3. РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

3.1. Энергия, работа, мощность

Энергия - универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и др.

В одних явлениях форма движения материи не изменяется (например, горячее тело нагревает холодное), в других - переходит в иную форму (например, в результате трения механическое движение превращается в тепловое). Однако существенно, что во всех случаях энергия, отданная (в той или иной форме) одним телом другому телу, равна энергии, полученной последним телом.

Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Чтобы количественно характеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами, в механике вводится понятие работы силы.

Если тело движется прямолинейно и на него действует постоянная сила $\vec{F}$, которая составляет некоторый угол α с направлением перемещения, то работа этой силы равна произведению проекции силы $\vec{F}_s$ на направление перемещения $(F_s = F\cos\alpha)$ умноженной на перемещение точки приложения силы:

$$A = F_s s = F \cdot s \cdot \cos\alpha \, . \qquad (3.1)$$

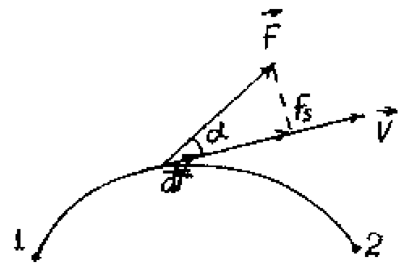
В общем случае сила может изменяться как по модулю, так и по направлению, поэтому формулой (3.1) пользоваться нельзя. Если, однако, рассмотреть элементарное перемещение $d\vec{r}$, то силу $\vec{F}$ можно считать постоянной, а движение точки ее приложения - прямолинейным. Элементарной работой силы $\vec{F}$ на перемещение $d\vec{r}$ называется скалярная величина

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot \cos\alpha \cdot ds = F_s ds,$$

где α - угол между векторами $\vec{F}$ и $d\vec{r}$; $ds = |dr|$ - элементарный путь; F_s - проекция вектора $\vec{F}$ на вектор $d\vec{r}$ (рис.12).

Работа силы на участке траектории от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути. Эта сумма приводится к интегралу

$$A = \int_1^2 F \cdot ds \cdot \cos\alpha = \int_1^2 F_s ds. \tag{3.2}$$



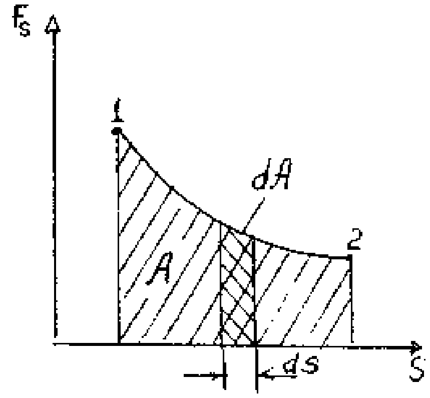


Рис. 12 Рис. 13

Для вычисления этого интеграла надо знать зависимость силы F от пути s вдоль траектории 1-2. Пусть эта зависимость представлена графически (рис.13), тогда искомая работа A определяется на графике площадью закрашенной фигуры. Если, например, тело движется прямолинейно, сила F=const, α=const, то получим

$$A = \int_1^2 F \cdot ds \cdot \cos\alpha = F\cos\alpha \int_1^2 ds = F \cdot s \cdot \cos\alpha,$$

где s - пройденный телом путь (см. также формулу (3.1)).

Из формулы (3.1) следует, что при $\alpha < \frac{\pi}{2}$ работа силы положительна, в этом случае составляющая F_s совпадает по направлению с вектором скорости движения v (рис.12).

Если $\alpha > \frac{\pi}{2}$, то работа силы отрицательна. При $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (сила направлена перпендикулярно перемещению) работа силы равна нулю.

Единица работы - джоуль (Дж): 1 Дж - работа, совершаемая силой в 1 Н на пути в 1 м (1 Дж = 1 Н-м).

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие **мощности:**

$$N = \frac{dA}{dt}. \tag{3.3}$$

За время dt сила $\vec{F}$ совершает работу $\vec{F}d\vec{r}$, и мощность, развиваемая этой силой, в данный момент времени

$$N = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{v},$$

т.е. равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы; N - величина скалярная.

Единица мощности – **ватт** (Вт): 1 Вт - мощность, при которой за время 1с совершается работа в 1 Дж (1 Вт = 1 Дж/с).

3.2. Кинетическая и потенциальная энергии

Кинетическая энергия механической системы - это энергия механического движения этой системы.

Сила $\vec{F}$, действующая на покоящееся тело и вызывающая его движение, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает, на величину затраченной работы . Таким образом , работа dA силы $\vec{F}$ на пути, который тело прошло за время возрастания скорости от 0 до $\vec{v}$, идет на увеличение кинетической энергии dT тела, т.е. dA = dT.

Используя второй закон Ньютона $F = \frac{md\vec{v}}{dt}$ и умножая обе части равенства

на перемещение $d\vec{r}$, получим

$$\vec{F}d\vec{r} = m\frac{d\vec{v}}{dt}d\vec{r} = dA.$$

Так как $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, то $dA = m\vec{v}d\vec{v} = m\vartheta d\vartheta = dT$,

откуда

$$T = \int_0^{\vartheta} m\vartheta d\vartheta = \frac{m\vartheta^2}{2}.$$

Таким образом, тело массой m, движущееся со скоростью ϑ, обладает кинетической энергией

$$T = \frac{m\vartheta^2}{2}. \qquad (3.4)$$

Из формулы (3.4) видно, что кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела, т.е. кинетическая энергия системы есть функция состояния ее движения.

Потенциальная энергия - механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Пусть взаимодействие тел осуществляется посредством силовых полей (например, поля упругих сил, поля гравитационных сил), характеризующихся тем, что работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений. Такие поля называются **потенциальными**, а силы, действующие в них, - **консервативными**. Если же работа, совершаемая силой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, то такая сила называется **диссипативной**; ее примером является сила трения.

Тело, находясь в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией П. Работа консервативных сил при элементарном (бесконечно малом) изменении конфигурации системы равна приращению потенциальной энергии, взятому со знаком минус, т.к. работа совершается за счет убыли потенциальной энергии:

$$dA = -d\Pi. \tag{3.5}$$

Работа dA выражается как скалярное произведение силы $\vec{F}$ на перемещение $d\vec{r}$, и выражение (3.5) можно записать в виде

$$\vec{F}d\vec{r} = -d\Pi. \tag{3.6}$$

Следовательно если известна функция П(r), то из формулы (3.6) можно найти силу $\vec{F}$ по модулю и направлению.

Потенциальная энергия может быть определена исходя из (3.6) как

$$\Pi = -\int \vec{F}d\vec{r} + C,$$

где C - постоянная интегрирования, т.е. потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной. Это, однако, не отражается на физических законах, т.к. в них входит или разность потенциальных энергий в двух положениях тела, или производная П по координатам. Поэтому потенциальную энергию тела в каком-то определенном положении считают равной нулю (выбирают нулевой уровень отсчета), а энергию тела в других положениях отсчитывают относительно нулевого уровня.

Для консервативных сил

$$F_x = -\frac{\partial \Pi}{\partial x},\quad F_y = -\frac{\partial \Pi}{\partial y},\quad F_z = -\frac{\partial \Pi}{\partial z}$$

или в векторном виде

$$\vec{F} = -\mathrm{grad}\,\Pi, \tag{3.7}$$

где

$$\mathrm{grad}\Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z}\vec{k} \qquad (3.8)$$

($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные векторы координатных осей). Вектор, определяемый выражением (3.8), называется **градиентом скаляра П**. Для него наряду с обозначением grad П применяется также обозначение ∇П. ∇ ("набла"), что означает символический вектор, называемый оператором Гамильтона, или **набла–опе-ратором**:

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \qquad (3.9)$$

Конкретный вид функции П зависит от характера силового поля. Например, потенциальная энергия тела массой m, поднятого на высоту h над поверхностью Земли, равна

$$\Pi = mgh, \qquad (3.10)$$

где высота h отсчитывается от нулевого уровня, для которого П=0. Выражение (3.10) вытекает непосредственно из того, что потенциальная энергия равна работе силы тяжести при падении тела с высоты h на поверхность Земли.

Так как начало отсчета выбирается произвольно, то потенциальная энергия может иметь отрицательное значение (кинетическая энергия всегда положительна!). Если принять за нуль потенциальную энергию тела, лежащего на поверхности Земли, то потенциальная энергия тела, находящегося на дне шахты (глубина h'), $\Pi = -mgh'$.

Найдем потенциальную энергию упругодеформированного тела (пружины). Сила упругости пропорциональна деформации:

$$F_{x\,упр} = -kx,$$

где $F_{x\,упр}$ - проекция силы упругости на ось x; k - **коэффициент упругости** (для пружины – ***жесткость***), а знак минус указывает, что $F_{xупр}$ направлена в сторону, противоположную деформации x.

По третьему закону Ньютона деформирующая сила равна по модулю силе упругости противоположно ей направлена, т.е.

$$F_x = -F_{x\,упр} = kx$$

Элементарная работа dA, совершаемая силой F_x при бесконечно малой деформации dx, равна

$$dA = F_x dx = kx \cdot dx,$$

а полная работа

$$A = \int_0^x kx \cdot dx = \frac{kx^2}{2}$$

идет на увеличение потенциальной энергии пружины. Таким образом, потенциальная энергия упруго деформированного тела $\Pi = \dfrac{kx^2}{2}$.

Потенциальная энергия системы, подобно кинетической энергии, является функцией состояния системы. Она зависит только от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам. **Полная механическая энергия системы** – энергия механического движения и

▪Пример

3.3. Закон сохранения энергии

Закон сохранения энергии - результат обобщения многих экспериментальных данных. Идея этого закона принадлежит М.В.Ломоносову (1711 - 1765 гг.), изложившему закон сохранения материи и движения, а количественная формулировка закона сохранения энергии дана немецким врачом Ю. Майером (1814 -1878 гг.) и немецким естествоиспытателем Г. Гельмгольцем (1821 - 1894 гг.).

Рассмотрим систему материальных точек массами m_1, m_2, …, m_n, движущихся со скоростями $\vec{v}_1, \vec{v}_2, ..., \vec{v}_n$. Пусть $\vec{F}'_1, \vec{F}'_2, ..., \vec{F}'_n$ – равнодействующие внутренних консервативных сил, действующих на каждую из этих точек, а $\vec{F}_1, \vec{F}_2, ..., \vec{F}_n$ – равнодействующие внешних сил, которые также будем считать консервативными. Кроме того, будем считать, что на материальные точки действуют еще и внешние неконсервативные силы; равнодействующие этих сил, действующих на каждую из материальных точек, обозначим $\vec{f}_1, \vec{f}_2, ..., \vec{f}_n$. При u<<c массы материальных точек постоянны, и уравнения второго закона

Ньютона для этих точек следующие:

$$\frac{m_1 d\vec{v}_1}{dt} = \vec{F}'_1 + \vec{F}_1 + \vec{f}_1,$$

$$\frac{m_2 d\vec{v}_2}{dt} = \vec{F}'_2 + \vec{F}_2 + \vec{f}_2,$$

……………………..

$$\frac{m_n d\vec{v}_n}{dt} = \vec{F}'_n + \vec{F}_n + \vec{f}_n.$$

Двигаясь под действием сил, точки системы за интервал времени dt совершают перемещения, соответственно равные $d\vec{r}_1, d\vec{r}_2, ..., d\vec{r}_n$. Умножим каждое из уравнений скалярно на соответствующее перемещение и, учитывая, что $d\vec{r}_1 = \vec{v}_1 dt$, получим:

$$m_1(\vec{v}_1 d\vec{v}_1) - (\vec{F}_1' + \vec{F}_1)d\vec{r}_1 = \vec{f}_1 d\vec{r}_1,$$

$$m_2(\vec{v}_2 d\vec{v}_2) - (\vec{F}_2' + \vec{F}_2)d\vec{r}_2 = \vec{f}_2 d\vec{r}_2,$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$m_n(\vec{v}_n d\vec{v}_n) - (\vec{F}_n' + \vec{F}_n)d\vec{r}_n = \vec{f}_n d\vec{r}_n.$$

Сложив эти уравнения, получим

$$\sum_{i=1}^{n} m_1(\vec{v}_1 d\vec{v}_1) - \sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_1' + \vec{F}_1)d\vec{r}_1 = \sum_{i=1}^{n} \vec{f}_1 d\vec{r}_1. \qquad (3.11)$$

Первый член левой части равенства (3.11)

$$\sum_{i=1}^{n} m_1(\vec{v}_1 d\vec{v}_1) = \sum_{i=1}^{n} d(\frac{m_i \vec{v}_i^2}{2}) = dT,$$

где dT есть приращение кинетической энергии системы. Второй член $\sum_{i=1}^{n}(\vec{F}_1' + \vec{F}_1)d\vec{r}_1$ равен элементарной работе внутренних и внешних консервативных сил, взятой со знаком минус, т.е. равен элементарному приращению потенциальной энергии dП системы (3.5).

Правая часть равенства (3.11) задает работу внешних неконсервативных

сил, действующих на систему. Таким образом, имеем

$$d(T+П)=dA. \qquad (3.12)$$

При переходе системы из состояния 1 в какое-либо состояние 2

$$\int_1^2 d(T + П) = A_{12},$$

т.е. изменение полной механической энергии системы при переходе из одного состояния в другое равно работе, совершенной при этом внешними неконсервативными силами. Если внешние неконсервативные силы отсутствуют, то из (3.12) следует, что d(T+П)=О, откуда

$$T+П = E = const, \qquad (3.13)$$

т.е. полная механическая энергия системы сохраняется постоянной. Выражение (3.13) представляет собой **закон сохранения механической энергии**: в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем.

Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние), называются **консервативными системами**. Закон сохранения механической энергии можно сформулировать так: в консервативных системах полная механическая энергия сохраняется.

Закон сохранения механической энергии связан с однородностью времени, т.е. инвариантностью физических законов относительно выбора начала отсчета времени. Например, при свободном падении тела в поле сил тяжести его скорость и пройденный путь зависят лишь от начальной скорости и продолжительности свободного падения тела и не зависят от того, когда тело начало падать.

Существует еще один вид систем – **диссипативные системы**, в которых механическая энергия постепенно уменьшается за счет преобразования в другие (немеханические) формы энергии. Этот процесс получил название **диссипации** (или **рассеяния**) **энергии**. Строго говоря, все силы в природе являются диссипативными. В консервативных системах полная механическая энергия остается постоянной. Могут происходить лишь превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно в эквивалентных количествах, так что полная энергия остается неизменной. Поэтому, как указывает Ф.Энгельс, этот закон не есть просто закон количественного сохранения энергии, а закон сохранения и превращения энергии, выражающий и качественную сторону взаимного превращения различных форм движения друг в друга. Закон превращения и сохранения энергии - фундаментальный закон природы, он справедлив как для систем макроскопических тел, так и для систем микроскопических тел.

В системе, в которой действуют также неконсервативные силы, например, силы трения, полная механическая энергия системы не сохраняется. Следовательно, в этих случаях закон сохранения механической энергии несправедлив. Однако при исчезновении механической энергии всегда возникает эквивалентное количество энергии другого вида. Таким образом, энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой. В этом и заключается физическая сущность закона сохранения и превращения энергии - сущность

-Пример

3.4. Графическое представление энергии

Во многих задачах просматривается одномерное движение тела, потенциальная энергия которого является функцией лишь одной переменной (например, координаты x), т.е. П=П(x). График зависимости потенциальной энергии от некоторого аргумента называется **потенциальной кривой**.

Анализ потенциальных кривых позволяет определить характер движения тела. Будем рассматривать только консервативные системы, т.е. системы, в которых взаимные превращения механической энергии в другие виды отсутствуют. Тогда справедлив закон сохранения энергии в форме (3.13). Рассмотрим графическое представление потенциальной энергии для тела в однородном поле тяжести и для упруго деформированного тела. Потенциальная энергия тела массой m, поднятого на высоту h над поверхностью Земли, согласно (3.10), П(h)=mgh.

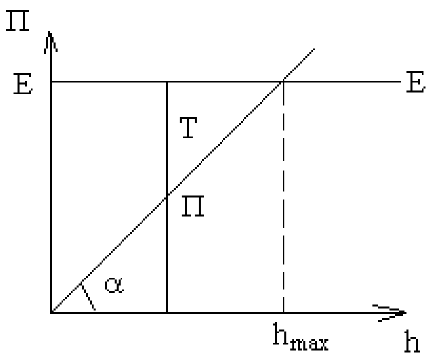


Рис. 14

График данной зависимости П=П(h) - прямая линия, проходящая через начало координат (рис.14), угол наклона которой к оси h тем больше, чем больше масса тела , т.к.

$$\mathrm{tg}\alpha = mg.$$

3.5. Удар абсолютно упругих и неупругих тел

Примером применения законов сохранения импульса и энергии при решении реальной физической задачи является удар абсолютно упругих и неупругих тел.

Удар (или **соударение**)- это столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время. Исходя из данного определения, кроме явлений, которые можно отнести к ударам в прямом смысле этого слова (столкновение атомов или биллиардных шаров), сюда можно отнести и такие, как удар человека о землю при прыжке с трамвая и др. При ударе в телах возникают столь значительные внутренние силы, что внешними силами, действующими на них, можно пренебречь. Это позволяет рассматривать соударяющиеся тела как замкнутую систему и применять к ней законы сохранения.

Тела во время удара претерпевают деформацию. Сущность удара заключается в том, что кинетическая энергия относительного движения соударяющихся тел на короткое время преобразуется в энергию упругой деформации. Во время удара имеет место перераспределение энергии между соударяющимися телами. Наблюдения показывают, что относительная скорость тел после удара не достигает своего прежнего значения. Это объясняется тем, что нет идеально гладких поверхностей. Отношение нормальных составляющих относительной

скорости тел после и до удара называется **коэффициентом восстановления** ε:

$$\varepsilon = \frac{U'_N}{U_N}.$$

Если для сталкивающихся тел ε=0, то такие тела называются **абсолютно неупругими**, если ε=1 – **абсолютно упругими**. На практике для всех тел 0<ε<1 (например, для стальных шаров ε≈0.56, для шаров из слоновой кости ε≈0.89, для свинца ε≈0). Однако в некоторых случаях тела можно с большой точностью рассматривать либо как абсолютно упругие, либо как абсолютно неупругие.

Прямая, проходящая через точку соприкосновения тел и нормальная к поверхности их соприкосновения, называется **линией удара**. Удар называется **центральным**, если тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс. Мы будем рассматривать только центральные абсолютно упругие и абсолютно неупругие удары.

Абсолютно упругий удар - столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию. Для абсолютно упругого удара выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения кинетической энергии.

Обозначим скорости шаров массами m_1 и m_2 до удара через $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, после удара - через $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ (рис. 15).

При прямом центральном ударе векторы скоростей шаров до и после удара лежат на прямой линии, соединяющей их центры. Проекции векторов скорости на эту линию равны модулям скоростей.

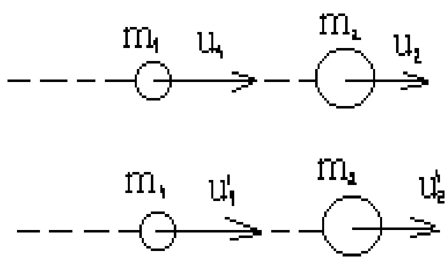


Рис. 15

Их направления учтем знаками: положительное значение припишем движению вправо, отрицательное - движению влево. При указанных допущениях законы сохранения имеют вид

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2, \tag{3.14}$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \tag{3.15}$$

Произведя соответствующие преобразования в выражениях (3.14) и (3.15), получим

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2), \tag{3.16}$$

$$m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_2 (u_2^2 - v_2^2). \tag{3.17}$$

откуда

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2), \tag{3.18}$$

Решая уравнения (3.16) и (3.18), находим

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \tag{3.19}$$

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1) v_2 + 2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \tag{3.20}$$

Разберем несколько примеров.

1. При v_2 = O

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}, \qquad (3.21)$$

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}. \qquad (3.22)$$

Проанализируем выражения (3.21) и (3.22) для двух шаров различных масс:

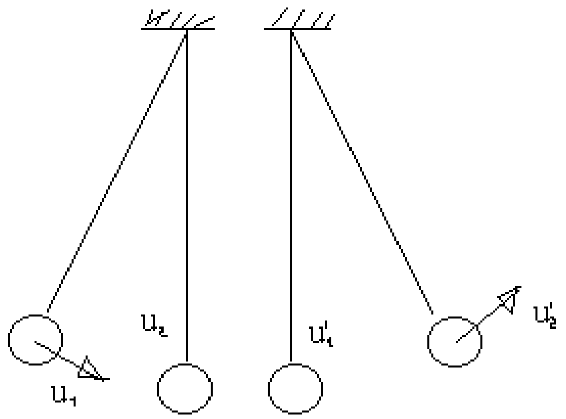


Рис. 16

а) $m_1=m_2$. Если второй шар до удара висел неподвижно (v_2 = 0) (рис. 16), то после удара остановится первый шар (u_1=0), а второй будет двигаться с той же скоростью и u том же направлении, в котором двигался пер вый шар до удара ($u_2 = v_1$);

б) $m_1 > m_2$. Первый шар продолжает двигаться в том же направлении, как и до удара, но с меньшей скоростью ($u_1<v_1$). Скорость второго шара после удара больше, чем скорость первого шара после удара ($u_2>u_1$) (рис.17).

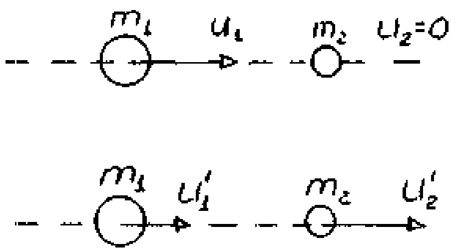


Рис.17

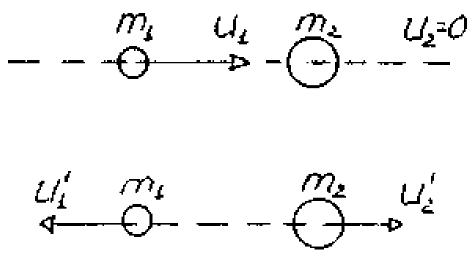


Рис.18

в) $m_1<m_2$. Направление движения первого шара при ударе изменяется - шар отскакивает обратно. Второй шар движется в ту же сторону, в которую двигался первый шар до удара, но с меньшей скоростью, т.е. $u_2<v_1$ (рис. 18).

г) $m_2>>m_1$ (например, столкновение шара со стеной). Из уравнений (3.21) и (3.22) следует, что $u_1= -v_1$, $u_2 \approx \frac{2m_1 v_1}{m_2} \approx 0$.

2. При $m_1= m_2$ выражения (3.19) и (3.20) будут иметь вид

$$u_1=v_2,\ u_2=v_1,$$

т.е. шары равной массы «обмениваются» скоростями.

Абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое.

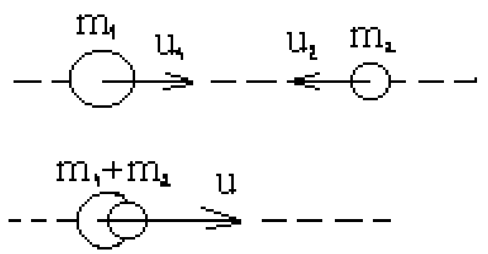


Рис. 19

Продемонстрировать абсолютно неупругий удар можно с помощью шаров из пластилина (глины), движущихся навстречу друг другу (рис.19).

Если массы шаров m_1 и m_2, их скорости до удара $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, то, используя закон сохранения импульса, можно записать

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v},$$

Откуда

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \qquad (3.23)$$

Если шары движутся навстречу друг другу, то они вместе будут продолжать двигаться в ту сторону, в которую двигался шар, обладающий большим импульсом. В частном случае, если массы шаров равны $m_1 = m_2$, то $\vec{v} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2}$.

Выясним, как изменяется кинетическая энергия шаров при центральном абсолютно неупругом ударе. Так как в процессе соударения шаров между ними действуют силы, зависящие не от самих деформаций, а от их скоростей, то мы имеем дело с силами, подобными силам трения, поэтому закон сохранения механической энергии не должен соблюдаться. Вследствие деформации происходит "потеря" кинетической энергии, перешедшей в тепловую или другие формы энергии.

Эту потерю можно определить по разности кинетической энергии тел до и после удара:

$$\Delta T = \left(\frac{m_1\vartheta_1^2}{2} + \frac{m_2\vartheta_2^2}{2}\right) - \frac{(m_1 + m_2)\vartheta^2}{2}.$$

Используя (3.23), получим

$$\Delta T = \frac{m_1 m_2 (\vartheta_1 - \vartheta_2)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Если ударяемое тело было первоначально неподвижно ($U_2 = 0$), то

$$u = \frac{m_1\vartheta_1}{(m_1 + m_2)},\ \Delta T = \frac{m_1 m_2 \vartheta_1^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Когда $m_2 >> m_1$ (масса неподвижного тела очень большая), то $u << u_1$ и почти вся кинетическая энергия тела при ударе переходит в другие формы энергии. Поэтому, например, для получения значительной деформации наковальня должна быть массивнее молотка. Наоборот, при забивании гвоздей в стену масса молотка должна быть гораздо большей ($m_1 >> m_2$), тогда $u \approx u_1$ и практически вся энергия затрачивается на возможно большее перемещение гвоздя, а не на остаточную деформацию стены.

Абсолютно неупругий удар – пример того, как происходит "потеря" механической энергии под действием диссипативных сил.