

В. М. ТРУХАНОВ

КРАТКИЙ КУРС
ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ
НАДЕЖНОСТИ
СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В. М. ТРУХАНОВ

КРАТКИЙ КУРС ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Учебное пособие

Рекомендовано Государственным комитетом Российской Федерации по высшему образованию в качестве учебного пособия для студентов машиностроительных специальностей высших учебных заведений

2-е издание, переработанное и дополненное

РПК
"Политехник"
Волгоград
2007

УДК 621.62-192

Рецензенты:

ФГУП ПО "Баррикады", г. Волгоград
гл. конструктор *А. И. Попов*;
ректор Московского экономико-финансового института
Заслуженный работник высшей школы,
д-р техн. наук, профессор *В. П. Карулин*

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета

Труханов, В. М.

Краткий курс теории и практики надежности сложных систем: учеб. пособие
/ В. М. Труханов; ВолГТУ. – 2-е изд., перераб. и доп. – Волгоград, 2007. – 162 с.
ISBN 5–230–05057–8

Освещены основные вопросы теории и практики надежности сложных систем.

Показаны теоретические методы исследования надежности сложных систем на этапе их создания и эксплуатации. Изложены методические материалы расчета и оценки показателей надежности, вопросы ремонтпригодности и диагностики.

Представлены математические модели изменения надежности.

Предназначено для студентов машиностроительных и энергетических специальностей.

Ил. 23. Табл. 12. Библиогр.: 10 назв.

ISBN 5–230–05057–8

© Волгоградский государственный
технический университет, 2007
© В. М. Труханов, 2007

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ	3
§ 1.1. Определения, термины.....	3
§ 1.2. Показатели надежности.....	5
§ 1.3. Функциональные зависимости и числовые характеристики, используемые в расчетах надежности.....	7
§ 1.4. Относительная частота и вероятность.....	11
§ 1.5. Теорема сложения вероятностей.....	12
§ 1.6. Теорема умножения вероятностей.....	14
§ 1.7. Формула полной вероятности.....	16
§ 1.8. Частная теорема о повторении опытов.....	17
Глава 2. МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ.....	18
§ 2.1. Биномиальное распределение.....	18
§ 2.2. Закон распределения Пуассона.....	19
§ 2.3. Экспоненциальное распределение.....	20
§ 2.4. Нормальный закон распределения.....	22
§ 2.5. Логарифмически нормальное распределение.....	24
§ 2.6. Распределение Вейбулла.....	25
Глава 3. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ.....	27
§ 3.1. Показатели надежности невосстанавливаемого элемента.....	27
§ 3.2. Показатели надежности восстанавливаемого элемента.....	31
Глава 4. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ И НОМЕНКЛАТУРЫ ЗАПАСНЫХ ЧАСТЕЙ ПРОЕКТИРУЕМЫХ СИСТЕМ.....	34
§ 4.1. Выбор и обоснование показателей надежности проектируемых систем.....	34
§ 4.2. Распределение нормируемых показателей надежности.....	35
§ 4.3. Расчет надежности системы при последовательном соединении элементов.....	38
§ 4.4. Расчет надежности системы с другими видами соединения элементов.....	42
§ 4.5. Расчетные зависимости при оценке надежности металлоконструкций и механических узлов.....	44
§ 4.6. Общие зависимости для расчета вероятности безотказной работы по заданному критерию.....	46
§ 4.7. Расчет надежности деталей механических узлов	

в процессе проектирования.....	47
§ 4.8. Расчет надежности электроавтоматики в процессе проектирования.....	53
§ 4.9. Выбор номенклатуры состава запасных частей.....	56
§ 4.10. Метод расчета количественного состава ЗИП.....	58
Г л а в а 5. ИСПЫТАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ.....	62
§ 5.1. Цель и виды испытаний сложных систем.....	62
§ 5.2. Планы испытаний по обеспечению надежности технических систем.....	65
§ 5.3. Планирование испытаний изделий, основанное на фиксированном объеме.....	67
§ 5.4. Планирование испытаний изделий, основанное на последовательном анализе.....	70
§ 5.5. Ускоренные испытания.....	73
§ 5.6. Испытания в утяжеленных режимах. Схема пересчета.....	75
Г л а в а 6. ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ИЗДЕЛИЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ.....	77
§ 6.1. Оценка параметров распределения и нахождение доверительных пределов.....	77
§ 6.2. Нахождение оценок методом максимального правдоподобия.....	78
§ 6.3. Нахождение оценок методом приравнивания моментов.....	80
§ 6.4. Оценка надежности и нахождение приближенных доверительных пределов по функции надежности.....	80
§ 6.5. Среднее значение и дисперсия функции надежности.....	81
§ 6.6. Точные доверительные границы для функций надежности в случае экспоненциального распределения и распределения Вейбулла.....	83
§ 6.7. Односторонние доверительные пределы для функции надежности при биномиальном распределении и распределении Пуассона.....	84
Г л а в а 7. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	87
§ 7.1. Процесс изменения надежности технической системы на этапах ее жизненного цикла.....	87
§ 7.2. Непараметрические модели изменения надежности технических систем.....	88
§ 7.3. Триномиальная модель.....	90
§ 7.4. Параметрические модели изменения надежности.....	91
§ 7.5. Гиперболическая модель роста надежности и другие математические модели.....	92
§ 7.6. Математическая модель изменения функции надежности	

с учетом управляющих воздействий.....	94
Глава 8. ОБЕСПЕЧЕНИЕ РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ.....	97
§ 8.1. Факторы и показатели ремонтпригодности сложных систем.....	97
§ 8.2. Нормируемые (основные) показатели ремонтпригодности.....	103
§ 8.3. Комплексные показатели ремонтпригодности.....	109
§ 8.4. Коэффициент готовности и коэффициент технического использования резервированных систем.....	113
§ 8.5. Показатели технологичности машин при обслуживании и ремонте. Экономические показатели.....	116
§ 8.6. Дополнительные показатели ремонтпригодности.....	119
§ 8.7. Контроль и оценка показателей ремонтпригодности изделий машиностроения.....	125
§ 8.8. Планирование контрольных испытаний и оценка показателей ремонтпригодности для одноступенчатого плана.....	129
§ 8.9. Планирование определительных испытаний. Оценка показателей ремонтпригодности изделий для одноступенчатого плана.....	135
Глава 9. ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ПО ВОССТАНОВЛЕНИЮ ТЕХНИКИ В УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ.....	140
§ 9.1. Организационно-технические методы по восстановлению и поддержанию надежности техники при эксплуатации.....	140
§ 9.2. Выбор стратегии технического обслуживания и ремонта.....	143
Список использованной литературы.....	151
Приложение 1. Значение нормальной функции распределения.....	152
Приложение 2. Квантили χ^2 -распределения.....	157

Глава 1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАВИСИМОСТИ

§ 1.1. ОПРЕДЕЛЕНИЯ, ТЕРМИНЫ

Надежность – это свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах все параметры, обеспечивающие выполнение требуемых функций в заданных условиях эксплуатации [1].

При изучении надежности технических систем рассматриваются самые разнообразные объекты: изделия, машины, аппаратура, приборы и т. п.

В машиностроении под объектом будем понимать техническую систему или изделие. В свою очередь в зависимости от назначения и выполняемых функций изделие может быть представлено в виде детали, узла, механизма. Таким образом, надежность изделия зависит от надежности составных частей, и чем выше их надежность, тем выше надежность изделия.

Надежность объекта обладает комплексным свойством и оценивается четырьмя показателями: безотказностью, долговечностью, ремонтопригодностью и сохраняемостью.

Безотказность – свойство объекта сохранять работоспособность непрерывно в течение некоторого времени или некоторой наработки. Это свойство особенно важно для машин, отказ в работе которых связан с опасностью для жизни людей.

Долговечность – свойство объекта сохранять работоспособность до перехода в предельное состояние с возможными перерывами для технического обслуживания и ремонтов.

Предельное состояние изделия характеризуется невозможностью его дальнейшей эксплуатации.

Ремонтопригодность – свойство объекта, заключающееся в его приспособленности к предупреждению и обнаружению отказов, к восстановлению работоспособности путем проведения технического обслуживания и ремонта.

Сохраняемость – свойство объекта сохранять значения показателей безотказности, долговечности и ремонтопригодности после хранения и транспортирования.

Изделия делят на невосстанавливаемые, которые не могут быть восстановлены потребителем и подлежат замене, например, электрические лампочки, подшипники, резисторы и т. д.; восстанавливаемые, которые

могут быть восстановлены потребителем, например, телевизор, автомобиль, трактор и т. д.

Надежность технической системы характеризуется следующими состояниями: исправное, неисправное, работоспособное, неработоспособное.

Исправным называется такое состояние изделия, при котором оно соответствует всем требованиям нормативно-технической документации (НТД). Исправное изделие обязательно работоспособно.

Неисправным называется такое состояние изделия, при котором оно не соответствует хотя бы одному из требований НТД. Различают неисправности, не приводящие к отказам, неисправности, приводящие к отказам. Например, повреждение окраски автомобиля означает его неисправное состояние, но такой автомобиль работоспособен.

Работоспособным называется такое состояние изделия, при котором оно способно выполнять заданные функции, соответствующие требованиям НТД.

Неработоспособным называется такое состояние изделия, при котором оно не способно выполнять заданные функции. Такое изделие является одновременно неисправным.

Отказ – событие, заключающееся в полной или частичной утрате работоспособности. Отказы по характеру возникновения делятся на случайные и неслучайные, или систематические. Случайные отказы вызваны непредусмотренными нагрузками, скрытыми дефектами материалов, погрешностями изготовления, ошибками обслуживающего персонала.

Неслучайные отказы – это закономерные явления, вызывающие постепенное накопление повреждений, связанные с влиянием среды, времени, температуры, облучением и т. п. В связи с этими причинами и характером развития их проявления делят на внезапные (поломки, заедания, отключения) и постепенные (износ, старение, коррозия).

По причинам возникновения отказы классифицируются на конструкционные, вызванные недостатком конструкций, производственные, вызванные нарушением технологии изготовления, и эксплуатационные, вызванные неправильной эксплуатацией.

§ 1.2. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

Для количественной характеристики надежности используются такие временные понятия как средняя наработка на отказ, средняя наработка до

первого отказа, средняя наработка между отказами, ресурс, срок службы, время восстановления. Значения этих показателей получают по результатам испытаний или эксплуатации.

По восстанавливаемости изделий они делятся на показатели для восстанавливаемых и невосстанавливаемых изделий. Применяются также комплексные показатели. Надежность изделий, в зависимости от их назначения, может оцениваться частью или всеми показателями.

Показатели безотказности

Вероятность безотказной работы – это вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ изделия не возникает.

Средняя наработка до отказа – математическое ожидание наработки изделия до первого отказа.

Средняя наработка на отказ – отношение наработки восстанавливаемого изделия к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки.

Средняя наработка между отказами – отношение суммарной наработки между отказами восстанавливаемого изделия к суммарному числу отказов в течение этой наработки.

Интенсивность отказов – это отношение среднего числа отказавших в единицу времени изделий к числу изделий, оставшихся работоспособными к этому моменту времени. Этот показатель относится к невосстанавливаемым изделиям.

Показатели долговечности

Технический ресурс – наработка изделия от начала эксплуатации после ремонта до предельного состояния.

Гамма-процентный ресурс – это наработка, в течение которой изделие не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ , выраженной в процентах.

Срок службы – календарная наработка изделия до предельного состояния. Выражается обычно в годах.

Гамма-процентный срок службы – календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой изделие не достигает предельного состояния с заданной вероятностью γ , выраженной в процентах.

Для изделий серийного и массового производства, в частности для подшипников качения, наиболее часто используют 90 %-ный ресурс. Для ответственных агрегатов, машин, тракторов принят (80–95) %-ный ресурс.

Показатели ремонтпригодности и сохраняемости

Время восстановления характеризует календарную продолжительность восстановления работоспособности изделия.

Среднее время восстановления – математическое ожидание времени восстановления.

Вероятность восстановления работоспособного состояния изделия в заданное время.

Назначенный срок хранения – календарная продолжительность хранения в заданных условиях, по истечению которой применение изделия по назначению не допускается независимо от его технического состояния.

Средний срок сохраняемости – математическое ожидание срока хранения.

Гамма-процентный срок сохраняемости – календарная продолжительность хранения или транспортирования, после которой показатели безотказности, долговечности и ремонтпригодности изделия не выйдут за установленные пределы с вероятностью γ , выраженной в процентах.

Комплексные показатели надежности

Эти показатели чаще всего используют для сложных систем и комплексов специального назначения.

Коэффициент готовности – вероятность того, что изделие окажется работоспособным в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение изделия по назначению не предусматривается.

Коэффициент готовности оценивает надежность изделия на определенном этапе эксплуатации и определяется как отношение математических ожиданий времени нахождения в работоспособном состоянии к математическим ожиданиям суммы этого времени и времени внеплановых ремонтов.

Коэффициент технического использования – отношение математического ожидания времени работоспособного состояния за некоторый период эксплуатации к сумме математических ожиданий времени работоспособного состояния и всех простоев для ремонтов и технических обслуживаний.

Коэффициент оперативной готовности – вероятность того, что изделие окажется работоспособным в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение изделия по назначению не предусматривается, и начиная с этого момента будет

работать безотказно в течение заданного интервала времени.

По способу получения различают расчетные показатели, получаемые на основе расчетных методов, экспериментальные, получаемые по данным испытаний или эксплуатации.

§ 1.3. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ И ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В РАСЧЕТАХ НАДЕЖНОСТИ

Отказы, возникающие в процессе испытаний или эксплуатации, вызванные неблагоприятным сочетанием различных факторов: например, рассеянием действующих нагрузок; отклонением механических свойств материалов; неблагоприятным сочетанием допусков в местах сопряжения и т. п. Такие отказы рассматриваются в виде случайных величин, которые могут принимать то или иное значение, не известны заранее.

Различают случайные величины непрерывного типа и прерывного (дискретного). В дальнейшем условимся случайные величины обозначать большими буквами, а их возможные значения – соответствующими малыми буквами. Для каждого числа x в диапазоне изменения случайной величины X существует определенная вероятность $P(X < x)$ в том, что X не превосходит величину x [2].

Вероятность этого события называется функцией распределения и обозначается

$$F(x) = P(X < x). \quad (1.1)$$

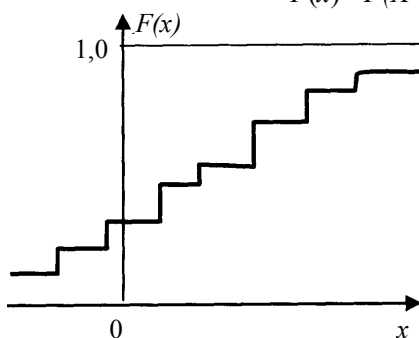


Рис. 1.1. Дискретная функция распределения

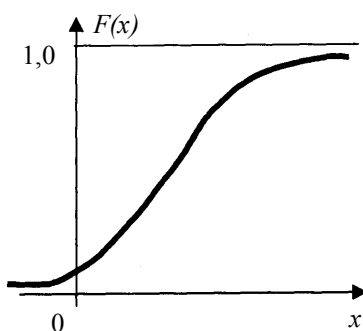


Рис. 1.2. Непрерывная функция распределения

Функция распределения является универсальной характеристикой, так как она существует как для дискретных (рис. 1.1), так и непрерывных (рис. 1.2) случайных величин. Функция $F(x)$ является неубывающей функцией аргумента x (монотонно возрастающей для непрерывных случайных величин и ступенчато возрастающей для дискретных случайных величин). В пределах изменения случайной величины X она изменяется от нуля до единицы. На минус бесконечности функция распределения равна нулю $F(-\infty) = 0$. На плюс бесконечности функция распределения равна единице $F(\infty) = 1$.

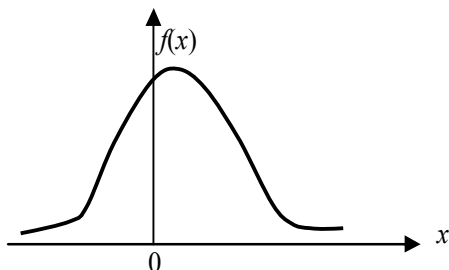


Рис. 1.3. Плотность распределения

Производная от функции распределения по текущей переменной называется плотностью распределения

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}. \quad (1.2)$$

Она характеризует частоту повторений данного значения случайной величины, а в теории надежности называется плотностью вероятности. Плотность распределения (рис. 1.3) есть неотрицательная функция своего аргумента.

$$f(x) \geq 0. \quad (1.3)$$

Интеграл в бесконечных пределах от плотности распределения равен единице

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1. \quad (1.4)$$

Плотность распределения существует только для непрерывных случайных величин.

В ряде случаев распределение случайной величины достаточно характеризовать некоторыми числовыми величинами. Среди числовых характеристик в теории надежности наиболее употребительными являются: математическое ожидание (среднее значение), мода и медиана, которые характеризуют положение центров группирования случайных величин на числовой оси; дисперсия, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации, характеризующие рассеяние случайной величины.

Числовые характеристики, полученные по результатам испытаний или эксплуатации, называются статистическими оценками.

Для дискретных случайных величин математическое ожидание выражается в виде произведения всех возможных значений величины X на вероятности этих значений

$$M[X]=m_x=\sum_{i=1}^n \tilde{\delta}_i p_i. \quad (1.5)$$

Математическое ожидание для непрерывной случайной величины выражается интегралом в бесконечных пределах от произведения непрерывно изменяющихся возможных значений случайной величины на плотность распределения

$$M[X]=m_x=\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx. \quad (1.6)$$

Математическое ожидание случайной величины непосредственно связано со средним значением. При неограниченном увеличении числа опытов среднее арифметическое приближается к математическому ожиданию и называется оценкой среднего значения

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (1.7)$$

где n – общее число опытов,

x_i – значение случайной величины в i -м опыте.

Дисперсией случайной величины называется математическое ожидание квадрата отклонения этой величины от ее математического ожидания. Для дискретной случайной величины дисперсия выражается в виде суммы произведения квадрата отклонения этой величины от ее математического ожидания на вероятность этой величины.

$$D_x = D[x] = \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2 P_i. \quad (1.8)$$

Дисперсия непрерывной случайной величины определяется выражением вида

$$D_x = D[x] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x)dx. \quad (1.9)$$

Оценка дисперсии случайной величины определяется так:

$$D_x D[x] = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{\delta})^2. \quad (1.10)$$

Дисперсия случайной величины есть характеристика рассеяния, разбросанности значений случайной величины около ее математического ожидания. Размерность дисперсии соответствует квадрату размерности случайной величины. Для наглядности характеристики рассеяния, размерность которой совпадает с размерностью случайной величины, удобнее пользоваться средним квадратическим отклонением

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}. \quad (1.11)$$

Для оценки рассеяния с помощью безразмерной величины используется коэффициент вариации, который равен отношению среднего квадратического отклонения к математическому ожиданию:

$$v_x = \frac{\sigma_x}{m_x}. \quad (1.12)$$

Модой случайной величины называется ее наиболее вероятное значение или, иначе, то ее значение, при котором плотность вероятности максимальна.

Медиана характеризует расположение центра группирования случайной величины. Площадь под графиком функции плотности распределения делится медианой пополам (рис. 1.4).

Квантиль – это значение случайной величины, соответствующее заданной вероятности.

Квантиль, соответствующая вероятности 0,5, называется медианой.

Пример 1.1. Плотность распределения случайной величины X описывается выражением вида

$$f(x) = \begin{cases} ax & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{при } x < 0 \text{ или } x > 1. \end{cases}$$

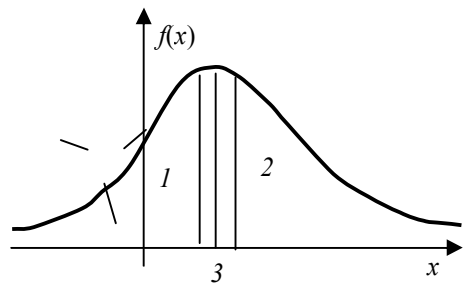


Рис. 1.4. Плотность вероятности и числовые характеристики:
1 – мода; 2 – математическое ожидание;
3 – медиана

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

Решение. Математическое ожидание

$$M[x]=m_x=\int_0^1 xf(x)dx=\int_0^1 xaxdx=\frac{ax^3}{3}.$$

Дисперсию определим по формулам:

$$D[x]=\int_0^1 \left(x-\frac{a}{3}\right)^2 axdx=a\left(\frac{1}{4}-\frac{2a}{9}+\frac{a^2}{18}\right);$$

$$\sigma_x=\sqrt{D_\delta}=\sqrt{a\left(\frac{1}{4}-\frac{2a}{9}+\frac{a^2}{18}\right)};$$

$$v_x=\frac{\sigma_x}{m_x}=\frac{3}{a}\sqrt{a\left(\frac{1}{4}-\frac{2a}{9}+\frac{a^2}{18}\right)}.$$

§ 1.4. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ЧАСТОТА И ВЕРОЯТНОСТЬ

Рассматривая случаи появления или отсутствия события A в большом числе испытаний, можно установить определенную закономерность наступления этого события. Если при проведении n_i испытаний событие A имело место m_i раз, то относительная частота появления события определяется из формулы [2]

$$\bar{P}(A)=\frac{m_i}{n_i}. \quad (1.13)$$

Если событие A имело место в каждом из n_i испытаний, т. е. $m_i=n_i$, то $\bar{P}(A)=1$. Если событие A не наступило ни в одном из n_i испытаний, т. е. $m_i=0$, то $\bar{P}(A)=0$.

При проведении серии последовательных испытаний получим соотношения:

$$\bar{P}_1=\frac{m_1}{n_1}, \quad \bar{P}_2=\frac{m_2}{n_2}, \dots, \quad \bar{P}_i=\frac{m_i}{n_i}.$$

Относительная частота становится все более устойчивой при увеличении числа испытаний.

Постоянная величина, к которой приближается относительная частота случайного события, называется вероятностью события и обозначается $P(A)$.

Математическим основанием этого служит закон больших чисел, который гласит: "вероятность того, что относительная частота некоторого события A отклонится от вероятности этого события более чем на произвольно заданную величину $\varepsilon > 0$, становится сколь угодно малой, если число испытаний неограниченно возрастает".

Вероятность события $P(A)$ представляет собой число, заключенное в интервале от нуля до единицы, т. е. справедливо неравенство

$$0 \leq P(A) \leq 1. \quad (1.14)$$

Пример 1.2. Производится стрельба из артиллерийского орудия по щиту. В результате произведенных $n = 500$ выстрелов число попаданий оказалось равным $m = 450$. Найти вероятность попадания по щиту при одном выстреле.

Решение. Используя формулу (1.13), получим

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{450}{500} = 0,9.$$

§ 1.5. ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A + B) = P(A) + P(B). \quad (1.15)$$

Два события называются несовместными, если в результате опыта они не могут появиться одновременно.

Вероятность суммы нескольких событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n), \quad (1.16)$$

или можно записать так:

$$P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i). \quad (1.17)$$

Следствие 1. Если события $A_1, A_2, \dots, A_n$ образуют полную группу несовместных событий, то сумма их вероятностей равна единице:

$$\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1.$$

Противоположными событиями называются два несовместных события,

образующих полную группу.

Следствие 2. Сумма вероятностей противоположных событий равна единице:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1,$$

где $\bar{A}$ – событие, противоположное событию A .

В случае, когда события A и B совместны, вероятность суммы этих событий выражается формулой

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB). \quad (1.18)$$

Два события называются совместными, если в результате опыта они могут появиться одновременно.

Аналогично, вероятность суммы трех совместных событий определяется выражением вида

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC). \quad (1.19)$$

Вероятность суммы любого числа совместных событий

$$P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i,j} P(A_i A_j) + \sum_{i,j,k} P(A_i A_j A_k) \cdots (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \cdots A_n). \quad (1.20)$$

Аналогичную формулу можно написать для произведения событий:

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A+B); \quad (1.21)$$

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = \sum_i P(A_i) - \sum_{i,j} P(A_i A_j) + \sum_{i,j,k} P(A_i A_j A_k) + \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \cdots A_n). \quad (1.22)$$

Пример 1.3. Техническое устройство состоит из трех элементов A_1 , A_2 и B . Элементы A_1 и A_2 дублируют друг друга, это означает, что при отказе одного из них происходит автоматическое переключение на второй. Элемент B не дублирован.

Устройство прекращает работу в том случае, когда отказывают оба элемента A_1 и A_2 или отказывает элемент B . Найти вероятность отказа устройства.

Решение. Представим отказ устройства в виде события

$$C = A_1 A_2 + B.$$

Тогда по формуле (1. 19) имеем

$$P(C) = P(A_1 A_2) + P(B) - P(A_1 A_2 B).$$

Используя формулу (1.21), получим

$$P(A_1 A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 + A_2).$$

Далее по формуле (1.22) определим

$$P(A_1 A_2 B) = P(A_1) + P(A_2) + P(B) - P(A_1 + A_2) - P(A_1 + B) - P(A_2 + B) + P(A_1 + A_2 + B).$$

Подставляя полученные выражения и производя сокращения, находим [2]

$$P(C) = P(A_1 + B) + P(A_2 + B) - P(A_1 + A_2 + B).$$

§ 1.6. ТЕОРЕМА УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Перед тем как излагать теорему умножения вероятностей, введем понятие о независимых и зависимых событиях.

Событие A называется независимым от события B , если вероятность события A не зависит от того, произошло событие B или нет.

Событие A называется зависимым от события B , если вероятность события A меняется в зависимости от того, произошло событие B или нет.

Вероятность произведения двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(AB) = P(A) P(B). \quad (1.23)$$

Вероятность произведения нескольких независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1) P(A_2) \dots P(A_n) \quad (1.24)$$

или, применяя знак произведения, теорему можно записать так:

$$P\left(\prod_{i=1}^n A_i\right) = \prod_{i=1}^n P(A_i). \quad (1.25)$$

Вероятность произведения двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое имело место:

$$P(AB) = P(A)P(B/A). \quad (1.26)$$

Вероятность произведения нескольких зависимых событий равна произведению вероятностей этих событий, причем вероятность каждого следующего по порядку события вычисляется при условии, что все предыдущие имели место:

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1)P(A_2/A_1)P(A_3/A_1 A_2) \dots P(A_n/A_1 A_2 \dots A_{n-1}). \quad (1.27)$$

Пример 1.4. Устройство состоит из пяти приборов, каждый из которых, независимо от других, может в течение времени t отказать. Отказ хотя бы

одного прибора приводит к отказу устройства. За время t вероятность безотказной работы каждого из приборов соответственно выражается так:
 $P_1(t)=0,95$; $P_2(t)=0,99$; $P_3(t)=0,98$; $P_4(t)=0,90$; $P_5(t)=0,93$.

Найти вероятность безотказной работы устройства за время t .

Решение. Обозначим: Событие A_1 – вероятность безотказной работы первого прибора. Аналогично A_2, A_3, A_4, A_5 – вероятности безотказной работы 2, 3, 4 и 5 приборов. Имеем $A = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5$.

Используя формулу умножения для независимых событий, получим
 $P(A) = P(A_1) P(A_2) P(A_3) P(A_4) P(A_5) = 0,95 \cdot 0,99 \cdot 0,98 \cdot 0,90 \cdot 0,93 = 0,76$.

§ 1.7. ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ

Следствием обеих основных теорем – теоремы сложения вероятностей и теоремы умножения вероятностей является так называемая формула полной вероятности.

Пусть требуется определить вероятность некоторого события A , которое может произойти вместе с одним из событий $H_1, H_2, \dots, H_n$, образующих полную группу событий. Будем называть такие события гипотезами. Докажем, что в этом случае

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) P(A / H_i), \quad (1.28)$$

т. е. вероятность события A вычисляется как сумма произведений вероятности каждой гипотезы на вероятность события при этой гипотезе. Формула (1.28) носит название формулы полной вероятности.

Доказательство. Так как гипотезы $H_1, H_2, \dots, H_n$ образуют полную группу, то событие A может появиться только в комбинации с какой-либо из этих гипотез:

$$A = H_1 A + H_2 A + \dots + H_n A.$$

Так как гипотезы $H_1, H_2, \dots, H_n$ несовместны, то и комбинации $H_1 A + H_2 A + \dots + H_n A$ также несовместны. Применяя к ним теорему сложения, получим

$$P(A) = P(H_1 A) + P(H_2 A) + \dots + P(H_n A) = \sum_{i=1}^n P(H_i A).$$

Применяя к событию $H_i A$ теорему умножения, получим

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(A/H_i).$$

Пример 1.5. По движущейся цели производится три выстрела из орудия. Вероятности попадания в цель при 1, 2 и 3 выстрелах соответственно равны: 0,5; 0,7; 0,8.

Для вывода цели из строя заведомо достаточно трех попаданий. При одном попадании цель выходит из строя с вероятностью 0,3; при двух попаданиях с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что в результате трех выстрелов цель будет поражена.

Решение. Рассмотрим четыре гипотезы:

H_0 – в цель не попало ни одного снаряда.

H_1 – в цель попал один снаряд.

H_2 – в цель попало два снаряда.

H_3 – в цель попало три снаряда.

Используя теоремы сложения и умножения, найдем вероятности этих гипотез:

$$P(H_0) = 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,2 = 0,03;$$

$$P(H_1) = 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,8 = 0,22;$$

$$P(H_2) = 0,5 \cdot 0,7 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,3 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,47;$$

$$P(H_3) = 0,5 \cdot 0,7 \cdot 0,8 = 0,28.$$

Условные вероятности события A (выход из строя цели) при этих гипотезах:

$$P(A/H_0) = 0; \quad P(A/H_1) = 0,3;$$

$$P(A/H_2) = 0,9; \quad P(A/H_3) = 1,0.$$

Применяя формулу полной вероятности, получим

$$P(A) = P(H_0)P(A/H_0) + P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) + P(H_3)P(A/H_3) = 0,3 \cdot 0 + 0,22 \cdot 0,3 + 0,47 \cdot 0,9 + 0,28 \cdot 1,0 = 0,769.$$

§ 1.8. ЧАСТНАЯ ТЕОРЕМА О ПОВТОРЕНИИ ОПЫТОВ

Формула Бернулли

В практике применения теории вероятностей приходится встречаться с задачами, в которых один и тот же опыт или аналогичные опыты повторяются многократно.

В результате каждого опыта может появиться или не появиться некоторое событие A , причем нас интересует не результат каждого отдельного опыта, а общее число появлений события A в результате серии опытов. Например, если производится группа выстрелов по одной и той же цели и нас интересует не результат каждого выстрела, а общее число попаданий.

Если производится n независимых опытов, в каждом из которых событие A появляется с вероятностью p , то вероятность того, что событие появится ровно m -раз, выражается формулой Бернулли:

$$P_m = \tilde{N}_n^m p^m q^{n-m}, \quad (1.29)$$

где $q = 1 - p$,

$$\tilde{N}_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Глава 2 МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

§ 2.1. БИНОМИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Одним из наиболее важных дискретных распределений является биномиальное. Это двухпараметрическое распределение с параметрами n и p нашло практическое применение при оценке надежности изделий, работающих в циклическом режиме, где n – любое натуральное число, а p – вероятность, выраженная любым вещественным числом от 0 до 1. Важно отметить, что n должно быть или фиксированным в начале испытаний, или быть независимым от результатов каждого испытания.

Если производится n независимых испытаний с вероятностью отказа q и успеха $p=1-q$ в каждом из них, то вероятность появления m отказов подчиняется биномиальному распределению и определяется по формуле

$$P_m = \tilde{N}_n^m q^m p^{n-m}, \quad (2.1)$$

где $\tilde{N}_n^m = n! / m!(n-m)!$.

Математическое ожидание числа отказов $M = nq$, а число успехов соответственно $M' = np$. Дисперсия числа отказов (успехов) $D = npq$. Графическое представление биномиального закона показано на рис. 2.1.

Соответственно вероятность появления " k " успехов вычисляется из соотношения

$$P_k = \tilde{N}_n^k p^k q^{n-k}. \quad (2.2)$$

Вероятность того, что случайная величина m не превысит заданного значения m' находится по уравнению

$$P(m \leq m') = \sum_{m=0}^{m'} C_n^m p^m q^{n-m}. \quad (2.3)$$

При больших значениях n , биномиальное распределение приближается к нормальному с параметрами $a = M = nq$ и $\sigma^2 = D = npq$. Поэтому приближенно вместо уравнения (2.3) можно применять уравнение

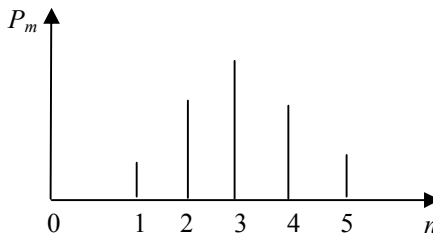


Рис. 2.1. Распределение биномиальное

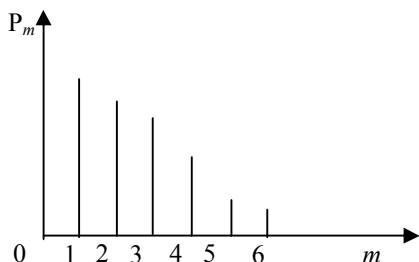


Рис. 2.2. Распределение Пуассона

$$P(m \leq m') = F_0 \left(\frac{m' - nq}{\sqrt{npq}} \right), \quad (2.4)$$

где функция F_0 определяется по таблице квантилей для функции нормального распределения. Здесь $U_p = \frac{m' - nq}{\sqrt{npq}} -$

квантиль.

Пример 2.1. Известно, что вероятность безотказной работы изделия в каждом испытании $P = 0,9$. Производится $n = 10$ испытаний. Определить вероятность того, что из 10 испытаний будет не менее 9 испытаний успешными.

Решение. При вычислении вероятности воспользуемся формулой (2.3):

$$P = C_{10}^9 p^9 q^1 + C_{10}^{10} p^{10} q^0 = (0,9)^9 \cdot 10 \cdot 0,1 + (0,9)^{10} = 0,736.$$

§ 2.2. ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПУАССОНА

Это распределение также является дискретным и играет существенную роль в теории надежности, поскольку оно описывает закономерность появления случайных отказов в сложных системах, а также используется в расчетах количественного состава ЗИП.

Случайная величина X распределена по закону Пуассона, если вероятность того, что она примет определенное значение m , выражается формулой

$$P_m = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}, \quad (2.5)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$; λ – параметр распределения (некоторая положительная величина).

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины X для закона Пуассона равны параметру распределения λ :

$$m_x = D_x = \lambda.$$

Это распределение является однопараметрическим с параметром λ . Графическое изображение может иметь вид, как показано на рис. 2.2.

Пример 2.2. В ремонтную мастерскую по обслуживанию телевизоров поступают заявки со средней плотностью 5 шт. в течение рабочей смены за

10 часов. Считая, что число заявок на любом участке времени распределено по закону Пуассона, найти вероятность того, что за 2 часа рабочей смены поступит ровно две заявки.

Решение. Среднее число заявок за 2 часа $\lambda = \frac{2 \cdot 5}{10} = 1$. Применяя формулу (2.5), найдем вероятность поступления двух заявок:

$$P = \frac{\lambda^2}{2!} e^{-\lambda} = 0,184.$$

§ 2.3. ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Экспоненциальный закон распределения используется для прогнозирования надежности в период нормальной эксплуатации изделий, когда постоянные отказы еще не проявляются и надежность характеризуется внезапными отказами. Эти отказы вызываются неблагоприятным стечением многих обстоятельств и поэтому имеют постоянную интенсивность отказов. Часто это распределение называют основным законом надежности, который находит также довольно широкое применение в теории массового обслуживания, описывает распределение наработки на отказ сложных изделий, время безотказной работы элементов радиоэлектронной аппаратуры.

Приведем примеры неблагоприятного сочетания условий работы деталей машин, вызывающих их внезапный отказ. Для зубчатой передачи это может быть действием максимальной нагрузки на наиболее слабый зуб при его зацеплении.

Для элементов радиоэлектронной аппаратуры это может быть превышение допустимого тока или температурного режима.

Плотность распределения экспоненциального закона описывается соотношением

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}. \quad (2.6)$$

Графически плотность распределения показана на рис. 2.3.

Функция распределения находится по уравнению

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}. \quad (2.7)$$

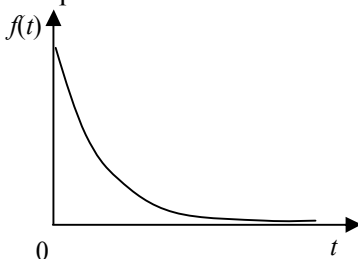


Рис. 2.3. Плотность экспоненциального распределения

Если t – наработка, то вероятность безотказной работы за время t будет

$$P(t) = 1 - F(t) = e^{-\lambda t}. \quad (2.8)$$

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины t находятся по формулам:

$$M[t] = T = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \frac{1}{\lambda}; \quad (2.9)$$

$$D[t] = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^2 f(t) dt = \frac{1}{\lambda^2}. \quad (2.10)$$

Коэффициент вариации для экспоненциального распределения составляет

$$v[t] = \frac{\sigma[t]}{M[t]} = \frac{\sqrt{D[t]}}{M[t]} = 1. \quad (2.11)$$

Пример 2.3. По данным эксплуатации генератора установлено, что наработка на отказ подчиняется экспоненциальному закону с параметром $\lambda = 2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$.

Найти вероятность безотказной работы за время $t = 100$ ч. Определить математическое ожидание наработки на отказ.

Решение. Для определения вероятности безотказной работы воспользуемся формулой (2.8)

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-2 \cdot 10^{-5} \cdot 100} = 0,998.$$

Математическое ожидание наработки на отказ

$$M[t] = \frac{1}{\lambda} = \frac{10^5}{2} = 5 \cdot 10^4. \text{ ч.}$$

§ 2.4. НОРМАЛЬНЫЙ ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Нормальный закон распределения часто называют законом Гаусса. Этот закон играет важную роль и среди других законов распределения наиболее часто встречается в практике.

Основная особенность этого закона состоит в том, что он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения. В теории надежности он используется для описания постепенных отказов, когда распределение времени безотказной работы вначале имеет низкую плотность, затем максимум и далее падение.

Нормальный закон распределения описывается плотностью вероятности

вида

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.12)$$

где $e = 2,71828\dots$ – основание натурального логарифма;
 $\pi = 3,14159\dots$; m , σ – параметры распределения. Кривая плотности распределения имеет колоколообразный вид, представленный на рис. 2.4. Параметр m представляет собой среднее значение и оценивается по результатам испытаний по формуле

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i. \quad (2.13)$$

Параметр σ представляет собой среднее квадратическое отклонение и оценивается по результатам испытаний выражением

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (t_i - m)^2}. \quad (2.14)$$

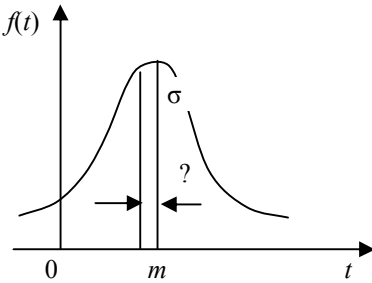


Рис. 2.4. Плотность нормального распределения

Интегральная функция распределения имеет вид

$$F(t) = \int_{-\infty}^t f(t) dt = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}} dt. \quad (2.15)$$

Вероятность отказа и вероятность безотказной работы соответственно $Q(t) = F(t)$, $P(t) = 1 - F(t)$.

В литературе по надежности часто вместо интегральной функции распределения $F(t)$ при $\sigma = 1$ и $m = 0$ пользуются функцией Лапласа

$$\Phi(t) = \int_0^t f(t) dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (2.16)$$

Тогда вероятность отказа и безотказной работы, выраженные через функцию Лапласа, имеют вид:

$$Q(t) = 0,5 + \Phi\left(\frac{t-m}{\sigma}\right), \quad P(t) = 0,5 - \Phi\left(\frac{t-m}{\sigma}\right). \quad (2.17)$$

Вероятность попадания случайной величины t на заданный участок от α до β

вычисляется по формуле

$$P(\alpha < t < \beta) = \hat{O}\left(\frac{\beta - m}{\sigma}\right) - \hat{O}\left(\frac{\alpha - m}{\sigma}\right). \quad (2.18)$$

Помимо задачи оценки вероятности безотказной работы за данное время или за данную наработку встречается обратная задача – определение времени или наработки, соответствующих заданной вероятности безотказной работы. Значения этой наработки (времени) определяют с помощью квантилей нормированного распределения

$$t = m - U_p \sigma, \quad U_p = \frac{m - t}{\sigma}. \quad (2.19)$$

Значения квантилей даются в таблицах прил. 1 в зависимости от требуемой вероятности, в частности от вероятности безотказной работы. Например:

$P(t) \dots 0,5 \quad 0,8 \quad 0,90 \quad 0,95 \quad 0,99 \quad 0,999 \quad 0,9999;$

$U_p \dots 0,0 \quad 0,842 \quad 1,282 \quad 1,645 \quad 2,326 \quad 3,09 \quad 3,719.$

Пример 2.4. Оценить вероятность безотказной работы $P(t)$ в течение $t = 1,5 \cdot 10^4$ ч изнашиваемого подвижного сопряжения, если ресурс по износу подчиняется нормальному распределению с параметрами $m = 4 \cdot 10^4$, $\sigma = 10^4$ ч.

Решение. Находим квантиль

$$U_p = \frac{m - t}{\sigma} = \frac{4 \cdot 10^4 + 1,5 \cdot 10^4}{10^4} = 2,5.$$

По табл. прил. 1 определяем $P(t) = 0,9938$.

Пример 2.5. Оценить 80 %-ный ресурс $t_{0,8}$ гусеницы трактора, если известно, что долговечность гусеницы ограничена по износу, ресурс подчиняется нормальному распределению с параметрами

$m = 10^4$ ч, $\sigma = 6 \cdot 10^3$ ч.

Решение. При $P(t) = 0,8$ $U_p = 0,842$;

$t_{0,8} = m - U_p \sigma = 10^4 - 0,842 \cdot 6 \cdot 10^3 \approx 5 \cdot 10^3$ ч.

§ 2.5. ЛОГАРИФМИЧЕСКИ НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Положительная случайная величина распределена логарифмически нормально, если ее логарифм распределен нормально. Это распределение описывает наработку до отказа деталей по усталости,

а также наработку до отказа подшипников качения, электронных ламп и других изделий. Плотность распределения описывается зависимостью

$$f(t) = \frac{1}{S_i \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t - \mu)^2}{2S^2}}, \quad (2.20)$$

где μ и S параметры, оцениваемые по результатам испытаний. Так, при испытаниях N изделий до отказа

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^N \ln t_i}{N}, \quad S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\ln t_i - \mu)^2}. \quad (2.21)$$

Вероятность безотказной работы можно определить по таблицам для нормального распределения в зависимости от значения квантили (прил. 1):

$$U_p = \frac{-\ln t + \mu}{S}.$$

Математическое ожидание наработки до отказа

$$M[t] = e^{\mu + \frac{S^2}{2}}. \quad (2.22)$$

Среднее квадратическое отклонение

$$S[t] = S_t = \sqrt{e^{2\mu + S^2} (e^{S^2} - 1)}.$$

(2.23)

Коэффициент вариации

$$v = \frac{S_t}{M[t]} = \sqrt{e^{S^2} - 1}. \quad (2.24)$$

Часто вместо натурального логарифма используется десятичный логарифм. Графически логарифмически нормальное распределение показано на рис. 2.5.

Пример 2.6. Оценить вероятность $Q(t)$ появления усталостных повреждений вала в течение $t = 100$ ч, если ресурс распределен логарифмически нормально с параметрами $\lg t_0 = 3$; $S = 1,5$.

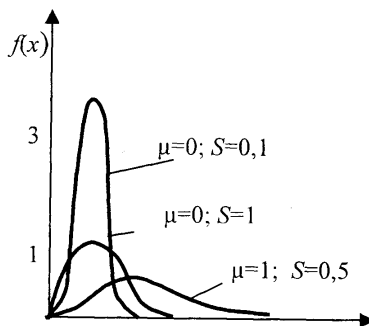


Рис. 2.5. Плотность распределения логарифмически нормального закона

Решение. $Q(t) = 0,5 + \hat{O}\left(\frac{\lg t - \lg t_0}{S}\right) = 0,5 + \hat{O}\left(\frac{2-3}{1,5}\right) = 0,7486$.

Ответ: $Q(t) = 0,7486$.

§ 2.6. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЙБУЛЛА

Этот закон представляет собой двухпараметрическое распределение и является универсальным, так как при соответствующих значениях параметров превращается в нормальное, экспоненциальное и другие виды распределений. Наряду с логарифмически нормальным распределением оно удовлетворительно описывает наработку деталей по усталостным напряжениям, наработку до отказа подшипников, электронных ламп. Используется также для оценки надежности деталей и узлов машин, в частности, автомобилей, подъемно-транспортных и других машин. Применяется также для оценки надежности машин в процессе их приработки. Плотность распределения описывается зависимостью

$$f(t) = \alpha \lambda t^{\alpha-1} e^{-\lambda t^\alpha}, \quad (2.25)$$

где α – параметр формы кривой распределения;

λ – параметр масштаба;

$e = 2,71828$ – основание натурального логарифма.

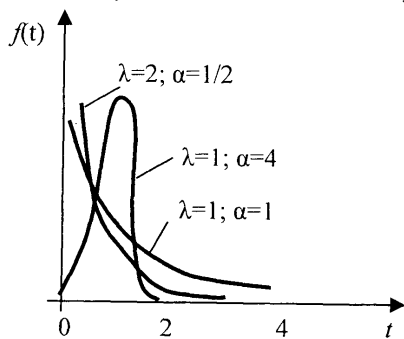


Рис. 2.6. Плотность распределения Вейбулла

График плотности распределения показан на рис. 2.6.

Функция надежности описывается зависимостью вида

$$P(t) = e^{-\lambda t^\alpha}. \quad (2.26)$$

Функция распределения отказов выражается соотношением

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t^\alpha}. \quad (2.27)$$

Математическое ожидание и дисперсия соответственно определяются уравнениями:

$$M(t) = \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \lambda^{-\frac{1}{\alpha}}; \quad (2.28)$$

$$D[t] = \lambda^{-2/\alpha} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\alpha}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \right]. \quad (2.29)$$

Для непрерывных значений x $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$, (2.30)

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

Для целочисленных значений x , гамма-функция вычисляется по формуле

$$\Gamma(x) = (x-1)! \quad (2.31)$$

Широкое применение закона распределения Вейбулла объясняется тем, что этот закон, обобщая экспоненциальное распределение, содержит дополнительный параметр α .

Подбирая нужным образом параметры α и λ , можно получить лучшее соответствие опытным данным по сравнению с экспоненциальным законом, который зависит только от одного параметра λ .

Так для изделий, находящихся на этапе приработки, функция надежности описывается законом распределения Вейбулла с параметром $\alpha < 1$. Для изделий, находящихся на этапе старения, функция надежности описывается законом Вейбулла с параметром $\alpha > 1$. При $\alpha = 3,3$ распределение Вейбулла близко к нормальному.

Пример 2.7. Оценить вероятность безотказной работы шарикоподшипников в течение времени $t = 10^4$ ч, если ресурс подшипников описывается распределением Вейбулла с параметрами $\lambda = 10^{-7}/\text{ч}$, $\alpha = 1,5$.

Решение. $P(t) = e^{-\lambda t^\alpha} = e^{-10^{-7} \cdot (10^4)^{1,5}} = 0,905$.

Глава 3 ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ

§ 3.1. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА

Под словом элемент в данном случае понимается любое устройство, надежность которого изучается независимо от надежности составляющих его частей.

Невосстанавливаемым называется элемент, если он работает до первого отказа, после чего заменяется на такой же элемент, так как его восстановление в условиях эксплуатации невозможно. В качестве примеров невосстанавливаемых элементов можно назвать диоды, конденсаторы, микросхемы, подшипники, валы, втулки, шестерни и т. д. У невосстанавливаемых элементов рассматриваются первичные отказы.

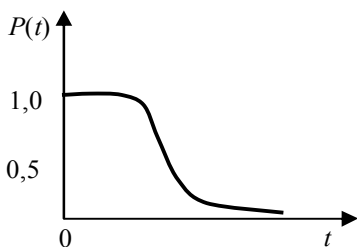
Пусть время работы невосстанавливаемого элемента представляет собой случайную величину τ . Причем в момент $t = 0$ элемент начинает работать, а в момент $t = \tau$ происходит отказ, следовательно τ – это время жизни элемента. Таким образом, время жизни элемента носит случайный характер и в качестве основного показателя надежности можно назвать функцию распределения отказов, которая выражается зависимостью

$$F(t) = P(\tau < t). \quad (3.1)$$

Функция $F(t)$ называется вероятностью отказа элемента до момента t .

Если элемент работает в течение времени t непрерывно, то существует непрерывная плотность вероятности отказа

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}. \quad (3.2)$$



Следующим показателем надежности является вероятность безотказной работы за заданное время t или функция надежности

$$P(t) = 1 - F(t). \quad (3.3)$$

Рис. 3.1. Функция надежности

Графически функция надежности выглядит в виде убывающей кривой, как показано на рис. 3.1.

Эта функция монотонно убывает.

При $t = 0$ $P(t = 0) = 1$; при $t \rightarrow \infty$ $P(\infty) = 0$.

Важнейшим показателем невосстанавливаемого элемента является среднее время до отказа, которое определяется из соотношения

$$T_0 = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (3.4)$$

Среднее время безотказной работы или средняя наработка до отказа могут быть получены по результатам испытаний невосстанавливаемых элементов. Пусть на испытания поставлено N элементов, причем испытания проводились до отказа каждого из них и получена продолжительность жизни этих элементов: $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$.

Тогда средняя наработка до отказа

$$T_0 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N \tau_i}{N}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.5)$$

Так как практически невозможно осуществить испытания всех элементов до отказа, то при большом значении N среднюю наработку до отказа можно определить из соотношения

$$T_0 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n + (N - n)t}{N}, \quad (3.6)$$

где n – число отказавших элементов в течение времени $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$;

$(N - n)$ – число неотказавших элементов в течение времени t .

Другой характеристикой надежности является дисперсия времени жизни

$$D[\tau] = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - T_0^2 = 2 \int_0^{\infty} t P(t) dt - T_0^2. \quad (3.7)$$

Если испытаниям подвергается N элементов и $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$ – отрезки времени их жизни, то статистическая дисперсия находится по выражению

$$S^2 = \frac{1}{N - 1} \sum_{i=1}^N (\tau_i - \bar{\tau})^2, \quad (3.8)$$

где $\bar{\tau} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tau_i$.

В практике оценки надежности чаще используется среднее квадратическое

отклонение

$$\sigma[t] = \sqrt{D[\tau]}. \quad (3.9)$$

Одной из важнейших характеристик надежности невосстанавливаемого элемента является интенсивность отказов, которая определяет надежность элемента в каждый данный момент времени. Интенсивность отказов определяется по формуле [3]

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = -\frac{dP(t)/dt}{P(t)}. \quad (3.10)$$

Из уравнения (3.10) можно легко выразить функцию надежности через интенсивность отказов

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} = \exp \left[-\int_0^t \lambda(t) dt \right]. \quad (3.11)$$

Вероятность безотказной работы на интервале (t_1, t_2) выражается зависимостью

$$P(t) = \exp \left[-\int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt \right]. \quad (3.12)$$

Интенсивность отказов $\lambda(t)$ может быть определена по результатам испытаний. Как и выше, испытываем N элементов и наблюдаем их отказы. Пусть $n(t)$ – число элементов, не отказавших к моменту t . Тогда при достаточно малом Δt и достаточно большом N получим

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n}{\Delta t n(t)}, \quad (3.13)$$

где Δn – число отказов на участке Δt .

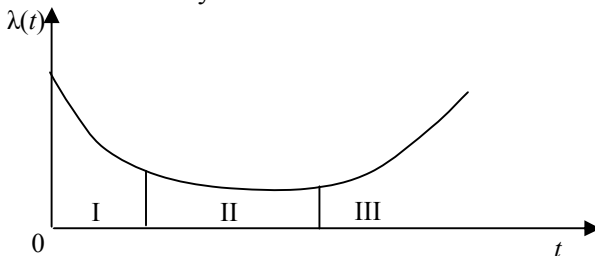


Рис. 3.2. Кривая интенсивности отказов во времени

Многочисленные опытные данные показывают, что для многих элементов функция $\lambda(t)$ имеет вид, показанный на рис. 3.2.

Из графика видно, что весь период времени можно условно разбить на три участка. На первом из них функция имеет тенденцию к падению – это называется периодом приработки или выжигания скрытых дефектов.

Второй период называется периодом нормальной работы – этот период характеризуется постоянством интенсивности отказов. Последний период – это период старения. Так как период нормальной работы является основным, то в расчетах надежности принимается

$$\lambda(t) = \lambda = \text{const.}$$

В этом случае для экспоненциального закона функция надежности имеет вид

$$P(t) = e^{-\lambda t}. \quad (3.14)$$

Среднее время жизни соответственно

$$T_0 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (3.15)$$

Поэтому функцию надежности можно записать и так:

$$P(t) = e^{-\frac{t}{T_0}}. \quad (3.16)$$

Если время работы элемента мало по сравнению со средним временем жизни, то можно пользоваться приближенной формулой

$$P(t) = 1 - \frac{t}{T_0}. \quad (3.17)$$

§ 3.2. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА

В предыдущем параграфе мы рассмотрели работу элемента до первого отказа. Теперь будем предполагать, что после отказа элемент восстанавливается.

Следует отметить, что для восстанавливаемого элемента применимы все вышеперечисленные показатели надежности, что и для невосстанавливаемого элемента.

К показателям надежности, присущим только восстанавливаемым

элементам, следует отнести среднюю наработку на отказ, наработку между отказами, вероятность восстановления, среднее время восстановления, коэффициент готовности, коэффициент технического использования.

Термин "средняя наработка на отказ" означает наработку восстанавливаемого элемента, приходящуюся в среднем на один отказ, в рассматриваемом интервале суммарной наработки или определенной продолжительности эксплуатации:

$$T_{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^m t_i}{m}, \quad (3.18)$$

где t_i – наработка элемента до i -го отказа;

m – количество отказов в рассматриваемом интервале суммарной наработки.

Нарботка между отказами определяется объемом работы элемента от i -го до $(i+1)$ -го отказа.

Вероятность восстановления работоспособного состояния представляет собой значение функции распределения времени восстановления и определяется по формуле

$$P_m(t) = \frac{(\lambda_{\text{в}} t_{\text{в}})^m}{m!} e^{-\lambda_{\text{в}} t_{\text{в}}}, \quad (3.19)$$

где m , – число восстановлений (количество отказов);

$\lambda_{\text{в}}$ – интенсивность восстановления.

Среднее время восстановления определяют по формуле

$$\bar{t}_{\text{в}} = \int_0^{\infty} t_{\text{в}} f_{\text{в}}(t) dt = \int_0^{\infty} P_{\text{в}}(t) dt, \quad (3.20)$$

где $f_{\text{в}}(t)$ – плотность распределения времени восстановления;

$P_{\text{в}}(t)$ – вероятность восстановления.

Среднее время восстановления одного отказа по опытным данным

$$\bar{t}_{\text{в}} = \frac{\sum_{i=1}^m t_{\text{в}i}}{m}, \quad (3.21)$$

где $t_{\text{в}i}$ – время восстановления i -го отказа;

m – количество отказов в рассматриваемом интервале времени.

Коэффициент готовности характеризует готовность изделия к применению по назначению в произвольный момент времени, кроме планируемых

периодов обслуживания.

Этот показатель является комплексным, так как он количественно характеризует одновременно два показателя: безотказность и ремонтпригодность и определяется по формуле

$$K_A = \frac{T_{cp}}{T_{cp} + \bar{t}_a}, \quad (3.22)$$

где T_{cp} – средняя наработка на отказ;

$\bar{t}_a$ – среднее время восстановления одного отказа.

Коэффициент технического использования характеризует долю времени нахождения изделия в работоспособном состоянии относительно рассматриваемой продолжительности эксплуатации и определяется из соотношения

$$K_{т.и} = 1 - K_{рем} - K_{регл}. \quad (3.23)$$

$$K_{рем} = \frac{\sum_{i=1}^m t_{âi}}{T_{\text{эксп}}}, \quad (3.24)$$

где $T_{\text{эксп}}$ – период эксплуатации.

$$K_{регл} = \frac{\dot{O}_{\text{ââââ}}}{\dot{O}_{\text{ÿâñ}}}, \quad (3.25)$$

где $T_{\text{регл}}$ – суммарное время, затраченное на проведение всех видов обслуживания за период эксплуатации.

В качестве показателей надежности системы, состоящей из нескольких элементов, могут использоваться показатели как для восстанавливаемого, так и невосстанавливаемого элемента в зависимости от того, может быть система восстановлена на объекте эксплуатации или нет.

Пример 3.1. На испытания поставлено $N = 100$ элементов. Испытания проводились в течение $t = 200$ ч. В процессе испытаний отказало $n = 5$ элементов, при этом зафиксированы отказы в следующие моменты: $\tau_1 = 50$ ч, $\tau_2 = 80$ ч, $\tau_3 = 90$ ч, $\tau_4 = 100$ ч, $\tau_5 = 150$ ч, остальные элементы не отказали. Определить среднюю наработку до отказа.

Решение. Для решения задачи воспользуемся формулой

$$T_0 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5 + (N - n)t}{N} =$$

$$= \frac{50 + 80 + 90 + 100 + 150 + 95 \cdot 200}{100} = 194,7 \div.$$

Глава 4 РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ И НОМЕНКЛАТУРЫ ЗАПАСНЫХ ЧАСТЕЙ ПРОЕКТИРУЕМЫХ СИСТЕМ

§ 4.1. ВЫБОР И ОБОСНОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРОЕКТИРУЕМЫХ СИСТЕМ

Одной из важнейших задач на этапе проектирования является правильный выбор номенклатуры нормируемых показателей надежности. Необоснованный выбор показателей надежности может привести к неправильным решениям при проектировании системы. Поэтому при выборе показателей надежности необходимо учитывать назначение системы, условия и режим ее работы, относится ли данная система к классу ремонтируемой или неремонтируемой техники.

Если по условиям применения систему предлагается ремонтировать в условиях эксплуатации, то в качестве одного из основных показателей надежности следует выбирать коэффициент готовности K_r или коэффициент технического использования $K_{т.и.}$.

В случае если отказ системы или отдельных узлов приводит к невыполнению важной задачи или нарушает безопасность работы обслуживающего персонала, а также вызывает угрозу для здоровья и жизни людей, то для таких систем основным показателем надежности является безотказность, выражающаяся в виде наработки на отказ или вероятности безотказной работы.

Если в результате простоя системы после отказа возникают большие материальные затраты, то такая система должна иметь хорошую ремонтпригодность и высокие показатели безотказности.

Все показатели надежности проектируемой системы должны обеспечивать нормальное ее функционирование в течение заданного срока эксплуатации.

§ 4.2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НОРМИРУЕМЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Распределение норм надежности проводится на этапах эскизного и рабочего проектирования технической системы. Предполагается, что на любом из этих этапов конструирования систему можно разбить на некоторое число подсистем в виде отдельных механизмов, узлов, сборочных единиц и исходить из начальной надежности каждой подсистемы полагая, что элементы системы выходят из строя независимо друг от друга, и что отказ любого элемента приводит к отказу системы. Рассмотрим несколько методов распределения требований по надежности.

Метод равномерного распределения

Предполагается, что система состоит из n последовательно соединенных элементов, имеющих одинаковую надежность. Пусть P_r – требуемая вероятность безотказной работы системы, а p_i – вероятность безотказной работы i -го элемента системы. Тогда

$$P_o = \prod_{i=1}^n \delta_i, \quad (4.1)$$

откуда $\delta_i = (P_o)^{\frac{1}{n}}, i = 1, 2, \dots, n$.

Если в качестве показателя на систему задана средняя наработка на отказ, то средняя наработка на отказ i -го элемента будет

$$T_i = T_3 n, i=1, 2, \dots, n, \quad (4.2)$$

где T_3 – заданная средняя, наработка на отказ системы.

Недостатком этого метода является то, что уровень надежности элементов системы устанавливается без учета их важности и трудности достижения одинаковой надежности для каждого элемента.

Метод пропорционального распределения

Если k_i – число элементов в i -й подсистеме ($i = \overline{1, n}$), то

$$P_i = \alpha_i \sqrt{P_o}, \quad (4.3)$$

где $\alpha_i = \frac{k_i}{\sum_{i=1}^n k_i}$ – число приведенных элементов.

Метод распределения требований по надежности с учетом относительной уязвимости элементов

Предполагается, что элементы системы соединены последовательно и имеют постоянную интенсивность отказов, при этом отказ любого элемента приводит к отказу системы. Требуется выбрать такие $\lambda_{i\delta}$, чтобы удовлетворялось условие

$$\sum_{i=1}^n \lambda_{i\delta} \leq \Lambda_{\delta}, \quad (4.4)$$

где $\lambda_{i\delta}$ – заданная интенсивность отказов i -го элемента;

Λ_{δ} – требуемая интенсивность отказов системы.

Задачу решают в два этапа: 1) определяют интенсивность отказов λ_i элементов на основе опыта; 2) задают весовые множители ω_i для каждого элемента системы в соответствии с интенсивностями отказов по формуле

$$\omega_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.5)$$

Таким образом, ω_i показывает относительную уязвимость i -го элемента. Далее определяют требуемые интенсивности отказов элементов с помощью соотношения

$$\lambda_{i\delta} = \omega_i \Lambda_{\delta}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.6)$$

Метод распределения требований по надежности с учетом важности элемента

Предполагается последовательное соединение взаимно независимых элементов (подсистем), имеющих экспоненциальное распределение времени работы. Показатель важности элемента определяется через вероятность отказа системы, если этот элемент выйдет из строя.

Требуемая вероятность безотказной работы i -го элемента (подсистемы) за время t имеет вид

$$P_{i\delta}(t_i) = 1 - \frac{1 - [P_{\delta}(t)]^{N_1/N}}{\omega_i}, \quad (4.7)$$

где N_i – число элементов в i -й подсистеме;

ω_i – показатель важности для i -го элемента (вероятность отказа системы при выходе из строя элемента);

t_i – требуемая продолжительность работы i -го элемента за время работы системы ($0 \leq t_i \leq t$);

t – требуемая продолжительность работы системы;

N – общее число элементов в системе.

Метод распределения требований по надежности на основе неравенства вероятностей

Пусть $p_1, p_2, \dots, p_n$ обозначают надежности элементов. Предположим, что надежность системы имеет вид

$$P = p_1, p_2, \dots, p_n. \quad (4.8)$$

Далее положим, что P_T обозначает требуемую надежность системы, причем это значение надежности должно удовлетворять условию $P_T \geq P$. Требуется повысить хотя бы одно из значений p_i настолько, чтобы по формуле (4.8) достигнуть значения P_T .

Методика повышения надежности P до требуемого значения P_T сводится к следующему.

Надежности $p_1, p_2, \dots, p_n$ располагаются в неубывающей последовательности:

$$p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_n. \quad (4.9)$$

Каждая из надежностей $p_1, p_2, \dots, p_k$ увеличивается до одного и того же значения $P_{от}$, а надежности, начиная с $p_{k+1}, \dots, p_n$, не изменяются. Номер " k " выбирается из максимального значения j , для которого

$$P_j \leq \left[\frac{P_{\delta}}{\prod_{i=1}^{n+1} \delta_i} \right]^{\frac{1}{j}}, \quad (4.10)$$

где $P_{n+1} = 1$ по определению. Значение $P_{от}$ определяется из соотношения

$$P_{i\delta} = \left[\frac{P_{\delta}}{\prod_{j=k_0+1}^{n+1} \delta_j} \right]^{\frac{1}{k_0}}. \quad (4.11)$$

Очевидно, что надежность системы после нахождения $P_{от}$ будет

удовлетворять заданному требованию, поскольку новая надежность

$$(P_{i\delta})^k P_{k+1} \cdots P_n = P_{\delta}. \quad (4.12)$$

Пример 4.1. Система состоит из трех последовательно соединенных элементов, для которых получены оценки $\lambda_1 = 0,005$, $\lambda_2 = 0,003$ и $\lambda_3 = 0,001$. Требуемая вероятность безотказной работы системы за 20 ч составляет 0,95. Определить требуемые значения вероятности безотказной работы элементов.

Решение. С помощью формулы (4.5) определяем:

$$\omega_1 = \frac{0,005}{0,005 + 0,003 + 0,001} = 0,555; \quad \omega_2 = \frac{0,003}{0,009} = 0,333;$$

$$\omega_3 = \frac{0,001}{0,009} = 0,111.$$

Известно, что $P_{\delta}(t = 20) = \exp(-\lambda \cdot 20) = 0,95$. Отсюда $\lambda = 0,00256$.

Следовательно,

$$\lambda_{1\delta} = \omega_1 \lambda = 0,555 \cdot 0,00256 = 0,00142;$$

$$\lambda_{2\delta} = \omega_2 \lambda = 0,333 \cdot 0,00256 = 0,000852;$$

$$\lambda_{3\delta} = \omega_3 \lambda = 0,111 \cdot 0,00256 = 0,000284.$$

Соответственно требуемые вероятности безотказной работы элементов:

$$P_{1\delta}(t = 20) = \exp(-0,00142 \cdot 20) = 0,97;$$

$$P_{2\delta}(t = 20) = \exp(-0,000852 \cdot 20) = 0,98;$$

$$P_{3\delta}(t = 20) = \exp(-0,000284 \cdot 20) = 0,99.$$

§ 4.3. РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ СОЕДИНЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ

Последовательным, в смысле надежности, называют такое соединение элементов в системе, при котором отказ хотя бы одного элемента приводит к отказу системы.

Большинство типов механических систем и конструкций, многие радиотехнические, электромеханические, гидравлические, оптико-механические, электронные средства представляют собой системы, не имеющие структурной или временной избыточности. Элементы последовательной системы могут иметь внутри себя различное

резервирование (нагрузочное, структурное).

Последовательные системы могут быть невосстанавливаемыми и восстанавливаемыми.

Для невосстанавливаемой последовательной системы случайная наработка до отказа системы, состоящей из m последовательно соединенных невосстанавливаемых элементов, равна минимальному значению случайных наработок ее элементов. Если известны

распределения до отказа i независимых элементов ($i = \overline{1, m}$), то надежность системы для любого заданного времени t_0 будет:

$$P(t_0) = \prod_{i=1}^m P_i(t_0). \quad (4.13)$$

Точное значение наработки до отказа системы

$$T = \int_0^{\infty} P(t_0) dt. \quad (4.14)$$

Для случая экспоненциального распределения, полагая о стационарности потока отказов элементов, следует, что $P_i(t) = \exp(-\lambda_i t)$, тогда

$$P(t_0) = \prod_{i=1}^m \exp(-\lambda_i t_0) = \exp(-t_0 \sum_{i=1}^m \lambda_i) = \exp(-\lambda t_0), \quad (4.15)$$

где λ_i и λ – интенсивности отказов элементов и системы. Как правило, не все элементы работают непрерывно от момента начала работы системы и до окончания.

Считая отказы составных частей системы независимыми, надежность системы можно вычислить по формуле

$$P(t_0) = P_1(\Delta t_1) P_2(\Delta t_2) \cdots P_m(\Delta t_m) = \prod_{i=1}^m P_i(\Delta t_i), \quad (4.16)$$

где $P_i(\Delta t_i)$ – надежность i -го элемента в течение промежутка времени $\Delta t_i = t_{i\bar{e}} - t_{i\bar{n}}$;

$t_{i\bar{e}} t_{i\bar{n}}$ – время конца и начала работы i -го элемента.

Для экспоненциального закона надежности можно записать

$$P_i(\Delta t_i) = \exp[-\lambda_i (t_{i\bar{e}} - t_{i\bar{n}})].$$

Тогда для системы в целом $P(t) = \exp\left[-\sum_{i=1}^m \lambda_i (t_{i\bar{e}} - t_{i\bar{n}})\right]$. (4.17)

При значениях надежности системы, близких к единице, используют приближенные формулы:

$$\begin{aligned} \prod_{i=1}^N P_i &= 1 - \sum_{i=1}^N Q_i(t); & Q_i(t) &= 1 - P_i(t). \\ P(t) &= 1 - NQ(t); \\ \sqrt[N]{P(t)} &= 1 - \frac{Q(t)}{N}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Структурная схема надежности графически изображается в виде последовательно соединенных прямоугольников, как показано на рис. 4.1.

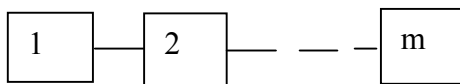


Рис. 4.1. Структурная схема надежности (ССН) для системы, состоящей из последовательно соединенных элементов

Для восстанавливаемых элементов аналитические выражения показателей надежности получены в предположении, что распределения времени наработки до отказа и времени восстановления отдельных элементов являются экспоненциальными, т. е. процесс функционирования системы является однородным, стационарным и без последствия.

В табл. 4.1 приведены показатели надежности восстанавливаемой последовательной системы.

Принятые обозначения: λ_i — интенсивность отказов i -го элемента; μ_i —

интенсивность восстановления i -го элемента; $\lambda = \sum_{i=1}^n \lambda_i$; T — средняя

наработка системы между отказами; τ_v — среднее время восстановления системы; $P(t_0)$ — вероятность безотказной работы системы; K_r —

коэффициент готовности системы; $\mu_i = \frac{1}{\tau_{\text{в}i}}$ — интенсивность восстановления

i -го элемента.

Таблица 4.1

Показатель	Точное значение	Приближенное значение
<i>При отказе элемента система выключается</i>		
T	$1/\lambda$	—
$\tau_{\text{в}}$	$\frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{\mu_i}$	—
$P(t_0)$	$\exp(-\lambda t_0)$	$1 - \lambda t_0$
$K_{\text{г}}$	$(1 + \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{\mu_i})^{-1}$	$1 - \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{\mu_i}$
<i>При отказе элемента система не выключается. Восстановление неограниченное</i>		
T	$1/\lambda$	—
$\tau_{\text{в}}$	$\frac{1}{\lambda} \left[\prod_{i=1}^N (1 + \frac{\lambda_i}{\mu_i}) - 1 \right]$	$\frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{\mu_i}$
$P(t_0)$	$\exp(-\lambda t_0)$	$1 - \lambda t_0$
$K_{\text{г}}$	$\prod_{i=1}^N \left(1 + \frac{\lambda_i}{\mu_i} \right)^{-1}$	$1 - \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{\mu_i}$

Пример 4.2. Определить надежность автомобиля при движении на заданное расстояние, если известны надежности систем на указанное расстояние:

- система зажигания – $P_1(t) = 0,99$;
- система питания топливом и смазкой – $P_2(t) = 0,999$;
- система охлаждения – $P_3(t) = 0,998$;
- двигатель – $P_4(t) = 0,995$; ходовая часть – $P_5(t) = 0,997$.

Решение. Известно, что отказ любой системы независимо друг от друга приводит к отказу автомобиля.

Для определения надежности воспользуемся формулой (4.13):

$P(t) = P_1(t)P_2(t) P_3(t) P_4(t) P_5(t) = 0,99 \cdot 0,999 \cdot 0,998 \cdot 0,985 \cdot 0,997 = 0,979$.

§ 4.4. РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ С ДРУГИМИ ВИДАМИ СОЕДИНЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ

В практике проектирования сложных систем часто используются схемы с параллельным соединением элементов. Система с параллельным соединением элементов построена таким образом, что отказ ее происходит лишь в случае отказа всех элементов, т. е. система исправна, если исправен хотя бы один элемент. Такое соединение элементов называют резервированием.

При конструировании технических систем в зависимости от выполняемой системой задачи применяют горячее или холодное резервирование. Горячее резервирование применяют тогда, когда не допускается перерыва времени на переключение отказавшего элемента на резервный с целью выполнения задачи в установленное время. Холодное резервирование применяют тогда, когда требуется увеличение ресурса работы элемента и допускается время на переключение отказавшего элемента на резервный.

Существуют технические системы с частично параллельным резервированием. Это такие системы, которые оказываются работоспособными в случае отказа нескольких элементов.

Рассмотрим систему, имеющую ряд параллельных элементов, надежность каждого из которых равна $p(t)$, а ненадежность соответственно $q(t)=1-p(t)$.

В случае, если система содержит n элементов, которые соединены параллельно, то вероятность отказа системы

$$Q(t) = [q(t)]^n, \quad (4.19)$$

а вероятность безотказной работы соответственно

$$P(t) = 1 - [q(t)]^n. \quad (4.20)$$

Графически структурная схема надежности изображается, как показано на рис. 4.2.

При частично параллельном резервировании вероятность исправной работы системы, состоящей из общего числа элементов n , определяется по формуле

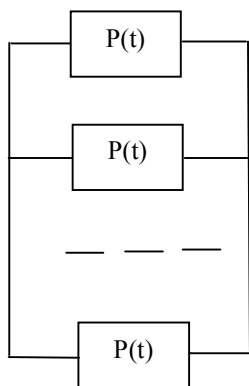


Рис. 4.2. ССН с параллельным соединением элементов

$$P(t) = \sum_{j=1}^n C_n^k p^k q^{n-k},$$

(4.21)

где j – число исправных элементов, при котором обеспечивается работоспособность системы;

p – вероятность безотказной работы одного элемента;

$q=(1-p)$ – вероятность отказа одного элемента;

$$\tilde{N}_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

В случае если $j = 1$, система будет полностью параллельной, в остальных случаях – частично параллельной.

Следует отметить, что в практике проектирования часто используются структурные схемы надежности с параллельно-последовательным соединением элементов. При проектировании системы радиоэлектронной аппаратуры применяют схемы, работающие по принципу два из трех или мостиковую схему.

Надежность схемы два из трех определяется по формуле

$$P(t) = \delta^3 + 3\delta^2q, \quad (4.22)$$

где p – надежность работы каждого элемента за время t ;

$q = (1-p)$ – ненадежность работы каждого элемента за время t .

Надежность мостиковой схемы вычисляется из соотношения вида

$$P(t) = \delta^5 + 5\delta^4q + 8\delta^3q^2 + 2\delta^2q^3. \quad (4.23)$$

Различают схемы надежности с поканальным и поэлементным резервированием. Для поканального резервирования, схематически показанного на рис. 4.3, формула надежности выглядит так:

$$P=[1 - (1 - p_{11}p_{12}\cdots p_{1n})(1 - p_{21}p_{22} \cdots p_{2n})(1 - p_{k1}p_{k2} \cdots p_{kn})]. \quad (4.24)$$

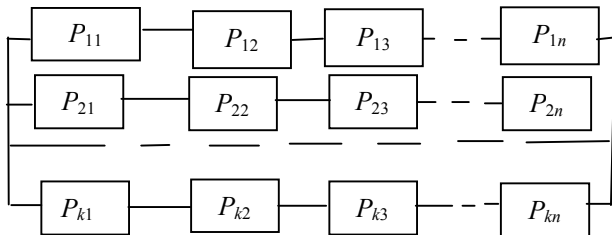


Рис. 4.3. ССН системы с поканальным резервированием

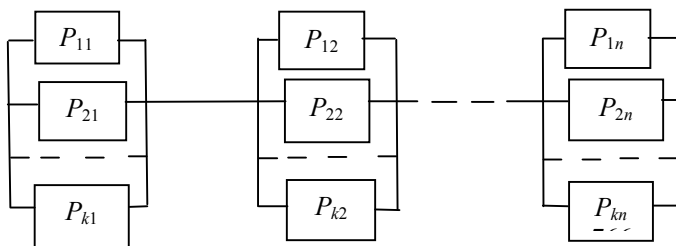


Рис. 4.4. ССН системы с поэтапным резервированием

При поэтапном резервировании, схематически изображенном на рис. 4.4, формула надежности выглядит так:

$$P = 1 - [(1 - P_{11})(1 - P_{21}) \cdot (1 - P_{k1})] \times \\ \times [1 - (1 - P_{12})(1 - P_{22}) \cdot (1 - P_{k2})] \dots [1 - (1 - P_{1n})(1 - P_{2n})(1 - P_{kn})]. \quad (4.25)$$

Анализ последних двух схем показывает, что структурная схема с поэтапным резервированием имеет более высокую надежность по сравнению с поканальным резервированием.

Пример 4.3. Система связи, установленная на спутнике, спроектирована таким образом, что при имеющихся пяти каналах связь с наземными станциями обеспечивается при исправном состоянии любых двух каналов. Надежность передачи информации по каждому каналу одинакова, а именно: $P = 0,9$.

Вычислить надежность системы передачи связи со спутника на наземные станции.

Решение. Для оценки надежности воспользуемся формулой (4.21)

$$D = \sum_{k=2}^5 C_5^k P^k (1 - P)^{5-k} = C_5^2 P^2 q^3 + C_5^3 P^3 q^2 + C_5^4 P^4 q + P^5 q^0 = \\ = 0,0081 + 0,0729 + 0,328 + 0,5905 = 0,9995.$$

§ 4.5. РАСЧЕТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ПРИ ОЦЕНКЕ НАДЕЖНОСТИ МЕТАЛЛОКОНСТРУКЦИЙ И МЕХАНИЧЕСКИХ УЗЛОВ

Из практики работоспособности металлоконструкций и механических узлов известно, что распределение усилия, а также распределение прочности подчиняются нормальному закону распределения с соответствующими

плотностями вероятности. Целью расчета надежности является определение критического напряжения, при котором запас прочности оказывается минимальным. Пусть распределение несущей способности (прочности) подчиняется нормальному закону с плотностью вероятности $f_1(x)$, математическим ожиданием прочности m_1 и средним квадратическим отклонением σ_1 . Распределение усилия (нагрузки) подчиняется нормальному закону с плотностью вероятности $f_2(x)$, математическим ожиданием усилия m_2 и средним квадратическим отклонением σ_2 . Графически распределение плотностей вероятности показано на рис. 4.5.

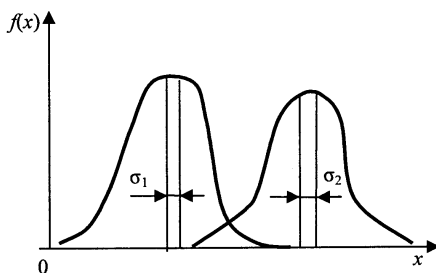


Рис. 4.5. Распределение плотностей вероятностей усилия и прочности в узлах и металлоконструкциях

Функция надежности такой системы определяется зависимостью [4]

$$P = \Phi\left(\frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}\right), \quad (4.26)$$

где $\Phi(U_p)$ – нормированная нормальная функция распределения находится из табл. прил. 1;

$$U_p = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}} - \text{квантиль берется из табл. прил. 1.}$$

Вероятность безотказной работы механических узлов и металлоконструкций для случая нормального распределения нагрузки с параметрами математического ожидания m и коэффициента вариации v находятся обычным способом по квантили нормального распределения U_p . Квантиль определяется по формуле

$$U_p = \frac{n-1}{\sqrt{(nv_1)^2 + v_2^2}}, \quad (4.27)$$

где $n = m_1 / m_2$ – условный запас прочности;

$v_1 = \sigma_1 / m_1$ – коэффициент вариации несущей способности (прочности);

$v_2 = \sigma_2 / m_2$ – коэффициент вариации усилия (действующей на грузки).

Пример 4.4. При проектировании подъемного механизма требуемое значение усилия в гидроцилиндре должно соответствовать величине $m_2 = 200 \pm 20$ кгс. Расчетный минимальный запас прочности в критическом сечении $m_1 = 240 \pm 25$ кгс. Здесь $\sigma_2 = 20$ кгс, $\sigma_1 = 25$ кгс. Определить надежность гидроцилиндра.

Решение. Используя формулу (4.26), получим

$$D = \hat{O} \left[\frac{240 - 200}{\sqrt{25^2 + 20^2}} \right] = \hat{O}(1, 25).$$

По табл. прил. 1 для квантили нормального распределения $U_p = 1,25$ имеем $P = 0,8944$.

§ 4.6. ОБЩИЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ПО ЗАДАННОМУ КРИТЕРИЮ

Работоспособность механических узлов и металлоконструкций характеризуется рядом критериев. В качестве таковых могут быть прочность, износостойкость, устойчивость, точность и др.

Расчет надежности основывается на сравнении по заданным критериям расчетных параметров с их предельными величинами. Предельные величины параметров выбирают по нормативным или справочным данным или устанавливают путем испытаний или наблюдений в эксплуатации.

Работоспособность деталей или узла обеспечивается по заданному критерию, если расчетный параметр критерия Y меньше его предельного значения $Y_{пр}$. В общем случае параметр Y не должен выходить за предельное значение. Таким образом, для обеспечения работоспособности заранее задаются коэффициентом безопасности

$$n = \frac{Y_{г\delta}}{Y}.$$

Расчетные параметры рассматриваются как детерминированные, хотя в действительности они имеют рассеяние, поэтому расчет производится по наиболее неблагоприятным значениям параметров.

С переходом на вероятностные методы расчета параметры $Y_{i\delta}$ и Y рассматривают как случайные величины и вероятность безотказной работы по заданному критерию определяется по квантили

$$U_p = \frac{\bar{Y}_{i\delta} - \bar{Y}}{\sqrt{\sigma_{i\delta}^2 + \sigma_Y^2}}, \quad (4.28)$$

где $\bar{Y}_{i\delta}, \bar{Y}$ – средние значения величин $Y_{i\delta}$ и Y ;

$\sigma_{i\delta}^2, \sigma_Y^2$ – средние квадратические отклонения величин $Y_{i\delta}$ и Y .

Соотношение (4.28) можно выразить через коэффициент безопасности и коэффициенты вариации

$$U_p = \frac{n-1}{\sqrt{n^2 v_{i\delta}^2 + v_Y^2}}, \quad (4.29)$$

где $n = \frac{\bar{Y}_{i\delta}}{\bar{Y}}$, $v_{i\delta} = \frac{\sigma_{i\delta}}{\bar{Y}_{i\delta}}$, $v_Y = \frac{\sigma}{\bar{Y}}$.

§ 4.7. РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ДЕТАЛЕЙ МЕХАНИЧЕСКИХ УЗЛОВ В ПРОЦЕССЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Вероятность безотказной работы при изнашивании трущихся поверхностей деталей оценивается по квантили нормального распределения [5]:

$$U_p = \frac{n-1}{\sqrt{n^2 v_{\Delta}^2 + v_I^2}}, \quad (4.30)$$

где $v_{\Delta} = \frac{\sigma_h}{\Delta}$ – коэффициент вариации размера детали;

$\bar{\Delta} = \bar{h}_{i\dot{a}+} - h_{i\delta}$ – для случая уменьшения размера;

$\bar{\Delta} = h_{i\delta} - \bar{h}_{i\dot{a}+}$ – для случая увеличения размера (например, зазора);

h_{np} – предельно допустимое значение размера при износе;

$\bar{h}_{i\dot{a}+}$ – среднее значение начального размера;

σ_h – среднее квадратическое отклонение начального размера;

$n = \frac{\bar{\Delta}}{J \vee t}$ – условный коэффициент запаса по износу;

J – среднее значение интенсивности изнашивания;

v_i – коэффициент вариации интенсивности изнашивания;

v – скорость относительного перемещения трущихся поверхностей;

t – время работы трущихся поверхностей.

Оценка надежности по критерию теплостойкости определяется по формуле

$$U_p = \frac{n-1}{v_i}, \quad (4.31)$$

где $n = \frac{t_{\text{пр}}}{\bar{t} + t_0}$ – коэффициент запаса по средним температурам;

$t_{\text{пр}}$ – предельно допустимая температура;

t_0 – температура окружающей среды;

$v_i = \frac{\sigma_t}{\bar{t}}$ – коэффициент вариации температуры;

$\bar{t}$ – среднее значение избыточной температуры, которое определяется для конкретной конструкции;

σ_t – среднее квадратическое отклонение избыточной температуры.

Вероятность безотказной работы соединения с натягом по критерию прочности определяется по таблице нормального распределения в зависимости от квантили (прил. 1):

$$U_p = \frac{n-1}{\sqrt{n^2 v_{i\delta}^2 + v^2}}, \quad (4.32)$$

где $n = \frac{\bar{I}_{i\delta}}{\bar{I}}$ – коэффициент запаса прочности сцепления по средним значениям моментов;

$\bar{I}_{i\delta}$ – среднее значение предельного момента;

$\bar{I}$ – среднее значение момента;

$v_{i\delta}$ – коэффициент вариации предельного момента;

v – коэффициент вариации среднего момента.

Вероятность безотказной работы по критерию прочности деталей определяется в зависимости от квантили

$$U_p = \frac{n-1}{\sqrt{n^2 v_t^2 + v_p^2}}, \quad (4.33)$$

где $n = \frac{\bar{\sigma}_t}{\bar{\sigma}_{\text{уѐâ}}}$ – коэффициент запаса прочности по средним значениям

предела текучести $\bar{\sigma}_t$ и $\bar{\sigma}_{\text{уѐâ}}$ напряжения;

v_t – коэффициент вариации предела текучести;

v_p – коэффициент вариации давления.

Вероятностный расчет сопротивления усталости сварного соединения представляется в виде

$$U_p = \frac{n-1}{\sqrt{n^2 v_{-1}^2 + v_a^2}}, \quad (4.34)$$

где $n = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{\bar{\sigma}_a}$ – коэффициент запаса прочности по средним напряже-

ниям;

v_{-1} – коэффициент вариации предела выносливости сварной детали;

v_a – коэффициент вариации нагрузки;

$\bar{\sigma}_{-1}$ – среднее значение предела выносливости;

$\bar{\sigma}_a$ – среднее значение действующих напряжений.

Вероятностный расчет работоспособности и надежности болтового соединения сводится к оценке вероятности безотказной работы соединения, равной произведению вероятностей безотказной работы по основным критериям: нераскрытию стыка, несдвигаемости стыка, прочности болтов и др. Количество учитываемых критериев определяется в зависимости от их значимости.

Вероятность безотказной работы по критерию нераскрытия стыка определяется в зависимости от квантили

$$U_{p_1} = \frac{n_1-1}{\sqrt{n_1^2 v_{\text{сдв}}^2 + v_F^2}}, \quad (4.35)$$

где n_1 – коэффициент запаса нераскрытия стыка по средним нагрузкам;

$$n_1 = \frac{\bar{F}_{\text{сдв}}}{\beta_c \bar{F}(1-x)}. \quad (4.36)$$

Здесь $\bar{F}_{\text{сдв}}$, $\bar{F}$, $v_{\text{сдв}}$, v_F – средние значения и коэффициенты вариации случайных сил $F_{\text{зат}}$ и F ; $F_{\text{зат}}$ – сила затяжки; $(1-x)$ – множитель, характеризующий долю внешней нагрузки на стык; $\beta_{\bar{n}}$ – коэффициент, учитывающий возможное ослабление затяжки; F – центральная отрывающая сила.

Вероятность безотказной работы P_2 по критерию несдвигаемости единичного затянутого болтового соединения, нагруженного сдвигающей силой F , вычисляется по квантили

$$U_{P_2} = \frac{n_2 - 1}{\sqrt{n_2^2 v_{\text{сдв}}^2 + v_F^2}}, \quad (4.37)$$

$$\text{где } n_2 = \frac{\bar{f} \bar{F}_{\text{сдв}}}{\beta_{\bar{n}} \bar{F}}; \quad v_{\text{сдв}} = \sqrt{v_{\text{сдв}}^2 + v_F^2}; \quad (4.38)$$

$\bar{f}$ и v_F – среднее значение и коэффициент вариации коэффициента трения.

Вероятность безотказной работы P_3 по критерию статической прочности определяется по квантили

$$U_{P_3} = \frac{n_3 - 1}{\sqrt{n_3^2 v_{\sigma_t}^2 + v_{\text{дан}}^2}}, \quad (4.39)$$

$$\text{где } v_{\text{дан}} = v_{\text{сдв}}; \quad n_3 = \frac{\bar{\sigma}_t}{\sigma_{\text{дан}}} - \text{коэффициент запаса прочности};$$

$\bar{\sigma}_t$ и v_{σ_t} – среднее значение и коэффициент вариации предела текучести.

Расчетное напряжение определяется по формуле

$$\sigma_{\text{дан}} = \frac{4}{\pi d_{\text{дан}}^2} (k F_{\text{сдв}} + x F), \quad (4.40)$$

где $d_{\text{рас}}$ – расчетный диаметр резьбы болта;

k – коэффициент, учитывающий кручение болта (если кручение при затяжке исключено, то $k = 1$, в остальных случаях $k = 1,3$).

Вероятность безотказной работы по критерию усталости P_4 находим по квантили

$$U_{p_4} = \frac{n_4 - 1}{\sqrt{n_4^2 v_{-1}^2 + v_{\dot{a}}^2}}, \quad (4.41)$$

где $n = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{\bar{\sigma}_a}$; $\bar{\sigma}_{-1}$ – среднее значение предела выносливости болта; $\bar{\sigma}_a$ – среднее значение действующих напряжений.

$$\bar{\sigma}_a = \frac{4}{\pi d_{\text{раб}}^2} \left[0,5x\bar{F} + \frac{\psi}{k_\sigma} (\bar{F}_{\text{сão}} + 0,5x\bar{F}) \right], \quad (4.42)$$

где $\bar{F}$ – среднее значение максимальной нагрузки цикла;
 ψ – коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла;

$\bar{k}_\sigma$ – среднее значение коэффициента концентрации;

$v_{-1}, v_{\dot{a}}$ – коэффициенты вариации предела выносливости и действующих напряжений.

Вероятность безотказной работы болтового соединения в целом равна произведению вероятностей по критериям:

$$P = P_1 P_2 P_3 P_4. \quad (4.43)$$

Аналогично проводится расчет надежности по квантилям распределения для таких узлов, как валы, подшипники, обгонные муфты, клиноременные, передачи и др.

Пример 4.5. Две стальные детали стянуты болтом М12 с усилием от 0 до F. Среднее значение силы $\bar{F} = 10^4$ Н, коэффициент вариации $v_F = 0,2$. Определить вероятность безотказной работы по основным критериям: нераскрытию стыка, статической прочности и сопротивлению усталости болта.

Контроль затяжки осуществляется динамометрическим ключом. Расчет произвести при следующих исходных данных:

$x = 0,2$; $\bar{\sigma}_t = 38$ МПа; $\bar{\sigma}_{-1} = 40$ МПа; $v_{\sigma_t} = 0,05$; $k = 1,3$; $\beta_{\bar{n}} = 1,2$; $k_\sigma = 3,0$; $\psi = 0,1$;

$d_{\text{раб}} = 10,2$ мм; $v_{-1} = 0,15$; $v_{\text{сão}} = 0,08$; $\bar{F}_{\text{сão}} = 1,57 \cdot 10^4$ Н; $v_{\text{даб}} = v_{\text{сão}}$.

Решение.

1. Вычислим вероятность безотказной работы по нераскрытию стыка.

Определим коэффициент запаса по нераскрытию стыка.

$$n_1 = \frac{\bar{F}_{\text{çàò}}}{\beta_c \bar{F}(1-x)} = \frac{1,57 \cdot 10^4}{1,2 \cdot 10^4 (1-0,2)} = 1,63.$$

Вычислим квантиль

$$U_{\sigma_1} = \frac{n_1 - 1}{\sqrt{n_1^2 v_{\text{çàò}}^2 + v_F^2}} = \frac{1,63 - 1}{\sqrt{1,63^2 \cdot 0,08^2 + 0,2^2}} = 2,89.$$

По таблице нормального распределения для квантили $U_{\sigma_1} = 2,89$ вероятность безотказной работы $P_1 = 0,9936$.

2. Вычислим вероятность безотказной работы по статической прочности

$$n_3 = \frac{\bar{\sigma}_t}{\sigma_{\text{đàn}}};$$

$$\sigma_{\text{đàn}} = \frac{4}{\pi d_{\text{đàn}}^2} (k \bar{F}_{\text{çàò}} + x \bar{F}) = \frac{4}{3,14 \cdot (10,2)^2} (1,3 \cdot 1,57 \cdot 10^4 + 0,2 \cdot 10^4) = 28,5 \text{ Ì Ì à};$$

$$n_3 = 38 / 28,5 = 1,33.$$

Вычисляем квантиль

$$U_{\sigma_3} = \frac{n_3 - 1}{\sqrt{n_3^2 v_{\sigma_t}^2 + v_{\text{çàò}}^2}} = \frac{1,33 - 1}{\sqrt{1,33^2 \cdot 0,05^2 + 0,08^2}} = 3,2.$$

По таблице нормального распределения для квантили $U_{\sigma_3} = 3,2$ соответствует вероятность $P_3 = 0,9994$.

3. Вычислим вероятность безотказной работы по критерию усталости.

Среднее значение действующего напряжения

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_a &= \frac{4}{\pi d_{\text{đàn}}^2} \left[0,5 \delta \bar{F} + \frac{\Psi}{k_{\sigma}} (\bar{F}_{\text{çàò}} + 0,5 \delta \bar{F}) \right] = \\ &= \frac{4}{3,14 \cdot 10,2^2} \left[0,5 \cdot 0,2 \cdot 10^4 + \frac{0,1}{3} (1,57 \cdot 10^4 + 0,5 \cdot 0,2 \cdot 10^4) \right] = 8,07 \text{ Ì Ì à}. \end{aligned}$$

Коэффициент запаса прочности по усталостным напряжениям

$$n_4 = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{\bar{\sigma}_a} = \frac{40}{8,07} = 5.$$

$$\text{Квантиль } U_{P_4} = \frac{n_4 - 1}{\sqrt{n_4^2 v_{-1}^2 + v_F^2}} = \frac{5 - 1}{\sqrt{5^2 \cdot 0,15^2 + 0,2^2}} = 5,29.$$

Вероятность безотказной работы по критерию усталости $P_4 \approx 1,0$.

Тогда вероятность безотказной работы болтового соединения

$$P = P_1 P_3 P_4 = 0,9936 \cdot 0,9994 \cdot 1 = 0,993.$$

Аналогично определяется вероятность безотказной работы по любому количеству критериев как произведение соответствующих вероятностей.

§ 4.8. РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРОАВТОМАТИКИ В ПРОЦЕССЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Расчет надежности системы электроавтоматики проводится по справочным данным интенсивностей отказов элементов. Порядок расчета надежности по справочным данным сводится к следующему. В зависимости от заданных условий эксплуатации системы (температуры, влажности, нагрузки и т. п.), взятые из справочника интенсивности отказов, умножают на коэффициент условия применения K_y , который может быть больше или меньше единицы. Таким образом, чтобы установить интенсивность отказов элементов электроавтоматики, необходимо выполнить следующие этапы:

- составить перечень элементов в виде таблицы;
- определить по справочнику интенсивности отказов;
- найти коэффициенты условий применения K_y при помощи соответствующего расчета или взять из графика по справочнику, учитывая нагрузку, температуру, влажность и т. п.;
- перемножить интенсивность отказов на множители K_y .

Так как в процессе эксплуатации элементы системы находятся как в рабочем состоянии, так и в состоянии хранения и транспортирования, то используются следующие формулы пересчета интенсивностей отказов:

$$\lambda_{\text{од}} = \lambda_{\text{д}} \cdot 10^{-3}; \lambda_{\text{од}} = 1,5\lambda_{\text{д}}; \lambda_{\text{од,од}} = 1,5\lambda_{\text{од}}. \quad (4.44)$$

Для проведения расчета составляется таблица справочных данных.

Таблица 4.2

Обозначение по схеме и название элемента	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^5 \text{ ч}^{-1}$	Коэффициент условий применения K_y	Количество элементов в системе n	Суммарная интенсивность отказов $nK_y\lambda \cdot 10^5 \text{ ч}^{-1}$
--	---	--------------------------------------	------------------------------------	---

Микросхема У-4	106	1,5	2	318
Резистор P5	50	1,0	10	500
Выключатель В12	25	1,2	2	60

При экспоненциальном законе распределения времени безотказной работы надежность элемента определяется соотношением

$$P_i(t) = \exp \left[-(\lambda_{i\delta} t_{\delta} + \lambda_{i\partial p} t_{i\partial p} + \lambda_{ixp} t_{xp}) \right]. \quad (4.45)$$

Если $(\lambda_{i\delta} t_{\delta} + \lambda_{i\partial p} t_{i\partial p} + \lambda_{ixp} t_{xp}) \ll 1$, то

$$P_i(t) = 1 - (\lambda_{ip} t_p + \lambda_{i\partial p} t_{\partial p} + \lambda_{ixp} t_{xp}). \quad (4.46)$$

Среднее квадратическое отклонение вероятности безотказной работы

$$\sigma_{P_i(t)} = \frac{-\ln P_i(t)}{t}. \quad (4.47)$$

Тогда вероятность безотказной работы и среднее квадратическое отклонение системы, состоящей из n последовательно соединенных элементов, определяются соответственно по формулам:

$$P(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t) = e^{-\sum_{i=1}^n (\lambda_{ip} t_p + \lambda_{i\partial p} t_{\partial p} + \lambda_{ixp} t_{xp})}, \quad (4.48)$$

$$\sigma_{P(t)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{P_i(t)}^2}, \quad (4.49)$$

где $\lambda_{ip}, \lambda_{i\partial p}, \lambda_{ixp}$ – интенсивности отказов i -го элемента при работе,

транспортировании и хранении;

$t_p, t_{\partial p}, t_{xp}$ – время работы, транспортирования и хранения i -го

элемента.

Если в системе электроавтоматики используется резервирование, то расчет надежности проводится по формулам для соответствующего вида резервирования, изложенного в параграфе 4.4.

Пример 4.6. Структурная схема надежности системы электроавтоматики представляет собой смешанное соединение, изображенное на рис. 4.6.

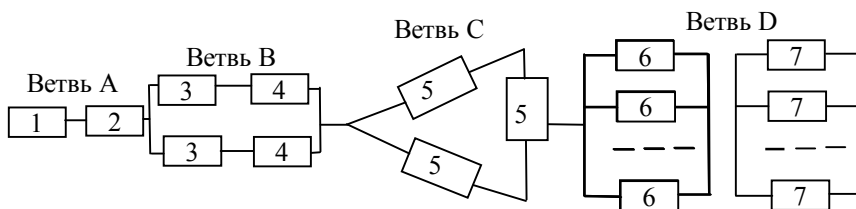


Рис. 4.6. ССН системы электроавтоматики

Найти вероятность безотказной работы системы за время работы $t = 4$ ч в сутки.

Решение. Составим таблицу исходных данных интенсивностей отказов.

Таблица 4.3

Обозначение по схеме и название элемента	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^5 \text{ ч}^{-1}$	Коэффициент условий применения k_y	Количество элементов в системе n	Суммарная интенсивность отказов $n k_y \lambda 10^5 \text{ ч}^{-1}$
1. Резистор Р1	5,0	1,0	1	5,0
2. Конденсатор С ₁	3,0	1,2	1	3,6
3. Электромагнит ЭЛС-3	9,0	1,0	2	18,0
4. Микросхема У5	4,0	1,5	1	12,0
5. Диод Д5	2,0	1,5	3	9,0
6. Выключатель В2	1000	1,0	3	3000
7. Контакт К6	3000	1,0	3	9000

Ветвь А

$$P_A(t) = e^{-\sum_{i=1}^2 (\lambda_i t_i + \lambda_{\text{од}} t_{\text{од}})} = 1 - (\lambda_1 t + \lambda_{1\text{xp}} t_{\text{xp}} + \lambda_2 t + \lambda_{2\text{xp}} t_{\text{xp}}) =$$

$$= 1 - 10^{-5} (5 \cdot 4 + 5 \cdot 10^{-3} \cdot 20 + 3,6 \cdot 4 + 3,6 \cdot 10^{-3} \cdot 20) = 0,99964.$$

Ветвь В

$$P'_A(t) = P_3(t)P_4(t), P_B(t) = 1 - [1 - P'_A(t)]^2,$$

$$P'_A(t) = e^{-(\lambda_3 t + \lambda_3 10^{-3} t_{xp} + \lambda_4 t + \lambda_4 10^{-3} t_{xp})} = 1 - (\lambda_3 t + \lambda_3 10^{-3} t_{xp} + \lambda_4 t + \lambda_4 10^{-3} t_{xp}) =$$

$$= 1 - 10^{-5} (9 \cdot 4 + 9 \cdot 10^{-3} \cdot 20 + 6 \cdot 4 + 6 \cdot 10^{-3} \cdot 20) = 0,9994.$$

$$P_B = 1 - [1 - 0,9994]^2 = 1,0.$$

Ветвь С (соединение по схеме два из трех)

$$P_c(t) = P_5^3(t) + 3P_5^2(t)q(t);$$

$$P_5(t) = e^{-(\lambda_5 t + \lambda_{5xp} t_{xp})} = 1 - (\lambda_5 t + \lambda_{5xp} t_{xp}) =$$

$$= 1 - (2 \cdot 1,5 \cdot 4 + 2 \cdot 1,5 \cdot 4 \cdot 20 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^{-5} = 0,9998;$$

$$P_c(t) = 0,9997.$$

Ветвь D

$$P_D(t) = [1 - q_6^3(t)][1 - q_7^3(t)]; \quad q_6(t) = 1 - P_6(t);$$

$$P_6(t) = 1 - (\lambda_6 t + \lambda_6 10^{-3} t_{xp}) = 1 - (1000 \cdot 4 + 10^3 \cdot 10^{-3} \cdot 20) \cdot 10^{-5} = 0,96;$$

$$q_7(t) = 1 - P_7(t); P_7(t) = 1 - (\lambda_7 t + \lambda_7 10^{-3} t_{xp}) =$$

$$= 1 - (3000 \cdot 4 + 3000 \cdot 10^{-3} \cdot 20) \cdot 10^{-5} = 0,88;$$

$$q_7(t) = 0,12; \quad q_6(t) = 0,04;$$

$$P_D(t) = (1 - 0,04^3)(1 - 0,12^3) = 0,9999.$$

Тогда вероятность безотказной работы системы электроавтоматики

$$P(t) = P_A(t)P_B(t)P_C(t)P_D(t) = 0,99964 \cdot 1,0 \cdot 0,9997 \cdot 0,9999 = 0,9992.$$

§ 4.9. ВЫБОР НОМЕНКЛАТУРЫ СОСТАВА ЗАПАСНЫХ ЧАСТЕЙ

Номенклатура запасных частей может быть определена двумя способами: методом инженерного анализа или расчетным путем. Метод инженерного анализа применяется в том случае, когда имеется достаточно сведений об отказах элементов и узлов, полученных из практики их эксплуатации в изделиях-аналогах. В этом случае данные сведения позволяют конструктору принять решение о включении элемента или узла в номенклатуру ЗИП

(запасные инструменты, принадлежности).

Таблица 4.4

Номер разряда	Классификационный признак		Оценка разряда
	Разряд	Характеристика разряда	
I	Возможность контроля составных частей	Контролируемая Неконтролируемая	1 0
2	Оценка возможности отказа составной части	Отказы возможны Отказы практически не-возможны	1 0
3	Влияние отказов составной части на работоспособность изделия	Отказ элемента приводит к отказу изделия Отказ элемента не ухудшает выполнение основных функций изделия	1 0
4	Целесообразность устранения отказа составной части	Отказ целесообразно устранить немедленно Отказ целесообразно устранять на ремонтной базе	1 0

Расчетный метод используется в том случае, когда определение номенклатуры методом инженерного анализа затруднительно. Так как при разработке новых изделий в соответствующей отрасли используют стандартизованные элементы и узлы, то метод инженерного анализа наиболее применим.

Метод инженерного анализа заключается в выборе номенклатуры ЗИП путем оценки классификационных признаков, представленных ниже в табл. 4.4.

Анализ начинается с составных частей высшего уровня, т. е. с крупных блоков, узлов и доходит соответственно до отдельных деталей.

По результатам инженерного анализа составных частей в соответствии с табл. 4.4 для каждого из них составляется кодовое число из четырех разрядов. Если кодовое число состоит из одних единиц, то запасная часть включается в номенклатуру ЗИП.

Расчетный метод выбора номенклатуры ЗИП сводится к следующему.

1. Определяется математическое ожидание количества замен составных частей за время эксплуатации $T_{\text{эсп.}}$,

$$a = Nn\lambda T_{\text{эсп.}}, \quad (4.50)$$

где N – количество изделий, на которые рассчитывается ЗИП;

n – число данного типа составных частей на одном изделии;

λ – интенсивность отказов (замен) данного типа составных частей.

2. Вычисляются затраты, связанные с заменой составных частей,

$$\tilde{N} = \frac{\tilde{N}_{\text{за}} + a\tilde{N}_{\text{з}}}{N}, \quad (4.51)$$

где $C_{\text{об}}$ – стоимость оборудования (приспособлений), необходимая для устранения отказов путем замены составных частей;

$C_{\text{з}}$ – стоимость одного элемента (запасной части).

3. Находится математическое ожидание времени восстановления одного изделия

$$\dot{O}_{\text{вн}} = \frac{at_{\text{вн}}}{N}, \quad (4.52)$$

где $t_{\text{вос}}$ – время восстановления изделия путем замены составной части.

По результатам расчета сравниваются величины C и $T_{\text{вос}}$ и принимается решение о включении составной части в номенклатуру ЗИП.

§ 4.10. МЕТОД РАСЧЕТА КОЛИЧЕСТВЕННОГО СОСТАВА ЗИП

Для изделий специального машиностроения используются три вида ЗИП, а именно:

ЗИП_о – одиночный ЗИП, который рассчитывается на каждое изделие;

ЗИП_г – групповой ЗИП, который рассчитывается на определенную группу изделий, находящихся в некотором заданном месте эксплуатации;

ЗИП_р – ремонтный ЗИП, который рассчитывается на группировку изделий,

находящихся в разных местах эксплуатации.

Количество запасных частей для группового и ремонтного ЗИП определяется как сумма нормы запаса текущего расхода и неснижаемого запаса:

$$m_a = m_{\delta, \delta, a} + m_{1, \varphi, a}; \quad (4.53)$$

$$m_{\delta} = m_{\delta, \delta, \delta} + m_{1, \varphi, \delta}. \quad (4.54)$$

Значение $m_{г.р}$ определяется по математическому ожиданию расхода составных частей за время, на которое рассчитывается их запас, а норма неснижаемого запаса $m_{н.з}$ – математическому ожиданию расхода за время $t_{с.з}$ удовлетворения срочного заказа на пополнение ЗИП.

Математическое ожидание замены запасных частей для одиночного, группового, ремонтного ЗИП определяется по формулам:

$$a = Nn\lambda T, \quad \text{если} \quad \lambda \dot{O} \leq 0,2; \quad (4.55)$$

$$a = Nn(1 - e^{-\lambda T}), \quad \text{если} \quad \lambda \dot{O} > 0,2. \quad (4.56)$$

Для одиночного (возимого) ЗИП_о

$$a_i = N_i n \lambda T_i, \quad (4.57)$$

где $N_o=1$ – количество изделий на которое рассчитывают одиночный ЗИП,

T_o – время, на которое рассчитывается одиночный ЗИП_о (обычно $T_o = 0,5$ года или $T_o = 1$ год).

Для группового ЗИП_г

$$a = N_a n \lambda T_a, \quad (4.58)$$

где N_g – количество изделий, на которое рассчитывается ЗИП_г (обычно задается);

T_g – время, на которое рассчитывается ЗИП_г (обычно задается, например, $T_g = 3$ года).

Для ремонтного ЗИП_р

$$a_p = N_p n \lambda T_p, \quad (4.59)$$

где N_p – количество изделий, на которое рассчитывается ремонтный ЗИП_р (обычно задается);

T_p – время, на которое рассчитывается ремонтный ЗИП_р (обычно задается, например, $T_p = 2$ года).

При расчете математического ожидания количества ЗИП необходимо в формулах (4.55) – (4.57) сделать преобразования такого вида

$$a = Nn(\lambda_p t_p + \lambda_{xp} t_{xp} + \lambda_{\delta\delta} t_{\delta\delta}), \quad (4.60)$$

где t_p – время работы составной части за период T ;

t_{xp} – время хранения составной части за период T ;

t_{tp} – время транспортирования составной части за период T ;

λ_p – интенсивность отказов составной части при работе;

λ_{xp} – интенсивность отказов составной части при хранении $\lambda_{\delta\delta} = 10^{-3} \cdot \lambda_{\delta}$;

λ_{tp} – интенсивность отказов составной части при транспортировании $\lambda_{\delta\delta} = 1,5 \cdot \lambda_{\delta}$.

Математическое ожидание неснижаемого запаса для группового и ремонтного ЗИП определяется по формулам:

$$a_{i.\zeta.\bar{a}} = N_{\bar{a}} n \lambda t_{\bar{n}.\zeta.\bar{a}}; \quad (4.61)$$

$$a_{i.\zeta.p} = N_p n \lambda t_{\bar{n}.\zeta.p}; \quad (4.62)$$

где $t_{c.з.г}$, $t_{c.з.p}$ – время, в течение которого удовлетворяется заявка на пополнение соответствующего ЗИП.

С учетом достоверности выполнения поставленной задачи математическое ожидание количества запасных частей для текущего расхода определяется по формуле

$$m_{\delta.\delta\bar{a}\bar{n}} = a + U_{\gamma} \sqrt{a}, \quad (4.63)$$

где U_{γ} – квантиль нормального распределения;

$a = (a_o, a_r, a_p)$ – математическое ожидание количества запасных частей соответствующих ЗИП.

Пример 4.7 Определить количество запасных микросхем для ЗИП_г и ЗИП_р при следующих исходных данных: $N_r=20$, $N_p=60$, $n=10$, $\lambda_p=1,5 \cdot 10^{-5} 1/\text{ч}$, $t_p=40$ ч, в неделю $\dot{O}_{\text{ЗЭИ}_a} = 3$ года, $\dot{O}_{\text{ЗЭИ}_r} = 2$ года, $t_{c.з} = 1$ месяц, $U_{\gamma} = 1,645$, $\gamma = 0,95$.

Решение. По формуле (4.58) определим математическое ожидание замен соответственно для ЗИП_г и ЗИП_р.

$$\dot{O}_{\text{ЗЭИ}_a} = t_p + t_{xp} = 40 \cdot 52 \cdot 3 + 128 \cdot 52 \cdot 3 = 6240 + 19968;$$

$$t_p = 6240 \div; t_{xp} = 19968 \div.$$

В году 52 недели, в неделе 168 часов.

Для группового ЗИП_г:

$$\dot{a}_{\bar{a}} = N_{\bar{a}} n (\lambda_p t_p + \lambda_{xp} t_{xp}) =$$

$$= 20 \cdot 10 (1,5 \cdot 10^{-5} \cdot 6240 + 1,5 \cdot 10^{-8} \cdot 19968) = 19;$$

$$m_{\bar{a}} = a_{\bar{a}} + U_{\gamma} \sqrt{a_{\bar{a}}} = 19 + 1,645 \sqrt{19} = 26;$$

$$m_{i_{\zeta \bar{a}}} = N_{\bar{a}} n \lambda t_{\bar{n} \zeta} = 20 \cdot 10 \cdot 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot 720 = 2.$$

Для ремонтного ЗИП_р:

$$\dot{O}_{\text{ЭИ} \delta} = t_p + t_{xp} = 40 \cdot 52 \cdot 2 + 128 \cdot 52 \cdot 2 = 4160 + 1332;$$

$$t_p = 4160 \div, \quad t_{xp} = 13332 \div;$$

$$a_{\delta} = N_{\delta} n (\lambda_p t_p + \lambda_{xp} t_{xp}) = 60 \cdot 10 (1,5 \cdot 10^{-5} \cdot 4160 + 1,5 \cdot 10^{-8} \cdot 13332) = 36;$$

$$m_{\delta} = a_{\delta} + U_{\gamma} \sqrt{a_{\delta}} = 36 + 1,645 \sqrt{36} = 46;$$

$$m_{i_{\zeta \delta}} = N_{\delta} n \lambda t_{\bar{n} \zeta} = 60 \cdot 10 \cdot 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot 720 = 6.$$

Глава 5 ИСПЫТАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

§ 5.1. ЦЕЛЬ И ВИДЫ ИСПЫТАНИЙ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Известно, что из-за большой стоимости сложные технические системы испытаниям на надежность не подвергаются. Однако заданные количественные показатели надежности должны подтверждаться по результатам отработки опытных образцов и контролироваться в процессе серийного производства изделий.

Целью испытаний сложных систем является подтверждение количественных показателей надежности, заданных в техническом задании.

Все виды испытаний можно разделить на два типа: определительные и контрольные.

Определительные испытания предусматривают оценку надежности опытных образцов разрабатываемых изделий. Испытания на этом этапе проводятся по программе разработчика, согласованной с заказчиком. В программе указывается место проведения испытаний и их продолжительность. Испытания могут проводиться на стенде, в условия заводского полигона или в условиях межотраслевого полигона, в зависимости от того, какие параметры изделия обрабатываются.

По результатам всесторонних испытаний опытных образцов производится оценка соответствия их надежности требованиям ТЗ.

Состав всесторонних испытаний, условия их проведения и продолжительность определяются программой испытаний.

Контрольные испытания сложных систем обычно проводятся на заводе-изготовителе или испытательном полигоне и подразделяются на сдаточные и контрольные.

Сдаточным испытаниям подвергается каждый серийный образец. Эти испытания, как правило, не могут быть длительными.

Контрольные испытания проводятся через определенные в технической документации периоды времени, с целью всесторонней проверки выпускаемых изделий на соответствие требованиям технических условий. Этим испытаниям подвергается некоторая выборка составных частей сложной системы или сама система, изготовленная за определенный период (например, за один год, три года и т. д.). По результатам контрольных испытаний проводится количественная оценка показателей надежности

системы на соответствие техническим условиям.

С целью обеспечения надежности сложной системы в процессе отработки к определительным испытаниям относятся: стендовые, предварительные (заводские), межведомственные и государственные. Кратко остановимся на этих видах испытаний.

Стендовым испытаниям подвергаются сборочные единицы и узлы. Программа испытаний составлена таким образом, что в ней режимы и условия испытаний в наибольшей степени соответствуют эксплуатационным. Стендовые испытания предусматривают отработку трех опытных образцов данного типа, при этом один опытный образец подвергается испытаниям в объеме гарантийного ресурса. Второй опытный образец подвергается климатическим испытаниям при соответствующей критической температуре. Третий опытный образец подвергается испытаниям в объеме двойного гарантийного ресурса.

Предварительные (заводские) испытания. Предварительным испытаниям подвергаются не менее трех опытных систем (изделий) по программе предварительных испытаний, при этом объем испытаний каждого опытного образца должен составлять 40 % от назначенного гарантийного ресурса. Программа предварительных испытаний должна предусматривать всеобщую проверку работоспособности изделия в условиях, близких к реальным условиям эксплуатации. Эти испытания проводятся в заводских условиях или на полигонах заводов-изготовителей.

Межведомственные испытания предназначены для определения работоспособности изделий в реальных условиях эксплуатации. Испытания проводятся на государственном полигоне. Программа межведомственных испытаний предусматривает всестороннюю проверку работоспособности изделий при выполнении поставленных перед изделием задач. Испытаниям подвергается три или большее число опытных образцов, прошедших предварительные испытания. Общий объем испытаний с учетом заводских должен быть не менее 80–90 % от заданного ресурса на изделие к концу испытаний.

Государственные испытания предназначены для определения работоспособности изделий в реальных условиях эксплуатации при выполнении основной задачи (например, стрельбы из орудия, подготовки и пуска ракеты, полета самолета на заданное расстояние и т. д.). Испытания проводятся на государственном полигоне. Государственным испытаниям подвергается не менее трех опытных образцов, прошедших предварительные и межведомственные испытания.

Общий объем испытаний с учетом заводских и межведомственных

должен соответствовать заданному гарантийному ресурсу, т. е. 100 % ресурса.

Необходимо отметить, что в состав сложной системы часто входят составные части, которые практически работают непрерывно в течение всего гарантийного срока, например, система энергоснабжения, связи, аппаратура контроля и т. п. Поэтому из-за ограниченности времени на все виды испытаний полностью отработать отдельные составные части к концу государственных испытаний не удастся. В связи с этим в программах экспериментальной отработки предусматриваются утяжеленные испытания в камерах тепла и холода этих составных частей, а также другие виды ускоренных испытаний. После окончания государственных испытаний один из опытных образцов, прошедших государственные испытания, подвергается испытаниям в объеме двойного ресурса.

После завершения государственных испытаний совместно с данными, полученными в ходе предварительных и межведомственных испытаний, принимается решение о пригодности создаваемого изделия для использования по назначению. Недостатки, вскрытые в период всех видов испытаний, устраняют путем корректировки конструкторской и эксплуатационной документации, предназначенной для серийного производства. По окончании всех видов испытаний дается оценка надежности изделия и сравнивается ее значение с требованиями ТЗ.

Серийное производство сложных систем организуют на предприятиях, имеющих достаточные мощности. В целях отладки технологического процесса на предприятии назначают выпуск установочной партии изделий, по которой проводится тщательный контроль серийной документации и качество выпускаемых изделий. После чего окончательно отрабатывают технологию производства и методы контроля серийной продукции.

К контрольным испытаниям относятся: приемосдаточные, периодические и гарантийные.

Каждая сложная система (изделие) подвергается приемосдаточным испытаниям. Эти испытания предназначены для проверки работоспособности изделия и контроля уровня надежности. Общий объем приемосдаточных испытаний составляет два-три процента от назначенного гарантийного ресурса. Эти испытания являются придаточными и позволяют выявить скрытые производственные дефекты.

В целях дополнительного контроля производственного процесса и уровня надежности изделий предусматриваются периодические испытания. Периодическим испытаниям подвергается одно изделие или партия изделий от годовой программы. Объем периодических испытаний составляет 10 %

от назначенного гарантийного ресурса.

Завершающим этапом контроля производственного процесса являются гарантийные испытания. Гарантийные испытания проводятся на одном или нескольких изделиях, взятых наугад от трехгодовой программы. Нормативно-технической документацией допускается проводить гарантийные испытания отдельных составных частей изделия.

По результатам всех видов испытаний не реже одного раза в год составляется отчет о техническом состоянии и надежности изделий, в котором приводятся количественные показатели надежности и сравниваются с требованиями ТУ.

§ 5.2. ПЛАНЫ ИСПЫТАНИЙ ПО ОБЕСПЕЧЕНИЮ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Проведение определительных испытаний по обеспечению надежности изделий может быть организовано различными способами. В зависимости от того, как будут проводиться испытания, используется тот или иной план их проведения. План испытаний должен включать в себя указания о количестве изделий, узлов или составных частей, которые необходимо поставить на испытания [3]. В плане должны предусматривать проверку работоспособности, заменять или не заменять отказавшие изделия, узлы или составные части, когда прекращать испытания или же добавлять новые изделия для продолжения испытаний. При составлении планов испытаний примем следующие обозначения.

Буквой "А" обозначим планы, в которых отказавшие изделия, узлы, составные части не заменяются.

Буквой "В" обозначим планы, в которых отказавшие изделия, узлы, составные части заменяются новыми.

Буквой "r" обозначим планы, в которых наблюдения ведутся до момента появления r -го отказа.

Буквой "Т" обозначим планы, в которых наблюдения ведутся в течение времени T до их останова.

Используются также смешанные планы, когда наблюдения ведутся до момента t_r появления r -го отказа, если $t_r < T$ или до момента T . Такие планы будем обозначать (r, T) .

Буквой "М" обозначим планы, в которых отказавшие изделия, узлы,

составные части восстанавливаются. Если через N обозначим число испытуемых изделий, узлов, составных частей, то в принятых обозначениях получим следующие девять планов испытаний, приведенных в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Планы по обеспечению надежности технических систем

Условия прекращения испытаний	Планы испытаний		
	Объекты "А" не заменяются	Объекты "В" заменяются	Объекты "М" восстанавливаются
T	NAT	NBT	NMT
r	NAr	NBr	NMr
r или T	$NA(r, T)$	$NB(r, T)$	$NM(r, T)$

Например, план NMT означает, что одновременно начинают испытания N объектов. Отказавшие во время испытаний объекты восстанавливаются. Испытания прекращают, когда суммарная наработка достигает заданной T . Каждый из планов имеет свои преимущества и недостатки.

При планировании испытаний могут использоваться и другие планы, связанные с утяжелением нагрузок, которые называются ускоренными, а также испытания с замерами параметров, так называемые параметрические испытания. Наиболее распространенным планом испытаний при отработке сложных технических систем является план, основанный на восстановлении отказавших изделий, узлов, составных частей. Далее более подробно рассмотрим методы планирования определительных испытаний.

§ 5.3. ПЛАНИРОВАНИЕ ИСПЫТАНИЙ ИЗДЕЛИЙ, ОСНОВАННОЕ НА ФИКСИРОВАННОМ ОБЪЕМЕ

При планировании определительных испытаний методом фиксированного объема вводится понятие доверительной вероятности и доверительного интервала.

Доверительной вероятностью называют вероятность того, что истинное значение оцениваемого параметра или числовой характеристики лежит в заданном интервале, называемом доверительным.

В качестве оцениваемого параметра может выступать вероятность безотказной работы, средняя наработка на отказ, интенсивность отказов и т.

п.

Доверительный интервал для вероятности P ограничен нижней P_n и верхней P_v доверительными границами:

$$\hat{P}(D_l \leq D \leq D_a) = \beta, \quad (5.1)$$

где символ "Вер" обозначает вероятность события, а β показывает значение двусторонней доверительной вероятности, т. е. вероятности попадания в интервал, ограниченный с двух сторон.

Аналогично можно записать доверительный интервал для средней наработки на отказ

$$\hat{O}(\hat{O}_l \leq \hat{O} \leq \hat{O}_a) = \beta. \quad (5.2)$$

На практике больший интерес представляет односторонняя вероятность, когда оцениваемый параметр не меньше нижней или не выше верхней границы

$$\hat{P}(D_l \leq D) = \alpha, \quad (5.3)$$

где α – односторонняя доверительная вероятность нахождения оцениваемого параметра в интервале, ограниченном с одной стороны.

На стадии испытаний опытных образцов обычно принимают $\alpha = 0,7-0,8$, на стадии серийного производства $\alpha = 0,9-0,95$.

Если необходимо ввести двусторонние доверительные границы и при этом полагают вероятности выхода на верхнюю и нижнюю границы одинаковыми, то α выражается через β так:

$$\alpha = (1 + \beta) / 2. \quad (5.4)$$

В этом случае при известных значениях доверительных границ и доверительной вероятности α объем испытаний определяется из соотношений:

$$\sum_{i=0}^m \frac{n!}{i!(n-i)!} (1 - P_l)^i P_l^{n-i} = 1 - \alpha; \quad (5.5)$$

$$\sum_{i=m}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} (1 - P_a)^i P_a^{n-i} = 1 - \alpha. \quad (5.6)$$

Здесь n – объем испытаний; m – число отказов. Для некоторых наиболее употребительных значений P_n, P_v, α имеются графики зависимостей [8].

При больших значениях n и m формулами (5.5) и (5.6) пользоваться неудобно. В этом случае используют приближенное вычисление, заменяя биномиальное распределение нормальным. Тогда приближенные формулы

для вычисления нижней и верхней доверительных границ можно представить в виде:

$$D_1 = \bar{D} - U_\alpha \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}; \quad (5.7)$$

$$D_a = \bar{D} + U_\alpha \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}, \quad (5.8)$$

где U_α – квантиль нормального распределения;

$\bar{D} = 1 - \frac{m}{n}$ – оценка вероятности безотказной работы, полученная по результатам испытаний.

Пример 5.1. Определить объем испытаний, если требуемая вероятность безотказной работы равна D_0 . Заданы доверительный интервал $d = P_a - P_1$ и односторонняя доверительная вероятность α . Предполагаем применимость нормального закона распределения.

Решение. Из формул (5.7) и (5.8) следует, что

$$d = P_a - P_1 = 2U_\alpha \sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}},$$

а отсюда $n = \frac{4U_\alpha^2 P_0(1-P_0)}{d^2}$.

В случае, если распределение наработки на отказ подчиняется экспоненциальному закону, а ее среднее значение

$$T = \frac{t_\Sigma}{m}, \quad (5.9)$$

где $t_\Sigma = \sum_{i=1}^n t_i$ – суммарное испытание n изделий, m – общее количество

отказов, возникших в процессе испытаний, то величина $2t_\Sigma/T$

имеет распределение χ^2 со степенями свободы $2m$ или $2(m+1)$, в зависимости от того, прекращаются испытания после наступления очередного отказа или после истечения времени испытаний. Если испытания прекращают после истечения времени испытаний, то вероятностные соотношения для величины $2t_\Sigma/T$ имеют вид [6]:

$$\hat{\Delta}\hat{\Delta}\hat{\Delta}\left(\chi_{\alpha; 2m}^2 \geq \frac{2t_{\Sigma}}{T}\right) = \alpha; \quad (5.10)$$

$$\hat{\Delta}\hat{\Delta}\hat{\Delta}\left(\chi_{1-\alpha; 2(m+1)}^2 \leq \frac{2t_{\Sigma}}{T}\right) = \alpha, \quad (5.11)$$

откуда
$$\dot{O}_i = \frac{2t_{\Sigma}}{\chi_{1-\alpha; 2(m+1)}^2}; \quad (5.12)$$

$$\dot{O}_{\hat{\Delta}} = \frac{2t_{\Sigma}}{\chi_{\alpha; 2m}^2}. \quad (5.13)$$

Из формул (5.12) и (5.13) можно определить необходимый объем испытаний для подтверждения наработки на отказ по нижней и верхней доверительным границам:

$$t_{\Sigma} = \frac{T_i \chi_{1-\alpha; 2(m+1)}^2}{2}; \quad (5.14)$$

$$t_{\Sigma} = \frac{T_{\hat{\Delta}} \chi_{\alpha; 2m}^2}{2}. \quad (5.15)$$

Значения величин $\chi_{1-\alpha; 2(m+1)}^2$, $\chi_{\alpha; 2m}^2$ приведены в таблице прил. 2.

Наименьший объем испытаний получается при числе отказов $m = 0$;

$$t_{\Sigma} = \frac{T_i \chi_{1-\alpha; 2}^2}{2}. \quad (5.16)$$

Пример 5.2. Определить минимальный объем испытаний при известных значениях $T_n = 400$ ч, $\alpha = 0,9$, $m = 0$.

Решение. Из таблицы прил. 2 имеем $\chi_{1-\alpha; 2}^2 = 4,6$.

Отсюда
$$t_{\Sigma} = \frac{400 \cdot 4,6}{2} = 920 \div.$$

Наименьший объем испытаний при биномиальном законе распределения вероятности безотказной работы определяется из соотношения (5.5), положив $m = 0$

$$P_i = \sqrt[n]{1-\alpha}. \quad \text{Откуда } n = \frac{\ln(1-\alpha)}{\ln P_i}. \quad (5.17)$$

§ 5.4. ПЛАНИРОВАНИЕ ИСПЫТАНИЙ ИЗДЕЛИЙ, ОСНОВАННОЕ НА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ АНАЛИЗЕ

Основное отличие последовательного анализа от метода фиксированного объема состоит в том, что количество испытаний для подтверждения оцениваемого параметра является случайной величиной и не определяется заранее. Суть метода последовательного анализа, разработанного А. Вальдом, состоит в том, что на основании отношения произведений плотностей распределения оцениваемого параметра принимается решение о правильности гипотезы H_0 или H_1 . Такое отношение называют отношением правдоподобия, которое записывается в виде

$$\frac{D_1}{D_0} = \prod_{i=1}^n \frac{f(x_i, \theta_1)}{f(x_i, \theta_0)}. \quad (5.18)$$

По величине отношения P_1/P_0 , полученного после i -го испытания, можно произвести выбор между гипотезами H_0 и H_1 . Если величина отношения P_1/P_0 мала, то появление гипотезы H_1 маловероятно и она отклоняется, а принимается гипотеза H_0 . Если это отношение большое, то принимается гипотеза H_1 , а H_0 отклоняется. Из сказанного следует, что можно установить следующее правило:

если после i -го испытания

$$\frac{D_1}{D_0} \geq \hat{A}, \quad \text{где} \quad \hat{A} = \frac{1-\beta}{\alpha}, \quad (5.19)$$

то принимается гипотеза H_1 ;

если после i -го испытания

$$\frac{D_1}{D_0} \leq \hat{A}, \quad \text{где} \quad \hat{A} = \frac{\beta}{1-\alpha}, \quad (5.20)$$

то принимается гипотеза H_0 ;

если после i -го испытания

$$B < \frac{D_1}{D_0} < A, \quad (5.21)$$

то испытания продолжают, так как нельзя отдать предпочтение той или иной гипотезе.

Гипотеза H_0 состоит в том, что величина оцениваемого параметра равна θ_0 , а гипотеза H_1 соответствует тому, что оцениваемый параметр равен величине θ_1 .

На практике более удобным является вычисление логарифма отношения правдоподобия. Для подтверждения заданной наработки на отказ, подчиненной нормальному закону, в интервале $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_0$ объем испытаний определяется из соотношения

$$n = \frac{(1-\alpha) \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \alpha \ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{M \left[\ln \frac{f(x_i, \theta_1)}{f(x_i, \theta_0)} \right]}, \quad (5.22)$$

где $M[Z]$ – математическое ожидание случайной величины из последовательности наблюдений, при которых параметр θ принимает значение θ_0 .

Для нормального закона при $\sigma_1 = \sigma_0 = \sigma$ математическое ожидание

$$M \left[\ln \frac{f(x_i, \theta_1)}{f(x_i, \theta_0)} \right] = \frac{(\theta_1 - \theta_0)^2}{2\sigma^2}.$$

Тогда средний объем испытаний равен

$$n = \frac{2\sigma^2 \left[(1-\alpha) \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \alpha \ln \frac{1-\beta}{\alpha} \right]}{(\theta_1 - \theta_0)^2}. \quad (5.23)$$

Если распределение случайной величины подчиняется закону Пуассона и при этом заданы уровень приемки q_0 и уровень браковки q_1 , то границы областей приемки и браковки запишутся в виде

$$m_{\delta} = \frac{(\frac{q_1}{q_0} - 1)}{\ln \frac{q_1}{q_0}} n q_0 - \frac{\ln \frac{1-\alpha}{\beta}}{\ln \frac{q_1}{q_0}}; \quad (5.24)$$

$$m_{\text{ад}} = \frac{(\frac{q_1}{q_0} - 1)}{\ln \frac{q_1}{q_0}} n q_0 + \frac{\ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{\ln \frac{q_1}{q_0}}, \quad (5.25)$$

где q_0 – вероятность отказа, соответствующая приемке;

q_1 – вероятность отказа, соответствующая браковке;

α – риск поставщика; β – риск заказчика;

n – объем испытаний;

$m_{\text{пр}}$ – число отказов, при котором изделие принимается;

$m_{\text{бр}}$ – число отказов, при котором изделие бракуется.

Средний объем испытаний, который необходим для подтверждения заданного уровня q_0 , находится по уравнению

$$n = \left| \frac{(1 - \alpha) \ln \frac{\beta}{1 - \alpha} + \alpha \ln \frac{1 - \beta}{\alpha}}{\left[\frac{q_1}{q_0} - 1 - \ln \frac{q_1}{q_0} \right] q_0} \right|. \quad (5.26)$$

График последовательного анализа для двух уровней надежности приведен на рис. 5.1.

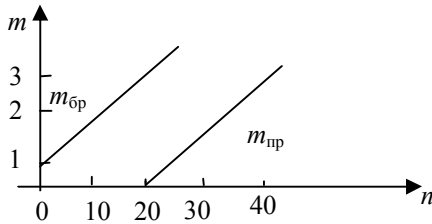


Рис. 5.1

Аналогичные уравнения можно записать для экспоненциального закона распределения:

$$\left. \begin{aligned} m_{1\delta} &= \frac{\frac{T_0}{T_1} - 1}{\ln \frac{T_0}{T_1}} \frac{t}{T_0} - \frac{\ln \frac{1 - \alpha}{\beta}}{\ln \frac{T_0}{T_1}}; \\ m_{a\delta} &= \frac{\frac{T_0}{T_1} - 1}{\ln \left(\frac{T_0}{T_1} \right)} \frac{t}{T_0} + \frac{\ln \frac{1 - \beta}{\alpha}}{\ln \left(\frac{T_0}{T_1} \right)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.27)$$

$$n = \left[\frac{(1 - \alpha) \ln \frac{\beta}{1 - \alpha} + \alpha \ln \frac{1 - \beta}{\alpha}}{\frac{T_0}{T_1} - 1 - \ln \left(\frac{T_0}{T_1} \right)} \right] T_0. \quad (5.28)$$

§ 5.5. УСКОРЕННЫЕ ИСПЫТАНИЯ

При ускоренных испытаниях применяются такие методы и условия их проведения, которые обеспечивают получение необходимого объема информации в более короткий срок.

Трудность разработки методов ускоренных испытаний заключается в том, что всякая интенсификация процессов разрушения или старения приводит к искажению истинной картины потери изделием работоспособности.

Эффективность ускоренных испытаний можно оценить коэффициентом ускорения K_y , равным отношению времени T_o , затраченному на получение некоторой информации о надежности изделия в реальных условиях эксплуатации, к времени T_y , в течение которого эта информация получена методом ускоренных испытаний:

$$K_y = \frac{\dot{O}_y}{\dot{O}_o}. \quad (5.29)$$

Характеристиками ускоренных испытаний могут служить временные и нагрузочные коэффициенты.

Временной коэффициент определяется отношением времени, в течение которого при номинальной нагрузке было выявлено определенное количество отказов к времени, в течение которого было выявлено то же количество отказов при повышенных нагрузках.

Нагрузочный коэффициент определяется отношением количества отказов, выявленных после определенного времени работы при повышенных нагрузках, к количеству отказов, полученных после того же времени работы при номинальных нагрузках.

При проведении ускоренных испытаний можно пользоваться коэффициентом ускорения, выражающимся соотношением

$$K'_y = \frac{\dot{O}_i}{\dot{O}_{1.6}}, \quad (5.30)$$

где T_o – среднее значение наработки на отказ в нормальных условиях испытаний;

$T_{o,y}$ – среднее значение наработки на отказ при ускоренных испытаниях.

Длительность ускоренных испытаний может быть определена по формуле

$$t_y = \frac{t_p}{K'_y}, \quad (5.31)$$

где t_p – заданный интервал времени работы изделия в нормальных условиях.

Если известна функциональная связь между вероятностью отказа в нормальном и форсированном режимах испытаний, то можно решать задачу планирования испытаний:

$$q(t, \varepsilon) = f[q(\tau, \varepsilon^*)], \quad (5.32)$$

где $q(t, \varepsilon)$ – вероятность отказа в нормальном режиме ε за время t ;

$q(\tau, \varepsilon^*)$ – вероятность отказа в форсированном режиме ε^* за время τ .

Графически функциональная зависимость может иметь вид, как показано на рис. 5.2.

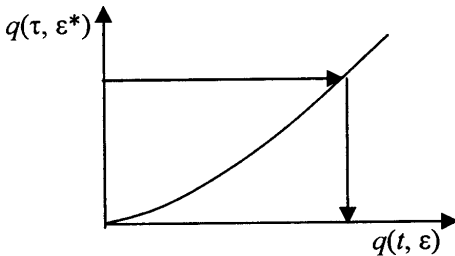


Рис. 5.2. Функциональная зависимость вероятности отказа в форсированном режиме

Таким образом, имея функциональную зависимость в виде графика кривой, можно использовать ее для пересчета результатов форсированных испытаний к нормальному режиму. С изменением режима испытаний соответственно

меняется и функциональная зависимость. Функциональная зависимость (5.32) может быть построена не только на вероятности отказа, но и для любого другого показателя надежности, например, наработки на отказ, интенсивности отказов, среднего ресурса и т. д.

§ 5.6. ИСПЫТАНИЯ В УТЯЖЕЛЕННЫХ РЕЖИМАХ. СХЕМА ПЕРЕСЧЕТА

Пусть система функционирует в интервале $(0, t_1)$ в нормальном режиме ε , а испытывается на том же отрезке времени в утяжеленном режиме ε^* . При этом запас $h(t_0, \varepsilon^*)$ по несущей способности обеспечивается не менее, чем в " k " раз по сравнению с нормальным режимом, т. е. обеспечивается выполнение неравенства [7]:

$$h(t_0, \varepsilon^*) \leq \frac{h(t_0, \varepsilon)}{k}, \quad (5.33)$$

где k – коэффициент утяжеления.

Принципиальное значение в задачах утяжеленных испытаний имеют соотношения пересчета, позволяющие полученные результаты в утяжеленных испытаниях перенести на нормальные условия испытаний. Рассмотрим два случая утяжеленных испытаний (рис. 5.3):

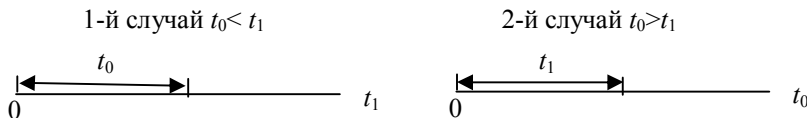


Рис. 5.3. Схема утяжеленных испытаний:
 t_0 – интервал работы в нормальных условиях;
 t_1 – интервал работы в утяжеленных испытаниях

Для случая, когда изделие испытывается в утяжеленном режиме ε^* на большем интервале $t_1 > t_0$ с коэффициентом утяжеления " k ", и если по результатам испытаний на интервале $(0, t_1)$ найдена γ – нижняя граница P_n^* для вероятности безотказной работы, то схема пересчета выражается соотношением вида

$$P_i(t_0, \varepsilon) = \left[P_i^*(t_1, \varepsilon^*) \right]^{\frac{1}{k} \frac{t_0}{t_1}}, \quad (5.34)$$

где $t_0 / t_1 < 1$.

Для случая, когда изделие функционирует на заданном интервале $(0, t_0)$ в нормальном режиме ε , а испытывается в режиме ε^* на меньшем интервале $t_1 < t_0$ с коэффициентом утяжеления " k ", и если по результатам испытаний на интервале $(0, t_1)$ найдена γ – нижняя граница P_n^* для вероятности безотказной работы, то соотношение пересчета определится тем же выражением (5.34), в котором $t_0 / t_1 > 1$.

Нижняя доверительная граница для вероятности безотказной работы по результатам испытаний находится из соотношения:

$$D_1^* = \left(1 - \frac{m}{n} \right) (1 - \gamma)^{\frac{1}{n-m}}, \quad (5.35)$$

где m – число отказов;

n – число опытов (испытаний);

γ – доверительная вероятность.

Глава 6 ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ИЗДЕЛИЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ

§ 6.1. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И НАХОЖДЕНИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕДЕЛОВ

Как уже отмечалось, надежность можно выразить в виде некоторой функции, зависящей от одного или нескольких параметров распределения $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$, которые являются неизвестными. Поэтому для определения оценки надежности вначале требуется найти оценки параметров распределения. Следует отметить, что оценка параметров распределения является случайной величиной, так как она получена по результатам некоторой выборки из всей генеральной совокупности. Чем больше объем выборки, тем лучше оценка параметра распределения. Оценка параметра распределения считается наилучшей, если она обладает свойством несмещенности, состоятельности и имеет минимальную дисперсию. Оценка называется несмещенной, если математическое ожидание от оценки параметра равно величине самого параметра:

$$M[\hat{\theta}] = \theta, \quad (6.1)$$

где $\hat{\theta}$ – оценка параметра распределения;

θ – параметр распределения.

Оценка называется состоятельной, если для любого сколь угодно малого числа $\varepsilon > 0$ предел вероятности отклонения оценки параметра от истинного его значения стремится к нулю при неограниченном увеличении объема испытаний (выборки) n :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\theta} - \theta| > \varepsilon) = 0. \quad (6.2)$$

Третье важное свойство оценки состоит в том, чтобы она при любом объеме выборки n имела минимально возможную дисперсию.

Однако, какими бы хорошими свойствами эти оценки не обладали, все-таки бывает недостаточным характеризовать надежность изделий только с помощью оценок.

В связи с этим вводится понятие доверительного интервала для оцениваемого параметра. Двусторонним доверительным интервалом для

параметра θ с уровнем доверия γ называется случайный интервал, который обладает таким свойством, при котором выполняется неравенство

$$P(\theta_i \leq \theta \leq \theta_{\hat{a}}) = \gamma, \quad (6.3)$$

где θ_i – нижняя доверительная граница параметра;

$\theta_{\hat{a}}$ – верхняя доверительная граница параметра;

γ – доверительная вероятность.

Исходя из нормальности распределения параметра θ , можно записать

$$P(-U_{\frac{1+\gamma}{2}} < \frac{\hat{\theta} - \theta}{\hat{\sigma}} < U_{\frac{1+\gamma}{2}}) = \gamma. \quad (6.4)$$

Отсюда верхняя граница для параметра θ определится по формуле

$$\theta_{\hat{a}} = \hat{\theta} + U_{\frac{1+\gamma}{2}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n-1}}. \quad (6.5)$$

Аналогично нижняя граница

$$\theta_i = \hat{\theta} - U_{\frac{1+\gamma}{2}} \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n-1}}, \quad (6.6)$$

где $U_{\frac{1+\gamma}{2}}$ – квантиль функции нормального распределения;

$\hat{\sigma}$ – среднее квадратическое отклонение оценки параметра распределения;

n – объем выборки (испытаний).

§ 6.2. НАХОЖДЕНИЕ ОЦЕНОК МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

Пусть случайная величина X является однопараметрическим непрерывным распределением с плотностью вероятности $f(x, \theta)$, где θ – параметр распределения. Рассмотрим случайную выборку из совокупности величин $x_1, x_2, \dots, x_n$, по которой требуется определить оценку параметра распределения. С этой целью введем функцию правдоподобия

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1, \theta) f(x_2, \theta) \dots f(x_n, \theta). \quad (6.7)$$

Метод максимального правдоподобия состоит в нахождении такого параметра θ , при котором функция правдоподобия принимает наибольшее

значение. Так как $G = \log L$ является возрастающей функцией L , то значение параметра θ , обращающее в максимум $\log L$, также максимизирует L . Для нахождения оценки параметра распределения составляется частная производная от функции правдоподобия по параметру θ и приравнивается к нулю:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \theta} = 0. \quad (6.8)$$

Аналогично метод максимального правдоподобия применим и к дискретным распределениям. В этом случае функция правдоподобия запишется в виде

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = P(x_1)P(x_2) \cdots P(x_n), \quad (6.9)$$

где $P(x)$ зависит от параметра θ .

Дисперсия оценки максимального правдоподобия определяется по формуле

$$\hat{\sigma}^2 = - \left(\frac{\partial^2 \log L}{\partial \theta^2} \right)^{-1}. \quad (6.10)$$

Метод максимального правдоподобия легко обобщается на случай нескольких неизвестных параметров. Так же, как и для распределений с одним неизвестным параметром, составляется функция правдоподобия в виде произведения плотностей вероятностей

$$\begin{aligned} L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) = \\ = f(x_1, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) f(x_2, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) \cdots f(x_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m). \end{aligned} \quad (6.11)$$

Затем находится логарифм от функции L .

Для определения оценок параметров распределения составляются частные производные от функции правдоподобия по каждому параметру, а затем решается система уравнений относительно неизвестных параметров:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \theta_1} = 0; \quad \frac{\partial \log L}{\partial \theta_2} = 0; \quad \dots; \quad \frac{\partial \log L}{\partial \theta_m} = 0. \quad (6.12)$$

§ 6.3. НАХОЖДЕНИЕ ОЦЕНОК МЕТОДОМ ПРИРАВНИВАНИЯ МОМЕНТОВ

Этот метод состоит в том, что приравнивают среднее значение, полученное по результатам статистической информации, к математическому ожиданию от теоретической функции надежности:

$$\bar{x} = M[x], \quad (6.13)$$

$$\text{где } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad M[x] = \int_0^{\infty} P(x) dx;$$

$\bar{x}$ – среднее значение;

$M[x]$ – математическое ожидание;

$P(x)$ – теоретическая функция надежности.

Затем находят статистическую дисперсию и приравнивают ее к теоретической дисперсии от функции надежности:

$$S^2 = D[x], \quad (6.14)$$

$$\text{где } S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad D[x] = \int_0^{\infty} f(x)(x - M[x])^2 dx;$$

$f(x)$ – плотность распределения;

S^2 – статистическая (выборочная) дисперсия;

$D[x]$ – теоретическая дисперсия.

Далее полученные уравнения решают относительно неизвестных параметров распределения. В зависимости от плотности распределения математическое ожидание $M[x]$ и дисперсия $D[x]$ выражаются соответствующими формулами и приравниваются к выборочным значениям.

§ 6.4. ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ И НАХОЖДЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕДЕЛОВ ПО ФУНКЦИИ НАДЕЖНОСТИ

Как уже отмечалось выше, надежность можно выразить в виде функции параметров $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$ распределения. Методы получения

оценок $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_m$ были рассмотрены ранее. Теперь исследуем вопрос о том, каким образом связать эти два вида информации, чтобы получить точечные оценки и приближенные доверительные границы функции надежности.

Рассмотрим вначале однопараметрическое распределение, например, показательное. Функция надежности для показательного распределения описывается зависимостью вида

$$P(t) = \exp(-t/\theta). \quad (6.15)$$

Оценка функции надежности запишется соответственно

$$\hat{P}(t) = \exp(-t/\hat{\theta}). \quad (6.16)$$

Таким образом, для нахождения оценки функции надежности достаточно в теоретическую функцию подставить оценку параметра распределения.

Доверительную границу для оценки функции надежности можно получить путем подстановки соответствующих доверительных границ оценки параметра распределения.

Так, для показательного распределения приближенные доверительные границы оценки функции надежности имеют вид:

$$D_i = \exp\left(-\frac{t}{\hat{\theta}_i}\right); \quad P_a = \exp\left(-\frac{t}{\hat{\theta}_a}\right), \quad (6.17)$$

где P_n – нижняя доверительная граница оценки функции надежности;

P_a – верхняя доверительная граница оценки функции надежности.

Формула (6.17) справедлива, если $P(t)$ – монотонно возрастающая, если $P(t)$ – убывающая функция, то значения параметров меняются.

Если функция надежности зависит от двух и большего числа параметров, то можно найти ее точечную оценку путем подстановки оценок параметров распределения в функцию надежности. Доверительные пределы такой функции нельзя определить путем подстановок доверительных пределов параметров распределений.

Для нахождения доверительных границ такой функции следует найти среднее значение и дисперсию оценки функции надежности, а затем определять доверительные пределы как для параметров нормального распределения.

§ 6.5. СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ И ДИСПЕРСИЯ ФУНКЦИИ НАДЕЖНОСТИ

В общем виде математическое ожидание или среднее значение функции выборочного момента для однопараметрического распределения определяется по формуле

$$M[\hat{P}(t, \hat{\theta})] = P(t, \theta) + f\left(\frac{1}{n}\right), \quad (6.18)$$

где $P(t, \theta)$ – теоретическая функция надежности, зависящая от параметра θ ;

$f(\frac{1}{n})$ – функция, зависящая от объема выборки, при $n \rightarrow \infty$,

$$f(\frac{1}{n}) \rightarrow 0.$$

Дисперсия функции надежности находится из соотношения

$$D[\bar{P}(t, \theta)] = \left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right)^2 \left(-\frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2}\right)^{-1} + f\left(\frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}\right). \quad (6.19)$$

В этом случае нижняя доверительная граница функции надежности с уровнем доверия γ вычисляется по формуле

$$D_1(t, \theta) = \bar{P}(t, \theta) - U_\gamma \sqrt{D[\bar{P}(t, \hat{\theta})]}, \quad (6.20)$$

где U_γ – квантиль функции нормального распределения.

В случае двухпараметрического распределения среднее значение и дисперсия функции надежности определяются соответственно из соотношений:

$$M[\bar{P}(t, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)] = P(t, \theta_1, \theta_2) + f\left(\frac{1}{n}\right); \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned} D[\bar{P}(t, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)] = & \left(\frac{\partial P}{\partial \theta_1}\right)^2 \left(-\frac{\partial^2 P}{\partial \theta_1^2}\right)^{-1} + \left(\frac{\partial P}{\partial \theta_2}\right)^2 \left(-\frac{\partial^2 P}{\partial \theta_2^2}\right)^{-1} + \\ & + 2 \left(\frac{\partial P}{\partial \theta_1}\right) \left(\frac{\partial P}{\partial \theta_2}\right) \left\{M[\hat{\theta}_1 \hat{\theta}_2] - \theta_1 \theta_2\right\} + f\left(\frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}\right). \end{aligned} \quad (6.22)$$

Приближенная доверительная граница функции надежности вычисляется по формуле

$$D_1(t, \theta_1, \theta_2) = \bar{P}(t, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) - U_\gamma \sqrt{D[\bar{P}(t, \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)]}. \quad (6.23)$$

§ 6.6. ТОЧНЫЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ГРАНИЦЫ ДЛЯ ФУНКЦИЙ НАДЕЖНОСТИ В СЛУЧАЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА

Точные доверительные пределы для функции надежности, имеющей экспоненциальное распределение, можно определить, полагая что случайная

величина $2n = \frac{\hat{\theta}}{\theta}$ обладает χ^2 -распределением. Пусть $\chi^2_{2n;1-\gamma}$ обозначает величину уклонения, достигаемую случайной величиной χ^2 с $2n$ степенями свободы и вероятностью $1-\gamma$. Тогда имеем

$$P\left(\frac{2n\hat{\theta}}{\theta} < \chi^2_{2n;1-\gamma}\right) = \gamma. \quad (6.24)$$

Отсюда нижний доверительный предел для параметра

$$\theta_i = \frac{2n\hat{\theta}}{\chi^2_{2n;1-\gamma}}, \quad (6.25)$$

где $\hat{\theta}$ – оценка параметра (наработка на отказ), полученная по результатам n испытаний.

Подставляя полученное значение нижнего доверительного интервала параметра θ в функцию надежности, получим ее нижнюю доверительную границу

$$E_i(t) = \exp\left(-\frac{t\chi^2_{2n;1-\gamma}}{2n\hat{\theta}}\right). \quad (6.26)$$

Изложенный подход применим и к распределению Вейбулла. При известном значении параметра α нижняя доверительная граница для функции надежности имеет вид

$$E_i(t) = \exp\left(-\frac{\hat{\lambda}^\alpha \chi^2_{2n;1-\gamma}}{2n}\right), \quad (6.27)$$

где $\hat{\lambda} = 1/\hat{\theta}$.

§ 6.7. ОДНОСТОРОННИЕ ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРЕДЕЛЫ ДЛЯ ФУНКЦИИ НАДЕЖНОСТИ ПРИ БИНОМИАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ И РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПУАССОНА

Как уже отмечалось ранее, для нахождения доверительной границы однопараметрической функции надежности необходимо вычислить доверительную границу для параметра распределения и затем это значение параметра подставить в формулу функции надежности. Это возможно в том случае, когда надежность монотонно зависит от изменения параметра. Для биномиального распределения и распределения Пуассона функция надежности монотонно убывает с возрастанием параметра распределения. Таким образом, для нахождения нижней доверительной границы функции надежности достаточно вычислить верхний доверительный предел для параметра распределения.

Если испытания изделия на функционирование проводятся в циклическом режиме и являются независимыми, и каждое из которых заканчивается успехом или отказом, то при оценке надежности используется биномиальный закон распределения. В этом случае оценка вероятности безотказной работы за один цикл функционирования определяется по формуле

$$\hat{P} = 1 - \frac{m}{n}, \quad (6.28)$$

где m – число отказов;

n – число циклов функционирования.

Среднее квадратическое отклонение этой оценки

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\hat{P}(1 - \hat{P})}{n}}. \quad (6.29)$$

Односторонняя нижняя доверительная граница для вероятности безотказной работы при уровне доверия γ находится из соотношения

$$\sum_{i=1}^m \frac{n!}{i!(n-i)!} P_i^{n-i} (1 - P_i)^i = 1 - \gamma, \quad (6.30)$$

где P_i – нижняя доверительная граница;

n – число испытаний; m – число отказов.

Если в процессе испытаний отказов не наблюдалось, то односторонний

нижний доверительный предел для вероятности безотказной работы:

$$P_i = (1 - \gamma)^{\frac{1}{n}}. \quad (6.31)$$

Верхняя доверительная граница для вероятности безотказной работы находится из отношения

$$\sum_{i=m}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} P_a^{n-i} (1 - P_a)^i = 1 - \gamma, \quad (6.32)$$

где P_v – верхняя доверительная граница.

При больших значениях n и m формулами (6.30) и (6.32) пользоваться неудобно из-за громоздкости вычислений. В этом случае можно использовать приближенные методы, основанные на замене биномиального распределения нормальным. Вычисления нижней и верхней доверительных границ проводятся по формулам:

$$P_i = \bar{P} - U_\gamma \sqrt{\frac{\bar{P}(1 - \bar{P})}{n}}; \quad (6.33)$$

$$D_a = \bar{P} + U_\gamma \sqrt{\frac{\bar{P}(1 - \bar{P})}{n}}; \quad (6.34)$$

где U_γ – квантиль функции нормального распределения, соответствующая уровню доверия γ .

Верхние доверительные пределы для параметра λ распределения Пуассона строятся так же, как и в случае биномиального распределения. Пусть в результате испытаний произошло m отказов, тогда верхний доверительный предел для параметра λ с уровнем доверия γ определится из соотношения

$$\sum_{k=0}^m \frac{\lambda_a^k e^{-\lambda_a}}{k!} = 1 - \gamma. \quad (6.35)$$

Вычислив по формуле (6.35) верхний доверительный предел для параметра λ и подставив в формулу функции надежности, получим ее доверительную границу

$$P_i = 1 - \frac{\lambda_a^{\hat{e}} \hat{a}^{-\lambda_a}}{\hat{e}!}. \quad (6.36)$$

Точный верхний доверительный предел для параметра λ можно найти, используя χ^2 – распределение:

$$\lambda_{\alpha} = \frac{\chi_{2(m+1);1-\gamma}^2}{2m}, \quad (6.37)$$

где $\chi_{2(m+1);1-\gamma}^2$ – квантиль χ^2 –распределения с $2(m+1)$ степенями свободы.

Глава 7 МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

§ 7.1. ПРОЦЕСС ИЗМЕНЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ НА ЭТАПАХ ЕЕ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА

Периодически оценивая надежность технической системы на этапах ее создания и эксплуатации, можно определить характер изменения надежности в виде некоторой математической модели.

Существенная нестабильность надежности технической системы проявляется на этапе ее создания, в начальный период эксплуатации и в конце жизненного цикла. В принципе изменение надежности наблюдается на всех этапах времени жизни сложной технической системы, причем на каждом этапе характер кривой меняется в большей или меньшей степени.

Укрупненно при исследовании надежности технических систем весь жизненный цикл можно разбить на два этапа: этап испытаний опытных образцов и этап эксплуатации. Графически это может выглядеть так, как показано на рис. 7.1.

Анализируя график изменения надежности на каждом этапе, можно отметить следующее. На этапе испытаний идет медленное изменение надежности с тенденцией роста до требуемого значения. Такое медленное повышение уровня надежности связано с многочисленными доработками, проводимыми на этапе испытаний опытных образцов.

На начальном этапе эксплуатации происходит некоторое снижение уровня надежности. Такое снижение вызвано некоторыми недостатками конструктивного и технологического характера, после устранения которых, следует повышение уровня надежности до заданной величины.

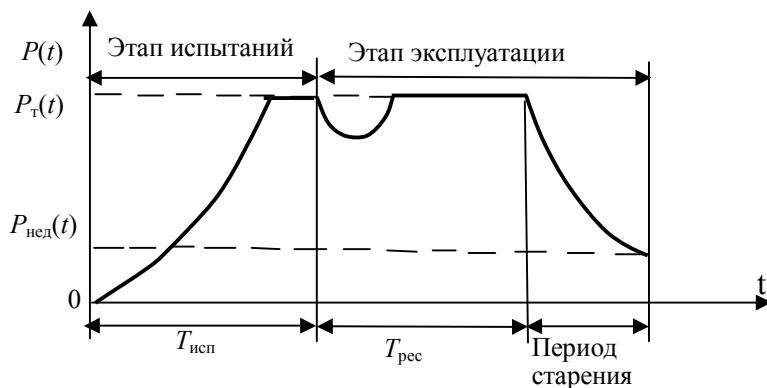


Рис. 7.1. График изменения надежности технической системы в процессе испытаний и эксплуатации

После расходования технического ресурса наступает период старения элементной базы, материалов и т. п., и уровень надежности резко понижается до недопустимого значения.

§ 7.2. НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Модели изменения надежности строятся для различных показателей. Наиболее распространенными являются модели изменения надежности для вероятности безотказной работы и наработки на отказ.

Непараметрический метод основывается на последовательности статистических оценок показателя надежности, полученного после каждого этапа испытаний или серии проведенных доработок.

Наиболее распространенной среди непараметрических моделей является так называемая биномиальная модель.

Суть этой модели состоит в том, что некоторый период испытаний разбивается на два этапа, которые отличаются условиями их проведения. Это отличие обусловлено конструктивными изменениями за счет проводимых доработок на втором этапе.

Для биномиальной модели в качестве кривой изменения надежности строится кривая вероятности безотказной работы за весь период испытаний, который разбит на ряд этапов. При построении модели проводится оценка

вероятности безотказной работы по результатам двух соседних этапов испытаний, с учетом различия условий их проведения. Таким образом, весь период испытаний можно представить в виде ряда участков, на каждом из которых происходит изменение уровня надежности.

Для сравнительной оценки вероятностей безотказной работы рассматривают следующие три гипотезы.

Гипотеза H_0 характеризует неизменность уровня надежности после второго этапа испытаний, т. е. $H_0: P_1 = P_2$. В этом случае вероятность безотказной работы определяется по формуле

$$\bar{P}_{1,2} = 1 - \frac{m_1 + m_2}{n_1 + n_2}, \quad (7.1)$$

где m_1 – количество отказов на первом этапе испытаний;

m_2 – количество отказов на втором этапе испытаний;

n_1 – объем испытаний на первом этапе;

n_2 – объем испытаний на втором этапе.

Гипотеза H_1 характеризуется увеличением уровня надежности на втором этапе, т. е. $H_1: P_2 > P_1$. В этом случае оценка вероятности безотказной работы равна

$$\bar{P}_2 = 1 - \frac{m_2}{n_2}. \quad (7.2.)$$

Гипотеза H_2 характеризуется снижением уровня надежности на втором этапе, т. е. $H_2: P_2 < P_1$. Оценка вероятности безотказной работы по информации о двух проведенных этапах отработки находится из соотношения

$$\bar{P} = h \bar{P}_{1,2} + (1 - h) \bar{P}_2, \quad (7.3)$$

где h – весовой коэффициент, равный вероятности выбора гипотезы H_0 .

$$h = \sum_{r=m_1}^m \frac{C_{n_1}^r C_{n_2}^{m-r}}{C_n^m}, \quad (7.4)$$

где $m = m_1 + m_2$, $n = n_1 + n_2$, $C_n^m = n! / m!(n - m)!$.

Если весовой коэффициент $h \leq (0,01 - 0,05)$, то статистические данные двух этапов не могут быть объединены. При весовом коэффициенте $h \geq 0,1$ в качестве исходной информации для оценки вероятности безотказной работы используются статистические данные обоих этапов.

§ 7.3. ТРИНОМИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

Принцип построения триномиальной модели изменения уровня надежности основывается на разделении всего периода испытаний, на " k " этапов, каждый из которых содержит определенный объем испытаний и заканчивается проведением доработок. Эта статистическая модель основывается на том, что каждое испытание заканчивается успехом, случайным отказом, причина которого не установлена, отказом, причина которого известна и устранима. В каждой серии испытаний фиксируется число случайных отказов, вероятность появления которых в течение всего периода испытаний остается постоянной и равной q_0 .

Вероятность успеха изменяется после каждого этапа отработки и соответственно равна p_i , где $i = \overline{1, k}$.

Вероятность устранимого отказа в процессе отработки имеет тенденцию к снижению, т. е. соответствующие вероятности образуют невозрастающую последовательность $q_1 \geq q_2 \geq \dots \geq q_k$.

Тогда оценки максимального правдоподобия для $\hat{q}_i$ и $\hat{q}_0$ определяются по формулам:

$$\hat{q}_0 = \frac{\sum_{i=1}^k m_i}{n}, \quad (7.5)$$

где $\hat{q}_0$ – вероятность случайных отказов;

m_i – число случайных отказов, зафиксированных на i -м этапе отработки;

n – объем испытаний;

k – число этапов отработки;

$$\hat{q}'_i = \frac{m'_i}{(n_i - m_i)}, \quad (7.6)$$

где $\hat{q}'_i$ – вероятность неслучайных отказов;

m'_i – число устранимых отказов на i -м этапе отработки;

n_i – объем испытаний на i -м этапе отработки.

Если все оценки действительно не возрастают, то их принимают в

качестве окончательных. Если же для некоторого i -го этапа выполняется неравенство $\hat{q}_i < \hat{q}_{i+1}$, то наблюдения на i -м и $(i + 1)$ -м этапах объединяются и вычисляется соответствующая оценка. Эта процедура продолжается до тех пор, пока оценки $\hat{q}_i$ не образуют невозрастающую последовательность. На основе полученных оценок определяют оценку вероятности безотказной работы отрабатываемого изделия на i -м этапе по формуле

$$\bar{P}_i = 1 - \hat{q}_0 - \hat{q}'_i. \quad (7.7)$$

Выражение (7.7) представляет собой статистическую триномиальную модель изменения надежности.

§ 7.4. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ

Параметрическая модель основывается на построении кривой изменения надежности, которая содержит один или несколько параметров. Эти модели используются в том случае, когда имеется недостаточно статистических данных. В качестве допущения параметрическая модель предусматривает доработки только после установления причины отказа и условия, что проводимые доработки не снижают уровень надежности. Простейшая параметрическая модель может быть представлена линейной зависимостью вида

$$\Delta P_i = a_i (P_0 - P_{i-1}), \quad (7.8)$$

где a_i – коэффициент, характеризующий эффективность i -й доработки;

P_0 – требуемое значение вероятности безотказной работы;

P_{i-1} – вероятность безотказной работы после $(i-1)$ -й доработки.

Так как в процессе испытаний доработки проводятся в случае выявления причины отказа, то надежность изделия изменяется только после проведения доработки по формуле

$$P_i = P_0 + \sum_{i=1}^k \Delta P_i, \quad (7.9)$$

где P_0 – начальная надежность (вероятность безотказной работы) изделия, полученная до проведения первой доработки;

k – число проводимых доработок.

Аналогичное выражение можно записать для среднего значения наработки на отказ

$$T_i = T_0 + \sum_{i=1}^k \Delta T_i, \quad (7.10)$$

где T_0 – среднее значение наработки на отказ, полученное до проведения первой доработки;

$\Delta \dot{O}_i$ – приращение среднего значения наработки на отказ от $(i-1)$ до i -й доработки.

Искомая функция надежности, описывающая весь процесс отработки, может быть записана в виде

$$P_i = P_0 + \sum_{i=1}^k a_i (P_0 - P_{i-1}). \quad (7.11)$$

Таким образом, вероятность безотказной работы зависит от двух параметров P_0 и a_i . Если эти параметры определить по результатам испытаний, то можно рассчитать значения функции надежности в точках проведения доработок.

Аналогичные рассуждения позволяют получить трехпараметрическую модель вида

$$P_i = P_0 - (P_0 - P_t)(1 - a_i / P_0), \quad (7.12)$$

где P_t – требуемое значение вероятности безотказной работы или заданная надежность;

P_0 – начальное значение надежности;

a_i – коэффициент, учитывающий эффективность i -й доработки;

i – номер доработки.

Параметрами этой модели принимаются P_t , P_0 , a_i .

В общем случае статистическую функцию изменения надежности в процессе отработки можно представить в виде модели вида

$$P = P_i(a_1, a_2, \dots, a_s; i), \quad (7.13)$$

где a_s – неизвестные параметры доработки.

§ 7.5. ГИПЕРБОЛИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РОСТА НАДЕЖНОСТИ И ДРУГИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Рассмотрим модель изменения надежности, которая основывается на предположении о том, что вся программа испытаний представляется в виде

"К" этапов, на каждом из которых производится определенное количество испытаний и в каждом из которых фиксируется отказ или успешная работа. По результатам испытаний строится кривая роста надежности, которая имеет вид гиперболы и выражается зависимостью вида

$$D_i = D_0 - \frac{a}{i}, \quad (7.14)$$

где P_i – истинная надежность изделия на i -м этапе испытаний;

P_T – требуемое значение надежности;

a – коэффициент, характеризующий скорость роста надежности;

i – этап испытаний.

Описанная модель зависит от двух параметров P_T и a . В качестве аппроксимирующих зависимостей могут рассматриваться модели вида

$$P_i = 1 - (1 - P_0) \exp(-a_i) \quad (7.15)$$

или

$$P_i = \frac{P_0}{P_0 + (1 - P_0) \exp(-a_i)}, \quad (7.16)$$

где P_0 – начальное значение надежности;

P_i – надежность на i -м этапе испытаний;

a_i – параметр, характеризующий изменение скорости роста надежности.

Более общая модель роста надежности имеет вид

$$P_i = P_0 - f(i), \quad (7.17)$$

где $f(i)$ – положительная монотонно убывающая функция.

Изменение надежности изделия при его поэтапном испытании можно оценить статистически зависимостью вида

$$P_i = \alpha P_i' + (1 - \alpha) P_{i-1}, \quad (7.18)$$

где α – коэффициент, характеризующий величину каждой оценки;

P_i' – оценка надежности по результатам только i -го этапа испытаний;

P_{i-1} – оценка надежности по результатам всех испытаний, проведенных до i -го этапа.

§ 7.6. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕНЕНИЯ ФУНКЦИИ

НАДЕЖНОСТИ С УЧЕТОМ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Рассмотренные выше модели изменения надежности основаны на описании процесса доработок посредством учета статистических данных и не учитывают факторы, которые бы непосредственно влияли на рост уровня надежности. В отличие от рассмотренных выше моделей, в данном параграфе рассматривается математическая модель, позволяющая учитывать управляющие воздействия в явном виде [8].

В основу построения этой модели положены следующие предпосылки:

1) задается желаемая динамика развития выходной характеристики системы;

2) выбирается желаемый закон управления.

Модель отработки представим в виде системы, имеющей вход, выход и характеризуемое состояние, изображенное на рис. 7.2.

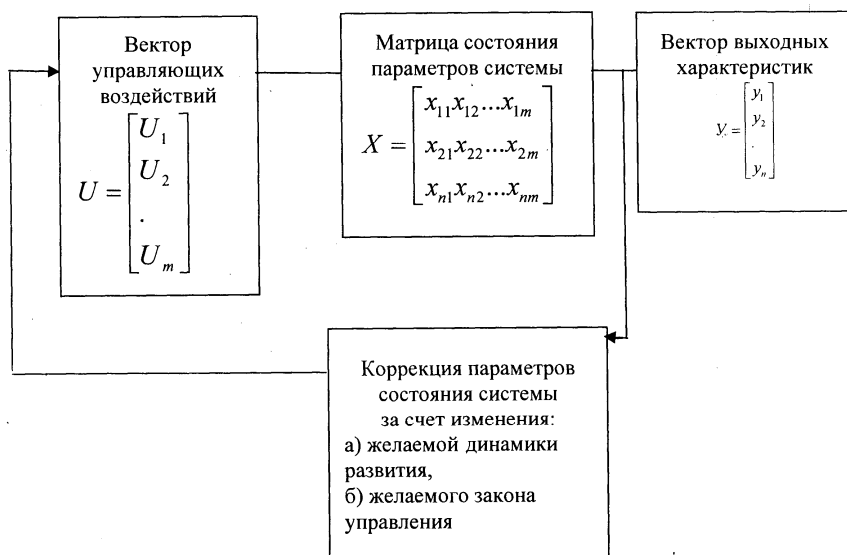


Рис. 7.2. Схема модели управляющих воздействий

В качестве входа в эту систему принимается вектор управляющих воздействий в виде конструктивных изменений параметров обрабатываемой

системы; изменений технологических параметров; уточнения эксплуатационной документации.

Из практики проведения доработок известно, что всякая доработка осуществляется лишь после определенного накопления факторов, вызывающих необходимость доработки.

В математической форме одна из моделей доработок может быть представлена в виде

$$B \frac{dU(t)}{dt} = y(t), \quad \text{откуда} \quad U(t) = \frac{1}{B} \int_0^t y(t) dt, \quad (7.19)$$

где $y(t)$ – желаемая динамика развития выходной характеристики.

Управляющее воздействие $U(t)$ пропорционально интегралу на отрезке времени $(0, t)$ от заданной функции $y(t)$.

В данном случае управление осуществляется по накопленному суммарному изменению выходной характеристики. Переходя от скалярного случая к векторному, когда управление $U(t)$ является векторной функцией времени, запишем

$$U(t) = \begin{bmatrix} U_1(t) \\ U_2(t) \\ \dots \\ U_m(t) \end{bmatrix}$$

и аналогично выходная характеристика имеет векторную форму

$$y(t) = \begin{bmatrix} \dot{o}_1(t) \\ \dot{o}_2(t) \\ \dots \\ \dot{o}_n(t) \end{bmatrix},$$

а "В" является матрицей коэффициентов b_{ij} .

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} b_{12} \dots b_{1m} \\ b_{21} b_{22} \dots b_{2m} \\ \dots \dots \dots \\ b_{n1} b_{n2} \dots b_{nm} \end{bmatrix}.$$

Для случая, когда желаемая динамика развития выходной характеристики описывается в форме экспоненциальной зависимости, то

вектор управляющих воздействий выглядит так:

$$\begin{bmatrix} U_1(t) \\ U_2(t) \\ \dots \\ U_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{01} \\ U_{02} \\ \dots \\ U_{0m} \end{bmatrix} + T(1 - e^{-\frac{t_i}{T}}) \cdot \begin{bmatrix} b_{11}b_{12}\dots b_{1m} \\ b_{21}b_{22}\dots b_{2m} \\ \dots \\ b_{n1}b_{n2}\dots b_{nm} \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} y_{10} \\ y_{20} \\ \dots \\ y_{n0} \end{bmatrix}, \quad (7.20)$$

где T – заданный период испытаний;

$$\begin{bmatrix} b_{11}b_{12}\dots b_{1m} \\ b_{21}b_{22}\dots b_{2m} \\ \dots \\ b_{n1}b_{n2}\dots b_{nm} \end{bmatrix}^+ - \text{псевдообратная матрица состояния параметров};$$

$U_j(t)$ – управляющие воздействия;

U_{0j} – начальные значения параметров управления;

y_{i0} – требуемые значения выходной характеристики в момент t_i , $i=1,2,\dots,n$.

В общем виде модель отработки можно записать так:

$$f(B, U) = \varphi(y), \quad (7.21)$$

где $f(B, U)$ – функция желаемого закона управления;

$\varphi(y)$ – функция желаемой динамики развития выходной характеристики.

Глава 8 ОБЕСПЕЧЕНИЕ РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

§ 8.1. ФАКТОРЫ И ПОКАЗАТЕЛИ РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Большинство сложных технических систем с длительными сроками службы являются восстанавливаемыми, т. е. возникающие в процессе эксплуатации отказы устраняются путем ремонта. Технически исправное состояние изделий в процессе эксплуатации поддерживается проведением работ профилактического и восстановительного характера.

Проблема создания сложных систем, обладающих оптимальным уровнем ремонтпригодности, охватывает комплекс вопросов, решаемых при проектировании, изготовлении и эксплуатации. Решение этой проблемы состоит в том, чтобы установить определенные требования к ремонтпригодности изделий и обеспечить их выполнение при разработке и изготовлении. Кроме того, необходимо в эксплуатационной документации предусмотреть такие организационно-технические мероприятия по профилактическому обслуживанию и ремонту, которые бы обеспечили заданный уровень надежности.

Осуществляемые в процессе эксплуатации изделий работы по поддержанию и восстановлению работоспособности характеризуются значительными затратами труда материальных средств и времени. Как правило, эти затраты за время эксплуатации изделия значительно превышают соответствующие затраты на его изготовление. Современное состояние науки и техники не позволяет создать сложные технические системы, которые бы не требовали обслуживания и ремонта в эксплуатации. В соответствии со сложившейся практикой эксплуатации изделий машиностроения совокупность работ по поддержанию и восстановлению их работоспособности и ресурса делится на техническое обслуживание и ремонт. Техническое обслуживание и ремонт, в свою очередь, делятся на профилактические, осуществляемые в плановом порядке и аварийные, проводимые по мере возникновения отказов или аварийных ситуаций.

Свойство ремонтпригодности изделий влияет на величину затрат материальных средств и длительность простоев в процессе эксплуатации. Ремонтпригодность тесно связана с безотказностью и долговечностью

изделий. Изделия, обладающие высоким уровнем безотказности, как правило, характеризуются низкими затратами труда и средств на поддержание их работоспособности. Показатели безотказности и ремонтпригодности изделий являются составными частями комплексных показателей таких как коэффициент готовности K_r и коэффициент технического обслуживания $K_{т.о.}$. В общем случае, ремонтпригодность является одним из свойств конструкций изделий, характеризующих их качество. Конструктивные особенности изделия и условия его использования обуславливают количественные значения показателей ремонтпригодности. Отсюда следует, что количественные значения показателей ремонтпригодности могут устанавливаться, обеспечиваться и оцениваться при проектировании, изготовлении, испытаниях и эксплуатации сложных систем. В соответствии с нормативно-техническими документами (стандартом) "Под ремонтпригодностью понимается свойство изделия, заключающееся в его приспособленности к предупреждению, обнаружению и устранению отказов и неисправностей путем проведения технического обслуживания и ремонтов".

Ремонтпригодность конструкций изделий является функцией факторов конструктивного, производственно-технологического и эксплуатационного характера. Зная, как влияют на характеристики ремонтпригодности различные факторы, можно целенаправленно управлять ими или учитывать их действия. Значительную часть факторов можно оценивать количественно, некоторые факторы носят качественный характер. Конструктивные решения, принимаемые на этапе создания сложных систем, определяют характер и объем работ, которые должны выполняться при различных видах технического обслуживания и ремонта.

Конструктивные факторы можно разделить на две группы:

- 1) в зависимости от возможности их количественной оценки (часть факторов может быть измерена количественно, часть факторов может быть оценена качественно);
- 2) в зависимости от результатов влияния на характеристики ремонтпригодности (например, на срок службы, периодичность технических обслуживаний, на изменение затрат времени, труда и средств и т. п.).

К факторам, непосредственно влияющим на значения показателей ремонтпригодности, относятся:

- а) рациональное размещение в конструкции изделия блоков, узлов, механизмов, сборочных единиц, позволяющих значительно сократить

затраты времени и труда на проведение разборочно-сборочных работ при техническом обслуживании и ремонте изделия;

б) доступность к элементам и узлам, систематически подвергающимся контролю и техническому обслуживанию;

в) применение рациональных методов контроля технического состояния составных частей изделия и рациональное размещение контрольных точек. Получение в процессе эксплуатации непрерывной и объективной информации о техническом состоянии основных конструктивных элементов изделия является одним из главных условий для принятия правильных решений в отношении вида и периодичности профилактических мероприятий;

г) рациональное конструктивное оформление мест разъема и сопряжений конструктивных элементов изделия (блоков, узлов, механизмов, сборочных единиц и т. п.). Минимальные затраты времени и труда на разборочные работы в первую очередь обеспечиваются рациональным конструктивным оформлением мест разъема и крепежных элементов;

д) рациональный выбор материалов, из которых изготавливаются конструктивные элементы изделия;

е) оптимальное распределение нагрузок, действующих на конструктивные элементы при эксплуатации изделия. Необходимо стремиться к тому, чтобы в конструкции изделия не было элементов, подверженных действию нагрузок, вызывающих выход из строя элементов до наступления очередного технического обслуживания;

ж) рациональное конструктивное исполнение и расположение элементов изделия, обеспечивающее их защиту от неблагоприятного воздействия внешней среды (пыли, влаги, тумана, температуры и т. п.).

Указанный перечень конструктивных факторов в зависимости от изделия может быть значительно расширен. Рассмотренные выше конструктивные факторы в большинстве случаев являются управляемыми и, следовательно, при создании изделия их можно изменять в желаемом направлении и тем самым обеспечивать требуемый уровень характеристик ремонтопригодности.

Производственно-технологические факторы ремонтопригодности также можно представить в виде двух групп: факторы организационно-технического характера и факторы технологического характера.

К первой группе факторов относятся:

а) состояние организации труда и внедрения современных

технологических процессов;

б) наличие на предприятии совершенного технологического оборудования и его техническое состояние;

в) совершенство применяемых методов контроля изготавливаемой продукции.

Наиболее существенными факторами технологического характера являются:

а) современные методы достижения точности при изготовлении деталей и сборочных единиц;

б) применение технологических процессов, обеспечивающих требуемые свойства поверхностного слоя деталей (например, закалка, науглероживание, азотирование, наклеп и т. п.);

в) применение методов обработки поверхностей деталей и сборочных единиц, обеспечивающих их высокую износостойкость, коррозионную стойкость и др. (например, чистовое шлифование, хонингование, электрополирование, нанесение гальванических покрытий);

г) применение при сварке металлоконструкций технологических процессов, режимов и технологической оснастки, которые обеспечивают минимальные деформации и остаточные напряжения в элементах конструкции.

Эксплуатационные факторы определяют условия, в которых проявляются свойства конструкции изделия, заложенные при ее проектировании и обеспеченные при изготовлении.

Эксплуатационные факторы также можно разделить на две группы: организационного и технического характера.

К факторам организационного характера относятся:

а) принятая схема технического обслуживания и ремонта изделий, которая строится, исходя из условий обеспечения длительной работоспособности и минимума затрат при эксплуатации;

б) организационные формы технического обслуживания и ремонта изделий. В практике эксплуатации сложных систем чаще всего находит применение централизованная форма обслуживания. В этом случае работы по обслуживанию или ремонту проводятся на специально оборудованных рабочих местах или по месту нахождения эксплуатируемой техники. В ряде случаев обслуживание изделий выполняется эксплуатационным персоналом. Ремонт изделий можно производить на специализированных ремонтных предприятиях;

в) виды, периодичность и содержание профилактических мероприятий. Этот фактор оказывает наиболее существенное влияние на значение характеристик ремонтпригодности. Для решения этой задачи используется

математический аппарат и статистические методы, когда периодичность и содержание профилактических мероприятий устанавливаются путем опытной эксплуатации некоторого количества изделий;

г) система обеспечения материалами и запасными частями находящихся в эксплуатации изделий. Оптимальная система обеспечения материалами и запасными частями позволяет существенно улучшить характеристики ремонтпригодности;

д) полнота и качество эксплуатационно-технической и ремонтной документации. Комплект эксплуатационно-технической документации включает в себя техническое описание, инструкции по техническому обслуживанию и эксплуатации, формуляр, паспорт, инструкцию по монтажу.

Комплект ремонтной документации состоит из руководящих материалов и технических условий по текущему, среднему и капитальному ремонтам, ремонтных чертежей, ведомостей и норм расхода материалов и запасных частей.

К факторам технического характера относятся:

а) виды и содержание технологических процессов технического обслуживания и ремонта. Для каждого вида технического обслуживания устанавливается порядок осмотра и проверки работоспособности изделия и его составных частей, объем и порядок разборки, перечень и содержание работ по регулировке и замене, перечень применяемого оборудования, инструмента, контрольно-измерительной аппаратуры. Технологические процессы ремонта содержат указания о порядке на демонтаж, дефекацию, ремонт деталей и сборочных единиц, сборку и испытания отремонтированного изделия;

б) техническая оснащенность работ при техническом обслуживании и ремонте включает виды и количество технологического оборудования.

Рассмотренные факторы конструктивного, производственно-технологического и эксплуатационного характера непосредственно или косвенно влияют на формирование свойств ремонтпригодности изделий и количественные значения характеристик показателей ремонтпригодности.

Количественные характеристики показателей ремонтпригодности, как и другие показатели надежности, являются случайными величинами. Поэтому для их определения привлекается математический аппарат теории вероятностей, математической статистики и теории массового обслуживания.

В зависимости от решаемых задач и предъявляемых к показателям ремонтпригодности требований они могут классифицироваться: 1) на нормируемые (основные) и ненормируемые (дополнительные); 2) на

оперативные и экономические.

Основные показатели характеризуют наиболее существенные свойства изделия. Дополнительные показатели характеризуют менее существенные свойства изделия. Оперативные показатели характеризуют время или вероятность пребывания изделия в неработоспособном состоянии за рассматриваемый период эксплуатации. Экономические показатели характеризуют затраты материальных средств на проведение технических обслуживаний и ремонтов.

Кроме того, вводятся понятия:

а) единичные показатели, которые характеризуют какое-либо одно свойство ремонтпригодности;

б) комплексные показатели, которые характеризуют совокупность свойств изделия, определяющих его ремонтпригодность.

В зависимости от назначения изделий и выполняемых ими функций выбираются те или иные показатели ремонтпригодности. Следует отметить, что показатели ремонтпригодности являются функциями других свойств надежности, например, безотказности и долговечности.

§ 8.2. НОРМИРУЕМЫЕ (ОСНОВНЫЕ) ПОКАЗАТЕЛИ РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ

Основные показатели ремонтпригодности задаются в техническом задании на разработку и оцениваются при проектировании и изготовлении изделий, в процессе их испытаний и эксплуатации.

К числу нормируемых показателей ремонтпригодности относятся:

1) оперативные показатели: среднее время восстановления, вероятность восстановления в заданное время, интенсивность восстановления (единичные показатели);

2) экономические показатели: средние и удельные затраты труда и денежных средств на техническое обслуживание и ремонт;

3) комплексные показатели надежности: коэффициент готовности и коэффициент технического использования.

Под средним временем восстановления T_v понимают математическое ожидание времени восстановления работоспособности изделия.

При известном законе распределения, среднее время восстановления определяется по формуле

$$\dot{O}_{\hat{a}} = \dot{I} [t_{\hat{a}}] = \int_0^{\infty} t f_{\hat{a}}(t) dt, \quad (8.1)$$

где $f_{\hat{a}}(t)$ – плотность распределения времени восстановления.

Оценка среднего времени восстановления по статистическим данным, полученным по результатам испытаний или эксплуатации, находится по формуле

$$\bar{\theta}_{\hat{a}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m m_i t_{\hat{a}i}, \quad (8.2)$$

где $t_{\hat{a}i}$ – время устранения i -го отказа;

m – количество отказов, зафиксированных в процессе испытаний или эксплуатации.

Этот показатель получил широкое распространение, так как он может выступать в качестве единичного показателя и входить в состав комплексных показателей надежности.

Недостатком этого показателя является то, что его значение зависит от вида закона распределения времени восстановления.

Так как показатели ремонтпригодности являются случайными величинами, поэтому наряду со средними значениями показателей необходимо иметь и характеристики их рассеивания, а именно дисперсию

$\bar{D}(t_{\hat{a}})$ или среднее квадратическое отклонение $\hat{\sigma}(t_{\hat{a}})$:

$$\bar{D}(t_{\hat{a}}) = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (t_{\hat{a}i} - \bar{t}_{\hat{a}})^2. \quad (8.3)$$

$$\hat{\sigma}(t_{\hat{a}}) = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (t_{\hat{a}i} - \bar{t}_{\hat{a}})^2}. \quad (8.4)$$

Наиболее полно характеристика ремонтпригодности описывается вероятностью восстановления изделия в заданное время t :

$$P_{\hat{a}}(t) = P(t_{\hat{a}} \leq t). \quad (8.5)$$

Этот показатель характеризует вероятность того, что возникший отказ будет обнаружен и устранен за время, не превышающее заданное время t .

Вероятность восстановления изделия в заданное время вычисляется по формуле

$$P_{\hat{a} \text{ и } \bar{n}}(t) = \int_0^t f_{\hat{a} \text{ и } \bar{n}}(t) dt. \quad (8.6)$$

Статистическая оценка вероятности восстановления определяется по

формуле

$$\bar{P}_{\text{âîñ}}(t) = 1 - \frac{n(t)}{N(t)}, \quad (8.7)$$

где $n(t)$ – число изделий, не восстановленных за промежуток времени t ;

$N(t)$ – общее число изделий, подлежащих восстановлению за этот же промежуток времени t .

Для определения вероятности восстановления $P_v(t)$ необходимо знание закона распределения времени восстановления.

Наиболее широкое распространение получили следующие законы распределения времени восстановления: экспоненциальный, нормальный, логарифмически нормальный, распределение Вейбулла, закон Пуассона. Часто в качестве показателя ремонтпригодности используется интенсивность восстановления $\mu(t)$, которая характеризует вероятность восстановления работоспособности изделия в единицу времени при условии, что до этого времени восстановление не произошло.

Если известен закон распределения времени восстановления, то интенсивность восстановления определяется по формуле

$$\mu(t) = \frac{f_{\text{âîñ}}(t)}{1 - F_{\text{âîñ}}(t)} = \frac{f_{\text{âîñ}}(t)}{P_{\text{âîñ}}(t)}, \quad (8.8)$$

где $F_{\text{вос}}(t)$ – функция распределения времени восстановления.

По статистическим данным значение интенсивности восстановления определяется по формуле

$$\hat{\mu}(t) = \frac{m_{\text{âîñ}}(t + \Delta t)}{n_{\text{âîñ}}(t) \Delta t}, \quad (8.9)$$

где Δt – рассматриваемый промежуток времени;

$m_{\text{âîñ}}(t + \Delta t)$ – число восстановлений в интервале от t до $t + \Delta t$;

$n_{\text{вос}}(t)$ – число невосстановленных изделий на момент времени t .

В другой форме записи интенсивность восстановления является величиной, обратной среднему времени восстановления, и определяется по формуле

$$\mu(t) = \frac{1}{\bar{O}_{\text{âîñ}}}; \quad \hat{\mu}(t) = \frac{1}{\bar{O}_{\text{âîñ}}}. \quad (8.10)$$

Для наиболее употребительного экспоненциального закона

распределения вероятность восстановления за заданное время t

$$P_{\text{aиn}}(t) = 1 - e^{-\mu t}, \quad (8.11)$$

или

$$P_{\text{aиn}}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T_{\text{aиn}}}}. \quad (8.12)$$

В той и другой форме второй член представляет собой вероятность непроведения ремонта или обслуживания в течение времени t , и, следовательно, выражение $(1 - e^{-\mu t})$ равно вероятности выполнения обслуживания или ремонта в течение этого времени. Максимально допустимое время t называется предельным временем обслуживания. Это время не следует смешивать с временем эксплуатации T , которое по сравнению с временем t очень велико. Значение времени обычно задается как условие поставленной задачи. Таким образом, число интервалов времени длительностью t соответствует количеству отказов за время эксплуатации T , которые требуют соответствующего обслуживания или ремонта.

Таким образом, если среднее число отказов за время эксплуатации

$$\alpha = \lambda T, \quad (8.13)$$

где λ – интенсивность отказов,

то число отказов, которое может быть устранено за время t , составит

$$m = \lambda T (1 - e^{-\mu t}). \quad (8.14)$$

Нетрудно убедиться в том, что формулы (8.11) и (8.12) для определения ремонтпригодности правильны, так как чем больше будет выполнено операций по обслуживанию в течение времени t , тем лучше будет ремонтпригодность. Аналогичным образом, чем меньше среднее время выполнения одной операции по обслуживанию, тем лучше будет ремонтпригодность.

Для изделий военного назначения длительность максимального времени обслуживания устанавливается, исходя из условия выполнения задачи. Эти требования обычно определяют конкретное число отказов, происшедших за время T , которое должно быть устранено за время t . Установленные требования не всегда могут быть совместимы с затратами. Так, например, одним из способов улучшения ремонтпригодности является использование сменных взаимозаменяемых блоков вместо проведения замены отказавших элементов.

Можно заметить, что ремонтпригодность является функцией произведения μ на t и, следовательно, когда значения этого произведения равны для различных изделий, тогда будут одинаковыми и их значения ремонтпригодности.

Если известно среднее число восстановлений за заданное время t , которое обозначим через $k = \mu t$, то для определения вероятности m восстановлений можно использовать формулу закона Пуассона

$$P_m = \frac{k^m}{m!} e^{-k}. \quad (8.15)$$

Для малых значений ($k < 0,01$) можно использовать приближенную формулу, если заменить

$$e^{-k} \approx 1 - k + \frac{k^2}{2}, \quad (8.16)$$

$$\text{то} \quad P_m = \frac{k^m}{m!} \left(1 - k + \frac{k^2}{2}\right). \quad (8.17)$$

Так как в процессе эксплуатации восстановление изделия до заданного уровня надежности проводится не только в периоды технического обслуживания, но и после отказов, появившихся вне интервалов технического обслуживания, то за счет сокращения времени восстановления отказов ремонтпригодность изделия улучшается. В отличие от функции ремонтпригодности, которая является только функцией μ и t , улучшение ремонтпригодности зависит от четырех параметров μ , λ , t , T .

С учетом экспоненциального закона распределения отказов и их восстановления, уравнение для улучшения ремонтпригодности выглядит так:

$$\Delta P_a(t) = 1 - e^{-\lambda T} - e^{-\mu t} (1 - e^{-\lambda T}). \quad (8.18)$$

Это уравнение позволяет определить вероятность общего числа отказов за время эксплуатации T , которое может быть устранено за время t .

Пример 8.1. Пусть по результатам эксплуатации изделий получены статистические данные и сведены в табл. 8.1, приведенную ниже. Вычислить среднее время восстановления $T_{\text{вос}}$, интенсивность восстановления μ . Определить значения вероятностей восстановления (ремонтпригодность) для $t = (1; 2; 5; 10)$ ч.

Статистические данные, полученные по результатам эксплуатации

№ изделия	Количество отказов или неисправностей	Длительность по восстановлению каждого отказа или неисправности $t_{\text{вос}}$, ч	Произведение результатов 2-й и 3-й графы $m_i t_{\text{вос}}$, ч
1	5	1	5
2	8	2	16
3	7	3	21
4	10	2	20
5	15	3	45
6	20	1	20
7	25	2	50
8	12	3	36

Решение. По формуле (8.2) вычислим среднее время восстановления одного отказа

$$\bar{\theta}_{\text{âîñ}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m m_i t_{\text{âîñ}} = \frac{213}{102} = 2,01 \div.$$

Интенсивность восстановления равна

$$\hat{\mu}(t) = \frac{1}{\bar{\theta}_{\text{âîñ}}} = \frac{1}{2,01} = 0,5 \div^{-1}$$

Принимая экспоненциальный закон распределения отказов, по формуле (8.1) вычислим значения вероятностей восстановлений

$$P(t=1) = 1 - e^{-0,5 \cdot 1} = 0,3935,$$

$$P(t=2) = 1 - e^{-0,5 \cdot 2} = 0,6321,$$

$$P(t=3) = 1 - e^{-0,5 \cdot 5} = 0,9179,$$

$$P(t=4) = 1 - e^{-0,5 \cdot 10} = 0,9933.$$

На основании полученных вероятностей можно сделать вывод о том, что при постоянном значении μ ремонтпригодность возрастает экспоненциально во времени.

Пример 8.2. Данные, полученные по результатам эксплуатации автомобиля, были оценены и при этом получены следующие значения параметров: $\lambda = 0,002$ (1/ч), $\mu = 2$ (1/ч). Вычислить вероятность улучшения ремонтпригодности автомобиля за $t = 5$ ч при эксплуатации в течение $T =$

100 ч.

Решение. Для вычисления вероятности воспользуемся формулой (8.18)

$$P_{\text{вос}}(t=5)=1-e^{-0,002 \cdot 100}-e^{-2 \cdot 5}(1-e^{-0,002 \cdot 100})=0,018.$$

Отсюда можно сделать вывод, что в случае ограничения времени обслуживания двумя часами улучшение ремонтпригодности будет составлять

$$\Delta D_{\text{а.п.}}(t) = 1,8 \, \%.$$

Пример 8.3. По результатам восстановления изделий в процессе обслуживания установился стационарный поток с параметром $\mu = 1$ одно восстановление за час. Найти вероятность двух, пяти и десяти восстановлений за время $t = 3$ ч.

Решение. Для вычисления вероятностей воспользуемся формулой (8.15). Вначале определим среднее число восстановлений за время $t = 3$ ч.

$$k = \mu t = 1 \cdot 3 = 3.$$

Отсюда

$$P_{m=2} = \frac{3^2}{2!} e^{-3} = 0,225.$$

$$P_{m=5} = \frac{3^5}{5!} \cdot e^{-3} = 0,1. \quad P_{m=10} = \frac{3^{10}}{10!} \cdot e^{-3} = 0,0008.$$

§ 8.3. КОМПЛЕКСНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ

Для оценки оперативной ремонтпригодности, кроме единичных показателей, используются также комплексные показатели, наиболее широкое распространение среди которых получили коэффициент готовности K_r и коэффициент технического использования $K_{\text{т.и.}}$.

Коэффициент готовности K_r представляет собой вероятность того, что изделие будет работоспособно в произвольный момент времени, кроме периодов выполнения планового технического обслуживания.

В стационарном (установившемся) режиме эксплуатации и при любом виде закона распределения времени работы между отказами и времени восстановления коэффициент готовности определяется по формуле

$$K_{\text{a}} = \frac{\dot{O}_{\text{i}}}{\dot{O}_{\text{i}} + \dot{O}_{\text{ai n}}}, \quad (8.19)$$

где T_{o} – наработка на отказ;

$T_{\text{вос}}$ – среднее время восстановления отказа.

Таким образом, вид этой характеристики показывает, что надежность изделия является функцией не только безотказности, но и ремонтпригодности. Это означает, что низкая надежность может быть несколько компенсирована улучшением ремонтпригодности. Чем выше интенсивность восстановления, тем выше готовность изделия. Если время простоя велико, то готовность будет низкой.

В другой форме записи коэффициент готовности выглядит так

$$K_{\text{a}} = \frac{\mu}{\lambda + \mu}, \quad (8.20)$$

где $\mu = \frac{1}{\dot{O}_{\text{ai n}}}$, $\lambda = \frac{1}{\dot{O}_{\text{i}}}$,

μ – интенсивность восстановления;

λ – интенсивность отказов.

Аналогично учитывая, что коэффициент ремонта (простоя) является отношением времени ремонта к сумме рабочего времени T_{o} и времени ремонта изделия, можно написать

$$K_{\text{dai}} = \frac{\dot{O}_{\text{dai}}}{\dot{O}_{\text{i}} + \dot{O}_{\text{dai}}} \quad (8.21)$$

или

$$K_{\text{dai}} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}. \quad (8.22)$$

Выражения (8.21) и (8.22) определяют коэффициент ремонта (простоя) для нерезервированной системы.

Так как в начальный период эксплуатации вероятность безотказной работы изделия более высокая, чем в конце периода эксплуатации, то с учетом экспоненциального закона появления и восстановления отказов, коэффициент готовности и коэффициент ремонта запишутся в виде:

$$K_{\text{a}} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\dot{O}(\lambda + \mu)^2} - \frac{\lambda}{\dot{O}(\lambda + \mu)^2} \exp[-(\lambda + \mu)T]; \quad (8.23)$$

$$K_{\text{дai}} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} - \frac{\lambda}{\dot{O}(\lambda + \mu)^2} + \frac{\lambda}{\dot{O}(\lambda + \mu)^2} \exp[-(\lambda + \mu)T]. \quad (8.24)$$

Следует заметить, что при $T \rightarrow \infty$ переходный режим исчезает, и общее выражение для коэффициентов готовности и ремонта преобразуются в условие стационарного режима работы в виде уравнений (8.20) и (8.22). Временные коэффициенты готовности и ремонта служат весьма полезными мерами готовности обслуживаемых изделий в течение времени T . Однако следует признать, что эти коэффициенты не зависят от времени в установившемся состоянии и, следовательно, не представляют надежность изделия для какого-то определенного интервала времени.

Другой важной характеристикой ремонтпригодности является коэффициент технического использования, который представляет собой отношение наработки изделия в единицах времени за некоторый период эксплуатации к сумме этой наработки и времени всех простоев, обусловленных устранением отказов, техническим обслуживанием и ремонтами за этот период.

Коэффициент технического использования определяется по формуле

$$\hat{E}_{\text{д.т.}} = \frac{t_p}{t_p + t_{\text{дai}} + t_{\text{д.т.}} + t_{\text{аи.н}}}, \quad (8.25)$$

где t_p – суммарная наработка изделия в рассматриваемой промежуток времени;

$t_{\text{вос}}, t_{\text{рем}}, t_{\text{т.о}}$ – соответственно суммарное время, затраченное на восстановление, ремонт и техническое обслуживание за тот же период времени.

Коэффициент технического использования представляет собой вероятность того, что изделие будет обеспечивать надлежащий режим работы за время T , причем ни один из интервалов времени простоя не будет превышать предельно допустимого времени обслуживания. Таким образом, коэффициент технического использования определяется двумя основными факторами, а именно, надежностью и ремонтпригодностью.

Принимая экспоненциальный закон распределения времени появления и восстановления отказов, в общем виде коэффициент технического использования запишется так

$$\hat{E}_{\text{д.т.}} = 1 - e^{-\mu T} (1 - e^{-\lambda T}), \quad (8.26)$$

где $T = t_p + t_{\text{дai}} + t_{\text{д.т.}} + t_{\text{аи.н}}$, $t = t_{\text{дai}} + t_{\text{д.т.}} + t_{\text{аи.н}}$.

Математический вывод из этого уравнения гласит, что коэффициент технического использования в любой момент времени T будет функцией параметров λ , μ и допустимого предельного времени обслуживания t .

Пример 8.4. По данным эксплуатации сложной технической системы получены статистические данные, которые сведены в табл. 8.2. Определить коэффициент готовности системы.

Таблица 8.2

№ системы	Число отказов m_i	Время восстановления отказа $t_{вос}$, ч	Время работы $t_{р}$, ч	Суммарное время восстановления $m_i t_{вос}$, ч
1	2	1	200	2
2	5	2	300	10
3	6	4	400	24
4	4	3	300	12
5	8	2	600	16
6	10	5	700	50
7	15	2	900	30
8	20	3	1000	60
Итого	70	—	4400	204

Наработка на отказ

$$\bar{\theta}_i = \frac{\sum_{i=1}^8 t_p}{\sum_{i=1}^8 m_i} = \frac{4400}{70} = 62,8 \div.$$

Среднее время восстановления равно

$$\bar{\theta}_{\text{âî ñ}} = \frac{\sum_{i=1}^8 m_i t_{\text{âî ñ}}}{\sum_{i=1}^8 m_i} = \frac{204}{70} = 2,9 \div.$$

По формуле (8.19), по вычисленным значениям $\bar{T}_i$ и $\bar{T}_{\text{âî ñ}}$, находим коэффициент готовности системы

$$K_{\bar{A}} = \frac{\bar{\theta}_i}{\bar{\theta}_i + \bar{\theta}_{\bar{a}i\bar{n}}} = \frac{62,8}{62,8 + 2,9} = 0,95.$$

Пример 8.5. Вычислить коэффициент технического использования буровой установки, если известно, что распределение времени появления и восстановления отказов подчиняется экспоненциальному закону с параметрами $\mu = 2,5$ операции по обслуживанию в час, $\lambda = 0,15 \cdot 10^{-3}$ отказа в час, допустимое предельное время обслуживания $t = 3$ часа, интервал времени, на котором определяется коэффициент технического использования $T = 500$ ч.

Решение. Подставляя исходные данные в формулу (8.26), получим:

$$\hat{E}_{\bar{a},\bar{e}} = 1 - e^{-\mu t} (1 - e^{-\lambda \bar{\theta}}) = 1 - e^{-2,5 \cdot 3} (1 - e^{-0,15 \cdot 10^{-3} \cdot 500}) = 0,99972.$$

§ 8.4. КОЭФФИЦИЕНТ ГОТОВНОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТ ТЕХНИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Резервирование представляет собой использование одного или большего числа дополнительных элементов, работающих параллельно. Такой способ обеспечивает непрерывную работу системы до того момента, пока не выйдут из строя все элементы. При выводе уравнения коэффициента готовности для общего резервирования использовалось предположение о том, что все резервные элементы работают в начале выполнения задания и, если произойдет отказ, то немедленно производится обслуживание. Отказ системы считается тогда, когда откажут все элементы.

Принимая экспоненциальный закон восстановления отказов и установившийся процесс, коэффициент готовности определяется по формуле

$$\hat{E}_{\bar{a}} = \exp \left[\frac{-n\lambda^n T}{n \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \right) \lambda^{n-1} + \mu^{n-1}} \right], \quad (8.27)$$

где n – число резервных элементов.

Когда же допускается некоторое предельное время обслуживания t , то

общее уравнение коэффициента готовности имеет вид

$$\hat{E}_a = \exp \left[\frac{-n\lambda^n T e^{-\mu t}}{n \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \right) \lambda^{n-1} + \mu^{n-1}} \right]. \quad (8.28)$$

Из уравнения следует, что система будет работоспособна, если один из элементов может быть восстановлен до нормального режима работы в течение времени t .

Общее уравнение для коэффициента технического использования имеет следующую формулу:

$$\hat{E}_{\text{д.э}} = 1 - e^{-\mu t} \left\{ 1 - \exp \left[\frac{-n\lambda^n T}{n \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \right) \lambda^{n-1} + \mu^{n-1}} \right] \right\}. \quad (8.29)$$

Если коэффициент готовности выражен экспоненциальной функцией, то уравнения, состоящие из двух, трех и четырех взаимно резервирующих элементов, будут иметь следующий вид:

$$K_2 = \exp \left(\frac{-2\lambda^2 T}{3\lambda + \mu} \right), \quad (8.30)$$

$$K_3 = \exp \left(\frac{-6\lambda^3 T}{11\lambda^2 + 7\lambda\mu + 2\mu^2} \right), \quad (8.31)$$

$$K_4 = \exp \left(\frac{-12\lambda^4 T}{25\lambda^3 + 23\lambda^2\mu + 13\lambda\mu^2 + 3\mu^3} \right). \quad (8.32)$$

Так как влияние произведения $\lambda\mu$ несущественно, то ими можно пренебречь.

Следует также заметить, что в большинстве случаев практических применений основное влияние на коэффициент готовности оказывает составляющая, учитывающая ремонтпригодность. Составляющая надежности сравнительно мало влияет на коэффициент готовности. Следовательно, если пренебречь составляющей надежности, то приближенные уравнения для коэффициентов готовности и технического

использования могут быть написаны в следующем виде:

$$\hat{E}_{\bar{a}} = \exp\left(\frac{-n\lambda^n T e^{-n\mu}}{\mu^{n-1}}\right), \quad (8.33)$$

$$\hat{E}_{\bar{a}, \bar{e}} = 1 - e^{-n\mu} \left[1 - \exp\left(\frac{-n\lambda^n T}{\mu^{n-1}}\right) \right]. \quad (8.34)$$

Если не допускать никакого предельного времени обслуживания, т. е. $t = 0$, то приближенные уравнения для коэффициентов готовности и технического использования будут одинаковыми, т. е.

$$\hat{E}_{\bar{a}} = \hat{E}_{\bar{a}, \bar{e}} = \exp\left(\frac{-n\lambda^n T}{\mu^{n-1}}\right). \quad (8.35)$$

Пример 8.6. Вычислить коэффициент готовности системы, имеющей тройное резервирование, если известны параметры: $\lambda = 10^{-3} \text{ ч}^{-1}$, $\mu = 2 \text{ ч}^{-1}$, $T = 2000 \text{ ч}$.

Решение. Подставляя известные значения параметров в формулу (8.27), получим

$$\hat{E}_{\bar{a}} = \exp\left[\frac{-3 \cdot (10^{-3})^3 \cdot 2000}{3 \left(\sum_{i=1}^3 \frac{1}{i}\right) (10^{-3})^2 + 2^{3-1}}\right].$$

Так как $\sum_{i=1}^3 \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$, то после подстановки имеем

$$\hat{E}_{\bar{a}} = \exp\left[\frac{-6 \cdot (10^{-3})^3 \cdot 2000}{11 \cdot (10^{-3})^2 + 2 \cdot 2^2}\right] = 0,9999985.$$

Подставляя те же исходные данные в формулу (8.31), находим

$$\begin{aligned} K_{\bar{a}} &= \exp\left(\frac{-6\lambda^3 \cdot T}{11\lambda^2 + 7\lambda \cdot \mu + 2\mu^2}\right) = \\ &= \exp\left[\frac{-6(10^{-3})^2 \cdot 2000}{11(10^{-3})^2 + 7 \cdot 10^{-3} \cdot 2 + 2 \cdot 2^2}\right] = 0,9999987. \end{aligned}$$

Нетрудно заметить, что между этими результатами нет существенного различия, поэтому во всех практических случаях можно производить расчет

по формуле (8.27).

Пример 8.7. С целью повышения готовности выполнения вычислительных работ вводятся две вычислительные машины, которые дублируют друг друга. Предполагается, что отказ будет в том случае, когда из строя выходят обе машины на период времени, превышающий $t = 15$ мин ($t = 0,25$ ч). Вычислить коэффициент готовности, если известны параметры: $\mu = 2 \text{ ч}^{-1}$, $\lambda = 0,01 \text{ ч}^{-1}$, $T = 16 \text{ ч}$.

Решение. Подставляя исходные данные в формулу (8.28), получим

$$K_a = \exp\left(\frac{2\lambda^2 T e^{-2\mu t}}{3\lambda + \mu}\right) = \exp\left[\frac{-2 \cdot 0,01^2 + 16 \cdot e^{-4 \cdot 0,25}}{3 \cdot 0,01 + 2}\right] = 0,9996.$$

Это означает, что коэффициент готовности выполнения задания составляет 99,96 %.

§ 8.5. ПОКАЗАТЕЛИ ТЕХНОЛОГИЧНОСТИ МАШИН ПРИ ОБСЛУЖИВАНИИ И РЕМОНТЕ. ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ

Наиболее распространенными показателями технологичности машин при обслуживании являются оперативные показатели: среднее время проведения i -го вида технического обслуживания и вероятность проведения технического обслуживания i -го вида в заданное время; экономические показатели: средняя суммарная и удельная трудоемкость технического обслуживания и средняя, суммарная и удельная стоимость технического обслуживания.

Среднее время проведения i -го вида технического обслуживания определяется по формуле, аналогичной формуле для оценки среднего времени восстановления изделия

$$\bar{t}_{\text{oi}i} = \int_0^{\infty} t_{\text{oi}i} f_{\text{oi}i}(t) dt, \quad (8.36)$$

где $t_{\text{oi}i}$ – случайное время технического обслуживания i -го вида;
 $f_{\text{oi}i}(t)$ – плотность вероятности времени технического обслуживания.

Вероятность проведения технического обслуживания i -го вида в

заданное время определяется по формуле

$$D_{\delta i i}(t) = \int_0^{\infty} f_{\delta i i}(t) dt. \quad (8.37)$$

Средняя трудоемкость $L_{т.oi}$ и средняя стоимость $C_{т.о}$ технического обслуживания i -го вида определяются по аналогичным формулам.

Средняя статистическая трудоемкость вычисляется по соотношению вида

$$\hat{L}_{\delta i j i} = \frac{1}{n_{\delta i j i}} \sum_{i=1}^{n_{\delta i i}} \hat{l}_{\delta i j i}, \quad (8.38)$$

где $n_{т.о,i}$ – число технических обслуживаний рассматриваемого вида за период эксплуатации T_3 ;

$\hat{l}_{\delta i j i}$ – время технического обслуживания i - и j -вида.

Суммарная трудоемкость технического обслуживания всех видов за период эксплуатации T_3 равна

$$\hat{L}_{\delta i \Sigma} = \sum_{j=1}^{K_{\delta i}} n_{\delta i j i} \hat{L}_{\delta i j i}, \quad (8.39)$$

где $K_{т.о}$ – число видов технического обслуживания.

Удельная трудоемкость технического обслуживания определяется из соотношения

$$\bar{L}_{\delta i \Sigma} = \frac{\hat{L}_{\delta i \Sigma}}{S}, \quad (8.40)$$

где S – срок эксплуатации изделия в годах или единицах наработки за рассматриваемый период эксплуатации.

По аналогичным зависимостям определяются значения $C_{т.о\Sigma}$ и $\bar{N}_{\delta i \Sigma}$.

Показатели технологичности при ремонте относятся как к изделию в целом, так и к ее составным частям.

Оперативными показателями являются: среднее время ремонта i -го вида $T_{рем i}$ вероятность проведения ремонта i -го вида в заданное время $P_{рем i}(t)$.

К экономическим показателям относятся:

средняя трудоемкость ремонта i -го вида $L_{рем i}$;

средняя стоимость ремонта i -го вида $C_{рем i}$;

суммарная трудоемкость $L_{рем\Sigma}$ и суммарная стоимость ремонта $C_{рем\Sigma}$;

удельная трудоемкость $\bar{L}_{\text{даи}, \Sigma}$ и удельная стоимость $\bar{N}_{\text{даи}, \Sigma}$ ремонта.

Для определения значений этих показателей используются зависимости, аналогичные принятым для показателей технического обслуживания.

К числу экономических показателей ремонтпригодности, являющихся комплексными, относятся:

средние затраты денежных средств на техническое обслуживание и ремонты – $C_{\text{т.о,рем}}$;

средние затраты труда на техническое обслуживание и ремонты – $L_{\text{т.о,рем}}$;

суммарные затраты денежных средств на техническое обслуживание и ремонт – C_{Σ} ;

суммарные затраты труда на техническое обслуживание и ремонт – L_{Σ} ;

удельные затраты средств на техническое обслуживание и ремонт – $\bar{N}_{\Sigma}$;

удельные затраты труда на техническое обслуживание и ремонт – $\bar{L}_{\Sigma}$.

Средние затраты денежных средств и труда на техническое обслуживание и ремонт определяются по зависимостям, аналогичным для среднего времени восстановления.

Зависимость для определения суммарных затрат труда на техническое обслуживание и ремонт выглядит так:

$$L_{\Sigma} = \sum_{j=1}^{K_{\text{т}}} n_{\text{о.и},j} L_{\text{о.и},j} + \sum_{j=1}^{K_{\text{даи}}} n_{\text{даи},j} L_{\text{даи},j}, \quad (8.41)$$

где $K_{\text{т.о}}$ и $K_{\text{рем}}$ – число видов технического обслуживания и ремонта;

$n_{\text{т.о},j}$ и $n_{\text{рем},j}$ – число обслуживаний и ремонтов за период эксплуатации T_3 ;

$L_{\text{т.о},j}$, $L_{\text{рем},j}$ – средняя трудоемкость обслуживания и ремонта рассматриваемого вида.

Значения n и L определяются расчетным путем и по статистическим данным.

Удельные затраты труда определяются по формуле

$$\bar{L}_{\Sigma} = \frac{L_{\Sigma}}{S}, \quad (8.42)$$

где S – срок эксплуатации изделия в годах или единицах наработки за рассматриваемый период эксплуатации T_3 .

§ 8.6. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ

Дополнительные показатели позволяют более полно охарактеризовать как экономические, так и временные свойства ремонтпригодности. В зависимости от назначения изделия дополнительные характеристики можно по классификации разделить на три группы:

к первой группе относятся показатели, которые характеризуют совершенство конструкции;

ко второй группе – показатели, которые характеризуют приспособленность конструкции изделия к техническому обслуживанию и ремонту;

к третьей группе – характеризующие приспособленность конструкции к применению прогрессивных организационно-технических форм и методов технического обслуживания и ремонта.

К показателям первой группы, характеризующим общее совершенство конструкции изделия, относятся:

а) коэффициент применяемости конструктивных элементов, который представляет собой отношение количества стандартизованных деталей и сборочных единиц к общему количеству деталей и сборочных единиц. Значение коэффициента применяемости определяется по формуле

$$\hat{E}_{\text{ио}} = \frac{N_{\text{с}}}{N_{\text{иá}}}, \quad (8.43)$$

где $N_{\text{с}}$ – количество стандартизованных (нормализованных, покупных, заимствованных) деталей и сборочных единиц;

$N_{\text{об}}$ – общее количество деталей и сборочных единиц, входящих в состав изделия;

б) коэффициент унификации, определяющий, какая часть из применяемых в изделии деталей и сборочных единиц является унифицированной. Количественное значение коэффициента унификации выражается формулой

$$\hat{E}_{\text{ó}} = \frac{N_{\text{ó}}}{N_{\text{иá}}}, \quad (8.44)$$

где N_y – количество унифицированных деталей и сборочных единиц;

в) коэффициент конструктивной преемственности

$$\hat{E}_{\hat{e}.i\delta} = \frac{N_{\delta}}{N_{i\delta}}, \quad (8.45)$$

где N_p – количество наименований ранее освоенных сборочных единиц;

г) коэффициент взаимозаменяемости

$$\hat{E}_{\hat{a}\zeta} = \frac{N_{\hat{a}\zeta}}{N_{i\delta}}, \quad (8.46)$$

где $N_{вз}$ – количество взаимозаменяемых элементов, деталей и сборочных единиц в изделии рассматриваемого вида;

д) коэффициент кратности технического обслуживания $K_{кр.т.о}$ и сроков службы конструктивных элементов $K_{кр.с}$:

$$\hat{E}_{\hat{e}\delta.\delta.i} = \frac{N_{\hat{e}\delta.\delta.i}}{N_{i\delta}}, \quad (8.47)$$

$$\hat{E}_{\hat{e}\delta.\bar{n}} = \frac{N_{\hat{e}\delta.c}}{N_{i\delta}}, \quad (8.48)$$

где $N_{кр.т.о}$, $N_{кр.с}$ – число элементов изделия, периодичность обслуживания и срок службы которых являются кратными общему числу изделий $N_{об}$.

Требование к кратности или равной периодичности обслуживания и сроков службы элементов изделия являются одним из важнейших требований ремонтпригодности. Рациональное решение этого вопроса позволяет повысить производительность труда, сократить время простоя изделия и затраты на его техническое обслуживание и ремонт.

К показателям второй группы, характеризующим приспособленность конструкции к техническому обслуживанию и ремонту относятся:

а) коэффициент контролепригодности

$$\hat{E}_{\hat{e}} = \frac{N_{\hat{e}}}{N_{\hat{e}.i\delta}}, \quad (8.49)$$

где N_k – количество элементов изделия, приспособленных к контролю их технического состояния в процессе эксплуатации,

$N_{к.об}$ – общее число элементов, которые в процессе эксплуатации необходимо контролировать.

Этот коэффициент зависит от времени, полноты и достоверности контроля.

В свою очередь, время контроля является случайной величиной и может быть распределено по различным законам. В частности, широко используется показательный закон распределения, на основе которого вероятность того, что время контроля очередной неисправности будет меньше или равно некоторому времени t , определяется по формуле

$$P(t) = 1 - e^{-\nu t}, \quad (8.50)$$

где $\nu = 1/T_{\text{к}}$; $T_{\text{к}}$ – математическое ожидание времени контроля.

Изделие считается контролепригодным, если среднее время контроля не превышает заданной величины.

Вместе с тем, на показатель контролепригодности влияют такие факторы, как полнота контроля, представляющая собой отношение числа контролепригодных параметров к общему числу всех параметров, которые необходимы для оценки работоспособности изделия; достоверность контроля, под которой понимается величина, определяющая правильность результатов контроля;

б) коэффициент доступности

$$\hat{E}_{\text{а}} = 1 - \frac{\dot{O}_{\text{аіі}}}{\dot{O}_{\text{аіі}} + \dot{O}_{\text{ііа}}}, \quad (8.51)$$

где $T_{\text{доп}}$ – трудоемкость дополнительных работ, чел/ч;

$T_{\text{осн}}$ – трудоемкость выполнения основной работы, чел/ч.

Коэффициент доступности можно определять как для отдельных узлов, механизмов, так и для изделия в целом.

К дополнительным работам относятся снятие и установка крышек люков, панелей, капотов, теплоизоляции, демонтаж и монтаж рядом установленного и не подлежащего съему оборудования и т. п.

К основным работам относятся контрольные, регулировочные, смазочные, заправочные операции, демонтаж и монтаж подлежащих замене узлов, механизмов, сборочных единиц, элементов и т. п.;

в) коэффициент легкосъемности

$$\hat{E}_{\text{е}} = 1 - \frac{\Delta \dot{O}_{\text{а.і}}}{\dot{O}_{\text{а.і}}}, \quad (8.52)$$

где $T_{\text{д.м}}$ – трудоемкость демонтажно-монтажных работ по рассматриваемому элементу изделия, чел/ч;

$\Delta T_{\text{д.м}}$ – отклонение трудоемкости демонтажно-монтажных работ по рассматриваемому элементу по сравнению с установленным значением, чел/ч.

Под доступностью конструкции изделия понимают его свойство, характеризующее свободным и удобным доступом к элементам, узлам, механизмам, сборочным единицам с целью осуществления технологических операций по обслуживанию и ремонту. Легкость конструкции изделия означает его приспособленность к выполнению операций разборки и сборки, осуществляемых с целью контроля технического состояния изделия, а также технического обслуживания и ремонта с минимальными затратами времени и труда.

Пример 8.8. По данным статистической информации получены сведения о дополнительных и основных работах по трудоемкости, представленные в табл. 8.3.

Таблица 8.3

№ механизма	Трудоемкость, чел/ч			Коэффициент доступности K_d
	$T_{доп}$	$T_{осн}$	$T_{сум}$	
1	0,5	1,0	1,5	0,67
2	1,0	2,0	3,0	0,67
3	2,5	1,5	4,0	0,375
4	3,0	3,5	6,5	0,523
Итого	7,0	8,0	15,0	0,534

Подставляя исходные данные в формулу (8.51), получим

$$\hat{E}_{\hat{a}} = 1 - \frac{\sum \dot{O}_{\hat{a}i\bar{i}}}{\sum \dot{O}_{\hat{n}oi}} = 1 - \frac{7}{15} = 0,534,$$

где $T_{сум}$ – суммарная трудоемкость.

К третьей группе показателей ремонтпригодности относятся:

а) коэффициент восстановления ресурса при ремонте

$$\hat{E}_{\hat{a},\hat{o}} = \frac{\dot{O}_{\hat{o}\hat{a}\hat{n}\hat{a}\hat{i}\hat{n}}}{\dot{O}_{\hat{o}\hat{a}\hat{n}\hat{i}}}, \quad (8.53)$$

б) коэффициент применяемости i -го вида ремонта (ремонт регулировкой и настройкой, ремонт заменой)

$$\hat{E}_{i\partial\dot{a}\dot{i}} = \frac{N_{i\partial\dot{a}\dot{i}}}{N_{i\dot{a}\dot{y}}}; \quad (8.54)$$

где $T_{\text{рес.вос}}$, $T_{\text{рес.н}}$ – соответственно ресурсы изделия или его элементов, подвергнутых восстановлению, и новых;

$N_{\text{рем}}$ – количество элементов, восстановление которых предполагается осуществить i -м методом (при текущем, среднем или капитальном ремонтах);

$N_{\text{об.э}}$ – общее количество элементов, восстановление которых предполагается осуществить в процессе эксплуатации, а также при среднем и капитальном ремонтах.

В практике ремонта некоторых видов изделий машиностроения известно, что коэффициент восстановления ресурса во многих случаях составляет 0,3–0,4 от первоначального. В то же время при восстановлении изделий на специализированных ремонтных заводах позволяет увеличить вторичный ресурс до 0,8 от первоначального.

К технико-экономическим показателям, характеризующим совершенство конструкции, относятся:

а) коэффициент затрат средств (труда) на техническое обслуживание и ремонт

$$\hat{E}_{\partial\dot{i}\partial\dot{a}\dot{i}} = \frac{\tilde{N}_{\Sigma}}{\tilde{N}_i}, \quad (8.55)$$

где C_{Σ} – суммарные затраты труда или денежных средств на техническое обслуживание и ремонт за рассматриваемый период эксплуатации;

C_n – начальная стоимость изделия (или трудоемкость его изготовления);

б) коэффициент затрат на ЗИП (запасные инструменты и принадлежности)

$$\hat{E}_{\text{ЗЭИ}} = \frac{\tilde{N}_{\text{ЗЭИ}}}{\tilde{N}_i}, \quad (8.56)$$

где $C_{\text{ЗИП}}$ – стоимость ЗИП, расходуемых за рассмотренный период эксплуатации.

К последней из рассматриваемых групп показателей можно отнести :

а) коэффициент технической оснащенности работ при техническом обслуживании и ремонте $K_{\text{ос.т.о}}$ и $K_{\text{ос.рем}}$

$$\left. \begin{aligned} \hat{E}_{\hat{i} \bar{n}, \hat{o}, \hat{i}} &= \frac{\tilde{N}_{\hat{i} \bar{n}, \hat{o}, \hat{i}}}{\tilde{N}_{\hat{i}}}, \\ \hat{E}_{\hat{i} \bar{n}, \hat{o}, \hat{a} \hat{i}} &= \frac{\tilde{N}_{\hat{i} \bar{n}, \hat{o}, \hat{a} \hat{i}}}{\tilde{N}_{\hat{i}}}, \end{aligned} \right\} \quad (8.57)$$

где $C_{\text{ос, т.о.}}$; $C_{\text{ос, рем}}$ – стоимость технологического оборудования, используемого при техническом обслуживании и ремонте, отнесенная к одному изделию;

$C_{\text{н}}$ – стоимость изделия ;

б) коэффициент технической вооруженности специалистов, привлекаемых к техническому обслуживанию и ремонту

$$\hat{E}_{\hat{a}, \hat{o}, \hat{i}} = \frac{\tilde{N}_{\hat{i} \bar{n}, \hat{o}, \hat{i}}}{N_{\bar{n} \bar{i}, \hat{o}, \hat{i}}}, \quad \hat{E}_{\hat{a}, \hat{o}, \hat{a} \hat{i}} = \frac{\tilde{N}_{\hat{i} \bar{n}, \hat{o}, \hat{a} \hat{i}}}{N_{\bar{n} \bar{i}, \hat{o}, \hat{a} \hat{i}}}, \quad (8.58)$$

где $N_{\text{сп. т.о.}}$; $N_{\text{сп, рем}}$ – среднегодовое количество специалистов, привлекаемых к работам при техническом обслуживании и ремонте;

в) коэффициент средней квалификации специалистов, привлекаемых к техническому обслуживанию и ремонтам

$$\hat{E}_{\hat{e} \hat{a}, \hat{o}, \hat{i}} = \frac{\sum_{i=1}^{K_{\hat{o}, \hat{i}}} n_{\hat{o}, \hat{i}, i} k_{\hat{e} \hat{a}, i}}{N_{\bar{n} \bar{i}, \hat{o}, \hat{i}}}, \quad (8.59)$$

$$\hat{E}_{\hat{e} \hat{a}, \hat{o}, \hat{a} \hat{i}} = \frac{\sum_{i=1}^{K_{\hat{o}, \hat{a} \hat{i}}} n_{\hat{o}, \hat{i}, i} k_{\hat{e} \hat{a}, j}}{N_{\bar{n} \bar{i}, \hat{o}, \hat{a} \hat{i}}}, \quad (8.60)$$

где $n_{\text{т.о.}, i}$; $n_{\text{рем.}, j}$ – количество специалистов, привлекаемых для проведения технического обслуживания и ремонта i -го (j -го) вида;

$k_{\text{кв.}, i}$; $k_{\text{кв.}, j}$ – разряд специалистов, выполняющих работы по техническому обслуживанию и ремонту вида i и j .

Рассмотренные группы дополнительных показателей и их состав не исчерпывают всего многообразия показателей этих групп. В зависимости от особенностей конструкции изделий и условий их эксплуатации, состав показателей и их классификация могут изменяться.

§ 8.7. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ ИЗДЕЛИЙ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Одним из важнейших вопросов ремонтпригодности изделий является экспериментальная оценка количественных показателей ремонтпригодности. Для нахождения оценок необходимо спланировать испытания по техническому обслуживанию и ремонту изделий. Оценка показателей ремонтпригодности может осуществляться по результатам специальных испытаний, а также могут быть использованы результаты испытаний, проводимые для определения других показателей надежности.

В качестве основных показателей ремонтпригодности изделий, оцениваемых при испытаниях, являются: время пребывания изделия на техническом обслуживании $t_{т.о}$ или ремонте $t_{рем}$, трудоемкость при техническом обслуживании $L_{т.о}$ или $L_{рем}$, а также затраты средств на обслуживание $C_{т.о}$ и ремонт $C_{рем}$. Как указывалось выше, все рассмотренные показатели являются вероятностными и, следовательно, для их оценки используются статистические методы. По результатам испытаний определяют не истинные значения показателей ремонтпригодности, а их приближенные значения с той или иной точностью и достоверностью.

Статистический метод оценки характеристик ремонтпригодности изделий решает две задачи:

1) по данным испытаний определяют количественные значения показателей ремонтпригодности. Эти испытания называются определительными и проводятся они на опытных образцах;

2) по данным испытаний оценивают количественные показатели ремонтпригодности изделия и сравнивают с требованиями технических условий. Эти испытания называются контрольными и проводятся они на серийных изделиях.

Оба вида испытаний различаются не только их целями, но и их применяемыми методами планирования. Так например, для определительных испытаний требуется значительно больший объем, чем для контрольных. В обоих случаях должен быть установлен объем наблюдений (число обслуживаний или ремонтов данного вида), необходимых для решения поставленной задачи, и решен вопрос, на каком количестве изделий этот объем наблюдений должен быть получен. Такая задача возникает в связи с тем, что необходимое число технических обслуживаний, а также ремонтов могут быть получены как на нескольких,

так и на одном изделии. Для получения более объективной информации желательно подвергнуть одновременному обследованию большее количество изделий с одинаковой наработкой.

Вопросам планирования испытаний для определения и контроля количественных показателей надежности таких как: вероятность безотказной работы, наработка на отказ – посвящена пятая глава настоящей книги. В данной главе рассмотрим некоторые методы планирования применительно к показателям ремонтпригодности.

Аналогично показателям надежности, для контроля характеристик ремонтпригодности установлены следующие виды контроля: одноступенчатый, двухступенчатый, многоступенчатый и последовательный. Эти виды контроля различаются между собой процедурой их проведения и степенью учета информации, получаемой в ходе испытаний. С точки зрения процедуры испытаний одноступенчатый контроль является наиболее простым, но в то же время и наиболее длительным. Последовательный план испытаний является наиболее сложным, но в то же время обеспечивает минимальный объем наблюдений, необходимый для принятия решения о соответствии характеристик ремонтпригодности установленным к ним требованиям по технической документации.

Рассмотрим наиболее простой одноступенчатый контроль, когда планирование испытаний осуществляется по двум заданным уровням показателя ремонтпригодности: приемочному уровню $x_{пр}$ и браковочному уровню $x_{бр}$. Для рассматриваемых выше характеристик ремонтпригодности изделий (время нахождения на обслуживании или в ремонте, затраты труда или средств на рассматриваемый вид обслуживания или ремонта), очевидно будет справедливо неравенство $x_{пр} < x_{бр}$.

Математически процедуру контроля для одноступенчатого плана можно записать в виде соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= P(\bar{\tilde{O}} \geq \tilde{O}_{\alpha, \delta \hat{\alpha} i}), \text{ при } x = x_{пр} \\ \beta &= P(\bar{\tilde{O}} \leq \tilde{O}_{\beta, \delta \hat{\alpha} i}), \text{ при } x = x_{бр} \end{aligned} \right\} \quad (8.61)$$

где x – истинное (неизвестное) значение показателя ремонтпригодности;

$\bar{\tilde{O}}$ – среднее значение показателя ремонтпригодности, полученное по результатам наблюдения,

$$\bar{O} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad (8.62)$$

- x_i – результат i -го наблюдения из совокупности n наблюдений;
 $X_{\text{т.рем}}$ – требуемое значение показателя ремонтпригодности;
 α – ошибка первого рода, т. е. вероятность отрицательно оценить изделие по рассматриваемому показателю ремонтпригодности, в то время как истинное значение показателя ремонтпригодности соответствует приемочному уровню, $X_{\text{пр}} = X_{\alpha}$;
 β – ошибка второго рода, представляющая собой вероятность положительно оценить изделие по рассматриваемому показателю ремонтпригодности, в то время как истинное значение показателя ремонтпригодности равно браковочному уровню, $X_{\text{бр}} = X_{\beta}$.

Величины α и β называют рисками поставщика и потребителя. Значения величин α и β обычно принимают в пределах 0,05–0,20.

Соотношения (8.61) получают из оперативной характеристики одноступенчатого плана контроля показателя ремонтпригодности (рис. 8.1). Оперативная характеристика $P(x)$ представляет собой зависимость между вероятностью положительной оценки изделия по рассматриваемому показателю ремонтпригодности и значению характеристики x , которое она принимает при установленном объеме наблюдений n . В этом случае соотношения (8.61) запишутся в виде [9]:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 1 - D(\tilde{O}_{\text{ид}}), \\ \beta &= D(\tilde{O}_{\text{ад}}). \end{aligned} \right\} \quad (8.63)$$

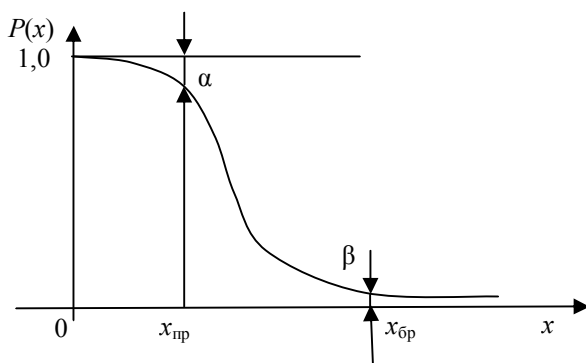


Рис. 8.1. Оперативная характеристика

Аналитический вид зависимостей (8.63) выражается согласно закону распределения показателя ремонтпригодности. Из формул (8.61) определяются значения объема наблюдений n и контрольного норматива X_t при заданных значениях величин $x_{\text{пр}}$, $x_{\text{бр}}$, α и β .

Если по результатам испытаний полученное среднее значение показателя ремонтпригодности будет меньше требуемого $\bar{O} \leq \tilde{O}_0$, то изделие по ремонтпригодности оценивается положительно с вероятностью совершения ошибки α .

Требуемый объем испытаний (наблюдений) n определяется заданной точностью и достоверностью. Характеристикой точности контроля является отношение величин $x_{\text{бр}}$ к $x_{\text{пр}}$, которое обычно принимается не менее, чем 1,25, т. е. $\tilde{o}_{\text{ао}} / \tilde{o}_{\text{іо}} \geq 1,25$.

Для планирования определительных испытаний, когда ставится задача определения неизвестных значений показателей ремонтпригодности изделия, используется математическая модель следующего вида:

$$P(\tilde{o}_i \leq \bar{o} \leq \tilde{o}_a) = 1 - \alpha, \quad (8.64)$$

где $\bar{o}$ – среднее значение показателя ремонтпригодности;

$x_{\text{н}}$ – нижняя доверительная граница показателя ремонтпригодности;

$x_{\text{в}}$ – верхняя доверительная граница показателя ремонтпригодности;

$(1-\alpha)$ – доверительная вероятность.

Таким образом, показатель ремонтпригодности выражается в виде интервальной оценки.

Аналитический вид зависимости (8.64) определяется законом распределения случайной величины X и, следовательно, каждому закону будут соответствовать определенные значения n при заданных $x_{\text{н}}$, $x_{\text{в}}$ и $(1-\alpha)$. Таким образом, при известном законе распределения показателя ремонтпригодности x необходимо провести испытания в таком объеме, при котором бы неизвестное среднее значение x попало в интервал $(\tilde{o}_i \leq \bar{O} \leq \tilde{o}_a)$ с доверительной вероятностью $1-\alpha$. Отношение $\tilde{o}_a / \tilde{o}_i$ характеризует точность, а $1-\alpha$ – достоверность. Уменьшение значения отношения $\tilde{o}_a / \tilde{o}_i$ и увеличение значения $1-\alpha$ сопровождается увеличением объема наблюдений n . Обычно значение доверительной вероятности $1-\alpha$ принимается равным 0,90 или 0,95. Точность определения показателя ремонтпригодности

устанавливается из экономических соображений.

§ 8.8. ПЛАНИРОВАНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ И ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ ДЛЯ ОДНОСТУПЕНЧАТОГО ПЛАНА

Планирование испытаний заключается в определении условий их проведения и контроля. Условия проведения испытаний базируются или на реальной эксплуатации изделий, или на специальных испытаниях, проводимых для определения оценок показателей ремонтпригодности. Если условия проведения специальных испытаний отличаются от условий реальной эксплуатации изделий, то проверка гипотезы об однородности информации о полученных оценках должна проводиться с помощью критериев значимости (согласия).

Рассмотрим одноступенчатый план контроля показателей ремонтпригодности для нормального и экспоненциального законов распределения случайной величины.

Нормальному закону распределения в большинстве случаев подчиняются показатели ремонтпригодности при среднем и капитальном ремонтах, а также при технических обслуживаниях большого объема.

При ежедневных, еженедельных, ежемесячных технических обслуживаниях, а также текущих ремонтах показатели ремонтпригодности в большинстве случаев подчиняются экспоненциальному закону.

В некоторых случаях характеристики ремонтпригодности могут описываться логарифмически нормальным законом, гамма-распределением, распределением Вейбулла.

Случай нормального закона распределения показателей ремонтпригодности

Нормальный закон является двухпараметрическим с параметрами $\bar{\delta}$ (математическое ожидание) и дисперсией $\sigma^2(x)$. При планировании испытаний дисперсия, как правило, неизвестна. В практике планирования испытаний чаще известен параметр $v = \frac{\sigma(\delta)}{\bar{\delta}}$ — коэффициент вариации, который обычно принимает значения в границах 0,1–0,4. В этом случае

оперативная характеристика определяется по формуле [9]

$$P(x) = 1 - F\left(\frac{x - x_{i\delta}}{x\sigma(x)}\right) \quad (8.65)$$

или

$$P(x) = 1 - F\left[\frac{(x - x_{\delta})\sqrt{n}}{\sqrt{\delta}}\right], \quad (8.66)$$

где $\sigma(x)$ – среднее квадратическое отклонение случайной величины X ;

$F(x)$ – нормированная функция распределения случайной величины X .

Используя соотношения (8.63) и условие, что $x_{np} < x_{бр}$, запишем:

$$\alpha = 1 - F\left[\frac{(x_{\delta} - x_{np})\sqrt{n}}{\sqrt{x_{i\delta}}}\right]; \quad (8.67)$$

$$\beta = 1 - F\left[\frac{(x_{ap} - x_{\delta})\sqrt{n}}{\sqrt{x_{a\delta}}}\right]. \quad (8.68)$$

Из формул (8.67) и (8.68) определяют величины n и x_T по формулам:

$$\sqrt{n} = \frac{\sqrt{x_{i\delta}}U_{1-\alpha} + \sqrt{x_{a\delta}}U_{1-\beta}}{x_{a\delta} - x_{i\delta}}; \quad (8.69)$$

$$x_{\delta} = x_{i\delta} \left(1 + \frac{\sqrt{x_{i\delta}}}{\sqrt{n}} U_{1-\alpha}\right); \quad (8.70)$$

$$x_{\delta} = x_{a\delta} \left(1 - \frac{\sqrt{x_{a\delta}}}{\sqrt{n}} U_{1-\beta}\right), \quad (8.71)$$

где $U_{1-\alpha}$ и $U_{1-\beta}$ – квантили нормального распределения, соответствующие вероятностям $1-\alpha$ и $1-\beta$ и определяются по табл. прил. 1.

В табл. 8.4 приведены значения объемов контрольных испытаний n , заимствованных из [9].

Таблица 8.4

Объемы испытаний n при $\alpha = \beta = 0,1$ и $v = 0,05-0,3$

$\frac{\tilde{\sigma}_{a\delta}}{\tilde{\sigma}_{i\delta}}$	Коэффициент вариации, v						$\frac{\tilde{\sigma}_{a\delta}}{\tilde{\sigma}_{i\delta}}$	Коэффициент вариации, v					
	0,05	0,1	0,15	0,20	0,25	0,30		0,05	0,1	0,15	0,20	0,25	0,30

1,1	2	8	17	29	46	66	1,5	—	—	—	2	3	4
1,2	1	2	5	8	13	18	1,6	—	—	—	2	3	3
1,3	—	1	3	4	7	9	1,7	—	—	—	2	2	3
1,4	—	—	2	3	4	6	1,8	—	—	—	—	2	2

Пример 8.9. При проведении технических обслуживаний совокупности изделий, находящихся в эксплуатации, необходимо определить объем контрольных испытаний и нормативную величину времени технического обслуживания, если известны следующие данные:

$$t_{т.о\alpha} = 100 \text{ ч}, t_{т.о\beta} = 120 \text{ ч}, v = 0,2, \alpha = \beta = 0,1.$$

Решение. По табл. прил. 1 находим: $U_{1-\alpha} = U_{1-\beta} = 1,282$, для определения объема испытаний воспользуемся формулой (8.69)

$$\sqrt{n} = \frac{v(t_{\hat{\alpha}} U_{1-\alpha} + t_{\hat{\beta}} U_{1-\beta})}{t_{\hat{\beta}} - t_{\hat{\alpha}}} = \frac{0,2(100 \cdot 1,282 + 120 \cdot 1,282)}{120 - 100} = 2,82.$$

Отсюда $n = 8$.

Величину нормативного времени вычислим по формуле (8.70)

$$t_{\hat{\alpha}} = t_{\hat{\alpha}} \left(1 + \frac{v}{\sqrt{n}} U_{1-\alpha} \right) = 100 \left(1 + \frac{0,2 \cdot 1,282}{2,82} \right) = 109 \div.$$

Таким образом, если по результатам наблюдений в процессе эксплуатации получили, что среднее значение времени технического обслуживания будет меньше или равно нормативному времени технического обслуживания, то изделие соответствует предъявляемым к нему требованиям по ремонтпригодности к рассматриваемому показателю, т. е.

$$\bar{t}_{\hat{\alpha}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{\hat{\alpha}i} \leq 109 \div.$$

Пример 8.10. Определить объем контрольных испытаний n и величину нормативного времени $t_{т.о.т}$ при исходных данных предыдущего примера, изменяя лишь значения рисков поставщика и потребителя на величину $\alpha = \beta = 0,05$.

Решение. По табл. прил.1 $U_{1-\alpha} = U_{1-\beta} = 1,645$. По формуле (8.69) вычислим объем испытаний

$$\sqrt{n} = \frac{v(t_{\hat{\alpha}} U_{1-\alpha} + t_{\hat{\beta}} U_{1-\beta})}{t_{\hat{\beta}} - t_{\hat{\alpha}}} = \frac{0,2(100 \cdot 1,645 + 120 \cdot 1,645)}{120 - 100} = 3,62.$$

Отсюда $n = 13$.

Величину нормативного времени определим по формуле (8.70)

$$t_{\hat{\alpha}} = t_{\hat{\alpha}} \left(1 + \frac{v}{\sqrt{n}} U_{1-\alpha} \right) = 100 \left(1 + \frac{0,2 \cdot 1,645}{3,62} \right) = 109 \div.$$

Объем наблюдений, как видим, увеличился в 1,625 раза, а значение контрольного норматива осталось прежним.

Случай экспоненциального закона распределения показателей ремонтпригодности

В случае экспоненциального закона плотность распределения показателя ремонтпригодности имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{x} \exp\left(-\frac{x}{x}\right) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad (8.72)$$

где $\lambda = \frac{1}{x}$ – параметр распределения.

Оперативная характеристика $P(x)$ для данного закона представляет

собой χ^2 -распределение случайной величины $\frac{2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{x}$ с числом степеней свободы $f = 2n$. Для определения объема испытаний n и контрольного норматива $t_{\text{т.о.т}}$ при допущении, что $x_{\text{пр}} < x_{\text{бр}}$ воспользуемся соотношениями [6]:

$$\frac{2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{x_{\text{т.о.т}}} = \chi_{1-\alpha}^2(2n); \quad \frac{2 \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{x_{\text{бр}}} = \chi_{\beta}^2(2n), \quad (8.73)$$

$$\text{откуда получим} \quad \frac{\chi_{1-\alpha}^2(2n)}{\chi_{\beta}^2(2n)} \leq \frac{x_{\text{бр}}}{x_{\text{т.о.т}}}. \quad (8.74)$$

В результате решения уравнения (8.74) может быть определен минимальный объем испытаний n , при котором неравенство соблюдается.

Значение контрольного норматива $t_{\text{т.о.т}}$ в этом случае может быть

определено по одному из следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} t_{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}} &= \frac{\tilde{\sigma}_{1-\alpha}^2 \chi_{1-\alpha}^2(2n)}{2n}; \\ t_{\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}} &= \frac{\tilde{\sigma}_{\alpha\beta}^2 \chi_{\beta}^2(2n)}{2n}. \end{aligned} \right\} \tag{8.75}$$

В формулах (8.74) и (8.75) $\chi_{1-\alpha}^2(2n)$ и $\chi_{\beta}^2(2n)$ – квантили χ^2 -распределения, соответствующие вероятностям $1 - \alpha$ и β и числу степеней свободы $f = 2n$.

Для нахождения объема испытаний при одноступенчатом плане воспользуемся формулой (8.69). Так как при экспоненциальном распределении коэффициент вариации равен единице, то получим

$$n = \frac{(U_{1-\alpha}x_{i\delta} + U_{1-\beta}x_{\alpha\delta})^2}{(x_{\alpha\delta} - x_{i\delta})^2}. \tag{8.76}$$

В табл. 8.5 представлены объемы испытаний, заимствованные из [9].
Таблица 8.5

Объемы испытаний при $n=f(\frac{\tilde{\sigma}_{\alpha\delta}}{\tilde{\sigma}_{i\delta}}, \alpha, \beta)$

α		0,05			0,10			0,20		
β		0,05	0,10	0,20	0,05	0,10	0,20	0,05	0,10	0,20
$\frac{\tilde{\sigma}_{\alpha\delta}}{\tilde{\sigma}_{i\delta}}$	1,5	70	50	40	50	40	23	40	25	16
	2,0	22	18	14	17	13	10	12	8	6
	5,0	4	3	2	2	2	1	1	—	—

Обычно при контроле ремонтпригодности принимают величину отношения $\tilde{\sigma}_{\alpha\delta} / \tilde{\sigma}_{i\delta} \geq 1,5$.

Пример 8.11. Определить объем контрольных испытаний и нормативную величину технического обслуживания, если известно, что нормативное время имеет экспоненциальное распределение и известны следующие исходные данные:

$$t_{np} = 100 \text{ ч}, t_{\text{бп}} = 120 \text{ ч}, \alpha = \beta = 0,1.$$

Решение. По табл. прил. 1 находим $U_{1-\alpha} = U_{1-\beta} = 1,282$, затем по формуле

(8.76) определим объем испытаний

$$n = \frac{(U_{1-\alpha} t_{i\delta} + U_{1-\beta} t_{a\delta})^2}{(t_{a\delta} - t_{i\delta})^2} = \frac{(1,282 \cdot 100 + 1,282 \cdot 120)^2}{(150 - 100)^2} = 197.$$

Так как число степеней свободы $n = 197$, то приближенно значение квантили χ_α^2 определяется по следующей формуле [3]:

$$\text{при } n > 30 \quad \chi_\alpha^2 \approx 0,5 (U_{1-\alpha} \pm \sqrt{2k-1})^2,$$

где $(U_{1-\alpha})$ – квантиль нормального распределения – определяется по табл. прил. 1.

В нашем случае число степеней, свободы $f = 2(2n) = 798$.

$$\chi_{0,9}^2 \approx 0,5 (1,282 + \sqrt{798-1})^2 \approx 433.$$

Далее, подставляя исходные данные в одну из формул (8.75), найдем величину нормативного времени технического обслуживания

$$t_{\delta.i,\delta} = \frac{t_{i\delta} \hat{\sigma}_{1-\alpha}^2(2n)}{(2n)} = \frac{100 \cdot 433}{2 \cdot 197} = 109 \div.$$

Таким образом, при одинаковых исходных данных (пример 8.9) величина нормативного времени одинакова, в то время как число наблюдений в случае экспоненциального закона по сравнению с нормальным распределением значительно превышает $n = 197 \gg 8$.

Как в предыдущем случае, изделие по показателю ремонтпригодности оценивается положительно, если по результатам испытаний сохраняется

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_{\delta.i,i} \leq 109 \div.$$

Пример 8.12. В процессе испытаний аппаратуры определить необходимый объем, который должен соответствовать для оценки ремонтпригодности и вычислить нормативный уровень технического обслуживания при следующих исходных данных: $\alpha = 0,05$;

$$\beta = 0,1; t_{пп} = 200 \text{ ч}, \frac{t_{a\delta}}{t_{i\delta}} = 2,0.$$

Решение. Для определения объема испытаний воспользуемся табл. 8.5. По исходным данным объем испытаний равен $n = 18$. По формуле приближенных вычислений для χ_α^2 находим

$$\chi_{0,95}^2 = 0,5 \quad (U_{0,95} \pm \sqrt{2k-1})^2 = 0,5(1,645 + \sqrt{2 \cdot 36 - 1})^2 = 50,7.$$

Нормативное время технического обслуживания вычислим по выражению

$$t_{\delta i, \delta} = \frac{t_{i\delta} \chi_{\alpha}^2(2n)}{2n} = \frac{200 \cdot 50,7}{2 \cdot 18} = 280 \div.$$

Аппаратура по техническому обслуживанию оценивается положительно, но если среднее статистическое время не превышает нормативного, т. е.

$$\bar{t} \leq t_{\delta i, \delta} = 280 \div.$$

§ 8.9. ПЛАНИРОВАНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ. ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ ИЗДЕЛИЙ ДЛЯ ОДНОСТУПЕНЧАТОГО ПЛАНА

Планирование определительных испытаний, как и контрольных, основывается на гипотезе о законе распределения оцениваемой характеристики ремонтпригодности. Уравнение (8.64) при известном законе распределения случайной величины позволяет определить необходимый объем испытаний. Для простоты изложения рассмотрим решение задачи на примере нормального и экспоненциального законов распределения.

Определение объема испытаний для случая нормального закона распределения показателя ремонтпригодности

Математическую модель (8.64) определительных испытаний можно записать в следующем виде

$$P\{(x - \bar{x}) \leq \varepsilon\} = 1 - \alpha, \quad (8.77)$$

где $\bar{x}$ – среднее значение случайной величины показателя ремонтпригодности;

x – текущее значение случайной величины показателя ремонтпригодности;

ε – абсолютная ошибка определения величины x .

Значение абсолютной ошибки ε дает выражение [9]

$$\varepsilon = t_{\alpha}(f) \frac{S(x)}{\sqrt{n}}, \quad (8.78)$$

где $t_{\alpha}(f)$ – квантиль распределения Стьюдента, соответствующая вероятности α и числу степеней свободы $f = n-1$;

$S(x)$ – среднее квадратическое отклонение случайной величины x .

$$S(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (8.79)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (8.80)$$

Таким образом, задаваясь величиной ε и $1-\alpha$ по формуле (8.78) можно определить объем испытаний

$$n = \left(\frac{t_{\alpha}(f) S(x)}{\varepsilon} \right)^2. \quad (8.81)$$

Часто вместо абсолютной ошибки при определении объемов испытаний пользуются относительной ошибкой

$$\delta = \frac{\varepsilon}{\bar{\sigma}} = \frac{t_{\alpha}(f) S(x)}{\bar{\sigma} \sqrt{n}}. \quad (8.82)$$

В этом случае объем испытаний находится по формуле

$$n = \left(\frac{t_{\alpha}(f) S(x)}{\delta \bar{\sigma}} \right)^2. \quad (8.83)$$

Так как $\frac{S(x)}{\bar{\sigma}} = v$ – коэффициент вариации, то выражение (8.83) можно записать так:

$$n = \frac{t_{\alpha}^2(f) v^2}{\delta^2} \quad (8.84)$$

или

$$\frac{\delta}{v} = \frac{t_{\alpha}(f)}{\sqrt{n}}. \quad (8.85)$$

Следовательно, задав значения δ , α , v , по статистическим таблицам определяют объем испытаний по квантили $t_{\alpha}(f)$ критерия Стьюдента [3, 8, 9].

Наиболее удобно при планировании испытаний пользоваться формулой (8.83), так как она позволяет по результатам испытаний в зависимости от полученного коэффициента вариации остановить или продолжить испытания. Если полученное статистическое значение коэффициента вариации будет больше заданного, то испытания необходимо продолжить до тех пор, пока значение коэффициента вариации будет равно или меньше заданного. Для определительных испытаний наиболее приемлемым является величина

$$\frac{\delta}{v} \leq 0,3.$$

Для некоторых значений δ/v и α в табл. 8.6 приведены объемы определительных испытаний, заимствованных из [9].

Таблица 8.6

Значения $n = f(\delta/v, \alpha)$

α	δ/v									
	1,0	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10
0,10	4	5	6	7	9	10	19	32	70	272
0,05	6	7	8	10	13	10	23	45	98	388

Пример 8.13. Найти необходимый объем испытаний для определения характеристики технического обслуживания при следующих исходных данных:

$$\alpha = 0,05; \delta/v = 0,2.$$

Решение. По табл. 8.6 для $\alpha = 0,05; \delta/v = 0,2, n = 98$.

**Определение объема испытаний
для случая экспоненциального закона распределения
показателя ремонтпригодности**

Математическая модель (8.64) в этом случае принимает вид

$$P\left(\frac{2S}{x_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(f)} < \bar{x} < \frac{2S}{x_{\frac{\alpha}{2}}^2(f)}\right) = 1 - \alpha, \quad (8.86)$$

где S – суммарный результат наблюдений $S = \sum_{i=1}^n x_i$;

$f = 2n$ – число степеней свободы χ^2 -распределения;

$\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(f), \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(f)$ – квантили χ^2 -распределения с числом степеней свободы $f = 2n$, соответствующие вероятности $\alpha/2$ и $1-\alpha/2$.

Из формулы (8.86) нижняя и верхняя доверительные границы соответственно запишутся:

$$x_i = \frac{2S}{x_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(f)}; \quad \tilde{\sigma}_a = \frac{2S}{x_{\frac{\alpha}{2}}^2(f)}, \quad (8.87)$$

откуда

$$\frac{\tilde{\sigma}_a}{\tilde{\sigma}_i} = \frac{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}, 2n}^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}, 2n}^2}. \quad (8.88)$$

При заданной точности определения показателя x ремонтпригодности в виде отношения x_v, x_n и величины α , пользуясь таблицами χ^2 -распределения, по формуле (8.88) можно определить неизвестное значение объема испытаний n .

При планировании определенных испытаний рекомендуется брать отношение $x_v/x_n \leq 2,0$. Если это отношение по результатам испытаний окажется больше заданной величины, то испытания должны быть продолжены до получения требуемого значения точности.

Для некоторых значений отношений x_v/x_n и α в табл. 8.7 приведены объемы испытаний.

Таблица 8.7

Объемы испытаний n

α	x_v/x_n
----------	-----------

	1,2	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0
0,1	370	66	36	23	13	9	6	4
0,05	495	95	50	33	19	13	8	6

Пример 8.14. Пусть в техническом задании определено требование к техническому обслуживанию в виде следующих исходных данных: $x_b/x_n = 1,35$, $\alpha = 0,10$. Определить необходимый объем испытаний для заданной точности и достоверности.

Решение. По таблицам χ^2 -распределения подбираем такие значения квантилей для $\alpha = 0,05$ и $1-\alpha = 0,95$, при которых их отношение будет меньше или равно 1,35. В нашем случае для $f = 2n = 240$ имеем

$$\tilde{\sigma}_{0,95}^2(240) = 276,83, \quad \tilde{\sigma}_{0,05}^2(240) = 205,03.$$

Отсюда
$$\frac{\tilde{\sigma}_{0,95}^2(240)}{\tilde{\sigma}_{0,05}^2(240)} = \frac{276,83}{205,03} = 1,35..$$

Таким образом, объем испытаний $n = 120$.

Пример 8.15. Пусть задано $\frac{t_{\delta i, \hat{a}}}{t_{\delta i, i}} = 2,0$; при этом принимаем $t_{t.o,n} = 50$ ч.

Определить объем испытаний и требуемый уровень времени технического обслуживания для контроля при $\alpha = 0,05$.

Решение. По табл. 8.7 находим объем испытаний $n = 33$.

Требуемый уровень контроля определяем по формуле (8.75)

$$t_{\delta i, \delta} = \frac{t_{i \delta} \tilde{\sigma}_{1-\alpha, (2n)}^2}{2n} = \frac{50 \cdot \tilde{\sigma}_{0,95}^2(66)}{2 \cdot 33} = \frac{50 \cdot 86}{66} = 65 \div.$$

Оценка показателей ремонтпригодности изделий по данным испытаний и эксплуатации производится аналогично оценке показателей надежности.

Глава 9 ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ПО ВОССТАНОВЛЕНИЮ ТЕХНИКИ В УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ

§ 9.1. ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПО ВОССТАНОВЛЕНИЮ И ПОДДЕРЖАНИЮ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИКИ ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Известно, что в процессе эксплуатации изделие определенное время используется по назначению при выполнении соответствующей работы, некоторое время транспортируется, хранится и часть времени используется на технические обслуживания и ремонт. При этом для сложных технических систем в нормативно-технической документации устанавливаются виды технических обслуживаний (ТО-1, ТО-2,...) и ремонтов (текущий, средний, капитальный). На стадии эксплуатации изделий проявляются технико-экономические последствия низкой надежности, связанные с простоями техники и затратами на устранение отказов и приобретение запасных частей. С целью поддержания надежности изделий на заданном уровне в процессе эксплуатации необходимо проводить комплекс мероприятий, который может быть представлен в виде двух групп: мероприятия по соблюдению правил и режимов эксплуатации; мероприятия по восстановлению работоспособного состояния.

К первой группе мероприятий относятся: обучение обслуживающего персонала, соблюдение требований эксплуатационной документации, последовательности и точности проводимых работ при техническом обслуживании, диагностический контроль параметров и наличия запасных частей, осуществление авторского надзора и т. п.

К основным мероприятиям второй группы относятся: корректировка системы технического обслуживания, периодический контроль за состоянием изделия и определение средствами технического диагностирования остаточного ресурса и предотказного состояния, внедрение современной технологии ремонта, анализ причин отказов и организация обратной связи с работниками и изготовителями изделий.

Многие изделия значительную часть времени эксплуатации находятся в состоянии хранения, т. е. не связаны с выполнением основных задач. Для изделий, работающих в таком режиме, преобладающая часть отказов связана с коррозией, а также воздействием пыли, грязи, температуры и влаги. Для изделий, работающих значительную часть времени в эксплуатации, преобладающая часть отказов связана с износом, усталостью или механическим повреждением деталей, узлов. В состоянии простоя интенсивность отказов элементов существенно меньше, чем в рабочем состоянии. Так, например, для электромеханического оборудования это соотношение соответствует величине [9] $\lambda_{\text{хр}}:\lambda_{\text{р}}=1:10$. По данным зарубежных исследований [9] установлено, что для механических элементов это соотношение составляет 1:30, для электронных элементов – 1:80.

Необходимо отметить, что с ростом машинного парка страны, с усложнением техники и расширением областей ее использования возрастает роль этапа эксплуатации техники в суммарных затратах на создание и использование технических систем. Так по данным [9], затраты на поддержание в работоспособном состоянии за счет технических обслуживаний и ремонтов тракторов и самолетов в 5–8 раз превышают стоимость новых машин; металлорежущих станков – в 8–15 раз; радиоэлектронной аппаратуры – в 7–100 раз.

Большие расходы материальных затрат в сфере эксплуатации и ремонта обусловлены не только низкой надежностью техники, но и в значительной степени уровнем организации и технической оснащенностью этой сферы. Так, например, потери в сфере эксплуатации и ремонта автомобилей по организационным причинам в два раза превышают потери из-за недостаточной надежности" автомобилей. Таким образом, при существующей надежности и долговечности автомобилей имеется возможность сократить простои на ремонтах в 1,5–2 раза только за счет повышения уровня организации ремонтных работ в автохозяйствах.

В целях поддержания заданного уровня надежности изделий машиностроения и сокращения затрат в процессе эксплуатации необходимо проведение следующих организационно-технических мероприятий:

1. Возложить ответственность за организацию технического обслуживания техники в течение всего периода эксплуатации на предприятие-изготовитель.

2. Создать изделия высокого качества с минимальными затратами на техническое обслуживание, так как это является основным фактором конкурентоспособности на внешнем рынке.

3. Предприятию-изготовителю обеспечить техническое обслуживание

поставляемых им изделий в течение всего периода эксплуатации.

4. Системе технического обслуживания предприятия-изготовителя включить весь комплекс услуг: снабжение запасными частями, технической документацией, обеспечение ремонтных работ, обучение специалистов по ремонту техники.

5. Предприятию-изготовителю организовать техническое обслуживание всей выпускаемой продукции, как в своей стране, так и в других странах, куда отправляется ею продукция.

6. Разветвленную сеть технического обслуживания создать до того, как предприятие начинает поставлять на рынок изделия.

7. При создании нового изделия системе технического обслуживания обеспечить минимальное время простоя при операциях технического обслуживания и ремонтах, так как эти характеристики являются одними из основных при рекламировании продукции.

8. Службам технического обслуживания систематически информировать предприятие-изготовитель о качестве и надежности выпускаемой продукции и потребностях покупателя в новых видах техники.

Техническая политика предприятий должна быть направлена на снижение объемов и сроков проведения работ по техническому обслуживанию и ремонту техники за счет повышения надежности и долговечности основных узлов. Структурная организация системы технического обслуживания представляется в виде: станций технического обслуживания, ремонтных мастерских, складов запасных частей, служб технической информации, курсов и школ по подготовке кадров. В течение установленного гарантийного срока предприятие-изготовитель обеспечивает бесплатно ремонт и предусмотренные нормативно-технической документацией виды технических обслуживаний.

Право на изготовление запасных частей принадлежит предприятию-изготовителю. Консервация и упаковка запасных частей обеспечивают возможность их длительного хранения (не менее 5 лет). Консервация машины в состоянии поставки обеспечивает, как правило, сохраняемость в течение 3–5 лет.

Для поддержания надежности машины в процессе эксплуатации на заданном уровне объем производства запасных частей должен составлять 25–30 % от стоимости машин.

§ 9.2. ВЫБОР СТРАТЕГИИ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И РЕМОНТА

Известно, что в процессе эксплуатации изделий происходит изменение его основных технических характеристик (например, снижение производительности насосной станции, уменьшение грузоподъемности крана, снижение скорости и мощности трактора и т. д.). Такое изменение технических характеристик изделия в основном обусловлено износом трущихся поверхностей, коррозией металла, развитием трещин и деформаций, а также другими неблагоприятными воздействиями, вызывающими изменение технических параметров. С целью поддержания основных технических характеристик изделия, на заданном в технической документации уровне, требуется управлять происходящими деградиационными процессами путем применения управляющих воздействий, т. е. посредством использования той или иной стратегии технического обслуживания и ремонта. Под стратегией технического обслуживания и ремонта понимается функция, устанавливающая взаимосвязь между объемом, затратами и периодичностью профилактических работ, основным назначением которых является поддержание изделия в работоспособном состоянии в межрегламентные периоды.

Представим сложную техническую систему в виде n последовательно соединенных элементов, при этом отказ любого элемента приводит к отказу системы. Сделаем допущение о том, что каждый отказавший элемент восстанавливается мгновенно, а отказы элементов независимы. В этом случае случайное число отказов системы до момента t

$$\dot{o}(t) = \sum_{k=1}^n m_k(t), \quad (9.1)$$

где $m_k(t)$ – случайное число отказов k -го элемента до момента t .

Среднее число отказов системы до момента t

$$H(t) = M \left[\sum_{k=1}^n m_k(t) \right] = \sum_{k=1}^n M[m_k(t)] = \sum_{k=1}^n H_k(t), \quad (9.2)$$

где $H(t) = M \left[\sum_{k=1}^n m_k(t) \right]$ – функция восстановления k -го элемента.

При $t \rightarrow \infty$ процесс восстановления становится стационарным и

функция восстановления принимает вид

$$\lim_{t \rightarrow \infty} H_k(t) = \frac{t}{T_k} + \frac{\sigma_k^2}{2T_k^2} - \frac{1}{2}, \quad (9.3)$$

где T_k – средняя наработка на отказ k -го элемента,

σ_k^2 – дисперсия наработки на отказ k -го элемента.

Поэтому для больших значений t можно принять

$$H_k(t) = \frac{t}{T_k} + \frac{\sigma_k^2}{2T_k^2} - \frac{1}{2}. \quad (9.4)$$

Учитывая, что $\frac{\sigma_k}{T_k} = v$ – коэффициент вариации, выражение (9.4) можно записать в виде

$$H_k(t) = \frac{t}{T_k} + \frac{(v^2 - 1)}{2}. \quad (9.5)$$

При $v = 1$ оценка (9.5) превращается в точную формулу

$$H_k(t) = \frac{t}{T_k}. \quad (9.6)$$

Для всей системы среднее число восстановлений

$$H_k(t) \approx \sum_{k=1}^n \left(\frac{t}{T_k} + \frac{\sigma_k^2}{2T_k^2} - \frac{1}{2} \right). \quad (9.7)$$

Если время безотказной работы каждого элемента подчинено нормальному закону с параметрами (T_k, σ_k) , то

$$H_k(t) \approx \sum_{k=1}^n \frac{t}{T_k} + \sum_{k=1}^n \frac{\sigma_k^2}{2T_k^2} - \frac{n}{2}. \quad (9.8)$$

При распределении времени безотказной работы по экспоненциальному закону

$$H(t) \approx \sum_{k=1}^n \lambda_k t, \quad (9.9)$$

где λ_k – интенсивность отказов k -го элемента.

Выражения (9.8) и (9.9) могут быть использованы для расчета числа восстановлений и потребности в запасных частях.

Вначале рассмотрим метод выбора оптимальной стратегии технического

обслуживания и ремонта для элемента по критерию минимума затрат на восстановление или замену этого элемента на единицу наработки, т. е.

$$L = M \left[\frac{C}{T} \right], \quad (9.10)$$

где C – затраты на восстановление или замену элемента;

T – случайная величина наработки;

L – математическое ожидание затрат на единицу наработки.

Величина C считается постоянной. Поэтому выражение (9.10) можно записать так:

$$L = CM \left[\frac{1}{T} \right] = C \int_0^{\infty} \frac{f_{\delta}(x)}{x} dx, \quad (9.11)$$

где $f_{\tau}(x)$ – функция плотности распределения наработки до отказа.

Рассмотрим четыре возможных стратегии [10]:

L_1 – элемент заменяется при отказе, L_2 – элемент восстанавливается при отказе, L_3 – элемент заменяется при отказе или при достижении наработки T до очередного технического обслуживания, L_4 – элемент восстанавливается при отказе или при достижении наработки T до очередного технического обслуживания.

В зависимости от вида стратегии L_i величина затрат C будет различна:

для $L_1 \rightarrow C_0 + C_3$;

для $L_3 \rightarrow C_0 + C_3$;

для $L_2 \rightarrow C_0 + C_{\text{в.о.}}$;

для $L_4 \rightarrow C_0 + C_{\text{в.п.}}$;

где C_0 – стоимость работ, связанных с поиском отказа, разборкой, сборкой и т.п. ;

C_3 – стоимость заменяемого элемента;

$C_{\text{в.о.}}$ – стоимость восстановления элемента при отказе;

$C_{\text{в.п.}}$ – стоимость восстановления элемента при профилактическом обслуживании.

Математическое ожидание затрат для каждой из рассматриваемых стратегий определяется из соотношений вида [10]:

$$L_1 = (C_0 + C_3) \int_0^{\infty} \frac{f_{\delta}(x)}{x} dx; \quad (9.12)$$

$$L_2 = (C_0 + C_{\text{в.о.}}) \int_0^{\infty} \frac{f_{\delta}(x)}{x} dx; \quad (9.13)$$

$$L_3 = (C_o + C_3) \left\{ \int_0^T \frac{f_{\dot{o}}(x)}{x} dx + \frac{1}{T} [1 - F_{\dot{o}}(T)] \right\}; \quad (9.14)$$

$$L_4 = (C_o + C_{в.о}) \left\{ \int_0^T \frac{f_{\dot{o}}(x)}{x} dx + \frac{(\tilde{N}_0 + \tilde{N}_{\dot{a}.i})}{T} [1 - F_{\dot{o}}(T)] \right\}. \quad (9.15)$$

Дифференцируя выражение (9.15) по T и приравнявая нулю производную, находим оптимальное значение T [10]

$$T = \left[\frac{C_i + C_{\dot{a}.i}}{\tilde{N}_{\dot{a}.i} - \tilde{N}_{\dot{a}.i}} \right] \frac{1}{\lambda_{\dot{o}}(T)}, \quad (9.16)$$

где $\lambda_{\dot{o}}(T) = \frac{f_{\dot{o}}(T)}{1 - F_{\dot{o}}(T)}$ – интенсивность отказов,

$F_T(T)$ – функция распределения наработки до отказа.

Стратегия L_4 возможна, если $C_{в.о} > C_{в.п.}$

Возможна смешанная стратегия, когда элемент заменяется при отказе, а при профилактическом обслуживании производится его восстановление. В этом случае

$$L_5 = (C_o + C_3) \int_0^T \frac{f_{\dot{o}}(x)}{x} dx + \frac{\tilde{N}_i + \tilde{N}_{\dot{a}.i}}{T} [1 - F_{\dot{o}}(T)]. \quad (9.17)$$

Дифференцируя выражение (9.17) по T и приравнявая нулю производную, получим оптимальное значение T

$$T = \left[\frac{C_i + C_{\dot{a}.i}}{\tilde{N}_{\dot{\varphi}} - \tilde{N}_{\dot{a}.i}} \right] \frac{1}{\lambda_{\dot{o}}(T)}. \quad (9.18)$$

Стратегия L_5 возможна, если $C_3 > C_{в.п.}$

Оптимизацию технического обслуживания рекомендуется проводить в два этапа: на первом этапе определяется вид стратегии, на втором – периодичность операций технического обслуживания и ремонта.

Рассматриваются четыре вида стратегий L технического обслуживания и ремонта:

L_1 – проводятся только плановые технические обслуживания и ремонты, моменты проведения которых регламентируются нормативно-технической документацией;

L_2 – проводятся только неплановые технические обслуживания и ремонты, моменты проведения которых определяются появлением отказа;

L_3 – смешанная стратегия, сочетающая плановые и неплановые виды

стратегий, технические обслуживания и ремонты проводятся в плановые сроки, а также при появлении отказа;

L_4 – по фактическому состоянию, при такой стратегии технические обслуживания и ремонты планируют проведение проверок технического состояния изделия с заданной периодичностью, а решение о необходимости технического обслуживания и ремонта принимается по результатам проверки.

Среди перечисленных стратегий наиболее экономичной является стратегия технического обслуживания и ремонта по фактическому состоянию. Однако эта стратегия требует дополнительного оборудования для определения фактического состояния измеряемого параметра.

Для определения оптимальной периодичности проведения технических обслуживаний и ремонтов, исходя из минимальных затрат, воспользуемся соотношением, полученным в работе [10],

$$\tilde{N} = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{x_k}^{x_{k+1}} [C_1(k+1) + C_2(x_{k+1} - t)] dF(t). \quad (9.19)$$

Решение этого уравнения удовлетворяет условию

$$x_{k+1} - x_k + \frac{C_1}{C_2} = \frac{F(x_k) - F(x_{k-1})}{F(x_k)}, \quad (9.20)$$

где $k = 1, 2, \dots$ – число проверок;

x_k – моменты проведения проверок;

C_1 – затраты на проверку;

C_2 – затраты на восстановление отказа;

$F(x_k)$ – функция распределения наработки на отказ.

В случае, если неизвестен закон распределения отказов, то в качестве наиболее неблагоприятного, в смысле затрат, можно принять равномерное распределение отказов в процессе всего периода эксплуатации, т. е. на интервале времени $[0, T]$.

Для такого распределения выражения (9.19) и (9.20) принимают вид [10]:

$$\tilde{N} = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{x_k}^{x_{k+1}} [C_1(k+1) + C_2(x_{k+1} - t)] \frac{1}{T} dt, \quad (9.21)$$

$$x_{k+1} - x_k + \frac{C_1}{C_2} = x_k - x_{k-1}. \quad (9.22)$$

Поскольку на конечном интервале времени $[0, T]$ проводится конечное число проверок, например n , то моменты проведения проверок находятся по формуле

$$x_k = \frac{kT}{n} + k(n-k) \frac{C_1}{C_2}. \quad (9.23)$$

Для конечного интервала времени $[0, T]$ общее число проверок определяется из соотношения [10]

$$n(n-1) < 2 \cdot \frac{\tilde{N}_2}{\tilde{N}_1} \dot{O}, \quad (9.24)$$

и оно является как наибольшее, удовлетворяющее данному неравенству.

После того, как выбрано число проверок n , определяются моменты времени технических обслуживаний и ремонтов по формуле (9.23).

Пример 9.1. Сложная техническая система находится в эксплуатации в течение $T = 2500$ ч. Предполагается, что распределение отказов подчиняется равномерному закону. Известно, что стоимость затрат на восстановление отказа $C_2 = 1$, а на проверку $C_1 = 200$. Найти оптимальные моменты времени проведения технических обслуживаний и ремонтов.

Решение. Используя формулу (9.24), определим общее число проверок.

Подставляя числовые значения в формулу (9.24), получим

$$n(n-1) < 25, \quad n = 5.$$

По формуле (9.23) определяем моменты времени проверок x_k :

$$x_1 = 500 \text{ ч}, \quad x_2 = 1000 \text{ ч}, \quad x_3 = 1500 \text{ ч}, \quad x_4 = 2000 \text{ ч}, \quad x_5 = 2500 \text{ ч}.$$

Пример 9.2. В процессе эксплуатации электромеханического оборудования буровой установки распределение отказов подчиняется нормальному закону, при этом известны параметры распределения (T_k, σ_k) элементов, входящих в состав буровой установки. Известно, что среднее время восстановления одного отказа $t_v = 50$ ч. Время работы буровой установки t принимается равным 10^4 ч. Предполагается, что элементы, с точки зрения надежности, соединены последовательно, а отказы являются независимыми. Определить среднее число восстановлений буровой установки за время работы и суммарное время, потраченное на восстановление отказов. Исходные данные для расчета сведены в табл. 9.1.

Исходные данные

№ элемента	Наработка на отказ T_k , ч	Дисперсия σ_k^2 , ч ²
I	$2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^8$
2	$1,5 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^8$
3	$4,0 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^8$
4	$6,0 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^8$
5	10^4	$2 \cdot 10^8$

Решение. По формуле (9.8) определяем среднее число восстановлений

$$H(t) = \sum_{k=1}^5 \left(\frac{t}{T_k} + \frac{\sigma_k^2}{2T_k} \right) - \frac{5}{2} = \left[\left(\frac{10^4}{2 \cdot 10^4} + \frac{2 \cdot 10^8}{2 \cdot 4 \cdot 10^8} \right) + \left(\frac{10^4}{1,5 \cdot 10^4} + \frac{3 \cdot 10^8}{2,25 \cdot 10^8} \right) + \left(\frac{10^4}{4 \cdot 10^4} + \frac{5 \cdot 10^8}{2 \cdot 16 \cdot 10^8} \right) + \left(\frac{10^4}{2 \cdot 10^4} + \frac{6 \cdot 10^8}{2 \cdot 36 \cdot 10^8} \right) + \left(\frac{10^4}{10^4} + \frac{2 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^8} \right) \right] - 2,5 = 2.$$

Суммарное время восстановления

$$\hat{O}_a = t_a H(t) = 50 \cdot 2 = 100 \div.$$

Пример 9.3. Электронное оборудование дизель-генератора в процессе эксплуатации имеет экспоненциальное распределение отказов. Элементы, входящие в состав электронного оборудования, соединены последовательно. Известно, что среднее время восстановления одного отказа $t_b = 10$ ч. Время работы дизель-генератора в процессе эксплуатации $t = 10^4$ ч. Определить среднее число восстановлений дизель-генератора за время его работы, а также суммарное время восстановления. Дизель-генератор состоит из 6 последовательно соединенных элементов, интенсивности отказов которых соответственно равны:

$$\lambda_1 = 2,5 \cdot 10^{-4} (1/\text{ч}), \quad \lambda_2 = 3 \cdot 10^{-5} (1/\text{ч}), \quad \lambda_3 = 6 \cdot 10^{-4} (1/\text{ч}),$$

$$\lambda_4 = 2 \cdot 10^{-5} (1/\text{ч}), \quad \lambda_5 = 1,5 \cdot 10^{-4} (1/\text{ч}), \quad \lambda_6 = 2 \cdot 10^{-6} (1/\text{ч}).$$

Решение. Для определения среднего числа восстановлений воспользуемся формулой (9.9)

$$H(t) = \sum_{k=1}^6 \lambda_k t = 10^4 \cdot (2,5 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-5} + 6 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-5} + 1,5 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-6}) = 10,5.$$

Суммарное время восстановления

$$\dot{O}_{\dot{a}} = t_{\dot{a}} H(t) = 10 \cdot 10,5 = 105 \div.$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Надежность и эффективность в технике: Справочник в 10 т. Т. I. Организация. Методология. Терминология. – М.: Машиностроение, 1986. – 223 с.
2. *Вентцель, Е. С.* Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
3. *Гнеденко, Б. В.* Математические методы в теории надежности / Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. – М.: Наука, 1966. – 524 с.
4. *Ллойд, Д.* Надежность / Д. Ллойд, М. Липов. – М.: Советское радио, 1964. – 686 с.
5. *Решетов, Д. Н.* Надежность машин / Д. Н. Решетов, А. С. Иванов, В. В. Фадеев. – М.: Высшая школа, 1988. – 236 с.
6. *Шор, Я. Б.* Таблицы для анализа и контроля надежности / Я. Б. Шор, Ф. И. Кузьмин. – М.: Советское радио, 1968. – 284 с.
7. *Судаков, Р. С.* Испытания систем: выбор объемов и продолжительности / Р. С. Судаков. – М.: Машиностроение, 1988. – 445 с.
8. *Труханов, В. М.* Надежность в технике / В. М. Труханов. – М.: Машиностроение, 1999. – 598 с.
9. Ремонтпригодность машин / Под ред. проф. П. Н. Волкова. – М.: Машиностроение, 1975. – 368 с.
10. *Рыжиков, Ю. И.* Управление запасами / Ю. И. Рыжиков. – М.: Наука, 1969. – 344 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Значения нормальной функции распределения $\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

$$x = (t - M_x) / \sigma; x = U_p = U_\gamma = U_\alpha$$

x	Φ*	Δ	x	Φ*	Δ	x	Φ*	Δ
-0,00	0,5000	40	-0,31	3783	38	-0,62	2676	33
-0,01	4960	40	-0,32	3745	38	-0,63	2643	32
-0,02	4920	40	-0,33	3707	38	-0,66	2611	33
-0,03	4880	40	-0,34	3669	37	-0,65	2578	32
-0,04	4840	39	-0,35	3632	38	-0,66	2546	32
-0,05	4801	40	-0,36	3594	37	-0,67	2514	31
-0,06	4761	40	-0,37	3557	37	-0,68	2483	32
-0,07	4721	40	-0,38	3520	37	-0,69	2451	31
-0,08	4681	40	-0,39	3483	37	-0,70	0,2420	31
-0,09	4641	39	-0,40	0,3446	37	-0,71	2389	31
-0,10	0,4602	40	-0,41	3409	37	-0,72	2358	31
-0,11	4562	40	-0,42	3372	36	-0,73	2327	30
-0,12	4522	39	-0,43	3336	36	-0,77	2297	31
-0,13	4483	40	-0,44	3300	36	-0,75	2266	30
-0,14	4443	39	-0,45	3264	36	-0,76	2236	30
-0,15	4404	40	-0,46	3228	36	-0,77	2206	29
-0,16	4364	39	-0,47	3192	36	-0,78	2177	29
-0,17	4325	39	-0,48	3156	36	-0,79	2148	29
-0,18	4286	39	-0,49	3121	36	-0,80	0,2119	29
-0,19	4247	40	-0,50	0,3085	35	-0,81	2090	29
-0,20	0,4207	39	-0,51	3050	35	-0,82	2061	28
-0,21	4168	39	-0,52	3015	34	-0,83	2033	28
-0,22	4129	39	-0,53	2981	35	-0,88	2005	28
-0,23	4090	38	-0,55	2946	34	-0,85	1977	28
-0,24	4052	39	-0,55	2912	35	-0,86	1949	27
-0,25	4013	39	-0,56	2877	34	-0,88	1922	28
-0,26	3974	38	-0,57	2843	33	-0,88	1894	27
-0,27	3936	39	-0,58	2810	34	-0,89	1867	26
-0,28	3897	38	-0,59	2776	33	-0,90	0,1841	27
-0,29	3859	38	-0,60	0,2743	34	-0,91	1814	26
-0,30	0,3821	38	-0,61	2709	33	-0,92	1788	26

x	Φ^*	Δ	x	Φ^*	Δ	x	Φ^*	Δ
-0,93	1762	26	-1,28	1003	18	-1,63	0516	11
-0,94	1736	25	-1,29	0985	17	-1,66	0505	10
-0,95	1711	26	-1,30	0,0968	17	-1,65	0495	10
-0,96	1685	25	-1,31	0951	17	-1,66	0485	10
-0,97	1660	25	-1,32	0934	16	-1,67	0475	10
-0,98	1635	24	-1,33	0918	17	-1,68	0465	10
-0,99	1611	24	-1,34	0901	16	-1,69	0455	9
-1,00	0,1587	24	-1,35	0885	16	-1,70	0,0466	10
-1,01	1563	24	-1,36	0869	16	-1,71	0436	9
-1,02	1539	24	-1,37	0853	15	-1,72	0427	9
-1,03	1515	23	-1,38	0838	15	-1,73	0418	9
-1,04	1492	23	-1,39	0823	15	-1,74	0409	8
-1,05	1469	23	-1,41	0,0808	15	-1,75	0401	9
-1,06	1446	23	-1,41	0793	15	-1,76	0392	8
-1,07	1423	22	-1,42	0778	14	-1,77	0384	9
-1,08	1401	22	-1,43	0764	15	-1,78	0375	8
-1,09	1379	22	-1,44	0749	14	-1,79	0367	8
-1,10	0,1357	22	-1,45	0735	14	-1,80	0,0359	8
-1,11	1335	21	-1,46	0721	13	-1,81	0351	7
-1,12	1314	22	-1,47	0708	14	-1,82	0344	8
-1,13	1292	21	-1,48	0694	13	-1,83	0336	7
-1,14	1271	20	-1,49	0681	13	-1,84	0329	7
-1,15	1251	21	-1,50	0,0668	13	-1,85	0322	8
-1,16	1230	20	-1,51	0655	12	-1,86	0314	7
-1,17	1210	20	-1,52	0643	13	-1,87	0307	6
-1,18	1190	20	-1,53	0630	12	-1,88	0301	7
-1,19	1170	19	-1,55	0618	12	-1,89	0294	6
-1,20	0,1151	20	-1,55	0606	12	-1,90	0,0288	7
-1,21	1131	19	-1,56	0594	12	-1,91	0281	7
-1,22	1112	19	-1,57	0582	11	-1,92	0274	6
-1,23	1093	18	-1,58	0571	12	-1,93	0268	6
-1,24	1075	19	-1,59	0559	11	-1,94	0262	6
-1,25	1056	18	-1,60	0,0548	11	-1,95	0256	6
-1,26	1038	18	-1,61	0537	11	-1,96	0250	6
-1,27	1020	17	-1,62	0526	10	-1,97	0244	5

x	Φ^*	Δ	x	Φ^*	Δ	x	Φ^*	Δ
-1,98	0239	6	0,13	5517	40	0,48	6844	35
-1,99	0233	5	0,14	5557	39	0,49	6879	36
-2,00	0,0228	49	0,15	5596	40	0,50	0,6915	35
-2,10	0179	40	0,16	5636	39	0,51	6950	35
-2,20	0139	32	0,17	5675	39	0,52	6985	34
-2,30	0107	25	0,18	5714	39	0,53	7019	35
-2,40	0082	20	0,19	5753	40	0,55	7054	34
-2,50	0062	15	0,20	0,5793	39	0,55	7088	35
-2,60	0047	12	0,21	5832	39	0,56	7123	34
-2,70	0035	9	0,22	5871	39	0,57	7157	33
-2,80	0026	7	0,23	5910	38	0,58	7190	34
-2,90	0019	5	0,24	5948	39	0,59	7224	33
-3,00	0,0014	4	0,25	5987	39	0,60	0,7257	34
-3,10	0010	3	0,26	6026	38	0,61	7291	33
-3,20	0007	2	0,27	6064	39	0,62	7324	33
-3,30	0005	2	0,28	6103	38	0,63	7357	32
-3,40	0003	1	0,29	6141	38	0,66	7389	33
-3,50	0002	0	0,30	0,6179	38	0,65	7422	32
-3,60	0002	1	0,31	6217	38	0,66	7454	32
-3,70	0001	0	0,32	6255	38	0,67	7486	31
-3,80	0001	1	0,33	6293	38	0,68	7517	32
-3,90	0000	0	0,34	6331	37	0,69	7549	31
0,00	0,5000	40	0,35	6368	38	0,70	0,7580	31
0,01	5040	40	0,36	6406	37	0,71	7611	31
0,02	5080	40	0,37	6443	37	0,72	7642	31
0,03	5120	40	0,38	6480	37	0,73	7673	30
0,04	5160	39	0,39	6517	37	0,74	7703	31
0,05	5199	40	0,40	0,6554	37	0,75	7734	30
0,06	5239	40	0,41	6591	37	0,76	7764	30
0,07	5279	40	0,42	6628	36	0,77	7794	29
0,08	5319	40	0,43	6664	36	0,78	7823	29
0,09	5359	39	0,44	6700	36	0,79	7852	29
0,10	0,5398	40	0,45	6736	36	0,80	0,7881	29
0,11	5438	40	0,46	6772	36	0,81	7910	29
0,12	5478	39	0,47	6808	36	0,82	7939	28

x	Φ^*	Δ	x	Φ^*	Δ	x	Φ^*	Δ
0,83	7967	28	1,18	8810	20	1,53	9370	17
0,84	7995	28	1,19	8830	19	1,54	9382	16
0,85	8023	28	1,20	0,8849	20	1,55	9394	16
0,86	8051	27	1,21	8869	19	1,56	9406	16
0,87	8078	28	1,22	8888	19	1,57	9418	15
0,88	8106	27	1,23	8907	18	1,58	9429	15
0,89	8133	26	1,24	8925	19	1,59	9441	15
0,90	0,8159	27	1,25	8944	18	1,60	0,9452	15
0,91	8212	26	1,26	8962	18	1,61	9463	15
0,92	8238	26	1,27	8980	17	1,62	9474	14
0,93	8264	25	1,28	8997	18	1,63	9484	15
0,94	8289	26	1,29	9015	17	1,64	9495	14
0,95	8315	25	1,30	0,9032	17	1,65	9505	14
0,96	8340	25	1,31	9049	17	1,66	9515	13
0,97	8365	24	1,32	9066	16	1,67	9525	14
0,98	8389	24	1,33	9082	17	1,68	9535	13
0,99	0,8413	24	1,34	9099	16	1,69	9545	13
1,00	8437	24	1,35	9115	16	1,70	0,9554	13
1,01	8461	24	1,36	9131	16	1,71	9564	12
1,02	8485	23	1,37	9147	15	1,72	9573	13
1,03	8508	23	1,38	9162	15	1,73	9582	12
1,04	8531	23	1,39	9177	15	1,74	9591	12
1,05	8554	23	1,40	0,9192	15	1,75	9599	12
1,06	8577	22	1,41	9207	15	1,76	9608	12
1,07	8599	22	1,42	9222	14	1,77	9616	11
1,08	8621	22	1,43	9236	15	1,78	9625	12
1,09	8186	26	1,44	9251	14	1,79	9633	11
1,10	0,8643	22	1,45	9265	14	1,80	0,9641	11
1,11	8665	21	1,46	9279	13	1,81	9649	11
1,12	8686	22	1,47	9292	14	1,82	9656	10
1,13	8708	21	1,48	9306	13	1,83	9664	11
1,14	8729	20	1,49	9319	13	1,84	9671	10
1,15	8749	21	1,50	0,9332	17	1,85	9678	10
1,16	8770	20	1,51	9345	17	1,86	9686	10
1,17	8790	20	1,52	9357	16	1,87	9693	10

x	Φ^*	Δ	x	Φ^*	Δ	x	Φ^*	Δ
1,88	9699	10	1,99	9767	5	3,00	0,9986	4
1,89	9706	9	2,00	0,9772	49	3,10	9990	3
1,90	0,9713	6	2,10	9821	40	3,20	9993	2
1,91	9719	7	2,20	9861	32	3,30	9995	2
1,92	9726	6	2,30	9893	25	3,40	9997	1
1,93	9732	6	2,40	9919	20	3,50	9998	0
1,94	9738	6	2,50	9938	15	3,60	9998	1
1,95	9744	6	2,60	9954	12	3,70	9999	0
1,96	9750	6	2,70	9965	9	3,80	9999	1
1,97	9756	5	2,80	9974	7	3,90	1,0000	0
1,98	9761	6	2,90	9981	5			

Примечание. По расчетному значению квантили x находят функцию распределения. Так при $x = -0,40$ $\Phi^* = 0,3446 + 0,0037 = 0,3483$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Квантили χ^2 -распределения

$$\frac{1}{2^{(r-1)/2} \Gamma[(r-1)/2]} \int_0^{\chi_{1-\alpha}^2(r-1)} e^{-\frac{t^2}{2}} t^{\frac{r-1}{2}-1} dt = 1 - \alpha$$

$r = m + l$	$\chi_{\alpha}^2(2m)$ при значениях α													
	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,000	0,001	0,004	0,016	0,064	0,148	0,455	1,074	1,642	2,71	3,84	5,41	6,64	10,83
2	0,020	0,040	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,41	3,22	4,60	5,99	7,82	9,21	13,82
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,37	3,66	4,64	6,25	7,82	9,84	11,34	16,27
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,20	3,36	4,88	5,99	7,78	9,49	11,67	13,28	18,46
5	0,554	0,752	1,145	1,610	2,34	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24	11,07	13,39	15,09	20,5
6	0,872	1,134	1,635	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	10,64	12,59	15,03	16,81	22,5
7	1,239	1,564	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,38	9,80	12,02	14,07	16,62	18,48	24,3
8	1,646	2,03	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	11,03	13,36	15,51	18,17	20,1	26,1
9	2,09	2,53	3,32	4,17	5,38	6,39	8,34	10,66	12,24	14,68	16,92	19,68	21,7	27,9
10	2,56	3,06	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,78	13,44	15,99	18,31	21,2	23,2	29,6
11	3,05	3,61	4,58	5,58	6,99	8,15	10,34	12,90	14,63	17,28	19,68	22,6	24,7	31,3
12	3,57	4,18	5,23	6,30	7,81	9,03	11,34	14,01	15,81	18,55	21,0	24,1	26,2	32,9
13	4,11	4,76	5,89	7,04	8,63	9,93	12,34	15,12	16,98	19,81	22,4	25,5	27,7	34,6
14	4,66	5,37	6,57	7,79	9,47	10,82	13,34	16,22	18,15	21,1	23,7	26,9	29,1	36,1
15	5,23	5,98	7,26	8,55	10,31	11,72	14,34	17,32	19,31	22,3	25,0	28,3	30,6	37,7
16	5,81	6,61	7,96	9,31	11,15	12,62	15,34	18,42	20,5	23,5	26,3	29,6	32,0	39,3

$r = m + 1$	$\chi^2_{\alpha}(2m)$ при значениях α													
	0,99	0,98	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
17	6,41	7,26	8,67	10,08	12,00	13,53	16,34	19,51	21,6	24,8	27,6	31,0	33,4	40,8
18	7,02	7,91	9,39	10,86	12,86	14,44	17,34	20,6	22,8	26,0	28,9	32,3	34,8	42,3
19	7,63	8,57	10,11	11,65	13,72	15,35	18,34	21,7	23,9	27,2	30,1	33,7	36,2	43,8
20	8,26	9,24	10,85	12,44	14,58	16,27	19,34	22,8	25,0	28,4	31,4	35,0	37,6	45,3
21	8,90	9,92	11,59	13,24	15,44	17,18	20,3	23,9	26,2	29,6	32,7	36,3	38,9	46,8
22	9,54	10,60	12,34	14,04	16,31	18,10	21,3	24,9	27,3	30,8	33,9	37,7	40,3	48,3
23	10,20	11,29	13,09	14,85	17,19	19,02	22,3	26,0	28,4	32,0	35,2	39,0	41,6	49,7
23	10,86	11,99	13,85	15,66	18,06	19,94	23,3	27,1	29,6	33,2	36,4	40,3	43,0	51,2
25	11,52	12,70	14,61	16,47	18,94	20,9	24,3	28,2	30,7	34,4	37,7	41,7	44,3	52,6
26	12,20	13,41	15,38	17,29	19,82	21,8	25,3	29,2	31,8	35,6	38,9	42,9	45,6	54,1
27	12,88	14,12	16,15	18,11	20,7	22,7	26,3	30,3	32,9	36,7	40,1	44,1	47,0	55,5
28	13,56	14,85	16,93	18,94	21,6	23,6	27,3	31,4	34,0	37,9	41,3	45,4	48,3	56,9
29	14,26	15,57	17,71	19,77	22,5	24,6	28,3	32,5	35,1	39,1	41,6	46,7	49,6	58,3
30	14,95	16,31	18,49	20,6	23,4	25,5	29,3	33,5	36,2	40,3	43,8	48,0	50,9	59,7

Примечание. Для большого числа m степеней свободы можно использовать приближенную формулу $\chi^2_{\alpha}(m) \approx \frac{1}{2} [U_{\alpha} + \sqrt{2m-1}]^2$, где U_{α} – квантиль нормального распределения.

Учебное издание

Владимир Михайлович Труханов

**КРАТКИЙ КУРС ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ
НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ**

Учебное пособие

Редактор *А. К. Саютина*

Техн. редактор *В. И. Фишер*

Компьютерная верстка *Е. В. Макаровой*

Темплан 2007 г. Поз. № 89

Лицензия ИД № 04790 от 18.05.2001

Подписано в печать 29.02.2008. Формат 60х84 1/16. Бумага офсетная.

Гарнитура Times. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,42. Уч.-изд. л. 9,7.

Тираж 300 экз. Заказ

Волгоградский государственный технический университет.

400131 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28.

РПК "Политехник"

Волгоградского государственного технического университета.

400131 Волгоград, ул. Советская, 35