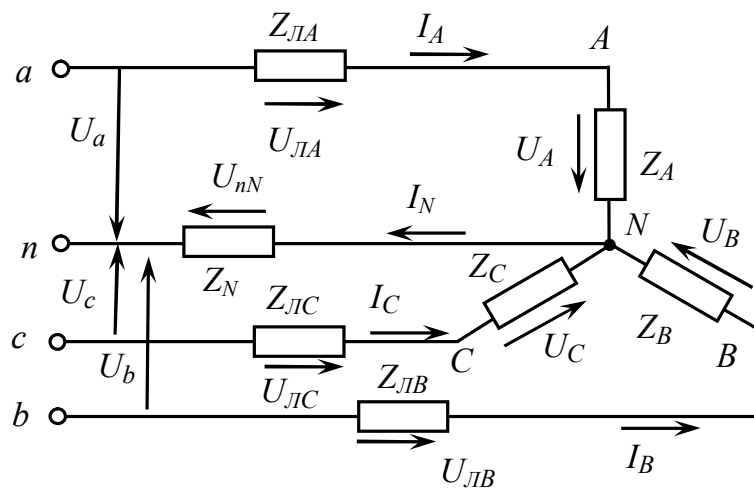


Рис. 4.7

Так как нейтральный провод невозможно объединить ни с одной из фаз приёмника, с целью упрощения дальнейших преобразований его характеризуют проводимостью

$$\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}.$$

Напряжение между нейтральными точками N приёмника и n источника

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_A \dot{U}_a + \underline{Y}_B \dot{U}_b + \underline{Y}_C \dot{U}_c}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}.$$

Найденное напряжение \dot{U}_{nN} позволяет определить напряжения на эквивалентном приёмнике и токи фаз. Далее при необходимости вычисляют ток \dot{I}_N в нейтральном проводе и напряжения исходного приёмника.

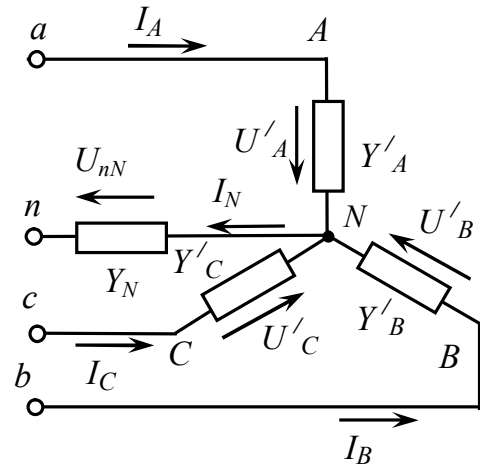


Рис. 4.8

Треугольник при питании через линию передачи.

Расчёт такой цепи (рис. 4.9) начинают с преобразования заданного треугольника в эквивалентную звезду, в результате чего задача сводится к рассмотренному расчёту звезды без нейтрального провода (см. рис. 4.5).

После определения линейных напряжений $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ на эквивалентной звезде, которые, очевидно, будут равны фазным напряжениям исходного треугольника, рассчитывают его фазные токи $\dot{I}_{AB}, \dot{I}_{BC}, \dot{I}_{CA}$. С помощью первого закона Кирхгофа, записанного для узлов A, B, C приёмника, можно по вычисленным ранее (при расчёте эквивалентной цепи) линейным токам $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ проверить правильность решения задачи.

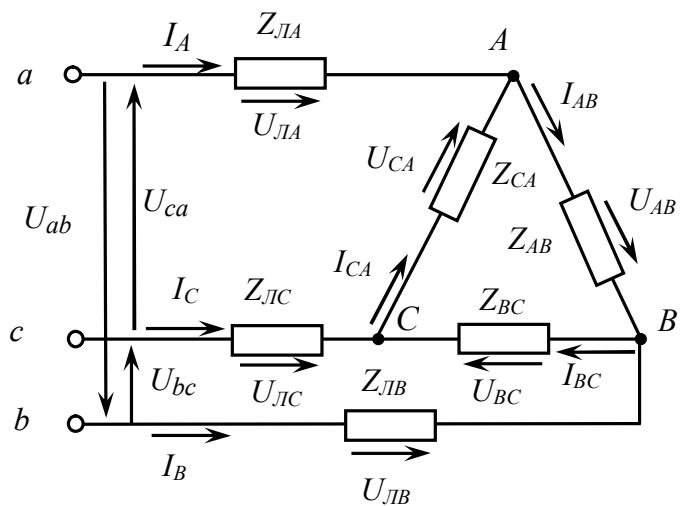


Рис. 4.9

4.1.3. Расчёт симметричных режимов трёхфазных цепей

Симметричные режимы в трёхфазных цепях являются частным случаем несимметричных режимов и поэтому могут быть рассчитаны с помощью общих приёмов, описанных ранее. Однако такой подход не целесообразен, поскольку при симметричных режимах электромагнитные процессы во всех трёх фазах протекают одинаково, и их расчёт достаточно провести только для одной фазы.

Треугольник при непосредственном питании от сети.

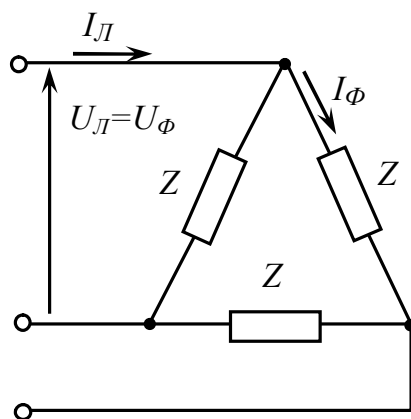


Рис. 4.10

Опираясь на линейное напряжение U_L сети, которое в этом случае является фазным напряжением приёмника (рис.4.10), определяем его фазный ток

$$I_{\phi} = U_L / Z,$$

где Z – полное сопротивление фазы приёмника.

Линейный ток приёмника будет в $\sqrt{3}$ раз больше фазного тока

$$I_L = \sqrt{3} I_{\phi}.$$

Звезда при непосредственном питании от сети.

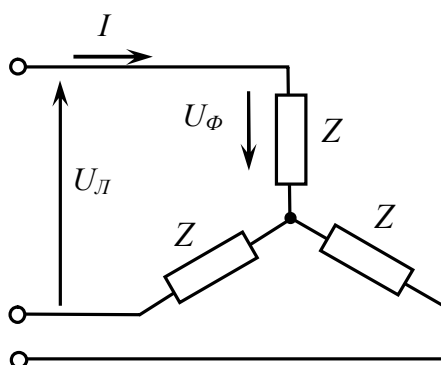


Рис. 4.11

При симметричном режиме фазное напряжение приёмника, соединённого звездой, равно фазному напряжению U_{ϕ} сети. Линейное напряжение

$$U_L = \sqrt{3} U_{\phi}.$$

Фазный или, что, то же самое, линейный ток приёмника

$$I = U_{\phi} / Z.$$

Взаимное преобразование симметричных звезды и треугольника.

При расчёте трёхфазных цепей нередко приходится обращаться к преобразованию треугольника в эквивалентную звезду или звезды в эквивалентный треугольник. В случае симметричности указанных элементов известные формулы для таких преобразований получают

существенные упрощения. Обозначая параметры симметричных треугольника и звезды соответственно индексами Δ и Y , их полные сопротивления и проводимости можно записать в виде

$$Z_Y = Z_{\Delta}/3; \quad Y_Y = 3Y_{\Delta}.$$

Таким образом, сопротивления симметричной звезды, эквивалентной заданному симметричному треугольнику, в три раза меньше его сопротивлений, а проводимости звезды в три раза больше проводимостей треугольника. Заметим, что фазовые углы φ приёмников при этих преобразованиях не изменяются.

4.1.4. Мощность трёхфазной системы

Каждая фаза нагрузки представляет собой отдельный элемент электрической цепи, в котором происходит преобразование энергии или её обмен с источником питания. Поэтому активная и реактивная мощности трёхфазной цепи равны суммам мощностей отдельных фаз: $P = P_A + P_B + P_C$; $Q = Q_A + Q_B + Q_C$ – для соединения звездой; $P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA}$; $Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$ – для соединения треугольником.

Активная и реактивная мощности каждой фазы определяются так же, как в однофазной цепи:

$$P_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi_{\phi} = R_{\phi} I_{\phi}^2; \quad Q = U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi_{\phi} = X_{\phi} I_{\phi}^2.$$

Полная мощность трёхфазной цепи равна

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Полную мощность можно представить также в комплексной форме. Например, для соединения звездой:

$$\underline{S} = P + jQ = (P_A + P_B + P_C) + j(Q_A + Q_B + Q_C).$$

При симметричном режиме цепи, когда напряжения, токи и фазовые углы в различных фазах соответственно равны друг другу, активная, реактивная и полная мощности равны

$$P = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi = 3R_{\phi} I_{\phi}^2;$$

$$Q = 3U_{\phi} I_{\phi} \sin \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi = 3X_{\phi} I_{\phi}^2;$$

$$S = 3U_{\phi} I_{\phi} = \sqrt{3} U_L I_L.$$

4.2. Пример расчёта трёхфазной цепи

Трёхфазный потребитель соединён по схеме четырёхпроводного соединения звезда (см. рис. 4.3). Параметры элементов $R_A = 100 \text{ Ом}$, $L_B = 318,5 \text{ мГн}$, $C_C = 31,84 \text{ мкФ}$. Действующее значение линейного напряжения $U_L = 173 \text{ В}$, частота $f = 50 \text{ Гц}$.

Определить токи в фазах приёмника и нейтральном проводе, значения активной, реактивной и полной мощности. Построить векторную диаграмму. Как изменятся фазные токи при обрыве в нейтральном проводе?

Решение.

Сопротивление реактивных элементов в фазах B и C:

$$X_B = 2\pi fL = 314 \cdot 318,5 \cdot 10^{-3} = 100 \text{ Ом};$$

$$X_C = 1/(2\pi fC) = 10^6 / (314 \cdot 31,84) = 100 \text{ Ом}.$$

Действующее значение фазного напряжения

$$U_\phi = U_L / \sqrt{3} = 173 / \sqrt{3} = 100 \text{ В}.$$

Комплексное напряжение фаз потребителя при условии $\psi_{U_A} = 0$:

$$\dot{U}_A = 100 \text{ В}; \quad \dot{U}_B = 100e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_C = 100e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Комплексные сопротивления фаз:

$$\underline{Z}_A = 100 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_B = j100 = 100e^{j90^\circ} \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_C = -j100 = 100e^{-j90^\circ} \text{ Ом}.$$

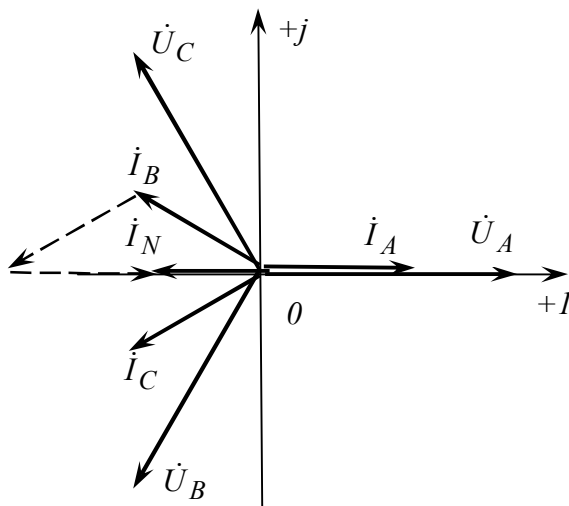


Рис. 4.12

Комплексные токи фаз:

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A / \underline{Z}_A = 100 / 100 = 1 \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{100e^{-j120^\circ}}{100e^{j90^\circ}} = e^{-j210^\circ} = (-0,866 + j0,5) \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{100e^{j120^\circ}}{100e^{-j90^\circ}} = e^{j210^\circ} = (-0,866 - j0,5) \text{ А}.$$

Комплексный ток в нейтральном проводе определяется суммой комплексных токов фаз:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 1 - 0,866 + j0,5 - 0,866 - j0,5 = -0,73 \text{ А}.$$

Действующие значения токов:

$$I_A = I_B = I_C = 1 \text{ А}; I_N = 0,73 \text{ А}.$$

Активная мощность

$$P = P_A = I_A^2 R_A = 1^2 \cdot 100 = 100 \text{ Вт}.$$

Реактивная мощность

$$Q = Q_B - Q_C = I_B^2 X_B - I_C^2 X_C = 1^2 \cdot 100 - 1^2 \cdot 100 = 0.$$

Полная мощность

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 100 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Векторная диаграмма для четырёхпроводной схемы представлена на рис. 4.12.

При обрыве в нейтральном проводе трёхфазная система становится трёхпроводной. Вследствие несимметрии нагрузки возникает смещение нейтрали

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\underline{Y}_A \dot{U}_a + \underline{Y}_B \dot{U}_b + \underline{Y}_C \dot{U}_c}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.$$

Комплексные проводимости фаз:

$$\underline{Y}_A = 1/\underline{Z}_A = 1/100 = 10^{-2} \text{ См};$$

$$\underline{Y}_B = 1/\underline{Z}_B = 1/\left(100e^{j90^\circ}\right) = 10^{-2} e^{-j90^\circ} = -j10^{-2} \text{ См};$$

$$\underline{Y}_C = 1/\underline{Z}_C = 1/\left(100e^{-j90^\circ}\right) = 10^{-2} e^{j90^\circ} = j10^{-2} \text{ См}.$$

Напряжения фаз источника:

$$\dot{U}_a = 100 \text{ В};$$

$$\dot{U}_b = 100e^{-j120^\circ} = (-50 - j86,6) \text{ В};$$

$$\dot{U}_c = 100e^{j120^\circ} = (-50 + j86,6).$$

Напряжение смещения

$$\begin{aligned} \dot{U}_{nN} &= \frac{10^{-2} \cdot 100 + 10^{-2} e^{-j90^\circ} \cdot 100e^{-j120^\circ} + 10^{-2} e^{-j90^\circ} \cdot 100e^{-j120^\circ}}{10^{-2} - j10^{-2} + j10^{-2}} = \\ &= \frac{1 + e^{-j210^\circ} + e^{j210^\circ}}{10^{-2}} = \frac{1 - 0,866 + j0,5 - 0,866 - j0,5}{10^{-2}} = -73 \text{ В}. \end{aligned}$$

Комплексные напряжения фаз потребителя:

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a - \dot{U}_{nN} = 100 + 73 = 173 \text{ В};$$

$$\dot{U}_B = \dot{U}_b - \dot{U}_{nN} = -50 - j86,6 + 73 = 23 - j86,6 = 89,6e^{-j75^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = \dot{U}_c - \dot{U}_{nN} = -50 + j86,6 + 73 = 23 + j86,6 = 89,6e^{j75^\circ} \text{ В.}$$

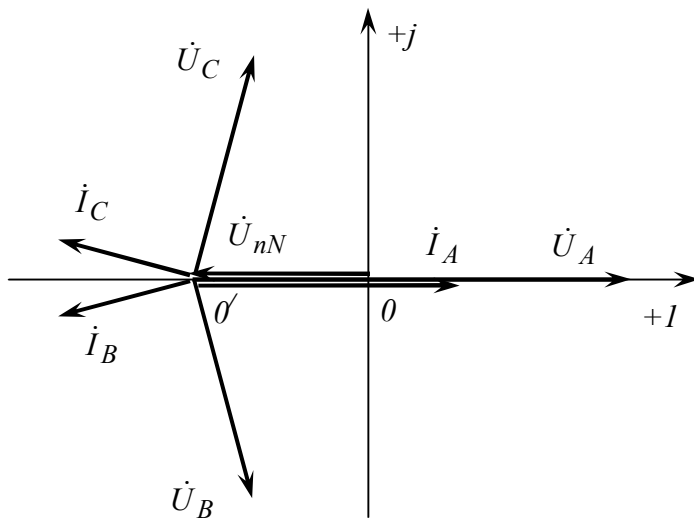


Рис. 4.13

Комплексные токи

фаз:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{173}{100} = 1,73 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{89,9e^{-j75^\circ}}{100e^{j90^\circ}} = 0,9e^{-j165^\circ} \text{ А;}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{89,9e^{j75^\circ}}{100e^{-j90^\circ}} = 0,9e^{j165^\circ} \text{ А.}$$

Действующие значения токов:

$$I_A = 1,73 \text{ А; } I_B = I_C = 0,9 \text{ А.}$$

Векторная диаграмма для трёхпроводной схемы представлена на рис. 4.13.

Вопросы для самоподготовки

1. Что понимают под фазой трёхфазной сети?
2. Дайте определения фазных, линейных и нейтральных проводов.
3. Дайте определение фазных и линейных токов и напряжений.
4. Перечислите способы связи источников и нагрузки в трёхфазной сети.
5. Как соотносятся между собой фазные и линейные напряжения симметричного трёхфазного источника?
6. При каком условии наличие или отсутствие нейтрального провода не влияет на режим работы нагрузки?
7. В каком случае можно использовать трёхпроводную сеть вместо четырёхпроводной?
8. Что такое смещение нейтрали?
9. Как определить напряжение \dot{U}_{nN} при наличии несимметрии нагрузки?

10. Как рассчитываются фазные напряжения при наличии смещения нейтрали?
11. Почему в трёхпроводной системе изменение нагрузки одной фазы влияет на режим работы двух других?
12. Как соотносятся между собой фазные и линейные токи при подключении нагрузки треугольником?
13. Почему при соединении нагрузки треугольником в трёхпроводной сети отсутствует взаимное влияние фазной нагрузки?
14. Как можно учесть падения напряжений в линиях при нахождении фазных напряжений на нагрузке, подключенной звездой?
15. Как рассчитать активную (реактивную, полную) мощность трёхфазной электрической цепи?
16. Какое соединение фазных обмоток электрического генератора (треугольником или звездой) является предпочтительным?
17. В каких случаях наличие нейтрального провода в трёхфазной электрической системе даёт существенные преимущества?
18. Какая из электрических систем (однофазная или трёхфазная) является более эффективной?

4.3. Индивидуальные задания

Задание 4.1

В симметричных трёхфазных цепях, схемы которых представлены на рис. 4.14, определите мгновенные и комплексные действующие значения указанных в табл. 4.1 величин. Постройте векторные диаграммы токов и напряжений.

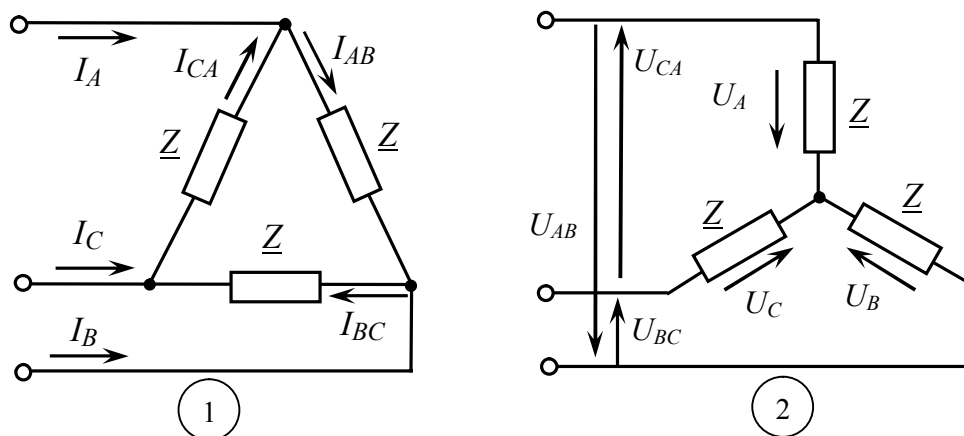


Рис. 4.14

Таблица 4.1

Исходные данные к заданию 4.1

Вариант	Схема, рис.4.14	Дано $i, \dot{I}, A; u, \dot{U}, B$	Определить	Вариант	Схема, рис.4.14	Дано $i, \dot{I}, A; u, \dot{U}, B$	Определить
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	$i_{AB} = 5 \sin \omega t$	i_A	16	1	$i_B = 10 \sin \omega t$	i_{BC}
	2	$\dot{U}_B = 50e^{j45^\circ}$	\dot{U}_{AB}		2	$\dot{U}_{BC} = 200e^{-j135^\circ}$	\dot{U}_C
2	1	$i_{BC} = 5 \sin(\omega t - 60^\circ)$	i_B	17	1	$i_C = 15 \sin(\omega t + 30^\circ)$	i_{CA}
	2	$\dot{U}_C = 127e^{j75^\circ}$	\dot{U}_{CA}		2	$\dot{U}_{CA} = 173e^{j220^\circ}$	\dot{U}_A
3	1	$i_{CA} = 15 \sin(\omega t + 90^\circ)$	i_C	18	1	$\dot{I}_B = 1$	\dot{I}_{BC}
	2	$\dot{U}_A = 380$	\dot{U}_{BC}		2	$u_C = 100 \sin(\omega t + 12^\circ)$	u_{CA}
4	1	$\dot{I}_{BC} = 10e^{j60^\circ}$	\dot{I}_B	19	1	$\dot{I}_A = 2e^{-j30^\circ}$	\dot{I}_{BC}
	2	$u_{AB} = 127 \sin \omega t$	u_C		2	$u_B = 127 \sin \omega t$	u_{BC}
5	1	$\dot{I}_{CA} = 12e^{j140^\circ}$	\dot{I}_C	20	1	$\dot{I}_C = 4e^{j135^\circ}$	\dot{I}_{AB}
	2	$u_{BC} = 220 \sin(\omega t - 90^\circ)$	u_B		2	$u_C = \sin(\omega t - 10^\circ)$	u_{AB}
6	1	$\dot{I}_{AB} = 5e^{-j75^\circ}$	\dot{I}_A	21	1	$i_{CA} = 5 \sin \omega t$	i_A
	2	$u_{CA} = 173 \sin(\omega t + 30^\circ)$	u_A		2	$\dot{U}_A = 127$	\dot{U}_C
7	1	$i_A = 15 \sin(\omega t + 30^\circ)$	i_{AB}	22	1	$i_{BC} = 12 \sin(\omega t + 70^\circ)$	i_C
	2	$\dot{U}_{AB} = 200 B$	\dot{U}_B		2	$\dot{U}_B = 220e^{j60^\circ}$	\dot{U}_A
8	1	$i_{AB} = 4 \sin(\omega t + 30^\circ)$	i_B	23	1	$\dot{I}_{CA} = 1,5e^{j75^\circ}$	\dot{I}_{AB}
	2	$\dot{U}_C = 380e^{-j10^\circ}$	\dot{U}_B		2	$u_{BC} = 100 \sin \omega t$	u_C
9	1	$\dot{I}_{BC} = 10$	\dot{I}_A	24	1	$\dot{I}_{AB} = 3$	\dot{I}_{BC}
	2	$u_B = 100 \sin \omega t$	u_C		2	$u_{CA} = 173 \sin(\omega t + 45^\circ)$	u_A
10	1	$\dot{I}_{CA} = 5e^{j100^\circ}$	\dot{I}_B	25	1	$i_A = 2 \sin(\omega t + 15^\circ)$	i_B
	2	$u_C = 127 \sin(\omega t + 30^\circ)$	u_A		2	$\dot{U}_A = 660$	\dot{U}_C
11	1	$\dot{I}_{AB} = 3e^{-j30^\circ}$	\dot{I}_C	26	1	$i_B = 4 \sin \omega t$	i_C
	2	$u_A = 173 \sin(\omega t - 120^\circ)$	u_B		2	$\dot{U}_B = 380e^{-j10^\circ}$	\dot{U}_A
12	1	$i_{AB} = 5 \sin \omega t$	i_{CA}	27	1	$i_C = 6 \sin(\omega t + 135^\circ)$	i_A
	2	$\dot{U}_C = 100e^{-j30^\circ}$	\dot{U}_{AB}		2	$\dot{U}_C = 127e^{j50^\circ}$	\dot{U}_B

Окончание табл. 4.1

1	2	3	4	5	6	7	8
13	1	$i_{CA} = 5 \sin(\omega t - 75^\circ)$	i_{BC}	28	1	$i_{AB} = 4 \sin(\omega t + 100^\circ)$	i_{BC}
	2	$\dot{U}_B = 173e^{-j140^\circ}$	\dot{U}_{CA}		2	$\dot{U}_{AB} = 100 \text{ В}$	\dot{U}_{CA}
14	1	$i_{BC} = 5 \sin(\omega t + 165^\circ)$	i_{AB}	29	1	$i_{CA} = 2 \sin \omega t$	i_{AB}
	2	$\dot{U}_A = 120e^{j30^\circ}$	\dot{U}_{BC}		2	$\dot{U}_{BC} = 100e^{-j75^\circ}$	\dot{U}_{AB}
15	1	$\dot{I}_{BC} = 0,5e^{-j45^\circ}$	\dot{I}_{CA}	30	1	$i_{BC} = 3 \sin(\omega t - 140^\circ)$	i_{CA}
	2	$u_{AB} = 380 \sin(\omega t + 10^\circ)$	u_B		2	$\dot{U}_{CA} = 100e^{j135^\circ}$	\dot{U}_{BC}

Задание 4.2

В симметричной трёхфазной цепи (рис. 4.15) рассчитайте фазные и линейные токи и напряжения. Исходные данные приведены в табл. 4.2.

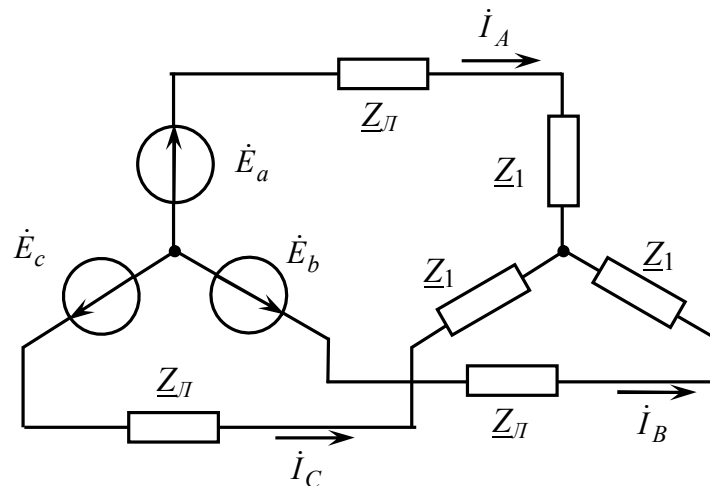


Рис. 4.15

Задание 4.3

Рассчитайте токи, указанные на схеме (рис. 4.16), если соответствующая цепь симметрична, значения \dot{U}_{ab} заданы численно равными \dot{E}_a из табл. 4.2, величины \underline{Z}_L и \underline{Z}_1 указаны там же, а \underline{Z}_2 для всех вариантов одинаково и равно 150 Ом.

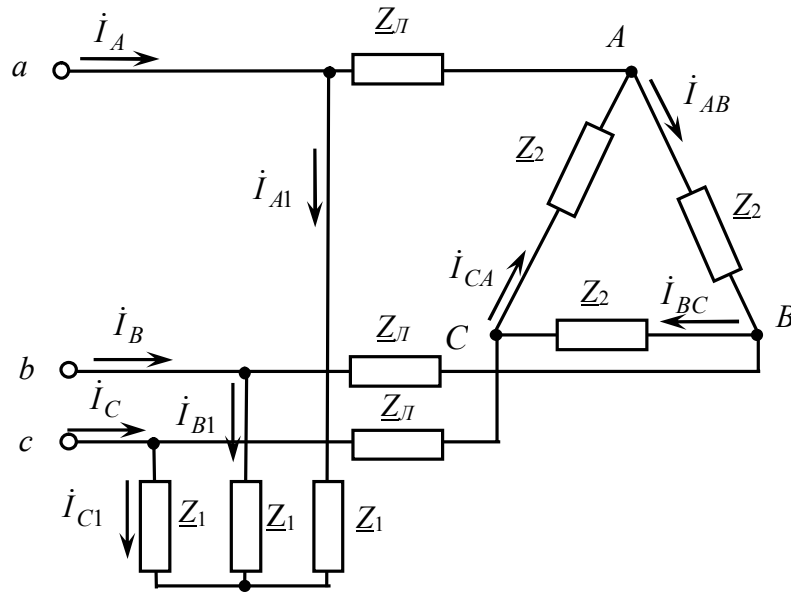


Рис. 4.16

Таблица 4.2

Исходные данные к заданиям 4.2, 4.3

Вариант	\dot{E}_a , В	$Z_{Л}$, Ом	Z_1 , Ом	Вариант	\dot{E}_a , В	$Z_{Л}$, Ом	Z_1 , Ом
1	$220e^{j30^\circ}$	$j20$	$20 - j40$	16	$220e^{j50^\circ}$	$-j20$	$50 - j20$
2	$127e^{j60^\circ}$	$j50$	$j50$	17	$173e^{j70^\circ}$	$j50$	$50 + j50$
3	$173e^{j10^\circ}$	$-j10$	$j30$	18	$100\sqrt{3}$	$j80$	$20 - j10$
4	$380e^{j60^\circ}$	$j100$	$-j150$	19	$380e^{j30^\circ}$	$-j150$	100
5	$220e^{j10^\circ}$	$j100$	$j50$	20	$220e^{j90^\circ}$	$-j50$	$100 + j200$
6	$173e^{j20^\circ}$	$j60$	$j20$	21	$660e^{j10^\circ}$	$j70$	$40 + j20$
7	$127\sqrt{3}$	$j20$	$j70$	22	$127\sqrt{3}$	20	$40 + j56$
8	$173e^{j40^\circ}$	$j20$	$40 + j70$	23	$380e^{j20^\circ}$	$j70$	$40 + j20$
9	$380e^{j50^\circ}$	$j40$	$10 + j10$	24	$220e^{j45^\circ}$	10	$40 + j100$
10	$660e^{j70^\circ}$	$-j220$	$j150$	25	$173e^{j30^\circ}$	150	$j200$
11	$220e^{j40^\circ}$	$j70$	$50 + j30$	26	$660e^{j60^\circ}$	$j30$	$50 + j70$
12	$127e^{j50^\circ}$	$j30$	$20 + j10$	27	380	$j20$	$30 + j100$
13	$173e^{j60^\circ}$	$-j40$	$40 + j13$	28	$220e^{j75^\circ}$	$j40$	$60 + j150$
14	$127\sqrt{3}$	$j50$	$-j100$	29	$380e^{j90^\circ}$	$-j100$	$50 + j20$
15	$380e^{j45^\circ}$	$j20$	$10 + j80$	30	$220e^{j30^\circ}$	50	$10 - j10$

Задание 4.4

Определите коэффициент мощности симметричной нагрузки, соединённой звездой, по данным, приведённым в табл. 4.3

Таблица 4.3

Исходные данные к заданию 4.4

Вариант	P , кВт	U_L , В	U_ϕ , В	I_L , А	I_ϕ , А	Вариант	P , кВт	U_L , В	U_ϕ , В	I_L , А	I_ϕ , А
1	1,2	380	–	2	–	16	1,12	–	220	–	2
2	2,4	380	–	4	–	17	0,675	100	–	6	–
3	0,952	380			2	18	0,696	–	100	–	4
4	2,1	–	220	4	–	19	1,53	380	–	–	4
5	0,686	–	127	2	–	20	5	–	380	5–	–
6	2,85	–	380	5	–	21	1,2	220	–	–	5
7	2,3	380	–	–	5	22	1,1	–	127	–	3
8	10,38	600	–	–	10	23	0,822	–	100	3	–
9	9,34	600	–	–	10	24	2	–	220	4	–
10	3,11	400	–	5	–	25	0,761	100	–	–	5
11	2,42	400	–	–	5	26	1,62	–	127	5	–
12	0,837	–	127	4	–	27	2,3	–	220	4	–
13	0,629	–	127	–	3	28	1,32	220	–	–	4
14	0,837	220	–	4	–	29	1,32	–	220	–	4
15	0,952	500	–	2	–	30	1,82	380	–	3	–

Задание 4.5

К трёхфазной линии с линейным напряжением U_L подключен несимметричный приёмник, соединённый по схеме звезда с нейтральным проводом (см. рис. 4.3). Активные и реактивные сопротивления фаз приёмника указаны в табл. 4.4. Сопротивление нейтрального провода пренебрежимо мало. Комплексное напряжение фазы a генератора $\dot{U}_a = \frac{U_L}{\sqrt{3}} e^{j0^\circ}$. Определить токи в фазах приёмника и нейтральном проводе в следующих режимах:

- трёхфазном;
- при обрыве в линейном проводе A ;
- при обрыве в нейтральном проводе.

Построить векторные диаграммы токов и напряжений на комплексной плоскости для всех режимов.

Определить активную, реактивную и полную мощности четырёхпроводной трёхфазной цепи.

Таблица 4.4

Исходные данные к заданию 4.5

Вариант	$U_L,$ В	$R_A,$ Ом	$X_A,$ Ом	$R_B,$ Ом	$X_B,$ Ом	$R_C,$ Ом	$X_C,$ Ом
1	220	5	0	3	4	6	-8
2	380	5	0	8	6	4	-3
3	220	10	0	6	-8	3	4
4	380	10	0	3	-4	8	6
5	220	20	0	12	16	8	-6
6	380	20	0	16	-12	8	6
7	220	30	0	16	12	24	-18
8	380	30	0	24	-18	16	12
9	220	5	0	3	4	3	4
10	380	5	0	4	-3	4	-3
11	220	10	0	8	6	8	6
12	380	10	0	6	-8	6	-8
13	220	20	0	16	12	16	12
14	380	20	0	12	-16	12	-16
15	220	30	0	18	24	18	24
16	380	30	0	24	-18	24	-18
17	220	5	0	8	6	8	-6
18	380	5	0	6	-8	6	8
19	220	10	0	12	16	12	-16
20	380	10	0	16	-12	16	12
21	220	20	0	8	6	8	6
22	380	20	0	6	-8	6	-8
23	220	30	0	12	16	12	-16
24	380	30	0	16	-12	16	12
25	220	5	0	6	8	8	-6
26	380	5	0	4	3	6	8
27	220	10	0	3	4	3	-4
28	380	10	0	4	-3	4	3
29	220	20	0	18	24	18	24
30	380	20	0	24	-18	24	-18

Задание 4.6

По приведённым в табл. 4.5 паспортным данным трёхфазного асинхронного двигателя определите:

– ток в линейных проводах, с помощью которых двигатель присоединён в сети;

- сопротивления фаз обмотки двигателя;
- величину ёмкости конденсаторов, соединённых звездой (рис. 4.17), необходимую для увеличения коэффициента мощности до величины $\cos \varphi_1 = 0,95$.

Примечание. В паспорте двигателя указаны две величины напряжения U_1/U_2 . Это означает, что при напряжении сети U_1 обмотки двигателя соединены треугольником, а при напряжении U_2 – звездой. Для всех вариантов $U_1/U_2 = 220/380$, частота $f = 50$ Гц.

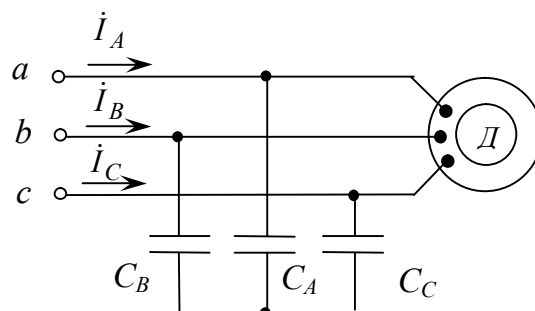


Рис. 4.17

Таблица 4.5

Исходные данные к заданию 4.6

Вариант	Р, кВт	η , %	$\cos \varphi$	Вариант	Р, кВт	η , %	$\cos \varphi$
1	1,5	81	0,85	16	1,5	74	0,65
2	2,2	83	0,87	17	2,2	76,5	0,79
3	3,0	84,5	0,88	18	3,0	79	0,74
4	4,0	86,5	0,89	19	4,0	84	0,70
5	5,5	87,5	0,91	20	5,5	83	0,74
6	7,5	87,5	0,88	21	7,5	86	0,75
7	11,0	88	0,90	22	11,0	87	0,75
8	15	88	0,91	23	15	87	0,82
9	1,5	75	0,74	24	18,5	88,5	0,84
10	2,2	81	0,73	25	22,0	88,5	0,84
11	3,0	81	0,76	26	30	90	0,81
12	4,0	82	0,81	27	37	90	0,83
13	5,5	85	0,80	28	45	91	0,84
14	7,5	85,5	0,81	29	55	92	0,84
15	11	86	0,86	30	75	92,5	0,85

Рекомендуемая литература

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Электронный ресурс] / Л.А. Бессонов. – 11-е изд. – М.: Юрайт, 2012. – эл. опт. диск.
2. Касаткин А.С. Курс электротехники [текст]: учебник для вузов / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 8-е изд. – М.: Высшая школа, 2005. – 542 с.
3. Третьяк Г.М. Общая электротехника и электроника [текст]: учебное пособие / Г.М.Третьяк, Ю.Б.Тихонов. – Омск: СибАДИ, 2012. – 372 с.

Учебное издание

Ирина Анатолиевна Реброва

РАСЧЁТ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ
В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

Учебно-методическое пособие

* * *

Редактор Н.И. Косенкова

* * *

Подписано к печати 28.01.2013
Формат 60×90 1/16. Бумага писчая.
Оперативный способ печати
Гарнитура Times New Roman
Усл.п.л. 5,75, уч.-изд. л. 4,18
Тираж 300 экз. Заказ № _____
Цена договорная

Издательство СибАДИ
644099, г. Омск, ул. П. Некрасова, 10

Отпечатано в подразделении ОП издательства СибАДИ