

Глава 30

Элементы квантовой статистики

§234. Квантовая статистика. Фазовое пространство. Функция распределения

Квантовая статистика — раздел статистической физики, исследующий системы, которые состоят из огромного числа частиц, подчиняющихся законам квантовой механики.

В отличие от исходных положений классической статистической физики, в которой тождественные частицы различимы (частицу можно отличить от всех таких же частиц), квантовая статистика основывается на принципе неразличимости тождественных частиц (см. § 226). При этом оказывается, как будет показано ниже, что коллективы частиц с целым и полуцелым спинами подчиняются разным статистикам.

Пусть система состоит из N частиц. Введем в рассмотрение многомерное пространство всех координат и импульсов частиц системы. Тогда состояние системы определяется заданием $6N$ переменных, так как состояние каждой частицы определяется тройкой координат x, y, z и тройкой соответствующих проекций импульса p_x, p_y, p_z . Соответственно число «взаимно перпендикулярных» координатных осей данного пространства равно $6N$. Это $6N$ -мерное пространство называется фазовым пространством. Каждому микросостоянию системы отвечает точка в $6N$ -мерном фазовом пространстве, так как задание точки фазового пространства означает задание координат и импульсов всех частиц системы. Разобьем фазовое пространство на малые $6N$ -мерные элементарные ячейки объемом $dqdp = dq_1 dq_2 \dots dq_{3N} dp_1 dp_2 \dots dp_{3N}$, где q — совокупность координат всех частиц, p — совокупность проекций их импульсов. Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества (см. § 213) и соотношение неопределенностей Гейзенберга (см. § 215) приводят к выводу, что объем элементарной ячейки (он называется фазовым объемом) не может быть меньше чем h^3 (h — постоянная Планка).

Вероятность dW данного состояния системы можно представить с помощью функции распределения $f(q, p)$:

$$dW = f(q, p) dq dp. \quad (234.1)$$

Здесь dW — вероятность того, что точка фазового пространства попадет в элемент фазового объема $dq dp$, расположенного вблизи данной точки q, p . Иными словами, dW представляет собой вероятность того, что система находится в состоянии, в котором ее координаты и импульсы заключены в интервале $q, q+dq$ и $p, p+dp$.

Согласно формуле (234.1), функция распределения есть не что иное, как плотность вероятности определенного состояния системы. Поэтому она должна быть нормирована на единицу:

$$\int f(q, p) dq dp = 1,$$

где интегрирование производится по всему фазовому пространству.

Зная функцию распределения $f(q, p)$, можно решить основную задачу квантовой статистики — определить средние значения величин, характеризующих рассматриваемую систему. Среднее значение любой функции

$$\langle L(q, p) \rangle = \int L(q, p) f(q, p) dq dp. \quad (234.2)$$

Если иметь дело не с координатами и импульсами, а с энергией, которая квантуется, то состояние системы характеризуется не непрерывной, а дискретной функцией распределения.

Явное выражение функции распределения в самом общем виде получил американский физик Д. Гиббс (1839—1903). Оно называется **каноническим распределением Гиббса**. В квантовой статистике каноническое распределение Гиббса имеет вид

$$l(E_n) = A e^{-E_n/(kT)} \quad (234.3)$$

где A — постоянная, определяемая из условия нормировки к единице, n — совокупность всех квантовых чисел, характеризующих данное состояние. Подчеркнем, что $f(E_n)$ есть именно

вероятность данного состояния, а не вероятность того, что система имеет определенное значение энергии E_n , так как данной энергии может соответствовать не одно, а несколько различных состояний (может иметь место вырождение).

§ 235. Понятие о квантовой статистике Бозе — Эйнштейна и Ферми — Дирака

Одним из важнейших «объектов» изучения квантовой статистики, как и классической, является идеальный газ. Это связано с тем, что во многих случаях реальную систему можно в хорошем приближении считать идеальным газом. Состояние системы невзаимодействующих частиц задается с помощью так называемых **чисел заполнения** N_i — чисел, указывающих степень заполнения квантового состояния (характеризуется данным набором i квантовых чисел) частицами системы, состоящей из многих тождественных частиц. Для систем частиц, образованных бозонами — частицами с нулевым или целым

спином (см. § 226), числа заполнения могут принимать любые целые значения: 0, 1, 2, ... (см. § 227). Для систем частиц, образованных фермионами — частицами с полуцелым спином (см. § 226), числа заполнения могут принимать лишь два значения: 0 для свободных состояний и 1 для занятых (см. § 227). Сумма всех чисел заполнения должна быть равна числу частиц системы. Квантовая статистика позволяет подсчитать среднее число частиц в данном квантовом состоянии, т. е. определить средние числа заполнения $\langle N_i \rangle$.

Идеальный газ из бозонов — **бозе-газ** — описывается **квантовой статистикой Бозе — Эйнштейна**. Распределение бозонов по энергиям вытекает из так называемого **большого канонического распределения Гиббса** (с переменным числом частиц) при условии, что число тождественных

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} - 1}. \quad (235.1)$$

Это распределение называется **распределением Бозе — Эйнштейна**. Здесь $\langle N_i \rangle$ — среднее число бозонов в квантовом состоянии с энергией E_i , k — постоянная Больцмана, T — термодинамическая температура, μ — **химический потенциал**; μ не зависит от энергии, а определяется только температурой и плотностью числа частиц. Химический потенциал находится обычно из условия, что сумма всех $\langle N_i \rangle$ равна полному числу частиц в системе. Здесь $\mu \leq 0$, так как иначе среднее число частиц в данном квантовом состоянии отрицательно, что не имеет физического смысла. Он определяет изменение внутренней энергии системы при добавлении к ней одной частицы при условии, что все остальные величины, от которых зависит внутренняя энергия (энтропия, объем), фиксированы.

Идеальный газ из фермионов — **ферми-газ** — описывается **квантовой статистикой Ферми — Дирака**. Распределение фермионов по энергиям имеет вид

$$\langle N_i \rangle = \frac{1}{e^{(E_i - \mu)/(kT)} + 1}, \quad (235.2)$$

где $\langle N_i \rangle$ — среднее число фермионов в квантовом состоянии с энергией E_i , μ — химический потенциал. В отличие от (235.1) μ может иметь положительное значение (это не приводит к отрицательным значениям чисел $\langle N_i \rangle$). Это распределение называется **распределением Ферми — Дирака**.

$(E_i - \mu)/(kT)$

Если $e^{(E_i - \mu)/(kT)} \gg 1$, то распределения Бозе — Эйнштейна (235.1) и Ферми — Дирака (235.2) переходят в классическое распределение Максвелла — Больцмана:

$$\langle N_i \rangle = A e^{-E_i/(kT)} \quad (235.3)$$

(ср. с выражением (44.4)), где

$$A = e^{\mu/(kT)}. \quad (235.4)$$

Таким образом, при высоких температурах оба «квантовых» газа ведут себя подобно классическому газу.

Система частиц называется **вырожденной**, если ее свойства существенным образом отличаются от свойств систем, подчиняющихся классической статистике. Поведение как бозе-газа, так и ферми-газа отличается от классического газа, они являются вырожденными газами. Вырождение газов становится существенным при весьма низких температурах и больших плотностях. **Параметром вырождения** называется величина A . При $A \ll 1$, т. е. при малой степени вырождения, распределения Бозе — Эйнштейна (235.1) и Ферми — Дирака (235.2) переходят в классическое распределение Максвелла — Больцмана (235.3).

Температурой вырождения T_0 называется температура, ниже которой отчетливо проявляются квантовые свойства идеального газа, обусловленные тождественностью частиц, т. е. T_0 — температура, при которой вырождение становится существенным. Если $T \gg T_0$, то поведение системы частиц (газа) описывается классическими законами.

§ 236. Вырожденный электронный газ в металлах

Распределение электронов по различным квантовым состояниям подчиняется принципу Паули (см. § 227), согласно которому в одном состоянии не может быть двух одинаковых (с одинаковым набором четырех квантовых чисел) электронов, они должны отличаться какой-то характеристикой, например направлением спина. Следовательно, по квантовой теории, электроны в металле не могут располагаться на самом низшем энергетическом уровне даже при 0 К. Принцип Паули вынуждает электроны взбираться вверх «по энергетической лестнице».

Электроны проводимости в металле можно рассматривать как идеальный газ, подчиняющийся распределению Ферми — Дирака (235.2). Если μ_0 — химический потенциал электронного газа при $T=0$ К, то, согласно (235.2), среднее число $\langle N(E) \rangle$ электронов в квантовом состоянии с энергией E

$$\langle N(E) \rangle = \frac{1}{e^{(E-\mu_0)/(kT)} + 1}. \quad (236.1)$$

Для фермионов (электроны являются фермионами) среднее число частиц в квантовом состоянии и вероятность заселенности квантового состояния совпадают, так как квантовое состояние либо может быть не заселено, либо в нем будет находиться одна частица. Это означает, что для фермионов $\langle N(E) \rangle = f(E)$, где $f(E)$ — функция распределения электронов по состояниям. Из (236.1) следует, что при $T=0$ К

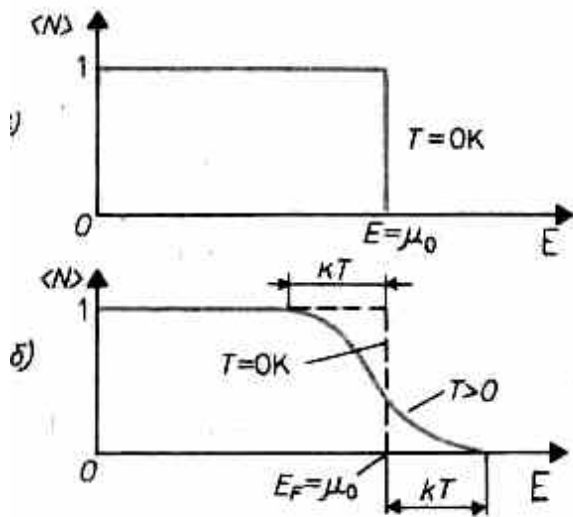


Рис. 312

380

функция распределения $\langle N(E) \rangle \geq 1$, если $E < \mu_0$, и $\langle N(E) \rangle \geq 0$, если $E > \mu_0$. График этой функции приведен на рис. 312, а. В области энергий от 0 до μ_0 функция $\langle N(E) \rangle$ равна единице. При $E = \mu_0$ она скачкообразно изменяется до нуля. Это означает, что при $T = 0$ К все нижние квантовые состояния, вплоть до состояния с энергией $E = \mu_0$, заполнены электронами, а все состояния с энергией, большей μ_0 , свободны. Следовательно, μ_0 есть не что иное, как максимальная кинетическая энергия, которую могут иметь электроны проводимости в металле при 0 К. Эта максимальная кинетическая энергия называется **энергией Ферми** и обозначается E_F ($E_F = \mu_0$). Поэтому распределение Ферми — Дирака

$$\langle N(E) \rangle = \frac{1}{e^{(E - E_F)/(kT)} + 1}. \quad (236.2)$$

Наивысший энергетический уровень, занятый электронами, называется **уровнем Ферми**. Уровню Ферми соответствует энергия Ферми E_F , которую имеют электроны на этом уровне. Уровень Ферми, очевидно, будет тем выше, чем больше плотность электронного газа. Работу выхода электрона из металла нужно отсчитывать не от дна «потенциальной ямы», как это делалось в классической теории, а от уровня Ферми, т. е. от верхнего из занятых электронами энергетических уровней.

Для металлов при не слишком высоких температурах выполняется неравенство $kT \ll E_F$. Это означает, что электронный газ в металлах практически всегда находится в состоянии сильного вырождения. Температура T_0 вырождения (см. § 235) находится из условия $kT_0 = E_F$. Она определяет границу, выше которой квантовые эффекты перестают быть существенными. Соответствующие расчеты показывают, что для электронов в металле $T_0 \approx 10^4$ К, т. е. для всех температур, при которых металл может существовать в твердом состоянии, электронный газ в металле вырожден.

При температурах, отличных от 0 К, функция распределения Ферми — Дирака (236.2) плавно изменяется от 1 до 0 в узкой области (порядка kT) в окрестности E_F (рис. 312, б). (Здесь же для сравнения пунктиром приведена функция распределения при $T = 0$ К.) Это объясняется тем, что при $T > 0$ небольшое число электронов с энергией, близкой к E_F , возбуждается за счет теплового движения и их энергия становится больше E_F . Вблизи границы Ферми при $E < E_F$ заполнение электронами меньше единицы, а при $E > E_F$ — больше нуля. В тепловом движении участвует лишь небольшое

число электронов, например при комнатной температуре $T \approx 300$ К и температуре вырождения $T_0 = 3 \cdot 10^4$ К, — это 10^{-5} от общего числа электронов.

Если $(E - E_F) \gg kT$ («хвост» функции распределения), то единицей в знаменателе (236.2) можно пренебречь по сравнению с экспонентой и тогда распределение Ферми — Дирака переходит в распределение Максвелла — Больцмана. Таким образом, при $(E - E_F) \gg kT$, т. е. при больших значениях энергии, к электронам в металле применима классическая статистика, в то же время, когда $(E - E_F) \ll kT$, к ним применима только квантовая статистика Ферми — Дирака.

§237. Понятие о квантовой теории теплоемкости. Фононы

Квантовая статистика устранила трудности в объяснении зависимости теплоемкости газов (в частности, двухатомных) от температуры (см. § 53). Согласно квантовой механике, энергия вращательного движения молекул и энергия колебаний атомов в молекуле могут принимать лишь дискретные значения. Если энергия теплового движения значительно меньше разности энергий соседних уровней энергии ($kT \ll \Delta E$), то при столкновении молекул вращательные и колебательные степени свободы практически не возбуждаются. Поэтому при низких температурах поведение двухатомного газа подобно одноатомному.

Так как разность между соседними вращательными уровнями энергии значительно меньше, чем между колебательными, т.е. $\Delta E_{\text{вращ}} \ll \Delta E_{\text{кол}}$ (см. § 230), то

381

с ростом температуры возбуждаются вначале вращательные степени свободы, в результате чего теплоемкость возрастает; при дальнейшем росте температуры возбуждаются и колебательные степени свободы и происходит дальнейший рост теплоемкости (см. рис.80).

Функции распределения Ферми — Дирака для $T = 0$ и $T > 0$ заметно различаются (рис. 312) лишь в узкой области энергий (порядка kT). Следовательно, в процессе нагревания металла участвует лишь незначительная часть всех электронов проводимости. Этим и объясняется отсутствие заметной разницы между теплоемкостями металлов и диэлектриков, что не могло быть объяснено классической теорией (см. § 103).

Как уже указывалось (см. § 73), классическая теория не смогла объяснить также зависимость теплоемкости твердых тел от температуры, а квантовая статистика решила эту задачу. Так, А. Эйнштейн, приближенно считая, что колебания атомов кристаллической решетки независимы (модель кристалла как совокупности независимых колеблющихся с одинаковой частотой гармонических осцилляторов), создал качественную квантовую теорию теплоемкости кристаллической решетки. Она впоследствии была развита П. Дебаем, который учел, что колебания атомов в кристаллической решетке не являются независимыми (рассмотрел непрерывный спектр частот гармонических осцилляторов).

Рассматривая непрерывный спектр частот осцилляторов, П. Дебай показал, что основной вклад в среднюю энергию квантового осциллятора вносят колебания низких частот, соответствующих упругим волнам. Поэтому тепловое возбуждение твердого тела можно описать в виде упругих волн, распространяющихся в кристалле. Согласно корпускулярно-волновому дуализму свойств вещества, упругим волнам в кристалле сопоставляют **фононы**, обладающие энергией $E = \hbar\omega$. Фонон есть **квант энергии звуковой волны** (так как упругие волны — волны звуковые). *Фононы являются квазичастицами* — элементарными возбуждениями, ведущими себя подобно микрочастицам. Аналогично тому как квантование электромагнитного излучения привело к представлению о фотонах, квантование упругих волн привело к представлению о фононах.

Квазичастицы, в частности фононы, сильно отличаются от обычных частиц (например, электронов, протонов, фотонов), так как они связаны с коллективным движением многих частиц системы. Квазичастицы не могут возникать в вакууме, они существуют только в кристалле. Импульс фонона обладает своеобразным свойством: при столкновении фононов в кристалле их импульс может дискретными порциями передаваться кристаллической решетке — он при этом не сохраняется. Поэтому в случае фононов говорят о **квазиимпульсе**.

Энергия кристаллической решетки рассматривается как энергия фононного газа, подчиняющегося статистике Бозе — Эйнштейна (см. § 235), так как фононы являются бозонами (их спин равен нулю). Фононы могут испускаться и поглощаться, но их число не сохраняется постоянным; поэтому в формуле (235.1) для фононов необходимо μ положить равным нулю.

Применение статистики Бозе — Эйнштейна к фононному газу — газу из невзаимодействующих бозе-частиц — привело П. Дебая к количественному выводу, согласно которому при высоких температурах, когда $T \gg T_D$ (классическая область), теплоемкость твердых тел описывается законом Дюлонга и Пти (см. § 73), а при низких температурах, когда $T \ll T_D$ (квантовая область), — пропорциональна кубу термодинамической температуры: $C_V \sim T^3$. В данном случае T_D — **характеристическая температура Дебая**, определяемая соотношением $kT_D = \hbar\omega_D$ где ω_D — предельная частота упругих колебаний кристаллической решетки. Таким образом, теория Дебая объяснила расхождение опытных и теоретических (вычисленных на основе классической теории) значений теплоемкости твердых тел (см. § 73 и рис. 113).

Модель квазичастиц — фононов — оказалась эффективной для объяснения

382

открытого П. Л. Капицей явления сверхтекучести жидкого гелия (см. § 31, 75). Теория сверхтекучести, созданная (1941) Л. Д. Ландау и развитая (1947) советским ученым Н. Н. Боголюбовым (р. 1909), применена впоследствии к явлению сверхпроводимости (см. § 239).

§ 238. Выводы квантовой теории электропроводности металлов

Квантовая теория электропроводности металлов — теория электропроводности, основывающаяся на квантовой механике и квантовой статистике Ферми — Дирака, — пересмотрела вопрос об электропроводности металлов. Расчет электропроводности металлов, выполненный на основе этой

$$\gamma = \frac{ne^2 \langle l_F \rangle}{m \langle u_F \rangle}, \quad (238.1)$$

которое по внешнему виду напоминает классическую формулу (103.2) для γ , но имеет совершенно другое физическое содержание. Здесь n — концентрация электронов проводимости в металле, $\langle l_F \rangle$ — средняя длина свободного пробега электрона, имеющего энергию Ферми, $\langle u_F \rangle$ — средняя скорость теплового движения такого электрона. Выводы, получаемые на основе формулы (238.1), полностью соответствуют опытным данным. Квантовая теория электропроводности металлов, в частности, объясняет зависимость удельной проводимости от температуры: $\gamma \sim 1/T$ (классическая теория (см. § 103) дает, что $\gamma \sim 1/\sqrt{T}$), а также аномально большие величины (порядка сотен периодов решетки) средней длины свободного пробега электронов в металле (см. § 103).

Квантовая теория рассматривает движение электронов с учетом их взаимодействия с кристаллической решеткой. Согласно корпускулярно-волновому дуализму, движению электрона сопоставляют волновой процесс. Идеальная кристаллическая решетка (в ее узлах находятся *неподвижные* частицы и в ней отсутствуют нарушения периодичности) ведет себя подобно оптически однородной среде — она «электронные волны» не рассеивает. Это соответствует тому, что металл не оказывает электрическому току — упорядоченному движению электронов — никакого сопротивления. «Электронные волны», распространяясь в идеальной кристаллической решетке, как бы огибают узлы решетки и проходят значительные расстояния.

В реальной кристаллической решетке всегда имеются неоднородности, которыми могут быть, например, примеси, вакансии; неоднородности обуславливаются также тепловыми колебаниями. В реальной кристаллической решетке происходит рассеяние «электронных волн» на неоднородностях, что и является причиной электрического сопротивления металлов. Рассеяние «электронных волн» на

неоднородностях, связанных с тепловыми колебаниями, можно рассматривать как столкновения электронов с фононами.

Согласно классической теории, $\langle u \rangle \sim \sqrt{T}$, поэтому она не смогла объяснить истинную зависимость $\langle u \rangle$ от температуры (см. § 103). В квантовой теории средняя скорость $\langle u_F \rangle$ от температуры практически не зависит, так как доказывается, что с изменением температуры уровень Ферми остается практически неизменным. Однако с повышением температуры рассеяние «электронных волн» на тепловых колебаниях решетки (на фононах) возрастает, что соответствует уменьшению средней длины свободного пробега электронов. В области комнатных температур $\langle I_F \rangle \sim T^{-1}$ поэтому, учитывая независимость $\langle u \rangle$ от температуры, получим, что сопротивление металлов ($R \sim 1/\gamma$) в соответствии с данными опытов растет пропорционально T . Таким образом, квантовая теория электропроводности металлов устранила и эту трудность классической теории.

§ 239. Сверхпроводимость. Понятие об эффекте Джозефсона

Прежде чем на основе квантовой теории приступить к качественному объяснению явления сверхпроводимости, рассмотрим некоторые свойства сверхпроводников.

Различные опыты, поставленные с целью изучения свойств сверхпроводников, приводят к выводу, что при переходе металла в сверхпроводящее состояние не изменяется структура его кристаллической решетки, не изменяются его механические и оптические (в видимой и инфракрасной областях) свойства. Однако при таком переходе наряду со скачкообразным изменением электрических свойств качественно меняются его магнитные и тепловые свойства. Так, в отсутствие магнитного поля переход в сверхпроводящее состояние сопровождается скачкообразным изменением теплоемкости, а при переходе в сверхпроводящее состояние во внешнем магнитном поле скачком изменяются и теплопроводность, и теплоемкость (такие явления характерны для фазовых переходов II рода; см. § 75). Достаточно сильное магнитное поле (а следовательно, и сильный электрический ток, протекающий по сверхпроводнику) разрушает сверхпроводящее состояние.

Как показал немецкий физик В. Мейсснер (1882—1974), в сверхпроводящем состоянии магнитное поле в толще сверхпроводника отсутствует. Это означает, что при охлаждении сверхпроводника ниже критической температуры (см. § 98) магнитное поле из него вытесняется (**эффект Мейсснера**). Общность эффектов, наблюдаемых в сверхпроводящем состоянии различных металлов, их соединений и сплавов, указывает на то, что явление сверхпроводимости обусловлено физическими причинами, общими для различных веществ, т. е. должен существовать единый для всех сверхпроводников механизм этого явления.

Физическая природа сверхпроводимости была понята лишь в 1957 г. на основе теории (создана Ландау в 1941 г.) сверхтекучести гелия (см. §237). Теория сверхпроводимости создана американскими физиками Д. Бардином (р. 1908), Л. Купером (р. 1930) и Д. Шриффером (р. 1931) и усовершенствована Н. Н. Боголюбовым.

Оказалось, что помимо внешнего сходства между сверхтекучестью (сверхтекучая жидкость протекает по узким капиллярам без трения, т. е. без сопротивления течению) и сверхпроводимостью (ток в сверхпроводнике течет без сопротивления по проводу) существует глубокая физическая аналогия: и сверхтекучесть, и сверхпроводимость — это **макроскопический квантовый эффект**.

Качественно явление сверхпроводимости можно объяснить так. Между электронами металла помимо кулоновского отталкивания, в достаточной степени ослабляемого экранирующим действием положительных ионов решетки, в результате электрон-фононного взаимодействия (взаимодействия электронов с колебаниями решетки) возникает слабое взаимное притяжение. Это взаимное притяжение при определенных условиях может преобладать над отталкиванием. В результате электроны проводимости, притягиваясь, образуют своеобразное связанное состояние, называемое **куперовской парой**. «Размеры» пары много больше (примерно на четыре порядка) среднего межатомного расстояния, т. е. между электронами, «связанными» в пару, находится много «обычных» электронов.

Чтобы куперовскую пару разрушить (оторвать один из ее электронов), надо затратить некоторую энергию, которая пойдет на преодоление сил притяжения электронов пары. Такая энергия может быть в принципе получена в результате взаимодействия с фононами. Однако пары сопротивляются своему разрушению. Это объясняется тем, что существует не одна пара, а целый ансамбль взаимодействующих друг с другом куперовских пар.

Электроны, входящие в куперовскую пару, имеют противоположно направленные спины. Поэтому спин такой пары равен нулю и она представляет собой бозон. К бозонам принцип Паули неприменим, и число бозе-частиц, находящихся в одном состоянии, не ограничено. Поэтому при сверхнизких температурах бозоны скапливаются в основном состоянии, из которого их довольно трудно перевести в возбужденное. Система бозе-частиц — куперовских пар, обладая устойчивостью относительно возможности отрыва электрона, может под действием внешнего электрического поля двигаться без сопротивления со стороны проводника, что и приводит к сверхпроводимости.

На основе теории сверхпроводимости английский физик Б. Джозефсон (р. 1940) в 1962 г. предсказал эффект, названный его именем (Нобелевская премия 1973 г.). **Эффект Джозефсона** (обнаружен в 1963 г.) — протекание сверхпроводящего тока сквозь тонкий слой диэлектрика (пленка оксида металла толщиной ~ 1 нм), разделяющий два сверхпроводника (так называемый **контакт Джозефсона**). Электроны проводимости проходят сквозь диэлектрик благодаря туннельному эффекту. Если ток через контакт Джозефсона не превышает некоторое критическое значение, то падения напряжения на нем нет (**стационарный эффект**), если превышает — возникает падение напряжения U и контакт излучает электромагнитные волны (**нестационарный эффект**). Частота ν излучения связана с U на контакте соотношением $\nu = 2eU/h$ (e — заряд электрона). Возникновение излучения объясняется тем, что куперовские пары (они создают сверхпроводящий ток), проходя сквозь контакт, приобретают относительно основного состояния сверхпроводника избыточную энергию. Возвращаясь в основное состояние, они излучают квант электромагнитной энергии $h\nu = 2eU$. Эффект Джозефсона используется для точного измерения очень слабых магнитных полей (до 10^{-18} Тл), токов (до 10^{-10} А) и напряжений (до 10^{-15} В), а также для создания быстродействующих элементов логических устройств ЭВМ, усилителей и т. д.