2. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

2.1. Первый закон Ньютона. Масса. Сила

Динамика является основным разделом механики, в ее основе лежат три закона Ньютона, сформулированные им в 1687 г. Законы Ньютона играют исключительную роль в механике и являются (как и все физические законы) обобщением результатов всего человеческого опыта.

Первый закон Ньютона: *всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.*

Стремление сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью**. Поэтому первый закон Ньютона называют также **законом инерции**.

Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчета. Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчета, а те системы, по отношению, к которым он выполняется, называются **инерциальными системами отсчета**. Инерциальной системой отсчета является такая система, которая либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно относительно какой-то другой инерциальной системы. Первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчета.

Опытным путем установлено, что инерциальной можно считать гелиоцентрическую (звездную) систему отсчета (начало координат находится в центре Солнца, а оси проведены в направлении определенных звезд). Система отсчета, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальна, однако эффекты, обусловленные ее неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца), при решении многих задач пренебрежимо малы, и в этих случаях ее можно считать инерциальной . Из опыта известно, что при одинаковых воздействиях различные тела неодинаково изменяют скорость своего движения, т.е., иными словами, приобретают различные ускорения. Ускорение зависит не только от величины воздействия, но и от свойств самого тела (от его массы). **Масса тела - физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая ее инерционные и гравитационные свойства.**

В настоящее время можно считать доказанным, что инертная и гравитационная массы равны друг другу (с точностью, не меньшей 10^{-12} их значения).

Чтобы описать воздействия, упоминаемые в первом законе Ньютона, вводят понятие силы. Под действием сил тела либо изменяют скорость движения, т.е. приобретают ускорения, либо деформируются, т.е. изменяют свою форму и размеры. В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения. Итак, **сила** - *это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате, которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.*

2.2. Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона - основной закон динамики поступательного движения - отвечает на вопрос, как изменяется механическое движение материальной точки (тела) под действием приложенных к ней сил.

Если рассмотреть действие различных сил на одно и то же тело, то оказывается, что ускорение, приобретаемое телом, всегда прямо пропорционально равнодействующей приложенных сил:

$$a \sim F \; (m=const). \qquad (2.1)$$

При действии одной и той же силы на тела с разными массами их ускорение оказывается различным, а именно:

$$a \sim \frac{1}{m} \; (F=const). \qquad (2.2)$$

Используя выражения (2.1) и (2.2) и учитывая, что сила и ускорение -величины векторные, можем записать

$$\vec{a} = \frac{k\vec{F}}{m} \qquad (2.3)$$

Соотношение (2.3) выражает **второй закон Ньютона**: *ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с нею по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела).*

В СИ коэффициент пропорциональности k = 1. Тогда

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

или

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}. \qquad (2.4)$$

Учитывая, что масса материальной точки (тела) в классической механике есть величина постоянная, в выражении (2.4) ее можно ввести под знак производной:

$$\vec{F} = d\frac{m\vec{v}}{dt}. \qquad (2.5)$$

Векторная величина

$$\vec{p} = m\vec{v}, \qquad (2.6)$$

численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости, называется **импульсом (количеством движения**) этой материальной точки.

Подставляя (2.6) в (2.5), получим

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \qquad (2.7)$$

Это выражение – **более общая формулировка второго закона Ньютона**: скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе. Выражение (2.7) называется **уравнением движения материальной точки.**

Единица силы в СИ – **ньютон** (Н): 1 Н - сила, которая массе в 1кг сообщает ускорение 1 м/с^2 в направлении действия силы:

$$1\ \text{Н} = 1\frac{\text{кг}^2\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Второй закон Ньютона справедлив только в инерциальных системах отсчета. Первый закон Ньютона можно получить из второго. Действительно, в случае равенства нулю равнодействующей сил (при отсутствии воздействия на тело со стороны других тел) ускорение (см. (2.3)) также равно нулю. Однако первый закон Ньютона рассматривается как самостоятельный закон (а не как следствие второго закона), т. к. именно он утверждает существование инерциальных систем отсчета, в которых только и выполняется уравнение (2.7).

В механике большое значение имеет **принцип независимости действия сил**: если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил не было. Согласно этому принципу, силы и ускорения можно разлагать на составляющие, использование которых приводит к существенному упрощению решения задач.

Например, на рис.10 действующая сила $\vec{F} = m\vec{a}$ разложена на два компонента: тангенциальную силу $\vec{F}_\tau$ (направлена по касательной к траектории) и нормальную силу $\vec{F}_n$

(направлена по нормали к центру кривизны). Используя выражения $a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt}$ и $a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$, а также ϑ=Rω, можно записать:

$$F_\tau = ma_\tau = \frac{md\vartheta}{dt};$$

$$F_n = ma_n = \frac{m\vartheta^2}{R} = m\omega^2 R.$$

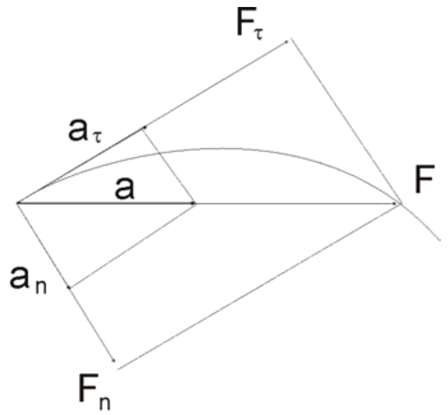

Рис. 10

Если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то, согласно принципу независимости действия сил, под F во втором законе Ньютона понимают результирующую силу.

2.3. Третий закон Ньютона

Взаимодействие между материальными точками (телами) определяется **третьим законом Ньютона**: *всякое действие материальных точек (тел) друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \qquad (2.8)$$

где - сила, действующая на первую материальную точку со стороны

стороны первой. Эти силы приложены к разным материальным точкам (телам), всегда действуют парами и являются силами одной природы.

При использовании законов динамики иногда допускают следующую ошибку: т. к. действующая сила всегда вызывает равную по модулю и противоположную по направлению силу противодействия, то, следовательно, их равнодействующая должна быть равна нулю и тела вообще не могут приобрести ускорения. Однако надо помнить, что во втором законе Ньютона речь идет об ускорении, приобретаемом телом под действием приложенных к нему сил. Равенство нулю ускорения означает равенство нулю равнодействующей сил, приложенных к одному и тому же телу. Третий же закон Ньютона говорит о равенстве сил, приложенных к различным телам. На каждое из двух взаимодействующих тел действует только одна сила, которая и сообщает данному телу ускорение.

Третий закон Ньютона позволяет осуществить переход от динамики отдельной материальной точки к динамике системы материальных точек.

Это следует из того, что для системы материальных точек взаимодействие сводится к силам парного взаимодействия между материальными точками.

2.4. Силы трения

Обсуждая до сих пор силы, мы не интересовались их происхождением. Однако в механике мы будем рассматривать различные силы: трения, упругости, тяготения.

Из опыта известно, что всякое тело, движущееся по горизонтальной поверхности другого тела, при отсутствии действия на него других сил с течением времени замедляет свое движение и в конце концов останавливается. Это можно объяснить существованием **силы трения**, которая препятствует скольжению соприкасающихся тел друг относительно друга. Силы трения зависят от относительных скоростей тел. Силы трения могут быть разной природы, но в результате их действия механическая энергия всегда превращается во внутреннюю энергию соприкасающихся тел.

Различают внешнее (сухое) и внутреннее (жидкое или вязкое) трение. **Внешним трением** называется трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении.

Обсудим некоторые закономерности внешнего трения. Это трение обусловлено шероховатостью соприкасающихся поверхностей; в случае же очень гладких поверхностей трение обусловлено силами межмолекулярного притяжения.

Рассмотрим лежащее на поверхности тело (рис. 11) , к которому приложена горизонтальная сила F.

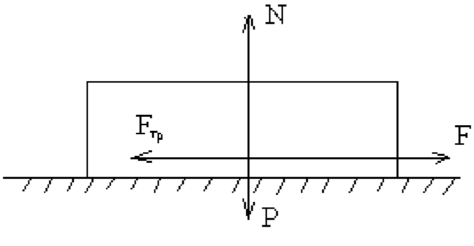

Рис. 11

Тело придет в движение лишь тогда, когда приложенная сила F будет больше силы трения $F_{тр}$. Опытным путем установлен следующий закон:

сила трения скольжения F пропорциональна силе N нормального давления, с которой одно тело действует на другое:

$$F_{тр} = f\,N\,,$$

где f - коэффициент трения скольжения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей.

-Пример

2.5. Закон сохранения импульса. Центр масс

Для вывода закона сохранения импульса рассмотрим некоторые понятия. Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется **механической системой**. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются **внутренними**. Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются **внешними**. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется **замкнутой** или **изолированной**. Если мы имеем механическую систему, состоящую из многих тел, то, согласно третьему закону Ньютона, силы, действующие между этими телами, будут равны и противоположно направлены, т.е. геометрическая сумма внутренних сил равна нулю.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из n тел, масса и скорость которых соответственно равны $m_1, m_2\ m_n$ и $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \ldots, \vec{v}_n$. Пусть $\vec{F}_1{}', \vec{F}_2{}', \ldots, \vec{F}_n{}'$ - равнодействующие внутренних сил, действующих на каждое из этих тел, а $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n$ - равнодействующие внешних сил. Запишем второй закон Ньютона для каждого из n тел механической системы:

$$\frac{d(m_1\vec{v}_1)}{dt} = \vec{F}_1{}' + \vec{F}_1,$$

$$\frac{d(m_2\vec{v}_2)}{dt} = \vec{F}_2{}' + \vec{F}_2,$$

……………………..

$$\frac{d(m_n\vec{v}_n)}{dt} = \vec{F}_n{}' + \vec{F}_n.$$

Складывая почленно эти уравнения, получим

$$\frac{d(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n)}{dt} = \vec{F}_1' + \vec{F}_2' + \ldots + \vec{F}_n' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n.$$

Но так как геометрическая сумма внутренних сил механической системы по третьему закону Ньютона равна нулю, то

$$\frac{d\left(m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_n\vec{v}_n\right)}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n .$$

или

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n . \tag{2.9}$$

где $\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_1$ - импульс системы.

Таким образом, производная по времени от импульса механической системы равна геометрической сумме внешних сил, действующих на систему.

В случае отсутствия внешних сил (рассматриваем замкнутую систему)

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\left(m_i \vec{v}_i\right)}{dt} = 0,$$

т.е.

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_1 = \text{const}.$$

Это выражение и является **законом сохранения импульса**: импульс замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

Закон сохранения импульса справедлив не только в классической физике, хотя он и получен как следствие законов Ньютона.

Эксперименты доказывают, что он выполняется и для замкнутых систем микрочастиц (они подчиняются законам квантовой механики). Этот закон носит универсальный характер, т.е. закон сохранения импульса - фундаментальный закон природы.

Закон сохранения импульса является следствием определенного свойства симметрии пространства - его однородности. **Однородность пространства** заключается в том, что при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого ее физические свойства и законы движения не изменяются, иными словами, не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

Отметим, что, согласно (2.9), импульс сохраняется и для незамкнутой системы, если геометрическая сумма всех внешних сил равна нулю.

В механике Галилея - Ньютона из-за независимости массы от скорости импульс системы может быть выражен через скорость ее центра масс.

Центром масс или **центром инерции** системы материальных точек называется воображаемая точка С, положение которой характеризует распределение массы этой системы. Ее радиус - вектор равен

$$\vec{r}_c = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \vec{r}_i}{m},$$

где m_i и $\vec{r}_i$ - соответственно масса и радиус-вектор i -и материальной точки; n - число материальных точек в системе; $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$ - масса системы.

Скорость центра масс
$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{m_i d\vec{r}_i}{dt},}{m} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \vec{v}_i}{m},$$

Учитывая, что $\vec{p}_1 = m_i \vec{v}_i$, а $\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$ есть импульс $\vec{p}$ системы, можно написать

$$\vec{p} = m\vec{v}_c, \qquad (2.10)$$

т.е. импульс системы равен произведению массы системы на скорость ее центра масс.

Подставив выражение (2.10) в уравнение (2.9), получим

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n, \qquad (2.11)$$

т.е. центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему. Выражение (2.11) представляет собой **закон движения центра масс**.

В соответствии с (2.10) из закона сохранения импульса вытекает, что центр масс замкнутой системы либо движется прямолинейно и равномерно, либо остается неподвижным.