ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

7.1. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности

Если системы отсчета движутся относительно друг друга равномерно и прямолинейно и в одном из них справедливы законы динамики Ньютона, то эти системы являются инерциальными. Установлено также, что во всех инерциальных системах отсчета законы классической динамики имеют одинаковую форму; в этом суть **механического принципа относительности (принципа относительности Галилея).**

Для его доказательств рассмотрим две системы отсчета: инерциальную систему К (с координатами x, y, г),которую условно будем считать неподвижной, и систему К' (с координатами x', y', z'), движущуюся относительно К равномерно и прямолинейно со скоростью $\vec{v}$ ($\vec{v}$=const). Отсчет времени начнем с момента, когда начала координат обеих систем совпадают.

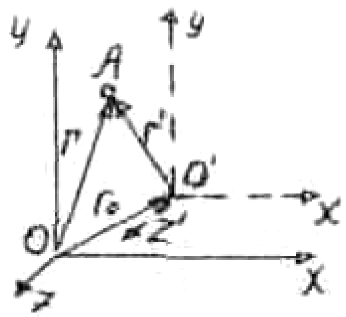

Рис.44

Пусть в произвольный момент времени t расположение этих систем относительно друг друга имеет вид, изображенный на рис.4 4. Скорость $\vec{v}$ направлена вдоль OO' радиус-вектор, проведенный из О в О', $\vec{r}_0 = \vec{v}t$.

Найдем связь между координатами произвольной точки А в обеих системах. Из рис. 4 4 видно, что

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{r}_0 = \vec{r}\,'' + \vec{v}t. \qquad (7.1)$$

Уравнение (7.1) можно записать в проекциях на оси координат:

$$x = x' + v_x t,$$
$$y = y' + v_y t, \qquad (7.2)$$
$$z = z' + u_z t$$

Уравнения (7.1) и (7.2) носят название **преобразований координат Галилея.**

В частном случае, когда система К' движется со скоростью ϑ вдоль положительного направления оси x системы К (в начальный момент времени оси координат совпадают), преобразования координат Галилея имеют вид

$$x = x' + \vartheta t,$$
$$y =' y,$$
$$z = z'.$$

В классической механике предполагается, что ход времени не зависит от относительного движения систем отсчета, т.е. к преобразованиям (7.2) можно добавить еще одно уравнение:

$$t = t'. \qquad (7.3)$$

Записанные соотношения справедливы лишь в случае классической механики (ϑ<<c), а при скоростях, сравнимых со скоростью света, преобразования Галилея заменяются более общими преобразованиями Лоренца.

Продифференцировав выражение (7.1) по времени (с учетом (7.3)), получим уравнение

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}, \qquad (7.4)$$

которое представляет собой **правило сложения скоростей в классической механике.**

Ускорение в системе отсчета К

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{v}' + \vec{u})}{dt} = \frac{d\vec{v}'}{dt} = \vec{a}.$$

Таким образом, ускорение точки А в системах отсчета К и К′ движущихся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, одинаково:

$$\vec{a} = \vec{a}'. \qquad (7.5)$$

Таким образом, из соотношения (7.5) вытекает доказательство механического принципа относительности: уравнения динамики при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой не изменяются, т.е. являются **инвариантными** по отношению к преобразованиям координат. Галилей обратил внимание, что никакими механическими опытами, проведенными в данной инерциальной системе отчета, нельзя установить покоится ли она или движется равномерно и прямолинейно. Например, сидя в каюте корабля, движущегося равномерно и прямолинейно, мы не можем определить, покоится корабль или движется, не взглянув в окно.

7.2. Постулаты специальной теории относительности

Классическая механика Ньютона прекрасно описывает Движение макротел, движущихся с малыми скоростями (ϑ<<c). Однако в конце XIX в. выяснилось, что выводы классической механики противоречат некоторым опытным данным, в частности при изучении движения быстрых заряженных частиц оказалось, что их движение не подчиняется законам механики. Далее возникли затруднения при попытках применить механику Ньютона к объяснению распространения света. Если источник и приемник света движутся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, то согласно классической механике, измеренная скорость должна зависеть от относительной скорости их движения. Американский физик А. Майкельсон (1852-1913 г-г.) в своем знаменитом опыте показал, что скорости света в двух движущихся друг относительно друга системах равны. Это противоречило правилу сложения скоростей классической механики.

Одновременно было показано противоречие между классической теорией и уравнениями Дж. К. Максвелла, лежащими в основе понимания света как электромагнитной волны.

Для объяснения этих и некоторых других опытных данных необходимо было создать новую механику, которая, объясняя эти факты, содержала бы ньютоновскую механику как предельный случай для малых скоростей (ϑ<<с). Это и удалось сделать А. Эйнштейну, одному из основателей современной физики. А. Эйнштейн пришел к выводу о том, что мирового эфира - особой среды, которая могла бы быть принята в качестве абсолютной системы, - не существует. Существование постоянной скорости распространения света в вакууме находилось в согласии с уравнениями Максвелла.

Таким образом, А.Эйнштейн заложил основы **специальной теории относите льности.** Эта теория представляет собой современную физическую теорию пространства и времени, в которой, как и в классической ньютоновской механике, предполагается, что время однородно, а пространство однородно и изотропно. Специальная теория относительности часто называется также **релятивистской** теорией, а специфические явления, описываемые этой теорией, **релятивистскими эффектами.**

В основе специальной теории относительности лежат **постулаты Эйнштейна**, сформулированные им в 1905 г.

1**. Принцип относительности:** никакие опыты (механические, электрические, оптические), проведенные внутри данной инерциальной системы, отсчета, не дают возможности обнаружить, покоится ли эта система или движется равномерно и прямолинейно; все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой.

2**. Принцип инвариантности скорости** света: скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета.

Постулат Эйнштейна, являясь обобщением механического принципа относительности Галилея на любые физические процессы, утверждает, таким образом, что физические законы инвариантны к выбору инерциальной системы отсчета, а уравнения, описывающие эти законы, одинаковы по форме во всех инерциальных системах отсчета. Согласно этому постулату, все инерциальные системы отсчета совершенно равноправны, т.е. явления (механические, электродинамические, оптические и др.) во всех инерциальных системах отсчета протекают одинаково.

Согласно второму постулату Эйнштейна, постоянство скорости света - фундаментальное свойство природы, которое констатируется как опытный факт.

Специальная теория относительности потребовала отказа от привычных представлений о пространстве и времени, принятых в классической механике, поскольку они противоречили принципу постоянства скорости света. Потеряло смысл не только абсолютное пространство, но и абсолютное время.

Постулаты Эйнштейна и теория, построенная на их основе, установила новый взгляд на мир и новые пространственно-временные представления, такие, например, как относительность длин и промежутков времени, относительность одновременности событий. Эти и другие следствия из теории Эйнштейна находят надежное экспериментальное подтверждение, являясь тем самым обоснованием постулатов Эйнштейна – обоснованием специальной теории относительности.

7.3. Преобразования Лоренца

Анализ явлений в инерциальных системах отсчета, проведенный А. Эйнштейном на основе сформулированных им постулатов, показал, что классические преобразования Галилея несовместимы с ними и, следовательно, должны быть заменены преобразованиями, удовлетворяющими постулатам теории относительности.

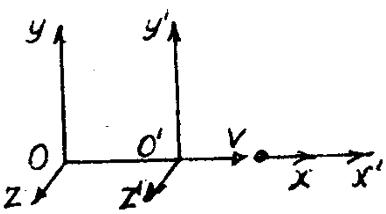

Рис. 45

Для иллюстрации этого вывода рассмотрим две инерциальные системы отсчета: К (с координатами x,y,z) и К' (с координатами x',y',z'), движущуюся относительно К (вдоль оси X) со скоростью $\vec{V}$=const (рис.45).

Пусть в начальный момент времени t = t' = 0, когда начала координат O и O' совпадают, излучается световой импульс. Согласно второму постулату Эйнштейна, скорость света в обоих системах одна и та же и равна c. Поэтому, если за время t в системе К сигнал дойдет до некоторой точки А (рис. 45), пройдя расстояние

$$x = ct, \tag{7.6}$$

то в системе К' координата светового импульса в момент достижения точки А

$$x' = ct', \tag{7.7}$$

где t' - время прохождения светового импульса от начала координат до точки А в системе К'. Вычитая (7.6) из (7.7), получим $x' - x = c(t' - t)$. Так как $x \neq x$ (система К' перемещается по отношению к системе К), то $t \neq t$, т.е. отсчет времени в системах К' и К различен – отсчет времени имеет относительный характер (в классической физике считается, что время во всех инерциальных системах отсчета течет одинаково, т.е. t=t').

Эйнштейн показал, что в теории относительности классические преобразования, описывающие переход от одной инерциальной системы к другой:

$$K \to K' \qquad\qquad K' \to K$$

$$x'=x-\vartheta t \qquad x=x'+\vartheta t$$

$$y'=y \qquad y=y'$$

$$z'=z \qquad z=z'$$

$$t'=t \qquad t=t'$$

заменяются преобразованиями Лоренца, удовлетворяющими постулатам Эйнштейна.

Эти преобразования предложены Лоренцом в 1904 г., еще до появления теории относительности, как преобразования, относительно которых уравнения Максвелла инвариантны.

Преобразования Лоренца имеют вид

$$K \to K' \qquad\qquad K' \to K$$

$$x' = \frac{x - \vartheta t}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad x = \frac{x' + \vartheta t'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$y'=y \qquad y=y'$$

$$z'=z \qquad z=z'$$

$$t = \frac{t - \vartheta x / c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad t = \frac{t' + \vartheta x' / c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{7.8}$$

где $\beta = \vartheta / c$. Из сравнений приведенных уравнений вытекает, что они симметричны и отличаются лишь знаком при ϑ. Это очевидно, т.к. если скорость движения системы К относительно системы К' равна и, то скорость движения К' относительно К равна – ϑ.

Из преобразований Лоренца вытекает также, что при малых скоростях (по сравнению со скоростью света), т.е. когда β<<1, они переходят в классические преобразования Галилея (в этом заключается суть **принципа соответствия)**, которые являются следовательно, предельным случаем преобразований Лоренца. При ϑ>>c выражения (7.8) для t, x, x', t' теряют физический смысл. Это находится, в свою очередь, в соответствии с тем, что движение со скоростью, большей скорости света в вакууме, невозможно.

Из преобразования Лоренца следует очень важный вывод о том, что как расстояние, так и промежуток времени между событиями меняются при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, в то время как в рамках преобразований Галилея эти величины считались абсолютными, не изменяющимися при переходе от одной системы к другой. Кроме того, как пространственные, так и временные преобразования (см. (7.8)) не являются независимыми, поскольку в закон преобразования координат входит время, а в закон преобразования времени пространственные координаты, т.е. устанавливается взаимосвязь пространства и времени. Таким образом, теория Эйнштейна оперирует не с трехмерным пространством, к которому присоединяется понятие времени, а просматривает неразрывно связанные пространственные и временные координаты, образующие четырехмерное пространство – время.

7.4. Следствия из преобразований Лоренца

1.1. **Одновременность событий в разных системах отсчета**.

Пусть в системе К в точках с координатами x_1 и x_2 в моменты времени t_1 и t_2 происходят два события. В системе К' им соответствуют координаты x_1 и x_2' и моменты времени t_1' и t_2' . Если события в системе К происходят в одной точке (x_1=x_2) и являются одновременными ($t_1 = t_2$), то, согласно преобразованиям Лоренца (7.8),

$$x_1' = x_2', \qquad t_1' = t_2',$$

т.е. эти события являются одновременными и пространственно совпадающими для любой инерциальной системы отсчета.

Если события в системе К′ пространственно разобщены ($x_1 \neq x_2$), но одновременно (t_1=t_2), то в системе К' согласно преобразованиям Лоренца (7.8),

$$x_1' = \frac{x_1 - \vartheta t}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad x_2' = \frac{x_2 - \vartheta t}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t_1' = \frac{1 - \frac{\vartheta x_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad t_2' = \frac{1 - \frac{\vartheta x_2}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$x_1' \neq x_2', \qquad t_1' \neq t_2'$$

Таким образом, в системе К' эти события, оставаясь пространственно разобщенными, оказываются и неодновременным. Знак разности t_2'-t_1' определяется знаком выражения ϑ (x_1 –x_2), поэтому в различных точках системы отсчета К' (при различных ϑ) разность $t_2' - t_1'$, будет различной по величине и может отличаться по знаку. Следовательно, в одних системах отсчета первое событие может предшествовать второму, в то время как в других системах отсчета, наоборот, второе событие предшествует первому. Сказанное, однако, не относился к причинно-следственным событиям, т.к. можно показать, что порядок следования, так как причинно-следственных событий одинаков во всех инерциальных системах отсчета.

2. Длительность событий в разных системах отсчета.

Пусть в некоторой точке (с координатой x), покоящейся относительно системы К, происходит событие, длительность которого (разность показаний часов в конце и начале события)

$\tau=t_2-t_1$, где индексы 1 и 2 соответствуют началу и концу события. Длительность этого же события в системе К'

$$\tau' = t'_2 - t'_2, \qquad (7.9)$$

причем началу и концу события, согласно (7.8)

$$t'_1 = \frac{t_1 - \vartheta x / c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t'_2 = \frac{t_2 - \vartheta x / c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (7.10)$$

Подставляя (7.10) в (7.9), получим

$$\tau' = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

или

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (7.11)$$

Из соотношения (7.10) вытекает, что $\tau<\tau'$, т.е. длительность события, происходящего в некоторой точке, наименьшая в той инерциальной системе отсчета, относительно которой эта точка неподвижна.

Этот результат может быть еще истолкован следующим образом: интервал времени τ', отсчитанный по часам в системе К', с точки зрения наблюдателя в системе К, продолжительнее интервала τ, отсчитанного по его часам. Следовательно, часы, движущиеся относительно инерциальной системы отсчета идут медленнее покоящихся часов. На основании относительности понятий "неподвижная" и "движущаяся" системы соотношения для τ и τ' обратимы. Из (7.11) следует, что замедление хода часов становится заметным лишь при скоростях, близких к скорости света в вакууме.

Релятивистский эффект замедления хода часов является совершенно реальным и получил экспериментальное подтверждение при изучении нестабильных, самопроизвольно распадающихся элементарных частиц в опытах с π-мезонами. Среднее время жизни покоящихся π-мезонов (по часам, движущимся вместе с ними) $\tau\approx2{,}2\cdot10^{-8}$ с. Следовательно, π-мезоны, образующиеся в верхних слоях атмосферы (на высоте $\approx$ 30 км) и движущиеся со скоростью, близкой к скорости света, должны были бы проходить расстояние $c\tau$=6,6 м, т.е. не могли бы достигать земной поверхности, что противоречит действительности.

3. Длина тел в разных системах отсчета.

Рассмотрим стержень, расположенный вдоль оси x' и покоящийся относительно системы К'. Длина стержня в системе К' будет $\ell'_0=x_2'-x_1'$, где x_1' и x_2' - не изменяющиеся со временем t' координаты начала и конца стержня, а индекс 0 показывает, что в системе отсчета К' стержень покоится. Определим длину этого стержня в системе К, относительно которой он движется со скоростью ϑ. Для этого необходимо измерить координаты его концов x_1 и x_2 в системе К в один и тот же момент времени t. Их разность $\ell = x_2 - x_1$ и даст длину стержня в системе К.

Используя преобразования Лоренца (7.8), получим

$$\ell'_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - \vartheta t}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x_1 - \vartheta t}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

т.е.

$$\ell'_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (7.12)$$

Таким образом, длина стержня, измеренная в системе, относительно которой он движется, оказывается меньше длины, измеренной в системе, относительно которой стержень покоится. Если стержень покоится в системе К, то, определяя ее длину в системе К, опять-таки придем к выражению (7.12).

Из выражения (7.12) следует, что линейный размер тела, движущегося относительно инерциальной системы отсчета, уменьшается в направлении движения в $\sqrt{1-\beta^2}$ раз, т.е. так называемое **лоренцово сокращение длины** тем больше, чем больше скорость движения. Из второго и третьего уравнений преобразования Лоренца (7.8) следует, что $y'_2 - y'_1 = y_2 - y_1$ и $z'_2 - z'_1 = z_2 - z_1$, т.е. поперечные размеры тела не зависят от скорости его движения и одинаковы во всех инерциальных системах отсчета. Таким образом, линейные размеры тела наибольшие в той инерциальной системе отсчета, относительно которой тело покоится.

4. Релятивистский закон сложения скоростей.

Рассмотрим движение материальной точки в системе К', в свою очередь движущейся относительно системы К со скоростью ϑ. Определим скорость этой же точки в системе К. Если в системе К движение точки в каждый момент времени t определяется координатами x, y, z, а в системе К' в момент времени t - координатами x', y', z', то

$$\vartheta_x = \frac{dx}{dt}, \quad \vartheta_y = \frac{dy}{dt}, \quad \vartheta_z = \frac{dz}{dt}$$

и

$$\vartheta'_x = \frac{dx'}{dt}, \quad \vartheta'_y = \frac{dy'}{dt}, \quad \vartheta'_z = \frac{dz'}{dt}.$$

представляет собой соответственно проекции на оси x, y, z и x', y', z' вектора скорости рассматриваемой точки относительно систем К и К'.

Согласно преобразованиям Лоренца (7.8), произведя соответствующие преобразования, получаем **релятивистский закон сложения** скоростей специальной теории относительности:

$$K' \to K \qquad\qquad K \to K'$$

$$u_x = \frac{u'_x + \vartheta}{1 + \vartheta u'_x / c^2}, \qquad u'_x = \frac{u_x - \vartheta}{1 - \vartheta u_x / c^2},$$

$$u_y = \frac{u'_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \vartheta u'_x / c^2}, \qquad u'_y = \frac{u_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \vartheta u_x / c^2},$$

$$u_z = \frac{u'_z \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \vartheta u'_x / c^2} \qquad u'_z = \frac{u_z \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \vartheta u_x / c^2}. \qquad (7.13)$$

Если материальная точка движется параллельно относительно оси x, то скорость u относительно системы К совпадает с u_x, а скорость u' относительно К'- сu'_x . Тогда закон сложения скоростей примет вид

$$u = \frac{u' + \vartheta}{1 + \vartheta u'_x / c^2}, \; u' = \frac{u - \vartheta}{1 - \vartheta u / c}. \qquad (7.14)$$

Легко убедиться в том, что, если скорости ϑ, u' и u малы по сравнению со скоростью света с, то формулы (7.13) и (7.14) переходят в закон сложения скоростей в классической механике (7.4). Таким образом, законы релятивистской механики в предельном случае для малых скоростей (по сравнению со скоростью света) переходят в законы классической физики, которая, следовательно, является частным случаем механики Эйнштейна для малых скоростей.

Релятивистский закон сложения скоростей подчиняется второму постулату Эйнштейна. Действительно, если u'=c, то формула (7.14) примет вид $u = \dfrac{c + \vartheta}{1 + \dfrac{c\vartheta^2}{2}}$ =c (аналогично можно показать, что при u=c скорость u' также равна с). Этот результат свидетельствует в том, что релятивистский закон сложения скоростей находится в согласии с постулатами Эйнштейна.

Докажем также, что если складываемые скорости сколь угодно близки к скорости света с, то их результирующая скорость будет всегда меньше или равна с. В качестве примера рассмотрим предельный случай u'=ϑ=c. После подстановки в формулу (7.14) получим u=c. Таким образом, при сложении любых скоростей результат не может превысить скорости света в вакууме. Скорость света в вакууме есть предельная скорость, которую невозможно превысить.

7.5. Интервал между событиями

Преобразования Лоренца и следствия из них приводят к выводу об относительности длин и промежутков времени, значение которых в различных системах отсчета разное.

В то же время относительный характер длин и промежутков времени в теории Эйнштейна означает относительность отдельных компонентов какой-то реальной физической величины, не зависящей от системы отсчета, т.е. являющейся инвариантной по отношению к преобразованиям координат. В четырехмерном пространстве Эйнштейна, в котором каждое событие характеризуется четырьмя координатами (x, y, z , t), такой физической величиной является **интервал** между двумя событиями:

$$S_{12} = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2}, \qquad (7.15)$$

где, $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} = \ell_{12}$ - расстояние между точками обычного трехмерного пространства, в котором эти события произошли. Введя обозначение $t_{12} = t_2 - t_1$, получим

$$S_{12}^2 = c^2 t_{12}^2 - \ell_{12}^2.$$

Покажем, что интервал между двумя событиями одинаков во всех инерциальных системах отсчета. Обозначив

$$\Delta t = t_2 - t_1,\ \Delta x = x_2 - x_1,\ \Delta y = y_2 - y_1,\ \Delta z = z_2 - z_1,$$

выражение (7.15) можно записать в виде

$$S_{12}^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2.$$

Интервал между теми же событиями в системе К' равен

$$(S'_{12})^2 = c^2(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2 - (\Delta y')^2 - (\Delta z')^2. \qquad (7.16)$$

Согласно преобразованиям Лоренца (7.8),

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - \vartheta \Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$\Delta y' = \Delta y,\ \Delta z' = \Delta z,$$

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \vartheta \Delta x / c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Подставив эти значения в (7.16), после элементарных преобразований получим, что $(S'_{12})^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$, т.е. $(S'_{12}) = S_{12}$

Обобщая полученные результаты, можно сделать вывод, что интервал, определяя пространственно-временные соотношения между событиями, является инвариантом при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой. Инвариантность интервала означает, что, несмотря на относительность длин и промежутков времени, течение событий носит объективный характер и не зависит от системы отсчета.

Теория относительности, таким образом, сформулировала новое представление о пространстве и времени, обобщенное далее в диалектическом материализме. Пространственно-временные отношения являются не абсолютными величинами, как утверждала механика Галилея-Ньютона, а относительными. Следовательно, представления об абсолютном пространстве и времени являются несостоятельными. Кроме того, инвариантность интервала между двумя событиями свидетельствует о том, что пространство и время органически связаны между собой и образуют единую форму существования материи – пространство – время.

Пространство и время не существуют вне материи и независимо от нее. Дальнейшее развитие относительности (**общая теория относительности**) показало, что свойства пространства-времени в данной области определяются действующими в ней полями тяготения.

7.6. Основной закон релятивистской динамики материальной точки

Согласно представлениям классической механики, масса тела есть величина постоянная. Однако в конце XIX столетия на опытах с быстро движущимися электронами было установлено, что масса тела зависит от скорости его движения, а именно: возрастает с увеличением скорости по закону

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}}, \qquad (7.17)$$

где m - масса точки в системе отсчета, относительно которой она движется со скоростью ϑ, m_0 - масса покоя материальной точки, т.е. масса, измеренная в той инерциальной системе отсчета, относительно которой материальная точка находится в покое; c - скорость света в вакууме.

Из принципа относительности Эйнштейна, утверждающего инвариантность всех законов природы при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, следует условие инвариантности уравнений физических законов относительно преобразований Лоренца. Основной закон динамики Ньютона

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} m\vec{v}$$

оказывается также инвариантным по отношению к преобразованиям Лоренца, если в нем справа стоит производная по времени от релятивистского импульса.

Основной закон релятивистской динамики и материальной точки имеет вид

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}\vec{v}\right) \qquad (7.18)$$

или

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}\vec{v} \qquad (7.20)$$

релятивистский импульс с материальной точки.

Отметим, что уравнение (7.19) внешне совпадает с основным уравнением ньютоновской механики (2.7). Однако физический смысл его другой: справа стоит производная по времени от релятивистского импульса, определяемого формулой (7.20). Таким образом, уравнение (7.18) инвариантно по отношению к преобразованиям Лоренца и, следовательно, удовлетворяет принципу относительности Эйнштейна. Следует учитывать, что ни импульс, ни сила не являются инвариантными величинами. Более того, в общем случае ускорение не совпадает по направлению с силой.

В силу однородности пространства в релятивистской механике выполняется **закон сохранения релятивистского импульса**: релятивистский импульс замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени. Часто вообще не оговаривают, что рассматривают релятивистский импульс, т. к. если тела движутся со скоростями, близкими к с, то можно использовать только релятивистское выражение для импульса.

Анализ формул (7.17), (7.18) и (7.20) показывает, что при скоростях, значительно меньших скорости света, уравнение (7.18) переходит в основной закон классической механики. Следовательно, условием применимости законов классической (ньютоновской) механики является условие $\vartheta \ll c$. Законы классической механики получаются как следствие теории относительности для предельного случая $\vartheta \ll c$. Таким образом, классическая механика - это механика макротел, движущихся с малыми скоростями.

Экспериментальное доказательство зависимости массы от скорости (7.17) является подтверждением справедливости специальной теории относительности.

7.7. Законы взаимосвязи массы и энергии

Найдем кинетическую энергию релятивистской частицы (материальной точки). Известно, что приращение кинетической энергии материальной точки на элементарном перемещении равно работе силы на этом перемещении:

$$dT=dA \text{ или } dT = \vec{F}d\vec{r}. \qquad (7.21)$$

Учитывая, что $d\vec{r} = \vec{v}dt$, и, подставив в (7.21) выражение (7.18), получим

$$dT = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}\right)\vec{v}dt.$$

Преобразовав данное выражение с учетом того, что $\vec{v}\cdot d\vec{v} = \vartheta \cdot d\vartheta$, и формулы (7.17), придем к выражению

$$dT = d\left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}\right) = c^2dm, \qquad (7.22)$$

т.е. приращение кинетической энергии частицы пропорционально приращению ее массы.

Так как кинетическая энергия покоящейся частицы равна нулю, а ее масса равна массе покоя m_0, то, проинтегрировав (7.22) получим

$$T = (m - m_0)c^2, \qquad (7.23)$$

или кинетическая энергия релятивистской частицы имеет вид

$$T = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} - 1\right). \qquad (7.24)$$

Выражение при скоростях ϑ<<c переходит в классическое: T=$\frac{m_0\vartheta^2}{2}$. Разлагая в ряд $\left(1-\frac{\vartheta^2}{c^2}\right)^{-1/2} = 1 + 0{,}5\frac{\vartheta^2}{c^2} + 3\frac{\vartheta^4}{8c^4} + \ldots$ при ϑ<<c, правомерно пренебречь членами второго порядка малости.

А. Эйнштейн обобщил положение (7.22), предположив, что оно справедливо не только для кинетической энергии материальной точки, но и для полной энергии, а именно: любое изменение массы m сопровождается изменением полной энергии материальной точки,

$$\Delta E = c^2 \Delta m. \qquad (7.25)$$

Отсюда Эйнштейн пришел к универсальной зависимости между полной энергией тела E и его массой m:

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}}. \qquad (7.26)$$

Уравнение (7.25), равно как и (7.26), выражает фундаментальный закон природы – **закон взаимосвязи (пропорциональности) массы и энерги**: полная энергия системы равна произведению ее массы на квадрат скорости света в вакууме. В полную энергию E не входит потенциальная энергия тела во внешнем поле.

Закон (7.26) можно, учитывая выражение (7.23), записать в виде

$$E = m_o c^2 + T,$$

откуда следует, что покоящееся тело (T=0) также обладает энергией

$$E_0 = m_0 c^2,$$

называемой **энергией покоя**. Классическая механика энергию покоя E_0 не учитывает, считая, что при $\vartheta = 0$ энергия покоящегося тела равна нулю.

В силу однородности времени в релятивистской механике, как и в классической, выполняется **закон сохранения энергии**: полная энергия замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени.

Из формул (7.26) и (7.20) найдем релятивистское соотношение меж-

ду полной энергией и импульсом частицы:

$$E^2 = m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2,$$

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}. \qquad (7.27)$$

Возвращаясь к уравнению (7.26), отметим еще раз, что оно имеет универсальный характер. Оно применимо ко всем формам энергии, т.е. можно утверждать, что с энергией, какой бы формы она ни была, связана масса

$$m = \frac{E}{c^2} \qquad (7.28)$$

и, наоборот, со всякой массой связана определенная энергия (7.26).

Чтобы охарактеризовать прочность связи и устойчивость системы каких-либо частиц (например, атомного ядра как системы из протонов и нейтронов), рассматривают энергию связи. **Энергия связи системы** равна работе, которую необходимо затратить, чтобы разложить эту систему на составные части (например, атомное ядро - на протоны и нейтроны),

Энергия связи системы

$$E_{CB} = \sum_{i=1}^{n} m_{0i}c^2 - M_0c^2 , \qquad (7.29)$$

где m_{oi}, - масса покоя i-и частицы в свободном состоянии; M_o – масса покоя системы, состоящей из n частиц.

Закон взаимосвязи массы и энергии блестяще подтвержден экспериментом о выделении энергии при протекании ядерных реакций. Он широко используется для расчета энергетических эффектов при ядерных реакциях и превращениях элементарных частиц.

Рассматривая выводы специальной теории относительности, видим, что она, как, впрочем, и любые крупные открытия, потребовала пересмотра многих установившихся и ставших привычными представлений. Масса тела не остается постоянной величиной, а зависит от скорости тела; длина тел и длительность событий не являются абсолютными величинами, а носят относительный характер; наконец, масса и энергия оказались связанными друг с другом, хотя они и являются качественно различными свойствами материи.

Эту ломку укоренившихся представлений некоторые буржуазные философы пытались использовать для распространения двух разновидностей идеализма: энергетизма и философского релятивизма. Первая из этих теорий рассматривала возможность преобразования массы в энергию и, наоборот, энергии в массу, доказывая "эквивалентность материи и «энергии». Закон взаимосвязи массы и энергии, действительно, утверждает, что любые превращения энергии тела сопровождаются изменениями его массы, однако при этом масса не "переходит в энергию". Закон взаимосвязи массы и энергии является подтверждением неразрывности материи и движения - одного из основных положений диалектического материализма.

Основной вывод теории относительности сводится к тому, что пространство и время органически связаны и образуют единую форму существования материи – пространство – время. Только поэтому пространственно-временной интервал между двумя событиями является абсолютным, в то время как пространственные и временные промежутки между этими событиями относительны. Следовательно, вытекающие из преобразований Лоренца следствия являются выражением объективно существующих пространственно-временных соотношений движущейся материи.