Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет (СибАДИ)»

И.В. Лазута, И.А. Реброва

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ

Учебное пособие

Омск • 2018

УДК 621.3
ББК 31.2
Л17

Согласно 436-ФЗ от 29.12.2010 «О защите детей от информации, причиняющей вред их здоровью и развитию» данная продукция маркировке не подлежит.

Рецензенты:
канд. техн. наук, доц. А.А. Руппель (ОИВТ филиал ФГБОУ ВО «СГУВТ»);
канд. техн. наук, доц. С.Д. Игнатов (СибАДИ)

Работа утверждена редакционно-издательским советом СибАДИ в качестве учебного пособия.

Лазута, Иван Васильевич.
Л17 Основы электротехники и электроники [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.В. Лазута, И.А. Реброва. – Электрон. дан. – Омск : СибАДИ, 2018. – Режим доступа :……..……..., свободный после авторизации. − Загл. с экрана.
ISBN 978-5-00113-087-1.

Рассмотрены основные теоретические сведения о понятиях, структуре и методах анализа электрических и магнитных цепей, электрических машин и электронных устройств. Изложенный материал позволит студентам освоить основные термины и определения, назначение и устройство, области применения, характеристики и закономерности, особенности и режимы работы электрических и магнитных цепей, электрических машин и электронных устройств.

Имеет интерактивное оглавление в виде закладок. Содержит ссылки на видеоматериалы обучающего и демонстрационного характера, которые воспроизводятся с помощью проигрывателя Windows Media.

Предназначено для изучения электротехнических дисциплин для обучающихся всех форм обучения всех специальностей и направлений подготовки бакалавриата.

Подготовлено на кафедре «Автоматизация производственных процессов и электротехника».

Мультимедийное издание (7 МБ)
Системные требования : Intel, 3,4 GHz ; 150 МБ ; Windows XP/Vista/7 ; DVD-ROM ;
1 ГБ свободного места на жестком диске ; программа для чтения pdf-файлов Adobe Acrobat Reader ; Foxit Reader
Редактор И. Г. Кузнецова
Техническая подготовка Н.В. Кенжалинова
Издание первое. Дата подписания к использованию
Редакционно-издательский комплекс СибАДИ. 644080, г. Омск, пр. Мира, 5
РИО ИПК СибАДИ. 644080, г. Омск, ул. 2-я Поселковая, 1
© ФГБОУ ВО «СибАДИ», 2018

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данное учебное пособие содержит теоретический материал по курсам общепрофессиональных электротехнических и электронных дисциплин, который позволит обучающимся качественно подготовиться к лабораторным и практическим занятиям, а также к защите лабораторных работ, зачёту и экзамену.

Учебное пособие позволяет сформировать у обучающихся необходимые компетенции, изложенные в федеральных государственных образовательных стандартах высшего образования для всех форм обучения направлений подготовки бакалавриата: «Автоматизация технологических процессов и производств», «Управление в технических системах», «Техносферная безопасность», «Технология транспортных процессов», «Наземные транспортно-технологические комплексы», «Профессиональное обучение», «Строительство», «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов», «Управление качеством», «Информатика и вычислительная техника» и специальностей: «Наземные транспортно-технологические средства», «Строительство уникальных зданий и сооружений».

ВВЕДЕНИЕ

Электрическая энергия применяется во всех областях человеческой деятельности: освещении, отопительных системах, бытовых приборах, электрических приводах, источниках питания, радио- и телевизионном оборудовании, электронной и микропроцессорной технике и т.д.

Электротехника – это область технических наук, изучающая электрические и магнитные явления, процессы, закономерности, а также их практическое применение. На базе электротехники начали развиваться электроника, радиотехника, электропривод и другие смежные науки.

Электроника же как наука изучает создание электронных приборов и устройств для преобразования электромагнитной энергии, приёма, передачи, обработки и хранения информации.

Изучение студентами электротехники и электроники позволит им квалифицированно решать общепрофессиональные задачи, связанные с эксплуатацией электротехнического и электронного оборудования и электропривода, применяемого в современном производстве и быту.

1. АНАЛИЗ И РАСЧЁТ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1. Электрическая цепь и её элементы

Электрической цепью называется совокупность соответствующим образом соединённых электротехнических устройств, состоящая из источников и приёмников электрической энергии, предназначенных для генерации, передачи, распределения и преобразования электрической энергии и (или) информации [6].

Отдельные устройства, составляющие электрическую цепь, называют *элементами электрической цепи*. Элементы электрической цепи, генерирующие электрическую энергию, называют *источниками энергии*, а элементы, потребляющие электрическую энергию, – *приёмниками энергии*. С помощью источников различные виды энергии преобразуются в электрическую энергию. Приёмники, наоборот, преобразуют электрическую энергию в другие виды энергии.

У каждого элемента цепи можно выделить определенное число зажимов (*полюсов*), с помощью которых он соединяется с другими элементами. Различают *двухполюсные* и *многополюсные элементы*. Двухполюсники имеют два зажима. К ним относятся источники энергии (за исключением управляемых и многофазных), резисторы, катушки индуктивности, конденсаторы. Многополюсные элементы – это, например, триоды, трансформаторы, усилители и т.д.

Все элементы электрической цепи условно можно разделить на активные и пассивные. *Активным* называется элемент, содержащий в своей структуре источник электрической энергии. К *пассивным* относятся элементы, в которых энергия рассеивается – преобразуется в другой вид энергии (резистор) – или накапливается (катушка индуктивности, конденсатор).

К основным характеристикам элементов цепи относятся их *вольт-амперные*, *вебер-амперные* и *кулон-вольтные характеристики*, описываемые дифференциальными или (и) алгебраическими уравнениями. Если элементы описываются линейными дифференциальными или алгебраическими уравнениями, то они называются *линейными*, в противном случае они относятся к классу *нелинейных*. Строго говоря, все элементы являются нелинейными. Возможность рассмотрения элементов как линейных определяется границами изменения характеризующих их переменных и их частот, это существенно упрощает математическое описание и анализ процессов. Коэффициенты, связы-

вающие переменные, их производные и интегралы в уравнениях, называются *параметрами элемента*. Следовательно, если параметры элемента не зависят от времени, то элемент будет линейным.

Если параметры элемента не являются функциями пространственных координат, определяющих его геометрические размеры, то он называется *элементом с сосредоточенными параметрами*. Если элемент описывается уравнениями, в которые входят пространственные переменные, то он относится к классу *элементов с распределёнными параметрами*. Классическим примером последних является линия передачи электроэнергии (длинная линия).

Цепи, содержащие только линейные элементы, называются *линейными*. Наличие в цепи хотя бы одного нелинейного элемента относит ее к классу *нелинейных*.

Графическое изображение электрической цепи, составленное из условных обозначений электротехнических устройств, называется *принципиальной схемой* (рис. 1.1, *а*). Стандартные условные графические обозначения основных электрических устройств выполняются согласно стандартам ГОСТ 2.721 – 2.768 ЕСКД. Принципиальная схема электрической цепи показывает назначение всех электротехнических устройств и их взаимодействие, но, составив только такую схему цепи, нельзя рассчитать режим работы электротехнических устройств цепи. Для того чтобы выполнить расчёт, необходимо электрическую цепь представить её схемой замещения (рис. 1.1, *б*). *Схема замещения* электрической цепи является её математической моделью. Она состоит из совокупности различных идеализированных элементов, выбранных так, чтобы можно было с достаточно хорошим приближением описать процессы в электрической цепи.

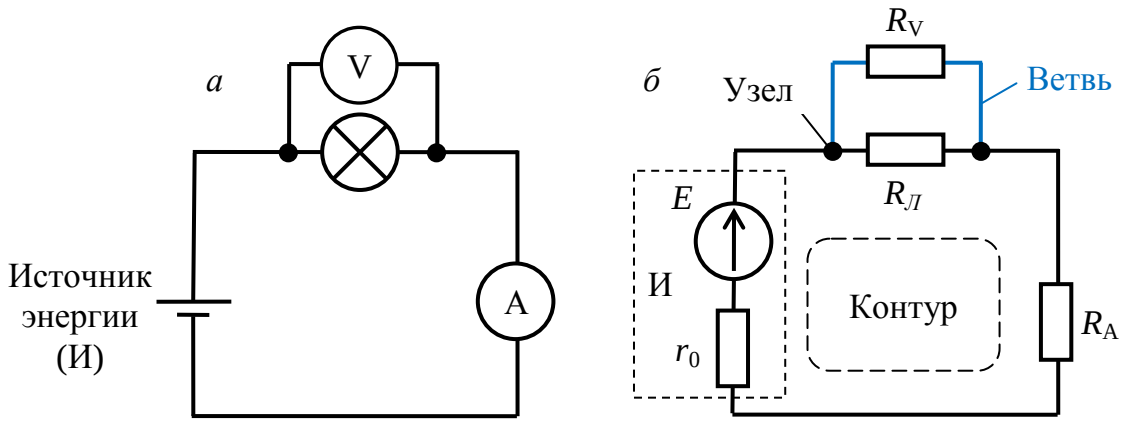


Рис. 1.1. Электрическая схема цепи:
а – принципиальная схема; *б* – схема замещения

Конфигурация схемы замещения электрической цепи определяется следующими геометрическими (топологическими) понятиями: ветвь, узел, контур.

Ветвью называется участок цепи, обтекаемый одним и тем же током (часть электрической цепи между двумя соседними узлами).

Узел – место соединения трёх и более ветвей.

Контуром называется упорядоченная последовательность ветвей, в которой каждые две соседние ветви имеют общий узел, причём один из узлов является начальным и конечным.

1.2. Основные электрические величины цепи постоянного тока

Электрическим током называется любое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов. За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов [2].

Количественной мерой электрического тока служит *сила тока* I – скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}. \tag{1.1}$$

Ток, сила и направление которого не изменяются со временем, называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}, \tag{1.2}$$

где q – суммарный заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника. Единица силы тока – *ампер*, [А] = [Кл/с].

При расчёте цепи действительные направления токов в её элементах в общем случае заранее не известны. Поэтому необходимо предварительно выбрать условные положительные направления токов во всех ветвях цепи.

Электрическим напряжением U называется скалярная величина, равная линейному интегралу напряжённости электрического поля $\vec{\varepsilon}$ на участке цепи a–b или разности потенциалов φ между двумя точками a и b:

$$U = \int_a^b \vec{\varepsilon} d\vec{l} = \frac{1}{q}\int_a^b \vec{F} d\vec{l} = \frac{A}{q} = \varphi_a - \varphi_b, \tag{1.3}$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на положительный заряд в однородном постоянном электрическом поле с напряжённостью $\vec{\varepsilon}$, $\vec{F} = q\vec{\varepsilon}$; A – работа электрического поля при перемещении положительного заряда вдоль участка проводника; φ_a и φ_b – потенциалы однородного постоянного электрического поля в поперечных сечениях a и b участка проводника.

Потенциал – физическая величина, определяемая потенциальной энергией, которой обладает единичный положительный заряд, помещённый в рассматриваемую точку электрического поля.

В приёмнике электрической энергии положительные направления тока и напряжения, как правило, выбираются одинаковыми.

Для поддержания тока в электрической цепи необходим источник электрической энергии, который должен действовать на электроны силами неэлектростатического происхождения, эти силы называются *сторонними*. За счёт создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника против сил электростатического поля, благодаря чему на концах внешней цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течёт постоянный электрический ток.

Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами $A_{стор}$ при перемещении единичного положительного заряда, называется *электродвижущей силой* (ЭДС E):

$$E = \frac{A_{стор}}{q}. \qquad (1.4)$$

Единица измерения напряжения, потенциала и ЭДС – *вольт* [В], напряжённости электрического поля – *вольт на метр* [В/м] = [Дж/Кл].

Скорость преобразования электрической энергии в другой вид энергии определяет *электрическую мощность*. В цепях постоянного тока мощность, рассеиваемая на резистивном элементе в виде тепла, неизменна во времени и называется *активной*:

$$P = \frac{A}{t} = \frac{IUt}{t} = IU, \qquad (1.5)$$

где A – работа, совершаемая током, или электрическая энергия в *джоулях* [Дж]; P – мощность в *ваттах* [Вт]; t – время в *секундах* [с].

Практической единицей измерения электрической энергии является *киловатт-час* [кВт·ч], это работа, совершаемая при неизменной мощности 1 кВт в течение одного часа.

1.3. Резистивный элемент

Столкновения свободных электронов в проводниках с атомами кристаллической решётки тормозят их поступательное (дрейфовое) движение. Противодействие направленному движению свободных электронов, т. е. постоянному току, составляет физическую сущность сопротивления проводника.

Рис. 1.2. Внешний вид реостата РСПС-2

Электротехническое устройство, обладающее сопротивлением и применяемое для ограничения тока, называется *резистором*. Регулируемый резистор называется реостатом (рис. 1.2).

Резистивные элементы являются схемными моделями не только резисторов, но и любых других электротехнических устройств или их частей, оказывающих сопротивление постоянному току независимо от физической природы этого явления.

Сопротивление R – параметр резистивного элемента. Единица измерения сопротивления – *ом* [Ом].

Величина, обратная сопротивлению, называется *проводимостью*:

$$G = \frac{1}{R}. \tag{1.6}$$

Единица измерения проводимости – *сименс* [См].

Сопротивление проводника определяется его геометрическими размерами и свойствами материала: удельным сопротивлением ρ (Ом·м) или удельной проводимостью $\gamma = \rho^{-1}$(См/м).

В простейшем случае сопротивление проводника длиной l и сечением S определяется выражением

$$R = \rho\frac{l}{S} = \frac{l}{\gamma S}. \tag{1.7}$$

Условные графические изображения линейного и нелинейного резисторов приведены на рис. 1.3, *а*. Основной характеристикой резистивного элемента является зависимость $U(I)$ [или $I(U)$], называемая *вольт-амперной характеристикой* (ВАХ). Если зависимость $U(I)$

представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат (линия *1* на рис. 1.3, *б*), то резистор называется линейным и описывается соотношением

$$R = \frac{1}{G} = \frac{U}{I} = \text{const}. \qquad (1.8)$$

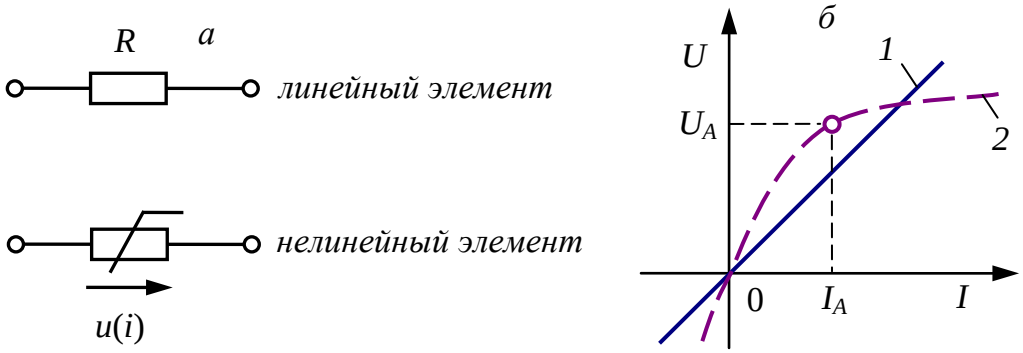


Рис. 1.3. Резистивный элемент:
а – условное графическое обозначение; *б* – вольт-амперная характеристика

Нелинейный резистивный элемент, ВАХ которого нелинейна (линия *2* рис. 1.3, *б*), характеризуется несколькими параметрами. *Статическое сопротивление* $R_{ст}$, зависящее от текущего через элемент тока, определяется в любой точке ВАХ как отношение напряжения к силе тока в этой точке, например, для точки *A*

$$R_{ст\,A} = \frac{U_A}{I_A}. \qquad (1.9)$$

Статическое сопротивление даже на линеаризованном участке ВАХ имеет непостоянное значение. Исключение составляют лишь те характеристики, у которых линеаризованный участок или его продолжение проходит через начало координат. Поэтому статическое сопротивление редко применяется в расчётах.

Дифференциальное сопротивление $R_д$ определяется в любой точке ВАХ как производная напряжения по току или для линеаризованного участка ВАХ отношением приращения напряжения ΔU к приращению тока ΔI в окрестностях выбранной точки:

$$R_д = \frac{dU}{dI} \text{ или } R_д = \frac{\Delta U}{\Delta I}. \qquad (1.10)$$

В пределах рассматриваемого участка дифференциальное сопротивление – величина постоянная.

1.4. Схемы замещения источников электрической энергии

Свойства источника электрической энергии описываются ВАХ $U(I)$, называемой *внешней характеристикой источника*. ВАХ источника может быть определена экспериментально на основе схемы, представленной на рис. 1.4, *а*. Здесь вольтметр V измеряет напряжение U на зажимах *1–2* источника *И*, а амперметр А – потребляемый от него ток I, величина которого может изменяться с помощью переменного нагрузочного резистора (реостата) R_H [6].

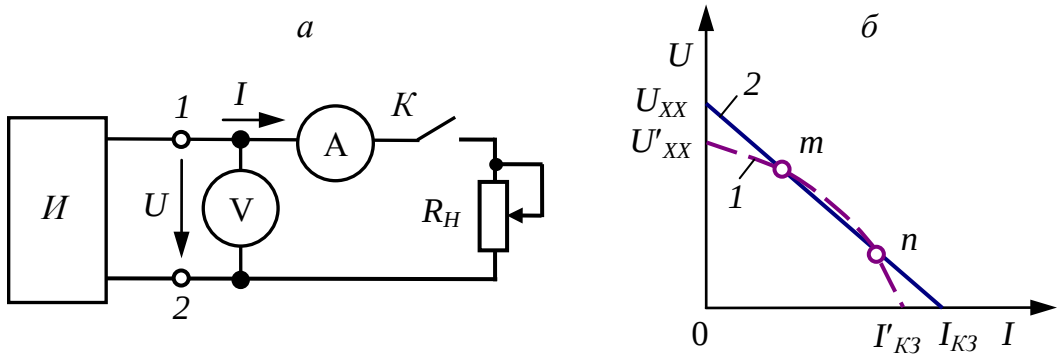


Рис. 1.4. Источник электрической энергии:
а – схема эксперимента; *б* – внешние характеристики

В общем случае ВАХ источника является нелинейной (кривая *1* на рис. 1.4, *б*) и имеет две характерные точки, которые соответствуют:

- *режиму холостого хода* ($I = 0$; $U = U'_{XX}$);
- *режиму короткого замыкания* ($U = 0$; $I = I'_{K3}$).

Для большинства источников режим короткого замыкания (иногда холостого хода) является недопустимым. Токи и напряжения источника обычно могут изменяться в определённых пределах, ограниченных сверху значениями, соответствующими *номинальному режиму* (режиму, при котором изготовитель гарантирует наилучшие условия эксплуатации источника в отношении его экономичности и долговечности срока службы). Это позволяет в ряде случаев для упрощения расчётов аппроксимировать нелинейную ВАХ *1* на рабочем участке *m–n* (см. рис. 1.4, *б*) прямой *2*, положение которой определяется рабочими интервалами изменения напряжения и тока. Следует отметить, что многие источники (гальванические элементы, аккумуляторы) имеют линейные ВАХ.

Прямая *2* на рис. 1.4, *б* описывается линейным уравнением

$$U = U_{XX} - r_0 I, \qquad (1.11)$$

где U_{XX} – напряжение на зажимах источника при отключенной нагрузке (разомкнутом ключе *К* в схеме на рис. 1.4, *а*); r_0 – *внутреннее сопротивление источника*, $r_0 = U_{XX}/I_{КЗ}$.

Уравнение (1.11) позволяет составить *последовательную схему замещения* источника (рис. 1.5, *а*). Напряжение холостого хода такого источника равно ЭДС, поэтому

$$U = E - r_0 I\,. \qquad (1.12)$$

Так как ВАХ источника линейна, то для определения параметров его схемы замещения необходимо провести замеры напряжения и тока для двух любых режимов его работы. Следует отметить, что направления ЭДС и напряжения на зажимах источника противоположны.

Если внутреннее сопротивление источника электрической энергии несравнимо мало по сравнению с сопротивлением внешней части цепи и практически не влияет на напряжение ($r_0 << R_H$, $r_0 \approx 0$), то напряжение между выводами источника электрической энергии практически не зависит от тока. Такой идеализированный источник электрической энергии называется *идеальным источником напряжения* с одним параметром *E* (рис. 1.5, *б*), а напряжение на его выводах $U_{ИИН} = E$ = const.

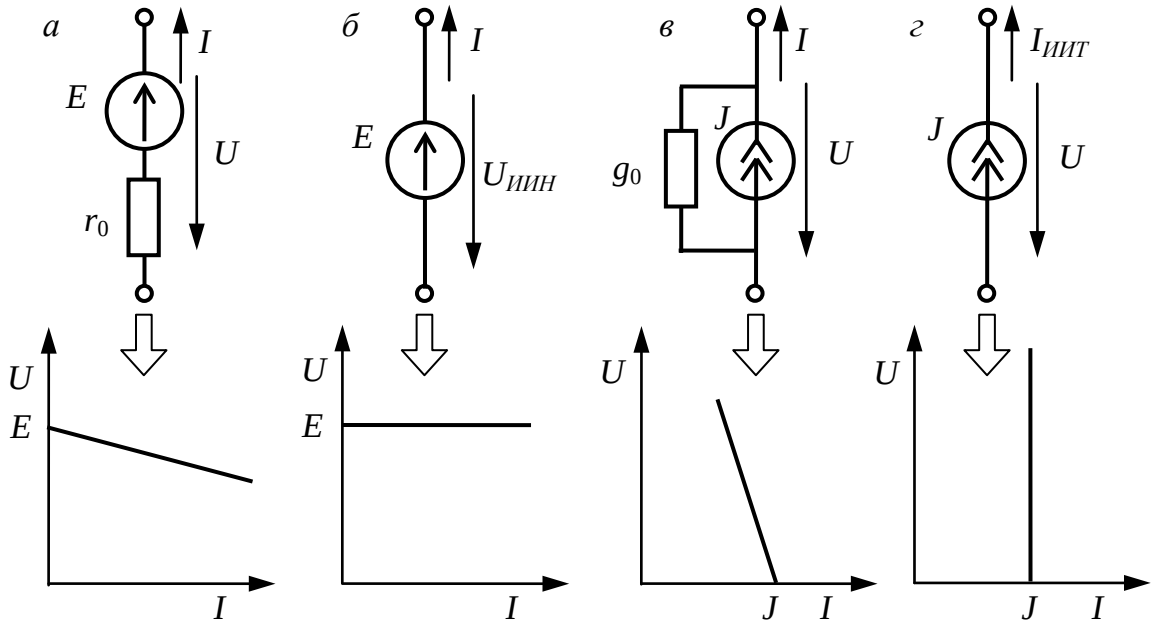


Рис. 1.5. Условное графическое изображение источников электрической энергии и их вольт-амперные характеристики:
а – реальный источник напряжения; *б* – идеальный источник напряжения;
в – реальный источник тока; *г* – идеальный источник тока

К источникам напряжения можно отнести, например, аккумуляторы и электромагнитные генераторы постоянного тока.

В ряде случаев внутреннее сопротивление источника энергии r_0 может быть во много раз больше сопротивления внешней части цепи, тогда применяют параллельную схему замещения источника.

Для её описания разделим левую и правую части соотношения (1.11) на r_0. В результате получим

$$I = \frac{E}{r_0} - \frac{U}{r_0} = I_{K3} - \frac{U}{r_0} = J - g_0 U\,, \qquad (1.13)$$

где $J = I_{K3}$; g_0 – внутренняя проводимость источника.

Уравнению (1.13) соответствует схема замещения *реального источника тока* на рис. 1.5, *в*. Если ток источника не зависит от сопротивления внешней части цепи и практически равен току короткого замыкания (при $r_0 = \infty$; $g_0 \approx 0$), то такой идеализированный источник электрической энергии называется *идеальным источником тока*. Такой источник имеет параметр J (рис. 1.5, *г*), а его ток $I_{ИИТ} = J = \text{const}$.

К источникам тока можно отнести, например, зарядные устройства аккумуляторов или узлы питания газоразрядных и полупроводниковых устройств.

Следует отметить, что в расчётном плане при выполнении условий $J = E/r_0$ и $g_0 = 1/r_0$ последовательная и параллельная схемы замещения источника являются эквивалентными (рис. 1.6). Однако в энергетическом отношении они различны, поскольку в режиме холостого хода для последовательной схемы замещения мощность равна нулю, а для параллельной – нет.

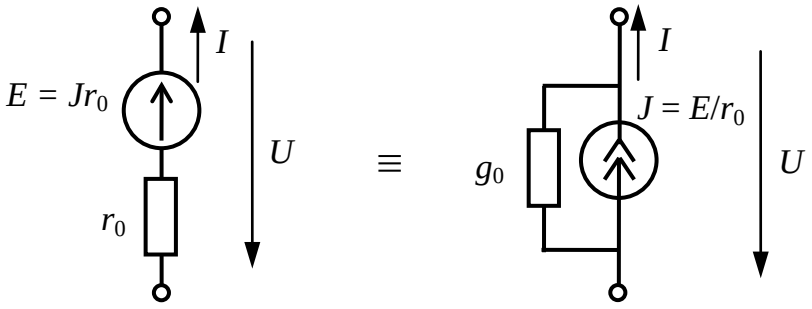


Рис. 1.6. Схемы эквивалентного преобразования источников напряжения и тока

Кроме отмеченных режимов функционирования источника, на практике важное значение имеет *согласованный режим* работы, при котором нагрузкой R_H от источника потребляется максимальная мощность

$$P_{\max} = \frac{U_{XX}^2}{4r_0} = \frac{I_{K3}^2 r_0}{4}. \qquad (1.14)$$

Условие такого режима

$$R_H = r_0. \qquad (1.15)$$

В заключение отметим, что в соответствии с ВАХ на рис. 1.5, *б*, *г* идеальные источники ЭДС и тока являются источниками бесконечно большой мощности.

1.5. Основные законы цепей постоянного тока

Задачей анализа и расчёта электрических цепей является определение токов, напряжений и мощностей отдельных её участков. Часто возникает задача, когда для получения требуемого распределения токов, напряжений и мощностей нужно определить параметры цепи или её отдельных элементов. Основой расчёта электрических цепей являются закон Ома и два закона Кирхгофа.

Закон Ома – эмпирический физический закон, определяющий связь электродвижущей силы источника (или электрического напряжения) с силой тока, протекающего в проводнике, и сопротивлением проводника. Закон установлен Георгом Омом в 1826 г. и назван в его честь [1, 5, 6].

Закон Ома для участка цепи в интегральной форме имеет вид

$$I = \frac{U}{R}, \qquad (1.16)$$

где U – напряжение на участке цепи, $U = \varphi_1 - \varphi_2 \pm E$; $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка; E – ЭДС, действующая на участке; R – сопротивление участка цепи. ЭДС выбирают со знаком плюс, если источник работает в режиме генератора, т.е. направления ЭДС и тока на данном участке совпадают, со знаком минус для источника-потребителя, если направления ЭДС и тока противоположны.

Для неоднородного участка цепи с источником ЭДС *1* (рис. 1.7) закон Ома имеет вид

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E}{r_0}. \qquad (1.17)$$

Для однородного участка цепи *2* с внешним сопротивлением R (см. рис. 1.7) закон Ома записывают в виде

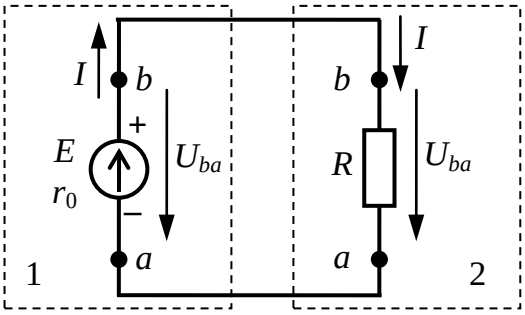


Рис. 1.7. Схема электрической цепи

$$I = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{R}. \qquad (1.18)$$

Для замкнутой одноконтурной электрической цепи (см. рис. 1.7), содержащей источник ЭДС, ток по закону Ома равен

$$I = \frac{E}{R + r_0}. \qquad (1.19)$$

Законы Кирхгофа – соотношения, которые выполняются между токами и напряжениями на участках любой электрической цепи. Законы Кирхгофа имеют особое значение в электротехнике, так как пригодны для расчётов сложных электрических цепей. Применение законов Кирхгофа к линейной электрической цепи позволяет получить систему линейных уравнений относительно токов или напряжений и соответственно найти значения токов во всех ветвях цепи. Законы сформулированы Густавом Кирхгофом в 1845 г.

Согласно *первому закону Кирхгофа*, алгебраическая сумма токов в любом узле электрической цепи равна нулю [1, 5, 6]:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0, \qquad (1.20)$$

где n – число токов, сходящихся в узле. Токи, входящие и выходящие из узла, в уравнении должны учитываться с разными знаками, например, входящие в узел токи – со знаком плюс, выходящие из узла токи – со знаком минус. Так, для узла a схемы, изображённой на рис. 1.8, уравнение по первому закону Кирхгофа имеет вид

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0.$$

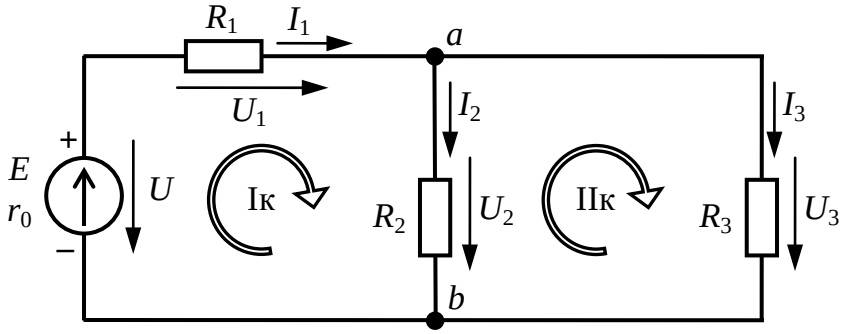


Рис. 1.8. Схема замещения разветвлённой цепи постоянного тока

Согласно *второму закону Кирхгофа*, алгебраическая сумма напряжений участков любого контура электрической цепи равна нулю:

$$\sum_{k=1}^{m} U_k = 0, \qquad (1.21)$$

где m – число участков контура. Со знаком плюс записываются напряжения, положительные направления которых совпадают с произвольно выбранным направлением обхода контура, со знаком минус – противоположно направленные, или наоборот.

Заменив напряжения на выходе источников ЭДС выражением (1.12), можно представить формулировку второго закона Кирхгофа в следующем виде: алгебраическая сумма напряжений на резистивных элементах контура равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в контуре:

$$\sum_{k=1}^{m} R_k I_k = \sum_{i=1}^{n} E_i, \qquad (1.22)$$

где m – число резистивных элементов; n – число источников ЭДС в контуре. Со знаком плюс записываются ЭДС и токи, положительные направления которых совпадают с произвольно выбранным направлением обхода контура, со знаком минус – противоположно направленные, или наоборот.

Например, для контуров Iк и IIк (см. рис. 1.8) уравнения по второму закону Кирхгофа имеют вид

$$-U + U_1 + U_2 = 0 \text{ или } R_1 I_1 + r_0 I_1 + R_2 I_2 = E;$$

$$-U_2 + U_3 = -R_2 I_2 + R_3 I_3 = 0.$$

1.6. Потенциальная диаграмма электрической цепи

Для анализа электрических цепей постоянного тока используют *потенциальную диаграмму* $\varphi(R)$ – график зависимости потенциалов точек цепи от величины сопротивлений участков между этими точками, выполненный в масштабе.

Потенциальную диаграмму строят для контура цепи: выбирают исходную точку, потенциал которой принимают равным нулю; определяют потенциалы остальных точек контура, используя закон Ома для участка цепи.

Рассмотрим пример построения потенциальной диаграммы для схемы, изображённой на рис. 1.9, *а*. За исходную точку принимаем точку *а*, $\varphi_a = 0$. Относительно этой точки в произвольном направлении рассчитываются потенциалы всех точек контура.

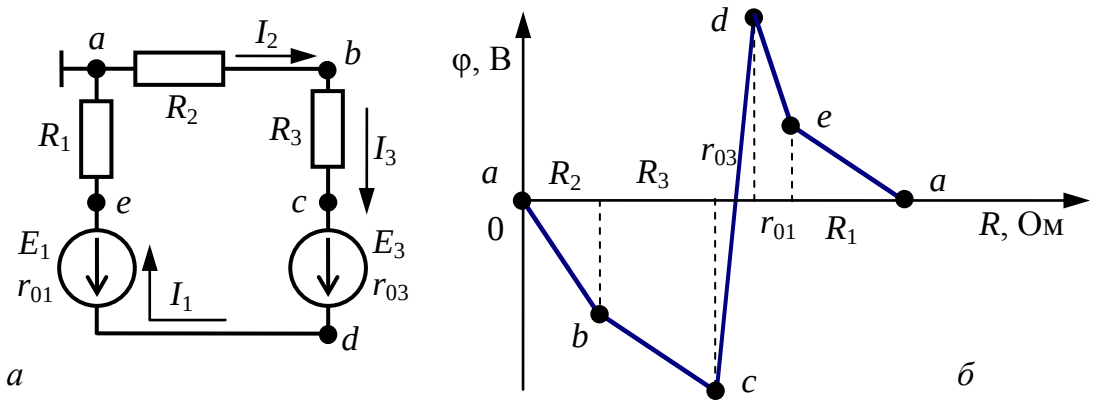


Рис. 1.9. Пример построения потенциальной диаграммы:
а – контур сложной электрической цепи; *б* – потенциальная диаграмма

Потенциал точки, следующей за приёмником электрической энергии по направлению тока, будет меньше потенциала предыдущей на величину падения напряжения на этом участке:

$$\varphi_b = \varphi_a - I_2 R_2;$$

$$\varphi_c = \varphi_b - I_3 R_3.$$

Потенциал точки, следующей за источником-генератором по направлению тока, будет больше потенциала предыдущей на величину напряжения этого источника:

$$\varphi_d = \varphi_c + \left(E_3 - I_3 r_{03}\right).$$

Потенциал точки, следующей за источником-потребителем по направлению тока, будет меньше потенциала предыдущей на величину напряжения этого источника:

$$\varphi_e = \varphi_d - \left(E_1 + I_1 r_{01}\right).$$

Последняя расчётная точка контура является исходной, поэтому её значение должно получиться таким же, как исходно принятое:

$$\varphi_a = \varphi_e - I_1 R_1 = 0.$$

Потенциальная диаграмма представляет собой построенный в масштабе график зависимости потенциалов точек цепи от величины сопротивлений участков между этими точками (рис. 1.9, *б*). Сопротивления откладываются последовательно друг за другом в порядке следования их по контуру, т.е. от точки до точки.

1.7. Эквивалентные преобразования в резистивных цепях

В электрических цепях резисторы соединяются последовательно, параллельно или смешанно.

Соединение резисторов называется *последовательным*, если каждый элемент соединён не более чем с двумя другими, причём так, что с каждым из них у него есть только одна общая точка. Это означает, что в последовательном соединении не может быть узлов и, как следствие, во всех элементах протекает один и тот же ток. Общее напряжение при последовательном соединении равно сумме напряжений на отдельных участках (рис. 1.10, *а*). В соответствии со вторым законом Кирхгофа и законом Ома

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I = (R_1 + R_2 + R_3) I = RI.$$

Поэтому

$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

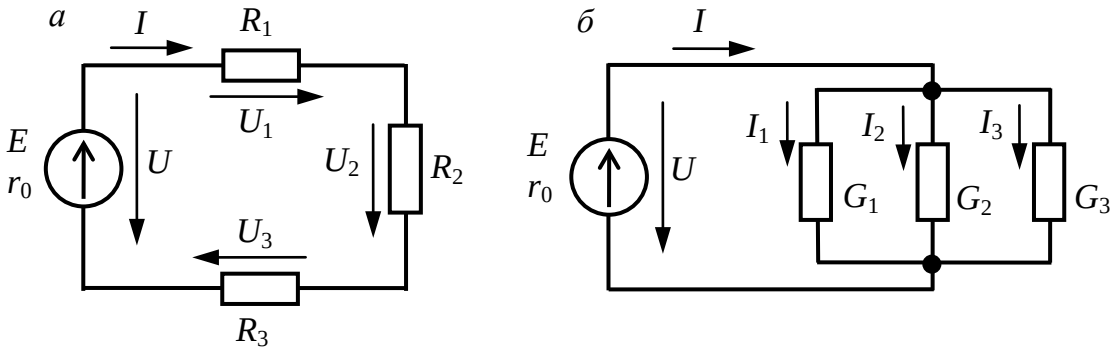


Рис. 1.10. Соединение резистивных элементов:
а – последовательное; *б* – параллельное

Эквивалентное сопротивление цепи, состоящей из последовательно соединённых резисторов, равно сумме сопротивлений этих резисторов.

$$R = \sum_{k=1}^{n} R_k \,. \qquad (1.23)$$

Резисторы включены *параллельно*, если они присоединены к одной и той же паре узлов (рис. 1.10, *б*).

Напряжения на параллельно соединённых резисторах одинаковы. Пользуясь первым законом Кирхгофа и законом Ома, можно записать

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = G_1 U + G_2 U + G_3 U = (G_1 + G_2 + G_3) U = GU.$$

Следовательно,

$$G = G_1 + G_2 + G_3 .$$

При параллельном соединении складывают проводимости участков цепи

$$G = \sum_{k=1}^{n} G_k \text{ или } \frac{1}{R} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}. \qquad (1.24)$$

При параллельном соединении токи в ветвях обратно пропорциональны сопротивлениям ветвей.

Смешанное соединение – это сочетание последовательного и параллельного соединений. Для каждого смешанного соединения можно найти эквивалентное сопротивление путём последовательных эквивалентных преобразований. Рассмотрим эту задачу на примере схемы рис. 1.11.

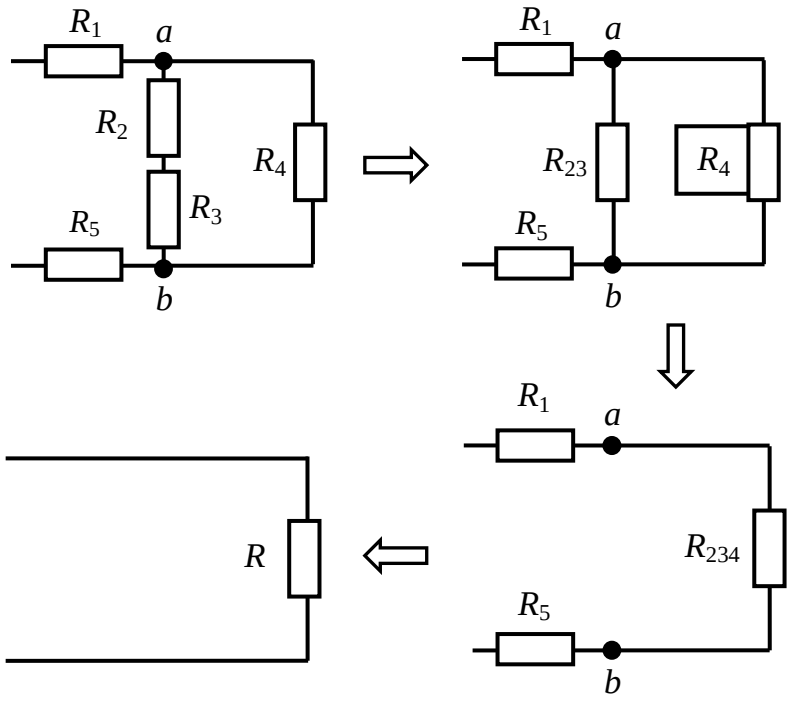


Рис. 1.11. Эквивалентное преобразование смешанного соединения

Здесь изображены четыре ветви. В первую входит резистор R_1; во вторую резисторы R_2 и R_3; в третью резистор R_4 и в четвёртую – R_5. Вторая и третья ветви включены параллельно, т.к. обе соединены с узлами *a* и *b*. Однако из этого не следует, что параллельно соединены между собой элементы этих ветвей. Это было бы справедливо только в том случае, если бы обе ветви состояли из одного элемента. На первом этапе эквивалентное преобразование возможно только для после-

довательного соединения R_2 и R_3 во второй ветви: $R_{23} = R_2 + R_3$. Теперь каждая из параллельных ветвей состоит из одного элемента, они образуют параллельное соединение, для которого эквивалентное сопротивление

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_4} = \frac{R_{23} + R_4}{R_{23} R_4} = \frac{R_2 + R_3 + R_4}{(R_2 + R_3) R_4},\ R_{234} = \frac{(R_2 + R_3) R_4}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

В результате получили последовательное соединение резисторов с эквивалентным сопротивлением

$$R = R_1 + R_5 + R_{234} = R_1 + R_5 + \frac{(R_2 + R_3) R_4}{R_2 + R_3 + R_4}.$$

В сложных цепях встречаются соединения, которые нельзя свести к комбинации последовательных и параллельных. К ним относятся соединения *звездой* и *треугольником*. Взаимное преобразование этих соединений часто позволяет получить более простые смешанные соединения.

В общем случае схему замещения цепи по схеме «*n*-лучевой звезды» из резистивных элементов можно заменить эквивалентной схемой в виде «*n*-стороннего треугольника». Обратное преобразование возможно в ограниченном числе случаев.

В частности, преобразования в обоих направлениях возможны для случая треугольника (рис. 1.12, *а*) и трёхлучевой звезды (рис. 1.12, *б*).

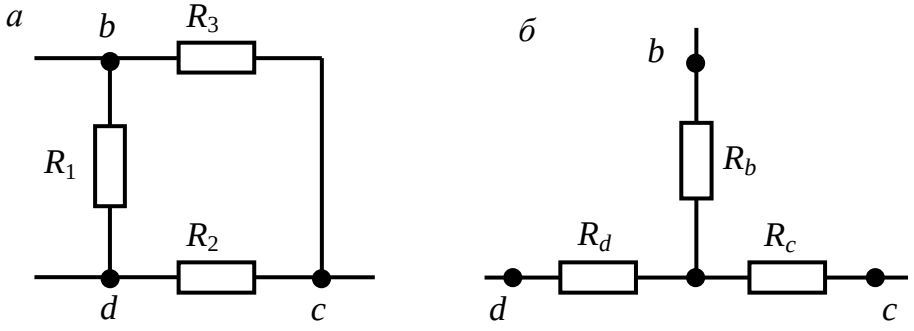


Рис. 1.12. Схемы соединения резистивных элементов:
а – треугольник; *б* – звезда

Эквивалентность схем треугольника и звезды получается приравниванием значений сопротивлений и проводимостей между одноимёнными узлами этих схем, отсоединённых от остальной части це-

пи. Поэтому при таком эквивалентном преобразовании токи в проводах, подходящих к преобразуемой схеме, и напряжения между узлами не меняют ни величин, ни направлений. Такой вид преобразования возможен только для участков, не содержащих источников электрической энергии.

При преобразовании треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду используют формулы

$$R_b = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \qquad R_c = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \qquad R_d = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}. \quad (1.25)$$

Возможно обратное преобразование звезды сопротивлений в эквивалентный треугольник. Сопротивления ветви треугольника при таком преобразовании вычисляются следующим образом:

$$\begin{cases} R_1 = R_{bd} = R_b + R_d + \dfrac{R_b R_d}{R_c}; \\ R_2 = R_{cd} = R_c + R_d + \dfrac{R_c R_d}{R_b}; \\ R_3 = R_{bc} = R_b + R_c + \dfrac{R_b R_c}{R_d}. \end{cases} \quad (1.26)$$

1.8. Методы расчёта цепей постоянного тока

1.8.1. Применение законов Кирхгофа для расчёта электрических цепей

Для составления уравнений по законам Кирхгофа устанавливается число неизвестных токов $p = p_B - p_T$, где p_B – общее количество ветвей цепи; p_T – количество ветвей с источниками тока. Определяется число узлов q, число независимых контуров $n = [p - (q - 1)]$ [1].

Для каждой ветви произвольно задаются положительным направлением тока для определения знаков токов в уравнениях, составленных по первому закону Кирхгофа, число которых равно $[q - 1]$. Количество уравнений на единицу меньше числа узлов, потому что ток каждой ветви входит с разными знаками в уравнения для соединяемых ею узлов. Сумма слагаемых уравнений всех узлов тождественно равна нулю.

Для каждого независимого контура произвольно задаются направлением обхода контура для определения знаков слагаемых в уравнениях, составленных по второму закону Кирхгофа, число которых равно n. При их составлении следует выбирать независимые контуры, не содержащие источников тока. Общее количество уравнений, составленных по законам Кирхгофа $[q-1]+n$, должно быть равно p.

Рассмотрим расчёт токов в цепи, изображённой на рис. 1.13. Всего в схеме шесть ветвей ($p_B = 6$), ветвей с источниками тока $p_T = 1$, число неизвестных токов – $p = p_B - p_T = 5$, количество узлов – $q = 4$, число уравнений по первому закону Кирхгофа – $[q-1] = 3$, число уравнений по второму закону Кирхгофа – $n = [p-(q-1)] = 2$.

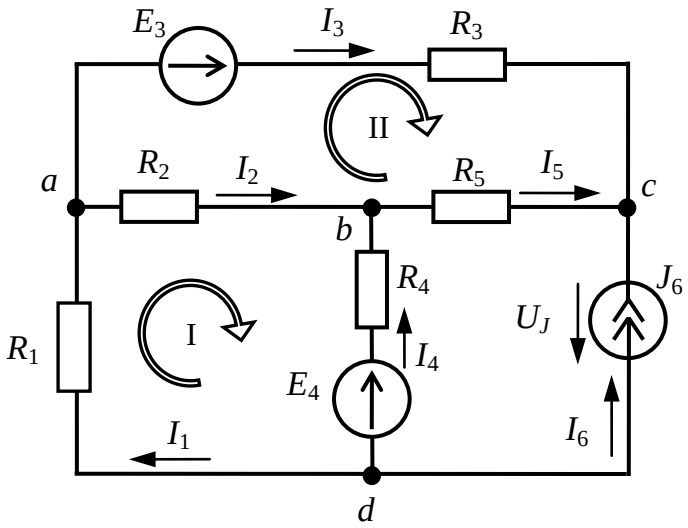


Рис. 1.13. Разветвлённая цепь постоянного тока

Произвольно укажем положительные направления токов и обозначим их стрелками. Выберем и обозначим стрелками направления обхода двух независимых контуров: I и II. Составим систему уравнений по законам Кирхгофа:

для узла a $\quad I_1 - I_2 - I_3 = 0;$

для узла b $\quad I_2 + I_4 - I_5 = 0;$

для узла c $\quad I_3 + I_5 + I_6 = 0$ или $I_3 + I_5 = -J_6;$

для контура I $\quad R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_4 I_4 = -E_4;$

для контура II $\quad -R_2 I_2 + R_3 I_3 - R_5 I_5 = E_3.$

Решив полученную систему уравнений с числовыми значениями параметров, получим значения неизвестных токов. Полученные отрицательные значения какого-либо тока означают изначально неправильно выбранное направление тока, однако значение его получается

верным. Тогда можно считать значение тока положительным, если развернуть его направление на схеме.

Для решения систем уравнений большой размерности можно применить специальные прикладные математические методы решения систем алгебраических уравнений с применением ЭВМ, например, метод Крамера, метод Гаусса, метод «обратной матрицы» и т.д.

С помощью законов Ома и Кирхгофа можно рассчитать режим работы любой электрической цепи постоянного тока. Для упрощения вычислений применяют различные расчётные методы: контурных токов, узловых потенциалов, эквивалентного источника и т.д. Все эти методы основаны на законах Ома и Кирхгофа.

1.8.2. Метод контурных токов

Метод основывается на том свойстве, что ток в любой ветви цепи может быть представлен в виде алгебраической суммы независимых контурных токов, протекающих по этой ветви [10]. При использовании данного метода вначале выбирают и обозначают независимые контурные токи (по любой ветви цепи должен протекать хотя бы один контурный ток). Общее число независимых контурных токов равно $[p_B - (q - 1)]$. Рекомендуется выбирать p_T контурных токов так, чтобы каждый из них проходил через один источник тока (эти контурные токи можно считать совпадающими с соответствующими токами источников тока: $J_1, J_2, \ldots, J_{pT}$, они обычно являются заданными условиями задачи), а оставшиеся $n = [p - (q - 1)]$ контурных токов выбирать проходящими по ветвям, не содержащим источников тока. Для определения последних составляют по второму закону Кирхгофа для этих контуров n уравнений в виде

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + \ldots + R_{1k}I_{1k} + \ldots + R_{1n}I_{nn} + R_{1n+1}J_1 + \ldots + R_{1n+p_T}J_{p_T} = E_{11}; \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + \ldots + R_{2k}I_{2k} + \ldots + R_{2n}I_{nn} + R_{2n+1}J_1 + \ldots + R_{2n+p_T}J_{p_T} = E_{22}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ R_{k1}I_{11} + R_{k2}I_{22} + \ldots + R_{kk}I_{kk} + \ldots + R_{kn}I_{nn} + R_{kn+1}J_1 + \ldots + R_{kn+p_T}J_{p_T} = E_{kk}; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ R_{n1}I_{11} + R_{n2}I_{22} + \ldots + R_{nk}I_{nk} + \ldots + R_{nn}I_{nn} + R_{nn+1}J_1 + \ldots + R_{nn+p_T}J_{p_T} = E_{nn}, \end{cases} \quad (1.27)$$

где R_{kk} – сумма сопротивлений всех ветвей, входящих в контур k, всегда положительное собственное сопротивление контура; $R_{kl} = R_{lk}$ – сумма сопротивлений элементов, общих для контуров k и l, при-

чём если направления контурных токов в общей для контуров k и l ветви совпадают, то значение R_{kl} положительно, в противном случае оно отрицательно; E_{kk} – алгебраическая сумма ЭДС источников, включенных в ветви, образующие контур k; R_{kk+m} – общее сопротивление k контура с контуром, содержащим источник тока J_m.

Неизвестные токи во внешних ветвях цепи будут равны соответствующим контурным токам, а токи во внутренних ветвях, смежных для нескольких контуров, определяются методом наложения контурных токов в ветви. При этом искомый ток внутренней ветви равен сумме смежных контурных токов при совпадении их направлений в ветви и разности – при их встречном направлении.

Рассмотрим применение метода контурных токов для расчёта токов в цепи, изображенной на рис. 1.13. Выберем направления контурных токов (рис. 1.14), которые обозначим I_{11}, I_{22} и J_6 (последний известен).

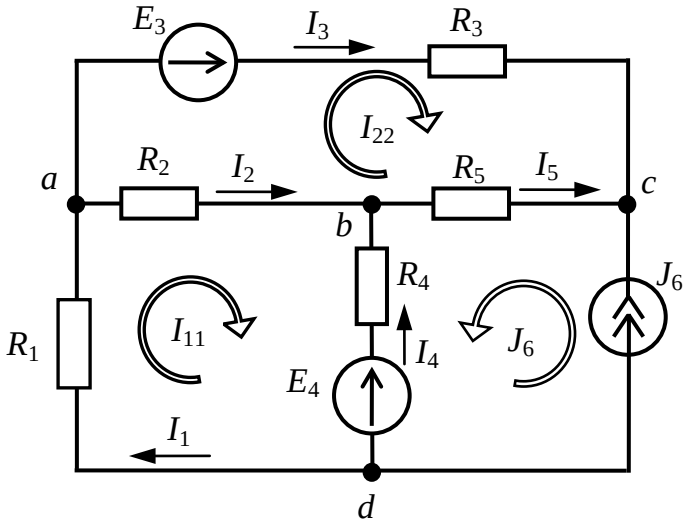


Рис. 1.14. Метод контурных токов

Составим систему уравнений по второму закону Кирхгофа для контуров с токами I_{11} и I_{22}:

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_4)I_{11} - R_2 I_{22} + R_4 J_6 = -E_4; \\ -R_2 I_{11} + (R_2 + R_3 + R_5)I_{22} + R_5 J_6 = E_3. \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений, найдём контурные токи I_{11}, I_{22}, затем найдём токи в ветвях.

Ток I_1 имеет направление контурного тока I_{11}: $I_1 = I_{11}$.

Ток I_2 получится от наложения контурных токов I_{11} и I_{22} и будет равен $I_2 = I_{11} - I_{22}$.

Ток I_3 совпадает с контурным током I_{22}: $I_3 = I_{22}$.

Ток I_4 получится от наложения контурных токов I_{11} и J_6 и будет равен $I_4 = -(I_{11} + J_6)$.

Ток I_5 получится от наложения контурных токов I_{22} и J_6 и будет равен $I_5 = -(I_{22} + J_6)$.

1.8.3. Метод узловых потенциалов

Метод узловых потенциалов позволяет уменьшить число совместно решаемых уравнений до $(q - 1)$. Метод основан на применении первого закона Кирхгофа и заключается в следующем [10]:

- один узел схемы цепи принимаем базисным с нулевым потенциалом. Такое допущение не изменяет значения токов в ветвях, так как ток в каждой ветви зависит только от разности потенциалов узлов, а не от действительных значений потенциалов;
- для остальных $(q - 1)$ узлов составляем уравнения по первому закону Кирхгофа, выражая токи ветвей через потенциалы узлов, применяя закон Ома;
- решением составленной системы уравнений определяем потенциалы $(q - 1)$ узлов относительно базисного, а затем токи ветвей по закону Ома.

Рассмотрим применение метода узловых потенциалов для расчёта токов в цепи на рис. 1.13. Примем равным нулю потенциал узла d, $\varphi_d = 0$ (рис. 1.15).

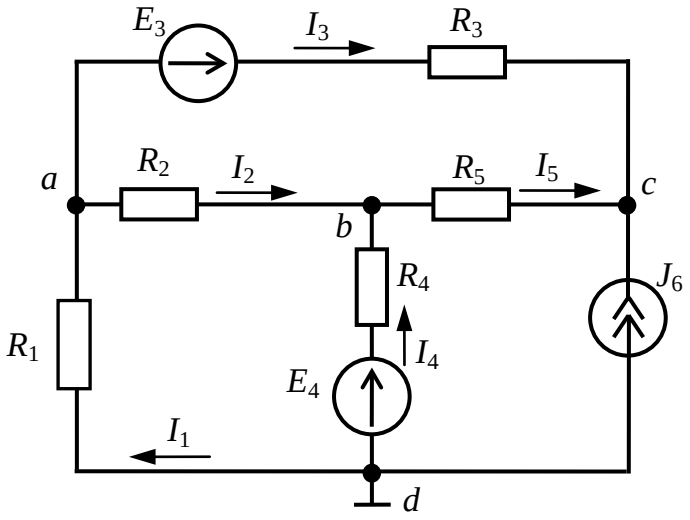


Рис. 1.15. Метод узловых потенциалов

Для остальных узлов составим уравнения по первому закону Кирхгофа:

для узла *a* $I_1 - I_2 - I_3 = 0;$

для узла *b* $I_2 + I_4 - I_5 = 0;$

для узла *c* $I_3 + I_5 + J_6 = 0$ или $I_3 + I_5 = -J_6.$

Выразим токи ветвей, применяя закон Ома.

$$I_1 = G_1(\varphi_d - \varphi_a) = -G_1\varphi_a;$$
$$I_2 = G_2(\varphi_a - \varphi_b);$$
$$I_3 = G_3(\varphi_a - \varphi_c + E_3);$$
$$I_4 = G_4(\varphi_d - \varphi_b + E_4) = G_4(-\varphi_b + E_4);$$
$$I_5 = G_5(\varphi_b - \varphi_c).$$

Проводимости ветвей $G_i = 1/R_i$.

Система уравнений по первому закону Кирхгофа имеет вид

$$\begin{cases} -G_1\varphi_a - G_2(\varphi_a - \varphi_b) - G_3(\varphi_a - \varphi_c + E_3) = 0; \\ G_2(\varphi_a - \varphi_b) + G_4(-\varphi_b + E_4) - G_5(\varphi_b - \varphi_c) = 0; \\ G_3(\varphi_a - \varphi_c + E_3) + G_5(\varphi_b - \varphi_c) = -J_6. \end{cases}$$

Решение данной системы даёт значения потенциалов узлов φ_a, φ_b, φ_c. Подставив полученные значения потенциалов в уравнения закона Ома, получим величины неизвестных токов.

1.8.4. Метод эквивалентных преобразований

Суть метода заключается в том, чтобы сложную разветвлённую цепь с помощью эквивалентных преобразований привести к простейшей одноконтурной цепи, включающей ветвь с искомым током, значение которого затем определяется по закону Ома. К эквивалентным преобразованиям относятся [10]:

- преобразование представления источников электрической энергии. Под этим преобразованием понимается переход от представления источника электрической энергии последовательным соединением источника ЭДС и внутреннего сопротивления к параллельному соединению источника тока и внутренней проводимости (см. рис. 1.6), а также обратное преобразование;
- замена последовательных и параллельных соединений однотипных элементов эквивалентными одиночными элементами;
- преобразование соединений «звезда – треугольник» и «треугольник – звезда».

Применим метод эквивалентных преобразований для определения тока I_3 в цепи на рис. 1.13.

Заменим звезду $R_2R_4R_5$ на треугольник $R_{24}R_{25}R_{45}$ (рис. 1.16, *а*):

$$R_{24} = R_2 + R_4 + R_2R_4/R_5 ;$$

$$R_{25} = R_2 + R_5 + R_2R_5/R_4 ;$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 + R_4R_5/R_2 .$$

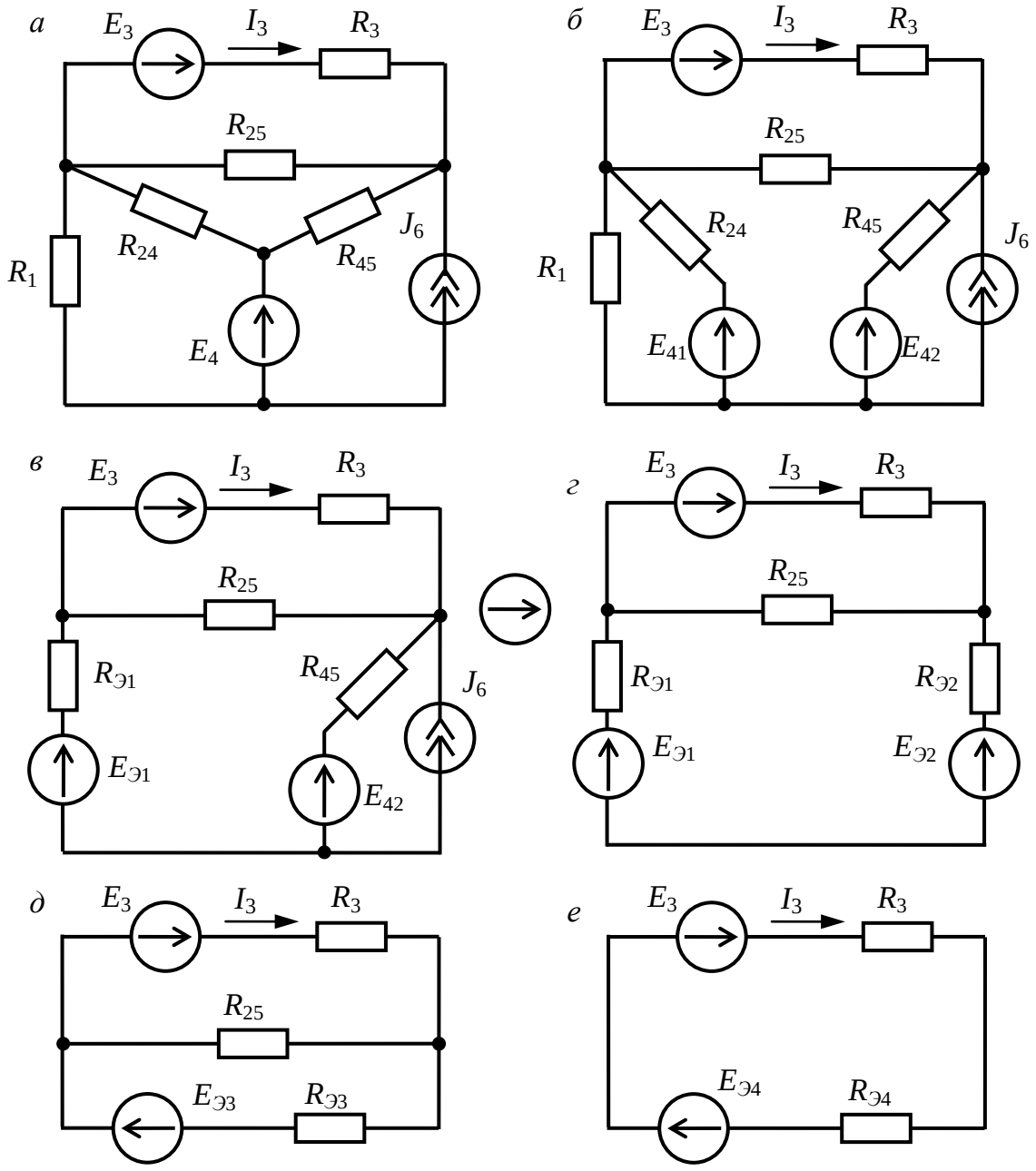


Рис. 1.16. Метод эквивалентных преобразований

«Расщепим» E_4 на два одинаковых источника (рис. 1.16, *б*):

$$E_{41} = E_{42} = E_4 .$$

Параллельное соединение $R_1 \| E_{41} R_{24}$ заменим на эквивалентное (рис. 1.16, *в*):

$$R_{Э1} = R_1 R_{24} / (R_1 + R_{24});$$

$$E_{Э1} = (E_{41} / R_{24}) \cdot R_{Э1}.$$

Параллельное соединение $J_6 \| E_{42} R_{45}$ заменим на эквивалентное (рис. 1.16, *г*):

$$R_{Э2} = R_{45};$$

$$E_{Э2} = (J_6 + E_{42} / R_{45}) R_{Э2} = J_6 R_{Э2} + E_{42} .$$

Последовательные соединения $E_{Э1}, E_{Э2}$ и $R_{Э1}, R_{Э2}$ заменим на эквивалентное (рис. 1.16, *д*):

$$E_{Э3} = E_{Э1} - E_{Э2};$$

$$R_{Э3} = R_{Э1} + R_{Э2} .$$

Параллельное соединение $E_{Э3} R_{Э3} \| R_{25}$ заменим на эквивалентное (рис. 1.16, *е*):

$$R_{Э4} = R_{Э3} R_{25} / (R_{Э3} + R_{25});$$

$$E_{Э4} = (E_{Э3} / R_{Э3}) \cdot R_{Э4}.$$

Согласно закону Ома, искомый ток будет определяться как

$$I_3 = \frac{E_3 + E_{Э4}}{R_3 + R_{Э4}}.$$

1.8.5. Метод эквивалентного генератора

Для нахождения тока в произвольной ветви всю внешнюю по отношению к ней электрическую цепь представляют в виде некоторого эквивалентного генератора с ЭДС $E_Э$ и сопротивлением $R_Э$. Тогда ток в этой ветви можно определить по закону Ома. ЭДС эквивалентного генератора $E_Э$ и его внутреннее сопротивление $R_Э$ равны соответственно разности потенциалов и сопротивлению между точками (узлами) электрической цепи, к которым подключена ветвь с искомым током в режиме холостого хода, т.е. в режиме, когда эта ветвь отключена [10].

Искомую ЭДС можно вычислить любым методом анализа электрических цепей. При определении внутреннего сопротивления $R_Э$ источники электрической энергии должны быть заменены эквивалентными сопротивлениями: источники ЭДС – нулевыми сопротивлениями, т.е. коротким замыканием точек подключения, а источники тока – бесконечно большими сопротивлениями, т.е. разрывом цепи между точками подключения.

Применим метод эквивалентного генератора для определения тока I_3 в цепи на рис. 1.13. Обозначим положительное направление искомого тока I_3. Нарисуем эквивалентную электрическую схему с эквивалентным генератором (рис. 1.17, *а*).

Изобразим схему режима холостого хода (рис. 1.17, *б*).

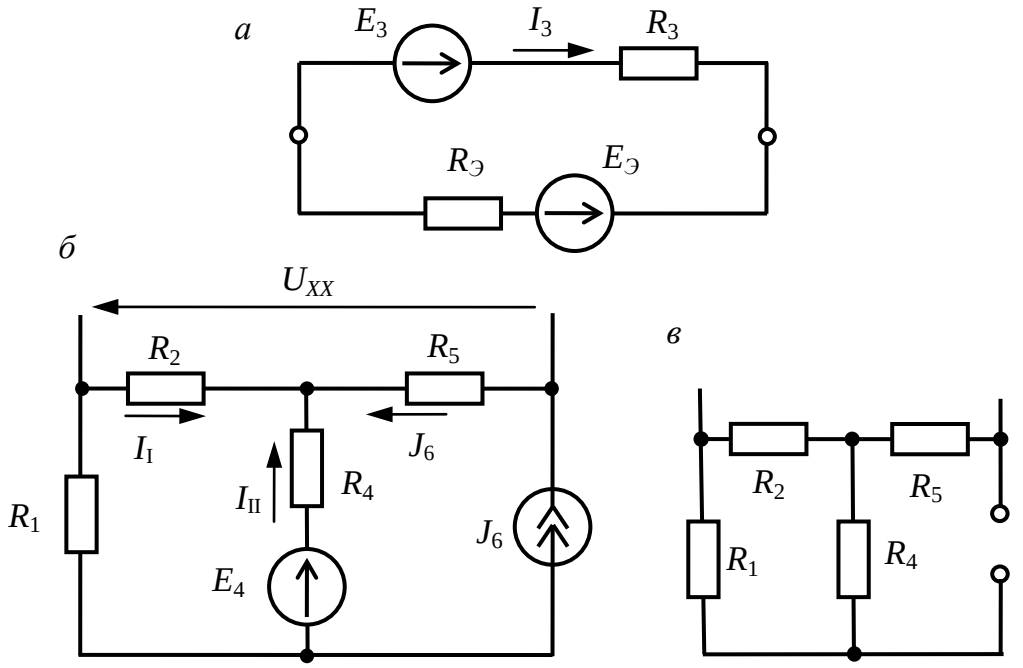


Рис. 1.17. Метод эквивалентного генератора

Напряжение холостого хода $U_{XX} = E_Э$ можно вычислить по второму закону Кирхгофа:

$$U_{XX} + R_2 I_{\text{I}} - R_5 J_6 = 0;$$

$$U_{XX} = R_5 J_6 - R_2 I_{\text{I}}.$$

Определим ток I_{I} по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} I_{\text{I}} + I_{\text{II}} = -J_6; \\ (R_1 + R_2) I_{\text{I}} - R_4 I_{\text{II}} = -E_4. \end{cases}$$

Найдём сопротивление $R_Э$. Для этого преобразуем предыдущую схему, удалив из неё источники (рис. 1.16, *в*).

$$R_Э = \frac{(R_1+R_4)R_2}{R_1+R_4+R_2} + R_5.$$

Возвращаясь к схеме с эквивалентным генератором, искомый ток находим по закону Ома:

$$I_3 = \frac{E_3 - E_Э}{R_3 + R_Э}.$$

1.8.6. Принцип и метод суперпозиции (*наложения*)

Для линейных электрических цепей справедлив принцип суперпозиции, заключающийся в том, что реакция электрической цепи на суммарное воздействие равна сумме реакций на элементарные воздействия [10]. Под реакцией электрической цепи понимается режим работы, который устанавливается в результате действия ЭДС источников электрической энергии. Метод наложения непосредственно следует из принципа суперпозиции и заключается в том, что ток в любой ветви линейной электрической цепи можно определить в виде суммы токов, создаваемых каждым источником в отдельности. Очевидно, что этот метод целесообразно применять в цепях с небольшим количеством источников.

Рассмотрим применение метода наложения на примере расчёта схемы на рис. 1.18, *а*. В цепи действуют два источника ЭДС. Отключим второй источник, заменив его нулевым внутренним сопротивлением (r = 0). Тогда схема цепи будет соответствовать рис. 1.18, *б*, и для неё токи можно легко рассчитать, пользуясь, например, эквивалентным преобразованием и законом Ома:

$$I_{11} = \frac{E_1}{R_1 + \dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}; \qquad U_{23} = I_{11}\frac{R_2R_3}{R_2+R_3};$$

$$I_{21} = \frac{U_{23}}{R_2} = \frac{I_{11}R_3}{R_2+R_3}; \quad I_{31} = I_{11} - I_{21}.$$

Ток I_{21} можно найти, используя правило распределения токов по двум параллельным ветвям: ток в каждой из ветвей пропорционален отношению сопротивления другой ветви к суммарному сопротивлению обеих ветвей.

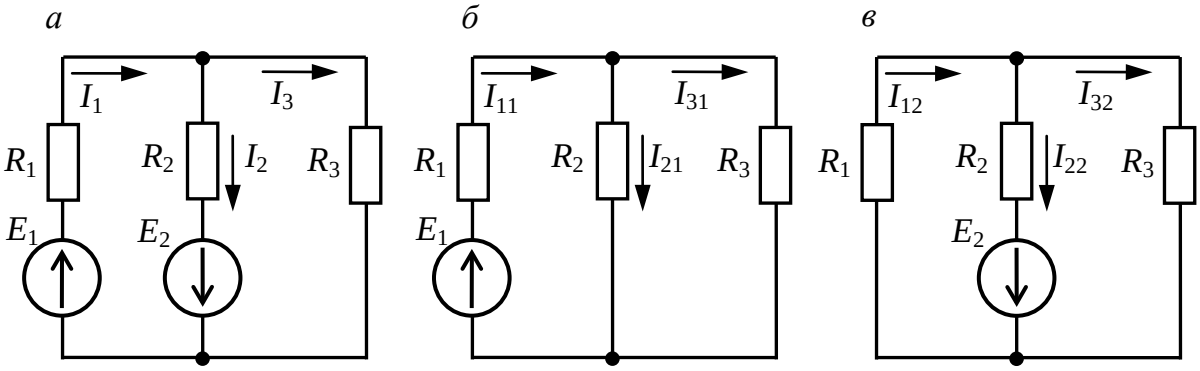


Рис. 1.18. Метод наложения

Отключим теперь первый источник и аналогичным методом определим токи в цепи (рис. 1.18, *в*):

$$I_{22} = \frac{E_2}{R_2 + \dfrac{R_1 R_3}{R_1 + R_3}}; \quad I_{12} = \frac{I_{22} R_3}{R_1 + R_3}; \quad I_{32} = I_{12} - I_{22}.$$

Складывая токи, создаваемые отдельными источниками с учётом их направлений, получим искомые токи:

$$I_1 = I_{11} + I_{12}; \quad I_2 = I_{21} + I_{22}; \quad I_3 = I_{31} + I_{32}.$$

1.9. Баланс мощностей

Для любой электрической цепи суммарная мощность $P_И$, развиваемая источниками электрической энергии (источниками тока и ЭДС), равна суммарной мощности $P_П$, расходуемой потребителями (резисторами) [6]:

$$\sum_k P_{Ик} = \sum_m P_{Пm}. \qquad (1.28)$$

Мощность, рассеиваемая резистором, $P_R = RI^2$, мощность источника ЭДС $P_E = \pm EI$, мощность источника тока $P_J = \pm U_J J$.

Мощности, рассеиваемые резисторами, всегда положительные, в то время как мощности источников электрической энергии в зависимости от соотношения направления падений напряжения и тока в них могут иметь любой знак. Если направление протекания тока через источник противоположно падению напряжения на нём, то мощность источника положительна, т.е. он отдаёт энергию в электрическую

цепь. В противном случае мощность источника отрицательна и он является потребителем электрической энергии. Следует заметить, что направление падения напряжения всегда противоположно направлению ЭДС, поэтому для источника ЭДС условием положительной мощности является совпадение направлений ЭДС и тока. Так, в схеме, изображенной на рис. 1.9, мощность источника E_3 положительна, а мощность источника E_1 отрицательна.

Составим баланс мощностей для схемы на рис. 1.13.

Суммарная мощность источников тока и ЭДС

$$\sum P_{И} = E_3 I_3 + E_4 I_4 + J_6 U_J .$$

Падение напряжения на источнике тока U_J определяют по второму закону Кирхгофа для контура, содержащего источник тока:

$$U_J + R_4 I_4 + R_5 I_5 = E_4 ;\; U_J = E_4 - R_4 I_4 - R_5 I_5 .$$

Суммарная мощность приёмников

$$\sum P_{П} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 .$$

1.10. Расчёт нелинейных цепей постоянного тока

Вследствие нелинейности ВАХ $I(U)$ нелинейных резистивных элементов для расчёта нелинейных электрических цепей нельзя применять метод наложения. Поэтому неприменимы или применимы с дополнительными ограничениями все методы расчёта электрических цепей, которые на нём основаны. В общем случае для анализа нелинейных электрических цепей неприменимы методы контурных токов, узловых потенциалов, эквивалентного преобразования. Метод эквивалентного генератора можно применить для расчёта нелинейной электрической цепи при условии, что активный двухполюсник не содержит нелинейных резистивных элементов [6].

На практике часто встречается включение нелинейного резистивного элемента *НЭ* в линейную электрическую цепь. Анализ таких цепей целесообразно выполнять *графическим методом нагрузочной характеристики*. В этом случае ВАХ нелинейного элемента является нагрузочной характеристикой активного двухполюсника. Заменим активный двухполюсник эквивалентным источником *И* (рис. 1.19, *а*) с внешней характеристикой

$$U = E_{ЭК} - R_{ЭК} I .$$

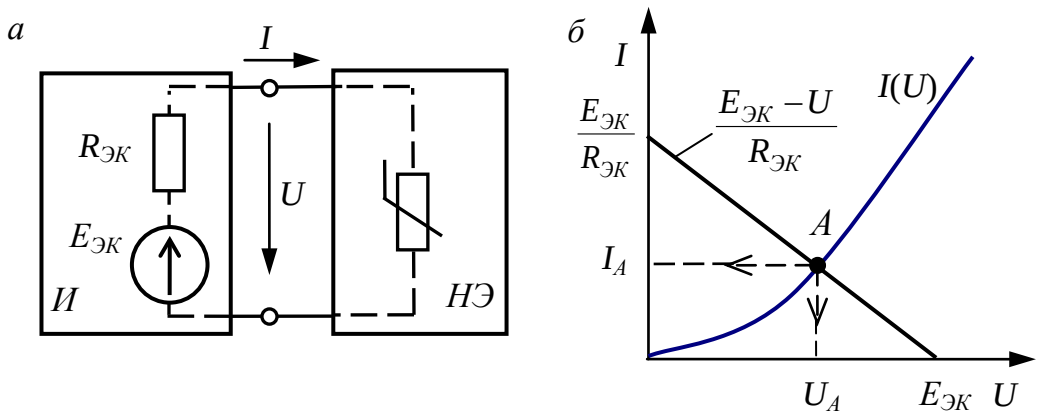


Рис. 1.19. Расчёт нелинейной цепи методом нагрузочной характеристики:
а – схема замещения; *б* – вольт-амперные характеристики

Точка пересечения *A* внешней характеристики активного двухполюсника и ВАХ нелинейного двухполюсника *I*(*U*) определяет *рабочий режим цепи* (рис. 1.19, *б*).

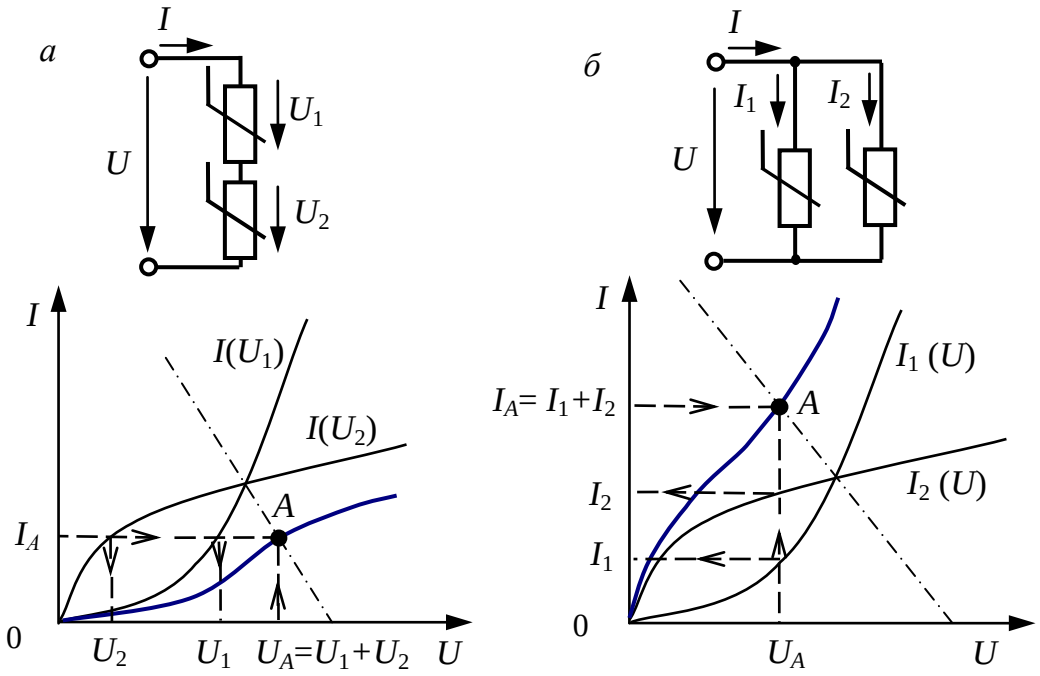


Рис.1.20. Применение метода нагрузочной характеристики для:
а – последовательного соединения нелинейных элементов;
б – параллельного соединения нелинейных элементов

Метод нагрузочной характеристики применим и в случаях, если нелинейная часть цепи содержит последовательное или параллельное соединение нелинейных двухполюсников с известными ВАХ. Для этого необходимо сложить ВАХ нелинейных двухполюсников в пер-

вом случае по напряжению (рис 1.20, *а*), во втором – по току (рис. 1.20, *б*). Определив рабочую точку на результирующей ВАХ методом нагрузочной характеристики, найдём ток и напряжение каждого нелинейного двухполюсника.

Из различных аналитических методов расчёта нелинейных электрических цепей наиболее часто применяется *метод линеаризации вольт-амперных характеристик*. Этот метод заключается в том, что ВАХ каждого нелинейного резистивного элемента делится на несколько участков, каждый из которых затем аппроксимируется отрезком прямой линии. Совокупность всех линеаризованных участков даёт аппроксимацию ВАХ в виде ломаной линии. В пределах каждого линеаризованного участка зависимость между током и напряжением задаётся линейным уравнением с коэффициентом $R_д = \Delta U / \Delta I$.

На рис. 1.21, *а* приведена нелинейная ВАХ, участок которой выше точки *M* можно считать линейным. Продолжим этот линеаризованный участок до пересечения с осью напряжений. Будем считать, что отсечённый таким образом на оси напряжений отрезок изображает в масштабе построения некоторую фиктивную ЭДС $E_0 > 0$. Линеаризованному участку ВАХ соответствует дифференциальное сопротивление

$$R_д = \frac{U - E_0}{I}. \qquad (1.29)$$

Уравнение, связывающее напряжение и ток нелинейного резистивного элемента в пределах рабочего участка (выше точки *M*):

$$U = E_0 + R_д I . \qquad (1.30)$$

Линеаризованный участок ВАХ нелинейного резистивного элемента, расположенный выше точки *M*, может быть и таким, как показано на рис. 1.21, *б*. В этом случае для расчёта применяют формулы (1.29), (1.30), учитывая, что $E_0 < 0$.

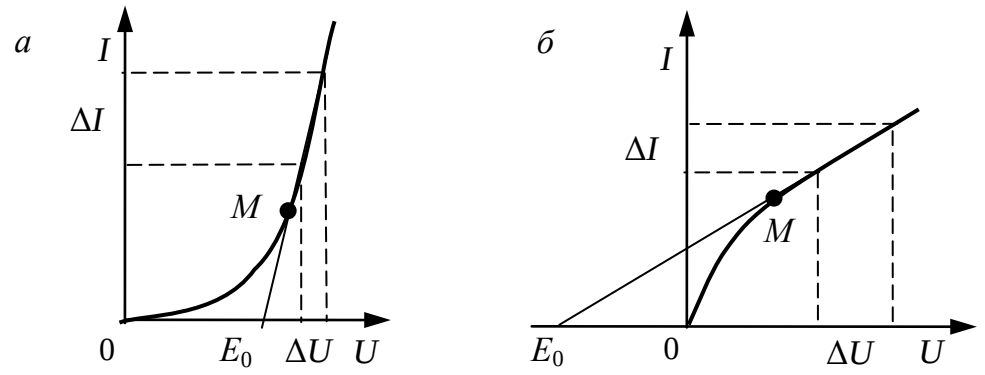


Рис. 1.21. Метод линеаризации вольт-амперных характеристик

Контрольные вопросы и задания

1. Что называют электрической цепью?
2. Какие виды преобразования электрической энергии происходят в источниках и приёмниках энергии?
3. Что называют полюсом элемента? Приведите примеры двухполюсников, трёхполюсников и четырёхполюсников.
4. Какие элементы относят к пассивным и активным элементам электрической цепи?
5. Дайте определение параметра элемента электрической цепи. Какие элементы цепи относят к линейным элементам, а какие к нелинейным?
6. Какие элементы цепи относят к классу элементов с сосредоточенными или распределёнными параметрами?
7. С какой целью составляют принципиальную схему, схему замещения электрической цепи?
8. Дайте определения топологическим параметрам схемы замещения электрической цепи: ветвь, узел, контур.
9. Дайте определения основным электрическим величинам: ток, напряжение, потенциал, электродвижущая сила, мощность.
10. Что называют электрическим сопротивлением, проводимостью?
11. Как по вольт-амперной характеристике резистивного элемента определить его статическое и дифференциальное сопротивления?
12. Назовите две характерные точки вольт-амперной характеристики реального источника электрической энергии. Как определяют внутреннее сопротивление источника?
13. Изобразите последовательную и параллельную схемы замещения источника электрической энергии.
14. Что называют идеальным источником напряжения (тока)?
15. Какой режим работы электрической цепи называют согласованным?
16. Сформулируйте законы Ома и Кирхгофа.
17. Как построить потенциальную диаграмму для контура электрической цепи?
18. Приведите примеры эквивалентных преобразований в резистивных цепях.
19. Как определить число уравнений, составляемых по первому и второму законам Кирхгофа, для расчёта разветвлённой цепи постоянного тока?

20. Сформулируйте основные принципы, на которых основан метод контурных токов.

21. Перечислите этапы расчёта токов в ветвях разветвлённой электрической цепи по методу узловых потенциалов.

22. Когда применяются методы эквивалентных преобразований и эквивалентного генератора?

23. Приведите порядок расчёта тока методом эквивалентных преобразований.

24. Приведите порядок расчёта тока методом эквивалентного генератора.

25. Перечислите этапы расчёта токов в ветвях разветвлённой электрической цепи методом наложения.

26. Сформулируйте баланс мощности для цепи постоянного тока. Как выбирают знаки мощности источника в уравнении баланса мощности электрической цепи?

27. Приведите порядок расчёта нелинейных цепей постоянного тока методом нагрузочной характеристики, методом линеаризации вольт-амперных характеристик.

2. АНАЛИЗ И РАСЧЁТ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ОДНОФАЗНОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

2.1. Основные понятия переменного тока

Переменный ток долгое время не находил практического применения. Это было связано с тем, что первые генераторы электрической энергии вырабатывали постоянный ток, который вполне удовлетворял технологическим процессам. Однако по мере развития производства постоянный ток все менее стал удовлетворять возрастающим требованиям экономичного электроснабжения. Переменный ток дал возможность эффективного дробления электрической энергии и изменения величины напряжения с помощью трансформаторов. Появилась возможность производства электроэнергии на крупных электростанциях с последующим экономичным ее распределением потребителям, увеличился радиус электроснабжения.

В настоящее время центральное производство и распределение электрической энергии осуществляются в основном на переменном токе. Цепи с изменяющимися – переменными – токами по сравнению с цепями постоянного тока имеют ряд особенностей. Переменные токи и напряжения вызывают переменные электрические и магнитные поля. В результате изменения этих полей в цепях возникают явления самоиндукции и взаимной индукции, которые оказывают самое существенное влияние на процессы, протекающие в цепях, усложняя их анализ [2].

Переменным называется электрический ток, который периодически изменяется во времени как по величине, так и по направлению,

$$i = f(t) = f(t+T), \tag{2.1}$$

где T – период, наименьший промежуток времени, через который наблюдаются повторения значений тока.

Величина, обратная периоду, называется частотой тока и измеряется в герцах (Гц):

$$f = \frac{1}{T}. \tag{2.2}$$

Диапазон частот, применяемых в технике: от сверхнизких частот (0,01; 10 Гц – в системах автоматического регулирования, в аналоговой вычислительной технике) до сверхвысоких (3000, 300000 МГц – миллиметровые волны: радиолокация, радиоастрономия).

Мгновенное значение переменной величины есть функция времени. Его принято обозначать строчной буквой:

i – мгновенное значение тока $i(t)$;

u – мгновенное значение напряжения $u(t)$;

e – мгновенное значение ЭДС $e(t)$;

p – мгновенное значение мощности $p(t)$.

Наибольшее мгновенное значение переменной величины за период называется *амплитудой* (её принято обозначать заглавной буквой с индексом m):

I_m – амплитуда тока;

U_m – амплитуда напряжения;

E_m – амплитуда ЭДС.

Значение периодического тока, равное такому значению постоянного тока, который за время одного периода произведёт тот же самый тепловой или электродинамический эффект, что и периодический ток, называют *действующим* или *среднеквадратичным* (англ. *RMS*) значением периодического тока [2]:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}\,. \qquad (2.3)$$

Аналогично определяются действующие значения ЭДС и напряжения.

Из всех возможных форм периодических токов наибольшее распространение получил *синусоидальный ток*, который возникает в цепи под действием синусоидальной ЭДС (рис. 2.1). Промышленными источниками синусоидального тока являются электромеханические генераторы, в которых механическая энергия паровых или гидравлических турбин преобразуется в электрическую.

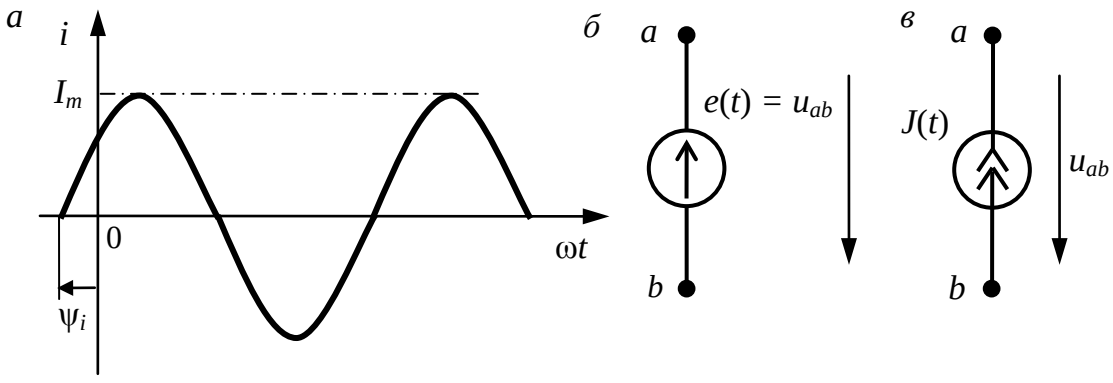


Рис. 2.1. Представление синусоидального тока:
а – фазовая диаграмма синусоидального тока; *б* – идеальный источник синусоидального напряжения; *в* – источник синусоидального тока $J(t)$

По сравнению с другими видами тока синусоидальный ток имеет то преимущество, что позволяет в общем случае наиболее экономично осуществлять производство, передачу, распределение и использование электрической энергии. Только при использовании синусоидального тока удаётся сохранить неизменными формы кривых напряжений и токов на всех участках сложной линейной цепи.

Мгновенные значения синусоидальных ЭДС, тока и напряжения определяются выражениями:

$$\left.\begin{aligned} e &= E_m \sin(\omega t + \psi_e); \\ i &= I_m \sin(\omega t + \psi_i); \\ u &= U_m \sin(\omega t + \psi_u), \end{aligned}\right\} \qquad (2.4)$$

где E_m, I_m, U_m – амплитудные (максимальные) значения соответственно ЭДС, тока и напряжения; (ωt + ψ) – фаза; ψ – начальная фаза; ω – циклическая частота,

$$\omega = 2\pi f \ , \qquad (2.5)$$

здесь f – *линейная частота* изменения синусоидальной величины. Промышленная частота в России равна 50 Гц.

Действующие значения синусоидальных ЭДС, напряжения и тока являются среднеквадратичными значениями их мгновенных значений и обозначаются E, U, I:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} \ ;$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}. \qquad (2.6)$$

Номинальные величины тока, напряжения и ЭДС источников и потребителей переменного тока являются действующими значениями этих величин. Амперметры и вольтметры переменного тока измеряют преимущественно действующие значения тока и напряжения, однако эти обычные приборы дают правильные показания для среднеквадратичных значений только для сигналов синусоидальной формы.

Средним значением синусоидальной величины считают ее среднее значение за положительный полупериод, совпадающее со средним значением по модулю. Например, для тока

$$I_{ср} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} i^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2I_m}{\pi}. \qquad (2.7)$$

2.2. Способы представления синусоидальных величин

Известны несколько способов представления синусоидальных величин: в виде тригонометрических функций, в виде графиков изменений функции во времени, в виде вращающихся векторов и в виде комплексных чисел [5].

Аналитическое представление синусоидальных функций неудобно при расчётах, т.к. приводит к громоздким тригонометрическим выражениям. Поэтому при анализе цепей переменного тока эти функции представляют в виде векторов, что позволяет перейти от тригонометрических к алгебраическим выражениям и, кроме того, получить наглядное представление о количественных и фазовых соотношениях величин.

Произвольная синусоидальная функция времени (рис. 2.2, *б*)

$$a(t) = A_m \sin(\omega t + \psi_a)$$

соответствует проекции на ось *OY* вектора с модулем, равным A_m, вращающегося на плоскости *XOY* с постоянной угловой скоростью ω из начального положения, составляющего угол ψ_a с осью *OX* (рис. 2.2, *а*).

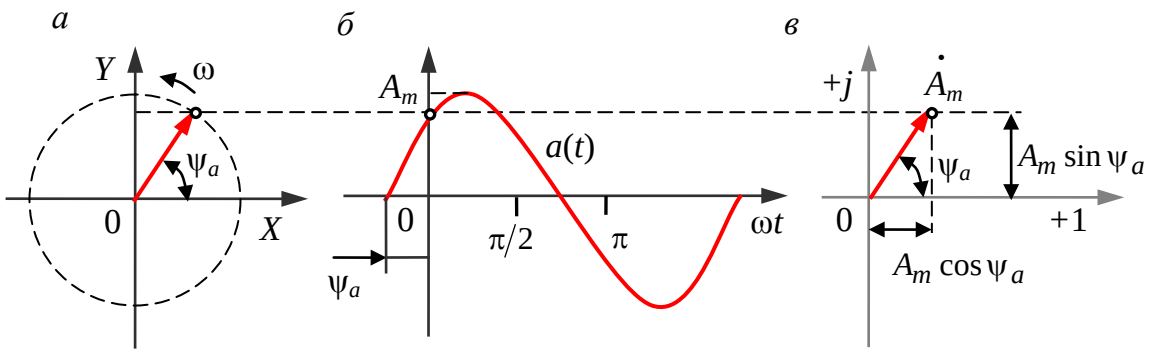


Рис. 2.2. Способы представления синусоидальной величины:
а – вращающимся вектором; *б* – график изменения величины по фазе;
в – на комплексной плоскости

Если таким же образом на плоскости изобразить несколько векторов, соответствующих разным синусоидальным функциям, имеющим одинаковую частоту, то они будут вращаться совместно, не меняя взаимного положения, которое определяется только начальной фазой этих функций. Поэтому при анализе цепей, в которых все функции имеют одинаковую частоту, её можно исключить из параметров, ограничившись амплитудой и начальной фазой. В этом случае векторы, изображающие синусоидальные функции, будут неподвижными (рис. 2.2, *в*).

Метод представления синусоидальных функций времени изображениями в виде векторов на комплексной плоскости (см. рис. 2.2, *в*) называется символическим методом или методом комплексных амплитуд.

Комплексное число, соответствующее точке, в которой находится конец вектора $\vec{A}_m$, может быть записано в следующих формах [2, 6]:

- алгебраической:

$$\dot{A}_m = p + jq = A_m\left(\cos\psi_a + j\sin\psi_a\right); \tag{2.8}$$

- показательной:

$$\dot{A}_m = A_m e^{j\psi_a}, \tag{2.9}$$

где p – вещественная часть комплексного числа $\mathrm{Re}[\dot{A}_m]$, $p = A_m\cos\psi_a$; q – мнимая часть комплексного числа $\mathrm{Im}[\dot{A}_m]$, $q = A_m\sin\psi_a$; j – мнимая единица или оператор поворота на угол $\pi/2 = 90°$, $j = \sqrt{-1} = e^{j\frac{\pi}{2}}$; A_m – модуль комплексного числа $\left|\dot{A}_m\right|$,

$$A_m = \sqrt{p^2 + q^2}; \tag{2.10}$$

ψ_a – угол или аргумент комплексного числа,

$$\psi_a = \begin{cases} \mathrm{arctg}\dfrac{q}{p} & \text{при } p > 0; \\ \mathrm{arctg}\dfrac{q}{p} \pm 180^\circ & \text{при } p < 0. \end{cases} \tag{2.11}$$

В соответствии с формулой Эйлера

$$e^{j\psi_a} = \cos\psi_a + j\sin\psi_a. \tag{2.12}$$

Комплексное число $\dot{A}_m$, модуль которого равен амплитуде синусоидальной функции, называется *комплексной амплитудой*. Но амплитуда и действующее значение синусоидальной функции связаны соотношением $A = A_m/\sqrt{2}$, поэтому расчёт можно вести сразу для действующих значений, если использовать комплексные числа с соответствующим модулем $\dot{A} = \dot{A}_m/\sqrt{2}$. Число $\dot{A}$ называется *комплексным действующим значением* или просто *комплексным значением*. Применительно к ЭДС, напряжению и току такие комплексные вели-

чины ($\dot{E}, \dot{U}, \dot{I}$) называют просто комплексной ЭДС, комплексным напряжением и комплексным током.

Комплексное число $\overset{*}{A} = p - jq = Ae^{-j\psi_a}$ называется сопряжённым числу $\dot{A} = p + jq = Ae^{j\psi_a}$.

Например, для синусоидального тока, определяемого тригонометрическим выражением

$$i = 5\sqrt{2}\sin\left(314t - 30^\circ\right),$$

комплексное значение

$$\dot{I} = 5e^{-j30^\circ} = 5\cos 30^\circ - j5\sin 30^\circ = 5\sqrt{3}/2 - j5/2;$$

комплексно-сопряжённое значение

$$\overset{*}{I} = 5e^{j30^\circ} = 5\sqrt{3}/2 + j5/2.$$

Алгебраическая форма представления удобна для сложения комплексных чисел,

$$\dot{A}_1 + \dot{A}_2 = (p_1 + p_2) + j(q_1 + q_2),$$

а показательная – для умножения и деления:

$$\dot{A}_1 \cdot \dot{A}_2 = A_1 \cdot A_2 \cdot e^{j(\psi_{a1} + \psi_{a2})}; \quad \frac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2} = \frac{A_1}{A_2} \cdot e^{j(\psi_{a1} - \psi_{a2})}.$$

2.3. Элементы электрической цепи синусоидального тока

Элементами схем замещения цепей синусоидального тока являются источники синусоидального тока, источники синусоидальной ЭДС, резистивные, индуктивные и ёмкостные элементы. Понятия об источниках тока и ЭДС, а также резистивных элементах уже были рассмотрены при анализе цепей постоянного тока. Индуктивные и ёмкостные элементы являются специфическими элементами при анализе электрических цепей синусоидального тока.

2.3.1. Индуктивный элемент

Условное графическое изображение индуктивного элемента приведено на рис. 2.3, *а*. Индуктивный элемент отображает на схеме замещения магнитные свойства катушки индуктивности, его основным параметром является *индуктивность L*. Для расчета индуктивности катушки необходимо рассчитать созданное ею магнитное поле [2].

Индуктивность определяется отношением потокосцепления Ψ к току, протекающему по виткам катушки,

$$L = \frac{\Psi}{i}. \qquad (2.13)$$

В свою очередь потокосцепление, представляющее собой суммарный магнитный поток, сцепляющийся со всеми витками катушки, равно сумме магнитных потоков, проходящих через каждый виток катушки, а при одинаковом магнитном потоке в каждом витке Φ_k и количестве витков катушки w его можно определить как

$$\Psi = \sum_{k=1}^{w} \Phi_k = w\Phi_k. \qquad (2.14)$$

Основной единицей потокосцепления и магнитного потока в системе СИ служит *вебер* [Вб], индуктивности – *генри* [Гн].

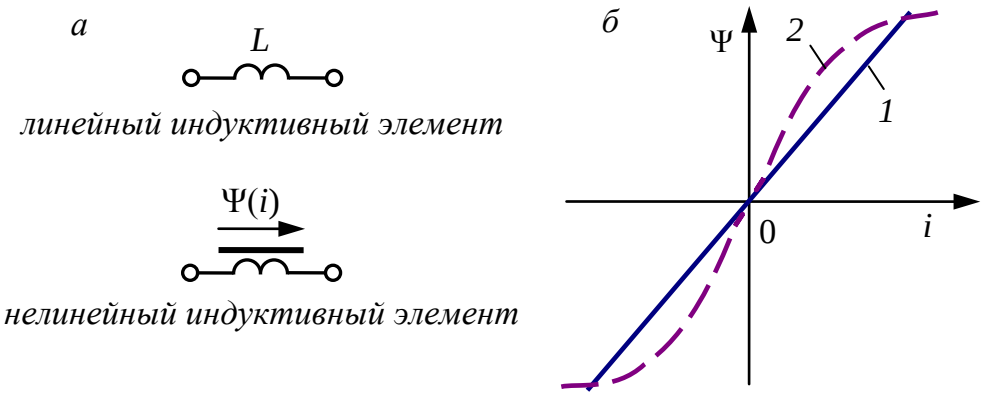


Рис. 2.3. Индуктивный элемент:
а – условное графическое обозначение; *б* – вебер-амперная характеристика

Основной характеристикой идеальной катушки индуктивности является зависимость Ψ(*i*), называемая *вебер-амперной характеристикой*. Для линейных катушек индуктивности зависимость Ψ(*i*) представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат (линия *1* на рис. 2.3, *б*), при этом L = const; $\Psi = Li$.

Нелинейные свойства катушки индуктивности Ψ(*i*) (линия *2* на рис. 2.3, *б*) определяются наличием у неё сердечника из ферромагнитного материала, для которого зависимость магнитной индукции от напряженности поля $B(H)$ нелинейна.

Без учёта явления магнитного гистерезиса нелинейная катушка характеризуется статической индуктивностью

$$L_{ст} = \frac{\Psi}{I} \tag{2.15}$$

и дифференциальной индуктивностью

$$L_{д} = \frac{d\Psi}{di}. \tag{2.16}$$

Если значение тока в витках катушки изменяется, то изменяется и потокосцепление. При изменении потокосцепления в витках катушки, согласно *закону электромагнитной индукции*, наводится ЭДС самоиндукции [2]

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = -L\frac{di}{dt}. \tag{2.17}$$

Электромагнитная индукция была обнаружена одновременно Майклом Фарадеем и Джозефом Генри в 1831 г. ЭДС самоиндукции пропорциональна скорости изменения тока в катушке, знак «минус», согласно правилу Э. Ленца, указывает на то, что ЭДС самоиндукции препятствует изменению тока, возбуждающего магнитный поток катушки индуктивности. При этом индукционный ток всегда имеет такое направление, что он ослабляет действие причины, возбуждающей этот ток.

Поэтому напряжение на индуктивном элементе равно по значению и в каждый момент времени противоположно по направлению ЭДС самоиндукции:

$$u = -e = L\frac{di}{dt}. \tag{2.18}$$

Если за время t_1 ток в индуктивном элементе изменится от нуля до i, то в магнитном поле элемента будет запасена энергия

$$W_M = \int_0^{t_1} iu\ dt,$$

или с учётом выражений (2.13) и (2.18)

$$W_M = \int_0^{i} iL(i)\, di = \frac{Li^2}{2}. \tag{2.19}$$

При увеличении тока энергия магнитного поля индуктивного элемента увеличивается, при уменьшении – уменьшается. Следовательно, индуктивные элементы можно рассматривать как аккумуляторы энергии, которая может в них накапливаться.

2.3.2. Ёмкостный элемент

В различных электротехнических устройствах, например в изоляторах, конденсаторах и т.д., возникают достаточно сильные электрические поля [2]. Конденсатор – это пассивный элемент, характеризующийся ёмкостью. Условное графическое изображение конденсатора (*ёмкостного элемента*) приведено на рис. 2.4, *а*.

Для расчета ёмкости конденсатора необходимо рассчитать электрическое поле в конденсаторе. Ёмкость определяется отношением заряда q на обкладках конденсатора к напряжению u между ними

$$C = \frac{q}{u} \qquad (2.20)$$

и зависит от геометрии обкладок и свойств диэлектрика, находящегося между ними. Единицей ёмкости в системе СИ является *фарад* [Ф].

Основной характеристикой конденсатора является зависимость $q(u)$, называемая *кулон-вольтной характеристикой*. Большинство диэлектриков, используемых на практике, линейны, т.е. у них относительная диэлектрическая проницаемость ε = const. В этом случае зависимость $q(u)$ представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат (линия *1* на рис. 2.4, *б*), при этом C = const; $q = Cu$.

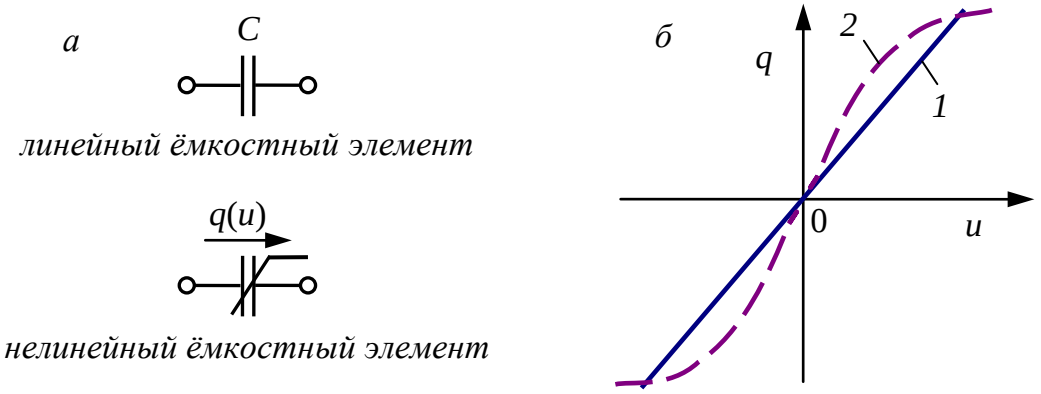


Рис. 2.4. Ёмкостный элемент:
а – условное графическое обозначение; *б* – кулон-вольтная характеристика

У нелинейных диэлектриков (сегнетоэлектриков) диэлектрическая проницаемость является функцией напряжённости поля, что обусловливает нелинейность зависимости $q(u)$ (линия *2* на рис. 2.4, *б*). В этом случае без учета явления электрического гистерезиса нелинейный конденсатор характеризуется статической ёмкостью

$$C_{cm} = \frac{q}{U} \qquad (2.21)$$

и дифференциальной ёмкостью

$$C_{\partial} = \frac{dq}{du}. \qquad (2.22)$$

Если напряжение, приложенное к ёмкостному элементу, будет изменяться, то будет изменяться и заряд, т.е. в ёмкостном элементе появится ток

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt}. \qquad (2.23)$$

Если за время t_1 напряжение на ёмкостном элементе изменится от нуля до u, то в электрическом поле элемента будет накоплена энергия

$$W_{Э} = \int_0^{t_1} iu\, dt,$$

или с учётом выражения (2.23)

$$W_{Э} = \int_0^{i} uC(u)\, du = \frac{Cu^2}{2}. \qquad (2.24)$$

Ёмкостные элементы электрических цепей можно рассматривать в качестве аккумуляторов энергии.

2.4. Закон Ома для резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов

Зависимости между токами и напряжениями резистивных, индуктивных и ёмкостных элементов определяются происходящими в них физическими процессами. При анализе цепи переменного тока необходимо рассматривать амплитудные и фазовые отношения между токами и напряжениями [2, 5, 6].

Для мгновенных значений напряжения и тока в *резистивном элементе* справедливо соотношение, определяемое законом Ома:

$$u_R = Ri_R,$$

или
$$u_R = RI_{Rm}\sin(\omega t + \psi_i) = U_{Rm}\sin(\omega t + \psi_u), \qquad (2.25)$$

где амплитуды тока и напряжения связаны соотношением

$$U_{Rm} = RI_{Rm}, \qquad (2.26)$$

а их начальные фазы одинаковые:

$$\psi_u = \psi_i, \qquad (2.27)$$

т.е. ток и напряжение в резистивном элементе изменяются синфазно – совпадают по фазе, как показано на рис. 2.5, *а* для начальной фазы $\psi_u = \psi_i > 0$.

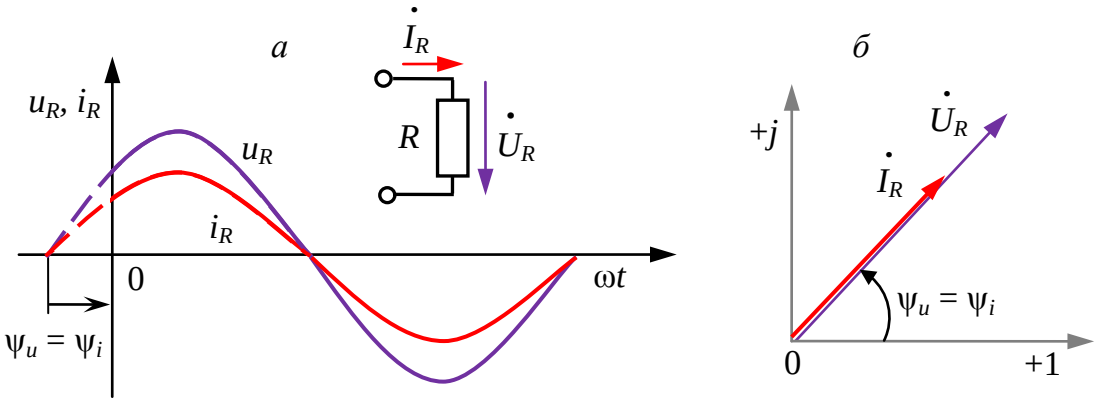


Рис. 2.5. Цепь синусоидального тока с резистивным элементом:
а – графики изменения напряжения, тока;
б – векторная диаграмма на комплексной плоскости

Действующие значения напряжения U_R и тока I_R связаны законом Ома

$$U_R = RI_R. \qquad (2.28)$$

Представив синусоидальные ток и напряжение резистивного элемента соответствующими комплексными значениями

$$\dot{I}_R = I_R e^{j\psi_i} \text{ и } \dot{U}_R = U_R e^{j\psi_u},$$

получим *закон Ома для резистивного элемента в комплексной форме*

$$\dot{U}_R = R\dot{I}_R. \qquad (2.29)$$

Соотношение между комплексными значениями тока и напряжения для резистивного элемента наглядно иллюстрируется векторной диаграммой элемента (рис. 2.5, *б*).

Если в *индуктивном элементе* ток синусоидальный

$$i_L = I_{Lm}\sin(\omega t + \psi_i), \qquad (2.30)$$

то по закону электромагнитной индукции (2.18) на индуктивном элементе появится напряжение

$$u_L = L\frac{di_L}{dt} = \omega L I_{Lm}\cos(\omega t + \psi_i) = U_{Lm}\sin\left(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2}\right) = U_{Lm}\sin(\omega t + \psi_u), \qquad (2.31)$$

где амплитуды тока и напряжения связаны соотношением

$$U_{Lm} = \omega L I_{Lm}, \tag{2.32}$$

а их начальные фазы – соотношением

$$\psi_u = \psi_i + \frac{\pi}{2}. \tag{2.33}$$

На рис. 2.6, *а* показан график мгновенных значений синусоидальных тока и напряжения индуктивного элемента для $\psi_i > 0$, из которого видно, что напряжение опережает ток по фазе на угол

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \frac{\pi}{2}. \tag{2.34}$$

Величина

$$X_L = \omega L = 2\pi f L \tag{2.35}$$

называется *индуктивным сопротивлением* [Ом], а обратная величина

$$B_L = \frac{1}{\omega L} \tag{2.36}$$

– *индуктивной проводимостью* [См].

Значения величин X_L и B_L являются параметрами индуктивных элементов цепей синусоидального тока.

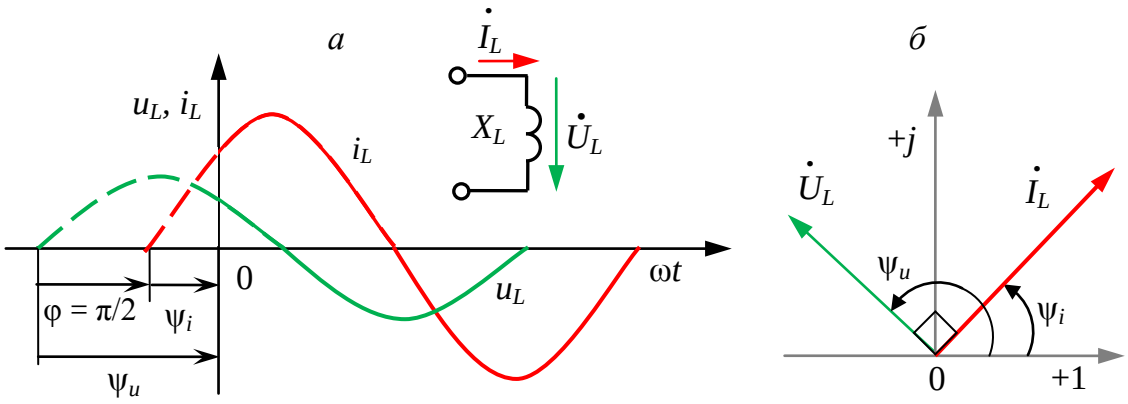


Рис. 2.6. Цепь переменного тока с индуктивным элементом:
а – графики изменения напряжения, тока;
б – векторная диаграмма на комплексной плоскости

Индуктивное сопротивление пропорционально угловой частоте синусоидального тока, при постоянном токе ($\omega = 0$) оно равно нулю. По этой причине электротехнические устройства, предназначенные для работы в цепи переменного тока, нельзя включать в цепь постоянного тока.

Действующие значения тока I_L и напряжения U_L на участке цепи переменного тока с реактивным индуктивным сопротивлением X_L связаны по закону Ома

$$U_L = X_L I_L. \tag{2.37}$$

Представив синусоидальные ток и напряжение индуктивного элемента соответствующими комплексными значениями

$$\dot{I}_L = I_L e^{j\psi_i} \text{ и } \dot{U}_L = U_L e^{j\psi_u},$$

получим *закон Ома для индуктивного элемента в комплексной форме*

$$\dot{U}_L = X_L I_L e^{j\psi_u} = X_L I_L e^{j\left(\psi_i + \frac{\pi}{2}\right)} = jX_L \dot{I}_L. \tag{2.38}$$

Входящая в это выражение величина $jX_L = j\omega L$ называется *комплексным сопротивлением индуктивного элемента*, а обратная ей величина $1/(j\omega L) = -jB_L$ *– комплексной проводимостью индуктивного элемента*.

Соотношение между комплексными значениями тока и напряжения для индуктивного элемента наглядно иллюстрируется векторной диаграммой элемента (рис. 2.6, *б*).

Комплексное значение напряжения на индуктивном элементе можно выразить и через комплексное значение потокосцепления

$$\dot{\Psi} = L\dot{I}_L. \tag{2.39}$$

Тогда выражение (2.38) примет вид

$$\dot{U}_L = -\dot{E}_L = j\omega\dot{\Psi}. \tag{2.40}$$

Полученное уравнение представляет *закон электромагнитной индукции в комплексной форме*.

Если напряжение между выводами *ёмкостного элемента* изменяется по синусоидальному закону

$$u_C = U_{Cm}\sin(\omega t + \psi_u), \tag{2.41}$$

то согласно выражению (2.23) синусоидальный ток

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = \omega C U_{Cm}\cos(\omega t + \psi_u) = I_{Cm}\sin\left(\omega t + \psi_u + \frac{\pi}{2}\right) = I_{Cm}\sin(\omega t + \psi_i), \tag{2.42}$$

где амплитуды тока и напряжения связаны соотношением

$$I_{Cm} = \omega C U_{Cm}, \tag{2.43}$$

а начальные фазы – соотношением

$$\psi_i = \psi_u + \frac{\pi}{2}. \qquad (2.44)$$

На рис. 2.7, *а* показан график мгновенных значений синусоидальных тока и напряжения ёмкостного элемента для $\psi_u > 0$, из которого видно, что напряжение отстаёт от тока по фазе на угол $\pi/2$, т.е. сдвиг по фазе между напряжением и током

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -\frac{\pi}{2}. \qquad (2.45)$$

Величина

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \qquad (2.46)$$

называется *ёмкостным сопротивлением* [Ом], а обратная величина

$$B_C = \omega C \qquad (2.47)$$

– *ёмкостной проводимостью* [См].

Значения величин X_C и B_C являются параметрами ёмкостных элементов цепей синусоидального тока.

В противоположность индуктивному сопротивлению ёмкостное сопротивление уменьшается с увеличением частоты синусоидального тока. При постоянном напряжении ёмкостное сопротивление бесконечно велико. Поэтому конденсатор, подключенный в цепь постоянного тока, ток не пропускает.

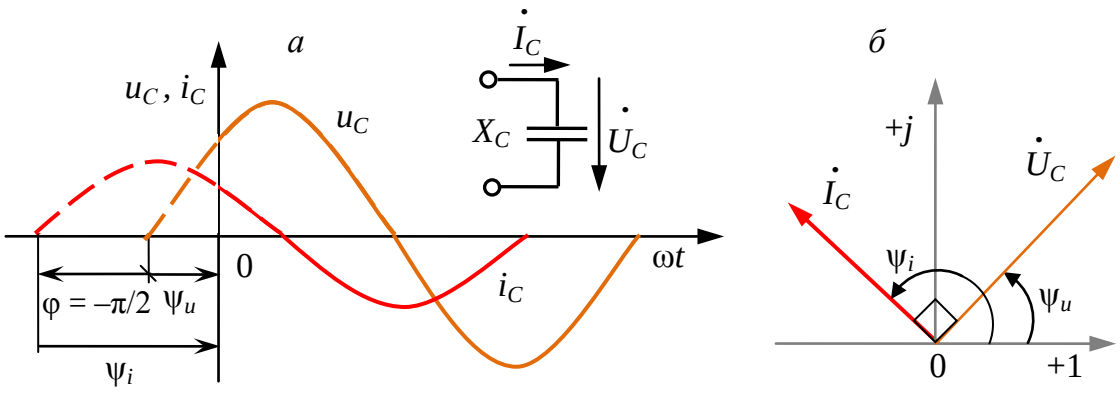


Рис. 2.7. Цепь переменного тока с ёмкостным элементом:
а – графики изменения напряжения, тока;
б – векторная диаграмма на комплексной плоскости

Действующие значения тока I_C и напряжения U_C на участке цепи переменного тока с реактивным ёмкостным сопротивлением X_C связаны по закону Ома

$$U_C = \frac{I_C}{\omega C} = X_C I_C . \qquad (2.48)$$

Представив синусоидальные ток и напряжение ёмкостного элемента соответствующими комплексными значениями

$$\dot{I}_C = I_C e^{j\psi_i} \text{ и } \dot{U}_C = U_C e^{j\psi_u} ,$$

получим *закон Ома для ёмкостного элемента в комплексной форме*

$$\dot{U}_C = X_C I_C e^{j\psi_u} = X_C I_C e^{j\left(\psi_i - \frac{\pi}{2}\right)} = -jX_C \dot{I}_C . \qquad (2.49)$$

Величина $-jX_C = 1/(j\omega C)$ называется *комплексным сопротивлением ёмкостного элемента*, а обратная ей величина $j\omega C = jB_C$ – *комплексной проводимостью ёмкостного элемента*.

2.5. Законы Кирхгофа для цепей синусоидального тока

По первому закону Кирхгофа, в цепи синусоидального тока алгебраическая сумма мгновенных значений токов, сходящихся в любом узле, равна нулю [6]:

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0 \text{ или } \sum_{k=1}^{n} I_{mk} \sin(\omega t + \psi_{ik}) = 0 , \qquad (2.50)$$

где n – число ветвей, сходящихся в узле.

По второму закону Кирхгофа, алгебраическая сумма мгновенных значений напряжений на резистивных, индуктивных и ёмкостных элементах в любом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме мгновенных значений ЭДС этого контура:

$$\sum_{k=1}^{n} u_k = \sum_{k=1}^{p} e_k \text{ или } \sum_{k=1}^{n} U_{mk} \sin(\omega t + \psi_{uk}) = \sum_{k=1}^{p} E_{mk} \sin(\omega t + \psi_{ek}), \qquad (2.51)$$

где n и p – соответственно число пассивных элементов и ЭДС в контуре.

В случае представления синусоидальных величин комплексными значениями запись законов Кирхгофа упрощается ввиду отсутствия тригонометрических функций.

Первый закон Кирхгофа в комплексной форме в применении к узлу электрической цепи имеет вид

$$\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k = 0, \qquad (2.52)$$

т.е. алгебраическая сумма комплексных значений токов всех ветвей, сходящихся в каком-либо узле электрической цепи синусоидального тока, равна нулю. При записи этого уравнения токи, направленные к узлу, следует записать со знаком плюс, а направленные от узла – со знаком минус (или наоборот).

На рис. 2.8, *а* построена векторная диаграмма трёх токов:

$$\dot{I}_1 = I_1 e^{j\psi_{i1}}; \ \dot{I}_2 = I_2 e^{j\psi_{i2}}; \ \dot{I}_3 = I_3 e^{j\psi_{i3}}.$$

По первому закону Кирхгофа,

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0,$$

или

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{I}_3.$$

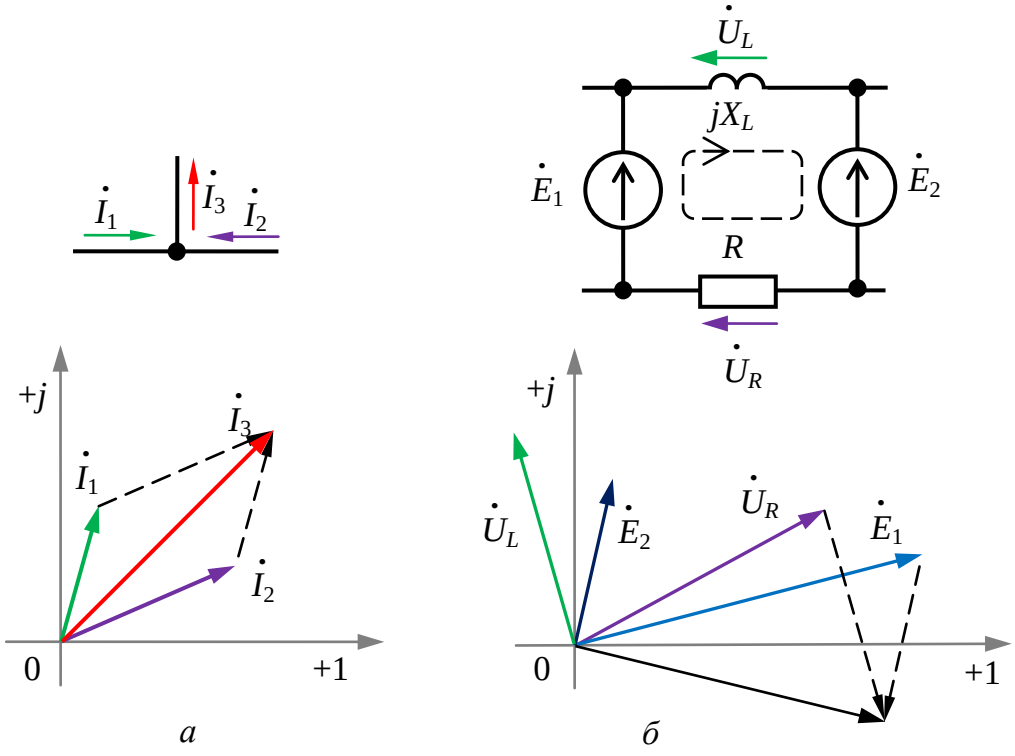


Рис. 2.8. Применение законов Кирхгофа в комплексной форме:
а – первый закон; *б* – второй закон

Второй закон Кирхгофа в комплексной форме имеет вид

$$\sum_{k=1}^{n} \dot{U}_k = \sum_{k=1}^{p} \dot{E}_k, \qquad (2.53)$$

т.е. алгебраическая сумма комплексных значений напряжений на всех пассивных элементах (резистивных, индуктивных, ёмкостных) в контуре электрической цепи синусоидального тока равна алгебраической сумме комплексных значений всех ЭДС этого контура. Со знаком плюс записываются ЭДС и напряжения, положительные направления которых совпадают с выбранным направлением обхода контура, а со знаком минус – ЭДС и напряжения, направление которых противоположно направлению обхода контура.

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа следует выбирать независимые контуры, не содержащие источников тока.

Например, для контура рис. 2.8, *б*, по второму закону Кирхгофа,

$$\dot{U}_R - \dot{U}_L = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 .$$

Векторные диаграммы на рис. 2.8 наглядно иллюстрируют первый и второй законы Кирхгофа в комплексной форме.

2.6. Энергетические процессы в резистивном, индуктивном и ёмкостном элементах

Энергетические процессы в электрических цепях синусоидального тока достаточно сложные, так как физические процессы в различных элементах неодинаковы [1]. Рассмотрим графики мгновенных значений мощности отдельно для резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов, подключенных к источнику напряжения (рис. 2.9).

В резистивном элементе ток и напряжение совпадают по фазе, поэтому в любой момент времени мгновенное значение мощности

$$p_R = u_R i_R = U_{Rm} I_{Rm} \sin^2 \omega t = \frac{U_{Rm} I_{Rm}}{2} (1 - \cos 2\omega t). \qquad (2.54)$$

Мгновенная мощность в резистивном элементе в любой момент времени положительная (рис. 2.9, *а*), т.е. в течение любого интервала времени в резистивный элемент поступает энергия и происходит необратимое преобразование электрической энергии в тепловую.

Средняя за период мощность – *активная мощность*

$$P_R = \frac{1}{T} \int_0^T p_R dt = U_R I_R = R I_R^2 = \frac{U_R^2}{R}. \qquad (2.55)$$

Для индуктивного элемента (рис. 2.9, *б*) мгновенная мощность

$$p_L = u_L i_L = U_{Lm} I_{Lm} \sin \omega t \cos \omega t = \frac{U_{Lm} I_{Lm}}{2} \sin 2\omega t = U_L I_L \sin 2\omega t . \qquad (2.56)$$

Мгновенная мощность изменяется с частотой, в два раза большей частоты тока. Мгновенная мощность положительна при увеличении тока в индуктивном элементе по абсолютному значению (независимо от направления тока), в это время в магнитном поле индуктивного элемента энергия накапливается.

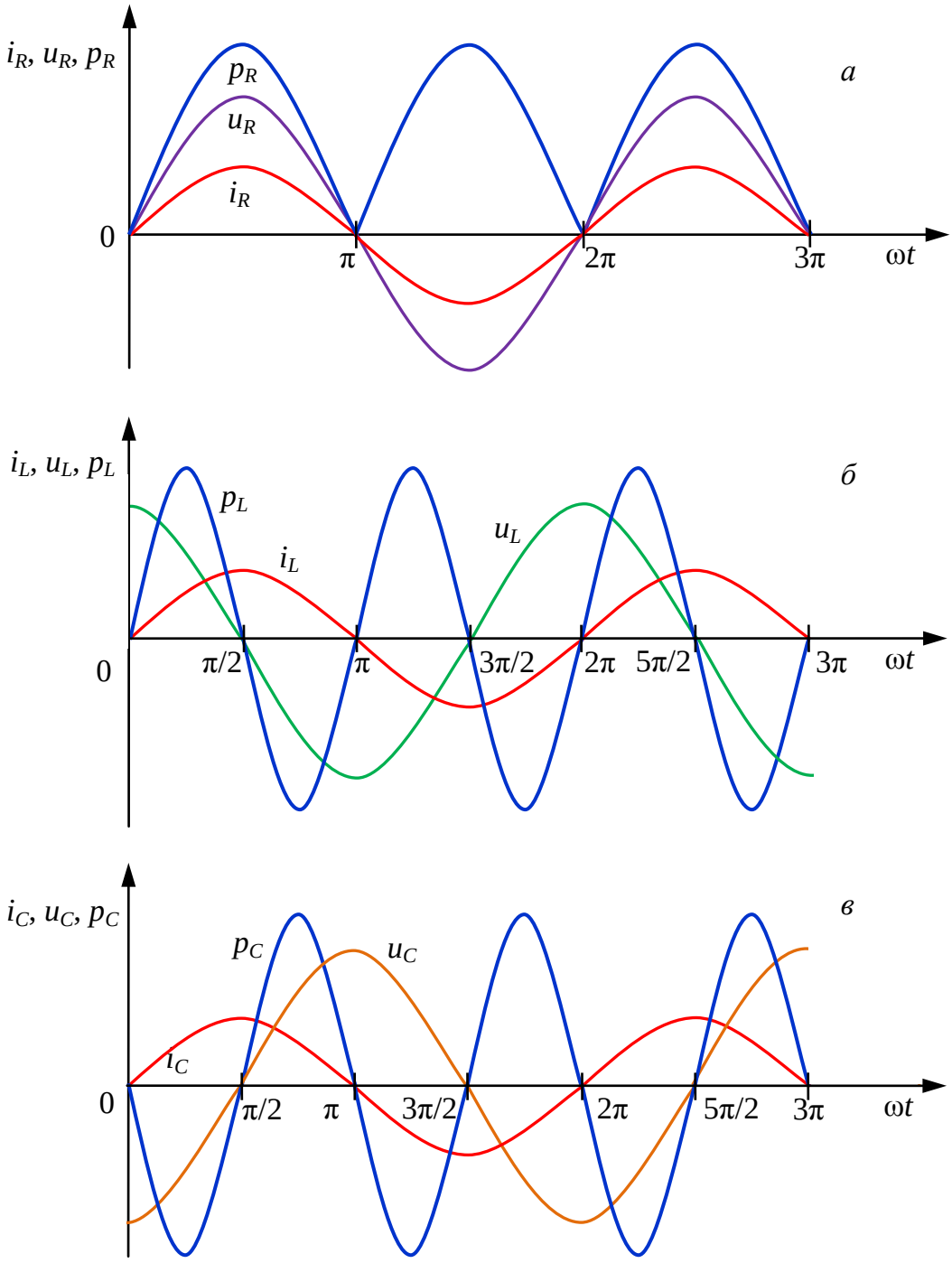


Рис. 2.9. Графики мгновенных значений тока, напряжения, мощности для:
а – резистивного элемента; *б* – индуктивного элемента; *в* – ёмкостного элемента

Энергия, поступающая в индуктивный элемент за четверть периода,

$$W_M = \int_0^{T/4} p_L dt = \int_0^{T/4} u_L i_L dt = \int_0^{I_{Lm}} L i_L di_L = \frac{L I_{Lm}^2}{2}. \qquad (2.57)$$

В течение следующей четверти периода мгновенная мощность p_L отрицательна, т.е. источник получает энергию от индуктивного элемента.

Среднее значение мощности за период

$$P_L = 0. \qquad (2.58)$$

Синусоидальный ток в индуктивном элементе не совершает работы. Поэтому в отличие от резистивного элемента энергетический режим индуктивного элемента принято определять не активной, а *реактивной индуктивной мощностью*, равной максимальной мгновенной мощности:

$$Q_L = U_L I_L = X_L I_L^2. \qquad (2.59)$$

Хотя размерности активной и реактивной индуктивной мощностей совпадают, для измерения последней выбрана своя единица – *вар*.

Мгновенная мощность в ёмкостном элементе (рис. 2.9, *в*)

$$p_C = u_C i_C = -U_{Cm} I_{Cm} \sin \omega t \cos \omega t =$$

$$= -\frac{U_{Cm} I_{Cm}}{2} \sin 2\omega t = -U_C I_C \sin 2\omega t. \qquad (2.60)$$

В ёмкостном элементе, так же как и в индуктивном, мгновенная мощность – синусоидальная величина, частота которой вдвое больше частоты тока. Мгновенная мощность положительна в те интервалы времени, в течение которых напряжение возрастает по абсолютному значению. В течение этих интервалов времени происходит зарядка ёмкостного элемента и в его электрическом поле накапливается энергия. При уменьшении напряжения мгновенная мощность отрицательна, ёмкостный элемент разряжается и энергия, запасённая в его электрическом поле, возвращается источнику.

Энергия, поступающая в ёмкостный элемент за четверть периода,

$$W_Э = \int_0^{T/4} p_C dt = \int_0^{T/4} u_C i_C dt = \int_{-U_{Cm}}^{0} C u_C du_C = \frac{C U_{Cm}^2}{2}. \qquad (2.61)$$

В ёмкостном элементе, так же как и в индуктивном, синусоидальный ток не совершает работы.

Энергетический режим ёмкостного элемента принято определять *реактивной ёмкостной мощностью*, равной максимальной мгновенной мощности:

$$Q_C = -U_C I_C = -X_C I_C^2 . \qquad (2.62)$$

Если индуктивный и ёмкостный элементы соединены последовательно, то в моменты времени, когда энергия магнитного поля индуктивного элемента увеличивается, энергия электрического поля ёмкостного элемента уменьшается, и наоборот. Следовательно, эти элементы могут обмениваться энергией не только с источником, но и друг с другом.

2.7. Последовательное соединение резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов

Комплексное напряжение на участке цепи, содержащем последовательное соединение резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов (рис. 2.10, *а*), определяется согласно второму закону Кирхгофа как сумма комплексных напряжений на каждом элементе [6]:

$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = R\dot{I} + jX_L\dot{I} - jX_C\dot{I} . \qquad (2.63)$$

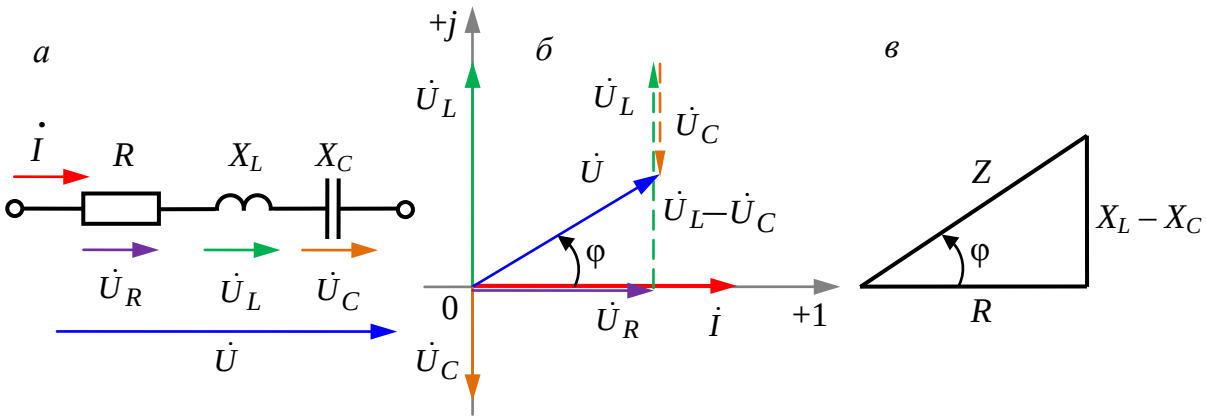


Рис. 2.10. Последовательное соединение *RLC* элементов:
а – схема соединения; *б* – векторная диаграмма тока и напряжений;
в – треугольник сопротивлений

Для анализа работы данной цепи построим векторную диаграмму (рис. 2.10, *б*). Перед построением выбирается масштаб для тока и

напряжения. Построение векторной диаграммы начинают с вектора той величины, которая является общей для всех элементов цепи. В данном случае ток. Далее из начальной точки проводятся векторы напряжений на каждом элементе цепи с учётом угла сдвига по фазе между током и напряжением: φ_R, φ_L, φ_C.

Выделим из векторной диаграммы треугольник напряжений – прямоугольный треугольник с катетами U_R и $(U_L - U_C)$ (рис. 2.10, *б*), из которого действующее значение общего напряжения определится геометрически:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}\,. \tag{2.64}$$

Если стороны треугольника напряжений разделить на силу тока, получится треугольник сопротивлений (рис. 2.10, *в*).

Комплексное сопротивление участка с последовательным соединением резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = Ze^{j\varphi}, \tag{2.65}$$

где Z – *полное сопротивление* последовательного *RLC* участка цепи; φ – угол сдвига фаз между током и напряжением на этом участке.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}\,; \tag{2.66}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{X_L - X_C}{R} = \psi_u - \psi_i\,. \tag{2.67}$$

Закон Ома для последовательного *RLC* участка цепи:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{\dot{U}}{R + j(X_L - X_C)}\,. \tag{2.68}$$

Если последовательно соединены несколько резистивных, индуктивных и ёмкостных элементов, то комплексное сопротивление приводится к общему виду

$$\underline{Z} = \sum R_i + j\left(\sum X_{Li} - \sum X_{Ci}\right) = R + jX\,, \tag{2.69}$$

где R и X – приведённые активное и реактивное сопротивления.

При активно-индуктивном характере нагрузки в цепи, например, реальной катушке индуктивности ток отстает по фазе от напряжения, так как $\varphi > 0$ (рис. 2.11, *а*), а при активно-ёмкостном характере ток в цепи опережает по фазе напряжение, так как $\varphi < 0$ (рис. 2.11, *б*).

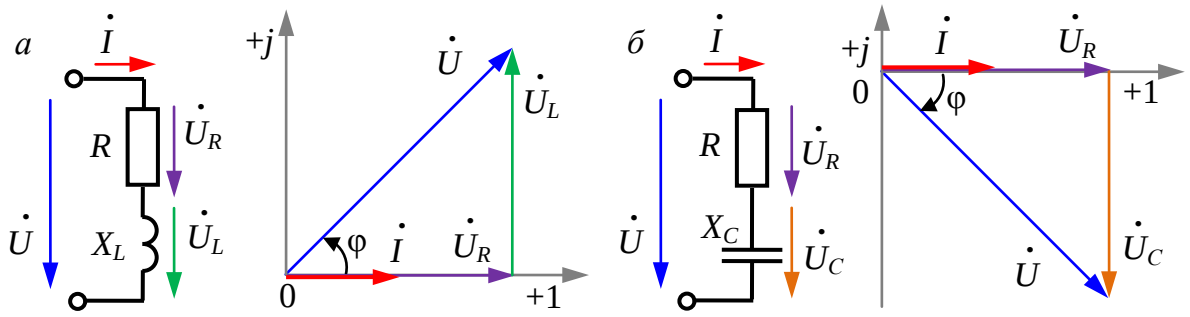


Рис. 2.11. Векторные диаграммы при смешанном характере нагрузки:
а – активно-индуктивный характер; *б* – активно-ёмкостный характер

Режим работы последовательного *RLC* участка цепи синусоидального тока (последовательного колебательного контура), при котором ток и напряжение на его выводах совпадают по фазе ($\varphi_p = 0$), называется *резонансом напряжений* [6].

Этот режим характеризуется равенством действующих значений напряжений на индуктивном U_{Lp} и ёмкостном U_{Cp} элементах при противоположных фазах (рис. 2.12, *а*), а также полным обменом энергий меду индуктивным и ёмкостным элементами.

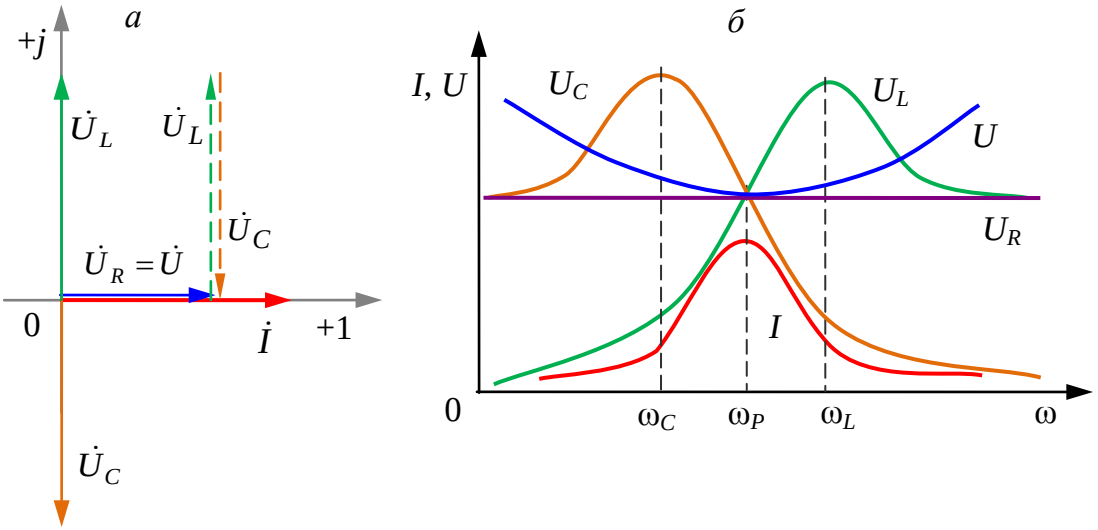


Рис. 2.12. Резонанс напряжений:
а – векторная диаграмма; *б* – частотные характеристики

Следовательно, причиной резонанса напряжений является равенство реактивных сопротивлений индуктивного и ёмкостного элементов, соединённых последовательно:

$$X_{Lp} = X_{Cp}. \qquad (2.70)$$

Ток в цепи при резонансе напряжений достигает максимального значения, так как реактивные сопротивления компенсируют друг друга:

$$I_p = \frac{U}{Z_p} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_{Lp} - X_{Cp})^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + 0^2}} = \frac{U}{R}. \qquad (2.71)$$

Поэтому при резонансе напряжение на резистивном элементе совпадает с общим напряжением на последовательном *RLC* участке:

$$U_R = U. \qquad (2.72)$$

Резонансную частоту определяют из равенства

$$X_{Lp} = X_{Cp} = \omega_p L = \frac{1}{\omega_p C},$$

откуда

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \qquad (2.73)$$

Характеристическое сопротивление колебательного контура

$$\rho = \omega_p L = \frac{1}{\omega_p C} = \sqrt{\frac{L}{C}}. \qquad (2.74)$$

Если $\rho > R$, то напряжения на индуктивном и ёмкостном элементах могут превысить напряжение питания *U*.

Отношение характеристического сопротивления к сопротивлению резистивного элемента определяет резонансные свойства колебательного контура и называется добротностью контура:

$$Q = \frac{\rho}{R}. \qquad (2.75)$$

Добротность контура равна отношению (при резонансе) реактивной мощности индуктивного Q_L или ёмкостного Q_C элемента к активной мощности резистивного элемента:

$$Q = \frac{\omega_p L}{R} = \frac{\omega_p L I^2}{R I^2} = \frac{Q_{Lp}}{P_p}$$

или

$$Q = \frac{1/(\omega_p C)}{R} = \frac{1/(\omega_p C) \cdot I^2}{R I^2} = \frac{Q_{Cp}}{P_p}. \qquad (2.76)$$

В электрической цепи при резонансе напряжений малые количества энергии, поступающей от источника и компенсирующей энергию потерь в активном сопротивлении, достаточны для поддержания незатухающих колебаний в системе относительно больших количеств энергии магнитного и электрического полей. При резонансе в любой момент времени суммарная энергия электрического и магнитного полей остаётся постоянной, т.е.

$$W_Э + W_M = \frac{Cu_C^2}{2} + \frac{Li^2}{2} = \text{const}. \qquad (2.77)$$

В аппаратуре связи, автоматики и т.д. большое практическое значение имеют зависимости токов и напряжений цепей, в которых возможен резонанс, от частоты. Эти зависимости называются *резонансными кривыми* (рис. 2.12, *б*). Ток в цепи зависит от угловой частоты $I(\omega)$, так как от частоты зависит полное сопротивление Z контура, и достигает наибольшего значения при резонансе. У идеального последовательного колебательного контура $R = 0$, т.е. при резонансе полное сопротивление контура равно нулю (короткое замыкание для источника питания).

Наибольшие значения напряжений на индуктивном и ёмкостном элементах получаются при угловых частотах, несколько отличающихся от резонансной [2]. В частности, напряжение на ёмкостном элементе

$$U_C = \frac{1}{\omega C} I = \frac{1}{\omega C} \cdot \frac{U}{Z} = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - 1/(\omega C)\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + \left(\omega^2 LC - 1\right)^2}}.$$

Наибольшему значению $U_C(\omega)$ соответствует угловая частота ω_C, при которой значение подкоренного выражения в последней формуле минимально. Следовательно, для определения частоты ω_C нужно приравнять нулю первую производную от подкоренного выражения по ω:

$$2\omega R^2 C^2 + 4\omega^3 L^2 C^2 - 4\omega LC = 0,$$

откуда

$$\omega_C = \sqrt{1/(LC) - R^2/(2L^2)} = \omega_p \sqrt{1 - 1/(2Q^2)} < \omega_p. \qquad (2.78)$$

Т.е. напряжение на ёмкостном элементе имеет наибольшее значение при угловой частоте ω_C, меньшей угловой частоты резонанса ω_p (рис. 2.12, *б*). Аналогично можно найти, что наибольшее значение напряжения на индуктивном элементе $U_L(\omega) = \omega LI$ получается при угловой частоте

$$\omega_L = \omega_p \sqrt{\frac{1}{1 - R^2 C/(2L)}} = \omega_p \sqrt{\frac{1}{1 - 1/(2Q^2)}} > \omega_p. \qquad (2.79)$$

Чем больше добротность колебательного контура Q, тем меньше отличаются частоты ω_C и ω_L от резонансной частоты и тем острее все три резонансные кривые: $I(\omega)$, $U_C(\omega)$ и $U_L(\omega)$.

В электротехнических системах в большинстве случаев резонанс напряжений – явление нежелательное, т.к. реактивные напряжения могут в несколько раз превышать входные. В радиотехнике резонанс напряжений применяется для настройки цепей на заданную частоту.

2.8. Параллельное соединение резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов

На рис. 2.13, *а* представлена схема электрической цепи, состоящей из параллельного соединения резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов. Для расчета разветвленных электрических цепей пользуются величиной, обратной сопротивлению, – проводимостью. Так, резистивный элемент имеет активную проводимость G, индуктивный – индуктивную проводимость B_L и ёмкостный – ёмкостную проводимость B_C.

Комплексный ток на участке цепи, содержащем параллельное соединение резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов, определяется согласно первому закону Кирхгофа как сумма комплексных токов каждого элемента [6]:

$$\dot{I} = \dot{I}_G + \dot{I}_L + \dot{I}_C = G\dot{U} - jB_L\dot{U} + jB_C\dot{U} \,. \qquad (2.80)$$

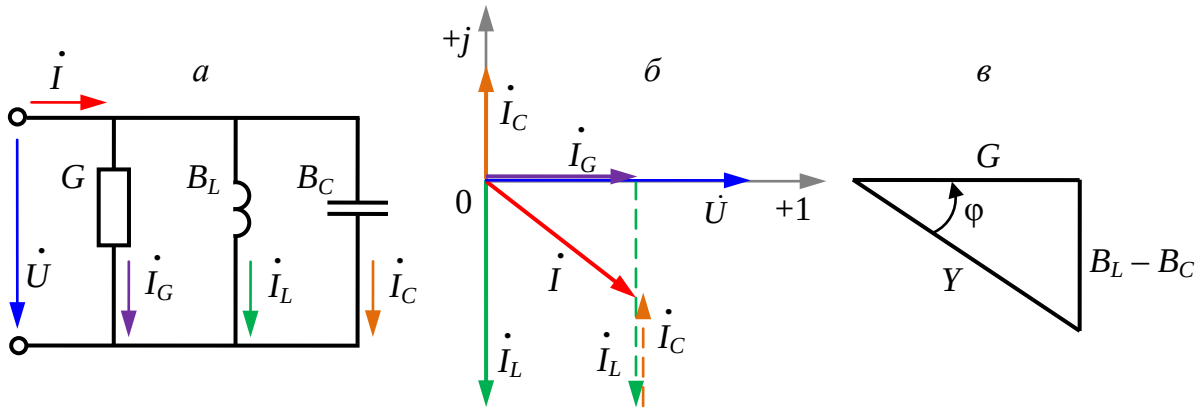


Рис. 2.13. Параллельное соединение *RLC* элементов:
а – схема соединения; *б* – векторная диаграмма токов и напряжения;
в – треугольник проводимостей

Комплексная проводимость участка с параллельным соединением резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = G - j\left(B_L - B_C\right) = Ye^{-j\varphi}, \qquad (2.81)$$

где Y – полная проводимость параллельного RLC участка цепи; φ – угол сдвига фаз между током и напряжением на этом участке.

$$Y = \sqrt{G^2 + \left(B_L - B_C\right)^2}; \qquad (2.82)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{B_L - B_C}{G} = \psi_u - \psi_i. \qquad (2.83)$$

Закон Ома для параллельного RLC участка цепи:

$$\dot{I} = \dot{U}\underline{Y} = \dot{U}\left(G - jB_L + jB_C\right). \qquad (2.84)$$

Векторная диаграмма параллельного RLC участка цепи (рис. 2.13, *б*) учитывает фазовые соотношения между током и напряжением на резистивном, индуктивном и ёмкостном элементах. Разделив силы токов (см. рис. 2.13, *б*) на напряжение, получим треугольник проводимостей (рис. 2.13, *в*).

При расчёте и анализе электрических цепей реальная катушка индуктивности с сопротивлением Z_K замещается двумя элементами: резистивным и индуктивным, с параметрами G_K и B_L (рис. 2.14). При этом выделяют активную I_G и реактивную I_L составляющие тока катушки I_K:

$$I_K = \sqrt{I_G^2 + I_L^2}. \qquad (2.85)$$

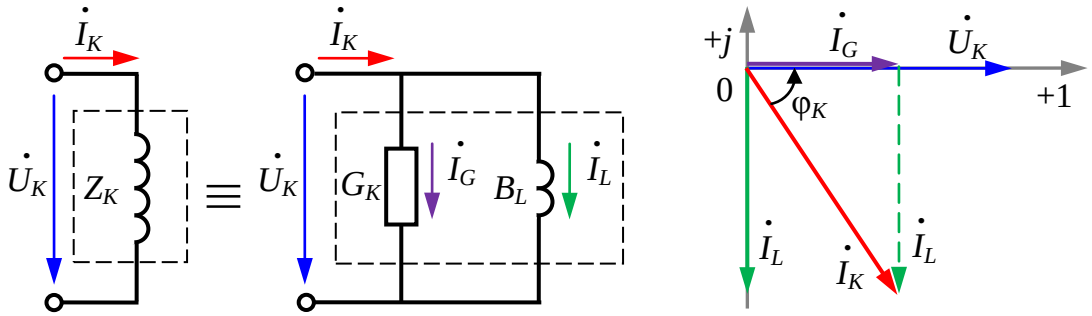


Рис. 2.14. Параллельная схема замещения и векторная диаграмма токов и напряжения реальной катушки индуктивности

Полное сопротивление катушки индуктивности, согласно формуле (2.66), будет вычисляться как

$$Z_K = \sqrt{R_K^2 + X_L^2},$$

где активная G_K и индуктивная B_L проводимости катушки определяются соответственно по формулам:

$$G_K = \frac{R_K}{Z_K^2};\ \ B_L = \frac{X_L}{Z_K^2}. \qquad (2.86)$$

От комплексного сопротивления $\underline{Z}$ можно всегда перейти к комплексной проводимости $\underline{Y}$ и наоборот, пользуясь соотношениями:

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2} = \frac{G}{Y^2};\ \ X = \frac{B}{G^2 + B^2} = \frac{B}{Y^2}; \qquad (2.87)$$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2};\ \ B = \frac{X}{R^2 + X^2} = \frac{X}{Z^2}. \qquad (2.88)$$

Режим параллельного *RLC* участка цепи синусоидального тока (параллельного колебательного контура), при котором угол сдвига фаз между напряжением U на его выводах и общим током I равен нулю ($\varphi_p = 0$), называется *резонансом токов*.

Этот режим характеризуется равенством действующих значений токов на индуктивном I_{Lp} и ёмкостном I_{Cp} элементах параллельных ветвей при противоположных фазах (рис. 2.15, *а*), а также полным обменом энергий между индуктивным и ёмкостным элементами.

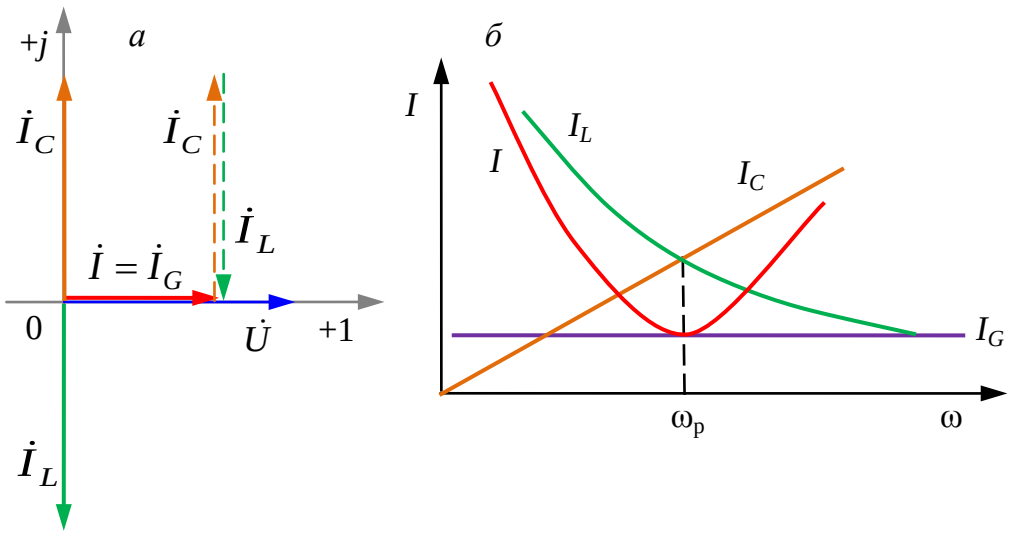


Рис. 2.15. Резонанс токов:
а – векторная диаграмма; *б* – частотные характеристики

Следовательно, причиной резонанса токов является равенство реактивных проводимостей индуктивного и ёмкостного элементов, соединённых параллельно:

$$B_{Lp} = B_{Cp}. \qquad (2.89)$$

На рис. 2.15, *б* показаны частотные характеристики параллельного контура. В ёмкостном элементе ток $I_C = \omega CU$ возрастает пропорционально угловой частоте, в индуктивном элементе ток $I_L = U/(\omega L)$ обратно пропорционален угловой частоте, в резистивном элементе $I_G = GU$ от угловой частоты не зависит. Точка пересечения кривых $I_C(\omega)$ и $I_L(\omega)$ соответствует резонансу токов.

Ток в цепи при резонансе достигает минимального значения, т.к. реактивные проводимости компенсируют друг друга:

$$I_p = UY_p = U\sqrt{G^2 + (B_{Lp} - B_{Cp})^2} = U\sqrt{G^2 + 0^2} = UG. \qquad (2.90)$$

Поэтому при резонансе токов общий ток параллельного *RLC* участка равен току резистивного элемента:

$$I = I_G. \qquad (2.91)$$

Последовательно с индуктивным элементом L может быть включен резистивный элемент R_L, а последовательно с ёмкостным элементом C – резистивный элемент R_C, учитывающие, например, потери мощности в проводах. Условием резонанса токов в такой цепи будет равенство индуктивной и ёмкостной проводимостей этих ветвей в соответствии с формулой (2.89).

$$\frac{X_L}{R_L^2 + X_L^2} = \frac{X_C}{R_C^2 + X_C^2}. \qquad (2.92)$$

И в этом случае при резонансе общий ток совпадает по фазе с напряжением.

Резонанс токов в отличие от резонанса напряжений – явление безопасное для энергетических установок и широко применяется в радиотехнических устройствах.

2.9. Мощности в цепях синусоидального тока

Пассивный двухполюсник можно представить эквивалентной схемой замещения в виде последовательного соединения двух элементов: с активным сопротивлением R и реактивным сопротивлением X. Определим мгновенную мощность пассивного двухполюсника, равную мгновенной мощности источника ЭДС при напряжении и токе [6]:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u); \;\; i = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

Мгновенная мощность

$$p = ui = U_m I_m \sin(\omega t + \psi_u)\sin(\omega t + \psi_i) =$$

$$= \frac{U_m I_m}{2}\left[\cos(\psi_u - \psi_i) + \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)\right]. \qquad (2.93)$$

Энергетический процесс складывается из уже рассмотренных энергетических процессов для идеальных элементов. Часть электрической энергии источника поступает в двухполюсник и преобразуется в другие виды энергии. Другой частью энергии источник и двухполюсник периодически обмениваются.

Из выражения (2.93) следует, что средняя мощность пассивного двухполюсника за период

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p\,dt = UI\cos(\psi_u - \psi_i),$$

или

$$P = UI\cos\varphi. \qquad (2.94)$$

Выражение (2.94) определяет *активную мощность двухполюсника* и источника, которая зависит от действующих значений напряжения и тока, а также cosφ – *коэффициента мощности* [6]. Активная мощность всегда положительна и не зависит от знака угла φ, она определяет энергетический режим пассивного двухполюсника в целом, т.е. среднюю скорость необратимого преобразования энергии во всех резистивных элементах пассивного двухполюсника.

Из треугольников напряжений и сопротивлений (см. рис. 2.10, *б*, *в*) пассивного двухполюсника следует, что коэффициент мощности

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U}. \qquad (2.95)$$

После замены cosφ в уравнении (2.94) получим другие выражения для активной мощности пассивного двухполюсника:

$$P = U_R I = RI^2. \qquad (2.96)$$

Произведение действующих значений напряжения между выводами источника $U = E$ и тока источника I в выражении (2.94) определяет полную мощность источника, равную *полной мощности пассивного двухполюсника*:

$$S = UI = EI = ZI^2. \qquad (2.97)$$

Размерности активной и полной мощности совпадают, но для измерения полной мощности выбрана своя единица – *вольт-ампер* [ВА].

Полная мощность определяет эксплуатационные возможности многих электротехнических устройств (генераторов, трансформаторов, электрических машин и др.) Для большинства потребителей коэффициент мощности cosφ = P/S < 1, поэтому энергетические возможности источника используются не полностью ($P < S$).

Для анализа энергетических процессов в цепи при неполном использовании энергетических возможностей источника вводится понятие реактивной мощности источника, равной реактивной мощности пассивного двухполюсника:

$$Q = UI \sin\varphi . \qquad (2.98)$$

Из треугольника сопротивлений пассивного двухполюсника (см. рис. 2.10, *в*) следует, что $\sin\varphi = X/Z$, поэтому

$$Q = XI^2 . \qquad (2.99)$$

Реактивная мощность пассивного двухполюсника может быть положительной и отрицательной в зависимости от знака угла φ.

Связь активной, реактивной и полной мощностей пассивного двухполюсника удобно интерпретировать геометрически на комплексной плоскости (рис. 2.16). Для этого необходимо умножить все стороны треугольника сопротивлений на I^2. Вновь полученный треугольник называется *треугольником мощностей.*

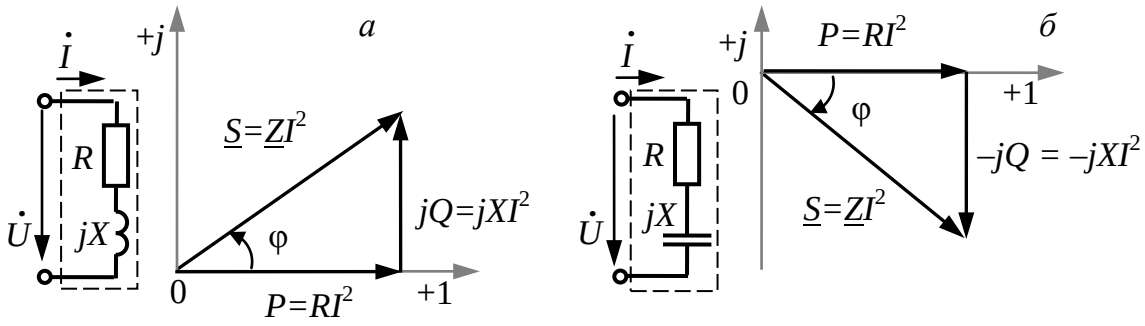


Рис. 2.16. Треугольники мощностей для смешанного характера нагрузки:
а – активно-индуктивный характер; *б* – активно-ёмкостный характер

Комплексная мощность в цепи синусоидального тока определяется по формуле

$$\underline{S} = \dot{U}\,\overset{*}{I} = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = P + jQ = Se^{j\varphi}, \qquad (2.100)$$

где $\overset{*}{I}$ – сопряжённый комплекс тока.

Полная мощность

$$S = \sqrt{P^2 + (Q_L^2 - Q_C^2)}\,. \qquad (2.101)$$

В любой момент времени алгебраическая сумма мгновенных мощностей всех источников энергии равна алгебраической сумме мгновенных мощностей всех приёмников энергии.

Баланс мощности в электрической цепи синусоидального тока, содержащей произвольное число источников энергии и потребителей энергии, означает, что, во-первых, алгебраическая сумма активных мощностей всех источников энергии равна сумме мощностей всех резистивных элементов:

$$\sum U_{ист} I_{ист} \cos(\psi_u - \psi_i) = \sum R I_R^2\,, \qquad (2.102)$$

во-вторых, алгебраическая сумма реактивных мощностей всех источников энергии равна разности между арифметической суммой реактивных мощностей индуктивных элементов и арифметической суммой реактивных мощностей ёмкостных элементов:

$$\sum U_{ист} I_{ист} \sin(\psi_u - \psi_i) = \sum X_L I_L^2 - \sum X_C I_C^2\,. \qquad (2.103)$$

Баланс мощностей можно представить в комплексной форме

$$\sum_{p=1}^{m} \dot{E}_p \overset{*}{I}_p = \sum_{k=1}^{n} \left[I_k^2 R_k + j I_k^2 (X_{Lk} - X_{Ck}) \right], \qquad (2.104)$$

здесь $\sum_{p=1}^{m} \dot{E}_p \overset{*}{I}_p = \underline{S}$ – алгебраическая мощность всех источников ЭДС; положительны те из слагаемых, для которых направление действия ЭДС $\dot{E}_p$ и соответствующего тока $\dot{I}_p$ через ЭДС совпадают, в противном случае слагаемое отрицательно; $\sum_{k=1}^{n} I_k^2 R_k = P$ – алгебраическая сумма мощностей на активных сопротивлениях (здесь должны быть учтены как внешние сопротивления, так и сопротивления самих источников энергии); $\sum_{k=1}^{n} I_k^2 X_{Lk} - \sum_{k=1}^{n} I_k^2 X_{Ck} = Q$ – алгебраическая сумма мощностей на реактивных сопротивлениях.

Как уже указывалось, реактивная мощность циркулирует между источником и потребителем. Реактивный ток, не совершая полезной работы, приводит к дополнительным потерям в силовом оборудовании и, следовательно, к завышению его установленной мощности. В этой связи понятно стремление к увеличению коэффициента мощности cosφ в силовых электрических цепях.

Следует указать, что подавляющее большинство потребителей (электродвигатели, электрические печи, другие различные устройства и приборы) как нагрузка носит активно-индуктивный характер. Чтобы увеличить значение cosφ и разгрузить электротехническое оборудование от реактивного (индуктивного) тока, необходимо включить параллельно электротехническому устройству батарею конденсаторов. Реактивный (ёмкостный) ток батареи конденсаторов компенсирует реактивный (индуктивный) ток приёмника.

Представим приёмник в виде эквивалентной схемы замещения пассивного двухполюсника (рис. 2.17, *а*). Компенсация индуктивного тока нагрузки $I_{Lн}$ при помощи батареи конденсаторов показана на векторной диаграмме (рис. 2.17, *б*), из которой видно, что коэффициент мощности после включения батареи конденсаторов увеличивается: $\cos\varphi > \cos\varphi_н$. В большинстве случаев допустима неполная компенсация сдвига фаз. Наличие небольшого индуктивного тока при $\cos\varphi \geq 0{,}95$ не создаёт дополнительных потерь.

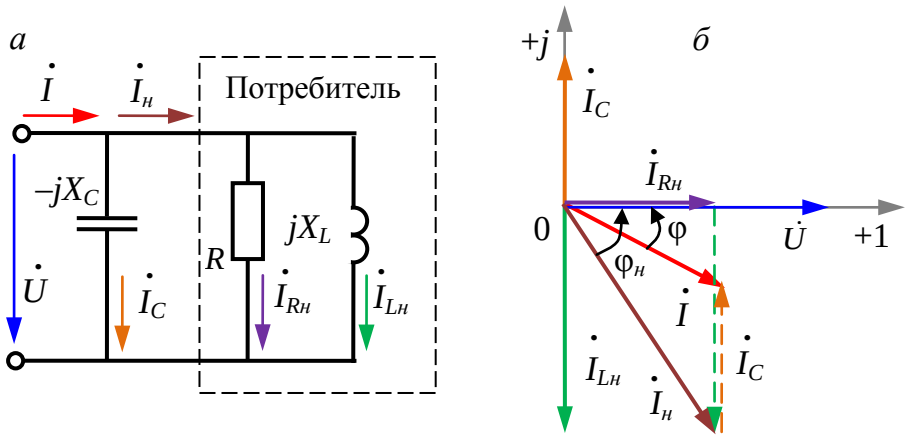


Рис. 2.17. Повышение коэффициента мощности:
а – схема замещения; *б* – векторная диаграмма

Если ток нагрузки $I_н$ и коэффициент мощности приёмника $\cos\varphi_н$ известны и задано требуемое значение cosφ, то необходимое значение ёмкости конденсатора можно определить при помощи векторной диаграммы токов (см. рис. 2.17, *б*), из которой следует, что

$$I_{Rн}\operatorname{tg}\varphi_н - I_{Rн}\operatorname{tg}\varphi = I_C = \omega C U ,$$

откуда

$$C = \frac{P}{\omega U^2}\left(\operatorname{tg}\varphi_н - \operatorname{tg}\varphi\right), \qquad (2.105)$$

где P – активная мощность приёмника, $P = I_{Rн}U$.

2.10. Учёт взаимно индуктивных связей при анализе электрических цепей

Элементы электрической цепи могут располагаться в пространстве таким образом, что создаваемые ими магнитные потоки будут частично сцепляться с контурами протекания тока других элементов (рис. 2.18). Так, при протекании в обмотке первой катушки тока i_1 часть её магнитного потока образует потокосцепление со второй катушкой Ψ_{21}. Величина потокосцепления Ψ_{21} определяется током в первой катушке и коэффициентом взаимной индукции или *взаимной индуктивностью* M_{21}, зависящим от магнитных свойств среды, геометрии катушек и их взаимного положения в пространстве [2]:

$$\Psi_{21} = M_{21} i_1 . \qquad (2.106)$$

При протекании тока по второй катушке будет создаваться потокосцепление с первой:

$$\Psi_{12} = M_{12} i_2 . \qquad (2.107)$$

В соответствии с теорией электромагнитного поля

$$M_{12} = M_{21} = M .$$

Таким образом, полное потокосцепление каждой катушки будет состоять из собственного потокосцепления и потокосцепления, создаваемого другой катушкой. Причём магнитные потоки катушек могут иметь одинаковые или встречные направления. Взаимное направление потоков зависит от направления намотки витков катушек и направления протекания тока в них. Если магнитные потоки катушек направлены одинаково, то составляющие потокосцепления суммируются и такое включение называется *согласным*. В противном случае оно называется *встречным*. Полные потокосцепления катушек

$$\Psi_1 = \Psi_{11} \pm \Psi_{12} ; \quad \Psi_2 = \Psi_{22} \pm \Psi_{21}, \qquad (2.108)$$

где $\Psi_{11} = L_1 i_1$ и $\Psi_{22} = L_2 i_2$ – потокосцепления, создаваемые собственным током катушек. Положительный знак соответствует согласному включению катушек. Для определения взаимного направления потоков на схемах замещения условные начала обмоток помечают точкой (рис. 2.18).

Если в обеих катушках положительные направления токов одинаково ориентированы по отношению к началам обмоток, то потоки направлены согласно.

Падения напряжений на индуктивных элементах катушек

$$\dot{U}_{L1} = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2;\ \ \dot{U}_{L2} = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1. \qquad (2.109)$$

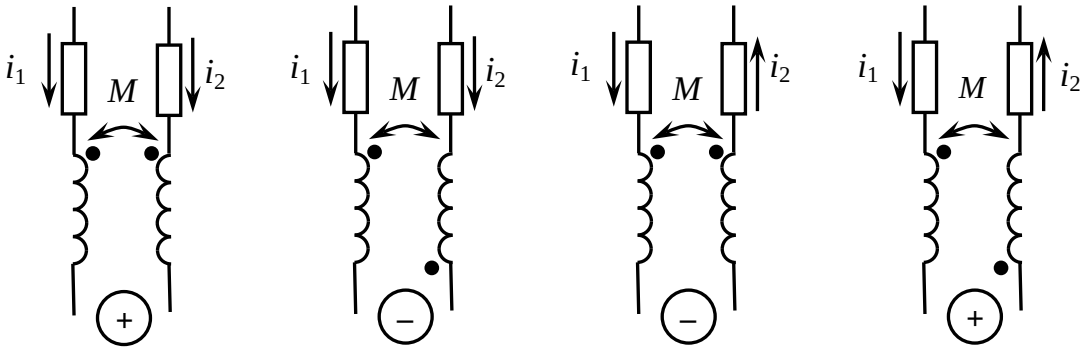


Рис. 2.18. Схемы включения индуктивно связанных элементов

Степень магнитной связи характеризуется *коэффициентом связи*

$$k = \sqrt{\frac{\Psi_{12}\Psi_{21}}{\Psi_1\Psi_2}} = \sqrt{\frac{M^2}{L_1 L_2}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} < 1. \qquad (2.110)$$

Коэффициент связи катушек всегда меньше единицы, т.к. $\Psi_{12} < \Psi_{22}$ и $\Psi_{21} < \Psi_{11}$. Равенство единице возможно только, если собственные и взаимные потокосцепления равны друг другу, но это невозможно в принципе, т.к. всегда существуют потоки рассеяния, т.е. потоки, сцепляющиеся только с одной обмоткой и не охватывающие контур другой.

Рассмотрим задачу анализа электрической цепи с индуктивно связанными элементами на примере последовательного соединения двух катушек (рис. 2.19, *а*).

По второму закону Кирхгофа, с учётом того, что в обеих катушках протекает одинаковый ток, для контура цепи можно составить уравнение

$$\dot{U} = \dot{U}_{R1} + \dot{U}_{L1} \pm \dot{U}_M \pm \dot{U}_M + \dot{U}_{L2} + \dot{U}_{R2} =$$
$$= R_1\dot{I} + j\omega L_1\dot{I} \pm j2\omega M\dot{I} + j\omega L_2\dot{I} + R_2\dot{I} =$$
$$= \left[\left(R_1 + R_2\right) + j\omega\left(L_1 + L_2 \pm 2M\right)\right]\dot{I} =$$
$$= \left[\left(R_1 + R_2\right) + j\left(X_{L1} + X_{L2} \pm 2X_M\right)\right]\dot{I} == \left(R + jX\right)\dot{I},$$

где $j\omega M = jX_M$ – комплексное сопротивление взаимной индуктивности. Взаимная индуктивность катушек при согласном включении увеличивает реактивное сопротивление цепи, а при встречном – уменьшает.

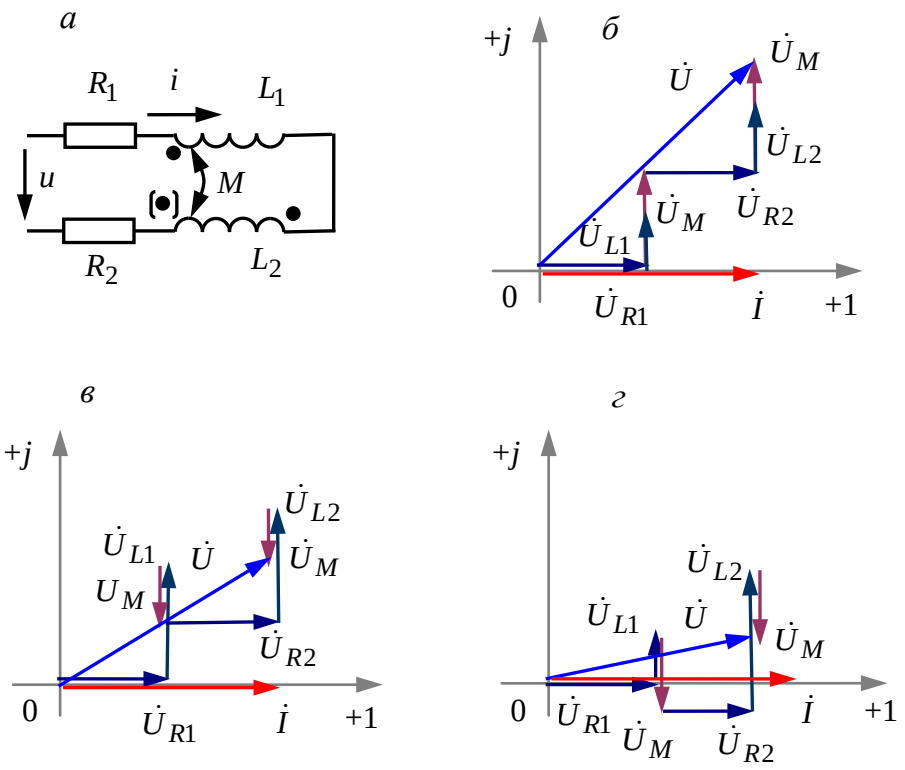


Рис. 2.19. Анализ цепей с индуктивно связанными элементами:
а – схема включения катушек индуктивности;
б – векторная диаграмма для согласного включения;
в, г – векторные диаграммы для встречного включения

На рис. 2.19 представлены векторные диаграммы для согласного (*б*) и встречного (*в, г*) включения. Если индуктивность одной из катушек меньше взаимной индуктивности, то при встречном включении у неё наблюдается «ёмкостный» эффект (см. рис. 2.19, *г*), когда напряжение отстаёт по фазе от тока, протекающего через катушку. Но в целом реактивное сопротивление цепи имеет индуктивный характер, так как эквивалентная индуктивность

$$L = L_1 + L_2 - 2M > 0$$

и ток отстаёт по фазе от напряжения.

Для маркировки выводов катушек, начал обмоток или концов достаточно произвести два измерения тока при разных включениях и одинаковом напряжении питания. Меньший ток будет соответствовать согласному включению.

Контрольные вопросы и задания

1. Какой электрический ток называют переменным? Дайте определения мгновенному, амплитудному и действующему значениям переменного тока.
2. Какие параметры определяют синусоидальные функции времени?
3. Перечислите преимущества синусоидального тока.
4. Как связаны между собой амплитудное, среднее и действующее значения синусоидальной величины?
5. Какие параметры синусоидальной величины можно представить с помощью вектора?
6. Какие формы представления комплексных чисел используют для отображения синусоидальных функций времени? Для каких математических операций используют алгебраическую и показательную форму комплексных чисел?
7. Как соотносятся по фазе ток и напряжение резистивного (индуктивного, ёмкостного) элемента?
8. Объясните явление самоиндукции.
9. Какие энергетические процессы связаны с протеканием переменного тока через резистивный (индуктивный, ёмкостный) элемент?
10. Как зависят от частоты сопротивления резистивного (индуктивного, ёмкостного) элемента? Чему равно индуктивное (ёмкостное) сопротивление при постоянном токе?
11. Какой знак имеет комплексное индуктивное (ёмкостное) сопротивление (проводимость)?
12. Сформулируйте законы Кирхгофа для цепи синусоидального тока.
13. Что такое активная мощность и чему равно её значение для резистивного (индуктивного, ёмкостного) элемента?
14. Какой мощностью характеризуют энергетический режим индуктивного (ёмкостного) элемента?
15. Что называют комплексным сопротивлением пассивного двухполюсника? Запишите формулу для полного сопротивления пассивного двухполюсника.
16. В каких пределах может находиться значение угола сдвига фаз между током и напряжением в пассивной электрической цепи? От какого вектора отсчитывается угол сдвига фаз?
17. Что такое активное (реактивное) напряжение?

18. Сформулируйте закон Ома для последовательного *RLC* участка цепи.

19. Что называют резонансом в цепях переменного тока?

20. Перечислите условия возникновения и следствия резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре.

21. Как определить резонансную частоту колебательного контура?

22. Что называют характеристическим сопротивлением и добротностью колебательного контура?

23. Что называют комплексной проводимостью пассивного двухполюсника? Запишите формулу для полной проводимости пассивного двухполюсника.

24. Что такое активный (реактивный) ток?

25. Сформулируйте закон Ома для параллельного *RLC* участка.

26. Перечислите условия возникновения и следствия резонанса токов в параллельном колебательном контуре.

27. Дайте определения активной, реактивной и полной мощностей.

28. Что называют коэффициентом мощности? Как увеличить значение коэффициента мощности?

29. Сформулируйте условие баланса мощностей в электрической цепи синусоидального тока.

30. Что называют согласным (встречным) включением катушек индуктивностей?

31. Объясните явление взаимоиндукции.

32. Как определяется коэффициент магнитной связи для двух катушек индуктивности?

33. Как в схемах, в уравнениях цепи учитывается направление собственных и взаимных магнитных потоков?

34. Запишите уравнения по второму закону Кирхгофа в комплексной форме для последовательно соединённых индуктивно связанных элементов при согласном и встречном включении.

3. АНАЛИЗ ТРЁХФАЗНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

3.1. Общие сведения

Трёхфазная электрическая цепь представляет собой совокупность трёх электрических цепей, в которых действуют три синусоидальные ЭДС одной и той же частоты и амплитуды, создаваемые общим источником энергии и сдвинутые относительно друг друга по фазе на угол 2π/3 (120°). Такая система трёх ЭДС, равных по величине и сдвинутых по фазе на 120º по отношению друг к другу, называется *симметричной* [6].

Каждая из действующих ЭДС находится в своей фазе периодического процесса, поэтому часто называется просто *фазой*. Также *фазами* называют проводники – носители этих ЭДС. Согласно ГОСТ 2.709–89, отдельные фазы трёхфазной цепи принято обозначать латинскими буквами *L* с цифровым индексом 1, 2, 3 или *A*, *B*, *C* (для напряжений выше 1000 В), а шины на станциях и подстанциях окрашивать соответственно: *A* – в жёлтый, *B* – зеленый, *C* – красный цвета.

Источником трёхфазной системы ЭДС является трёхфазный синхронный генератор (см. подр. 8.5). На статоре генератора размещают три индуктивных обмотки, сдвинутые в пространстве на 120°, именно они являются источниками трёх ЭДС. При вращении ротора, обмотка возбуждения которого является постоянным электромагнитом, вращающийся вместе с ним магнитный поток пересекает проводники обмоток статора и индуцирует в них синусоидальные ЭДС.

Последовательность достижения ЭДС определённых значений, например, максимума или нуля, называют *последовательностью фаз*. ЭДС фазы *A* достигает максимального значения на одну треть периода раньше, чем ЭДС фазы *B*, и на две трети периода раньше, чем ЭДС фазы *C*. Такая последовательность чередования фаз называется *нормальной* или *прямой*.

Трехфазную систему ЭДС (рис. 3.1) можно записать в виде мгновенных или комплексных действующих значений [6]

$$\begin{cases} e_a = E_m \sin \omega t; \\ e_b = E_m \sin(\omega t - 120°); \\ e_c = E_m \sin(\omega t - 240°) \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \dot{E}_a = E e^{j0°}; \\ \dot{E}_b = E e^{-j120°}; \\ \dot{E}_c = E e^{+j120°}, \end{cases} \qquad (3.1)$$

где E_m – амплитудное значение ЭДС фазы; E – действующее значение ЭДС фазы; ω – циклическая частота ЭДС.

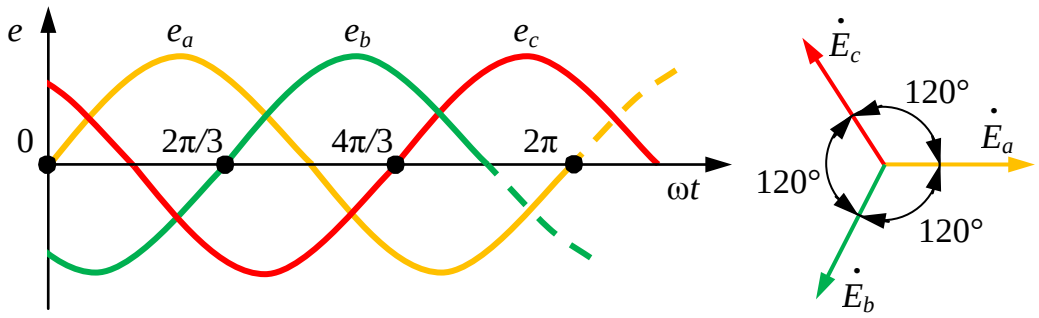


Рис. 3.1. Временная и векторная диаграммы трёхфазной системы ЭДС

Сумма трёх векторов значений ЭДС равна нулю. Следовательно, алгебраическая сумма комплексных значений и мгновенных значений фазных ЭДС генератора равна нулю:

$$\begin{cases} \dot{E}_a + \dot{E}_b + \dot{E}_c = 0; \\ e_a + e_b + e_c = 0. \end{cases} \qquad (3.2)$$

Для получения трёхфазной цепи необходимо определенным образом соединить фазы источника энергии и фазы приёмника.

Многопроводная (шестипроводная) трёхфазная система передачи переменного тока изобретена Николой Тесла. Значительный вклад в развитие трёхфазных систем внёс М. О. Доливо-Добровольский, который впервые предложил трёх- и четырёхпроводную системы передачи переменного тока, выявил ряд преимуществ таких трёхфазных систем по отношению к другим системам и провёл ряд экспериментов с асинхронным электродвигателем.

Основные преимущества трёхфазной системы:

- возможность получения кругового вращающегося магнитного поля, необходимого для работы асинхронных двигателей (см. подр. 7.4);
- экономичность и эффективность – меньшая металлоёмкость силовых линий и трёхфазных трансформаторов (см. подр. 6.10) по сравнению с тремя однофазными системами;
- возможность использования двух различных эксплуатационных напряжений – фазного и линейного, действующие значения которых обычно составляют 230 В и 400 В соответственно (см. подр. 3.2);
- уравновешенность трёхфазной системы, которая обеспечивает равномерную механическую нагрузку на генератор, что значительно увеличивает срок его службы.

На сегодняшний день используются два основных способа соединения в трёхфазной системе – соединение фаз источника трёхфазной системы ЭДС и приёмника звездой и треугольником.

3.2. Схема соединения звездой в трёхфазных цепях

В системах электроснабжения, в частности в генераторах и трансформаторах подстанций, используется преимущественно соединение фаз источника и приёмника звездой. Данное соединение может работать с тремя или четырьмя соединительными проводами от генератора к приёмнику [6].

Звездой называется такое соединение, когда концы фаз обмоток генератора *Г* (*x*, *y*, *z*) соединяют в одну общую точку, называемую *нейтралью n*. Концы фаз приёмника *П* (*X*, *Y*, *Z*) также соединяют в общую нейтральную точку *N* (рис. 3.2).

Провода, соединяющие начала фаз генератора и приёмника, называются *линейными*. Провод, соединяющий нейтрали генератора и приёмника, называется *нейтральным* и имеет голубую цветовую маркировку. Трёхфазная цепь, имеющая нейтральный провод, называется четырёхпроводной, если нейтрального провода нет, – трёхпроводной.

Фазными называются напряжения между началами и концами фаз генератора U_a, U_b, U_c или приёмника: U_A, U_B, U_C. При наличии нейтрального провода они соответственно равны.

Линейными называются напряжения между началами фаз генератора или приёмника (напряжения между линейными проводами) и обозначаются U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}.

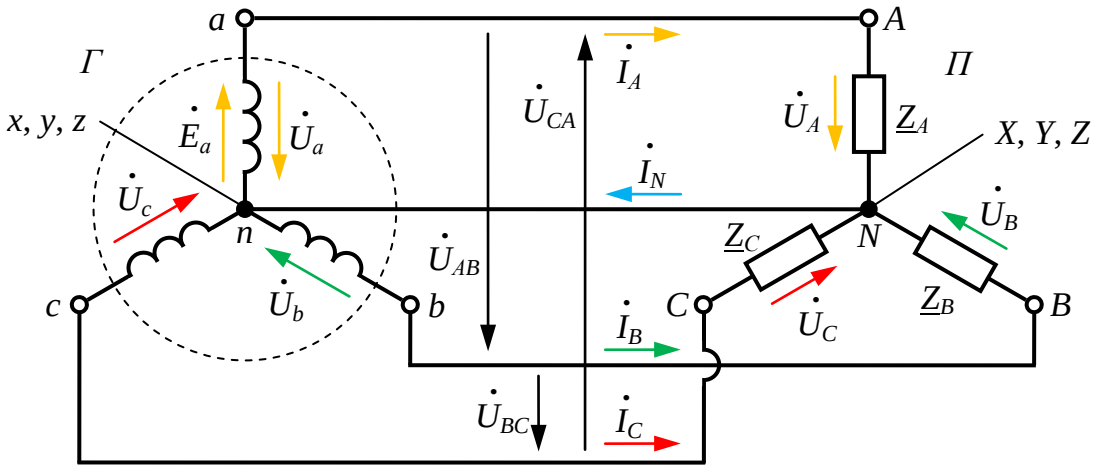


Рис. 3.2. Схема замещения трёхфазной электрической цепи при соединении фаз генератора и приёмника по схеме звезда

Между линейными и фазными напряжениями приёмника при соединении звездой имеется зависимость согласно второму закону Кирхгофа:

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \\ \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \\ \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \end{cases} \qquad (3.3)$$

Уравнениям (3.3), связывающим векторы фазных и линейных напряжений, соответствует векторная диаграмма (рис. 3.3). Такую векторную диаграмму, когда одни векторы электрических величин геометрически связывают другие векторы, называют *топографической*. Векторная диаграмма выполняется на комплексной плоскости [+1; *j*] с учётом действующих значений и начальных фаз отображаемых величин. Длина вектора определяется действующим значением величины, а угол его наклона относительно оси +1 – начальной фазой величины.

При выполнении диаграммы начальная фаза напряжения фазы *A* генератора принимается равной нулю, а при наличии нейтрального провода напряжение фазы приёмника равно напряжению фазы генератора, т.е. его вектор является базисным и совпадает по направлению с осью действительных значений +1.

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a = U_\Phi e^{j0^\circ}. \qquad (3.4)$$

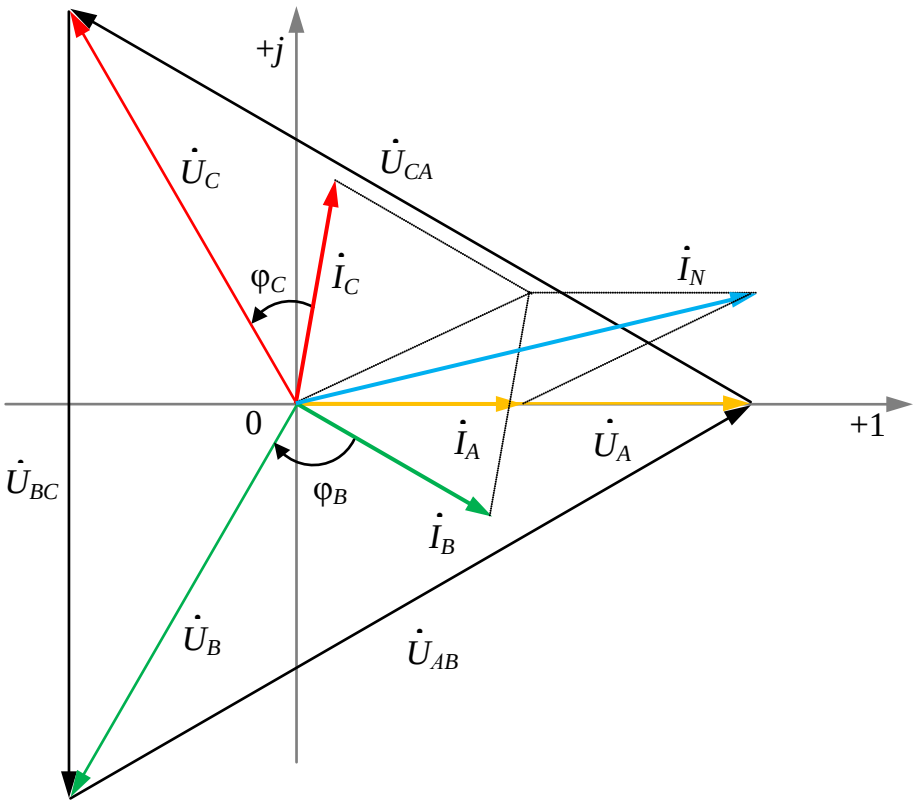


Рис. 3.3. Топографическая векторная диаграмма при соединении фаз приёмника звездой с нейтральным проводом

На векторной диаграмме изображаются также векторы токов, отклоняющихся на фазовый угол нагрузки φ от векторов соответствующих фазных напряжений. Положительное направление φ – от вектора тока к вектору напряжения против часовой стрелки.

При соединении звездой *линейный* ток $I_Л$, протекающий по линейному проводу, является *фазным* током $I_Ф$, протекающим по фазе приёмника:

$$\dot{I}_Л = \dot{I}_Ф. \tag{3.5}$$

Токи в фазах приёмника определяются по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A};\ \ \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B};\ \ \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C}, \tag{3.6}$$

где $\underline{Z}$ – комплексное сопротивление фазы.

Ток в нейтральном проводе в соответствии с первым законом Кирхгофа равен сумме комплексных значений фазных токов:

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C. \tag{3.7}$$

Приёмник с одинаковым комплексным сопротивлением всех трёх фаз называется *симметричным*, а нагрузка на сеть от такого приёмника – *симметричной*:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = Ze^{j\varphi} \tag{3.8}$$

или

$$\begin{cases} Z_A = Z_B = Z_C; \\ \varphi_A = \varphi_B = \varphi_C. \end{cases} \tag{3.9}$$

Нейтральный провод не нужен при стабильной симметричной нагрузке, например, в трёхфазном асинхронном двигателе сумма фазных токов, согласно формуле (3.7), равна нулю.

При наличии нейтрального провода всегда или при симметричной нагрузке без него между действующими значениями линейных и фазных напряжений в схеме звезда выполняется соотношение

$$U_Л = 2\cos 30° \cdot U_Ф = \sqrt{3} \cdot U_Ф. \tag{3.10}$$

Например, при действующем линейном напряжении 400 В действующее значение фазного напряжения равно 230 В или при линейном напряжении 230 В фазное напряжение – 133 В.

Стандартные значения фазных/линейных напряжений систем и электрооборудования переменного тока с 1 октября 2015 г. регламентирует ГОСТ 29322–2014 «Напряжения стандартные».

При обрыве/отсутствии нейтрального провода при несимметричной нагрузке нормальный режим трёхфазной установки нарушается. Фазные токи изменяются и устанавливаются таким образом, чтобы векторная сумма их стала равной нулю. При этом нарушается симметрия фазных напряжений приёмника U_A, U_B, U_C, а фазные напряжения генератора, определяемые его ЭДС, U_a, U_b, U_c остаются неизменными симметричными. В результате этого возникает разность потенциалов между концами фаз генератора и приёмника U_{nN}, называемая *смещением нейтрали* [6].

$$\dot{U}_{nN} = \varphi_N - \varphi_n = \frac{\underline{Y}_A \dot{U}_a + \underline{Y}_B \dot{U}_b + \underline{Y}_C \dot{U}_c}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}, \qquad (3.11)$$

где $\underline{Y}_A$, $\underline{Y}_B$, $\underline{Y}_C$ – комплексные проводимости фаз приёмника.

Фазные напряжения приёмника U_A, U_B, U_C будут зависеть от напряжения смещения нейтрали:

$$\begin{cases} \dot{U}_A = \dot{U}_a - \dot{U}_{nN}; \\ \dot{U}_B = \dot{U}_b - \dot{U}_{nN}; \\ \dot{U}_C = \dot{U}_c - \dot{U}_{nN}. \end{cases} \qquad (3.12)$$

Фазные токи определяют по закону Ома:

$$\dot{I}_A = \underline{Y}_A \dot{U}_A; \;\; \dot{I}_B = \underline{Y}_B \dot{U}_B; \;\; \dot{I}_C = \underline{Y}_C \dot{U}_C. \qquad (3.13)$$

При симметричной нагрузке напряжение смещения нейтрали U_{nN} равно нулю и трёхфазная цепь не нуждается в нейтральном проводе. При несимметричной нагрузке в нейтральном проводе ЗАПРЕЩЕНА установка предохранителей или автоматических выключателей, так как при отключении нейтрального провода может возникнуть напряжение смещения нейтрали и так называемый *перекос фаз*.

На рис. 3.4 приведён пример векторной диаграммы токов и напряжений трёхфазной цепи с активной нагрузкой фазы *A*, активно-ёмкостной нагрузкой фаз *B* и *C*. Вследствие асимметрии появляется вектор напряжения смещения нейтрали $\dot{U}_{nN}$. Однако линейные и фазные напряжения генератора, определяемые его ЭДС, остались неизменными. Поэтому векторы фазных напряжений нагрузки $\dot{U}_A$, $\dot{U}_B$, $\dot{U}_C$ приходят в те же точки, что и векторы фазных напряжений генератора $\dot{U}_a$, $\dot{U}_b$, $\dot{U}_c$. Относительно векторов $\dot{U}_A$, $\dot{U}_B$, $\dot{U}_C$ строят векторы токов $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$, $\dot{I}_C$ с учётом фазового угла нагрузки φ.

При выполнении диаграммы начальная фаза напряжения фазы *A* генератора принимается равной нулю, т.е. его вектор является базисным и совпадает по направлению с осью действительных значений +1.

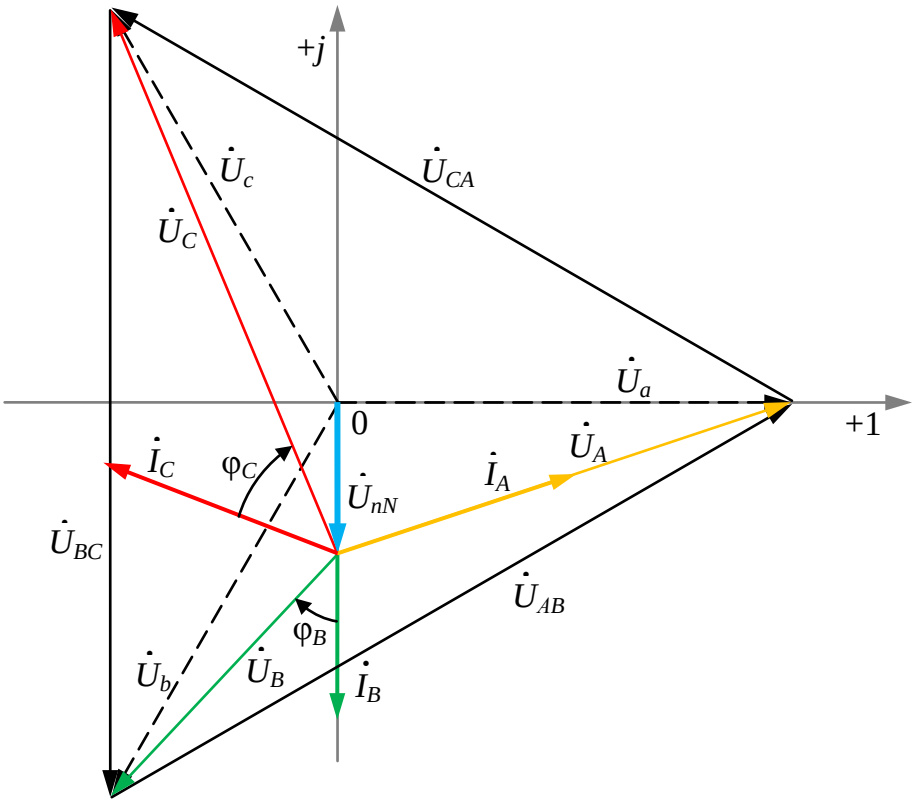


Рис. 3.4. Топографическая векторная диаграмма при соединении фаз приёмника звездой при наличии смещения нейтрали

3.3. Схема соединения треугольником в трёхфазных цепях

В трансформаторах и асинхронных двигателях часто используется соединение фаз приёмника треугольником. Данное соединение может работать только с тремя соединительными проводами от генератора к приёмнику и не имеет нейтрали приёмника [6].

Схема соединения обмоток трёхфазного генератора не предопределяет схему соединения нагрузки. Так, при соединении фаз генератора звездой нагрузка может быть соединена звездой с нейтральным проводом, звездой без нейтрального провода или треугольником.

Использование соединения фаз приёмника треугольником вместо соединения звездой позволяет увеличить мощность, подводимую к приёмнику, так как при одном и том же сопротивлении фаз приёмника они находятся под большим напряжением. Данный приём используется для изменения мощности трёхфазных машин переменного тока.

Треугольником называется такое соединение приёмника *П*, когда конец первой фазы *X* соединяется с началом второй фазы – *B*, конец второй фазы *Y* соединяется с началом третьей фазы – *C*, конец третьей фазы *Z* соединяется с началом первой фазы – *A*. К точкам соединения подключаются линейные провода, идущие от генератора *Г* (рис. 3.5). Соединение фаз приёмника треугольником не предусматривает использование нейтрального провода.

При соединении треугольником *фазные* напряжения приёмника U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} являются *линейными* напряжениями генератора *Г*, так как фазы приёмника располагаются между линейными проводами, т.е.

$$\dot{U}_{Ф} = \dot{U}_{Л}. \qquad (3.14)$$

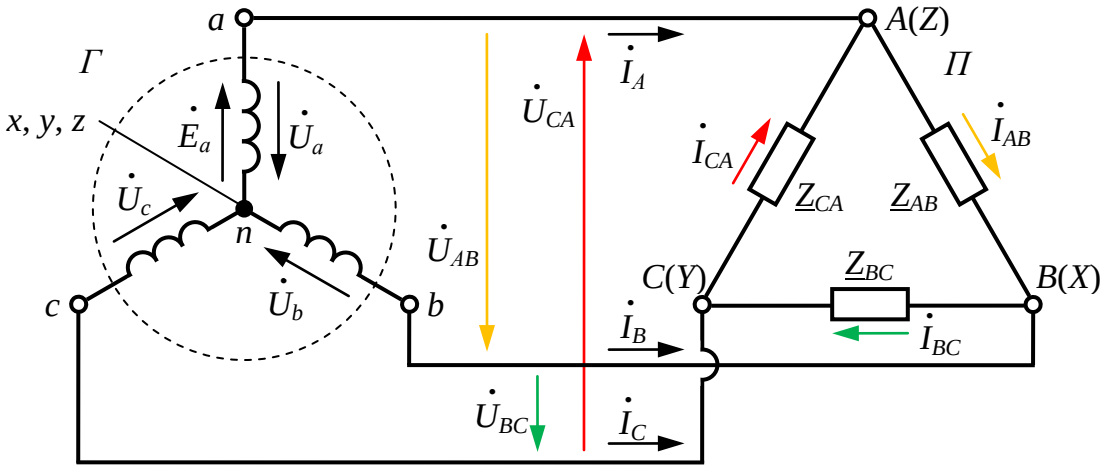


Рис. 3.5. Схема замещения трёхфазной электрической цепи при соединении фаз приёмника по схеме треугольник

Трёхфазную систему линейных напряжений при нулевой начальной фазе напряжения фазы *A* генератора можно записать в виде комплексных действующих значений:

$$\dot{U}_a = U_{Ф} e^{j0^\circ}; \qquad (3.15)$$

$$\begin{cases} \dot{U}_{AB} = U_{Л} e^{+j30^\circ}; \\ \dot{U}_{BC} = U_{Л} e^{-j90^\circ}; \\ \dot{U}_{CA} = U_{Л} e^{+j150^\circ}. \end{cases} \qquad (3.16)$$

Линейные токи, протекающие по линейным проводам, обозначаются I_A, I_B, I_C, а *фазные*, протекающие по фазам приёмника, – I_{AB}, I_{BC}, I_{CA}. При соединении фаз приёмника треугольником между линейными и фазными токами имеется зависимость в соответствии с первым законом Кирхгофа для узлов *A*, *B* и *C*:

$$\begin{cases} \dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \\ \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \\ \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}. \end{cases} \qquad (3.17)$$

Уравнениям (3.16) и (3.17) соответствует векторная диаграмма на рис. 3.6. Такую векторную диаграмму, когда векторы всех электрических величин исходят из начала координат, называют *поляризованной*.

Приведённая векторная диаграмма токов и напряжений трёхфазной цепи при соединении фаз приёмника треугольником соответствует симметричной активно-индуктивной нагрузке.

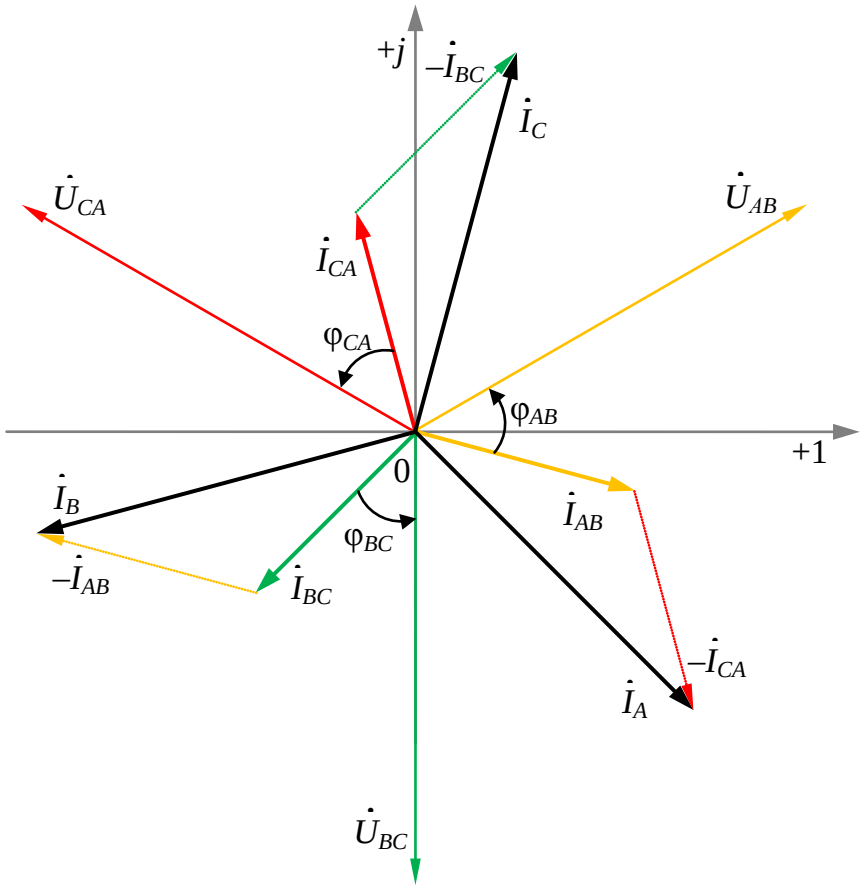


Рис. 3.6. Поляризованная векторная диаграмма при соединении фаз приёмника треугольником

Полные сопротивления фаз приёмника обозначают, как и фазные токи, двумя индексами: соответственно Z_{AB}, Z_{BC}, Z_{CA}.

Токи в фазах приёмника определяются по закону Ома:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}; \quad \dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}}; \quad \dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}}. \qquad (3.18)$$

При симметричной нагрузке (равенство полных сопротивлений фаз $Z_{AB} = Z_{BC} = Z_{CA}$ и фазовых углов нагрузки $\varphi_{AB} = \varphi_{BC} = \varphi_{CA}$) токи всех фаз приёмника и линейные токи имеют одинаковую величину:

$$I_{AB} = I_{BC} = I_{CA}; \tag{3.19}$$

$$I_A = I_B = I_C \tag{3.20}$$

и между действующими значениями линейных и фазных токов приёмника в схеме треугольник имеется соотношение

$$I_Л = 2\cos 30° \cdot I_Ф = \sqrt{3} \cdot I_Ф. \tag{3.21}$$

Важной особенностью соединения фаз приёмника треугольником является то, что при изменении сопротивления одной из фаз режим работы других фаз остается неизменным, так как линейные напряжения генератора являются постоянными. Будет изменяться только ток данной фазы и линейные токи в проводах линии, соединённых с этой фазой. Поэтому схема соединения треугольником широко используется для включения несимметричной нагрузки.

3.4. Эквивалентные преобразования трёхфазных симметричных приёмников

Во многих случаях на промышленных предприятиях трёхфазная сеть имеет значительную длину силовых линий и симметричную нагрузку, содержащую несколько симметричных приёмников, например, трёхфазных асинхронных двигателей и трансформаторов, обмотки которых соединены различными способами (рис. 3.7).

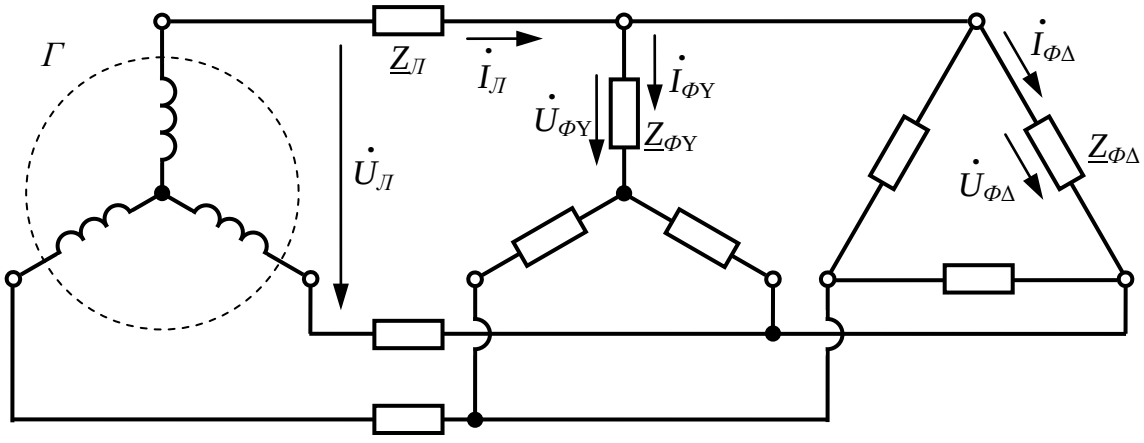


Рис. 3.7. Схема замещения трёхфазной электрической цепи при наличии двух симметричных приёмников

На рис. 3.7 представлена трёхфазная симметричная цепь с двумя симметричными приёмниками, фазы которых с комплексными сопротивлениями $\underline{Z}_{\Phi\mathrm{Y}}$ и $\underline{Z}_{\Phi\Delta}$ соединены звездой и треугольником соответственно. Приёмники подключены параллельно к линии передачи с комплексными сопротивлениями проводов $\underline{Z}_{Л}$ и известным линейным напряжением $U_{Л}$ в начале линии.

Для расчёта режима такой трёхфазной цепи приёмники следует заменить одним эквивалентным, фазы которого соединены звездой. После определения линейного тока и фазного напряжения эквивалентного приёмника можно найти фазные токи всех приёмников [6].

В случае симметричности трёхфазных приёмников известные формулы преобразования треугольника сопротивлений в эквивалентную звезду или звезды сопротивлений в эквивалентный треугольник существенно упрощаются:

$$\underline{Z}_{\Phi\mathrm{Y}} = \frac{\underline{Z}_{\Phi\Delta}\cdot\underline{Z}_{\Phi\Delta}}{\underline{Z}_{\Phi\Delta}+\underline{Z}_{\Phi\Delta}+\underline{Z}_{\Phi\Delta}} = \frac{\underline{Z}_{\Phi\Delta}}{3}; \qquad (3.22)$$

$$\underline{Z}_{\Phi\Delta} = \underline{Z}_{\Phi\mathrm{Y}}+\underline{Z}_{\Phi\mathrm{Y}}+\frac{\underline{Z}_{\Phi\mathrm{Y}}\cdot\underline{Z}_{\Phi\mathrm{Y}}}{\underline{Z}_{\Phi\mathrm{Y}}} = 3\underline{Z}_{\Phi\mathrm{Y}}. \qquad (3.23)$$

Таким образом, сопротивление фазы симметричной звезды, эквивалентной симметричному треугольнику, в три раза меньше сопротивления его фазы, а проводимость – в три раза больше. Заметим, что фазовые углы нагрузки φ приёмников при этих преобразованиях не изменяются.

Для приведения двух симметричных приёмников на рис. 3.7 к одному эквивалентному со звездой необходимо провести следующие преобразования:

1) первый приёмник-звезда преобразовать в приёмник-треугольник (рис. 3.8, *а* → *б*);

2) два симметричных приёмника-треугольника преобразовать в один общий симметричный приёмник-треугольник (рис. 3.8, *б* → *в*);

3) общий симметричный приёмник-треугольник преобразовать в один общий симметричный приёмник-звезда (рис. 3.8, *в*→ *г*).

На первом шаге эквивалентный приёмник-треугольник имеет, согласно формуле (3.23), сопротивление фазы, равное трем сопротивлениям первого приёмника-звезды, – $3\underline{Z}_{\Phi\mathrm{Y}}$.

После чего фазы двух полученных симметричных приёмников-треугольников подключены к линии параллельно, в результате фаза общего приёмника-треугольника имеет сопротивление

$$\underline{Z}'_{\Phi\Delta} = \frac{3\underline{Z}_{\Phi\,\mathrm{Y}} \cdot \underline{Z}_{\Phi\Delta}}{3\underline{Z}_{\Phi\,\mathrm{Y}} + \underline{Z}_{\Phi\Delta}}. \qquad (3.24)$$

Заменим далее полученный общий симметричный приёмник-треугольник эквивалентной общей симметричной звездой, сопротивление фазы которой, согласно формуле (3.22), равно трети сопротивления общего приёмника-треугольника:

$$\underline{Z}'_{\Phi\,\mathrm{Y}} = \frac{\underline{Z}'_{\Phi\Delta}}{3} = \frac{\underline{Z}_{\Phi\,\mathrm{Y}} \cdot \underline{Z}_{\Phi\Delta}}{3\underline{Z}_{\Phi\,\mathrm{Y}} + \underline{Z}_{\Phi\Delta}}. \qquad (3.25)$$

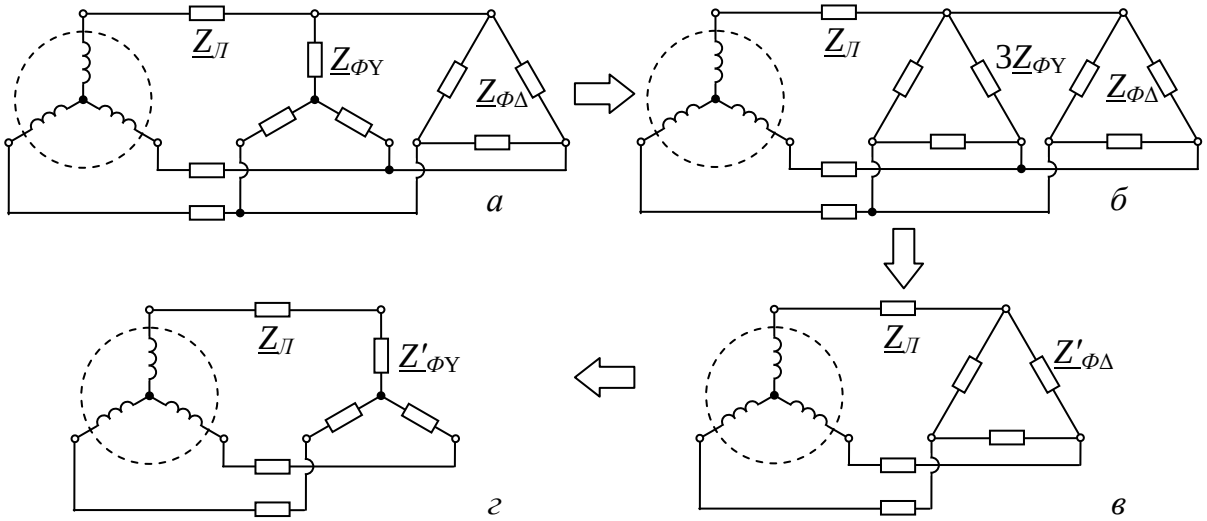


Рис. 3.8. Схемы эквивалентных преобразований

Далее производится расчёт линейного тока $I_Л$ по закону Ома с учётом сопротивления линии $\underline{Z}_Л$, которое получается включенным последовательно с основным сопротивлением фазы приёмника $\underline{Z}'_{\Phi\,\mathrm{Y}}$:

$$\dot{I}_Л = \frac{\dot{U}_Л}{\sqrt{3}\left(\underline{Z}'_{\Phi\,\mathrm{Y}} + \underline{Z}_Л\right)}, \qquad (3.26)$$

фазного напряжения общего симметричного приёмника-звезды:

$$\dot{U}'_{\Phi\,\mathrm{Y}} = \underline{Z}'_{\Phi\,\mathrm{Y}}\dot{I}_Л \qquad (3.27)$$

и падения напряжения на сопротивлении линии питания:

$$\dot{U}'_Л = \underline{Z}_Л\dot{I}_Л. \qquad (3.28)$$

Фазное напряжение общего приёмника-треугольника является линейным напряжением общей симметричной звезды:

$$\dot{U}'_{\Phi\Delta} = \sqrt{3}\cdot\dot{U}'_{\Phi\,\mathrm{Y}}. \qquad (3.29)$$

Полученное комплексное значение напряжения является линейным напряжением исходных приёмников схемы, т.е.

$$\dot{U}'_{\Phi\Delta} = \dot{U}_{\Phi\Delta} = \sqrt{3}\cdot\dot{U}_{\Phi\mathrm{Y}}. \qquad (3.30)$$

Зная линейное напряжение исходных приёмников схемы, найдём по закону Ома токи их фаз:

$$\dot{I}_{\Phi\mathrm{Y}} = \frac{\dot{U}_{\Phi\mathrm{Y}}}{\underline{Z}_{\Phi\mathrm{Y}}} \text{ и } \dot{I}_{\Phi\Delta} = \frac{\dot{U}_{\Phi\Delta}}{\underline{Z}_{\Phi\Delta}}. \qquad (3.31)$$

3.5. Мощность в трёхфазных цепях

Трёхфазная электрическая цепь состоит из трёх однофазных цепей, поэтому в общем случае для любой нагрузки мощности трёхфазной цепи можно представить суммой мощностей отдельных фаз [6].

Активная мощность трёхфазной цепи в общем случае

$$P_{3\Phi} = P_{\Phi1} + P_{\Phi2} + P_{\Phi3}, \qquad (3.32)$$

где $P_{\Phi i}$ – активная мощность соответствующей фазы.

$$P_{\Phi i} = U_{\Phi i} I_{\Phi i} \cos\varphi_{\Phi i} = R_{\Phi i} I_{\Phi i}^2 = U_{\Phi i}^2 / R_{\Phi i}, \qquad (3.33)$$

где $U_{\Phi i}$ – фазное напряжение; $I_{\Phi i}$ – фазный ток; $\varphi_{\Phi i}$ – фазовый угол нагрузки; $R_{\Phi i}$ – активное сопротивление соответствующей фазы.

Активная мощность фазы всегда положительна.

Реактивная мощность трёхфазной цепи в общем случае

$$Q_{3\Phi} = Q_{\Phi1} + Q_{\Phi2} + Q_{\Phi3}, \qquad (3.34)$$

где $Q_{\Phi i}$ – реактивная мощность соответствующей фазы.

$$Q_{\Phi i} = U_{\Phi i} I_{\Phi i} \sin\varphi_{\Phi i} = X_{\Phi i} I_{\Phi i}^2 = U_{\Phi i}^2 / X_{\Phi i}. \qquad (3.35)$$

где $X_{\Phi i}$ – реактивное сопротивление соответствующей фазы.

При наличии индуктивной составляющей ($X_{\Phi i} > 0$ и $\varphi_{\Phi i} > 0$) реактивная мощность фазы будет положительной, а при ёмкостной составляющей ($X_{\Phi i} < 0$ и $\varphi_{\Phi i} < 0$) – отрицательной.

Полная мощность трёхфазной цепи $S_{3\Phi}$ в комплексной форме

$$\underline{S}_{3\Phi} = P_{3\Phi} + jQ_{3\Phi}. \qquad (3.36)$$

Величина полной мощности трёхфазной цепи из треугольника мощностей

$$S_{3\Phi} = \sqrt{P_{3\Phi}^2 + Q_{3\Phi}^2}. \qquad (3.37)$$

При симметричной нагрузке активная, реактивная и полная мощность во всех фазах одинакова и каждый вид мощности трёхфазной цепи соответственно равен утроенной мощности одной фазы:

$$P_{3\Phi} = 3U_{\Phi} I_{\Phi} \cos\varphi_{\Phi} = \sqrt{3} \cdot U_{Л} I_{Л} \cos\varphi_{\Phi}. \qquad (3.38)$$

$$Q_{3\Phi} = 3U_{\Phi} I_{\Phi} \sin\varphi_{\Phi} = \sqrt{3} \cdot U_{Л} I_{Л} \sin\varphi_{\Phi}. \qquad (3.39)$$

$$S_{3\Phi} = 3U_{\Phi} I_{\Phi} = \sqrt{3} \cdot U_{Л} I_{Л}. \qquad (3.40)$$

3.6. Измерение мощности трёхфазной цепи

У симметричного трёхфазного приёмника мощности всех фаз одинаковы, поэтому достаточно измерить с помощью ваттметра активную мощность одной фазы P_A и умножить её на три. Это легко сделать, если фазы приёмника соединены звездой с доступной нейтральной точкой или треугольником (рис. 3.9) [11].

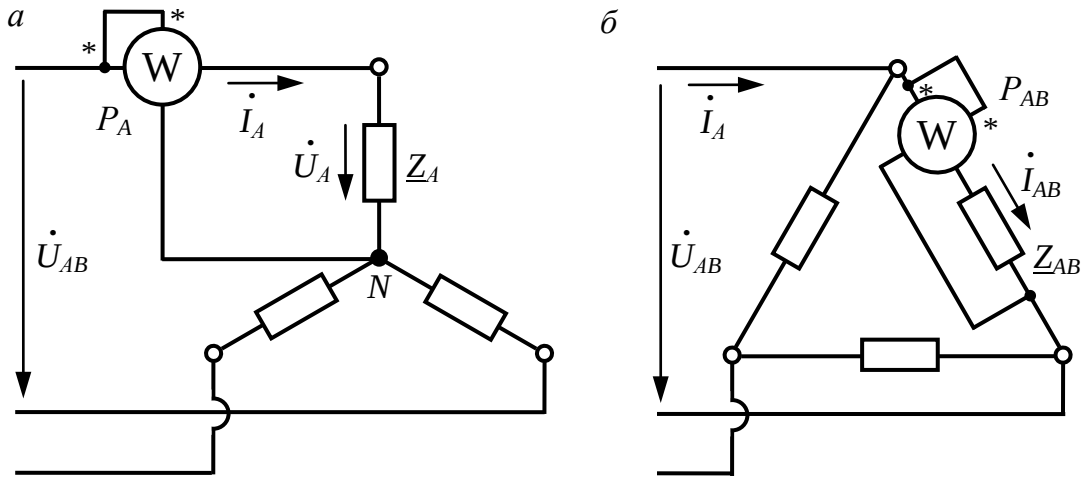


Рис. 3.9. Схемы измерения активной мощности фазы симметричного приёмника: *а* – в схеме звезда; *б* – в схеме треугольник

Если фазы симметричного приёмника недоступны, то необходима *искусственная нейтральная точка* N_W – точка, образованная фазами, соединёнными звездой, которые состоят из потенциальной обмотки ваттметра с сопротивлением R_W и двух резисторов с сопротивлениями $R_B = R_C = R_W$ (рис. 3.10). При таком соединении потенциальная обмотка ваттметра находится под фазным напряжением U_A, ток в его токовой обмотке равен фазному (линейному) току приёмника I_A, соединённого по схеме звезда или треугольник. Следовательно, в обоих случаях, со-

гласно формуле (3.38), ваттметр измеряет третью часть мощности симметричного приёмника. В некоторых серийно выпускаемых ваттметрах предусмотрено наличие искусственной нейтральной точки.

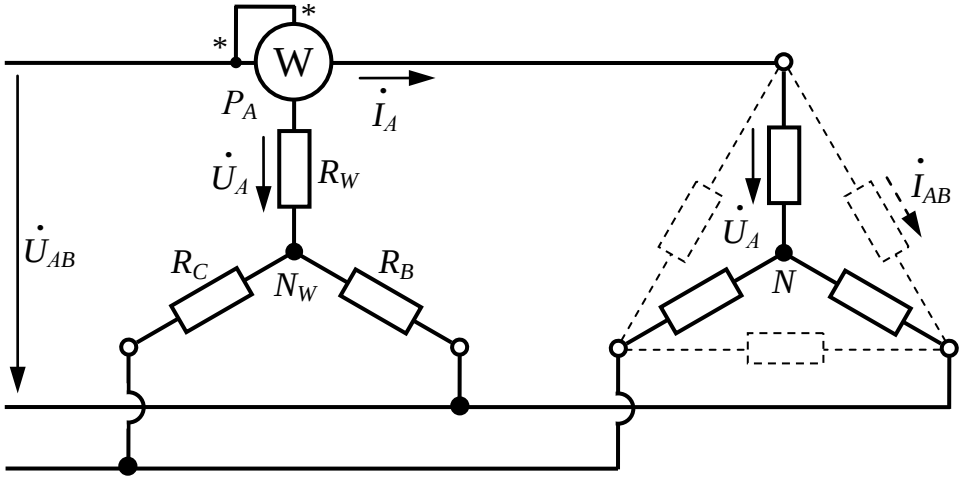


Рис. 3.10. Схема измерения активной мощности фазы симметричного приёмника с помощью искусственной нейтральной точки

В трёхфазных трёхпроводных цепях мощность при несимметричном приёмнике (звезда или треугольник) в большинстве случаев измеряют методом двух ваттметров (рис. 3.11) [11].

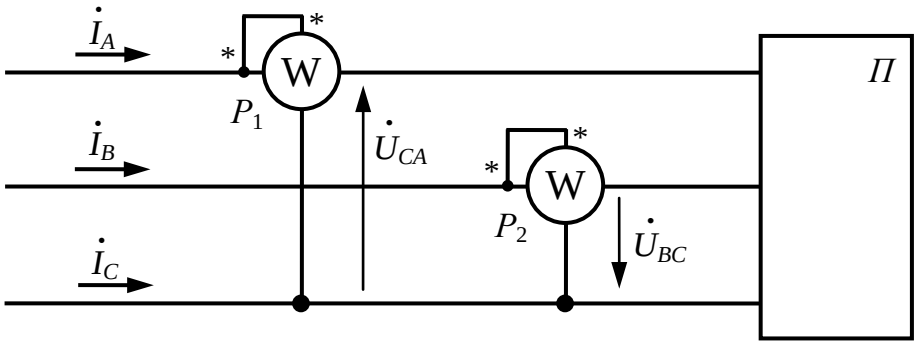


Рис. 3.11. Схема измерения активной мощности цепи методом двух ваттметров

В этом случае мощность трёхфазной системы равна алгебраической сумме показаний двух ваттметров:

$$P = P_1 + P_2 = U_{CA} I_A \cos(\psi_u - \psi_i) + U_{BC} I_B \cos(\psi_u - \psi_i), \qquad (3.41)$$

где $(\psi_u - \psi_i)$ – угол сдвига фаз между соответствующим линейным напряжением и линейным током.

При правильном включении ваттметров положительные направления линейных напряжений и токов должны совпадать с направлением от «начала» к «концу» потенциальной и токовой обмотки ватт-

метров. Так, у первого ваттметра нужно соединить «начало» потенциальной обмотки, отмеченное звёздочкой, с линейным проводом *A*, а «конец», отмеченный буквой *U*, – с линейным проводом *C*.

Для измерения мощности в трёхфазных системах с нейтральным проводом простейшим является метод трёх ваттметров (рис. 3.12). Каждый из ваттметров измеряет мощность одной фазы приёмника. При таком методе активная мощность трёхфазной системы [11]

$$P = P_1 + P_2 + P_3 . \qquad (3.42)$$

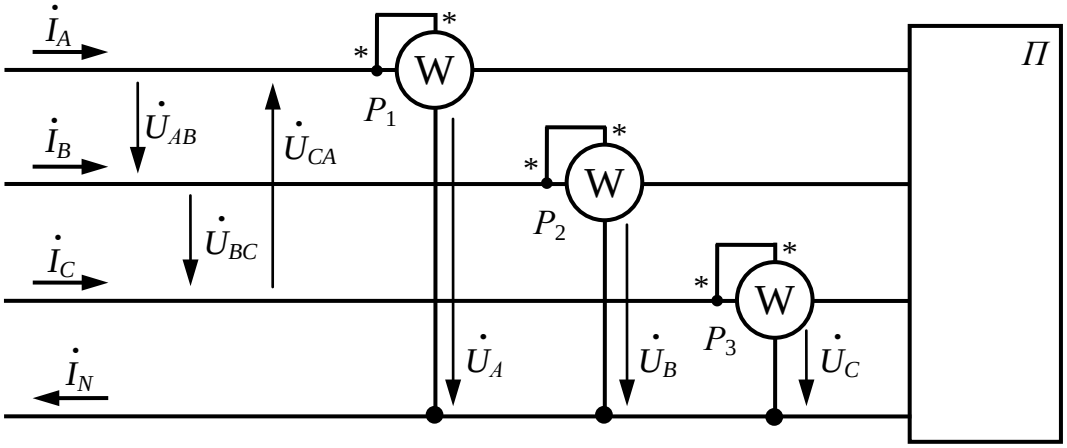


Рис. 3.12. Схема измерения активной мощности цепи методом трёх ваттметров

На современных промышленных предприятиях для измерения мощности в трёхфазных системах пользуются комбинированными измерительными приборами, такими как *цифровой щитовой ваттварметр* СК 3021 (рис. 3.13, *а*).

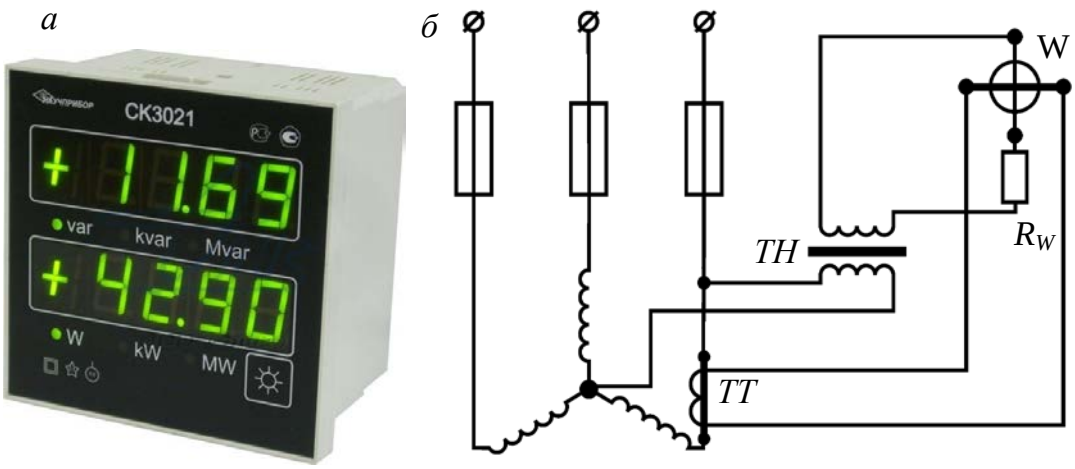


Рис. 3.13. Цифровой щитовой ваттварметр СК 3021:
а – внешний вид; *б* – схема подключения

СК 3021 широко применяется для измерения и непрерывной записи действующих значений активной или реактивной мощности в сетях трёхфазного переменного тока частотой 50 Гц без нулевого провода с неравномерной нагрузкой фаз. Подключается прибор непосредственно к измерительному трансформатору тока *ТТ* и измерительному трансформатору напряжения *ТН* по схеме (рис. 3.13, *б*) и измеряет мощность одной из фаз трёхфазного приёмника.

3.7. Компенсация реактивной мощности трёхфазной цепи

На современных промышленных предприятиях широко распространены трёхфазные симметричные приёмники электрической энергии, представляющие собой активно-индуктивную нагрузку, которые не только потребляют активную энергию из сети, но и загружают линию электропередачи реактивной энергией. К таким приёмникам относятся асинхронные двигатели, трансформаторы, индукционные электронагревательные установки и т.д.

Загрузка линии электропередачи определяется полной мощностью *S*, активная составляющая которой *P* является полезно потреблённой и обратно к источнику питания не возвращается. Реактивная составляющая *Q* необходима для создания магнитных и электрических полей в элементах электрической сети. Практически она не потребляется, а перетекает от генератора к приёмнику и обратно.

Передача значительного количества реактивной мощности по линиям и через трансформаторы сети электроснабжения невыгодна по следующим причинам:

1. При передаче трёхфазным приёмникам активной и реактивной мощности в сетях системы электроснабжения появляются потери активной мощности, обусловленные загрузкой линий передачи реактивной мощностью [6]:

$$\Delta P = 3R_Л I_Л^2 = 3R_Л\left(\frac{S_{3Ф}}{\sqrt{3}\cdot U_Л}\right)^2 = R_Л\frac{S_{3Ф}^2}{U_Л^2} = R_Л\frac{P_{3Ф}^2}{U_Л^2} + R_Л\frac{Q_{3Ф}^2}{U_Л^2}, \quad (3.43)$$

где $U_Л$ – линейное напряжение; $I_Л$ – линейный ток; $R_Л$ – активное сопротивление одной линии передачи.

В выражении (3.43) первое слагаемое – потери активной мощности за счёт передачи по электрической цепи активной мощности, второе – потери активной мощности за счет передачи по этой же цепи реактивной мощности.

2. Передача реактивной мощности трёхфазным приёмникам сопровождается её дополнительными потерями:

$$\Delta Q = 3X_{Л} I_{Л}^{2}, \qquad (3.44)$$

где $X_{Л}$ – реактивное индуктивное сопротивление одной линии электропередачи.

3. Возникают дополнительные потери напряжения в протяжённых сетях, выполненных проводниками малого сечения:

$$\Delta U = \frac{P_{3Ф} R_{Л} + Q_{3Ф} X_{Л}}{U_{Л}} = \frac{P_{3Ф} R_{Л}}{U_{Л}} + \frac{Q_{3Ф} X_{Л}}{U_{Л}}. \qquad (3.45)$$

В выражении (3.45) первое слагаемое – потери напряжения, обусловленные передачей активной мощности; второе – потери напряжения, обусловленные передачей реактивной мощности.

Характер нагрузки и величина передаваемой реактивной мощности сказываются также и на потере напряжения в трансформаторах. Чем ниже коэффициент мощности cosφ вторичной цепи, тем потери напряжения в трансформаторе больше (см. подр. 6.7).

4. Загрузка реактивной мощностью линий электропередачи при снижении коэффициента мощности cosφ цепи уменьшает пропускную способность сетей электроснабжения, что в ряде случаев не позволяет использовать полную установленную мощность электрооборудования. Например, для ограничения номинальной полной мощности генератора и предотвращения его перегрузки при увеличении реактивной составляющей тока приёмника активную мощность генератора снижают. Недогрузка генератора активной мощностью влечет за собой снижение КПД всей энергетической установки, а себестоимость электроэнергии при этом повышается.

5. Загрузка реактивной мощностью трансформаторов снижает их КПД.

Для повышения cosφ электроустановок промышленных предприятий широкое распространение получила *поперечная компенсация* реактивной мощности, суть которой состоит в шунтировании цепей приёмника, обладающих реактивной индуктивной составляющей нагрузки, специальными компенсаторами. В качестве таких устройств могут быть применены синхронные компенсаторы, батареи конденсаторов и вентильные установки со специальным регулированием. При таком типе компенсации реактивной мощности она может иметь индивидуальный для каждого приёмника характер.

Рассмотрим способ поперечной компенсации реактивной мощности статическими конденсаторами. На рис. 3.14 показаны обмотки статора асинхронного двигателя *АД*, являющиеся трёхфазным приёмником электрической энергии. В качестве компенсирующего устройства включены конденсаторы, образующие симметричный трёхфазный приёмник, фазы которого соединены звездой [6].

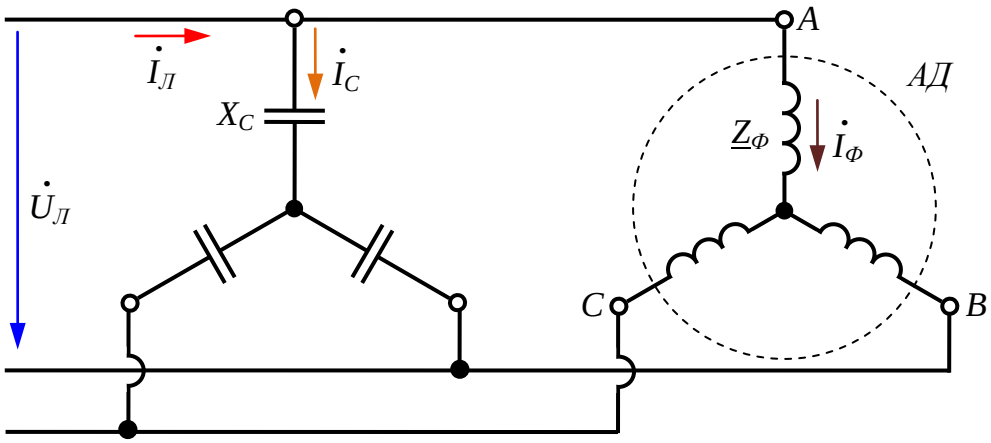


Рис. 3.14. Схема замещения трёхфазной электрической цепи при поперечной компенсации реактивной мощности

После эквивалентных преобразований можно представить скомпенсированную схему замещения одной фазы обмоток статора, представленной активным, индуктивным элементом и ёмкостным элементом, замещающим компенсирующий конденсатор (рис. 3.15, *а*).

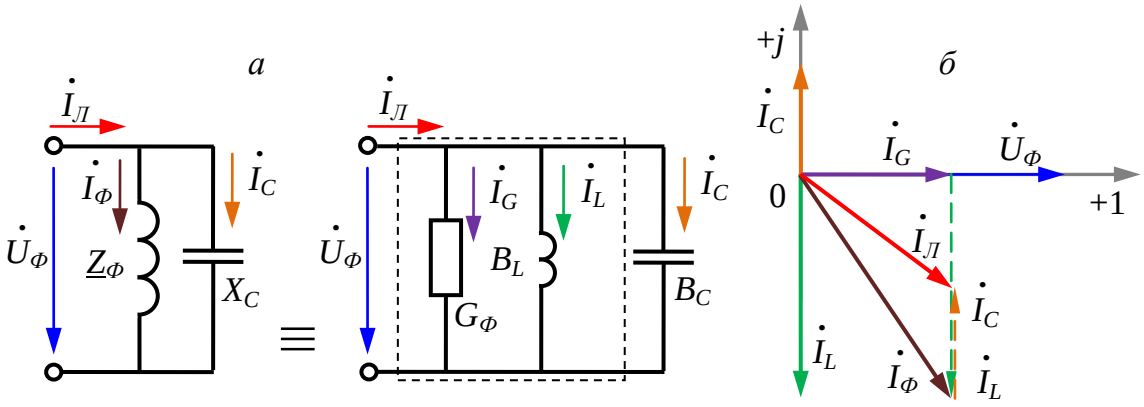


Рис. 3.15. Схема замещения фазы обмоток статора совместно с компенсирующим конденсатором

Как видно из диаграммы токов и напряжений скомпенсированной схемы (рис. 3.15, *б*), ток линии $I_Л$ уменьшается по сравнению с током фазы обмоток статора $I_Ф$ в результате наличия ёмкостного тока I_C, противоположного по фазе реактивной составляющей тока I_L.

Для оценки степени компенсации реактивной мощности вводят *коэффициент реактивной мощности*, который характеризует отношение реактивной мощности цепи Q к активной мощности P [11]:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Q}{P}. \tag{3.46}$$

Связь между коэффициентом активной и коэффициентом реактивной мощности выражается следующей зависимостью:

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\varphi}}. \tag{3.47}$$

При определении ёмкости конденсаторов, необходимых для понижения коэффициента реактивной мощности tgφ сети до определённого значения, исходят из того, что реактивная мощность компенсирующих конденсаторов должна скомпенсировать соответствующую часть реактивной мощности сети.

Мощность симметричного трёхфазного конденсатора Q_{3C}, фазы которого соединены звездой, согласно формулам (3.35) и (3.39):

$$Q_{3C} = 3\frac{U_{Ф}^2}{X_C} = \frac{3}{X_C}\left(\frac{U_{Л}}{\sqrt{3}}\right)^2 = \omega C U_{Л}^2. \tag{3.48}$$

Также реактивную мощность трёхфазного конденсатора Q_{3C} можно определить через активную мощность приёмника $P_{3Ф}$ и значения коэффициентов реактивной мощности цепи до и после установки статических конденсаторов, соответственно $\operatorname{tg}\varphi_1$ и $\operatorname{tg}\varphi_2$:

$$Q_{3C} = P_{3Ф}\left(\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2\right) = P_{3Ф}\left(\frac{Q_{3Ф}}{P_{3Ф}} - \frac{Q_{3Ф} - Q_{3C}}{P_{3Ф}}\right). \tag{3.49}$$

Тогда ёмкость одной фазы трёхфазного конденсатора

$$C = \frac{P_{3Ф}}{\omega U_{Л}^2}\left(\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi_2\right). \tag{3.50}$$

Обычно при помощи батареи конденсаторов компенсацию реактивной мощности осуществляют неполностью, понижая коэффициент реактивной мощности tgφ до 0,4 – 0,3 (коэффициент активной мощности cosφ повышается до 0,90 – 0,95). Еще большее понижение tgφ требует больших затрат на установку батарей конденсаторов, которые в этом случае экономически не оправдываются.

Если нагрузка потребителя имеет ёмкостный характер, то для компенсации избыточной ёмкостной составляющей тока (увеличения cosφ) применяется индуктивность, включаемая параллельно нагрузке. Такие случаи имеют место при наличии на предприятиях протяженных кабельных линий высокого напряжения в периоды сниженной нагрузки сети, а также при сохранении в работе всей мощности конденсаторов в часы минимума нагрузки предприятий.

3.8. Определение последовательности чередования фаз

Определение последовательности чередования фаз в трёхфазной симметричной системе ЭДС (напряжений) осуществляют с помощью указателя последовательности чередования фаз. В простейшем исполнении он представляет собой несимметричный трёхфазный приёмник, фазы которого соединены звездой, состоящий из двух одинаковых ламп накаливания и конденсатора (рис. 3.16, *а*). Ёмкость *C* в фазе *A* берут такой, чтобы ёмкостное сопротивление равнялось активному сопротивлению ламп в фазах *B* и *C*, т.е. $X_C = R_Л$ [6].

При подключении указателя к симметричной трёхфазной системе ЭДС возникает напряжение смещения нейтрали указателя и нарушается симметрия его фазных напряжений U_A, U_B, U_C.

На диаграмме (рис. 3.16, *б*) видно, что напряжение на всех фазах будет различно. Напряжение на фазе *B* U_B будет гораздо больше напряжения фазы *C* U_C, следовательно, лампа в фазе *B* будет гореть более ярко, чем лампа в фазе *C*. Таким образом, если фаза с подключенным конденсатором принимается за фазу *A*, то фаза с ярко горящей лампой будет фазой *B*, а фаза с тускло горящей лампой – фазой *C*.

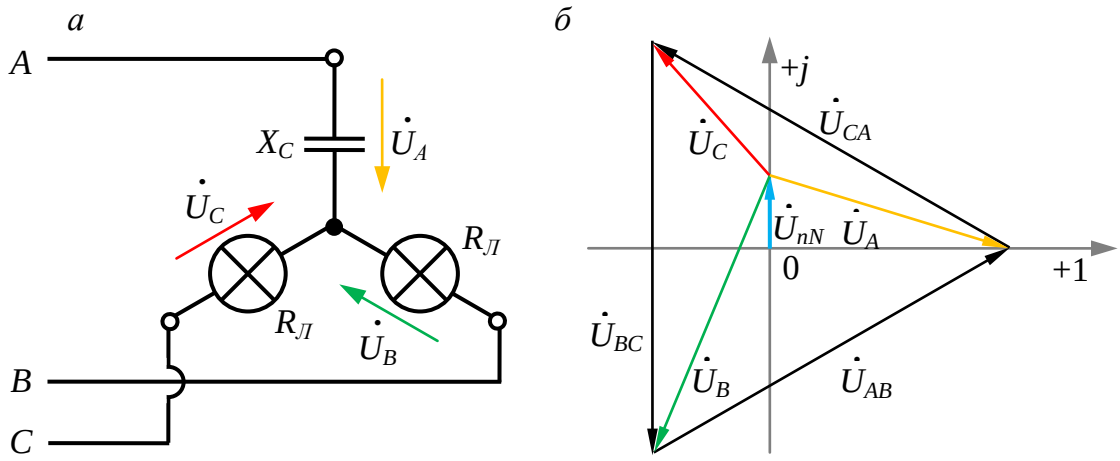


Рис. 3.16. Указатель последовательности чередования фаз:
а – принципиальная схема; *б* – векторная диаграмма

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется трёхфазной электрической цепью?
2. Каковы фазовые сдвиги между ЭДС трёхфазной системы?
3. Как измерить линейные и фазные напряжения?
4. Изобразите схему трёхпроводной и четырёхпроводной трёхфазной цепи при соединении фаз приемника звездой.
5. Изобразите схему трёхфазной цепи при соединении фаз приёмника треугольником.
6. Покажите на схеме трёхфазной цепи условно-положительные направления фазных и линейных токов и напряжений.
7. Запишите для трёхфазной цепи при соединении фаз приемника звездой уравнения по законам Кирхгофа.
8. Запишите для трёхфазной цепи при соединении фаз приемника треугольником уравнения по законам Кирхгофа.
9. Какой режим работы трёхфазной цепи называется симметричным?
10. Каково назначение нейтрального провода?
11. Как определяется ток в нейтральном проводе?
12. Необходим ли нейтральный провод при работе трёхфазной цепи в различных режимах?
13. Необходим ли нейтральный провод при работе трёхфазной цепи при соединении фаз приёмника треугольником?
14. В каком случае и почему ток в нейтральном проводе равен нулю?
15. В каком случае и какое соотношение имеется между действующими значениями линейных и фазных напряжений при соединении фаз приемника звездой?
16. В каком случае линейные токи равны? Какое соотношение имеется между действующими значениями линейных и фазных токов при соединении фаз приемника треугольником?
17. Что называется смещением нейтрали и когда оно возникает?
18. Как определить активную, реактивную и полную мощности трёхфазной цепи?

4. РАСЧЁТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ПЕРИОДИЧЕСКОГО ТОКА

Синусоидальные колебания являются самой простой формой периодического процесса. В сетях электроэнергетических систем принимается ряд мер для поддержания синусоидальной формы переменных токов и напряжений. Но, например, в цепях электросвязи, электронных и полупроводниковых устройств отклонение от синусоидальной формы обусловлено самим рабочим процессом устройства. Поэтому знание элементов теории несинусоидальных периодических токов необходимо для понимания принципов действия устройств автоматики, электронных приборов и т.д.

4.1. Способы представления несинусоидальных функций

При расчёте цепей несинусоидального переменного тока используется разложение периодических функций в одну из форм гармонического ряда Фурье. Если функция с периодом T представлена суммой мгновенных значений гармонических колебаний различных частот $\omega_k = k\omega = k2\pi/T$, где $k = 1, 2, 3, \ldots$ – порядковый номер гармоники, то ряд Фурье записывают в следующем виде [2]:

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\left[B_k \sin(k\omega t)\right] + \sum_{k=1}^{\infty}\left[C_k \cos(k\omega t)\right] =$$

$$= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\left[A_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)\right], \qquad (4.1)$$

где A_0 – постоянная составляющая функции $f(\omega t)$, равная её среднему значению за период T,

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(\omega t)dt; \qquad (4.2)$$

B_k, C_k – коэффициенты ряда Фурье, соответствующие амплитудам гармоник квадратурных составляющих,

$$B_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(\omega t)\sin(k\omega t)dt = A_{km}\cos\psi_k; \qquad (4.3)$$

$$C_k = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(\omega t)\cos(k\omega t)dt = A_{km}\sin\psi_k; \qquad (4.4)$$

A_{km} – амплитуда k-й гармоники,

$$A_{km} = \sqrt{B_k^2 + C_k^2}\,; \tag{4.5}$$

ψ_k – начальная фаза k-й гармоники,

$$\psi_k = \operatorname{arctg}\left(C_k / B_k\right). \tag{4.6}$$

Зависимости A_{km} и ψ_k от порядкового номера k-й гармоники (или от её частоты $k\omega$) принято *называть амплитудным и фазовым спектрами колебания* соответственно. Для периодических несинусоидальных колебаний амплитудный и фазовые спектры имеют дискретный характер, а расстояние по оси частот между смежными спектральными линиями равно ω. Теоретически ряд Фурье содержит бесконечное число членов, однако в большинстве практических случаев этот ряд достаточно быстро сходится и при расчётах можно ограничиться сравнительно небольшим числом гармоник.

Коэффициенты ряда Фурье большей части периодических функций, встречающихся в технике, приводятся в справочных данных. Однако существует ряд признаков, по которым можно сразу определить состав ряда.

Функции вида

$$f\left(\omega t\right) = -f\left(\omega t + \pi\right) \tag{4.7}$$

называются симметричными относительно оси абсцисс (рис. 4.1, *а*). В этом случае ряд не содержит постоянной составляющей и чётных гармоник:

$$f\left(\omega t\right) = \sum_{k=0}^{\infty} A_{km} \sin\left[\left(2k+1\right)\omega t + \psi_k\right]. \tag{4.8}$$

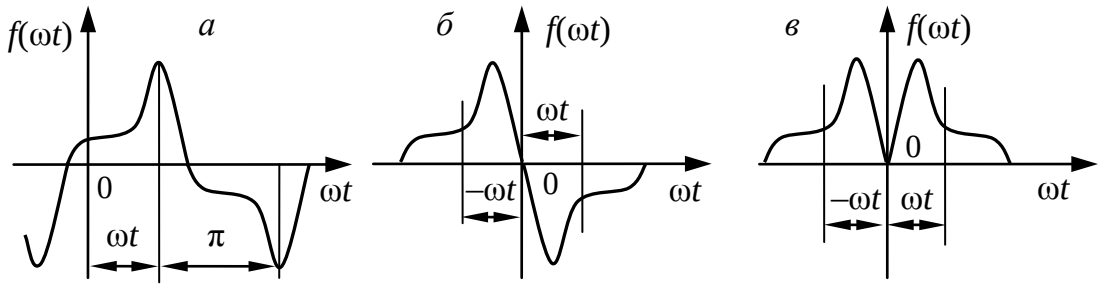


Рис. 4.1. Виды периодических несинусоидальных воздействий

Если для функции выполняется условие

$$f\left(\omega t\right) = -f\left(-\omega t\right), \tag{4.9}$$

то такая функция называется симметричной относительно начала координат (рис. 4.1, *б*) и её ряд не содержит постоянной составляющей и чётных функций (косинусов):

$$f(\omega t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \sin k\omega t . \qquad (4.10)$$

Выпрямление сигнала, представленного функцией вида на рис. 4.1, *б*, приведёт к функции вида на рис. 4.1, *в*, симметричной относительно оси ординат, для которой справедливо условие $f(\omega t) = f(-\omega t)$. Ряд этой функции не содержит нечётных функций (синусов):

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \cos k\omega t . \qquad (4.11)$$

4.2. Энергетические характеристики несинусоидального тока

При расчёте энергетических характеристик в цепях несинусоидального периодического тока используют следующие величины:

- действующие значения напряжения U и тока I;
- активную мощность P;
- реактивную Q и полную S мощности.

Действующие значения напряжения и тока определяют как геометрическую сумму действующих значений отдельных гармоник:

$$U = \sqrt{U_0^2 + \sum U_k^2} ; \qquad (4.12)$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + \sum I_k^2} , \qquad (4.13)$$

где U_k – действующее значение k-й гармоники напряжения, $U_k = U_{km} / \sqrt{2}$; I_k – действующее значение k-й гармоники тока, $I_k = I_{km} / \sqrt{2}$; U_0, I_0 – постоянные составляющие напряжения и тока соответственно.

Активную мощность несинусоидального тока определяют как сумму мощностей отдельных гармоник

$$P = P_0 + \sum P_k , \qquad (4.14)$$

где P_k – средняя мощность k-й гармоники тока, $P_k = U_k I_k \cos\varphi_k$; P_0 – мощность постоянного тока, $P_0 = U_0 I_0$.

Полную мощность несинусоидального тока определяют аналогично полной мощности синусоидального тока по формуле

$$S = UI . \qquad (4.15)$$

По аналогии с синусоидальным током вводится понятие *реактивной мощности*:

$$Q = \sum_k Q_k = \sum_k U_k I_k \sin\varphi_k \,, \tag{4.16}$$

где Q_k – реактивная мощность k-й гармоники тока.

В отличие от синусоидального тока полная мощность S оказывается больше геометрической суммы активной и реактивной мощностей:

$$S > \sqrt{P^2 + Q^2} \,. \tag{4.17}$$

4.3. Расчёт цепей несинусоидального периодического тока

При негармонических воздействиях алгоритм расчёта цепи может быть следующим [2]:

1. Периодическое негармоническое воздействие представляют в виде суммы гармонических сигналов, используя ряд Фурье.
2. Ограничивают бесконечный ряд Фурье некоторым числом гармоник, учитывая при этом, что мощность каждой последующей гармоники убывает пропорционально квадрату её амплитуды.
3. Выполняют расчёт цепи для каждой отдельной гармоники напряжения или тока, учитывая при этом, что структура цепи сохраняется, а сопротивления и проводимости реактивных элементов изменяются с изменением частоты гармоники.
4. Результирующую реакцию цепи находят при помощи метода наложения путём сложения реакций для отдельных гармоник.

В табл. 4.1 приведены некоторые типовые функции и их разложение в ряд Фурье.

Для выполнения расчётов функции, представленные в табл. 4.1, следует привести к виду

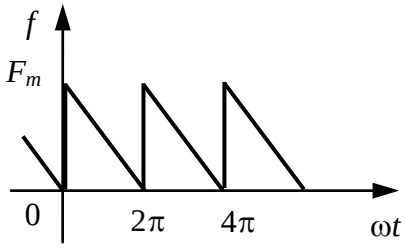
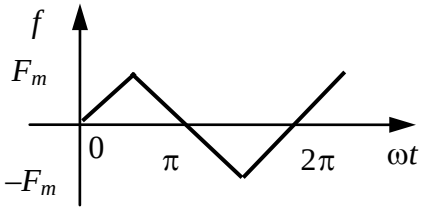
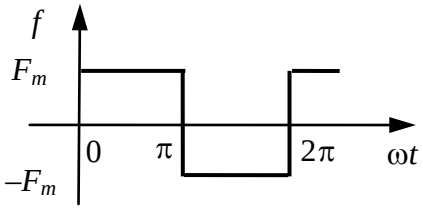
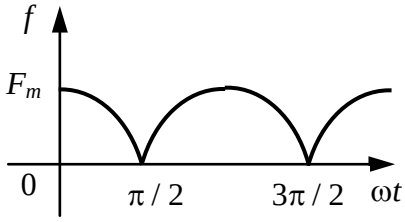
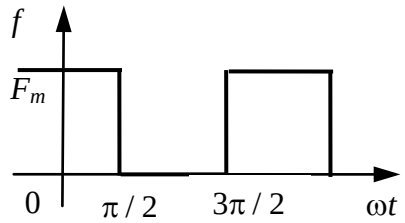
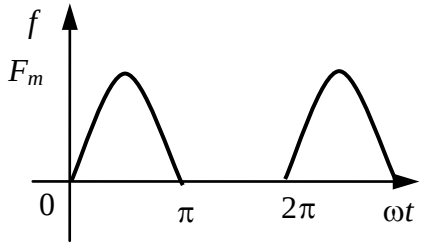
$$f(\omega t) = A_0 + A_{1m}\sin(\omega t + \psi_1) + A_{2m}\sin(2\omega t + \psi_2) + \ldots$$
$$\ldots + A_{km}\sin(k\omega t + \psi_k) + \ldots \tag{4.18}$$

Приведение осуществляется с использованием следующих тригонометрических формул:

$$\begin{aligned} -\sin(\omega t + \psi) &= \sin(\omega t + \psi \pm \pi); \\ \cos(\omega t + \psi) &= \sin(\omega t + \psi + \pi/2); \\ -\cos(\omega t + \psi) &= \sin(\omega t + \psi - \pi/2). \end{aligned} \tag{4.19}$$

Таблица 4.1

Разложение в ряд Фурье периодических функций

№ п/п	График функции	Разложение в ряд Фурье
1	2	3
1		$f(\omega t) \approx \frac{F_m}{2} + \frac{F_m}{\pi}\left(\sin\omega t + \frac{1}{2}\sin 2\omega t + \right.$ $\left. + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \ldots\right)$
2		$f(\omega t) \approx \frac{8F_m}{2\pi}\left(\sin\omega t - \frac{1}{9}\sin 3\omega t + \right.$ $\left. + \frac{1}{25}\sin 5\omega t + \ldots\right)$
3		$f(\omega t) \approx \frac{4F_m}{\pi}\left(\sin\omega t + \frac{1}{3}\sin 3\omega t + \right.$ $\left. + \frac{1}{5}\sin 5\omega t + \ldots\right)$
4		$f(\omega t) \approx \frac{4F_m}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\cos 2\omega t - \right.$ $\left. - \frac{1}{15}\cos 4\omega t + \ldots\right)$
5		$f(\omega t) \approx \frac{F_m}{2} + \frac{2F_m}{\pi}\left(\cos\omega t - \frac{1}{3}\cos 3\omega t + \right.$ $\left. + \frac{1}{5}\cos 5\omega t - \ldots\right)$
6		$f(\omega t) \approx \frac{F_m}{\pi} + 2F_m\left(\frac{1}{4}\sin\omega t - \frac{1}{3\pi}\cos 2\omega t - \right.$ $\left. - \frac{1}{15\pi}\cos 4\omega t - \ldots\right)$

Контрольные вопросы и задания

1. Как разложить периодическую функцию в ряд Фурье?
2. Дайте определение постоянной составляющей, основной и высшим гармоникам.
3. Сформулируйте математические условия, отвечающие каждому из видов симметрии периодической функции.
4. В каких случаях в функции несинусоидального тока, разложенной в ряд Фурье, отсутствует постоянная составляющая?
5. В каких случаях в функции несинусоидального тока, разложенной в ряд Фурье, отсутствуют чётные гармоники?
6. У всех ли гармоник начальная фаза равна нулю или $\pm \pi/2$?
7. Что называют амплитудным и фазовым спектрами колебания?
8. Как определяются действующие значения периодических несинусоидальных величин?
9. Чему равна активная (реактивная, полная) мощность при несинусоидальном токе?
10. Каков алгоритм расчёта цепи при негармонических воздействиях?

5. АНАЛИЗ И РАСЧЁТ МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ

5.1. Элементы магнитной цепи

Магнитной цепью называется совокупность различных ферромагнитных и неферромагнитных частей электротехнических устройств, предназначенных для создания магнитных полей нужных конфигурации и интенсивности [6].

Магнитное поле может возбуждаться либо постоянным магнитом, либо катушкой индуктивности с током. Для прохождения магнитного потока, возбуждаемого электрическим током катушки, используется ферромагнитная часть магнитной цепи – *магнитопровод*.

К простейшим магнитным цепям относится тороид из однородного ферромагнитного материала (рис. 5.1, *а*). Такие магнитопроводы применяются в многообмоточных трансформаторах, магнитных усилителях и других электротехнических устройствах. На рис. 5.1, *б* показан электромагнит, подвижная часть которого втягивается внутрь при постоянном (или переменном) токе в катушке. На рис. 5.1, *в* изображена магнитная цепь, в которой магнитное поле возбуждается постоянным магнитом. Такая магнитная цепь применяется, например, в измерительных приборах магнитоэлектрической системы.

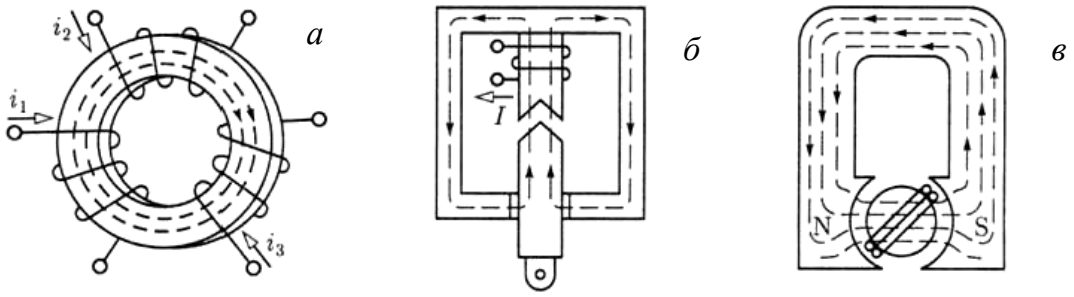


Рис. 5.1. Схемы магнитопроводов:
а – тороид; *б* – подвижный электромагнит; *в* – постоянный магнит

Рассмотренные магнитные цепи, как и другие возможные конструкции, можно разделить на *неразветвленные магнитные цепи* (см. рис. 5.1, *а, в*), в которых магнитный поток в любом сечении цепи одинаков, и *разветвленные магнитные цепи* (см. рис. 5.1, *б*), в которых магнитные потоки в различных сечениях цепи различны.

В общем случае характеристики магнитной цепи нелинейны, но при определенных допущениях и режимах работы их можно считать линейными.

5.2. Основные величины и законы магнитных цепей

Напряжённость магнитного поля – это векторная величина, указывающая направление действия магнитного поля и количество его силовых линий. Вектор напряжённости направлен по касательным к линиям магнитного поля. Основная единица напряжённости магнитного поля H в СИ – *ампер на метр* [А/м]. Часто применяется единица, кратная основной, – ампер на сантиметр, 1 А/см = 100 А/м.

Закон полного тока для магнитного поля: циркуляция вектора напряжённости магнитного поля по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром [2]:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^{n} I_k , \qquad (5.1)$$

где n – число проводников с токами, охватываемых контуром длиной l произвольной формы.

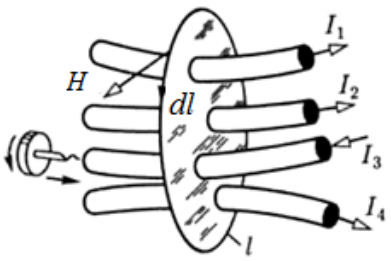


Рис. 5.2. Иллюстрация закона полного тока

Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта; ток противоположного направления считается отрицательным. Например, для системы токов, изображённых на рис. 5.2,

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = I_1 + I_2 - I_3 + I_4 .$$

Магнитную цепь большинства электротехнических устройств можно представить состоящей из совокупности участков, в пределах которых магнитное поле считается однородным с постоянной напряжённостью, равной напряжённости вдоль средней линии магнитопровода. Для таких цепей интегрирование напряжённости магнитного поля H по l в выражении (5.1) можно заменить их произведением.

Например, для катушки с током I и числом витков w на участке магнитопровода длиной $l_{ср}$, сечением S_C (рис. 5.3) закон полного тока (5.1) можно записать в линейной форме

$$Hl_{ср} = Iw = F , \qquad (5.2)$$

где $Iw = F$ – *магнитодвижущая сила* (МДС). Основной единицей измерения магнитодвижущей силы в системе СИ является *ампер* [А].

Произведение $Hl = U_M$ называют *магнитным напряжением* участка магнитной цепи. Единица измерения в системе СИ – ампер [А].

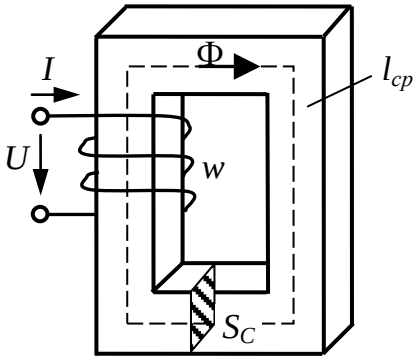


Рис. 5.3. Магнитопровод в цепи постоянного тока

Вектор напряжённости $\vec{H}$ описывает магнитное поле макротоков, текущих в проводниках. Однако, согласно предположению французского физика А. Ампера, в проводниках существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические токи создают своё магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макротоков. Например, если вблизи какого-либо тела поместить макроток, то под действием его магнитного поля микротоки во всех атомах определённым образом ориентируются, создавая в теле дополнительное магнитное поле.

Результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками, характеризует *вектор магнитной индукции* $\vec{B}$. Основная единица магнитной индукции в СИ – *тесла* [Тл].

В случае однородной изотропной среды вектор индукции связан с вектором напряжённости следующим соотношением [2]:

$$B = \mu_0 \mu_r H, \tag{5.3}$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – *магнитная постоянная*; μ_r – безразмерная величина – *относительная магнитная проницаемость среды*, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков H усиливается за счёт поля микротоков среды. Магнитная проницаемость воздуха приблизительно равна магнитной проницаемости вакуума и в технических расчётах принимается равной магнитной постоянной μ_0.

Поток вектора магнитной индукции Ф через произвольную поверхность площадью S равен [2]

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S}. \tag{5.4}$$

Единица измерения магнитного потока в системе СИ – *вебер* [Вб].

Магнитный поток Ф через сечение магнитопровода, перпендикулярное направлению вектора магнитной индукции,

$$\Phi = BS_C, \tag{5.5}$$

где S_C – площадь сечения магнитопровода.

Используя уравнения (5.2), (5.3), (5.5), получим выражение *закона Ома для магнитной цепи*

$$\Phi = \mu_0 \mu_r H S_C = \frac{F}{l_{cp}/(\mu_0 \mu_r S_C)} = \frac{F}{R_M}, \qquad (5.6)$$

где R_M – магнитное сопротивление, [Гн$^{-1}$].

Для разветвлённой магнитной цепи (рис. 5.4) выполняются законы Кирхгофа [2, 6].

Первый закон Кирхгофа для магнитной цепи: алгебраическая сумма магнитных потоков в узле разветвлённой магнитной цепи равна нулю:

$$\sum_k \Phi_k = 0. \qquad (5.7)$$

Второй закон Кирхгофа для магнитной цепи: алгебраическая сумма магнитных напряжений в контуре магнитной цепи равна алгебраической сумме МДС, действующих в этом контуре:

$$\sum_k H_k l_k = \sum_p I_p w_p. \qquad (5.8)$$

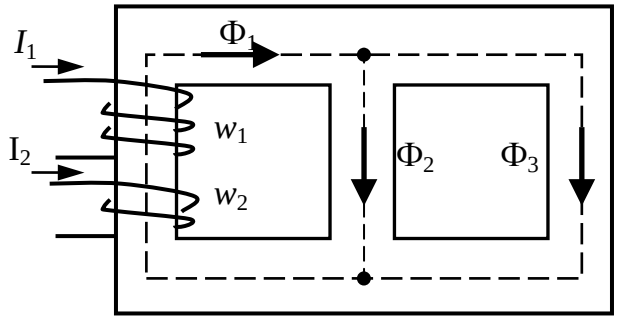


Рис. 5.4. Разветвлённая магнитная цепь

Например, для магнитной цепи на рис. 5.4 система уравнений по законам Кирхгофа имеет вид

$$\begin{cases} \Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0; \\ H_1 l_1 + H_2 l_2 = I_1 w_1 + I_2 w_2; \\ -H_2 l_2 + H_3 l_3 = 0. \end{cases}$$

5.3. Свойства и характеристики ферромагнитных материалов

Если начальное магнитное состояние материала магнитопровода характеризуется значениями $H = 0$ и $B = 0$, то при плавном нарастании тока получим нелинейную зависимость $B(H)$, которая называется *кривой первоначального намагничивания* (рис. 5.5, штриховая линия). Начиная с некоторых значений напряжённости H магнитного поля индукция B практически перестаёт увеличиваться и остаётся равной B_{max}. Эта область зависимости $B(H)$ называется *областью технического насыщения*.

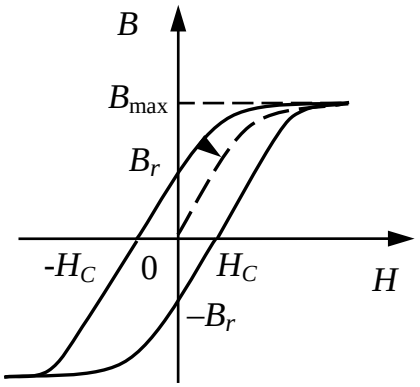


Рис. 5.5. Кривая первоначального намагничивания, предельная статическая петля гистерезиса

Если, достигнув насыщения, плавно уменьшать ток в обмотке, т.е. уменьшать напряжённость, то индукция также начнёт уменьшаться. Однако зависимость $B(H)$ не совпадает с кривой первоначального намагничивания. Изменив направление тока в обмотке и увеличивая его значение, получим новый участок зависимости $B(H)$. При значительных отрицательных значениях напряжённости магнитного поля снова наступит техническое насыщение ферромагнитного материала. После нескольких циклов перемагничивания для зависимости $B(H)$ будет получена симметричная кривая (см. рис. 5.5). Этот замкнутый цикл $B(H)$ называется *предельной статической петлёй гистерезиса* (*предельным статическим циклом гистерезиса*) ферромагнитного материала. Если во время симметричного перемагничивания область технического насыщения не достигается, то симметричная кривая $B(H)$ называется *частной петлёй гистерезиса* ферромагнитного материала [2].

Предельная статическая петля гистерезиса ферромагнитных материалов характеризуется следующими параметрами:

- H_C – *коэрцитивная сила* – напряжённость размагничивающего внешнего магнитного поля, которое необходимо создать в ферромагнетике, предварительно намагниченном до насыщения, чтобы довести до нуля его индукцию B;
- B_r – *остаточная индукция* – магнитная индукция ферромагнитного материала при напряжённости магнитного поля, равной нулю, в условиях циклического перемагничивания;
- $k_{\square}$ – *коэффициент прямоугольности*, представляющий собой отношение остаточной индукции B_r к максимальной индукции B_{max}.

По величине коэрцитивной силы ферромагнитные материалы делятся на группы:

- магнитные материалы с малыми значениями коэрцитивной силы $H_C < 0{,}05$ А/м называются *магнитно-мягкими*;
- магнитные материалы с большими значениями коэрцитивной силы $H_C > 0{,}05$ А/м называются *магнитно-твёрдыми*.

Магнитно-твёрдые материалы используются для изготовления постоянных магнитов, а магнитно-мягкие – при изготовлении магнитопроводов электротехнических устройств, работающих в режиме перемагничивания по предельному или частным циклам.

Магнитно-мягкие материалы в свою очередь делятся на три типа: магнитные материалы с прямоугольной предельной статической петлёй гистерезиса (рис. 5.6, *а*); магнитные материалы с округлой предельной статической петлёй гистерезиса (рис. 5.6, *б*); магнитные материалы с линейными свойствами (рис. 5.6, *в*).

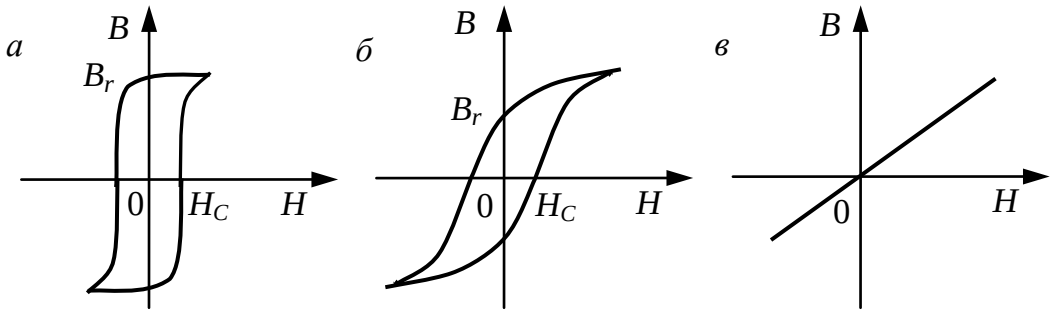


Рис. 5.6. Зависимости $B(H)$ для различных коэффициентов прямоугольности: *а* – $k_{\square} > 0{,}95$; *б* – $0{,}4 < k_{\square} < 0{,}7$; *в* – $k_{\square} = 0$

Магнитопроводы из ферромагнитных материалов с прямоугольным предельным статическим циклом гистерезиса применяются в магнитных усилителях и других устройствах автоматики. Ферромагнитные материалы с округлым предельным статическим циклом гистерезиса используются при изготовлении магнитопроводов электрических машин и аппаратов. Магнитопроводы этих устройств обычно работают в режиме перемагничивания по симметричным частным циклам. При расчёте магнитопроводов таких электротехнических устройств симметричные частные циклы заменяют *основной кривой намагничивания* ферромагнитного материала [$B(H)$ на рис. 5.7], которая представляет собой геометрическое место вершин симметричных частных циклов тонкостенного тороида, полученных при синусоидальном токе низкой частоты в обмотке.

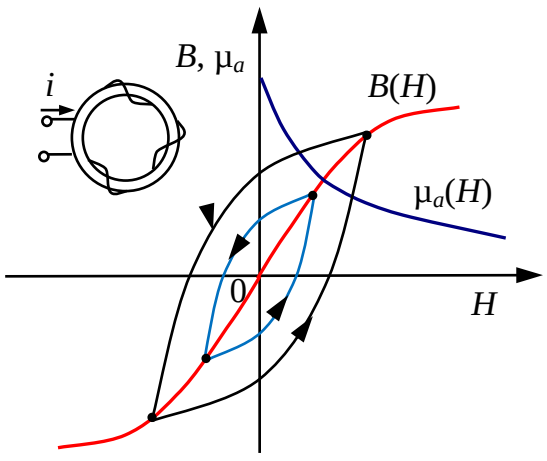


Рис. 5.7. Основная кривая намагничивания

По основной кривой намагничивания ферромагнитного материала определяют зависимость абсолютной магнитной проницаемости от напряжённости магнитного поля [$\mu_a(H)$ на рис. 5.7]:

$$\mu_a = \mu_0 \mu_r = B/H .$$

В зависимости от значения относительной магнитной проницаемости μ_r все вещества разделяются на:

- *диамагнитные* ($\mu_r \leq 1$) – воздух, дерево, алюминий, платина;
- *парамагнитные* ($\mu_r > 1$) – натрий, магний, литий;
- *ферромагнитные*($\mu_r >> 1$) – железо, электротехническая сталь, ферриты, пермаллой (сплав железа и никеля, обладающий высокой магнитной проницаемостью μ_r до 10 000 и малой коэрцитивной силой).

Из ферромагнитных материалов с линейными свойствами изготовляют участки магнитопроводов для катушек индуктивности колебательных контуров с высокой добротностью. Такие контуры применяются в различных радиотехнических устройствах.

5.4. Расчёт неразветвленной магнитной цепи

Прямой задачей расчёта неразветвленной магнитной цепи является определение МДС F, по заданным значениям магнитного потока Ф или магнитной индукции B на некотором участке магнитопровода (чаще всего с воздушным зазором) [6].

Проведём расчёт неразветвленной магнитной цепи (рис. 5.8, *а*) – магнитопровод постоянного поперечного сечения S_1, средней длиной магнитной линии l_1 первого участка из ферромагнитного материала и шириной воздушного зазора l_2 второго участка. Магнитные свойства ферромагнитного материала заданы основной кривой намагничивания $B(H)$ (рис. 5.8, *б*).

По закону полного тока для магнитной цепи,

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 = wI = F , \qquad (5.9)$$

где H_1 и H_2 – напряжённости магнитного поля в первом и втором участках.

Значение магнитной индукции в воздушном зазоре

$$B_2 = \mu_0 H_2 , \qquad (5.10)$$

а для участка из ферромагнитного материала

$$B_1 = \mu_{a1} H_1 . \qquad (5.11)$$

Магнитный поток Ф в любом поперечном сечении магнитопровода

$$\Phi = B_1 S_1 = B_2 S_2, \qquad (5.12)$$

где S_1 и S_2 – площади поперечного сечения участка из ферромагнитного материала и воздушного зазора.

Зная магнитный поток Ф, найдём значения индукций B_1 и B_2. Напряжённость H_1 найдём по основной кривой намагничивания $B(H)$ (рис. 5.8, *б*), H_2 – по формуле (5.10) и МДС F – по формуле (5.9).

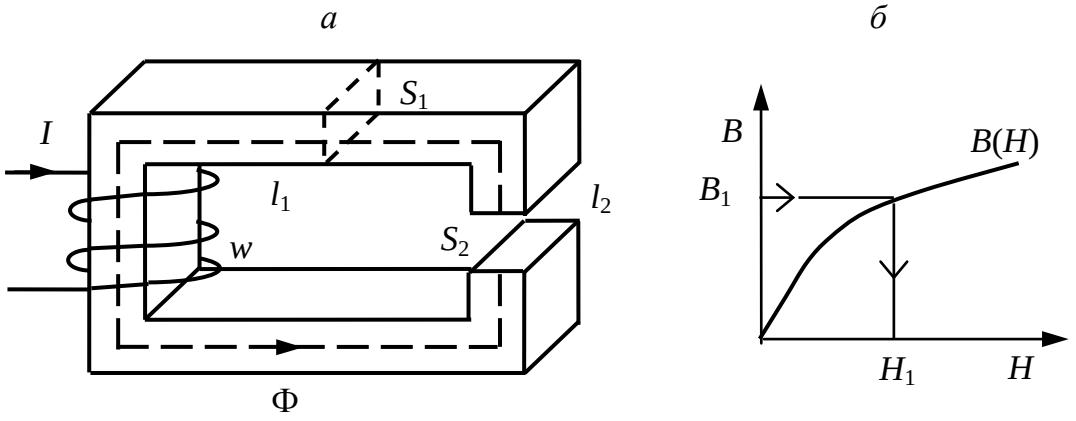


Рис. 5.8. Расчёт неразветвленной магнитной цепи:
а – расчетная схема; *б* – кривая первоначального намагничивания

Обратной задачей расчёта неразветвленной магнитной цепи является определение магнитного потока Ф или магнитной индукции B по заданным значениям МДС F.

Заменив в выражении (5.9) напряжённости магнитного поля значениями индукции B_1 и B_2 в соответствии с уравнениями (5.10) и (5.11), получим

$$\frac{B_1}{\mu_{a1}} l_1 + \frac{B_2}{\mu_0} l_2 = Iw = F \qquad (5.13)$$

или с учётом формулы (5.12)

$$\Phi\left(\frac{l_1}{S_1\mu_{a1}} + \frac{l_2}{S_2\mu_0}\right) = \Phi\left(R_{M1} + R_{M2}\right) = Iw = F\,. \qquad (5.14)$$

Определение магнитного потока Ф по выражению (5.14) оказывается невозможным, поскольку магнитное сопротивление участка цепи из ферромагнитного материала R_{M1} переменное, так как зависимости $B(H)$ и соответственно $\mu_a(H)$ для этого участка нелинейные.

Для нелинейного участка из ферромагнитного материала строят *вебер-амперную характеристику* $\Phi(U_M)$ – зависимость магнитного потока Ф от магнитного напряжения U_M на соответствующем участке магнитопровода.

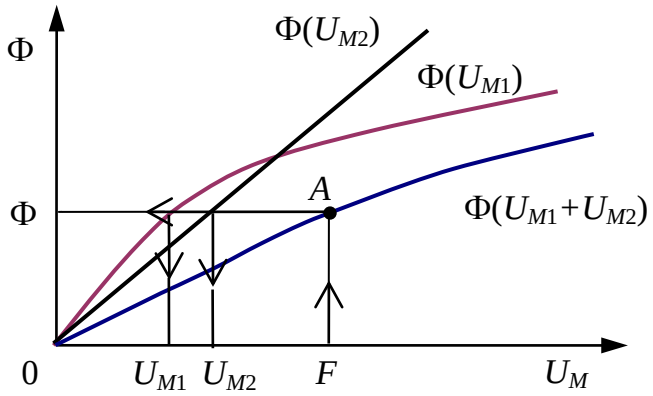


Рис. 5.9. Вебер-амперные характеристики

Вебер-амперная характеристика участка магнитопровода рассчитывается по основной кривой намагничивания ферромагнитного материала $B(H)$. Чтобы построить вебер-амперную характеристику, нужно ординаты и абсциссы всех точек основной кривой намагничивания умножить соответственно на площадь поперечного сечения S и его среднюю длину l. На рис. 5.9 приведены вебер-амперные характеристики $\Phi(U_{M1})$ для ферромагнитного участка и $\Phi(U_{M2})$ для воздушного зазора магнитопровода на рис. 5.8, *а*. Вебер-амперную характеристику всей неразветвлённой магнитной цепи $\Phi(U_{M1}+ U_{M2})$ можно получить графически, складывая по напряжению вебер-амперные характеристики её двух участков. При известной МДС F по вебер-амперной характеристике всей цепи определяется рабочая точка A (магнитный поток), а по вебер-амперным характеристикам участков магнитопровода – магнитные напряжения на каждом из них.

5.5. Электромеханическое действие магнитного поля

Принцип работы многих электромагнитных устройств постоянного тока (электроизмерительные приборы, электромеханические реле и т.п.) основан на электромеханическом действии магнитного поля. Во всех этих устройствах для расчёта сил, действующих на различные части магнитопроводов, часто требуется выразить силу через изменение энергии магнитного поля [6].

Рассмотрим определение силы в системе, состоящей из двух согласно включенных катушек индуктивности: неподвижной с числом витков w_1 и подвижной с числом витков w_2, подключенных к источникам постоянного тока J_1 и J_2 (рис. 5.10).

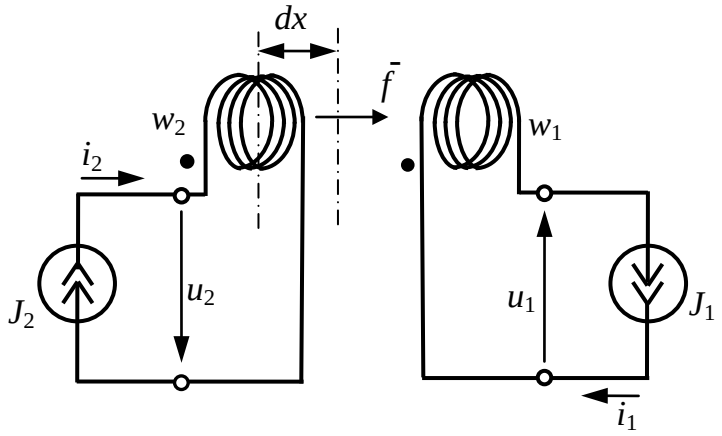


Рис. 5.10. Взаимодействие катушек индуктивности

Под действием силы притяжения f вторая катушка перемещается за время dt вдоль горизонтальной оси x на расстояние dx. За время dt от двух источников постоянного тока в рассматриваемую систему поступит энергия

$$p_1 dt + p_2 dt = u_1 J_1 dt + u_2 J_2 dt,$$

где p_1 и p_2 – мгновенные значения мощности источников; u_1 и u_2 – напряжения между выводами катушек.

Энергия источников тока без учёта потерь в проводах катушек расходуется на механическую работу и на изменение энергии магнитного поля системы:

$$u_1 J_1 dt + u_2 J_2 dt = f dx + dW_M . \qquad (5.15)$$

Напряжения u_1 и u_2 между выводами катушек возникают вследствие изменения полных потокосцеплений в каждой из них:

$$\Psi_1 = L_1 J_1 + M J_2; \quad \Psi_2 = L_2 J_2 + M J_1. \qquad (5.16)$$

Так как в рассматриваемой системе токи в катушках J_1 и J_2 и индуктивности катушек L_1 и L_2 постоянны, то изменения полных потокосцеплений Ψ_1 и Ψ_2 вызваны увеличением взаимной индуктивности M. В общем случае могут изменяться и индуктивности катушек вследствие изменения их геометрических размеров.

По закону электромагнитной индукции, напряжения между выводами катушек

$$u_1 = d\Psi_1/dt\,;\;\; u_2 = d\Psi_2/dt\,. \qquad (5.17)$$

С учётом формул (5.16) и (5.17) выражение (5.15) запишем в виде

$$J_1 d\Psi_1 + J_2 d\Psi_2 = d\left(L_1 J_1^2 + L_2 J_2^2 + 2MJ_1 J_2\right) = f dx + dW_M\,.$$

Энергия магнитного поля двух согласно включенных катушек

$$W_M = \frac{L_1 J_1^2}{2} + \frac{L_2 J_2^2}{2} + MJ_1 J_2\,. \qquad (5.18)$$

Тогда $$2dW_M = f dx + dW_M\,.$$

Следовательно, электромеханическая сила, действие которой вызывает перемещение второй катушки, может быть найдена через соответствующее этому перемещению изменение магнитного поля:

$$f = \frac{dW_M}{dx}\,. \qquad (5.19)$$

Производная положительна, следовательно, электромеханическая сила f стремится переместить подвижную катушку так, чтобы энергия магнитного поля увеличилась.

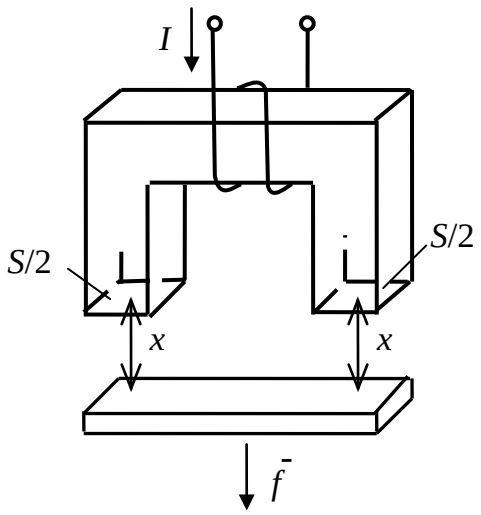


Рис. 5.11. Подъёмная сила электромагнита

Применим выражение (5.19) для определения подъёмной силы электромагнита, в котором магнитное поле возбуждается током I катушки (рис. 5.11). Энергию магнитного поля в воздушном зазоре высотой x и площадью поперечного сечения S, если пренебречь магнитным сопротивлением сердечника и якоря, вычисляют, согласно формулам (5.16) и (5.18), как

$$W_M = \frac{LJ^2}{2} = \frac{\Psi I}{2},$$

где Ψ – потокосцепление катушки электромагнита с числом витков w, $\Psi = \mu_0 HSw$.

Напряжённость в воздушном зазоре

$$H = Iw/x\,.$$

Тогда энергия магнитного поля в воздушном зазоре

$$W_M = \frac{(Iw)^2 \mu_0 S}{2x}.$$

Подъёмная сила электромагнита может быть приближённо рассчитана по формуле

$$f = \frac{dW_M}{dx} = \frac{(Iw)^2 \mu_0 S}{2} \cdot \frac{d(1/x)}{dx} = -\frac{(Iw)^2 \mu_0 S}{2x^2}. \qquad (5.20)$$

Следовательно, сила действует на якорь в направлении уменьшения зазора x, однако при $x \to 0$ нельзя пренебречь магнитными сопротивлениями сердечника и якоря и погрешность расчёта возрастает. Для точных расчётов необходимо учитывать конструктивные особенности электромагнитов.

5.6. Катушка с магнитопроводом в цепи переменного тока

Физические процессы в цепях переменного тока, содержащих катушку со стальным сердечником, имеют ряд особенностей по сравнению с процессами в цепях постоянного тока. Эти особенности оказывают существенное влияние на конструктивное выполнение и технические характеристики электростатических аппаратов и машин переменного тока.

При расчётах цепей, содержащих катушки с магнитопроводом, во многих случаях допустимы упрощения реальных условий. Реальную катушку с магнитопроводом можно представить схемой замещения в виде последовательного соединения резистивного элемента с сопротивлением витков обмотки R_B, индуктивного элемента с индуктивностью рассеяния $L_{рас}$ и так называемой *идеализированной катушки* (рис. 5.12), не имеющей активного сопротивления [6].

Нелинейный характер вебер-амперной характеристики $\Phi(i)$ приводит к тому, что индуктивность катушки $L = w\Phi/i$ перестает быть величиной постоянной и зависит от величины намагничивающего тока.

Свойства идеализированной катушки зависят только от параметров магнитопровода и режима её намагничивания, а напряжение между её выводами определяется ЭДС самоиндукции:

$$u_0 = -e_0 = U_{0m} \sin \omega t = w d\Phi / dt. \qquad (5.21)$$

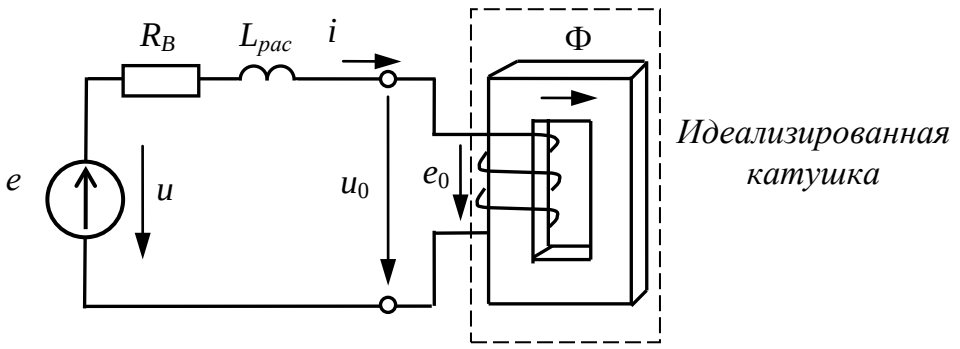


Рис. 5.12. Схема замещения реальной катушки с магнитопроводом

Из уравнения (5.21)

$$d\Phi = \frac{U_{0m}\sin\omega t}{w}\,dt.$$

Следовательно, закон изменения во времени магнитного потока

$$\Phi = \frac{U_{0m}}{w}\int \sin\omega t\,dt = -\frac{U_{0m}}{w\omega}\cos\omega t = \frac{U_{0m}}{w\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \qquad (5.22)$$

При синусоидальном напряжении на зажимах катушки магнитный поток Ф, вызванный протекающим по цепи током i, тоже синусоидальный и отстаёт по фазе от приложенного напряжения на $\pi/2$.

Амплитуда магнитного потока Φ_m не зависит от того, имеется ли у катушки стальной сердечник или же магнитный поток целиком замыкается по воздуху:

$$\Phi_m = \frac{U_{0m}}{w\omega} = \frac{\sqrt{2}U_0}{w\omega} = \frac{\sqrt{2}U_0}{w2\pi f} = \frac{U_0}{4{,}44\,fw}. \qquad (5.23)$$

Так как действующие значения U_0 и E_0 при отсутствии выходной нагрузки в цепи магнитопровода равны, то

$$E_0 = U_0 = 4{,}44\,fw\Phi_m. \qquad (5.24)$$

Последнее соотношение применяют для расчетов ЭДС, индуктируемых в обмотках трансформаторов, поэтому его часто называют уравнением *трансформаторной ЭДС*.

Процесс намагничивания и размагничивания стального сердечника протекает по несовпадающим ветвям петли гистерезиса. График зависимости $\Phi(i)$ при циклическом перемагничивании (рис. 5.13) имеет такую же форму, как и петля гистерезиса $B(H)$. На рис. 5.13 изображён график синусоидального изменения магнитного потока во времени $\Phi(t)$.

Располагая кривыми Ф(i) и Ф(t), построим кривую намагничивающего тока $i(t)$. Полученная кривая намагничивающего тока $i(t)$ является несинусоидальной периодической функцией. Чем больше насыщение магнитопровода, тем сильнее отличие тока от синусоидального.

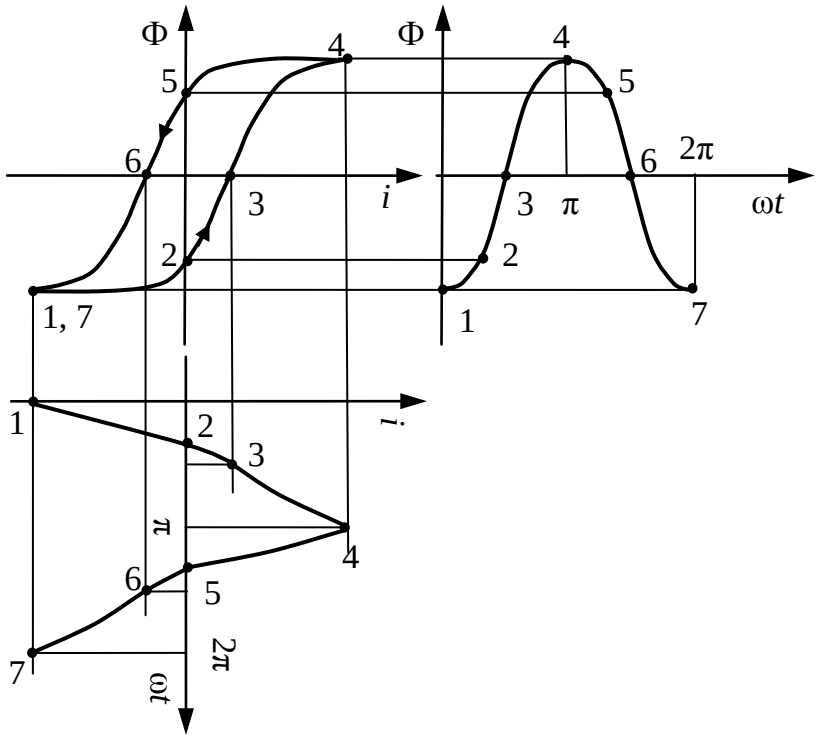


Рис. 5.13. Графики зависимостей тока и магнитного потока в катушке

Для построения расчётной схемы замещения катушки с сердечником запишем уравнение

$$u = -e_0 + L_{pac}\frac{di}{dt} + R_B i \qquad (5.25)$$

или в комплексной форме

$$\dot{U} = -\dot{E}_0 + \left(R_B + jX_{L\,pac}\right)\dot{I}\,. \qquad (5.26)$$

Полное комплексное сопротивление запишется как

$$\underline{Z} = \left(R_B + R_0\right) + j\left(X_{L\,pac} + X_{L0}\right), \qquad (5.27)$$

где R_0 – активное сопротивление идеализированной катушки, обусловленное потерями на вихревые токи и гистерезис; X_{L0} – индуктивное сопротивление идеализированной катушки; R_B – активное сопротивление витков обмотки; X_{Lpac} – индуктивное сопротивление, вызванное рассеянием магнитного потока.

Последовательная расчётная схема замещения реальной катушки с магнитопроводом изображена на рис. 5.14.

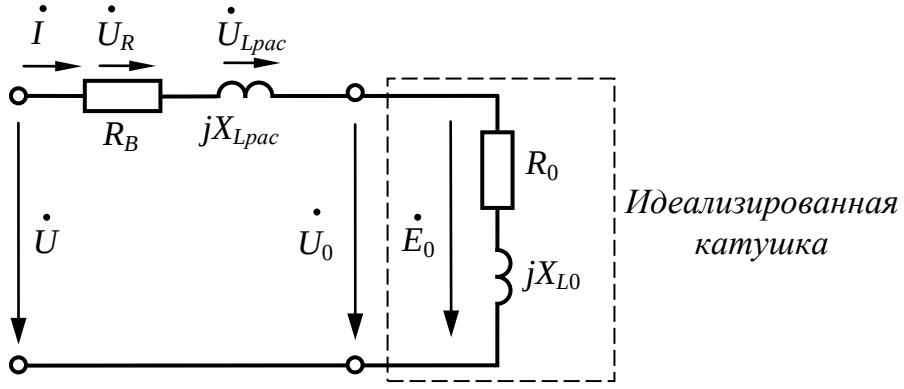


Рис. 5.14. Расчётная схема замещения реальной катушки с магнитопроводом

5.7. Мощность потерь в магнитопроводе

Потери энергии в магнитопроводе связаны с выделением теплоты при его циклическом перемагничивании и обусловлены наличием гистерезиса и вихревых токов в материале магнитопровода. В любой момент времени мощность потерь идеализированной катушки [6]

$$p = u_0 i = \left(w \frac{d\Phi}{dt} \right) \left(\frac{Hl_{cp}}{w} \right) = Sw \frac{dB}{dt} \frac{l_{cp}}{w} H = Sl_{cp} H \frac{dB}{dt}, \qquad (5.28)$$

где u_0 – напряжение между выводами идеализированной катушки; i – ток в катушке.

Для переменного тока средняя мощность потерь за период

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u_0 i dt = Sl_{cp} \oint H dB \qquad (5.29)$$

пропорциональна площади петли гистерезиса, умноженной на объём магнитопровода $V = Sl_{cp}$.

Площадь петли гистерезиса обычно больше площади статической петли гистерезиса. Это связано с наличием в магнитопроводе вихревых токов, которые индуктируются при изменении во времени магнитного потока. Вихревые токи вызывают дополнительный нагрев магнитопровода и оказывают размагничивающее действие. Поэтому необходимое значение магнитного потока или индукции получают при большем значении намагничивающего тока, а значит, и напряжённости магнитного поля [*динамическая петля гистерезиса* $B_{дин}(H)$].

Таким образом, статическая петля гистерезиса находится внутри динамической петли гистерезиса (рис. 5.15).

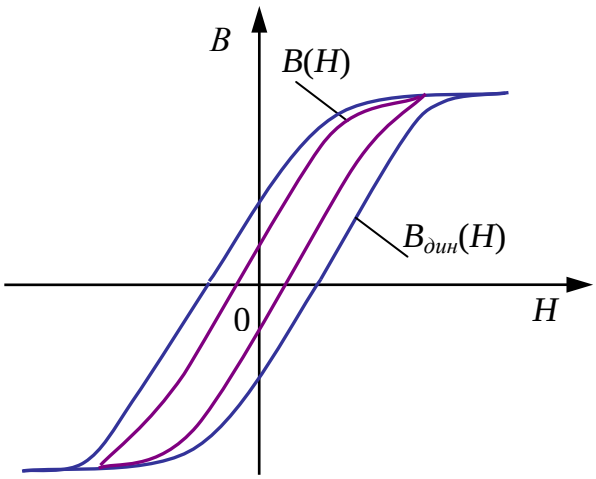


Рис. 5.15. Статическая и динамическая петли гистерезиса

Мощность потерь на гистерезис пропорциональна площади статической петли гистерезиса $B(H)$. Мощность потерь на вихревые токи пропорциональна разности площадей динамической и статической петлей гистерезиса.

На практике мощность потерь на гистерезис можно найти как

$$P_{\Gamma} = \sigma_{\Gamma} \cdot f \cdot G \cdot B_{\max}^{n}, \quad (5.30)$$

где σ_{Γ} – гистерезисный коэффициент, определяемый опытным путём; G – масса магнитопровода; f – частота напряжения; n = 1,6 при $B_{\max} < 1$ Тл и $n = 2$ при $B_{\max} > 1$ Тл.

Снизить потери на гистерезис можно, применяя для сердечника магнитно-мягкие материалы с узкой петлей гистерезиса.

Мощность потерь на вихревые токи

$$P_{B} = \sigma_{B} \cdot f^{2} \cdot \gamma \cdot G \cdot B_{\max}^{2}, \quad (5.31)$$

где σ_{B} – коэффициент вихревых токов, определяемый опытным путём; G – масса магнитопровода; f – частота напряжения; γ – удельная электрическая проводимость материала магнитопровода.

Уменьшение потерь мощности на вихревые токи достигается применением для магнитопровода материалов с большим удельным электрическим сопротивлением за счёт повышенного содержания кремния (0,5 – 4,5%). Кроме того, магнитопровод выполняют из набора тонких (0,35 – 0,5 мм) электрически изолированных друг от друга пластин, что способствует уменьшению индуцированных в каждой пластине вихревых токов, а следовательно, снижению потерь мощности от них. Такой способ уменьшения потерь мощности на вихревые токи применяется при изготовлении сердечников электромагнитных машин и аппаратов – асинхронных машин и трансформаторов.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называют магнитной цепью? Приведите примеры магнитных цепей.
2. Сформулируйте закон полного тока.
3. Дайте определение следующим понятиям: магнитодвижущая сила, магнитное напряжение, магнитный поток.
4. Сформулируйте закон Ома, первый и второй законы Кирхгофа для магнитной цепи.
5. Что называют кривой первоначального намагничивания?
6. Какая часть кривой намагничивания называется областью технического насыщения?
7. Что называют предельной статической петлей гистерезиса и частной петлей гистерезиса?
8. Какими параметрами характеризуется предельная статическая петля гистерезиса?
9. Какие материалы называют магнитно-мягкими, магнитно-твёрдыми?
10. Перечислите типы магнитно-мягких материалов и области их применения.
11. Сформулируйте прямую задачу расчёта неразветвлённой магнитной цепи и порядок её решения.
12. Сформулируйте обратную задачу расчёта неразветвлённой магнитной цепи и порядок её решения.
13. В чём заключается электромеханическое действие магнитного поля?
14. От чего зависит подъёмная сила электромагнита?
15. Приведите порядок расчёта цепей, содержащих катушки с магнитопроводом в цепях синусоидального тока.
16. Какой функцией можно описать магнитный поток при синусоидальном напряжении на зажимах катушки?
17. Запишите уравнение трансформаторной ЭДС.
18. Какой функцией можно описать намагничивающий ток при синусоидальном напряжении на зажимах катушки?
19. Изобразите последовательную расчётную схему замещения реальной катушки с магнитопроводом, дайте характеристику параметрам схемы замещения.
20. С чем связаны потери энергии в магнитопроводе?
21. От чего зависят мощности потерь на гистерезис и вихревые токи и как можно снизить данные потери?

6. ТРАНСФОРМАТОРЫ

6.1. Общие сведения

Трансформатором называется статический электромагнитный аппарат, имеющий две (или более) индуктивно связанные обмотки и служащий для преобразования энергии переменного тока с одними параметрами в энергию переменного тока с другими параметрами [7].

Трансформаторы позволяют передавать мощность от источника к приёмнику при разных напряжениях и токах. Трансформаторы используются для преобразования электрической энергии при передаче её на расстояния, во вторичных источниках электропитания и в различных электронных схемах.

На электростанции электрическая энергия вырабатывается посредством синхронных генераторов (см. подр. 8.5) с напряжением от 6 до 35 кВ. При передаче такого напряжения на большие расстояния будут большие потери мощности в линиях электропередачи, эти потери пропорциональны квадрату тока. Для сокращения потерь уменьшают силу тока за счёт увеличения напряжения, в этом случае передаваемая мощность остаётся неизменной. На выходе генерирующей электрической станции устанавливают повышающие трансформаторные подстанции, на которых напряжение повышается до величины 750 – 1150 кВ. Перед населёнными пунктами устанавливают понижающие трансформаторные подстанции, понижая подводимое к населённым пунктам напряжение до стандартного уровня 230/400 В, согласно ГОСТ 29322–2014 «Напряжения стандартные».

Кроме преобразования величины напряжения или тока, трансформаторы выполняют очень важные функции согласования напряжений источника и нагрузки для обеспечения максимума мощности, передаваемой от одного электротехнического устройства к другому.

Отсутствие электрической связи между обмотками трансформатора позволяет использовать его для гальванического разделения («развязки») электрических цепей.

Впервые с техническими целями трансформатор был применён П. Н. Яблочковым в 1876 г. для питания электрических свечей, но особенно широко трансформаторы стали применяться после того, как в 1891 г. М. О. Доливо-Добровольским была предложена трёхфазная система передачи электроэнергии и в 1889 г. им же разработана конструкция первого трёхфазного трансформатора.

По назначению, согласно ГОСТ 16110–82, различают:

✓ силовые трансформаторы общего назначения (однофазные и трёхфазные);

✓ трансформаторы специального назначения (сварочные, импульсные, трансформаторы для устройств автоматики, трансформаторные умножители частоты, испытательные и измерительные и т.д.).

Конструктивно трансформаторы классифицируются:

- по виду охлаждения (с воздушным охлаждением – «сухие» и с охлаждением минеральным маслом – «масляные»);
- по количеству фаз (однофазные и трёхфазные);
- по числу обмоток на фазу (двух- и многообмоточные);
- по форме магнитопровода (стержневые, броневые, тороидальные и т.д.).

Условные графические обозначения трансформаторов в электрических схемах регламентирует ГОСТ 2.723–68 ЕСКД.

6.2. Устройство однофазного трансформатора

Трансформатор (рис. 6.1) выполнен на базе замкнутого магнитопровода (сердечника), на котором имеются обмотки [7].

Магнитопровод выполняет две функции: во-первых, он является носителем основного магнитного потока аппарата, а во-вторых, он предназначен для крепления обмоток, отводов, переключателей и корпуса самого трансформатора.

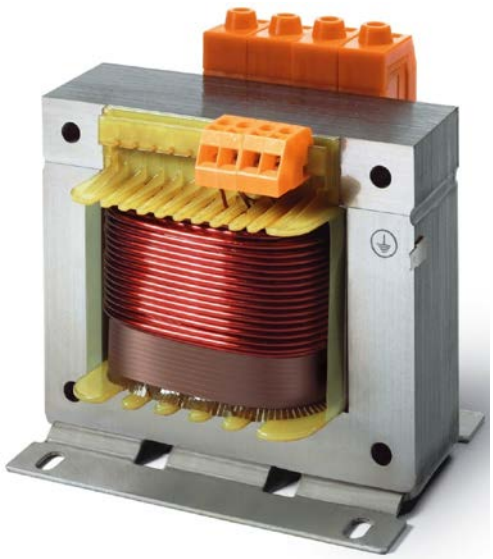


Рис. 6.1. Внешний вид
однофазного трансформатора

Трансформатор обычно имеет одну первичную и одну или несколько вторичных обмоток, выполненных из алюминиевого или медного изолированных проводов. Обмоточные провода покрыты эмалевой и хлопчатобумажной или шёлковой изоляцией. В «сухих» трансформаторах применяются провода с термостойкой изоляцией из стекловолокна.

Обмотки трансформатора связаны только индуктивно и не имеют гальванической связи. Обмотка, подключаемая к сети с более высоким напряжением, называется *обмоткой высшего напряжения* (*ВН*), а вторая обмотка – *обмоткой низшего напряжения* (*НН*).

Если число витков вторичной обмотки меньше числа витков первичной, то напряжение на выходе будет меньше напряжения на входе трансформатора. Такой трансформатор называется *понижающим*. В противном случае трансформатор называется *повышающим*. Трансформатор обладает свойством обратимости, т.е. в результате переключения обмоток он может работать и как повышающий, и как понижающий. Однако обычно его конструкция и параметры оптимизированы для определенного типа преобразования. Например, первичная обмотка понижающего трансформатора с большим количеством витков выполняется тонким проводом, а вторичная обмотка с многократно меньшим количеством витков – толстым.

По способу расположения на стержнях обмотки подразделяются на *концентрические* и *чередующиеся*. Концентрические обмотки выполняются в виде цилиндров, геометрические оси которых совпадают с осью стержней. Ближе к стержню обычно располагается обмотка *НН* (рис. 6.2, *а*), так как это позволяет уменьшить изоляционный промежуток между обмоткой и стержнем. В чередующихся обмотках *ВН* и *НН* их витки поочерёдно располагают вдоль стрежня по высоте.

У трансформатора *стержневого типа* (см. рис. 6.2, *а*) обмотки хорошо видны, но они скрывают за собой стержни магнитной системы сердечника. Видно только верхнее и нижнее ярма сердечника. Каждая обмотка состоит из двух частей, расположенных на разных стержнях, причём эти части могут соединяться между собой как параллельно, так и последовательно. Расположение одной обмотки внутри другой обеспечивает увеличение электромагнитной связи между ними.

Однофазный трансформатор *броневой конструкции* имеет внутренние стержни с обмотками и развитые ярма, охватывающие обмотки снаружи, подобно «броне» (рис. 6.2, *б*). Ось обмоток стержневого типа, как правило, имеет вертикальное положение, в то время как в броневой конструкции она может быть горизонтальной или вертикальной.

В броневых трансформаторах электромагнитная связь обмоток несколько больше, чем в стержневых, но они сложнее конструктивно и технологически, поэтому броневой тип магнитопровода используется только в маломощных трансформаторах.

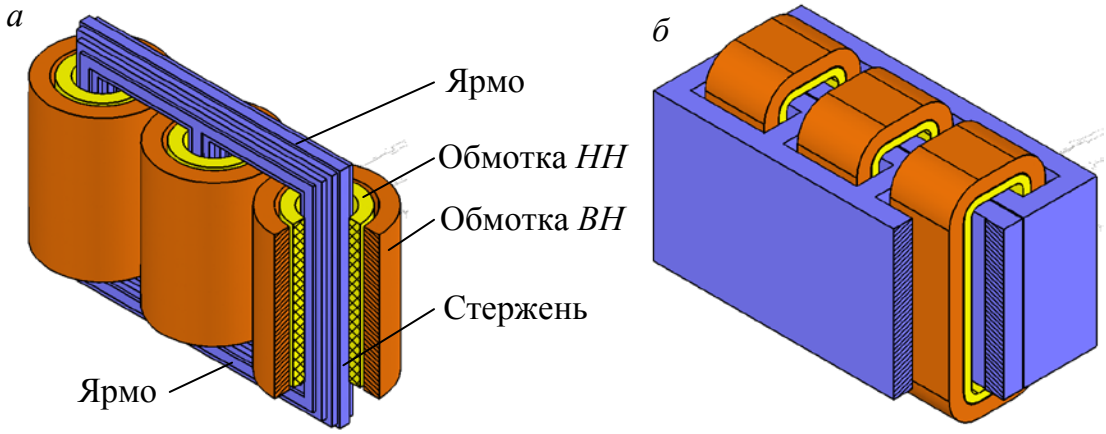


Рис. 6.2. Внешний вид конструкций магнитопровода

Сердечник трансформатора собирают из тонких штампованных листов электротехнической стали (до 0,5 мм), покрытых изоляционным лаком для уменьшения потерь от вихревых токов.

По способу сочленения стержней с ярмами различают *стыковые* и *шихтованные конструкции*.

В стыковых конструкциях (рис. 6.3, *а*) стержни и ярма собирают отдельно. После этого на стержни устанавливают обмотки, а затем с помощью болтов и стяжек к стержням присоединяют ярма. Места стыков стержней и ярем разделяют изоляционными прокладками для исключения замыкания листов и возникновения вихревых токов. При сборке возможно повреждение изоляционных прокладок и замыкание листов, поэтому стыковые сердечники применяются очень редко.

Чаще используются шихтованные сердечники, где стержни и ярма собирают вместе, причём стыки в соседних слоях пакета располагают в разных местах (рис. 6.3, *б*, *в*). Такая конструкция существенно усложняет технологию сборки трансформатора, однако при этом уменьшается магнитное сопротивление и соответственно намагничивающий ток. Кроме того, шихтованная конструкция значительно жёстче и не требует сложных креплений ярем и стержней.

Сердечники трансформаторов мощностью до 1000 ВА часто изготавливают из штампованных Ш-образных пластин и ярёмных полос (см. рис. 6.3, *в*). При сборке листы вводят внутрь катушки обмотки с разных сторон, при этом положение стыка в соседних слоях чередуется.

В современных маломощных трансформаторах обычно используют ленточные разрезные магнитопроводы (рис. 6.3, *г*). Стальную ленту при изготовлении сердечника наматывают на шаблон, а затем разрезают поперёк и вставляют внутрь катушек обмоток. После этого половинки сердечника стягивают хомутами.

В измерительных, разделительных и согласующих трансформаторах часто применяют ленточные или ферритовые тороидальные сердечники без воздушного зазора.

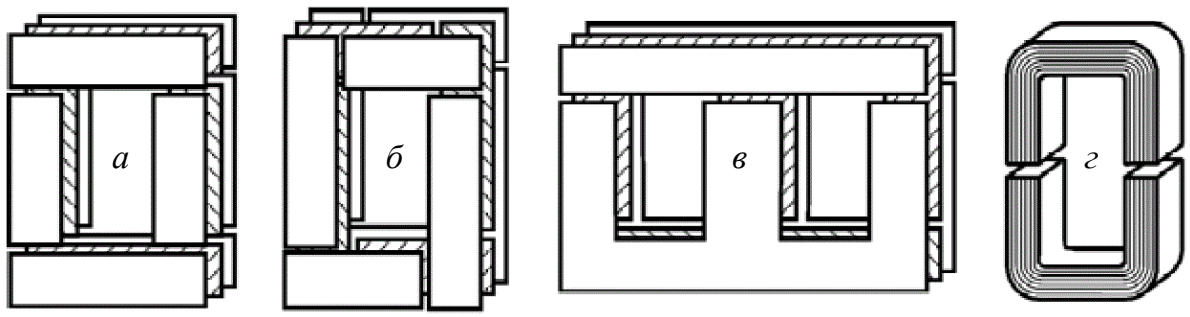


Рис. 6.3. Схемы сборки пластин сердечников

Одним из важнейших элементов конструкции обмоток трансформатора является изоляция. Различают *главную* и *продольную изоляцию*.

Главной называется изоляция обмотки от стержня, бака и других обмоток. Её выполняют в виде изоляционных промежутков, электроизоляционных каркасов и шайб. При малых мощностях и низких напряжениях функцию главной изоляции выполняет каркас из пластика или электрокартона, на который наматываются обмотки, а также несколько слоёв лакоткани, изолирующих одну обмотку от другой.

Продольной называется изоляция между различными точками одной обмотки, т.е. между витками, слоями и катушками. Межвитковая изоляция обеспечивается собственной изоляцией обмоточного провода. Для междуслойной изоляции используются несколько слоёв кабельной бумаги, а междукатушечная изоляция осуществляется либо изоляционными промежутками, либо каркасом или изоляционными шайбами.

Конструкция изоляции усложняется по мере роста напряжения обмотки *ВН* и у трансформаторов, работающих при напряжениях 200 – 500 кВ, стоимость изоляции достигает 25% стоимости трансформатора.

Общие технические требования к устройству, маркировке, эксплуатации, охлаждению трансформаторов регламентирует ГОСТ Р 52719–2007 «Трансформаторы силовые. Общие технические условия».

6.3. Принцип действия однофазного трансформатора

Принцип действия однофазного трансформатора состоит в следующем: к первичной обмотке А–Х подводится питающее напряжение U_1 с частотой f_1. Со вторичной обмотки а–х снимается напряжение U_2, которое подводится к потребителю электрической энергии (рис. 6.4).

Каждая обмотка характеризуется количеством витков (w_1 у первичной и w_2 у вторичной), активным R_i, реактивным индуктивным X_i и полным Z_i сопротивлениями [7].

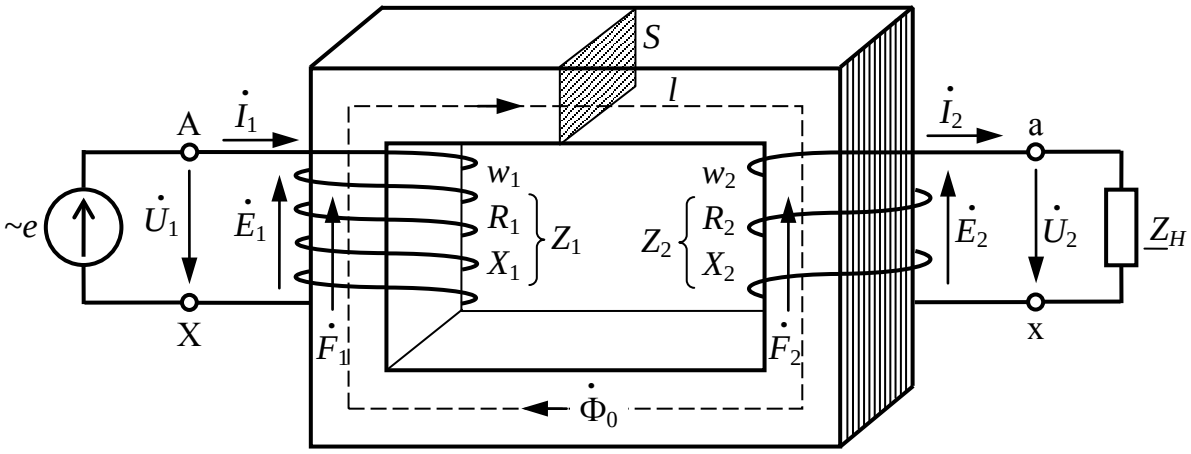


Рис. 6.4. Электромагнитная схема однофазного трансформатора

На рис. 6.4 указаны условно положительные направления токов, МДС и магнитного потока трансформатора с учётом правила Ленца при заданных направлениях навивки и расположений обмоток.

Под действием напряжения, приложенного к первичной обмотке, в ней протекает ток I_1, произведение I_1w_1 является МДС первичной обмотки F_1, а произведение I_2w_2 – МДС вторичной обмотки F_2. Результирующая МДС F_0 определяет величину *основного переменного магнитного потока* Φ_0, замыкающегося по магнитопроводу [6, 7, 12].

$$\dot{F}_0 = \dot{F}_1 - \dot{F}_2 = \dot{I}_1 w_1 - \dot{I}_2 w_2; \qquad (6.1)$$

$$\dot{\Phi}_0 = \frac{\dot{F}_0}{R_M} = \frac{\mu_a S}{l}\dot{F}_0; \qquad (6.2)$$

$$\Phi_0 = \Phi_{0\max}\sin\omega t, \qquad (6.3)$$

где R_M – магнитное сопротивление материала сердечника; l – длина средней магнитной линии сердечника; S – площадь сечения сердечника; μ_a – абсолютная магнитная проницаемость материала сердечника; ω – циклическая частота напряжения в первичной обмотке.

Основной переменный магнитный поток Φ_0 наводит ЭДС *самоиндукции* в первичной обмотке E_1 и ЭДС *взаимоиндукции* E_2 во вторичной обмотке. По отношению к нагрузке вторичная обмотка трансформатора является источником электрической энергии с ЭДС E_2.

Мгновенные и действующие значения ЭДС обмоток:

$$e_1 = -w_1 \frac{d\Phi_0}{dt}; \tag{6.4}$$

$$e_2 = -w_2 \frac{d\Phi_0}{dt}; \tag{6.5}$$

$$E_1 = \omega w_1 \Phi_{0\max} / \sqrt{2} = 4{,}44\, f w_1 \Phi_{0\max}; \tag{6.6}$$

$$E_2 = \omega w_2 \Phi_{0\max} / \sqrt{2} = 4{,}44\, f w_2 \Phi_{0\max}. \tag{6.7}$$

Помимо ЭДС, наводимых в обмотках основным переменным магнитным потоком Φ_0 в сердечнике, в них также наводятся *ЭДС рассеяния* E_S переменными магнитными *потоками рассеяния* Φ_S, замыкающимися по немагнитной среде (воздух, масло, медь и др.). Магнитные потоки рассеяния уменьшают степень электромагнитной связи обмоток, однако в связи с их малыми значениями относительно Φ_0 данными величинами и наводимыми ими ЭДС можно пренебречь.

Коэффициент трансформации трансформатора находится как отношение действующего значения ЭДС обмотки высшего напряжения к действующему значению ЭДС обмотки низшего напряжения или как отношение числа витков обмоток [6, 7]:

$$k = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2}. \tag{6.8}$$

На основании второго закона Кирхгофа можно записать уравнения электрического состояния первичной и вторичной обмотки:

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_1 + \underline{Z}_1 \dot{I}_1; \tag{6.9}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_2 - \underline{Z}_2 \dot{I}_2. \tag{6.10}$$

ЭДС самоиндукции E_1 создает индукционный ток (на рис. 6.4 не показан), направленный, согласно правилу Ленца, против тока первичной обмотки, т.е. препятствует изменению тока I_1. ЭДС E_1 совместно с падением напряжения $Z_1 I_1$ уравновешивает питающее напряжение U_1. Напряжение на вторичной обмотке U_2 меньше ЭДС E_2 на величину падения напряжения $Z_2 I_2$ на этой обмотке.

Основными рабочими параметрами трансформатора являются:

- номинальные первичное и вторичное напряжения U_{1H} и U_{2H};
- номинальная полная мощность S_H;
- ток и потери холостого хода I_{10} (I_{XX}) и P_{10} (P_{XX});
- напряжение и потери короткого замыкания $u_{k\%}$ и P_{1K} (P_{K3});
- коэффициент трансформации k;
- схема и группа соединений обмоток;
- коэффициент нагрузки трансформатора β;
- коэффициент полезного действия (КПД) η.

6.4. Схема замещения однофазного трансформатора

В общем случае параметры первичной обмотки трансформатора отличаются от параметров вторичной обмотки. Эта разница наиболее ощутима при больших коэффициентах трансформации, что затрудняет расчёты и построение векторных диаграмм, так как в этом случае векторы электрических величин первичной обмотки значительно отличаются по своей длине от одноименных векторов вторичной обмотки.

Указанные затруднения устраняются, если вместо реального трансформатора с коэффициентом трансформации $k = w_1/w_2$ исследовать *приведённый трансформатор* с коэффициентом трансформации $k' = 1$ при $w'_2 = w_1$, т.е. трансформатор, у которого реальная вторичная обмотка заменена обмоткой с числом витков, равным числу витков первичной w_1 [7]. С этой целью все величины, характеризующие вторичную цепь трансформатора (ЭДС, напряжение, ток и сопротивления), приводят к числу витков первичной обмотки. Такой трансформатор является расчётным эквивалентом энергетических и электромагнитных соотношений реального трансформатора и может использоваться для анализа и расчёта в стационарных и переходных режимах.

Однако приведение вторичных параметров трансформатора не должно отразиться на его энергетических показателях: все мощности и фазовые сдвиги во вторичной обмотке приведённого трансформатора должны остаться такими, как и в реальном трансформаторе.

Электромагнитная мощность вторичной обмотки реального трансформатора должна быть равна электромагнитной мощности вторичной обмотки приведённого трансформатора: $E_2I_2 = E'_2I'_2$.

Также активные потери мощности вторичной обмотки реального трансформатора должны быть равны активным потерям мощности вторичной обмотки приведённого трансформатора: $R_2I_2^2 = R'_2I'^2_2$.

Отсюда получим выражения для приведения ЭДС, напряжения, тока и сопротивлений вторичной обмотки трансформатора [7]:

$$\dot{I}_2' = \dot{I}_2 \frac{w_2}{w_1} = \frac{\dot{I}_2}{k}; \tag{6.11}$$

$$\dot{E}_2' = \dot{E}_2 \frac{w_1}{w_2} = \dot{E}_2 k; \tag{6.12}$$

$$\dot{U}_2' = \dot{U}_2 \frac{w_1}{w_2} = \dot{U}_2 k; \tag{6.13}$$

$$\underline{Z}'_H = Z_H \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 = Z_H k^2; \tag{6.14}$$

$$X_2' = X_2 \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 = X_2 k^2; \tag{6.15}$$

$$R_2' = R_2 \left(\frac{w_1}{w_2} \right)^2 = R_2 k^2. \tag{6.16}$$

Схема замещения приведённого трансформатора (рис. 6.5) состоит из трёх ветвей: *первичной ветви* с активным R_1 и индуктивным сопротивлением потоков рассеяния X_1; *ветви намагничивания* с магнитными сопротивлениями R_0 и X_0 и *вторичной ветви* с приведённым активным R'_2, приведённым индуктивным сопротивлением потоков рассеяния X'_2 и приведённым сопротивлением нагрузки $\underline{Z}'_H$. Все величины, относящиеся к вторичной обмотке, имеют приведённые значения и для получения реальных значений их нужно пересчитать в соответствии с формулами (6.11) – (6.16).

Для определения параметров схемы замещения и характеристик трансформатора проводят опыты холостого хода, короткого замыкания и нагрузки.

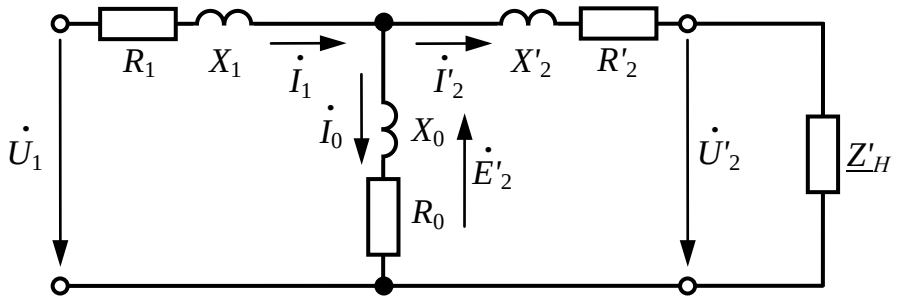


Рис. 6.5. Электрическая схема замещения приведённого трансформатора

6.5. Работа трансформатора в режиме холостого хода

Режимом холостого хода трансформатора называется режим при разомкнутой цепи вторичной обмотки. В этом режиме трансформатор, по существу, является катушкой с ферромагнитным сердечником. Цепь первичной обмотки трансформатора в режиме холостого хода представляет собой активно-индуктивный двухполюсник, поэтому ток холостого хода содержит активную и реактивную составляющие. Они соответствуют активной и реактивной мощности, потребляемой трансформатором. Обычно активная мощность не превышает 10% реактивной мощности [7].

В режиме холостого хода (рис. 6.6) к первичной обмотке трансформатора А–Х подводится через регулятор напряжения *РН* напряжение U_{10}, равное его номинальному значению U_{1H}. Вторичная обмотка трансформатора а–х при этом разомкнута и ток в ней $I_{20} = 0$. В первичной обмотке трансформатора течёт ток холостого хода I_{10} (примерно равен току намагничивания I_0), значение которого обычно невелико и составляет 2 – 10% от величины номинального тока первичной обмотки I_{1H}. С увеличением номинальной мощности трансформатора относительное значение тока холостого хода снижается.

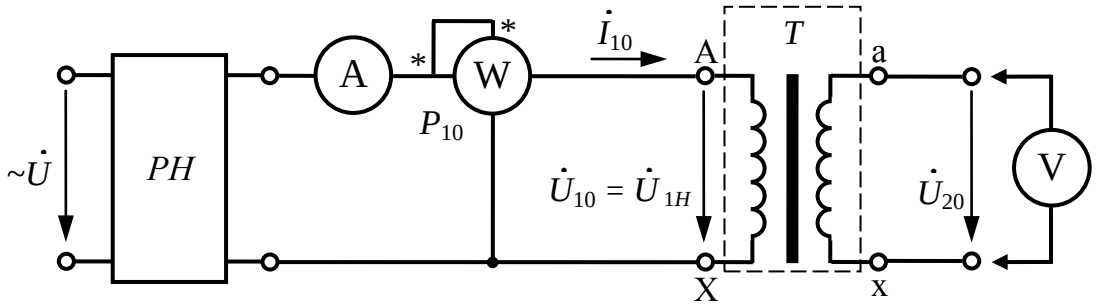


Рис. 6.6. Схема работы трансформатора в режиме холостого хода

Пренебрегая влиянием падения напряжения на первичной обмотке трансформатора $Z_1 I_{10}$ ввиду его небольшого значения по сравнению с E_1, коэффициент трансформации k приближённо можно определить по показаниям вольтметров в опыте холостого хода как отношение величины напряжения на первичной обмотке U_{10} к величине напряжения на вторичной обмотке U_{20}:

$$k = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{U_{10}}{U_{20}}. \qquad (6.17)$$

Так как полезная мощность при работе трансформатора вхолостую равна нулю, то активная мощность P_{10}, потребляемая трансформатором в режиме холостого хода, характеризует магнитные потери в магнитопроводе P_M (расходование энергии на перемагничивание сердечника трансформатора и вихревые токи) и электрические потери $P_Э$ (нагрев первичной обмотки при протекании по ней тока). Магнитные потери ещё называют потерями «в стали», а электрические – «в меди».

Поскольку активное сопротивление первичной обмотки R_1 и ток холостого хода I_{10} незначительны, то электрическими потерями можно пренебречь ($P_{Э1} = R_1 I_{10}^2 \approx 0$) и считать, что вся мощность холостого хода, измеряемая ваттметром, представляет собой мощность магнитных потерь в магнитопроводе P_M, т.е.

$$P_{10} \approx P_M = R_0 I_{10}^2 . \qquad (6.18)$$

По результатам измерения электрических величин в опыте холостого хода можно определить параметры ветви намагничивания схемы замещения холостого хода трансформатора (рис. 6.7):

$$Z_0 = \frac{U_{10}}{I_{10}}; R_0 = \frac{P_{10}}{I_{10}^2} = Z_0 \cos\varphi_0; X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2}; \cos\varphi_0 = \frac{P_{10}}{U_{10} I_{10}}, \qquad (6.19)$$

где R_0, X_0 и Z_0 – активное, реактивное индуктивное и полное сопротивления ветви намагничивания при холостом ходе трансформатора; $\cos\varphi_0$ – коэффициент мощности холостого хода.

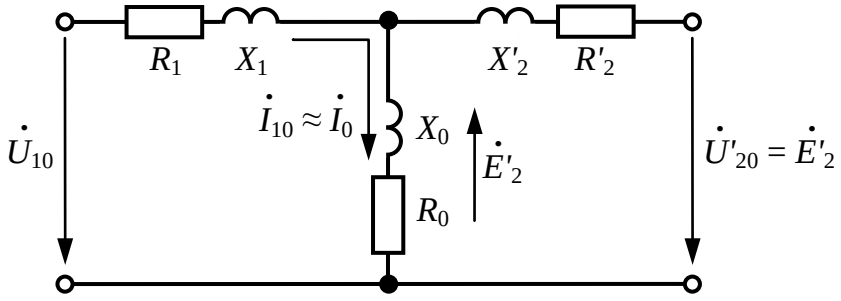


Рис. 6.7. Электрическая схема замещения холостого хода трансформатора

Опыт холостого хода обычно проводят при различных значениях напряжения первичной обмотки U_1 в диапазоне $(0{,}3 - 1{,}1)U_{1H}$ и по полученным данным строят характеристики холостого хода, представляющие собой зависимости I_{10}, P_{10}, $\cos\varphi_0$ от U_1. Типичный вид этих характеристик соответствует кривым, построенным на рис. 6.8 для ветви намагничивания, так как основные процессы в опыте холостого хода связаны с электромагнитными явлениями в сердечнике трансформатора.

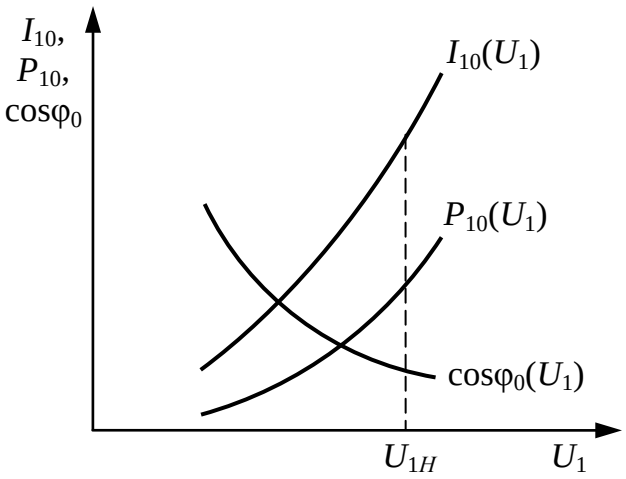


Рис. 6.8. Характеристики холостого хода трансформатора

6.6. Работа трансформатора в режиме короткого замыкания

Опыт короткого замыкания является, наряду с опытом холостого хода, обязательным при испытаниях трансформатора, а также при определении параметров схемы замещения. Под режимом короткого замыкания понимают режим, при котором выводы вторичной обмотки замкнуты между собой. Такой режим при номинальном напряжении питания или напряжении, близком к его номинальному значению, является аварийным и может привести к разрушению трансформатора. Однако при пониженном напряжении он безопасен и используется для определения параметров обмоток [7].

При проведении опыта короткого замыкания трансформатора, в отличие от опасного режима короткого замыкания, возникающего в аварийных условиях самопроизвольно, к первичной обмотке трансформатора А–Х подводится через регулятор напряжения *РН* малое напряжение U_{1K} около 5% от U_{1H}, при котором в его первичной обмотке возникает ток, равный номинальному значению: $I_{1K} = I_{1H}$. Вторичная обмотка трансформатора а–х при этом замкнута накоротко (рис. 6.9) и напряжение на ней равно нулю ($U_{2K} = 0$), а ток приближается к номинальному значению $I_{2K} = I_{2H}$.

Коэффициент трансформации k приближённо можно определить при опыте короткого замыкания как отношение величины тока вторичной обмотки I_{2K} к величине тока первичной обмотки I_{1K}:

$$k = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{I_{2K}}{I_{1K}} = \frac{I_{2H}}{I_{1H}}. \qquad (6.20)$$

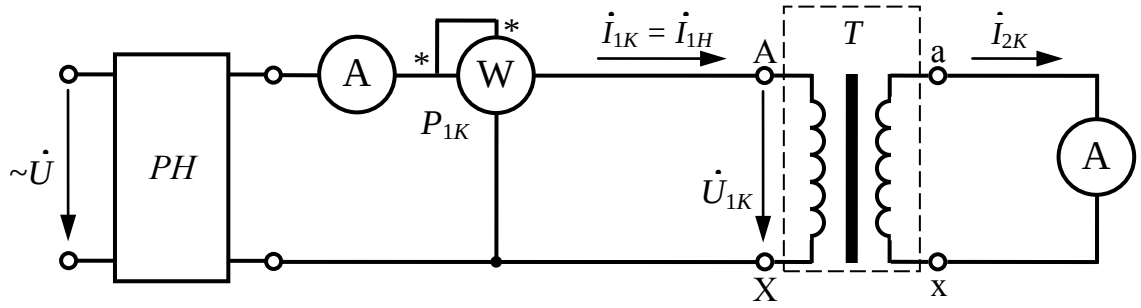


Рис. 6.9. Схема работы трансформатора в режиме короткого замыкания

Активная мощность, потребляемая трансформатором в опыте короткого замыкания, преобразуется в тепло в обмотках трансформатора, а также в его сердечнике. Однако магнитные потери в сердечнике здесь составляют доли процента от потерь, соответствующих номинальному режиму или режиму холостого хода, так как основной магнитный поток Φ_0 в опыте короткого замыкания в десятки раз меньше, чем в вышеописанных режимах.

Опыт короткого замыкания проводится в процессе исследований трансформатора для определения электрических потерь мощности в обмотках $P_Э$. В опыте короткого замыкания вся мощность P_{1K}, потребляемая трансформатором, идёт на нагрев обмоток трансформатора, а магнитные потери в магнитопроводе $P_M \approx 0$. Мощность P_{1K}, измеряемая ваттметром, равна электрическим потерям мощности в обмотках трансформатора при номинальной нагрузке, так как $I_{1K} = I_{1H}$:

$$P_{1K} \approx P_Э = R_1 I_{1K}^2 + R_2 I_{2K}^2 . \qquad (6.21)$$

С учётом формул (6.11) и (6.20) мощность P_{1K} можно представить через параметры схемы замещения приведённого трансформатора и эквивалентное активное сопротивление короткого замыкания R_K:

$$P_{1K} \approx P_Э = R_1 I_{1K}^2 + R_2 (k I_{1K})^2 = (R_1 + R_2') I_{1K}^2 = R_K I_{1K}^2 . \qquad (6.22)$$

По результатам измерения электрических величин в опыте короткого замыкания можно определить параметры трансформатора при коротком замыкании:

$$Z_K = \frac{U_{1K}}{I_{1K}}; R_K = \frac{P_{1K}}{I_{1K}^2} = Z_K \cos\varphi_k; X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2}; \cos\varphi_k = \frac{P_{1K}}{U_{1K} I_{1K}}, \qquad (6.23)$$

где R_K, X_K и Z_K – активное, реактивное индуктивное и полное сопротивления короткого замыкания трансформатора; $\cos\varphi_k$ – коэффициент мощности короткого замыкания.

Отсюда можно вычислить параметры обмоток в схеме замещения короткого замыкания трансформатора (рис. 6.10):

$$R_1 = R_2' = R_2 k^2 = \frac{R_K}{2}; X_1 = X_2' = X_2 k^2 = \frac{X_K}{2}. \qquad (6.24)$$

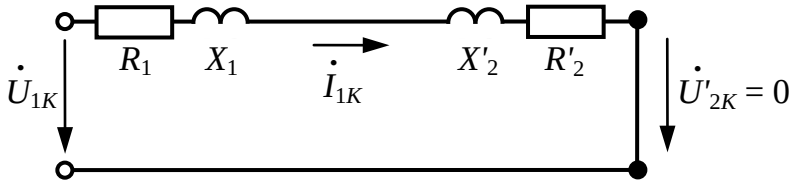


Рис. 6.10. Электрическая схема замещения короткого замыкания трансформатора

Напряжение, при котором ток первичной обмотки равен номинальному значению, называется *напряжением короткого замыкания*, а его отношение к номинальному напряжению является важным параметром трансформатора $u_{k\%}$, на основании которого определяется изменение напряжения вторичной обмотки нагруженного трансформатора.

$$u_{k\%} = \frac{U_{1K}}{U_{1H}} = \frac{Z_K I_{1H}}{U_{1H}} \cdot 100\%. \qquad (6.25)$$

Чем выше номинальные напряжения обмоток трансформатора, тем больше $u_{k\%}$, так как с увеличением толщины изоляции проводов возрастают потокосцепления рассеяния, а следовательно, и индуктивные сопротивления рассеяния обмоток X_1 и X_2.

Также в опыте короткого замыкания трансформатора получают и строят характеристики короткого замыкания, представляющие собой зависимости I_{1K}, $\cos\varphi_k$, P_{1K} от U_1 в диапазоне $(0{,}1 - 1{,}0)U_{1K}$ (рис. 6.11). В некоторых случаях может наблюдаться незначительная нелинейность характеристик вследствие нелинейности кривой намагничивания магнитопровода, по которому частично замыкаются потоки рассеяния.

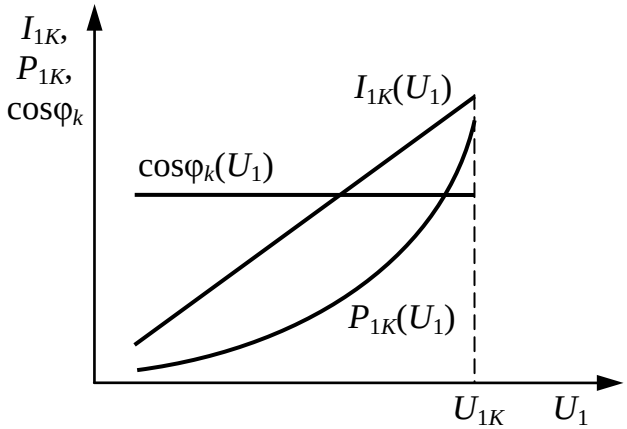


Рис. 6.11. Характеристики короткого замыкания трансформатора

6.7. Работа трансформатора в режиме нагрузки. КПД трансформатора

Под режимом нагрузки понимается эксплуатационный режим трансформатора с приёмником, подключенным к вторичной обмотке. С учётом падения напряжения на сопротивлении приёмника $\underline{Z}_H$ уравнение электрического состояния вторичной обмотки имеет вид [7]

$$\dot{U}_2 = \underline{Z}_H \dot{I}_2 = \dot{E}_2 - \underline{Z}_2 \dot{I}_2 . \qquad (6.26)$$

Увеличение тока нагрузки I_2 ведёт к пропорциональному увеличению МДС вторичной обмотки F_2 и, согласно формулам (6.1) и (6.2), уменьшению результирующей МДС F_0 и основного магнитного потока Φ_0. Уменьшение Φ_0 приводит, согласно формулам (6.6) и (6.7), к уменьшению ЭДС первичной и вторичной обмоток E_1 и E_2. Так как величина приложенного к первичной обмотке напряжения U_1 = const, то произойдет увеличение тока I_1 настолько, чтобы падение напряжения $Z_1 I_1$ скомпенсировало снижение E_1, согласно формуле (6.9). Увеличение тока I_1 в свою очередь приводит к увеличению МДС F_1, поэтому F_0 и Φ_0 стремятся принять прежние значения. Это явление называют *саморегулирование потребляемой мощности трансформатора*.

В режиме нагрузки трансформатора (рис. 6.12) получают *нагрузочные характеристики* – зависимости напряжения вторичной обмотки U_2, коэффициента мощности $\cos\varphi_1$ и КПД трансформатора η от тока нагрузки I_2 при $\cos\varphi_2$ = const и U_1 = const (рис. 6.13). Ток нагрузки I_2 изменяют через регулятор напряжения первичной обмотки *РН* в диапазоне $(0{,}2 - 1{,}2)I_{2H}$ [7].

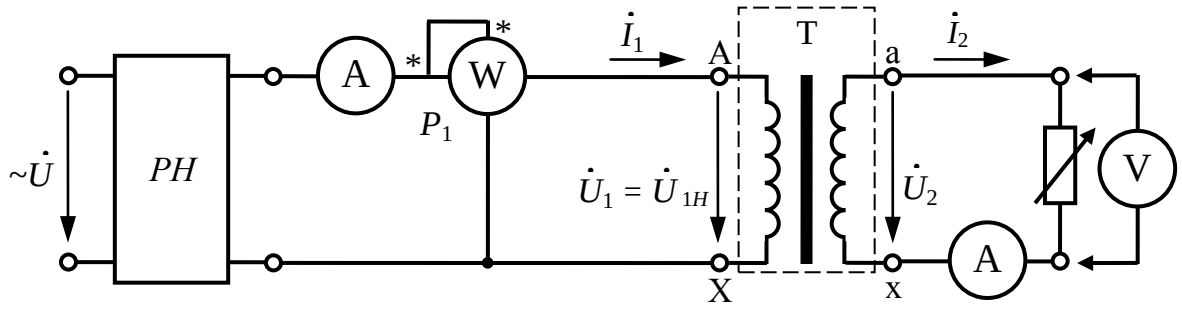


Рис. 6.12. Схема работы трансформатора в режиме нагрузки

Зависимость $U_2(I_2)$ является *внешней характеристикой* трансформатора. Согласно выражению (6.26), изменение тока нагрузки трансформатора I_2 приводит к изменению напряжения U_2 на зажимах его вторичной обмотки.

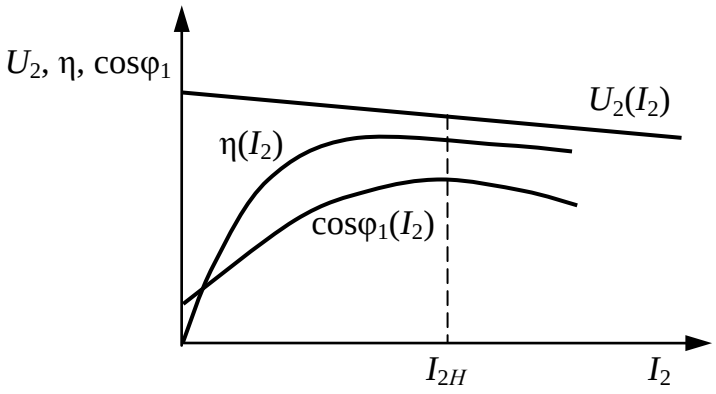


Рис. 6.13. Нагрузочные характеристики трансформатора

Внешняя характеристика имеет большое значение для эксплуатации трансформатора, так как стандартом на качество электроэнергии ГОСТ 32144–2013 определяется допустимое отклонение напряжения в сети от номинального значения в пределах ± 5%. Отклонение напряжения опасно для многих видов нагрузки трансформатора, поэтому нужно уметь произвести его оценку.

Для оценки отклонения напряжения от номинального значения используется величина, называемая *процентным изменением вторичного напряжения* трансформатора [7],

$$\Delta U_{\%} = \frac{U_{2H} - U_2}{U_{2H}} \cdot 100\% = \frac{U_{1H} - U_2'}{U_{1H}} \cdot 100\% \qquad (6.27)$$

и коэффициент нагрузки трансформатора, определяемый отношением тока вторичной обмотки к его номинальному значению:

$$\beta = I_2/I_{2H}. \qquad (6.28)$$

Изменение вторичного напряжения трансформатора можно представить через напряжение короткого замыкания и коэффициент нагрузки трансформатора:

$$\Delta U_{\%} = \beta u_{k\%} \cos(\varphi_k - \varphi_2). \qquad (6.29)$$

Процентное изменение напряжения $\Delta U_{\%}$ положительно, если $U_2 < U_{2H}$. Из выражения (6.29) следует, что при активной и активно-индуктивной нагрузке ($\varphi_2 \geq 0$) с увеличением угла сдвига фаз φ_2 напряжение на вторичной обмотке трансформатора U_2 уменьшается и достигает минимума при $\varphi_2 = \varphi_k$. В случае активно-ёмкостной нагрузки ($\varphi_2 < 0$) при условии $\varphi_2 = \varphi_k - \pi/2$ значение $\Delta U_{\%}$ равно нулю, поэтому напряжение U_2 равно номинальному и не зависит от величины нагрузки. Дальнейшее уменьшение φ_2 ($\varphi_2 < \varphi_k - \pi/2$) приводит к увеличению $\Delta U_{\%}$, при этом напряжение U_2 будет больше U_{2H} (рис. 6.14).

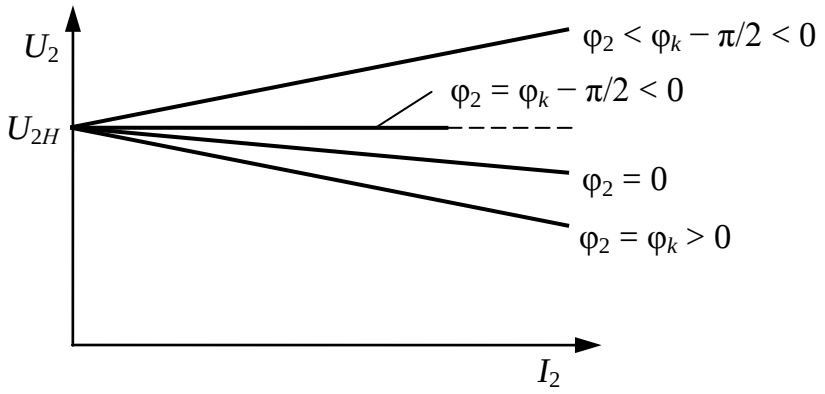


Рис. 6.14. Внешние характеристики
при различном угле сдвига фаз φ_2

КПД трансформатора η в номинальном режиме обычно составляет от 80 до 95% и представляет собой отношение полезной мощности к мощности, потребляемой им из сети, а также может определяться через мощность нагрузки с учётом магнитных и электрических потерь.

Электрические потери $P_Э$ являются переменными, так как их величина зависит от величин токов в обмотках или от коэффициента нагрузки трансформатора β. При неизменном первичном напряжении (U_1 = const) магнитные потери P_M постоянны, т. е. не зависят от нагрузки трансформатора.

Выражения для определения КПД трансформатора [7]:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\% = \frac{P_2}{P_2 + \beta^2 P_Э + P_M} \cdot 100\%; \qquad (6.30)$$

$$P_2 = U_2 I_2 \cos\varphi_2. \qquad (6.31)$$

Из выражений (6.30) и (6.31) следует, что КПД трансформатора зависит от характера $\cos\varphi_2$ и коэффициента нагрузки β. Функция $\eta = f(\beta)$ имеет максимум при некотором оптимальном значении

$$\beta' = \sqrt{\frac{P_M}{P_Э}}. \qquad (6.32)$$

Это означает, трансформатор будет работать с максимальным значением КПД при полной нагрузке $\beta = 1$ в том случае, если мощность магнитных потерь в магнитопроводе равна мощности электрических потерь. Однако на практике такого не может случиться. Следовательно, для обеспечения высокого КПД при значительных колебаниях мощности нагрузки трансформатор нужно проектировать с таким расчётом, чтобы β' = 0,45 – 0,65, т.е. трансформатор работает с максимальным КПД при нагрузке, составляющей 45 – 65% от номинальной.

Тогда при изменении нагрузки в пределах β = 0,3 – 1,0 снижение КПД составит не более 5 – 7% от максимального значения. Причём это снижение будет минимальным при чисто активной нагрузке.

Характер нагрузки, численно представляемый $\cos\varphi_2$, также значительно влияет на КПД трансформатора, который достигает максимального значения при чисто активной нагрузке $\cos\varphi_2 = 1$ при любых значениях β (рис. 6.15).

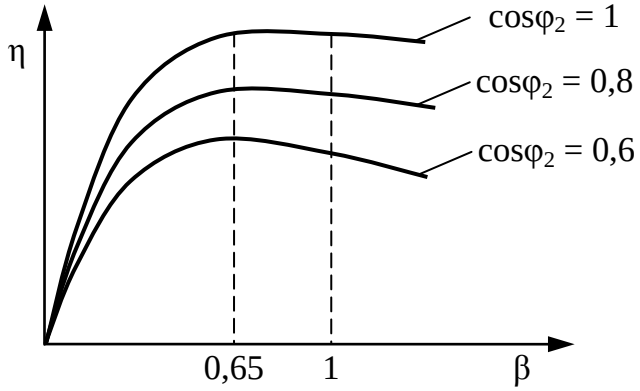


Рис. 6.15. Зависимость КПД характера нагрузки $\cos\varphi_2$

Трансформатор является высокоэффективным преобразователем электрической энергии. Коэффициент полезного действия мощных трансформаторов доходит до 99,5%. Однако справочное значение КПД не отражает эффективности использования трансформатора, так как обычно его нагрузка меняется в широких пределах как по величине, так и по характеру.

Например, если в течение половины рабочего времени нагрузка трансформатора была активно-индуктивной, а в течение второй половины чисто активной, то отношение количества энергии W_2 (кВт·ч), переданной потребителю, к количеству энергии W_1 (кВт·ч), полученной из сети, будет существенно ниже, чем при работе только с активной нагрузкой. Поэтому на практике для силовых трансформаторов используют *КПД по энергии* за определённый промежуток времени, отражающий эффективность их эксплуатации.

$$\eta_W = \frac{W_2}{W_1}. \qquad (6.33)$$

Аналогично понизится КПД, рассчитанный по количеству энергии, если нагрузка в течение длительного времени будет значительно меньше номинальной.

6.8. Мощности трансформатора

Поток электрической энергии, потребляемой трансформатором от источника питания, частично преобразуется в тепло в самом трансформаторе, а вся оставшаяся часть передаётся в нагрузку. Кроме того, между трансформатором и источником питания происходит постоянный периодический обмен энергией, связанный с формированием электромагнитных полей и количественно определяемый потребляемой реактивной мощностью [7].

Первичная обмотка потребляет из питающей сети мощность

$$P_1 = U_1 I_1 \cos\varphi_1 . \qquad (6.34)$$

Часть этой мощности рассеивается в первичной обмотке в виде электрических потерь «в меди»:

$$P_{Э1} = R_1 I_1^2 , \qquad (6.35)$$

а другая часть – в магнитопроводе в виде магнитных потерь «в стали»:

$$P_M = R_0 I_0^2 . \qquad (6.36)$$

Оставшаяся часть активной мощности, называемая электромагнитной мощностью, передаётся магнитным полем во вторичную обмотку:

$$P_{ЭМ} = E_2 I_2 \cos\psi_2 , \qquad (6.37)$$

где ψ_2 – угол сдвига фаз между ЭДС и током вторичной обмотки, и с учётом электрических потерь во вторичной обмотке

$$P_{Э2} = R_2 I_2^2 \qquad (6.38)$$

передаётся в нагрузку.

Таким образом, уравнение баланса активных мощностей для трансформатора имеет вид

$$P_1 = P_{ЭМ} + P_{Э1} + P_M = P_2 + P_{Э1} + P_{Э2} + P_M . \qquad (6.39)$$

Помимо активной мощности трансформатор потребляет из сети реактивную мощность, расходуемую на формирование магнитных и электрических полей. Реактивная мощность непосредственно не преобразуется в другие неэлектрические виды энергии, поэтому под словом «потребление» подразумевают обмен реактивной мощностью между источником питания и трансформатором (см. подр. 6.7).

Таким образом, трансформатор потребляет из сети реактивную мощность

$$Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1, \tag{6.40}$$

которая расходуется на создание магнитных полей рассеяния первичной и вторичной обмоток:

$$Q_{M1} = X_1 I_1^2; \tag{6.41}$$

$$Q_{M2} = X_2 I_2^2, \tag{6.42}$$

а также магнитного поля в сердечнике:

$$Q_M = X_0 I_0^2. \tag{6.43}$$

Оставшаяся часть реактивной мощности передаётся в нагрузку:

$$Q_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2, \tag{6.44}$$

Таким образом, уравнение баланса реактивных мощностей для трансформатора имеет вид

$$Q_1 = Q_2 + Q_{M1} + Q_{M2} + Q_M. \tag{6.45}$$

В случае активно-ёмкостной нагрузки $Q_2 < 0$ и она является источником реактивной мощности. Если при этом $Q_1 > 0$, то реактивная мощность потребляется обеими обмотками и расходуется на формирование магнитных полей трансформатора.

Номинальной полной мощностью трансформатора называется указанное в паспорте значение полной мощности, на которую трансформатор может быть нагружен непрерывно в номинальных условиях установки при номинальной частоте и напряжении:

$$S_H = U_{2H} I_{2H} \approx U_{1H} I_{1H}. \tag{6.46}$$

6.9. Определение начал и концов обмоток трансформатора

В самом простом случае, когда силовой трансформатор имеет одну первичную и вторичную обмотку, расположение начал и концов обмоток не имеет значения, так как при любом порядке подключения выводов первичной обмотки к источнику переменного напряжения на выводах вторичной возникнет переменная ЭДС.

В случае использования трансформатора в системе питания совместно с другими трансформаторами в качестве преобразователя или формирователя информационных сигналов, а также наличия несколь-

ких первичных и вторичных обмоток необходимо знать, какие выводы первичной и вторичной обмоток соответствуют одинаковой фазе наводимых в них ЭДС и напряжений.

Если по каким-либо причинам выводы обмоток трансформатора не обозначены, их определяют опытным путём [7, 12].

Сначала определяют пары выводов, соответствующих каждой из обмоток, и их назначение – какая обмотка является первичной, а какая вторичной. Здесь можно использовать омметр, измерив сопротивления обмоток, можно однозначно сказать, какая из них является первичной, а какая вторичной. В трансформаторах малой и средней мощности первичная обмотка может содержать 1000 – 5000 витков, намотанных тонким медным проводом, и при этом может достичь сопротивления до 1,5 кОм, тогда как вторичная обмотка содержит небольшое количество витков, намотанных толстым проводом, и её сопротивление может составлять единицы или десятки ом.

Если омметра нет, то обращают внимание на диаметр обмоточного провода, которым намотаны обмотки. Как правило, первичную обмотку мотают проводом меньшего сечения по сравнению с сечением провода вторичной обмотки, чей диаметр провода заметно больше.

Далее определяют начала и концы обмоток. Визуально даже в трансформаторах без бака определить начала и концы обмоток весьма сложно, а зачастую и невозможно, так как намотки катушек могут иметь разное направление. По направлению намотки простых цилиндрических обмоток различают «правые» и «левые» катушки. Катушка считается «правой», если провод от верхнего наружного конца идёт вокруг сердечника по часовой стрелке (обмотки *5-6* и *7-8* на рис. 6.16, *а*), и «левой», если направление провода вокруг сердечника против часовой стрелки (обмотки *1-2* и *3-4* на рис. 6.16, *а*).

Именно расположение и направление намотки катушек обмоток влияет на синфазность напряжений между их выводами. Разметка начал и концов обмоток производится так, что по отношению к этим выводам напряжение на них и ЭДС, индуктируемая в обмотках при изменении магнитного потока, пронизывающего обе обмотки, имеют одинаковые направления. Направление индуцируемых в обмотках ЭДС принято обозначать от конца обмотки к её началу, а напряжения, возникающие между выводами вторичных обмоток, – от начала обмотки к её концу, так как ток через пассивную нагрузку всегда совпадает с падением напряжения на ней.

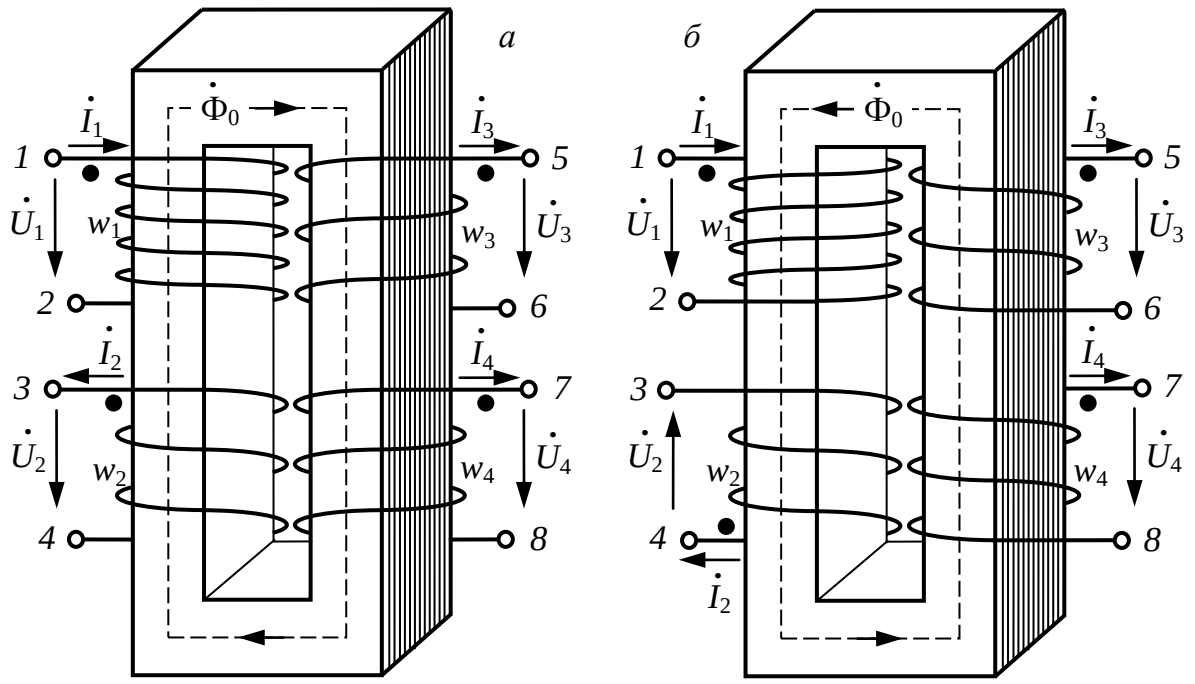


Рис. 6.16. Схемы обмоток трансформатора

На рис. 6.16, *а* и *б* показаны четырёхобмоточные трансформаторы с одной первичной *1-2* и тремя вторичными обмотками *3-4*, *5-6* и *7-8*. Направление основного магнитного потока Φ_0 задает, согласно правилу «буравчика», ток первичной обмотки I_1. На схеме 6.16, *а* магнитный поток Φ_0 идет по часовой стрелке, а на схеме 6.16, *б* – против часовой стрелки. Началом первичной обмотки в обоих случаях будет вывод с бóльшим потенциалом, т.е. вывод *1*.

«Левые» катушки обмоток *1-2* и *3-4* и «правые» катушки обмоток *5-6* и *7-8* на рис. 6.16, *а* располагаются на противоположных стержнях магнитопровода. Направление напряжения на выводах вторичных обмоток определяется по индукционному току в обмотке – вывод, из которого будет выходить ток, является выводом с большим потенциалом и соответственно началом обмотки. Однако на первичной обмотке, которая является приёмником тока, ситуация иная – входное напряжение совпадает с падением напряжения на самой первичной обмотке, т.е. вывод, в который выходит ток, является выводом с большим потенциалом и соответственно началом обмотки.

Таким образом, выводы *1, 3, 5, 7* схемы трансформатора на рис. 6.16, *а* являются началами обмоток (на схеме обозначены жирными точками). В результате напряжения на выводах *1-2*, *3-4*, *5-6* и *7-8* (начало → конец) будут иметь одинаковую фазу, т.е. в один и тот же момент времени одинаковую полярность.

На рис. 6.16, *б* «правая» катушка обмотки *1-2* и «левая» катушка обмотки *3-4* располагаются на одном стержне, но намотаны встречно. В результате ток I_1 катушки обмотки *3-4* выходит из вывода *4* и соответственно является началом обмотки. В этой же схеме «левые» катушки обмоток *5-6* и *7-8* располагаются на противоположных стержнях и намотаны «согласно», в результате напряжения на выводах *5-6* и *7-8* (начало → конец) будут синфазны по отношению к напряжению на выводах катушки *1-2*.

Для опытного определения начал и концов обмоток первичную и вторичную обмотки соединяют последовательно по схеме на рис. 6.17. Вывод *1* принимаем за начало первичной обмотки. Вывод *2* первичной и вывод *3* вторичной обмоток соединяют проводом, а на свободные концы обмоток *1* и *4* подают переменное напряжение *U*. Остальные обмотки разомкнуты, и трансформатор работает на холостом ходу.

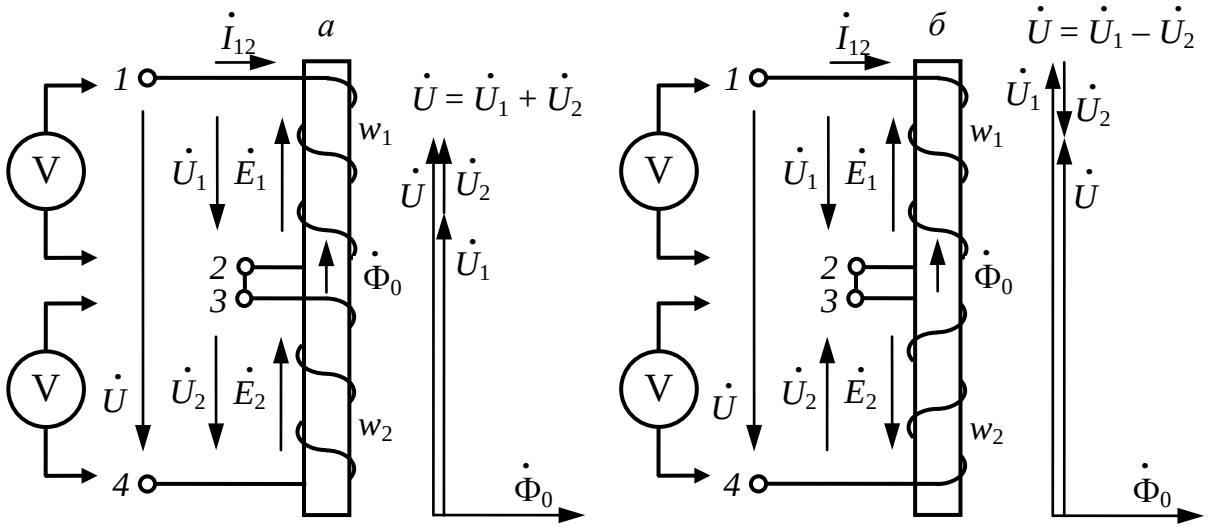


Рис. 6.17. Схемы опытного определения начал и концов обмоток

Сопротивление последовательно соединенных обмоток ($Z_1 + Z_2$) будет не намного больше сопротивления первичной обмотки Z_1, так как сопротивление Z_2 в k^2 раз меньше Z_1, т.е. в сотни раз. То же можно утверждать и об МДС обмоток: F_2 в k раз меньше F_1, так как $w_2 = w_1/k$. Соответственно магнитный поток Φ_0 последовательно соединенных обмоток будет несильно отличаться от магнитного потока, создаваемого отдельно взятой первичной обмоткой, ни по величине, ни по направлению при любом взаимном расположении катушек обмоток.

ЭДС E_1 и E_2, наводимые в обмотках магнитным потоком Φ_0, будут зависеть от направления намотки катушек и магнитного потока. Напряжения на отдельно взятых обмотках, согласно формуле (6.9), зависят от наводимых в них ЭДС.

Тогда при согласной намотке катушек (см. рис. 6.17, *а*) алгебраическая сумма напряжений U_1 и U_2, измеряемых на выводах отдельных обмоток, равна общему подводимому напряжению U.

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_1 + \underline{Z}_1 \dot{I}_{12}; \tag{6.47}$$

$$\dot{U}_2 = \dot{E}_2 + \underline{Z}_2 \dot{I}_{12}; \tag{6.48}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = \dot{E}_1 + \dot{E}_2 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)\dot{I}_{12}. \tag{6.49}$$

При встречной намотке катушек (рис. 6.17, *б*) ЭДС и напряжение вторичной обмотки будут направлены против соответствующих величин первичной обмотки. Тогда общему напряжению U соответствует алгебраическая разность измеряемых напряжений U_1 и U_2.

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_1 + \underline{Z}_1 \dot{I}_{12}; \tag{6.50}$$

$$-\dot{U}_2 = -\dot{E}_2 + \underline{Z}_2 \dot{I}_{12}; \tag{6.51}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)\dot{I}_{12}. \tag{6.52}$$

Так как величина общего подводимого напряжения U = const, то произойдет увеличение тока I_{12} настолько, чтобы падение напряжения $(Z_1 + Z_2)I_{12}$ скомпенсировало уменьшение общей ЭДС $(E_1 - E_2)$. Вместе с током I_{12} возрастут результирующая МДС F_0 и магнитный поток Φ_0, увеличивающий ЭДС обмоток, согласно формулам (6.1) – (6.9). Поэтому при встречной намотке катушек напряжения на выводах отдельных обмоток U_1 и U_2 будут больше по величине, чем те же напряжения при согласной намотке катушек.

Например, при общем подводимом напряжении U, равном 100 В, и согласной намотке катушек (см. рис. 6.17, *а*) напряжения U_1 и U_2, измеряемые на выводах отдельных обмоток, будут равны примерно 90 и 10 В соответственно. При том же общем подводимом напряжении и встречной намотке катушек (см. рис. 6.17, *б*) напряжения U_1 и U_2 будут равны примерно 112 и 12 В соответственно.

6.10. Трёхфазные трансформаторы

Трансформация трёхфазного тока может осуществляться двумя способами [6, 7]:

1) при помощи трёх однофазных трансформаторов, соединенных в *трёхфазную трансформаторную группу* (рис. 6.18);

2) при помощи трёхфазного трансформатора (рис. 6.19).

Трансформаторы средней и малой мощности выполняются обычно с единым сердечником. Трёхфазный трансформатор меньше по массе и габаритам группы из трёх однофазных трансформаторов.

Однако один однофазный трансформатор из трансформаторной группы легче транспортируется и монтируется, чем трёхфазный трансформатор на полную мощность, что сказывается при больших мощностях. Кроме того, трёхфазная трансформаторная группа более ремонтопригодна, чем трёхфазный трансформатор.

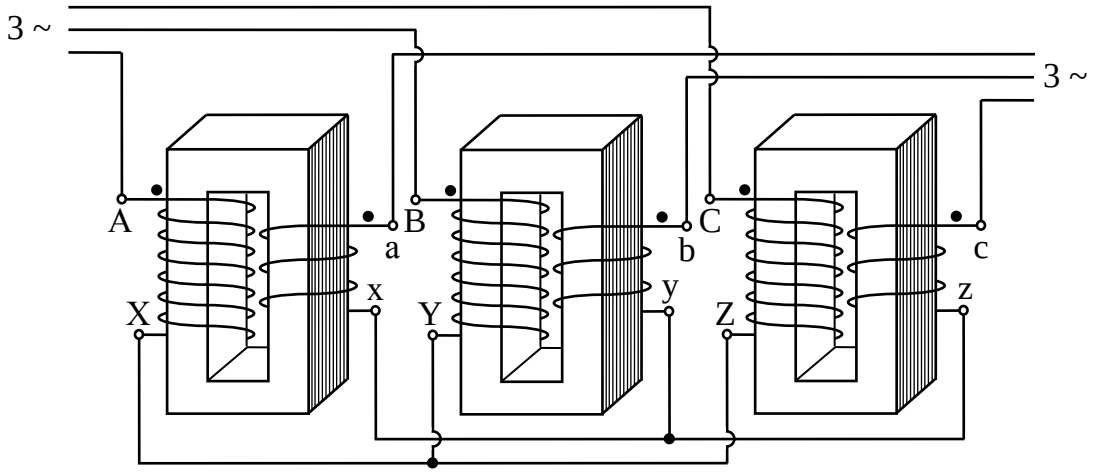


Рис. 6.18. Схема трансформаторной группы Y/Y

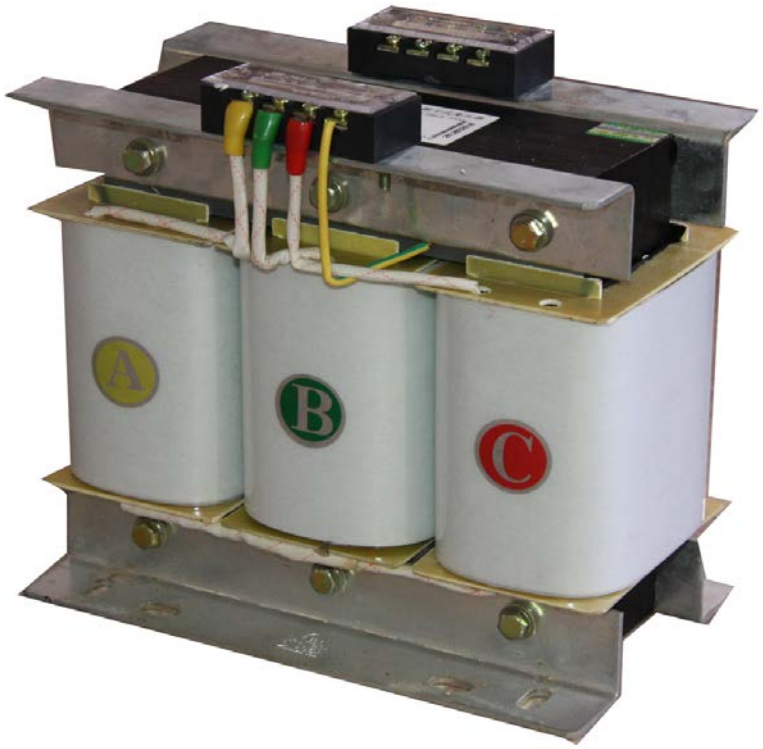


Рис. 6.19. Внешний вид трёхфазного трансформатора

В установках мощностью примерно до 60 000 кВА обычно применяют трёхфазные трёхстержневые трансформаторы (рис. 6.20). У данных аппаратов обмотки расположены на трёх стержнях, расположенных в одной плоскости и объединённых в общий магнитопровод двумя ярмами. Но такой магнитопровод является *несимметричным*: магнитное сопротивление потоку средней фазы Φ_B меньше магнитного сопротивления потокам крайних фаз Φ_A и Φ_C из-за разной длины средних магнитных линий сердечника. Для уменьшения магнитного сопротивления потокам крайних фаз сечение ярм делают на 10 – 15% больше сечения стержней, что уменьшает их магнитное сопротивление [см. формулу 6.2]. Асимметрия токов холостого хода трёхстержневого трансформатора практически не отражается на его работе, так как даже при небольшой нагрузке различие в значениях токов I_A , I_B и I_C становится незаметным.

Таким образом, при симметричном питающем напряжении и равномерной трёхфазной нагрузке все фазы трёхфазного трансформатора, выполненного на трёхстержневом магнитопроводе, практически находятся в одинаковых условиях. Поэтому рассмотренные в подр. 6.3 – 6.8 уравнения напряжений, МДС, токов, мощностей, а также схемы замещения могут быть использованы для анализа работы каждой фазы трёхфазного трансформатора.

Выводы обмоток трёхфазных трансформаторов, согласно ГОСТ Р 52719–2007, принято обозначать следующим образом: начала и концы обмоток *ВН* – A, B, C и X, Y, Z соответственно; начала и концы обмоток *НН* – a, b, c и x, y, z.

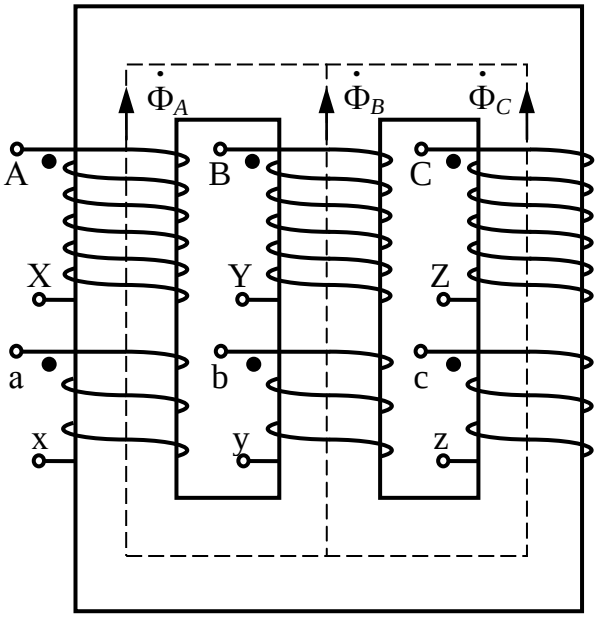


Рис. 6.20. Схема трёхфазного трансформатора

Обмотки трёхфазных трансформаторов принято соединять по следующим схемам: звезда (Y), звезда с нулевым выводом (Y_H), треугольник (Δ), зигзаг с нулевым выводом (Z_N). Схемы соединения обмоток трансформатора обозначают дробью, в числителе которой указана схема соединения обмоток *ВН*, а в знаменателе – обмоток *НН*. Например, Y/Δ означает, что обмотки *ВН* соединены в звезду, а обмотки *НН* – в треугольник.

Для обеспечения возможности параллельной работы трёхфазных трансформаторов кроме схемы соединения обмоток и обозначения их выводов необходимо знать угол сдвига фаз между напряжениями на первичных и вторичных обмотках каждой фазы. По величине этого угла соединения обмоток делят на *группы*, количество которых при различных способах соединения может достигать 12.

Все возможные сочетания схем и групп соединений трёхфазных двухобмоточных трансформаторов регламентирует ГОСТ Р 52719–2007 «Трансформаторы силовые. Общие технические условия».

Отношение первичных и вторичных линейных напряжений холостого хода в трёхфазном трансформаторе определяется не только отношением чисел витков фазных обмоток, но и схемой их соединений (табл. 6.1).

Таким образом, применяя различные схемы соединения обмоток трёхфазных трансформаторов, можно дискретно изменять мощность, подаваемую на симметричный трёхфазный приёмник, например, трёхфазный асинхронный двигатель.

Таблица 6.1

Отношение линейных напряжений в трёхфазном трансформаторе

Схема соединения обмоток	Y/Y	Δ/Y	Δ/Δ	Y/Δ
Отношение линейных напряжений	w_1/w_2	$w_1/(w_2\sqrt{3})$	w_1/w_2	$(w_1\sqrt{3})/w_2$

Ведущими отечественными предприятиями, производящими однофазные и трёхфазные трансформаторы, а также трансформаторные и распределительные подстанции, являются: ООО «Невский трансформаторный завод «Волхов», АО «Тульский завод трансформаторов», ООО «СлавЭнерго», ОАО «Алтайский трансформаторный завод», ООО Электромашиностроительный завод «ЭМЗ», ООО «Псковский завод силовых трансформаторов» и т.д.

6.11. Автотрансформаторы

Автотрансформатор (рис. 6.21) – это специальный вид трансформатора, в котором между первичной и вторичной обмотками кроме магнитной существует также электрическая связь. Это достигается за счёт того, что часть обмотки принадлежит одновременно первичной и вторичной цепям [7].

Обычный трансформатор можно включить по схеме автотрансформатора, если к концу первичной обмотки подключить начало вторичной или если нагрузку подключить к имеющимся отводам первичной обмотки.

Рис. 6.21. Внешний вид автотрансформатора

Силовые автотрансформаторы широко применяют в линиях передачи и распределения электроэнергии для связи сетей смежных напряжений, например 110 и 220, 220 и 500 кВ и др. Такие автотрансформаторы обычно выполняют на большие мощности (до 500 МВА и выше). Обмотки трёхфазных автотрансформаторов обычно соединяют в звезду (см. подр. 3.2).

Автотрансформаторы применяют в электроприводе переменного тока для уменьшения пусковых токов двигателей значительной мощности, а также для регулировки режимов работы электрометаллургических печей. Автотрансформаторы малой мощности применяют в устройствах радио, связи и автоматики.

Электромагнитные и электрические схемы понижающего и повышающего автотрансформаторов приведены на рис. 6.22, *а* и *б*.

Широко распространены автотрансформаторы с переменным коэффициентом трансформации. В этом случае автотрансформатор снабжают устройством, позволяющим регулировать величину вторичного напряжения путём изменения числа витков. Осуществляется изменение числа витков переключателем или с помощью скользящего контакта (см. рис. 6.22), перемещаемого непосредственно по зачищенным от изоляции виткам обмотки. Такие автотрансформаторы, называемые регуляторами напряжения, могут быть однофазными и трёхфазными.

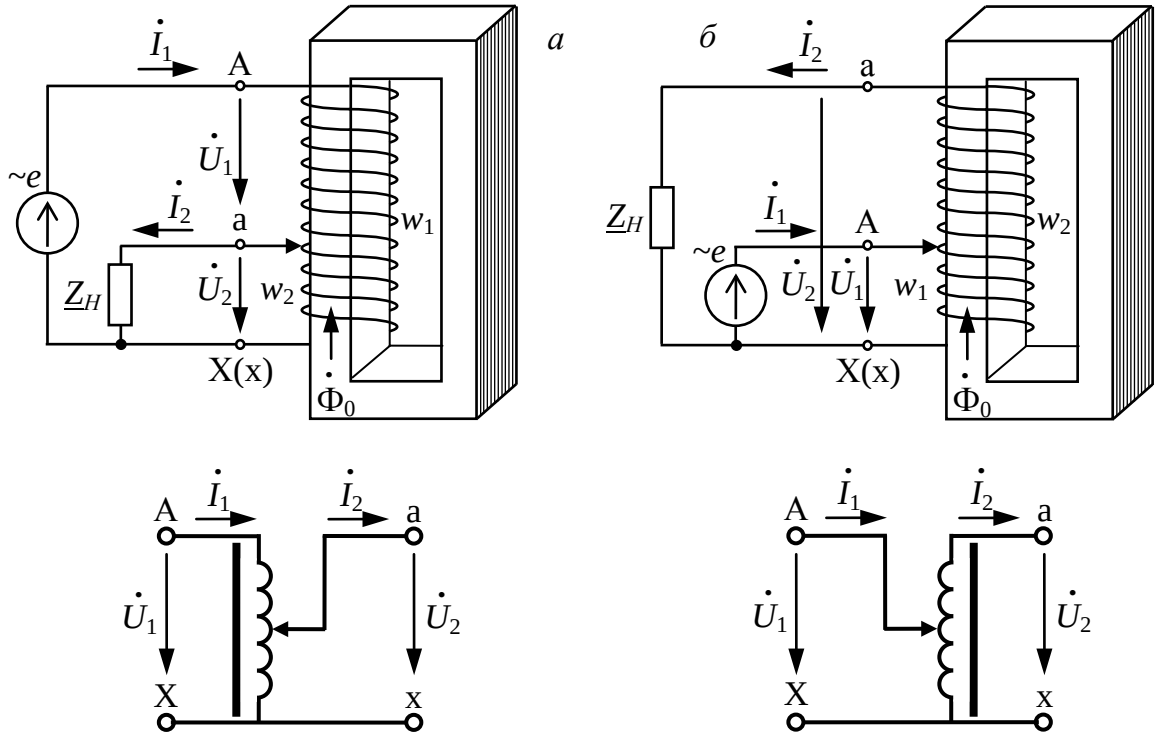


Рис. 6.22. Электромагнитные и электрические схемы автотрансформаторов:
а – понижающий автотрансформатор; *б* – повышающий автотрансформатор

За счёт сопряжённости обмоток (общая часть обмотки автотрансформатора играет роль вторичной обмотки) из первичной цепи во вторичную цепь передается не только электромагнитная мощность, но и электрическая, совокупность которых называют *проходной мощностью* автотрансформатора. Электромагнитная мощность, передаваемая на нагрузку посредством магнитного поля, называется *расчётной*, потому что она определяет расчётные параметры магнитопровода. В обычном трансформаторе проходная мощность является расчётной.

Данная особенность автотрансформатора позволяет использовать при его изготовлении магнитопровод меньшего сечения и меньшей длины средней магнитной линии, чем в двухобмоточном транс-

форматоре равной мощности. Также за счёт сопряженности обмоток уменьшается их общая длина, средняя длина витка и сечение провода в общей части обмоток, что позволяет уменьшить расход меди при изготовлении автотрансформатора. За счёт снижения объёмов стали и расходов меди уменьшаются магнитные и электрические потери автотрансформатора и увеличивается его КПД.

Таким образом, автотрансформатор по сравнению с двухобмоточным трансформатором равной мощности обладает следующими преимуществами: меньшим расходом активных материалов (медь и электротехническая сталь), более высоким КПД, меньшими размерами и стоимостью. У автотрансформаторов большой мощности КПД достигает 99,7%.

Однако с увеличением коэффициента трансформации эти преимущества теряются. При $k = 1$ вся мощность передаётся электрическим путём и автотрансформатор просто не нужен, т.к. нагрузка подключена к первичной сети напрямую. По мере увеличения k доля электромагнитной мощности увеличивается, а электрической снижается. При $k = 2$ обе составляющие проходной мощности становятся одинаковыми, и при дальнейшем увеличении k отличие автотрансформатора от обычного двухобмоточного трансформатора всё более сглаживается. Поэтому увеличение коэффициента трансформации выше двух становится нецелесообразным. Обычно его значение находится в пределах $k = 1{,}25 – 2{,}0$.

Поэтому в линиях передачи и распределения энергии систем электроснабжения автотрансформаторы применяются для связи сетей с близкими значениями напряжений.

Главной особенностью и причиной достоинств автотрансформаторов, как и его недостатков, является наличие электрической связи между обмотками. Она существенно ужесточает требования к качеству изоляции обмотки и к подготовке обслуживающего персонала, т.к. на стороне низшего напряжения между проводами и землёй существует такое же напряжение, как на стороне высшего напряжения. Эта же особенность требует защиты приёмников от перенапряжений.

Кроме того, при коротком замыкании понижающего автотрансформатора его ток существенно выше, чем у двухобмоточного трансформатора, из-за очень низкого сопротивления короткого замыкания. Физически большой ток объясняется тем, что при коротком замыкании он ограничивается только витками части первичной обмотки А–а. Это требует принятия особых мер защиты.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется трансформатором?
2. Какова область применения трансформатора?
3. Перечислите основные виды и классификацию трансформаторов.
4. Объясните конструктивные особенности различных магнитопроводов трансформаторов.
5. Объясните устройство и принцип действия однофазного трансформатора.
6. Поясните условно-положительные направления электрических и магнитных величин на электромагнитной схеме трансформатора.
7. Запишите и поясните уравнения электрического состояния первичной и вторичной обмоток.
8. Перечислите основные рабочие параметры трансформатора.
9. Расскажите, как и с какой целью проводятся опыты холостого хода, короткого замыкания и нагрузки трансформатора.
10. Изобразите и поясните схемы замещения трансформатора при холостом ходе и коротком замыкании.
11. Как коэффициент трансформации трансформатора определяется из опытов холостого хода и короткого замыкания?
12. Почему в опыте холостого хода можно пренебречь электрическими потерями мощности в обмотках трансформатора?
13. Почему при изменении тока нагрузки во вторичной обмотке трансформатора изменяется ток в первичной его обмотке?
14. Что является внешней характеристикой трансформатора?
15. От чего зависит КПД трансформатора?
16. При какой нагрузке достигается максимально возможный КПД трансформатора?
17. Что называется номинальной полной мощностью трансформатора?
18. Как определить выводы обмоток трансформатора опытным путём?
19. Как реализуются трёхфазные трансформаторы?
20. Как принято соединять обмотки трёхфазных трансформаторов и обозначать тип соединения обмоток?
21. Каково устройство, принцип действия и конструктивные особенности автотрансформаторов?

7. АСИНХРОННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

7.1. Общие сведения

Асинхронная электрическая машина – это динамический электромагнитный аппарат, в неподвижной части которого возбуждается вращающееся магнитное поле, а подвижная часть вращается асинхронно, т.е. с угловой скоростью, отличной от угловой скорости магнитного поля. Асинхронные машины относятся к классу бесколлекторных электрических машин переменного тока. Второе название асинхронных машин – *индукционные*, это обусловлено электромагнитными процессами в машине. Асинхронные машины отличаются высокой надежностью в работе, простотой конструкции и эксплуатации, а также меньшей удельной металлоемкостью на единицу мощности по сравнению с машинами постоянного тока [7, 12].

Асинхронные машины обратимы, то есть они могут работать в *режиме двигателя* и в *режиме генератора*. В режиме двигателя рабочие характеристики и эксплуатационные свойства асинхронной машины лучше, чем в режиме генератора, поэтому асинхронные машины практически всегда используются в качестве двигателей, преобразуя электрическую энергию в механическую, и составляют основу современного высокотехнологичного электропривода.

Область применения асинхронных двигателей распространяется на электроприводы бытовых и промышленных вентиляторов, компрессоров и насосов; электроприводы различных грузоподъёмных машин и механизмов, включая подъёмники и башенные краны; электроприводы крупного горного оборудования, такого как дробилки, экскаваторы, буровые установки. Мощность промышленных асинхронных машин варьируется от долей киловатта до сотен киловатт. Асинхронные двигатели имеют высокий КПД, составляющий у машин мощностью выше одного киловатта 0,8 – 0,95, но снижающийся в маломощных двигателях до 0,5.

Питание асинхронных двигателей осуществляется от однофазных, двухфазных и трёхфазных источников, однако наиболее распространёнными в промышленности являются трёхфазные асинхронные двигатели, конструкция которых была разработана М.О. Доливо-Добровольским в 1889 – 1890 гг. и с тех пор не претерпела существенных изменений. В настоящее время асинхронный двигатель является самым распространённым электродвигателем.

Асинхронные двигатели различают по следующим признакам:

- по назначению (общего и узкоспециального назначения);
- диапазону мощностей (низкой, средней и высокой мощности);
- по исполнению (особые климатические, пыле- и влагозащищенные, монтажные и конструктивные исполнения);
- по количеству фаз (одно-, двух- и трёхфазные двигатели);
- по режимам работы (периодический и постоянный режимы);
- по классу нагревостойкости изоляции и др.

На сегодняшний день отечественной промышленностью выпускаются унифицированные серии асинхронных электродвигателей АИР и АИС. Серия АИР (А, 5А, 4А, АД, 7АИ, АМ) – электродвигатели, изготавливаемые по ГОСТ, а АИС (6А, IMM, RA) – электродвигатели, изготавливаемые на экспорт по евростандарту DIN (CENELEC).

7.2. Устройство трёхфазных асинхронных двигателей

Асинхронный двигатель (АД) (рис. 7.1) состоит из двух основных частей: *статора* и *ротора*, разделённых воздушным зазором [7, 12].

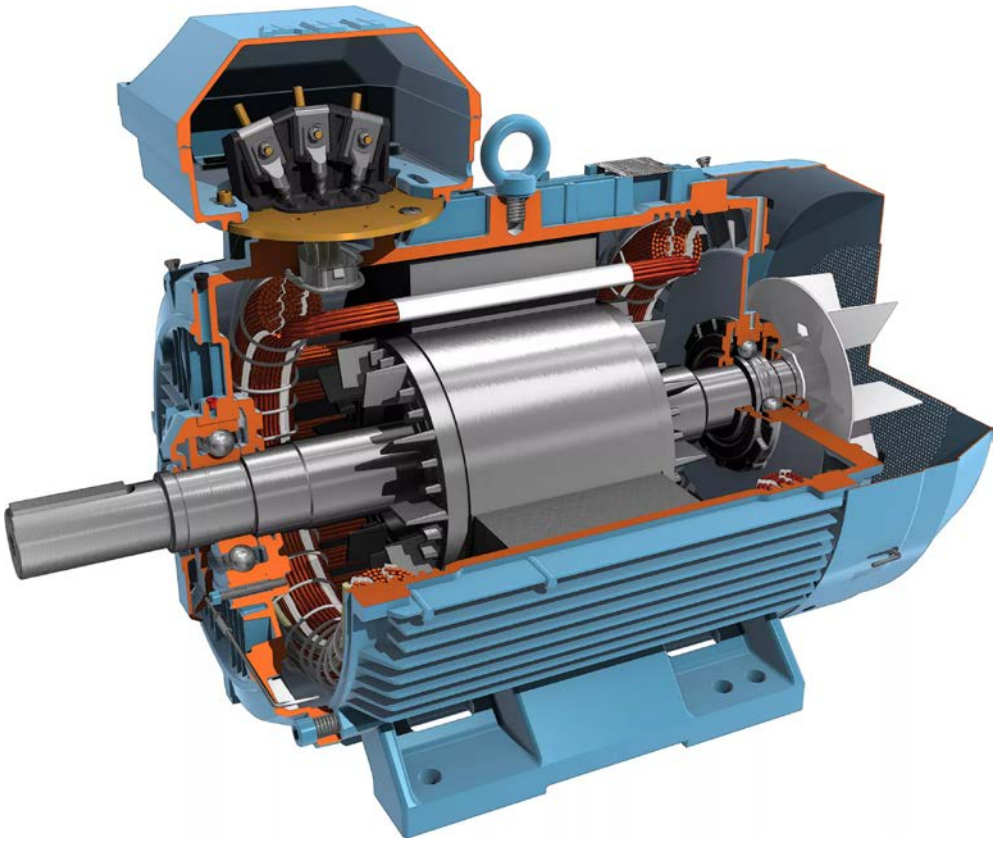


Рис. 7.1. Внешний вид трёхфазного асинхронного двигателя
с короткозамкнутым ротором

Активными частями АД являются трёхфазная обмотка и магнитопровод (сердечник) статора и ротора. Все остальные элементы машины – корпус, подшипники, станина, вентиляторная система охлаждения – являются конструктивными и обеспечивают необходимую прочность, жёсткость, охлаждение, возможность вращения и т.д.

Статор – это неподвижная часть машины, которая состоит из станины с сердечником и трёхфазной обмотки, представляющей собой катушки медного провода. Сердечник (рис. 7.2, *а*) собран из тонких листов электротехнической стали (до 0,5 мм толщиной), изолированных друг от друга лаком и имеющих форму колец с прорезями под обмотку.

Элементом трёхфазной обмотки статора является катушка. Каждый виток этой катушки состоит из двух пазовых частей, располагаемых в пазах сердечника статора, и лобовых частей (см. рис. 7.2, *а*). Один или несколько последовательно соединённых витков образуют катушку или *секцию обмотки*. Катушки равномерно распределены в пазах сердечника по окружности статора и пофазно сгруппированы. Расстояние между пазовыми частями одной катушки, измеренное в пазах, называют *шагом обмотки y*. Если шаг обмотки *y* равен числу пазов на один полюс τ (полюсному делению), то шаг обмотки называется диаметральным, если $y < \tau$, – укороченным. Укорочение шага обмотки способствует улучшению формы кривой распределения магнитной индукции в воздушном зазоре машины, приближая её к синусоиде. Это позволяет снизить добавочные потери и уменьшить провалы в механической характеристике асинхронного двигателя.

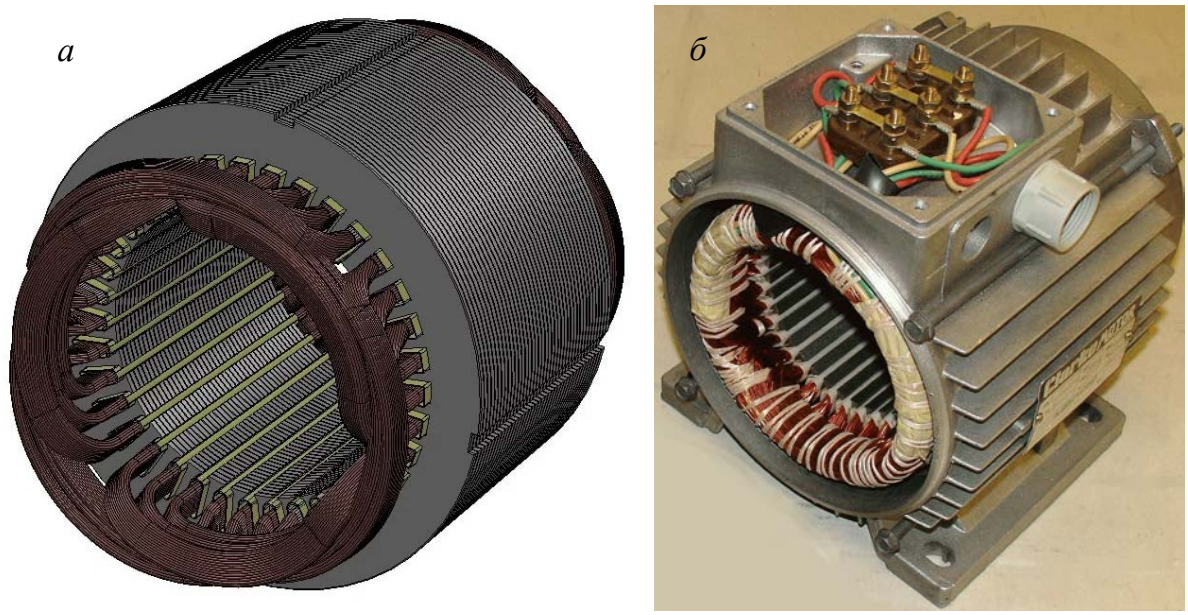


Рис. 7.2. Элементы конструкции трёхфазного асинхронного двигателя:
а – сердечник статора; *б* – внешний вид статора с клеммной коробкой

Катушки, расположенные в соседних пазах и соединённые последовательно, образуют *катушечную группу*. Каждая фаза обмотки состоит из катушечных групп, соединённых между собой последовательно или параллельно таким образом, чтобы ЭДС всех катушек складывались друг с другом, сохраняя при этом направление тока в фазе. Способ соединения катушечных групп в фазе между собой определяет число магнитных полюсов машины (см. подр. 7.4).

Выводы трёхфазной обмотки современных АД, согласно ГОСТ 26772–85, принято обозначать U1, V1, W1 – для начал первой, второй и третьей фаз обмотки соответственно и U2, V2, W2 – для концов первой, второй и третьей фаз обмотки соответственно.

Начала и концы фаз трёхфазной обмотки статора выведены на зажимы клеммной коробки (рис. 7.2, *б*), расположенной на корпусе машины. Статорная обмотка соединяется по схеме звезда или треугольник (рис. 7.3, *а, б* и *в*). Для удобства соединения выводов трёхфазной обмотки специальными одинаковыми перемычками без их скрещивания порядок клемм концов фаз изменён [7, 12].

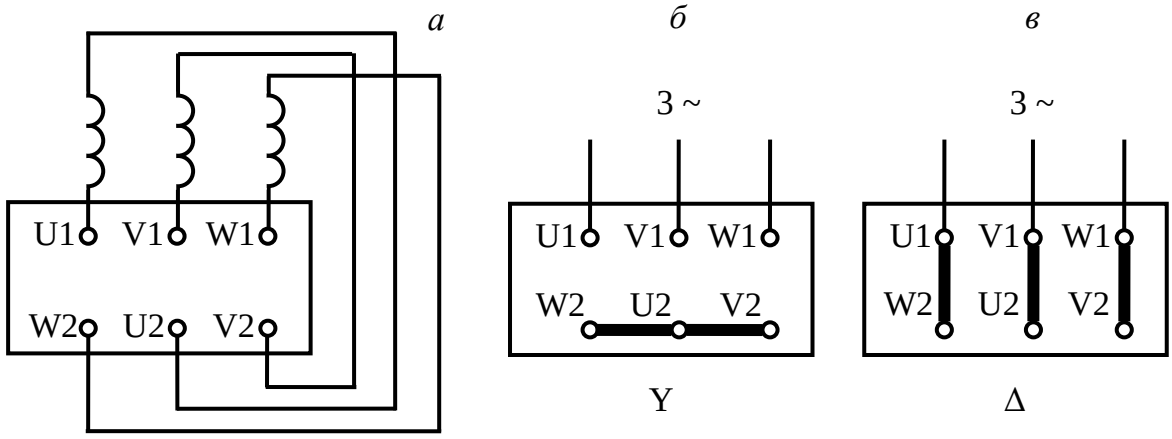


Рис. 7.3. Схема подключения статорной обмотки:
а – катушек обмотки к клеммной коробке; *б* – соединение фаз обмотки звездой;
в – соединение фаз обмотки треугольником

Обычно трёхфазный АД предназначен для включения в трёхфазную сеть на два разных линейных напряжения 220/380 В. Например, если линейное напряжение 220 В, то статорная обмотка соединяется треугольником, а при линейном напряжении 380 В – звездой.

Корпус статора АД изготовляется литым из чугунного сплава или алюминия, но иногда сварным способом. Поверхность корпуса имеет продольные ребра для увеличения поверхности теплоотвода (см. рис. 7.2, *б*).

Ротор – вращающаяся часть машины, представляющая собой вал на подшипниках с цилиндрическим сердечником, собранным из тонких пластин электротехнической стали. Пластины, изолированные друг от друга лаком или тонкой пленкой окисла, собирают в пакет и насаживают на вал. Вдоль наружного края сердечника ротора имеются пазы, в которых располагаются витки обмотки [7].

Ротор двигателя бывает двух видов: с короткозамкнутой обмоткой и с фазной обмоткой. В первом случае двигатели называются асинхронными двигателями с *короткозамкнутым ротором*, а во втором – асинхронными двигателями *с фазным ротором*.

Обмотка короткозамкнутого ротора выполняется заливкой собранного сердечника алюминиевым сплавом, в результате образуются витки обмотки, залитые в пазах, и короткозамыкающие кольца с вентиляционными лопатками по торцам (рис. 7.4, *а*). В двигателях большой мощности сердечник собирают сварным способом в виде медных или алюминиевых стержней, уложенных в пазы сердечника, и скрепляют между собой кольцами по торцам. Такую короткозамкнутую обмотку за свой внешний вид называют «беличьим колесом» (рис. 7.4, *б*).

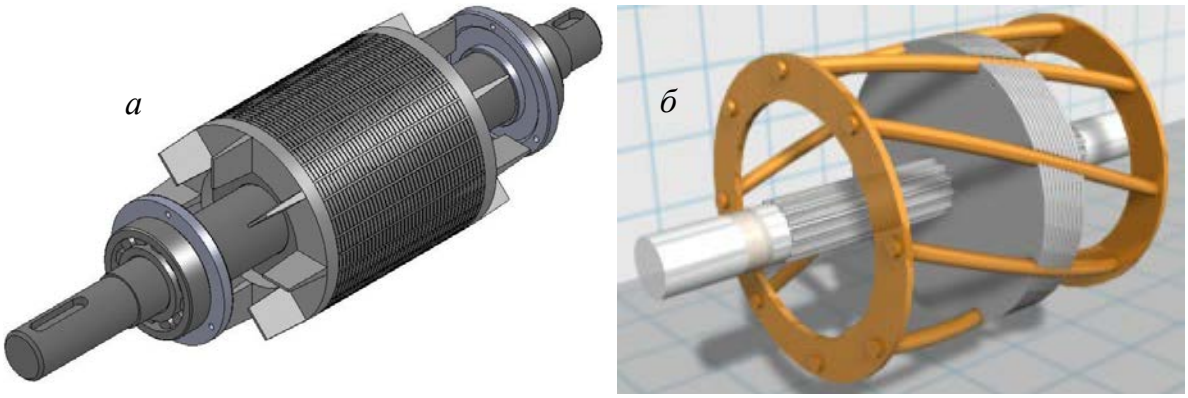


Рис. 7.4. Короткозамкнутый ротор:
а – внешний вид ротора; *б* – «беличье колесо»

Фазный ротор, называемый также ротором с контактными кольцами, имеет трёхфазную обмотку, которая выполняется изолированным проводом. Три фазы обмотки ротора соединяются по схеме «звезда». Для обеспечения электрической связи цепи ротора с цепями, расположенными в неподвижной части машины, используется *щёточно-коллекторный узел* (ЩКУ) (рис. 7.5, *а*). Свободные концы фаз обмотки ротора соединяются с тремя контактными кольцами, закреплёнными на его валу. На кольца наложены графитовые щётки, установленные в щёткодержателях и реализующие скользящий гальванический контакт. Контакты щёток выведены на зажимы клеммной коробки.

К выводам ЩКУ обычно подключаются три добавочных сопротивления $R_д$ в виде трёхфазного реостата (рис. 7.5, *б*). Включение реостата в цепь ротора даёт возможность плавно регулировать частоту вращения двигателя, меняя ток обмоток ротора, а также существенно улучшить условия пуска двигателя: уменьшить пусковой ток и увеличить пусковой момент. Однако наличие добавочных сопротивлений в цепи ротора приводит к тепловым потерям мощности на них. С увеличением мощности АД с фазным ротором увеличиваются тепловые потери и соответственно габаритные размеры трёхфазных реостатов.

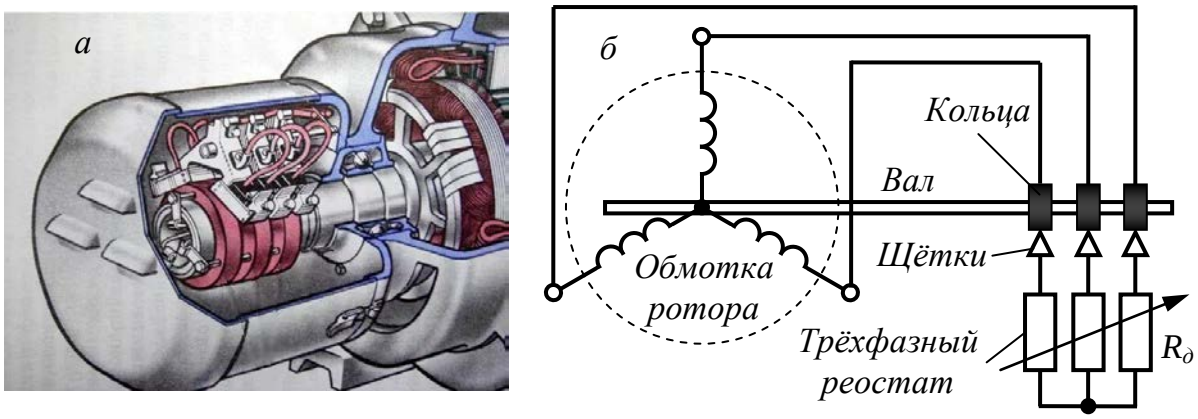


Рис. 7.5. Фазный ротор:
а – внешний вид ЩКУ; *б* – схема трёхфазной обмотки с трёхфазным реостатом

ЩКУ является одной из наименее надёжных частей коллекторных электрических машин, поскольку скользящие контакты интенсивно изнашиваются от трения. Для промышленных АД щётки являются расходным материалом, поэтому асинхронные машины с фазным ротором требуют больших эксплуатационных затрат.

Применение АД с фазным ротором вполне оправдано для электроприводов подъёмных машин и механизмов (краны и подъёмники), в которых двигатель вынужден запускаться с высокой механической нагрузкой на валу, что в свою очередь требует высокого пускового момента и соответственно тока двигателя.

Условные графические обозначения асинхронных машин в электрических схемах регламентирует ГОСТ 2.722–68 ЕСКД «Обозначения условные графические в схемах. Машины электрические».

Основные параметры и размеры, технические требования, требования к эксплуатации и хранению АД регламентирует ГОСТ Р 51689–2000 «Машины электрические вращающиеся. Двигатели асинхронные мощностью от 0,12 до 400 кВт включительно. Общие технические требования».

7.3. Режимы работы трёхфазных асинхронных машин

Режим работы трёхфазной асинхронной машины определяется электромагнитным взаимодействием токов в обмотках статора и ротора. При этом в связи с особенностями электромагнитных процессов в машине самостоятельно АД не может обеспечить частоту вращения ротора n_2, равную частоте вращения магнитного поля статора n_1 (*синхронной частоте вращения*). Мерой относительной разницы частот вращения ротора n_2 и магнитного поля статора n_1 является параметр *скольжение* [7, 12]:

$$S = \frac{n_1 - n_2}{n_1}. \qquad (7.1)$$

Скольжение S обычно выражают в долях единицы или в процентах, тогда выражение (7.1) необходимо умножить на 100%.

На рис. 7.6 построена линейная характеристика $n_2(S)$ по формуле (7.1). В зависимости от значения скольжения S трёхфазная асинхронная машина может работать в различных режимах.

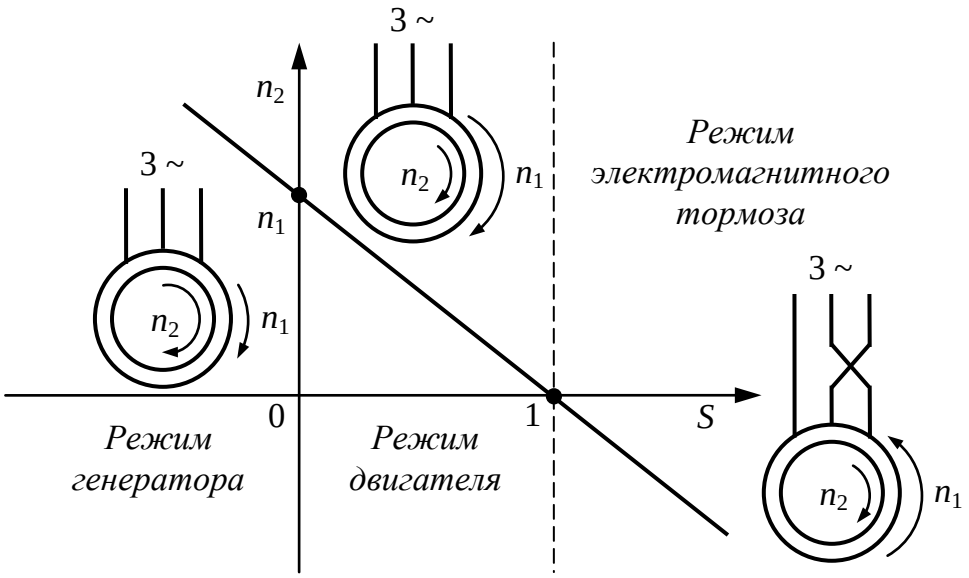


Рис. 7.6. Линейная характеристика $n_2(S)$

В *режиме двигателя* ($0 < S < 1$) трёхфазная асинхронная машина преобразует электрическую энергию, потребляемую статором из сети, в механическую энергию вращения ротора. При включении машины в сеть в начальный момент времени ротор под влиянием сил инерции неподвижен ($n_2 = 0$; $S = 1$). Далее ротор вращается в том же

направлении, что и магнитное поле статора. Частота вращения ротора асинхронной машины, работающей в режиме двигателя, всегда меньше частоты вращения магнитного поля статора. При отсутствии механической нагрузки на валу (холостой ход) ротор вращается с частотой, очень близкой к синхронной частоте. Скольжение, соответствующее номинальной нагрузке на валу, называют *номинальным скольжением*. Для различных АД общепромышленного назначения в нормальном режиме номинальное скольжение S_H = 0,02 – 0,08 и уменьшается с увеличением мощности машины.

В *режиме генератора* ($S < 0$) трёхфазная асинхронная машина преобразует механическую энергию вращения ротора в электрическую энергию, отдаваемую в сеть. Если обмотку статора включить в сеть, а ротор асинхронной машины вращать в направлении вращения магнитного поля статора с частотой $n_2 > n_1$, то ротор будет обгонять поле статора. При этом ЭДС, наведённая в обмотке ротора, изменит свое направление. Электромагнитный момент на роторе также изменит своё направление, т.е. будет направлен встречно вращающемуся магнитному полю статора и станет тормозящим по отношению к вращающемуся моменту приводного двигателя. В этом случае механическая мощность приводного двигателя в основной своей части будет преобразована в электрическую активную мощность переменного тока. Особенность работы асинхронного генератора состоит в том, что вращающееся магнитное поле в нём создается реактивной мощностью трёхфазной сети, в которую включен генератор и куда он отдаёт вырабатываемую активную мощность**.** Следовательно, для работы асинхронного генератора необходим источник переменного тока, при подключении к которому происходит возбуждение основного магнитного поля машины.

В *режиме электромагнитного тормоза* ($S > 1$) ротор трёхфазной асинхронной машины вращается в направлении, противоположном направлению вращения магнитного поля статора. Если у работающего трёхфазного асинхронного двигателя поменять местами любую пару подходящих к статору из сети присоединительных проводов, то вращающееся поле статора изменит направление вращения на обратное. При этом ротор асинхронной машины под действием сил инерции будет продолжать вращение в прежнем направлении. В этих условиях электромагнитный момент машины, направленный в сторону вращения поля статора, будет оказывать на ротор тормозящее действие. Активная мощность, поступающая из сети в машину при этом режиме, частично затрачивается на компенсацию механической мощности вращающегося ротора, т.е. на его торможение.

7.4. Принцип действия трёхфазных асинхронных двигателей

Принцип действия АД в самом общем виде состоит в следующем: статор используется для создания магнитного поля, движущегося с определенной скоростью, а в замкнутых проводящих пассивных контурах ротора наводятся ЭДС, вызывающие протекание токов и образование моментов сил при их взаимодействии с магнитным полем статора. Под действием электромагнитных сил обмоток ротор вращается в направлении вращения магнитного поля статора [7, 12].

При поданном на обмотку статора трёхфазном напряжении в фазах обмотки протекают токи:

$$\left.\begin{aligned} i_A &= I_m \sin \omega t; \\ i_B &= I_m \sin(\omega t - 120°); \\ i_C &= I_m \sin(\omega t - 240°). \end{aligned}\right\} \qquad (7.2)$$

Ток в каждой фазе обмотки создаёт свою МДС. Результирующая МДС статора создаёт магнитный поток, который замыкается через элементы магнитной системы машины, состоящей из сердечников статора и ротора и воздушного зазора между ними.

Магнитную систему асинхронной машины называют *неявнополюсной*, так как она не имеет явно выраженных магнитных полюсов. Количество магнитных полюсов в неявнополюсной магнитной системе определяется числом полюсов в обмотке, возбуждающей магнитное поле, в данном случае в обмотке статора. Например, магнитная система четырёхполюсной машины состоит из четырёх одинаковых ветвей, в каждой из которых замыкается половина магнитного потока одного полюса. В двухполюсной машине таких ветвей две, в шестиполюсной – шесть и т. д.

Катушки фаз обмотки соединены таким образом, что в каждый момент времени электромагнитные силы (МДС, индукция и магнитный поток) одного полюсного деления складываются и образуют результирующее магнитное поле. С изменением направлений и величин токов в катушках непрерывно меняют своё расположение по окружности статора полюсные деления и магнитные полюса машины. Таким образом, результирующее магнитное поле непрерывно «вращается» по окружности статора.

Графики токов и результирующего вектора магнитной индукции статора для моментов времени максимумов фазных токов изображены на рис. 7.7. Примем, что в каждой фазе обмотки имеется всего одна

катушка с диаметральным шагом обмотки, т.е. занимающая всё полюсное деление. Если ток положительный, то направление тока примем от начала к концу обмотки, что соответствует обозначению знаком «×» в начале обмотки, и знаком «•» (точка) в конце обмотки; а если отрицательный, то наоборот.

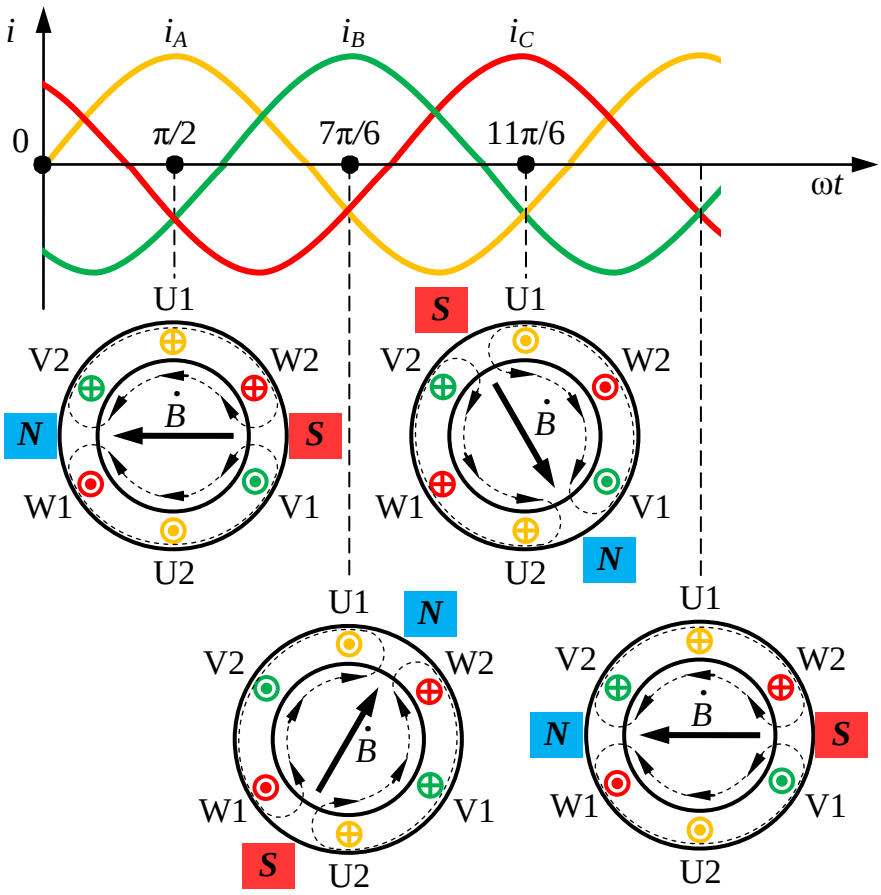


Рис. 7.7. График трехфазной системы токов
с результирующим вектором магнитной индукции

Частота вращения магнитного поля статора (синхронная частота) определяется в об/мин как

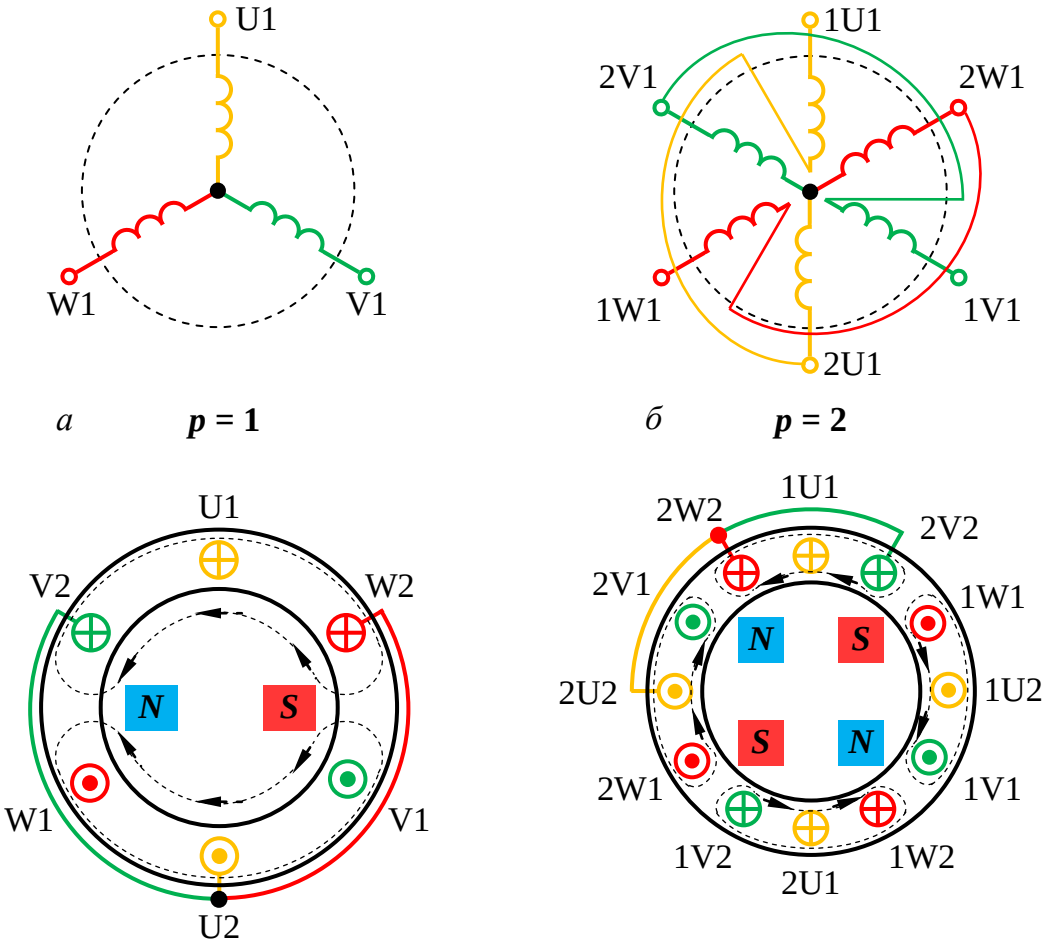
$$n_1 = \frac{60 f_1}{p}, \qquad (7.3)$$

где f_1 – линейная частота тока в обмотке статора (линейная частота питающего напряжения, обычно 50 Гц); p – число пар полюсов статора.

При наличии всего одной катушки в каждой фазе обмотки статор АД будет иметь только два магнитных полюса (северный N и южный S) или одну пару полюсов (рис. 7.8, *а*). Тогда за один период изменения фазного тока обмотки статора результирующий вектор магнитной индукции повернётся на один полный оборот, или 360°.

Число пар полюсов p магнитного поля статора АД определяется количеством последовательно соединенных катушечных групп в каждой фазе обмотки. При этом катушечные группы одной фазы сдвинуты по окружности статора относительно катушечных групп другой фазы обмотки на угол $120°/p$.

Например, при последовательном соединении двух катушечных групп каждой обмотки статора (рис. 7.8, *б*) число пар полюсов $p = 2$. Тогда магнитное поле за один период изменения фазного тока статора повернётся в пространстве на 180° и частота вращения магнитного поля n_1 при частоте $f_1 = 50$ Гц будет равна 1500 об/мин.



а **$p = 1$** *б* **$p = 2$**

Рис. 7.8. Схемы соединения катушечных групп:
а – одна группа в фазе, два полюса; *б* – две группы в фазе, четыре полюса

Если обмотка ротора замкнута, то под действием наведённой ЭДС в ней протекают токи, которые, взаимодействуя с вращающимся полем статора, создают результирующую МДС ротора F_2. Совместным действием МДС статора F_1 и ротора F_2 наводят в магнитной системе двигателя результирующий переменный магнитный поток Φ_0 [12]:

$$\dot{\Phi}_0 = \frac{\dot{F}_0}{R_M}; \tag{7.4}$$

$$\dot{F}_0 = \dot{F}_1 - \dot{F}_2; \tag{7.5}$$

$$\dot{F}_1 = \sqrt{2}\frac{m_1 w_1 k_{об1}}{\pi p}\dot{I}_1; \tag{7.6}$$

$$\dot{F}_2 = \sqrt{2}\frac{m_2 w_2 k_{об2}}{\pi p}\dot{I}_2, \tag{7.7}$$

где R_M – магнитное сопротивление магнитной системы машины; m_1 и m_2 – число фаз обмоток статора и ротора; w_1 и w_2 – число витков в фазах обмоток статора и ротора; $k_{об1}$ и $k_{об2}$ – обмоточные коэффициенты статора и ротора, указывающие степень использования вращающего магнитного потока Φ_0 в обмотках статора и ротора.

Для статора трёхфазного АД $k_{об1}$ = 0,92 – 0,96 и m_1 = 3. Для фазного ротора $m_2 = m_1 = 3$, а для короткозамкнутого ротора число фаз равно числу стержней «беличьего колеса»: $m_2 = N$; w_2 = 0,5 и $k_{об2}$ = 1.

Основной магнитный поток Φ_0 наводит в каждой фазе первичной обмотки ЭДС *самоиндукции* E_1, действующее значение которой

$$E_1 = \omega_1 w_1 k_{об1} \Phi_{0\max} / \sqrt{2} = 4{,}44 f_1 w_1 k_{об1} \Phi_{0\max}. \tag{7.8}$$

В момент пуска ротор АД неподвижен, в каждой фазе его неподвижной обмотки наводится ЭДС *взаимоиндукции;* пропорциональная частоте тока в обмотке статора

$$E_2 = \omega_1 w_2 k_{об2} \Phi_{0\max} / \sqrt{2} = 4{,}44 f_1 w_2 k_{об2} \Phi_{0\max}. \tag{7.9}$$

При движении ротора частота наводимой в его фазах ЭДС f_2 будет пропорциональна разности частот вращения магнитного поля и обмотки ротора или *частоте скольжения* n_S:

$$f_2 = p\frac{n_S}{60} = p\frac{n_1 - n_2}{60} = f_1 S. \tag{7.10}$$

Для АД общепромышленного назначения частота ЭДС f_2 обычно невелика и при стандартной частоте f_1 = 50 Гц и среднем номинальном скольжении S_H = 0,05 составляет 2,5 Гц.

Поэтому ЭДС фазы обмотки вращающегося ротора будет пропорциональна скольжению:

$$E_{2S} = 4{,}44 f_2 w_2 k_{об2} \Phi_{0\max} = 4{,}44 f_1 S w_2 k_{об2} \Phi_{0\max} = E_2 S. \tag{7.11}$$

Из уравнений ЭДС (7.6) и (7.7) получим для АД коэффициент трансформации токов

$$k_i = \frac{I_1}{I_2} = \frac{m_1 w_1 k_{об1}}{m_2 w_2 k_{об2}}. \qquad (7.12)$$

Из уравнений ЭДС (7.8) и (7.9) получим для АД коэффициент трансформации ЭДС при неподвижном роторе

$$k_e = \frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1 k_{об1}}{w_2 k_{об2}}. \qquad (7.13)$$

Коэффициенты трансформации ЭДС и токов в общем случае не равны друг другу, так как для АД с короткозамкнутым ротором число витков и число фаз обмоток статора и ротора не равны друг другу: $w_1 \neq w_2$ и $m_1 \neq m_2$. Коэффициенты трансформации могут быть равны только у АД с фазным ротором специального исполнения.

На основании второго закона Кирхгофа можно записать уравнения электрического состояния фаз статора и ротора:

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_1 + \underline{Z}_1 \dot{I}_1; \qquad (7.14)$$

$$\dot{E}_{2S} = \underline{Z}_{2S} \dot{I}_2. \qquad (7.15)$$

Уравнение фазы статора (7.14) не отличается от уравнения электрического состояния первичной обмотки трансформатора (6.9). Уравнение фазы ротора (7.15) не содержит напряжения, так как витки обмотки ротора образуют замкнутый контур без внешних выводов.

Комплексное сопротивление фазы ротора, как и ЭДС ротора, будет зависеть от скольжения:

$$\underline{Z}_{2S} = R_2 + jX_{2S}, \qquad (7.16)$$

где R_2 – активное сопротивление фазы обмотки ротора; X_{2S} – индуктивное сопротивление фазы вращающегося ротора. X_{2S} – величина переменная, пропорциональная частоте f_2 или скольжению:

$$X_{2S} = 2\pi f_2 L_2 = 2\pi f_1 S L_2 = X_2 S, \qquad (7.17)$$

здесь X_2 – индуктивное сопротивление фазы неподвижного ротора при частоте f_1; L_2 – индуктивность фазы обмотки ротора.

Уравнение фазы ротора (7.15) можно представить через ЭДС неподвижного ротора с учётом уравнения (7.11):

$$\dot{E}_2 = (R_2/S + jX_2)I_2. \qquad (7.18)$$

При изменениях нагрузки на валу двигателя меняются токи в статоре I_1 и роторе I_2. Дело в том, что ток ротора I_2 оказывает на магнитную систему статора такое же размагничивающее влияние, как и ток вторичной обмотки трансформатора на его сердечник (см. подр. 6.7). Увеличение механической нагрузки на валу двигателя сопровождается снижением частоты вращения ротора n_2 и увеличением скольжения S. Это, в свою очередь, влияет, согласно формуле (7.11), на ЭДС ротора E_{2S} и, следовательно, на ток ротора I_2 – они увеличиваются. Увеличение тока ротора I_2 ведет к пропорциональному увеличению МДС ротора F_2 и, согласно формулам (7.4) – (7.7), уменьшению результирующей МДС F_0 и основного магнитного потока Φ_0.

Уменьшение Φ_0 приводит, согласно формулам (7.8) и (7.9), к уменьшению ЭДС статора и ротора E_1 и E_{2S}. Так как величина приложенного к обмотке статора питающего напряжения $U_Л$ = const, то произойдет увеличение тока фазы статора I_1 настолько, чтобы падение напряжения Z_1I_1 скомпенсировало снижение E_1, согласно формуле (7.14). Увеличение тока I_1 в свою очередь приводит к увеличению МДС F_1, поэтому F_0 и Φ_0 стремятся принять прежние значения. Это явление называют *саморегулирование потребляемой мощности* АД.

В то же время вместе с Φ_0 принимают прежние значения ЭДС ротора E_{2S} и, следовательно, ток ротора I_2. Увеличение тока ротора приведёт к увеличению вращающего момента, который в установившемся режиме уравновешивает момент нагрузки на валу. Таким образом, реагируя на увеличение момента нагрузки, двигатель перейдёт в новое состояние равновесия, которому соответствуют больший вращающий момент, большее скольжение и меньшая частота вращения. Это явление называют *саморегулирование вращающего момента* АД.

Если же ротор двигателя затормозить, не отключая обмотки статора от сети (режим короткого замыкания), то скольжение S = 1 и ЭДС обмотки ротора E_{2S} достигает своего наибольшего значения E_2. Также ток ротора I_2 достигнет наибольшего значения, а следовательно, и ток в обмотке статора I_1. То же самое происходит в момент пуска АД, поэтому пусковой ток статора двигателя $I_{1П}$ в несколько раз (5 – 7) больше своего номинального значения $I_{1Н}$.

Асинхронная машина с заторможенным ротором может выполнять функцию *фазорегулятора* – устройства, осуществляющего смещение фазы переменного напряжения, или *индукционного регулятора*, применяемого для регулирования трёхфазного переменного напряжения. Асинхронные фазорегуляторы используют в схемах автоматики для компенсации фазовой погрешности или в управляемых выпрямителях.

7.5. Мощность и КПД трёхфазных асинхронных двигателей

Потребляемая из сети обмоткой статора трёхфазного АД активная электрическая мощность определяется как мощность трёхфазного симметричного приёмника [7, 12]:

$$P_1 = 3U_{1Ф} I_{1Ф} \cos\varphi_1 = \sqrt{3} \cdot U_{1Л} I_{1Л} \cos\varphi_1, \qquad (7.19)$$

где $U_{1Ф}$ и $U_{1Л}$ – фазное и линейное питающие напряжения; $I_{1Ф}$ и $I_{1Л}$ – фазный и линейный токи статора; $\cos\varphi_1$ – коэффициент мощности фазы статора.

Активная мощность P_1 определяет среднюю мощность необратимого преобразования в двигателе электрической энергии, получаемой из трехфазной сети, в механическую, тепловую и другие виды энергии.

Преобразование электрической энергии в механическую в асинхронном двигателе, как и в других электрических машинах, связано с потерями энергии, поэтому полезная механическая мощность на валу двигателя P_2 всегда меньше мощности на входе P_1, потребляемой из сети, на величину *суммарных потерь мощности* ΣP.

Активная полезная мощность на валу двигателя [7, 12]

$$P_2 = P_1 - \sum P. \qquad (7.20)$$

КПД асинхронного двигателя

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\sum P}{P_1} = 1 - \frac{\sum P}{P_2 + \sum P}. \qquad (7.21)$$

КПД трёхфазных АД общепромышленного назначения в номинальном режиме составляет при мощности до 1 кВт 60 – 75%; от 1 до 10 кВт 75 – 88% и при мощности свыше 10 кВт 88 – 94%.

Суммарные потери мощности ΣP преобразуются в теплоту, что в конечном итоге ведёт к нагреву машины. Потери в электрических машинах подразделяются на *основные* и *добавочные*. Основные потери включают в себя *магнитные*, *электрические* и *механические*.

Таким образом, уравнение баланса активных мощностей для АД имеет вид

$$P_1 = P_2 + P_{Э1} + P_{Э2} + P_{М1} + P_{М2} + P_{МЕХ} + P_{ДОБ}, \qquad (7.22)$$

где $P_{Э1}$ и $P_{Э2}$ – электрические потери обмоток статора и ротора; $P_{М1}$ и $P_{М2}$ – магнитные потери в сердечниках статора и ротора; $P_{МЕХ}$ – механические потери; $P_{ДОБ}$ – добавочные потери мощности.

Магнитные потери P_{M1} и P_{M2} в АД вызваны потерями на гистерезис и потерями на вихревые токи, происходящими в сердечнике статора и ротора при их перемагничивании. Причём потери P_{M2} в сердечнике ротора очень малы и практически не учитываются ($P_{M2} \approx 0$).

$$P_{M1} \leq 0{,}015 P_1. \tag{7.23}$$

Электрические потери в асинхронном двигателе вызваны нагревом обмоток статора и ротора проходящими по ним токами. Величина этих потерь пропорциональна квадрату тока в обмотке.

Электрические потери в обмотке статора

$$P_{Э1} = 3 R_1 I_1^2 \leq 0{,}075 P_1. \tag{7.24}$$

Электрические потери в обмотке ротора

$$P_{Э2} = m_2 R_2 I_2^2 \leq 0{,}045 P_1. \tag{7.25}$$

После магнитных P_{M1} и электрических потерь в обмотке статора $P_{Э1}$ оставшаяся часть активной мощности, называемая *электромагнитной мощностью*, передаётся магнитным полем в обмотку ротора.

$$P_{ЭМ} = P_1 - P_{Э1} - P_{M1} = m_2 R_2 I_2^2 / S. \tag{7.26}$$

Механические потери P_{MEX} – это потери на трение в подшипниках и на вентиляцию. Величина этих потерь пропорциональна квадрату частоты вращения ротора ($P_{MEX} \sim n_2^2$). В асинхронных двигателях с фазным ротором механические потери происходят еще и за счёт трения между щётками и контактными кольцами ротора.

$$P_{MEX} \leq 0{,}04 P_1. \tag{7.27}$$

Добавочные потери включают в себя все виды трудноучитываемых потерь, вызванных действием высших гармоник МДС, пульсацией магнитной индукции в зубцах и другими причинами.

$$P_{ДОБ} \leq 0{,}005 P_1. \tag{7.28}$$

КПД двигателя с изменениями нагрузки также меняет свою величину: в режиме холостого хода КПД равен нулю, а затем с ростом нагрузки он увеличивается, достигая максимума при нагрузке 0,45 – 0,65 от номинальной P_{2H}. При дальнейшем увеличении нагрузки КПД снижается незначительно, а при перегрузке ($P_2 > P_{2H}$) он резко убывает, что объясняется интенсивным ростом потерь ($P_{Э1} + P_{Э2} + P_{ДОБ}$), величина которых пропорциональна квадрату тока статора, и уменьшением коэффициента мощности.

Кроме необратимого процесса расхода энергии, учитываемого величиной активной мощности P_1, в АД происходит обратимый процесс периодического изменения запаса энергии магнитного поля машины и «потребления» реактивной мощности Q_1.

В режиме холостого хода энергия расходуется в основном только на покрытие небольших потерь мощности в статоре и незначительных механических потерь. Энергия, запасённая во вращающемся магнитном поле, практически не зависит от расхода энергии на совершение полезной механической работы и нагрев двигателя, т.е. реактивная мощность не зависит от нагрузки на валу. Таким образом, в режиме холостого хода двигателя активная мощность мала, а реактивная велика, поэтому коэффициент мощности, соответствующий холостому ходу, имеет минимальное значение $\cos\varphi_{10} = 0{,}08 – 0{,}15$.

С увеличением нагрузки на валу двигателя активная мощность растёт, а реактивная остается постоянной. Следовательно, коэффициент мощности увеличивается и при номинальной нагрузке достигает значения $\cos\varphi_{1н} = 0{,}7 – 0{,}9$ в зависимости от мощности АД.

При дальнейшем увеличении нагрузки на валу увеличиваются ток ротора I_2, скольжение S, индуктивное сопротивление рассеяния X_{2S} и, как следствие, реактивная мощность потока рассеяния обмотки ротора, что приводит к уменьшению $\cos\varphi_1$.

В целях повышения коэффициента мощности АД чрезвычайно важно, чтобы двигатель работал всегда или, по крайней мере, значительную часть времени с нагрузкой, близкой к номинальной. Это можно обеспечить лишь при правильном выборе мощности двигателя для конкретных условий и режимов эксплуатации.

Зависимости КПД и коэффициента мощности от полезной мощности P_2 при номинальном значении и частоте питающего напряжения U_1 являются *рабочими характеристиками* АД (рис. 7.9) [7, 12].

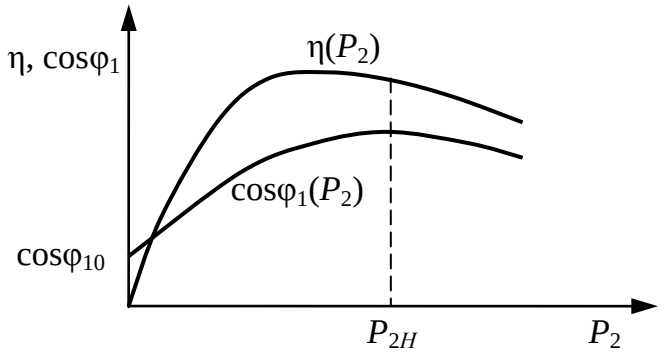


Рис. 7.9. Рабочие характеристики асинхронного двигателя

7.6. Механические характеристики асинхронных двигателей

Электромагнитный момент АД создаётся взаимодействием тока в обмотке ротора с вращающимся магнитным полем. Электромагнитный момент M равен отношению электромагнитной мощности АД $P_{ЭМ}$ к угловой скорости вращения магнитного поля статора $2\pi n_1/60$ [рад/с] [12]:

$$M = \frac{60P_{ЭМ}}{2\pi n_1} = \frac{60m_2R_2I_2^2}{2\pi n_1 S}. \qquad (7.29)$$

После приведения выражения (7.29) к величине питающего напряжения фазы АД $U_{1Ф}$ получим следующее выражение [12]:

$$M = \frac{60m_1R_2'U_{1Ф}^2}{2\pi n_1 S\left[\left(R_1 + R_2'/S\right)^2 + \left(X_1 + X_2'\right)^2\right]}, \qquad (7.30)$$

где R'_2 и X'_2 – приведённые к обмотке статора активное и индуктивное сопротивления фазы обмотки ротора,

$$R_2' = R_2k_ek_i; \qquad (7.31)$$

$$X_2' = X_2k_ek_i. \qquad (7.32)$$

Параметры уравнения (7.30) $U_{1Ф}$, m_1, n_1, R_1, X_1, R'_2 и X'_2 являются постоянными, так как их значения при изменениях нагрузки машины остаются практически неизменными. В данном выражении момента M единственная переменная величина – скольжение S, которое для различных режимов работы асинхронной машины может принимать разные значения в диапазоне от $+\infty$ до $-\infty$.

Зависимость $M = f(S)$ называют *механической характеристикой* асинхронной машины. Однако для решения уравнения (7.30) необходимо произвести расчёт параметров электрической цепи обмоток статора и ротора, воспользовавшись проектно-конструкторскими каталогами асинхронных машин, что весьма проблематично в учебном процессе.

Упрощённо, используя паспортные данные АД, механическая характеристика $M = f(S)$ может быть рассчитана по формуле М. Клосса [7, 12]:

$$M = \frac{2M_{KP}}{\frac{S}{S_{KP}} + \frac{S_{KP}}{S}}; \qquad (7.33)$$

$$S_{KP} = S_H\left(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}\right), \qquad (7.34)$$

где $M_{КР}$ – максимальный (критический) момент; $S_Н$ и $S_{КР}$ – номинальное и критическое скольжения; λ – кратность максимального момента.

Исходная формула Клосса позволяет с достаточной точностью построить механическую характеристику только в *области устойчивой работы*, т.е. в пределах скольжения от 0 до $S_{КР}$. На *пусковом участке* при скольжении $S_{КР} \leq S \leq 1$ формула Клосса даёт недопустимые погрешности. Поэтому для расчёта и построения пускового участка характеристики используется уточнённая формула Клосса-Чекунова [13]:

$$M = \sqrt{M_П^2 + \frac{0{,}93M_{КР}^2 - M_П^2}{(1-1{,}3S_{КР})^2}(1-S)^2}\,, \qquad (7.35)$$

где $M_П$ – пусковой момент двигателя или стартовый момент, развиваемый в момент запуска двигателя.

Для устойчивой работы двигателю необходимо преодолевать статический момент сопротивления, приложенный к валу, и динамический момент при разгоне, а также случайные кратковременные перегрузки. Поэтому важным эксплуатационным свойством АД является перегрузочная способность по моменту. Для двигателей общепромышленного назначения *коэффициент перегрузки по моменту* (кратность максимального момента) λ составляет 1,6 – 2,5.

$$\lambda = \frac{M_{КР}}{M_Н}, \qquad (7.36)$$

где $M_Н$ – номинальный момент двигателя,

$$M_Н = \frac{60 \cdot 1000 \cdot P_{2Н}}{2\pi n_{2н}} = \frac{9550 \cdot P_{2Н}}{n_{2н}}, \qquad (7.37)$$

здесь $P_{2Н}$ – номинальная мощность на валу двигателя в кВт; $n_{2н}$ – номинальная частота вращения ротора в об/мин.

Также важным параметром работы АД является величина пускового момента $M_П$, которая определяется *кратностью пускового момента* (*коэффициента пуска по моменту*) $k_п$, который для АД общепромышленного назначения варьируется в пределах 1,0 – 2,0.

$$M_П = k_п \cdot M_Н. \qquad (7.38)$$

Задаваясь значениями скольжения S в пределах от 0 до $S_{КР}$ и от $S_{КР}$ до 1, рассчитывают и строят механическую характеристику $M = f(S)$ (рис. 7.10), используя формулы Клосса и Клосса-Чекунова.

При включении двигателя в сеть безынерционное магнитное поле статора сразу же начинает вращение с синхронной частотой n_1, в то же время ротор двигателя под влиянием сил инерции в начальный момент пуска остается неподвижным ($n_2 = 0$) и скольжение $S = 1$. Точка *1* с координатами $S = 1$; $M = M_П$ соответствует *пусковому режиму* двигателя, длящемуся бесконечно малый момент времени.

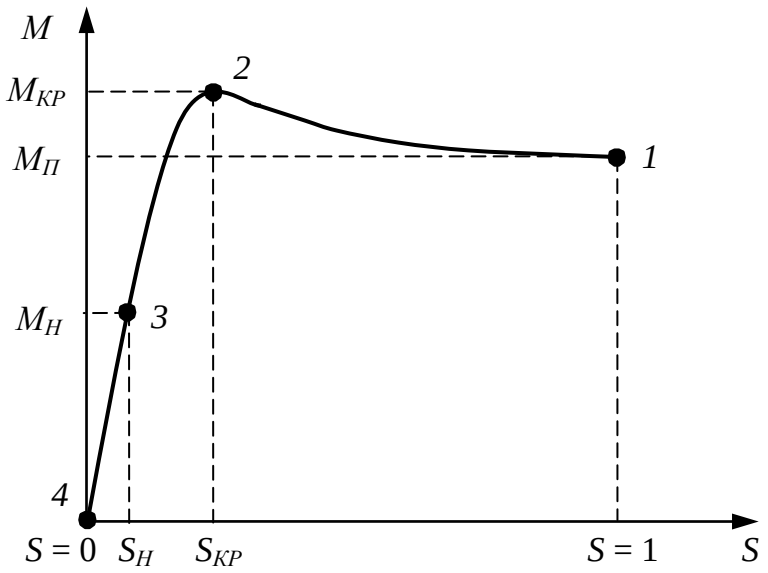


Рис. 7.10. Механическая характеристика асинхронного двигателя $M = f(S)$

Под действием электромагнитного момента начинается вращение ротора двигателя, при этом скольжение уменьшается, а момент возрастает в соответствии с характеристикой $M = f(S)$. При критическом скольжении $S_{кр}$ электромагнитный момент достигает максимального значения $M_{КР}$. Точка *2* с координатами $S = S_{КР}$; $M = M_{КР}$ соответствует *критическому режиму* двигателя, при достижении которого наступает предел устойчивой работы АД.

С дальнейшим нарастанием частоты вращения (уменьшением скольжения) момент M начинает убывать, пока не достигнет установившегося значения, равного сумме противодействующих моментов, приложенных к ротору. В этом случае установившееся значение момента двигателя определится на механической характеристике точкой *3* с координатами $S = S_H$; $M = M_H$, которые соответствует *номинальному режиму* работы двигателя.

Точка *4* с координатами $S = 0$; $M = 0$ соответствует режиму *идеального холостого хода*, когда отсутствуют какие-либо моменты сопротивления на валу двигателя. АД самостоятельно не может дос-

тичь данного режима из-за механических сопротивлений на валу, так как электромагнитный момент $M \to 0$ при $S \to 0$; $E_{2S} \to 0$ и $I_2 \to 0$.

Однако если приложить внешнее воздействие к валу двигателя и вращать его с синхронной частотой $n_2 = n_1$, то можно ввести АД в идеальный холостой ход. Тогда обмотки ротора не будут пересекать силовых линий магнитного поля, и ЭДС, ток ротора, а также электромагнитный момент M станут равны нулю. В этом случае ток идеального холостого хода в обмотке статора I_1 будет равен току намагничивания I_0, который определяется магнитным потоком машины. В серийных машинах при номинальном магнитном потоке ток холостого хода I_0 составляет обычно 30 – 40% от номинального тока статора I_{1H}.

Другую механическую характеристику $n_2 = f(M)$ (рис. 7.11), более наглядно иллюстрирующую эксплуатационные свойства АД, можно получить из характеристики $M = f(S)$, рассчитав при тех же значениях скольжения S частоту n_2 по формуле (7.1):

$$n_2 = n_1(1 - S). \qquad (7.39)$$

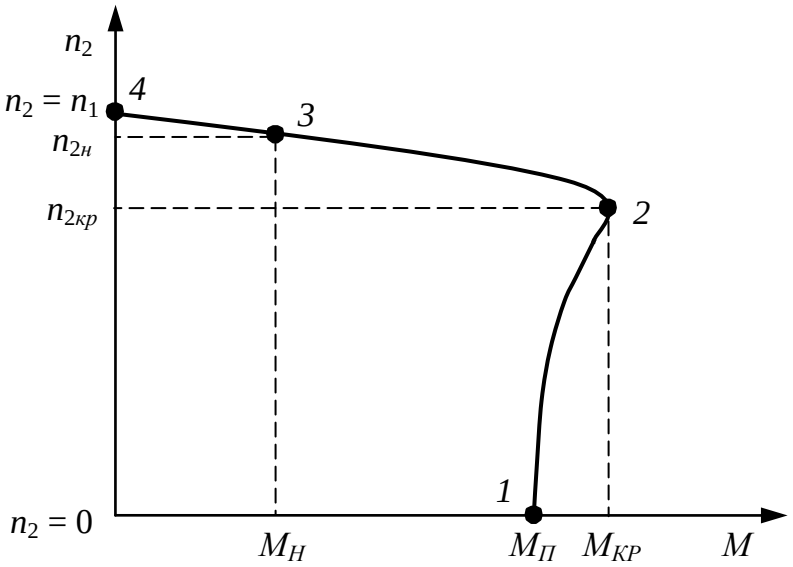


Рис. 7.11. Механическая характеристика асинхронного двигателя $n_2 = f(M)$

Устойчивая работа АД возможна при скольжениях меньше критического ($0 < S < S_{КР}$), т.е. на участке *2 – 4* механической характеристики.

Прямолинейный участок механической характеристики $n_2 = f(M)$ в области устойчивой работы называется *рабочим участком.* Важнейшим параметром этого участка, от которого зависят эксплуатационные свойства двигателя, является *жёсткость.* Она определяется как отношение приращения вращающего момента к приращению скорости вращения $\Delta M/\Delta n_2$ или как производная dM/dn_2.

Чем жёстче характеристика, тем меньше изменение частоты вращения при изменении нагрузки на валу двигателя. Механическая характеристика АД общепромышленного назначения является жёсткой, т.к. номинальные значения скольжения находятся в диапазоне 0,02 – 0,05. Это означает, что при изменении нагрузочного момента от нуля до номинального значения скорость меняется на 2,5%.

7.7. Пуск трёхфазных асинхронных двигателей

Пуск асинхронного двигателя сопровождается переходным процессом, обусловленным переходом ротора и механически связанных с ним частей исполнительного механизма из состояния покоя в состояние равномерного вращения, когда вращающий момент двигателя уравновешивается суммой противодействующих моментов, действующих на ротор двигателя. Пусковые свойства двигателя определяются в первую очередь значением пускового тока статора $I_{1П}$ и значением пускового момента $M_П$ [7].

При пуске двигателя должны по возможности удовлетворяться следующие основные требования: процесс пуска должен быть простым и осуществляться без сложных пусковых устройств, пусковой момент должен быть достаточно большим, а пусковые токи – по возможности малыми. Однако получение такого сочетания пусковых параметров в АД сопряжено с определенными трудностями, а иногда оказывается невозможным.

Для того чтобы двигатель пришёл в движение и достиг требуемой скорости, необходимо, чтобы в процессе пуска его вращающий момент был больше момента нагрузки. При этом разность между моментом двигателя и моментом нагрузки при прочих равных условиях определяет величину ускорения, с которым происходит пуск, т.е. его длительность. Слишком большое ускорение может быть опасным для механизма и трансмиссии, а слишком длительный пуск вызывает быстрый нагрев обмоток и может привести к выходу из строя двигателя. Причём кроме разности вращающих моментов на длительность пуска большое влияние оказывает величина присоединённых к ротору маховых масс.

Самым простым способом пуска АД, не требующим дорогостоящего оборудования, является включение обмотки статора ключом S1 непосредственно в сеть на номинальное напряжение (рис. 7.12, *а*). Такой пуск называется *прямым*. Пусковой ток $I_{1П}$ при прямом пуске крат-

ковременно может составлять (5 – 7)I_{1H}, что создаёт большие тепловые нагрузки на обмотки. Также большой пусковой ток создаёт большое падение напряжения в питающей сети, что неблагоприятно влияет на других потребителей, питающихся от той же сети. Однако все короткозамкнутые двигатели мощностью до 38 – 50 кВт допускают прямой пуск (при достаточном сечении жил токоподводящего кабеля).

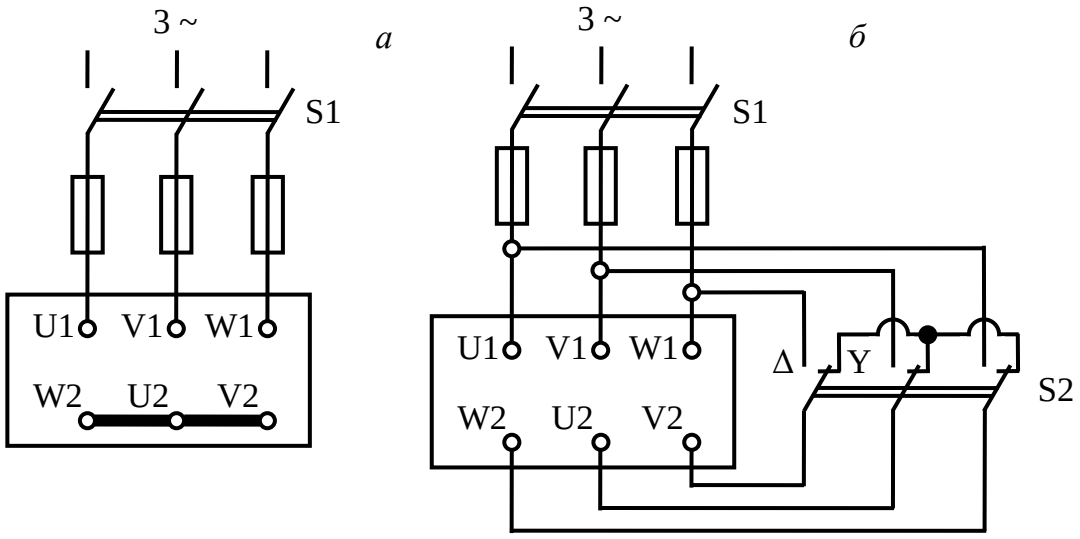


Рис. 7.12. Схемы пуска асинхронных двигателей:
а – прямой пуск; *б* – переключение соединения обмоток статора

Все значения электромагнитного момента АД, согласно выражению (7.30), пропорциональны квадрату напряжения сети U_1^2. Это делает двигатель очень чувствительным к снижению напряжения питания. Например, при снижении напряжения на 10% относительно номинального ($U'_{1Ф}$ = 0,9 $U_{1Ф}$) пусковой момент уменьшается на 19% ($M'_П$ = $0{,}9^2 \cdot M_П$ = $0{,}81 \cdot M_П$), что значительно затрудняет прямой пуск. Значительное понижение напряжения может привести к недопустимому увеличению длительности пуска или к «застреванию» на низкой скорости вращения. Необходимым условием прямого пуска АД является преобладание вращающего момента над моментом сопротивления нагрузки (номинальным моментом): $M_П > M_H$.

Если мощность сети недостаточна для прямого пуска или пусковой момент столь значителен, что создаёт недопустимую ударную нагрузку на механизм или трансмиссию, то применяют различные способы *пуска при пониженном напряжении*. Однако здесь следует иметь в виду, что $M_П \sim U_1^2$. Поэтому этот способ пуска возможен в том случае, если двигатель пускается на холостом ходу или при ма-

лом моменте нагрузки. Существует несколько способов понижения подводимого к двигателю напряжения.

Для АД, работающего при соединении обмоток статора треугольником, можно применить пуск переключением обмотки статора со схемы треугольник на звезду (рис. 7.12, *б*). В момент подключения двигателя к сети ключ S2 ставят в положение звезда, при котором обмотка статора оказывается соединённой в звезду. При этом фазное напряжение на статоре понижается в $\sqrt{3}$ раз. Во столько же раз уменьшается и ток в фазах обмотки двигателя. После того как ротор двигателя разгонится до установившейся частоты вращения, ключ S2 быстро переводят в положение треугольник и обмотка статора оказываются под номинальным напряжением.

Недостатком этого способа является то, что при переключении происходит разрыв цепей индуктивной обмотки статора и возникают соответствующие коммутационные перенапряжения. Однако предельная простота пусковой аппаратуры компенсирует этот недостаток, и в установках с низковольтными двигателями малой и средней мощности пуск с переключением обмоток применяется достаточно широко.

Более универсальным является способ пуска понижением подводимого к двигателю напряжения посредством *реакторов* (*регулируемых реактивных дросселей*), включаемых в линии питающей сети (рис. 7.13, *а*).

При пуске трёхфазный реактор *LR* выполняет токорегулирующую функцию в цепях фаз статора, деля фазное напряжение. При разомкнутом ключе S2 включают ключ S1, и фазы статора оказываются последовательно подключенными к катушкам реактора *LR*. В результате снижение напряжения на фазе статора происходит за счёт падения напряжения на активно-индуктивном сопротивлении реактора Z_{LR}. После разгона ротора двигателя замыкают ключ S2, шунтирующий реактор, и двигатель подключается на полное номинальное напряжение U_{1H}. Пусковые реакторы обычно имеют ферромагнитный сердечник, а их обмотка рассчитывается на кратковременный режим работы. Это позволяет снизить вес и стоимость реактора.

Напряжение питания АД во время пуска можно понизить также с помощью *трёхфазного автотрансформатора* (рис. 7.13, *б*). Здесь после замыкания ключа S1 статор оказывается подключенным к вторичной обмотке понижающего автотрансформатора *AT*, напряжение которой понижено в *k* раз. После достижения определённой скорости вращения ключ S2 размыкается, и обмотка статора оказывается под-

ключенной к сети через часть обмотки автотрансформатора, который в этом режиме работает как реактор. В конце пуска ключ S3 замыкается, шунтирующий автотрансформатор и двигатель подключаются на полное номинальное напряжение U_{1H}.

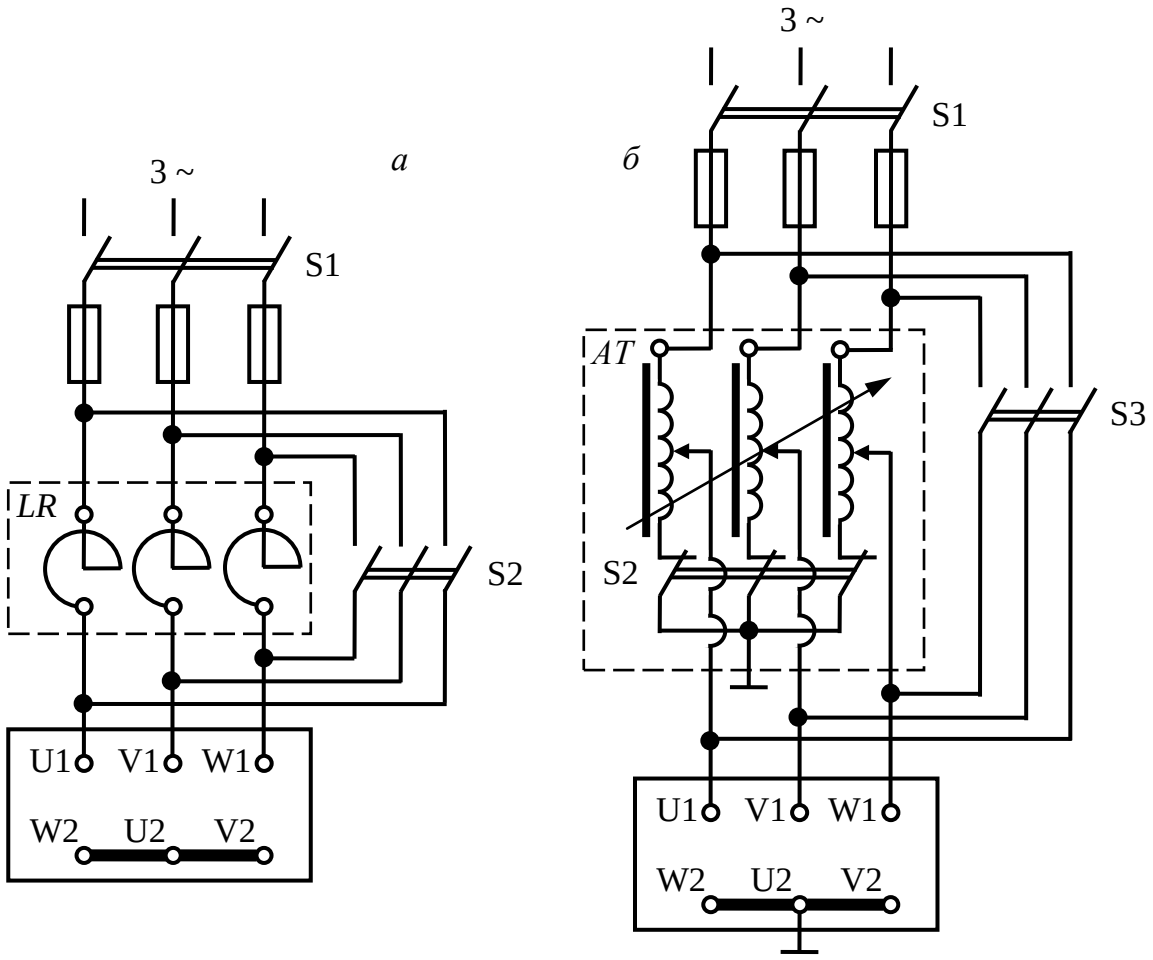


Рис. 7.13. Схемы пуска асинхронных двигателей:
а – реакторный пуск; *б* – автотрансформаторный пуск

Таким образом, автотрансформаторный пуск проходит в три ступени: на первой ступени к каждой фазе статора двигателя подводится напряжение $U_1 = (0{,}50 – 0{,}60)U_{1H}$, на второй – $U_1 = (0{,}70 – 0{,}80)U_{1H}$ и, наконец, на третьей ступени – номинальное напряжение U_{1H}.

Как и предыдущие способы пуска при пониженном напряжении, автотрансформаторный способ пуска сопровождается уменьшением пускового момента, так как $M_П \sim U_1^2$. С точки зрения уменьшения пускового тока автотрансформаторный способ пуска лучше реакторного, так как при реакторном пуске пусковой ток в линии питающей сети уменьшается в (U_1/U_{1H}) раз, а при автотрансформаторном – в

$(U_1/U_{1H})^2$ раз. Некоторая сложность пусковой операции и повышенная стоимость пусковой аппаратуры несколько ограничивают применение этого способа пуска асинхронных двигателей.

Пуск двигателей с фазным ротором производится с помощью *пускового реостата ПР*, включенного в цепь обмотки ротора (рис. 7.14, *а*). Пусковые реостаты имеют отдельные секции (ступени), число которых обычно не превышает трёх. Секции представляют собой проволочные или литые чугунные элементы. Сопротивления ступеней реостата выбирают таким образом, чтобы ток ротора оставался приблизительно неизменным, а среднее значение пускового момента оптимальным для заданных условий пуска.

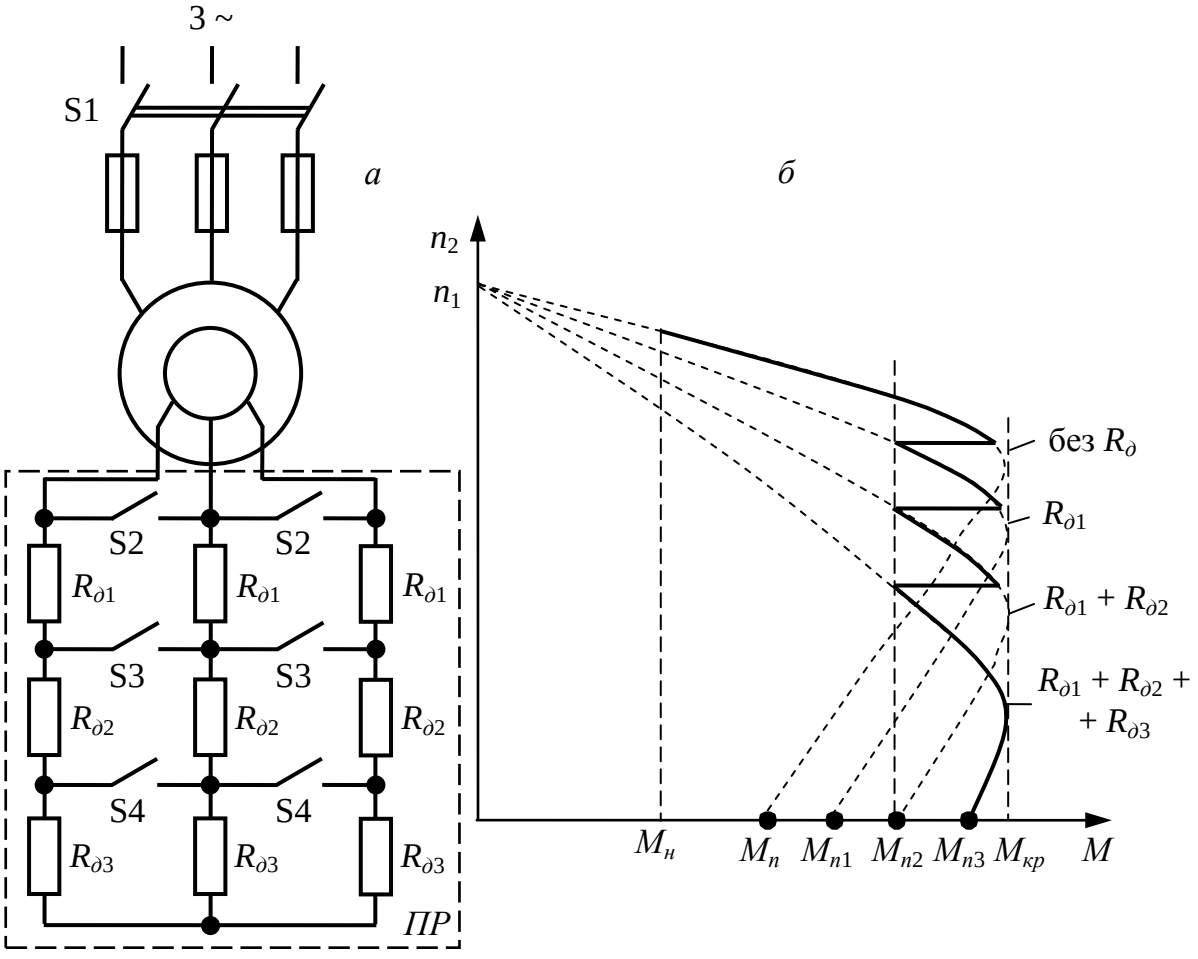


Рис. 7.14. Схемы пуска асинхронного двигателя с фазным ротором:
а – принципиальная схема; *б* – графики $n_2 = f(M)$

Пуск АД начинается при полностью включенном сопротивлении реостата $R = R_{д1} + R_{д2} + R_{д3}$, т.е. при разомкнутых парных контактах ключей S2 – S4. Далее по мере разгона поочерёдно вручную или авто-

матически замыкаются ключи S4, S3 и S2, шунтируя соответствующие секции реостата, в этот момент двигатель переходит на новую ветвь характеристики $n_2 = f(M)$ (рис. 7.14, *б*).

Бурное развитие электроники в последние три десятилетия привело к повсеместному распространению методов и устройств управления, известных ранее в основном теоретически. К ним относятся и так называемые устройства плавного пуска («Soft Start»). Они представляют собой импульсные тиристорные регуляторы переменного напряжения, с помощью которых напряжение можно плавно увеличивать или уменьшать, если требуется плавная остановка двигателя, с требуемой скоростью, начиная от любого наперёд заданного значения.

7.8. Регулирование частоты вращения трёхфазных асинхронных двигателей

Возможность регулирования скорости вращения АД является важнейшим требованием современных технологических процессов. Это связано со снижением энергопотребления и с повышением качества продукции, которого часто невозможно достичь в процессах с нерегулируемыми параметрами движения (положением, скоростью вращения, угловым и/или линейным ускорением). АД в сочетании с современной аппаратурой управления удовлетворяют большинству требований, предъявляемых не только к приводам высокотехнологичного оборудования, но и к простым установкам, в которых достаточно сформировать один-два режима с постоянной скоростью вращения.

Рассмотренные выше характеристики и свойства АД позволяют сделать заключение, что частоту вращения можно регулировать следующими способами [7, 11, 12]:

- изменением тока ротора за счёт добавочных сопротивлений;
- изменением питающего напряжения статора;
- изменением числа пар полюсов статора;
- изменением частоты питающего напряжения.

Введение добавочных сопротивлений в цепь фазного ротора. Этот метод может применяться только для АД с фазным ротором. Увеличение добавочных сопротивлений $R_д$, включенных в цепи фазных обмоток ротора (рис. 7.15, *а*), приводит к увеличению критического скольжения при сохранении максимального момента, развиваемого двигателем. В результате частота вращения двигателя уменьшается. КПД с увеличением сопротивления уменьшается из-за увеличения

мощности скольжения. В качестве добавочных сопротивлений применяется трёхфазный реостат, который может выполнять роль пускового реостата (см. подр. 7.2 и 7.7).

На рис. 7.15, *б* показаны механические характеристики, соответствующие нескольким значениям добавочного сопротивления $R_д$.

Этот способ имеет недостатки:

1) значительные электрические потери мощности в добавочных сопротивлениях;

2) с введением добавочных сопротивлений уменьшается жёсткость механической характеристики;

3) процесс регулирования осуществляется только в сторону уменьшения частоты вращения от номинального значения.

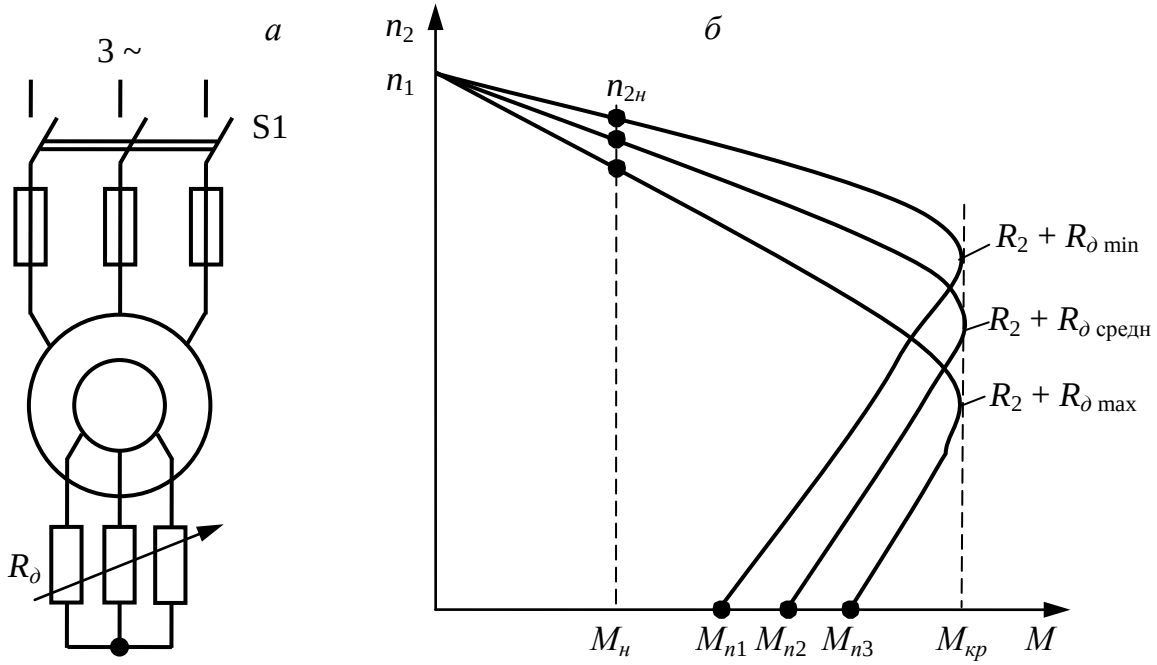


Рис. 7.15. Регулирование частоты вращения двигателя введением в цепь ротора добавочных сопротивлений:
а – принципиальная схема; *б* – графики $n_2 = f(M)$

Изменение питающего напряжения. Обычно этот способ реализуется с помощью импульсных *тиристорных регуляторов напряжения РН* (рис. 7.16, *а*), реакторов с подмагничиванием постоянным током или трёхфазного автотрансформатора. В связи с тем, что обмотки статора АД общепромышленного назначения не предназначены для сверхноминальных токов, регулировать питающее напряжение можно только в сторону понижения. При уменьшении напряжения уменьшается момент

двигателя, так как $M_П \sim U_1^2$, но сохраняется значение критического скольжения $S_{КР}$. В случае постоянного момента нагрузки на валу двигателя $M_С$ частота вращения при этом будет также уменьшаться.

Очевидно, что регулирование возможно в пределах скольжений $0 < S < S_{КР}$ и для получения сколько-нибудь существенного диапазона необходимо использовать короткозамкнутые двигатели с повышенным сопротивлением ротора или двигатели с фазным ротором и дополнительным сопротивлением в его цепи. Это приводит к существенному увеличению мощности скольжения и, следовательно, потерь энергии в обмотках ротора и статора. Следует заметить, что с уменьшением напряжения быстро снижается перегрузочная способность двигателя и жёсткость механической характеристики, что ограничивает возможность использования этого способа регулирования.

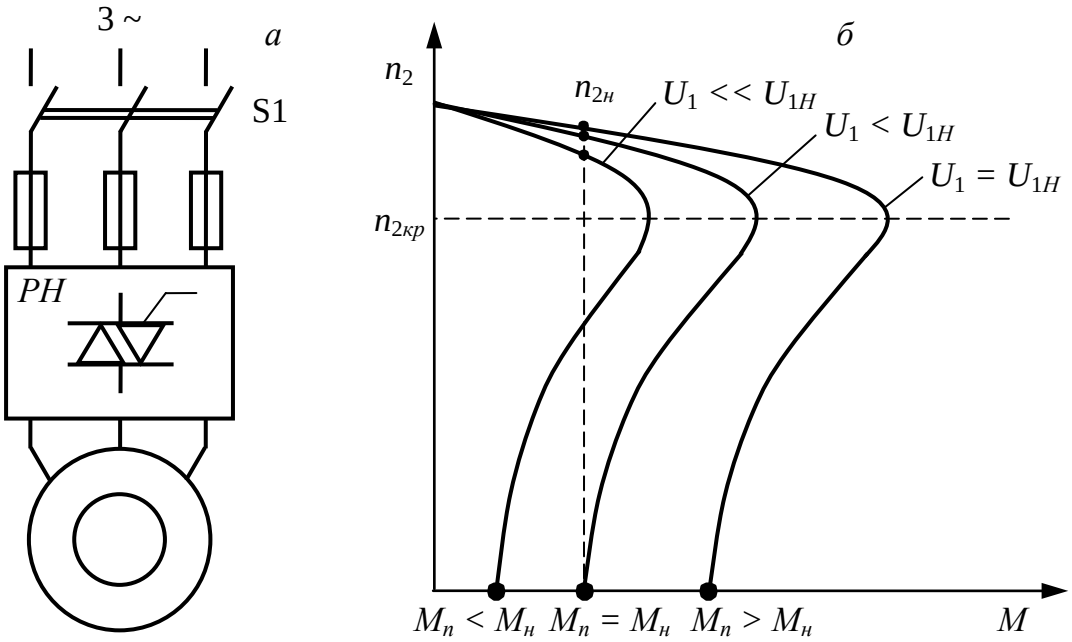


Рис. 7.16. Регулирование частоты вращения понижением питающего напряжения: *а* – принципиальная схема; *б* – графики $n_2 = f(M)$

Недостатками этого способа регулирования являются:

1) уменьшение перегрузочной способности двигателя при снижении напряжения вплоть до возможного «опрокидывания»;

2) сильно ограниченный диапазон регулирования $0 < S < S_{КР}$;

3) уменьшение жёсткости механической характеристики;

4) значительные тепловые потери в роторе вследствие больших значений скольжения S и ЭДС E_{2S}.

Всё это делает способ регулирования понижением напряжения малоэффективным при длительном режиме работы, но для кратковременного снижения скорости машин малой мощности он может применяться.

Изменение числа пар полюсов статора. Этот способ является самым простым и эффективным способом получения нескольких фиксированных значений скорости вращения и обычно применяется для многоскоростных двигателей специального назначения с короткозамкнутым ротором. Частота вращения магнитного поля АД обратно пропорциональна числу пар полюсов p, поэтому, изменяя их, можно дискретно регулировать частоту вращения. Обмотка ротора двигателя должна быть типа «беличьей клетки», так как в этом случае число полюсов её магнитного поля автоматически изменяется при изменении числа полюсов обмотки статора.

Наиболее распространённым способом изменения числа пар полюсов является изменение схемы соединения катушечных групп обмотки статора, которое осуществляется соответствующей коммутационной аппаратурой, которая существенно усложняется, если с помощью одной обмотки реализуются больше двух скоростей вращения. Начала и концы катушечных групп фаз обмотки выводятся на клеммную коробку двигателя.

Каждая фаза обмотки с переключением числа пар полюсов в отношении 2:1 состоит из двух одинаковых частей – полуобмоток (рис. 7.17, *а*). Если обе полуобмотки обтекаются токами в одном направлении, то формируется поле с числом полюсов, вдвое бóльшим, чем если токи протекают по полуобмоткам в противоположных направлениях. Поэтому при включении полуобмоток последовательно согласно (Y) синхронная частота становится вдвое меньше, чем при включении полуобмоток встречно параллельно. Переключением последовательных согласных полуобмоток со звезды (Y) на треугольник (Δ) позволяет увеличить момент втрое при постоянной частоте вращения.

Процесс регулирования при изменении числа пар полюсов p с 1 (YY) до 2 (Y) осуществляется ступенчато без снижения жёсткости характеристики и при постоянном моменте $M_{кр}$ (рис. 7.17, *б*).

Двигатели с переменным числом пар полюсов называются многоскоростными и используются в станкостроении, подъёмно-транспортном оборудовании, для приводов вентиляторов, насосов и т.д. Промышленностью выпускаются двух-, трёх- и более скоростные АД, рассчитанные на частоты 1500/1000/750/… об/мин.

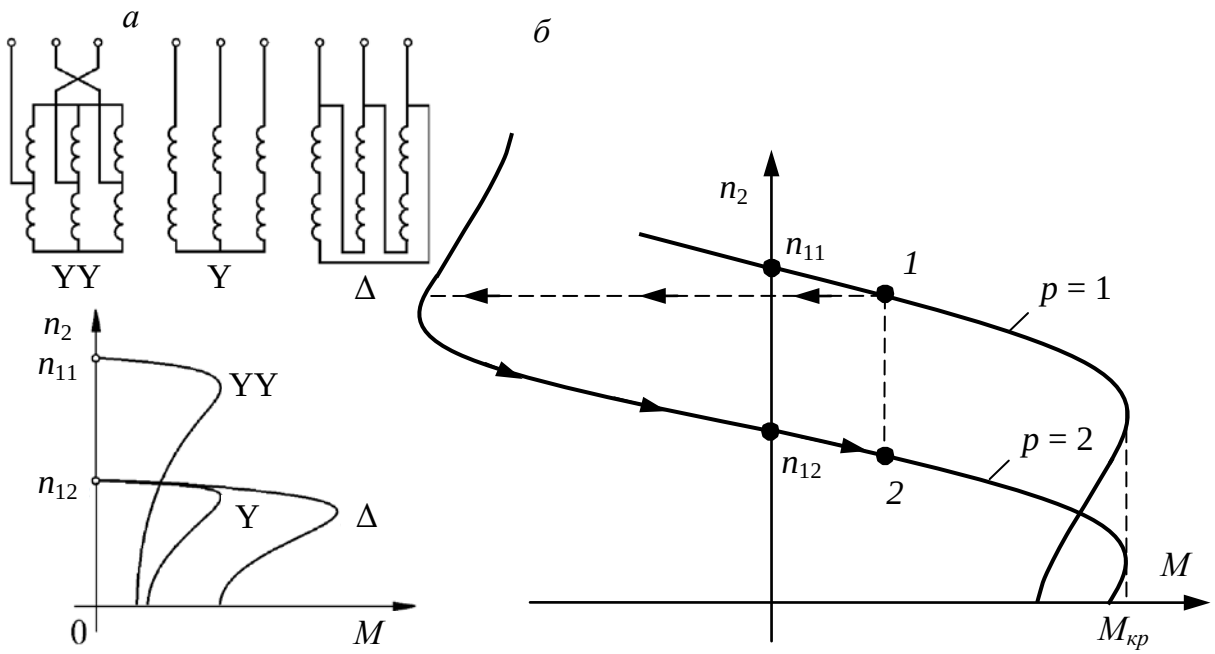


Рис. 7.17. Регулирование частоты вращения изменением числа пар полюсов: *а* – принципиальные схемы; *б* – графики $n_2 = f(M)$

Изменение частоты питающего напряжения. Наиболее совершенным способом регулирования скорости вращения АД является частотное регулирование, т.е. изменение частоты питания. В основе способа лежит прямая зависимость частоты вращения магнитного поля двигателя n_1 от частоты питающего напряжения f_1.

Частотное регулирование реализуется с помощью полупроводниковых *преобразователей частоты* (рис. 7.18), имеющих два канала – управления частотой и амплитудой выходного напряжения. Это необходимо для того, чтобы обеспечить стабилизацию магнитного потока в двигателе, т.к. он прямо пропорционален величине напряжения питания и обратно пропорционален частоте. Поэтому при изменении частоты обязательно нужно пропорционально изменять также напряжение питания. Закон частотного управления, при котором соблюдается постоянное соотношение между напряжением и частотой U/f = const, является наиболее распространённым. Однако по мере уменьшения частоты уменьшается также максимальный момент двигателя. Это связано с увеличением падения напряжения на активном сопротивлении обмотки статора R_1 и, как следствие, с уменьшением магнитного потока. Уменьшение момента ограничивает диапазон регулирования скорости вращения, т.к. при этом уменьшается перегрузочная способность двигателя и возникает опасность его «опрокидывания».

Рис. 7.18. Преобразователь частоты

Для исключения этого явления нужно изменять напряжение несколько в иной пропорции так, чтобы компенсировать падение напряжения R_1I_1. Это называется *IR*-компенсацией. Использование режима *IR*-компенсации увеличивает максимальный момент на 15 – 20% и сохраняет его неизменным, обеспечивая значительное расширение диапазона регулирования частоты вращения.

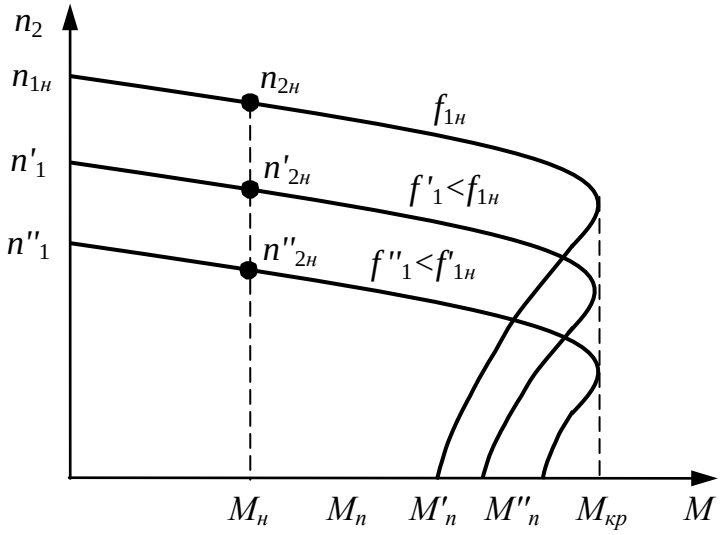


Рис. 7.19. Регулирование частоты вращения двигателя изменением частоты питающего напряжения

Частотное регулирование позволяет плавно менять частоту магнитного поля вращения от нулевой до номинальной $n_{1н}$ (рис. 7.19). Если двигатель по условиям эксплуатации допускает увеличение скорости выше этого значения, то преобразователи частоты обеспечивают и такой режим работы. При этом напряжение поддерживается постоянным и равным номинальному значению, т.к. его увеличение невозможно из-за перегрузки изоляции. Вследствие этого в области скоростей вращения выше номинальной магнитный поток и максимальный момент уменьшаются обратно пропорционально увеличению частоты, а располагаемая мощность двигателя сохраняется на уровне номинальной.

Современные преобразователи контролируют тепловой режим двигателя, не допуская его перегрева. Однако для длительной работы при низких скоростях вращения необходимо использовать двигатели с принудительной вентиляцией. Массогабаритные показатели и стоимость преобразователей частоты соизмеримы с двигателями, поэтому асинхронный привод с частотным управлением в настоящее время получил широкое распространение.

7.9. Однофазные асинхронные двигатели

Иногда возникает необходимость питания двигателя переменного тока от однофазной сети. Асинхронные двигатели, рассчитанные на такой режим работы, называются *однофазными* (рис. 7.20) [12].

Рис. 7.20. Внешний вид однофазного асинхронного двигателя

Однофазные двигатели используют в простейших приводах малой мощности (в бытовой технике, ручном инструменте, в приводе мелких станков и т.д.), к которым не предъявляют высоких требований, поэтому обмотка ротора у них всегда короткозамкнутая типа «беличьей клетки», залитая в сердечнике (см. подр. 7.2). Обычно их мощность не превышает 600 – 1000 Вт.

Однофазная обмотка статора создаёт в машине только неподвижное пульсирующее магнитное поле, которое можно представить в виде двух одинаковых круговых полей, вращающихся в противоположных направлениях. В этом случае двигатель не развивает пускового момента и не может самостоятельно запуститься. Поэтому в однофазном двигателе обязательно должна быть вторая обмотка, подключаемая на время пуска. С её помощью формируется в общем случае эллиптическое магнитное поле и создаётся пусковой момент. Такая обмотка двигателя называется *пусковой*, а обмотка, постоянно подключенная к сети, – *рабочей обмоткой*. Пусковая обмотка обычно занимает меньше секций статора и рассчитывается на бóльшую плотность тока, так как она работает кратковременно [12].

Известно, что в машине переменного тока с двумя обмотками круговое магнитное поле с максимальной величиной индукции можно получить при условии смещения осей обмоток на 90°. Кроме того, МДС этих обмоток должны быть равны и смещены по фазе на 90°.

В соответствии с этими условиями пусковую обмотку в однофазном двигателе смещают в пространстве по отношению к рабочей обмотке на 90°, а сдвиг тока в ней создают последовательным включением фазосдвигающих элементов, в качестве которых используют резисторы и конденсаторы.

При пуске к сети одновременно подключаются рабочая обмотка *W* и пусковая обмотка *St* с пусковым конденсатором C_{St} (рис. 7.21, *а*). По достижении определённой скорости вращения пусковая обмотка отключается размыканием контакта S1 вручную или автоматически с помощью реле тока К1, ЭДС или времени. При этом двигатель будет работать с питанием только рабочей обмотки на пульсирующем магнитном поле статора.

Механические характеристики однофазного двигателя состоят из двух участков. Первый участок от момента начала пуска до скольжения S_{St}, при котором отключается пусковая обмотка ($1 > S > S_{St}$), соответствует характеристике с обеими включенными обмотками (*двухфазный режим*), а второй ($S < S_{St}$) – характеристике только рабочей обмотки (*однофазный режим*) (рис. 7.21, *б*).

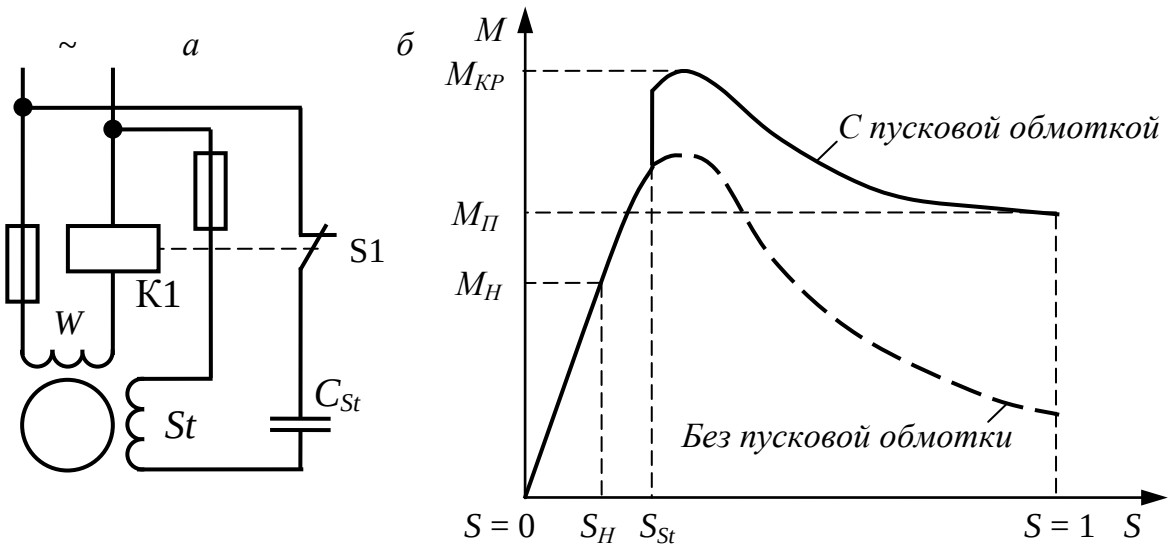


Рис. 7.21. Однофазный асинхронный двигатель с пусковой обмоткой:
а – принципиальная схема; *б* – графики $n_2 = f(M)$

Таким образом, при пуске магнитное поле в однофазном двигателе всегда эллиптическое или круговое (при конденсаторном пуске, если ёмкость конденсатора рассчитана на получение кругового поля в момент включения в сеть). В рабочем режиме магнитное поле двигателя всегда пульсирующее. Наличие пульсирующего магнитного поля создаёт внутренний тормозной момент и значительно снижает КПД однофазного двигателя, который составляет 0,4 – 0,7.

Если необходимо повысить энергетические показатели однофазного двигателя, то вторую обмотку нужно оставить включенной в сеть. Такой двигатель с двумя рабочими обмотками W_1 и W_2 (рис. 7.22, *а*), в одну из которых включен конденсатор C_W, называется *конденсаторным двигателем*. Ёмкость конденсатора рассчитывается так, чтобы при номинальной нагрузке магнитное поле двигателя было круговым. Обе обмотки при этом имеют фазные зоны по 90° и смещены в пространстве на такой же угол. Мощность обмоток одинакова, но различны числа их витков. Конденсаторный двигатель, в сущности, представляет собой *двухфазный двигатель*, подключенный с помощью фазосдвигающего конденсатора к однофазной сети.

Величина ёмкости конденсатора C_W, рассчитанная на номинальный режим, может быть недостаточной для получения большого пускового момента. Тогда параллельно рабочему конденсатору C_W на время пуска подключается пусковой конденсатор C_{St}, как и в схеме на рис. 7.21, *а*, что позволяет значительно повысить пусковой момент (до $2{,}5M_H$) (рис. 7.22, *б*). Однако пусковой конденсатор C_{St} требуется обязательно отключать, так как при небольшом скольжении в цепи

второй рабочей обмотки статора, содержащей индуктивность L и ёмкость C, может возникнуть резонанс напряжений, из-за чего по обмотке пойдет очень высокий резонансный ток.

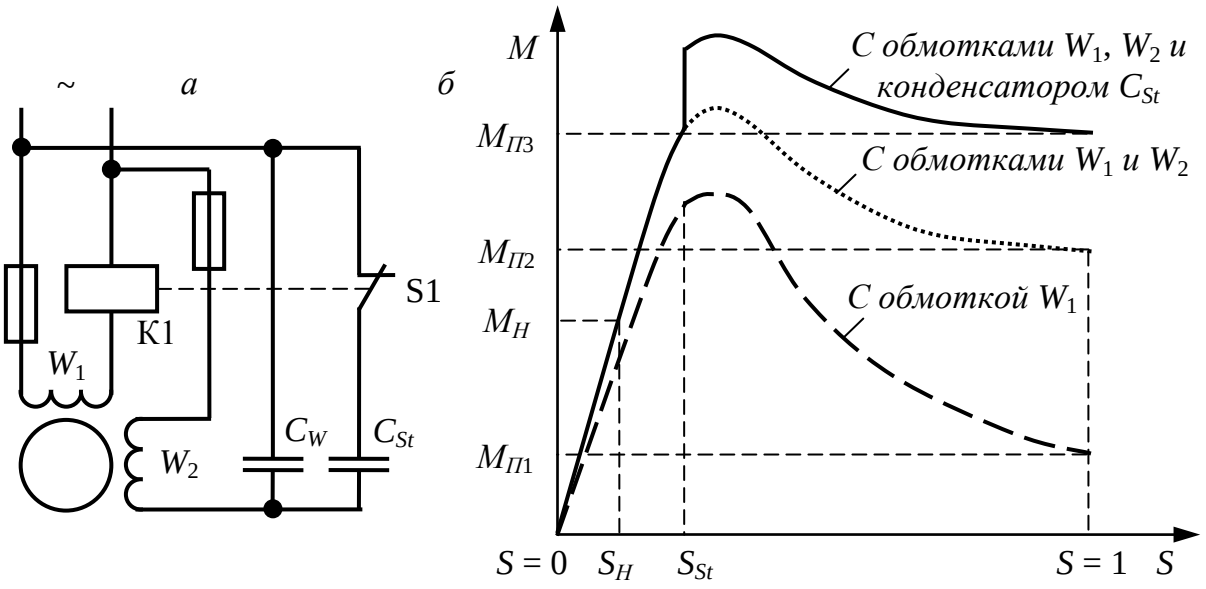


Рис. 7.22. Конденсаторный асинхронный двигатель:
а – принципиальная схема; *б* – графики $n_2 = f(M)$

КПД конденсаторного двигателя значительно выше, чем однофазного двигателя с пусковой обмоткой, и близок к КПД трёхфазных двигателей той же мощности, а коэффициент мощности его даже выше, чем у трёхфазного двигателя, ввиду наличия конденсатора, являющегося источником реактивной мощности.

У однофазных АД с мощностью менее 100 Вт используют расщепление магнитного потока статора за счёт включения в полюс магнитопровода короткозамкнутого медного витка. Разрезанный на две части такой полюс создает дополнительное магнитное поле, которое сдвинуто от основного по углу и ослабляет его в месте, охваченном витком. За счёт этого создаётся эллиптическое вращающееся поле, образующее момент вращения постоянного направления. Двигатели подобных конструкций можно встретить в бытовых вентиляторах, фенах и вытяжках и т.д.

В системах автоматического управления применяют универсальные асинхронные двигатели серии УАД – трёхфазные машины малой мощности, которые могут работать как от трёхфазной, так и от однофазной сети. При питании от однофазной сети пусковые и рабочие характеристики двигателей несколько хуже, чем при использовании их в трёхфазном режиме.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется асинхронной электрической машиной?
2. Какова область применения асинхронных двигателей?
3. По каким признакам различают асинхронные двигатели?
4. Опишите конструкцию статора трёхфазного асинхронного двигателя.
5. В чём особенности и отличия короткозамкнутого и фазного ротора трёхфазного асинхронного двигателя?
6. Опишите режимы работы трёхфазной асинхронной машины.
7. Что такое скольжение асинхронного двигателя?
8. Опишите принцип действия трёхфазного асинхронного двигателя.
9. Чем определяется число пар полюсов магнитного поля статора?
10. Как определяется синхронная частота вращения двигателя?
11. В чём заключается свойство саморегулирования потребляемой мощности и вращающего момента асинхронного двигателя?
12. Что представляет собой величина суммарных потерь мощности асинхронного двигателя?
13. Опишите рабочие характеристики асинхронного двигателя.
14. Какие зависимости являются механическими характеристиками асинхронного двигателя и как их построить?
15. Как определяются коэффициент перегрузки по моменту и коэффициент пуска по моменту?
16. Как определяется жёсткость механической характеристики?
17. Опишите способы пуска трёхфазных асинхронных двигателей.
18. Опишите способы регулирования частоты вращения трёхфазных асинхронных двигателей.
19. Каковы функции преобразователей частоты?
20. В чём заключаются конструктивные особенности однофазных асинхронных двигателей?
21. Как работает пусковая обмотка однофазного асинхронного двигателя?
22. Какой двигатель называется конденсаторным однофазным асинхронным двигателем?
23. В чём особенность пуска конденсаторного однофазного асинхронного двигателя?

8. СИНХРОННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

8.1. Общие сведения

Синхронная электрическая машина – это динамический электромагнитный аппарат, подвижная часть которого вращается синхронно с магнитным полем машины, т.е. с равными угловыми скоростями (частотами вращения) независимо от нагрузки [9, 12].

Синхронные машины отличаются от асинхронных только конструкцией ротора. Как все электрические машины, синхронные машины обратимы: они могут работать и в режиме генератора, и в режиме двигателя. Синхронные машины используются в основном в качестве генераторов электрической энергии. Практически вся энергия, используемая в хозяйственной деятельности человека, вырабатывается синхронными генераторами (СГ). Единичная мощность синхронных генераторов достигает 1500 МВт, а КПД – 98,8%.

Синхронные двигатели (СД) имеют достаточно широкое распространение в промышленности, например в качестве приводных двигателей преобразовательных агрегатов, компрессоров, насосов и т.д. К достоинствам СД следует отнести простоту их конструкции по сравнению, например, с машинами постоянного тока; высокие энергетические показатели, определяющиеся в первую очередь их компенсационными свойствами – способностью работать с коэффициентом мощности, близким к единице; относительно невысокую стоимость. Например, СД мощностью выше 200 – 300 кВт по своим технико-экономическим показателям превосходят АД той же мощности, поэтому наибольшее распространение получили СД большой мощности. С развитием полупроводниковой техники и созданием на её основе преобразователей частоты в настоящее время появилась возможность создания регулируемого привода на базе СД.

Основные параметры и размеры, технические требования, требования к эксплуатации и хранению СД регламентирует ГОСТ 18200–90 «Машины электрические вращающиеся мощностью свыше 200 кВт. Двигатели синхронные. Общие технические условия».

Очень важным свойством синхронных машин является их способность работать при токе, опережающем по фазе напряжение, т.е. генерировать реактивную мощность, компенсируя её потребление другими машинами и установками, питающимися от той же сети. Специальные машины, предназначенные для этой цели, называются синхронными компенсаторами (СК) (см. подр.8.13).

8.2. Устройство трёхфазных синхронных машин

Синхронная машина (рис. 8.1) состоит из неподвижной части – статора – и вращающейся части – ротора. Статоры синхронных машин в принципе не отличаются от статоров асинхронных двигателей, т.е. состоят из корпуса, сердечника и трёхфазной обмотки (см. подр. 7.2) [9, 12].

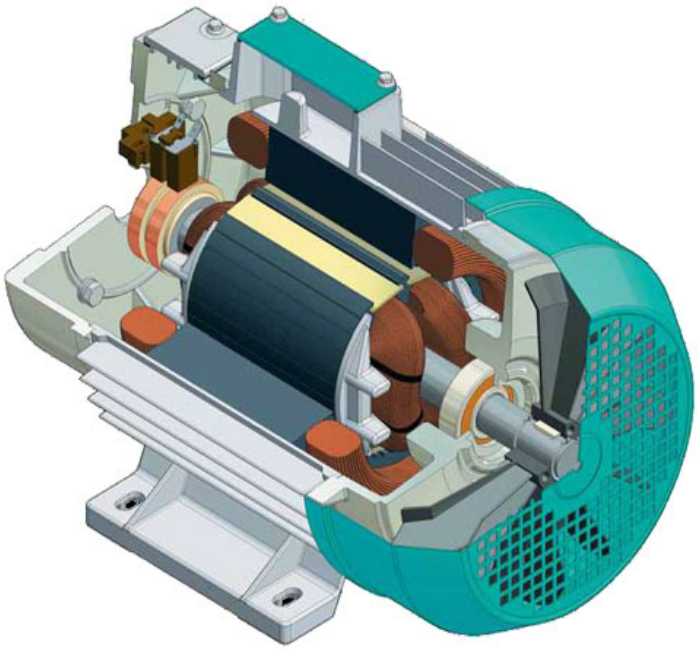


Рис. 8.1. Внешний вид синхронного двигателя

Так, в многополюсных машинах большой мощности при наружном диаметре сердечника статора более 900 мм пластины сердечника делают из отдельных сегментов, которые при сборке образуют цилиндр сердечника статора. Для удобства транспортировки и монтажа корпуса статоров крупногабаритных синхронных машин делают разъёмными.

Обмотку трёхфазного переменного тока, расположенную на статоре, ещё называют *якорной*, а сам статор – *якорем*. Якорная обмотка преобразует всю электромагнитную мощность синхронной машины в электрическую мощность, и наоборот [9].

Ротор синхронной машины представляет собой постоянный магнит с числом пар полюсов, равным числу пар полюсов вращающегося магнитного поля статора, или для машин большой мощности электромагнит постоянного тока с однофазной обмоткой возбуждения, образующей определенное число пар магнитных полюсов.

Возбуждение магнитного поля ротора с помощью обмотки называется *электромагнитным возбуждением*. В машинах малой мощности вместо обмотки возбуждения используют постоянные магниты. Такой способ возбуждения называется *магнитоэлектрическим*.

Роторы синхронных машин могут иметь две принципиально различающиеся конструкции: *явнополюсную* и *неявнополюсную*.

Полюс явнополюсного ротора можно создать с помощью цилиндрической катушки *1* с размещённым внутри неё ферррромагнитным сердечником *2*. Эти катушки можно закрепить на валу ротора и подключить к источнику постоянного тока I_B через пару контактных колец *3* (рис. 8.2, *а*). При подключении обмотки ротора к источнику постоянного тока протекающий в ней ток возбуждает главное магнитное поле машины, поэтому эта обмотка называется обмоткой возбуждения, а ротор машины – *индуктором*. Ток возбуждения подводят через контактные кольца с помощью щёточно-коллекторного узла (ЩКУ) (рис. 8.2, *в*), аналогичного имеющемуся в АД с фазным ротором (см. подр. 7.2), или устройства бесконтактного возбуждения. Обмотка возбуждения машины потребляет 0,2 – 5% от преобразуемой машиной мощности.

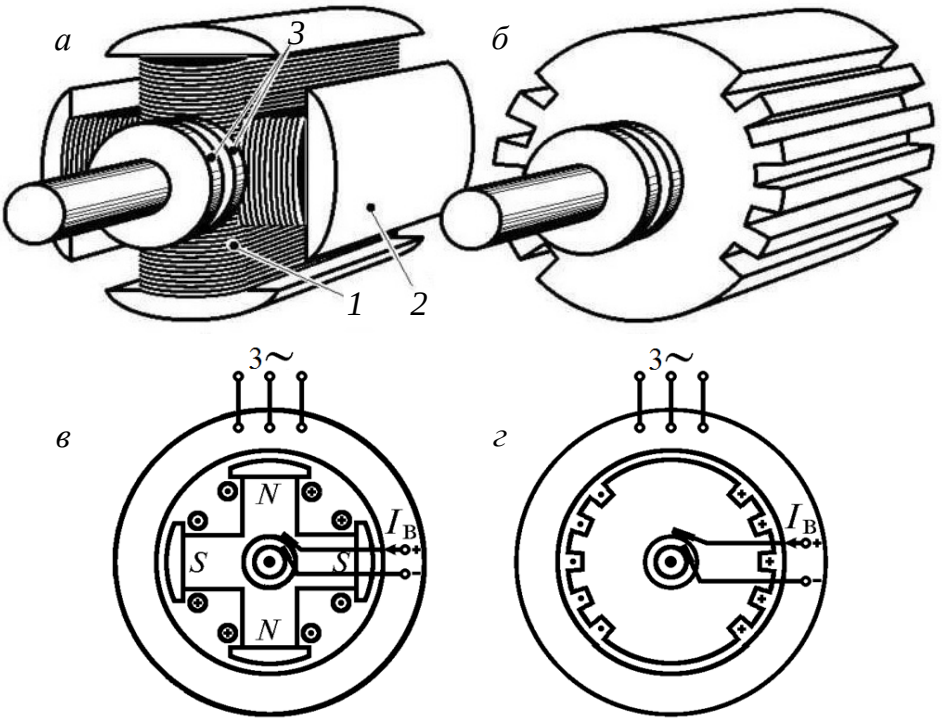


Рис. 8.2. Роторы синхронного двигателя:
а – внешний вид явнополюсного ротора; *б* – внешний вид неявнополюсного ротора; *в* – схема питания явнополюсной машины; *г* – схема питания неявнополюсной машины

При высокой скорости вращения выступающие полюсные наконечники явнополюсного ротора за счёт собственной массы и трения о воздух испытывают большие механические напряжения и соответствующие потери энергии. Поэтому в быстроходных машинах для повышения механической прочности ротора и снижения потерь энергии используют неявнополюсную конструкцию. Неявнополюсные роторы синхронных машин выполняют в виде ферромагнитных цилиндров с продольными пазами (рис. 8.2, *б*), в которые укладывают обмотку (рис. 8.2, *г*). Также такой ротор способен выдерживать большие центробежные усилия.

Если приводным двигателем является гидравлическая турбина, то СГ называют *гидрогенератором*. Гидравлическая турбина обычно развивает небольшую частоту вращения (60 – 500 об/мин), поэтому для получения переменного тока промышленной частоты (50 Гц) в гидрогенераторе применяют ротор с большим числом полюсов – от 6 до 60. Роторы гидрогенераторов имеют явнополюсную конструкцию.

Паровая турбина работает при большой частоте вращения, поэтому приводимый ею во вращение СГ, называемый *турбогенератором*, является быстроходной синхронной машиной. В процессе работы турбогенератора на его ротор действуют значительные центробежные силы, поэтому по условиям механической прочности в турбогенераторах применяют неявнополюсный ротор.

Кроме главных обмоток статора и ротора в СД часто используют короткозамкнутую обмотку, называемую *демпферной*. Её и располагают в полюсных наконечниках ротора (рис. 8.3). Для этого в них делают пазы, в которые укладывают медные стержни большого сечения. Снаружи концы стержней замыкают пластинами или кольцами. Эта обмотка служит для подавления (демпфирования) колебаний ротора, возникающих при пульсациях нагрузочного момента при пуске двигателя.

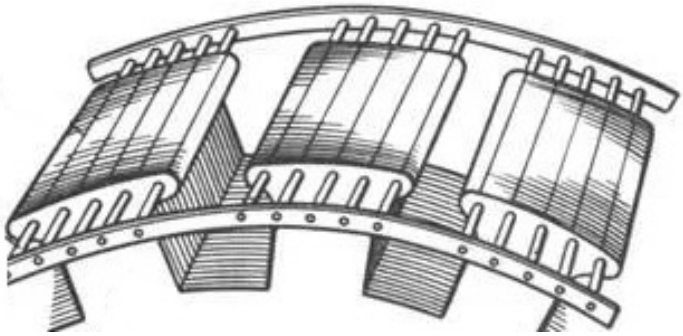


Рис. 8.3. Внешний вид демпферной обмотки
синхронного двигателя

8.3. Разновидности трёхфазных синхронных машин

Существует несколько разновидностей синхронных машин, имеющих определенные конструктивные особенности [9]:

1. *Гидрогенератор* – его ротор отличается наличием явно выраженных полюсов и используется при производстве электрической энергии, работает на низких оборотах.
2. *Турбогенератор* – отличается неявнополюсной конструкцией генератора, работает при помощи турбин различного типа, скорость отличается большим количеством оборотов вала в минуту, может достигать до 6000 об/мин.
3. *Дизель-генератор* – высокоскоростной СГ, представляющий собой в большинстве случаев машину с горизонтальным валом.
4. *Синхронный двигатель* – преобразует электрическую энергию в механическую энергию (шаговый двигатель, безредукторный, индукторный, гистерезисный и бесконтактный двигатель).
5. *Синхронный компенсатор* – вырабатывает реактивную мощность, не несёт нагрузку, используется в целях повышения качества электрической энергии за счёт улучшенного коэффициента мощности, служит для стабилизации напряжения.
6. *Синхронные машины специального назначения* (асинхронизированная машина двойного питания, двухполюсный ударный генератор и т.д.).

Несмотря на принципиальную обратимость синхронных двигателей и генераторов, они имеют обычно конструктивные особенности, которые редко дают возможность использовать двигатели в качестве генераторов, и наоборот (например, пусковая демпферная обмотка, которая должна обеспечивать хорошие пусковые свойства СД).

На сегодняшний день отечественной промышленностью выпускаются следующие унифицированные серии синхронных машин:

- синхронные явнополюсные трёхфазные генераторы серии СГД2 (СГД2М) для дизельных и газопоршневых электрических агрегатов, используемых на стационарных электростанциях;
- синхронные явнополюсные трёхфазные генераторы серий ЕСС и ЕСС5 с аппаратурой для автоматического регулирования напряжения применяются в передвижных и стационарных агрегатах автономного электропитания;
- промышленные гидрогенераторы серии СВ предназначены для выработки электроэнергии переменного тока частотой 50 Гц;

- промышленные турбогенераторы серий Т, ТВФ и ТВВ предназначены для выработки электроэнергии в продолжительном номинальном режиме работы при непосредственном механическом соединении с паровыми или газовыми турбинами на тепловых или атомных электростанциях;
- явнополюсные трёхфазные двигатели серий СД2, СДН, СДН3, СДС3 и СДКП2 предназначены для привода механизмов, не требующих регулирования частоты вращения (вентиляторов, насосов, дефибреров, рубительных машин и т.п.);
- синхронные компенсаторы серий КС и КСВ, работающие в двигательном режиме без активной нагрузки.

Условные графические обозначения всех разновидностей синхронных машин в электрических схемах регламентирует ГОСТ 2.722–68 ЕСКД «Обозначения условные графические в схемах. Машины электрические».

8.4. Способы возбуждения синхронных машин

Самым распространенным способом создания основного магнитного потока синхронных машин является электромагнитное возбуждение, состоящее в том, что на полюсах ротора располагают обмотку возбуждения, при прохождении по которой постоянного тока возникает МДС, создающая в машине магнитное поле [9, 12].

Мощность, затрачиваемая на возбуждение синхронной машины, обычно составляет 0,2 – 5% от полезной мощности.

До последнего времени для питания обмотки возбуждения применялись преимущественно специальные генераторы постоянного тока независимого возбуждения, называемые возбудителями *В* (рис. 8.4, *а*). Обмотка возбуждения *ОВ* получает питание от другого генератора (параллельного возбуждения), называемого подвозбудителем *ПВ*. Ротор синхронной машины, возбудителя и подвозбудителя располагаются на общем валу и вращаются одновременно. При этом ток в обмотку возбуждения синхронной машины поступает через контактные кольца и щётки. Для регулирования тока возбуждения применяют регулировочные реостаты, включаемые в цепи возбуждения возбудителя R_1 и подвозбудителя R_2.

В синхронных машинах получила применение также бесконтактная система электромагнитного возбуждения, при которой синхронный генератор не имеет контактных колец на роторе. В качестве

возбудителя в этом случае применяют обращённый синхронный генератор переменного тока *В* (рис. 8.4, *б*). Трехфазная обмотка *2* возбудителя, в которой наводится переменная ЭДС, расположена на роторе и вращается вместе с обмоткой возбуждения синхронной машины и их электрическое соединение осуществляется через вращающийся выпрямитель *3* непосредственно, без контактных колец и щёток. Питание постоянным током обмотки возбуждения *1* возбудителя *В* осуществляется от подвозбудителя *ПВ* – генератора постоянного тока.

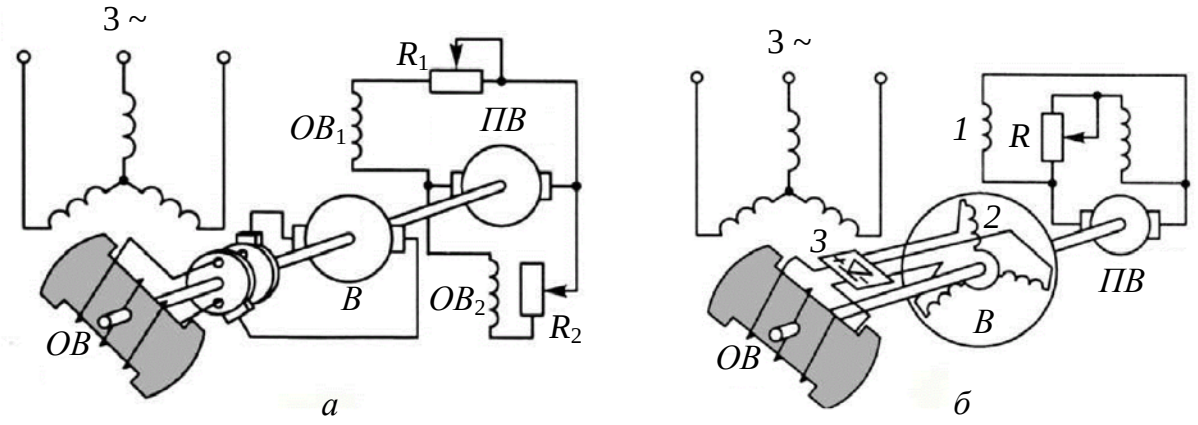


Рис. 8.4. Системы электромагнитного возбуждения синхронных машин:
а – контактная; *б* – бесконтактная

Отсутствие скользящих контактов в цепи возбуждения синхронной машины позволяет повысить её эксплуатационную надёжность и увеличить КПД.

В синхронных генераторах, в том числе гидрогенераторах, получил распространение принцип самовозбуждения (рис. 8.5, *а*), когда энергия переменного тока, необходимая для возбуждения, отбирается от обмотки статора синхронного генератора и через понижающий трансформатор и выпрямительный полупроводниковый преобразователь *ПП* преобразуется в энергию постоянного тока. Принцип самовозбуждения основан на том, что первоначальное возбуждение генератора происходит за счёт остаточного магнетизма машины.

На рис. 8.5, *б* представлена структурная схема автоматической системы самовозбуждения синхронного генератора *СГ* с выпрямительным трансформатором *ВТ* и тиристорным преобразователем *ТП*, через которые электроэнергия переменного тока из цепи статора *СГ* после преобразования в постоянный ток подаётся в обмотку возбуждения. Управление тиристорным преобразователем осуществляется посредством автоматического регулятора возбуждения *АРВ*, на вход

которого поступают сигналы напряжения на входе *СГ* (через трансформатор напряжения *ТН*) и тока нагрузки *СГ* (от трансформатора тока *ТТ*). Схема содержит блок защиты *БЗ*, обеспечивающий защиту обмотки возбуждения *ОВ* от перенапряжения и токовой перегрузки.

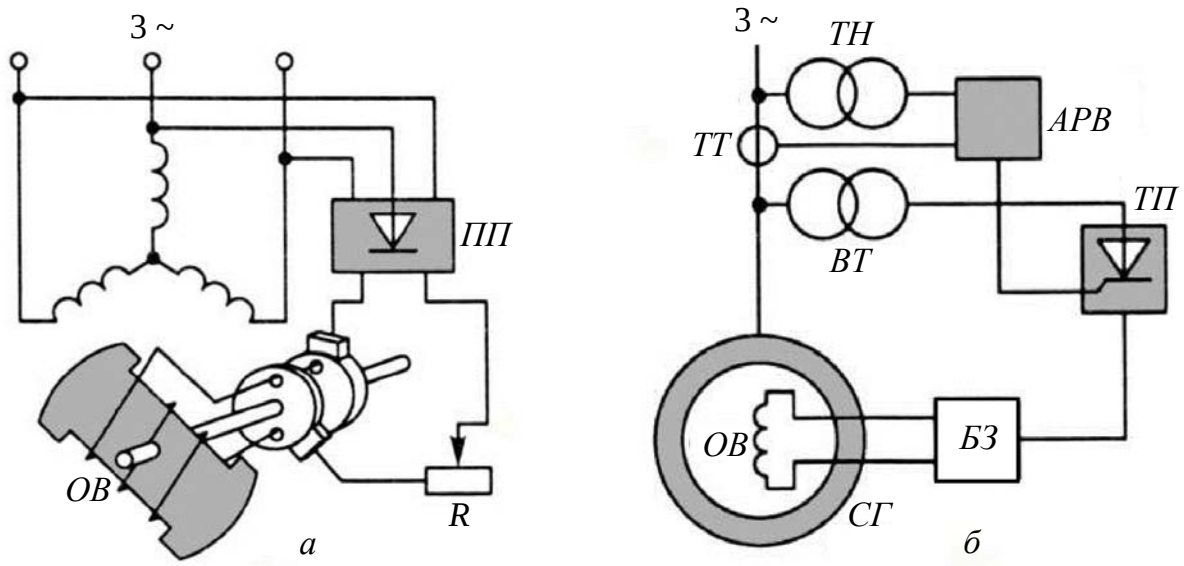


Рис. 8.5. Система самовозбуждения синхронного генератора:
а – функциональная схема; *б* – структурная схема

В синхронных машинах малой мощности используют магнитоэлектрический принцип возбуждения – с помощью постоянных магнитов на роторе. Такой способ возбуждения даёт возможность избавить машину от обмотки возбуждения. В результате конструкция машины упрощается, становится более экономичной и надёжной. Однако из-за высокой стоимости материалов для изготовления постоянных магнитов с большим запасом магнитной энергии и сложности их обработки применение возбуждения постоянными магнитами ограничено машинами мощностью не более нескольких киловатт.

8.5. Принцип действия трёхфазных синхронных машин

Если обмотки статора СД подключены к какой-либо внешней симметричной трёхфазной электрической цепи, то в них протекают токи (рис. 8.6), образующие симметричную трёхфазную систему и создающие круговое вращающееся магнитное поле, называемое *полем реакции якоря* (см. подр. 7.4). Взаимодействие синхронно вращающихся магнитных полей статора и ротора определяет все электромагнитные и электромеханические процессы в машине [9].

Токи в обмотке статора образуют p пар полюсов вращающегося магнитного поля как у асинхронной машины. Следовательно, *синхронная частота* вращения магнитного поля в об/мин

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p}, \tag{8.1}$$

где f_1 – линейная частота тока в обмотке статора (линейная частота питающего напряжения); p – число пар полюсов статора машины.

Ротор СД является постоянным магнитом, находящимся в магнитном поле статора. При этом полюс магнитного поля статора притягивает противоположный полюс ротора, стремясь совместить их магнитные оси, т.е. полюсы вращающегося магнитного поля статора ведут за собой полюсы ротора. При работе двигателя в режиме холостого хода, пренебрегая потерями на трение в подшипниках и вентиляционными потерями, можно считать, что магнитные оси полюсов статора и полюсов ротора совпадают, т.е. они вращаются синхронно:

$$n_2 = n_1. \tag{8.2}$$

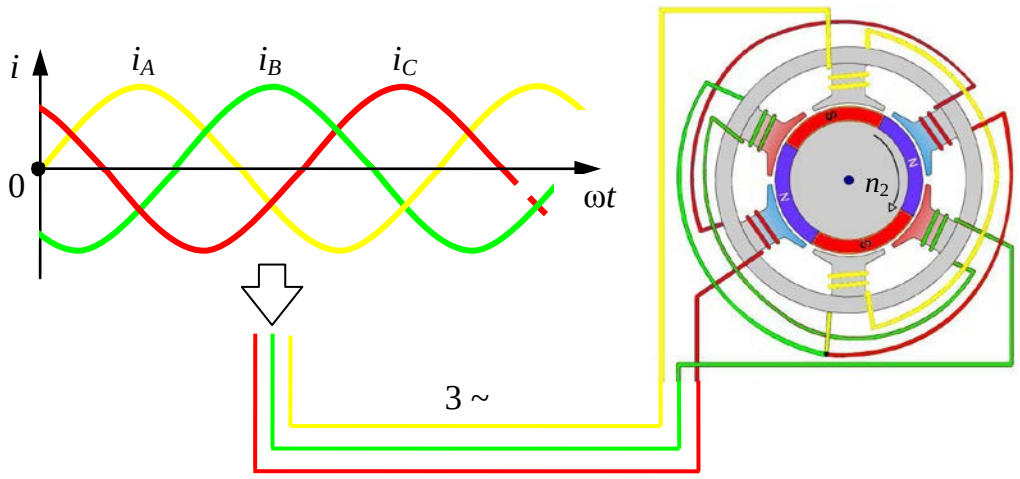


Рис. 8.6. Принцип работы синхронного двигателя

СД, благодаря возбуждению ротора постоянным током, могут работать с cosφ = 1, не потребляя реактивной мощности из сети, а при перевозбуждении даже отдавая реактивную мощность в сеть. В результате коэффициент мощности сети увеличивается, а потери энергии и падение напряжения в ней уменьшаются. Поэтому СД проектируют для работы при номинальной мощности с перевозбуждением ($\cos\varphi_н$ = 0,8 – 0,9). Работа с перевозбуждением предпочтительна также для повышения максимального момента двигателя.

На рис. 8.7 представлена функциональная схема синхронного генератора *СГ* с приводным двигателем *ПД*. Работа синхронного генератора основана на явлении электромагнитной индукции. Если возбуждённый ротор *2* вращать с постоянной частотой n_2 в об/мин, то его магнитный поток будет пересекать катушки обмотки статора *1* и наводить в каждой фазе обмотки ЭДС с действующим значением

$$E_1 = \frac{2\pi n_2 z_p w_1 k_{об1} \Phi_{0\max}}{60\sqrt{2}}, \qquad (8.3)$$

где z_p – число пар магнитных полюсов ротора; w_1 – число витков в фазе якорной обмотки статора; $k_{об1}$ – обмоточный коэффициент статора; Φ_{0max} – амплитуда основной гармоники магнитного потока полюса ротора.

Угловая частота ЭДС, наводимой в фазе обмотки статора, определяется частотой пересечения вектора магнитной индукции каждой пары магнитных полюсов ротора и катушки обмотки:

$$\omega_1 = \frac{2\pi z_p n_2}{60}. \qquad (8.4)$$

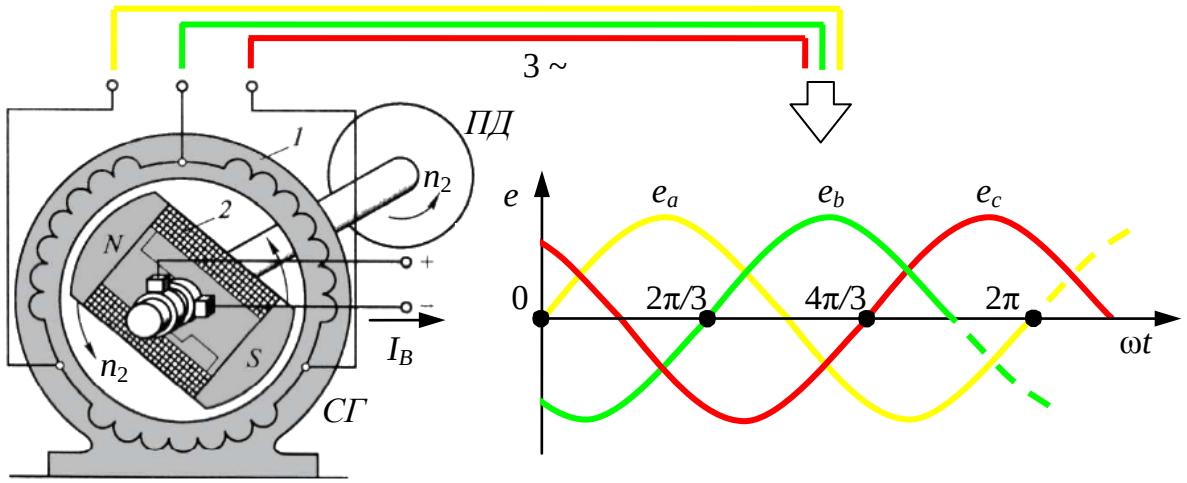


Рис. 8.7. Принцип работы синхронного генератора

При подключении к обмотке статора СГ трёхфазной нагрузки появляются токи статора, которые создают вращающееся магнитное поле. Это поле вращается синхронно с полем ротора, следовательно, они неподвижны друг относительно друга. Активная составляющая тока, протекающего через обмотку статора, создает тормозной электромагнитный момент, который должен преодолеваться приводным двигателем.

Таким образом, синхронный генератор является симметричным трёхфазным источником электроэнергии, т. е. преобразует механическую энергию приводного двигателя в электрическую энергию трёхфазного тока.

8.6. Работа синхронного генератора в режиме холостого хода

Режимом холостого хода СГ называется режим генерирования электрической энергии при отключенных от нагрузки выводах обмотки статора и постоянной номинальной частоте вращения вала ротора.

В режиме холостого хода (рис. 8.8) ток возбуждения СГ I_B регулируется с помощью реостата. Вращающийся возбуждённый ротор наводит в каждой фазе обмотки статора ЭДС E_1. Трёхфазная обмотка статора машины при этом разомкнута и токи в её катушках равны нулю, поэтому отсутствует поле реакции якоря машины и тормозной электромагнитный момент, который должен преодолеваться приводным двигателем [7].

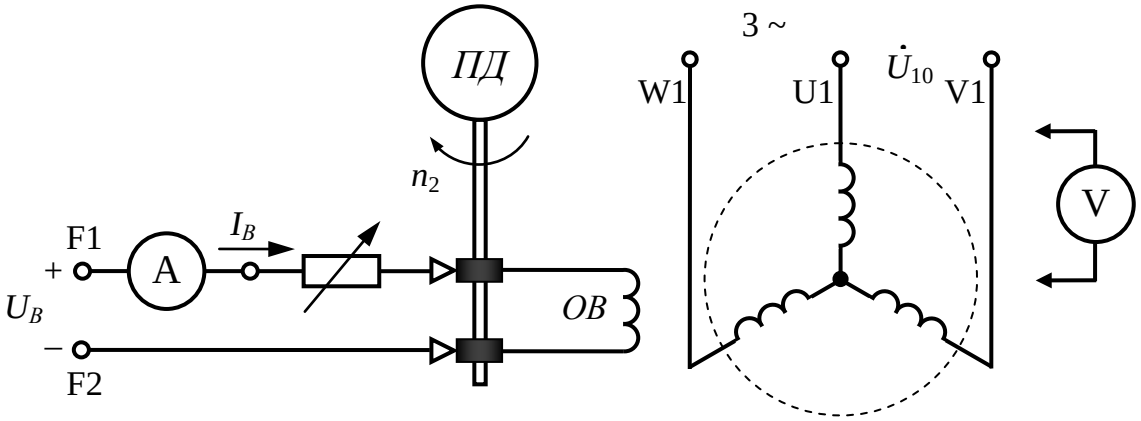


Рис. 8.8. Схема работы синхронного генератора в режиме холостого хода

Опыт холостого хода СГ обычно проводят при различных значениях тока возбуждения I_B в диапазоне $(0 – 3{,}5)I_{BH0}$, где I_{BH0} – ток возбуждения, соответствующий номинальному значению напряжения генератора в режиме холостого хода. В ходе опыта измеряется напряжение одной фазы обмотки статора U_{10}, равное её ЭДС E_{10}.

Характеристикой холостого хода называется зависимость напряжения на выходе генератора при отключенной нагрузке от тока возбуждения $U_{10} = E_{10} = f(I_B)$ при постоянной номинальной частоте вращения вала ротора n_2. Она позволяет оценить степень насыщения магнитной цепи машины. Кроме того, характеристику холостого хода используют для построения других характеристик генератора.

На практике вместо абсолютного значения ЭДС фазы обмотки статора используют относительное значение E_{10}/U_{1H}, где U_{1H} – номинальное значение напряжения генератора в режиме холостого хода. Типичный вид экспериментальной характеристики холостого хода показан на рис. 8.9. За счёт остаточной намагниченности сердечника ротора при нулевом токе возбуждения в обмотках статора наводится ЭДС $E_{10} = (0{,}02 – 0{,}03)U_{1H}$.

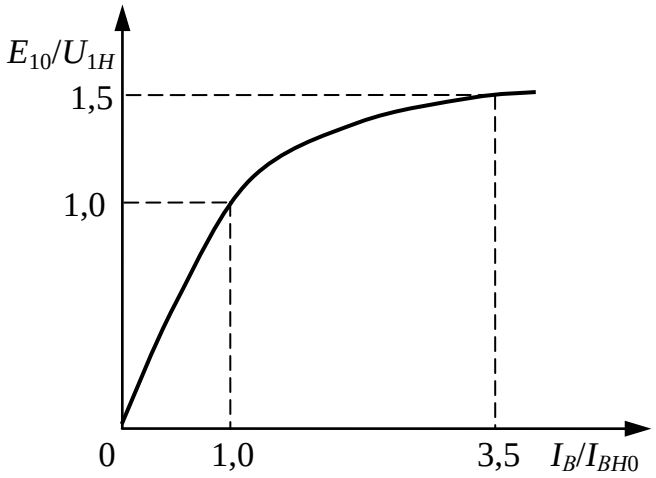


Рис. 8.9. Характеристика холостого хода синхронного генератора

Материалы, а также критерии и методы оптимизации, используемые при проектировании всех синхронных генераторов средней и большой мощности, одинаковы. Поэтому все они обладают практически идентичными характеристиками холостого хода, если представить их в относительных единицах, выбрав в качестве базовых величин ток возбуждения I_{BH} и номинальное значение напряжения генератора в режиме холостого хода U_{1H}. Такая характеристика холостого хода называется нормальной и используется при расчётах.

8.7. Работа синхронного генератора в режиме короткого замыкания

Режимом короткого замыкания СГ называется режим генерирования электрической энергии при замкнутых накоротко (без нагрузки) выводах обмотки статора и постоянной номинальной частоте вращения вала ротора. В режиме короткого замыкания (рис. 8.10) ток возбуждения СГ I_B регулируется с помощью реостата. Так как трёхфазная обмотка статора машины при этом замкнута накоротко, то напряжения на её катушках равны нулю, а токи в статорной обмотке достигают номи-

нальных значений при небольшом токе возбуждения. Возбужденный ротор наводит в каждой фазе обмотки статора ЭДС, которая в несколько раз меньше, чем в рабочем режиме генератора, поэтому основной магнитный поток очень мал и магнитная цепь машины ненасыщенная [7].

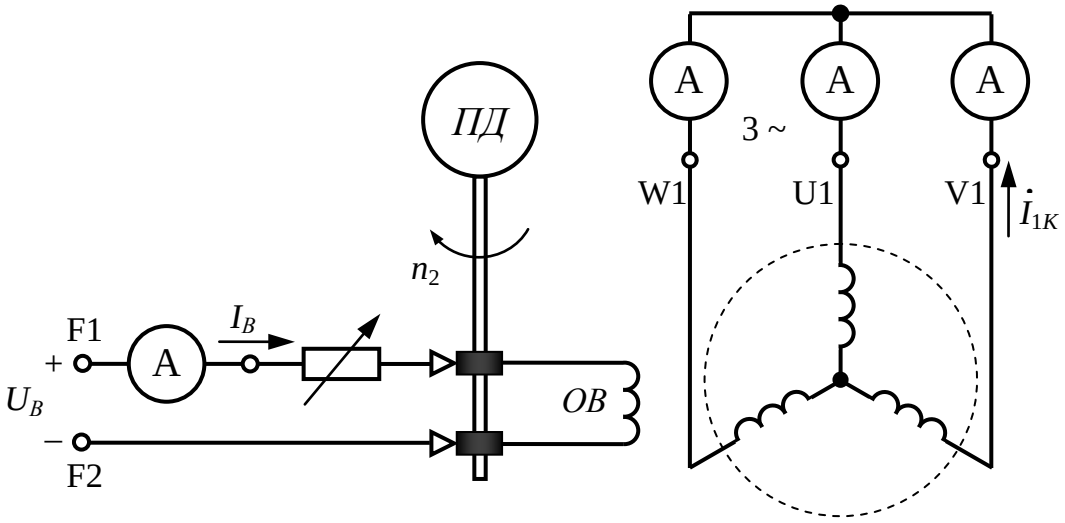


Рис. 8.10. Схема работы синхронного генератора в режиме короткого замыкания

В опыте короткого замыкания СГ ток обмотки возбуждения I_B постепенно увеличивают и фиксируют при этом ток статора до тех пор, пока он не достигнет значения $I_{1K} = 1{,}25I_{1H}$, где I_{1H} – номинальное значение тока фазы обмотки статора.

Характеристикой короткого замыкания (рис. 8.11) называется зависимость тока статора на выходе генератора при замкнутых накоротко выводах обмотки статора от тока возбуждения $I_{1K} = f(I_B)$ при постоянной номинальной частоте вращения вала ротора n_2.

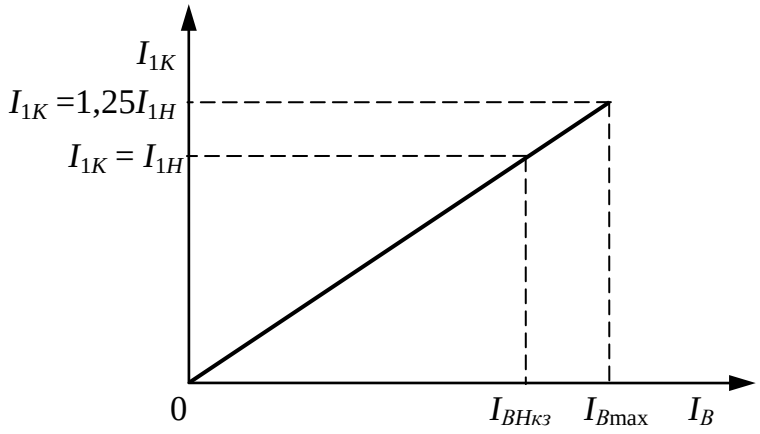


Рис. 8.11. Характеристика короткого замыкания синхронного генератора

Характеристика короткого замыкания представляет собой прямую линию и позволяет определить один из важнейших параметров СГ – *отношение короткого замыкания* (ОКЗ), которое представляет собой отношение тока возбуждения, соответствующего номинальному значению напряжения генератора в режиме холостого хода, к току возбуждения, соответствующему номинальному значению тока статора в режиме короткого замыкания:

$$k_{кз} = \frac{I_{ВН0}}{I_{ВНкз}}. \qquad (8.5)$$

Величина ОКЗ определяет перегрузочную способность машины. Отношение короткого замыкания тем больше, чем больше воздушный зазор. Генераторы с малым ОКЗ менее устойчивы при параллельной работе и имеют значительные колебания напряжения при изменении нагрузки. Однако у них меньше габариты и соответственно стоимость. Для турбогенераторов ОКЗ = 0,4 – 0,7; для гидрогенераторов ОКЗ = 1,0 – 1,4.

8.8. Работа синхронного генератора в режиме нагрузки

Под режимом нагрузки (рис. 8.12) понимается эксплуатационный режим СГ с приёмником, подключенным к трёхфазной обмотке статора [7].

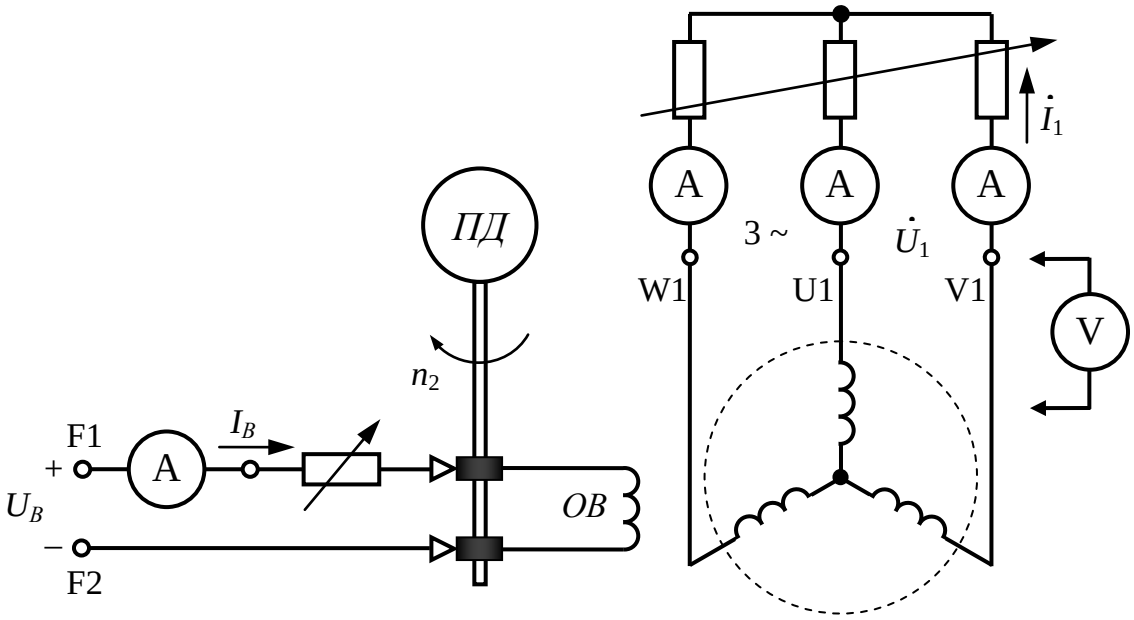


Рис. 8.12. Схема работы синхронного генератора в режиме нагрузки

В режиме нагрузки СГ получают *внешнюю характеристику* – зависимость напряжения на выходе генератора при подключенной нагрузке от тока нагрузки $U_1 = f(I_1)$ при номинальном токе возбуждения I_{BH}, постоянной номинальной частоте вращения вала ротора n_2 и постоянном значении коэффициента мощности нагрузки $\cos\varphi_1$. Ток нагрузки I_1 изменяют в диапазоне $(0 – 1{,}1)I_{1H}$.

Вид внешней характеристики СГ зависит от того, какое значение тока возбуждения принято за номинальное. Обычно за номинальное значение I_B принимают такое, при котором номинальному напряжению U_{1H} соответствует номинальный ток статора I_{1H}.

С увеличением тока нагрузки I_1 при активной ($\varphi_1 = 0$) и активно-индуктивной нагрузках ($\varphi_1 > 0$) напряжение генератора уменьшается, так как увеличиваются падение напряжения на обмотках статора СГ и размагничивающее действие реакции якоря машины, а при активно-ёмкостной нагрузке ($\varphi_1 < 0$) – увеличивается, так как продольная составляющая реакции якоря подмагничивает машину (рис. 8.13).

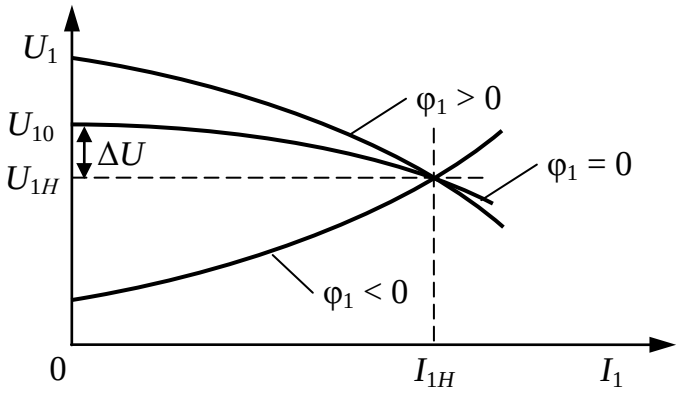


Рис. 8.13. Внешние характеристики синхронного генератора при различных характерах нагрузки

Для оценки отклонения напряжения на выходе генератора от номинального значения используется величина, называемая процентным *изменением напряжения* генератора.

$$\Delta U_{\%} = \frac{\Delta U_1}{U_{1H}} \cdot 100\% = \frac{U_{10} - U_{1H}}{U_{1H}} \cdot 100\%. \qquad (8.6)$$

Обычно СГ рассчитаны на работу с активно-индуктивной нагрузкой с $\cos\varphi_1 = 0{,}8$. В этом случае процентное изменение напряжения генератора может достигать 25 – 30%, однако во избежание повреждений изоляции обмоток статора при нагрузке СГ $\Delta U_{\%}$ не должно превышать 50%.

Регулированием тока возбуждения синхронного генератора можно компенсировать влияние реакции якоря и стабилизировать выходное напряжение. Зависимость $I_B = f(I_1)$ при $U_1 = U_{1H} = \text{const}$; $n_2 = n_{2H} = \text{const}$ и $\cos\varphi_1 = \text{const}$ называется *регулировочной характеристикой*. Она показывает, как нужно изменять ток возбуждения, чтобы при изменении нагрузки напряжение оставалось постоянным. На рис. 8.14 показан типичный вид регулировочных характеристик для различных характеров нагрузки, построенных в предположении, что величина напряжения U_1 для всех характеристик одинакова.

Очевидно, что вид регулировочных характеристик объясняется также характером влияния реакции якоря. Размагничивающее воздействие реакции якоря требуется компенсировать увеличением МДС обмотки возбуждения. Поэтому при активной ($\varphi_1 = 0$) и активно-индуктивной ($\varphi_1 > 0$) нагрузках ток возбуждения I_B растёт с увеличением тока статора I_1. В случае активно-ёмкостной нагрузки ($\varphi_1 < 0$) подмагничивающее воздействие реакции якоря компенсируется уменьшением МДС обмотки возбуждения и ток возбуждения I_B уменьшается с ростом тока статора I_1.

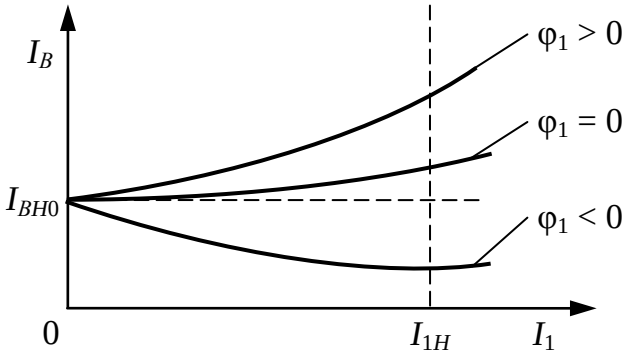


Рис. 8.14. Регулировочные характеристики синхронного генератора при различных характерах нагрузки

В настоящее время постоянное действующее значение напряжения на выходе генератора поддерживается при колебаниях нагрузки посредством быстродействующих автоматических регуляторов напряжения, приложенного к обмотке возбуждения СГ.

8.9. Мощность и КПД трёхфазных синхронных машин

Потребляемая из сети обмоткой статора трёхфазного СД или отбираемая с обмотки статора трёхфазного СГ активная электрическая мощность определяется как мощность трёхфазного симметричного приёмника [7, 12]:

$$P_1 = 3U_{1Ф} I_{1Ф} \cos\varphi_1 = \sqrt{3} \cdot U_{1Л} I_{1Л} \cos\varphi_1, \qquad (8.7)$$

где $U_{1Ф}$ и $U_{1Л}$ – фазное и линейное питающее напряжения; $I_{1Ф}$ и $I_{1Л}$ – фазный и линейный токи статора; $\cos\varphi_1$ – коэффициент мощности фазы статора (нагрузки).

Преобразование электрической энергии в механическую в СД или механической в электрическую в СГ, как и в других электрических машинах, связано с потерями энергии. Поэтому полезная механическая мощность на валу СД P_2 всегда меньше потребляемой мощности P_1. В СГ, наоборот, мощность, генерируемая обмоткой машины P_1, меньше мощности, затрачиваемой на вращение ротора и возбуждение машины. Разница мощностей на выходе и входе синхронной машины оценивается *суммарными потерями мощности* ΣP.

КПД синхронного двигателя

$$\eta_{СД} = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{\sum P}{P_1} = 1 - \frac{\sum P}{P_2 + \sum P}. \qquad (8.8)$$

КПД синхронного генератора

$$\eta_{СГ} = \frac{P_1}{P_2} = 1 - \frac{\sum P}{P_2} = 1 - \frac{\sum P}{P_1 + \sum P}. \qquad (8.9)$$

КПД синхронной машины зависит от величины нагрузки и от её характера. КПД синхронных машин мощностью до 100 кВт составляет 80 – 90%, у более мощных машин КПД достигает 92 – 99%. Более высокие значения КПД относятся к турбо- и гидрогенераторам мощностью в десятки и даже сотни тысяч киловатт.

Все виды потерь в синхронной машине разделяются на *основные* и *добавочные*. Основные потери в синхронной машине складываются из *электрических потерь в обмотке статора, потерь на возбуждение ротора, магнитных потерь* и *механических потерь*. Добавочные потери в синхронных машинах разделяются на два вида: *пульсационные потери в полюсных наконечниках ротор*а и *потери при нагрузке*.

Таким образом, суммарные потери мощности ΣP в синхронной машине

$$\sum P = P_{Э1} + P_B + P_{M1} + P_{МЕХ} + P_{ДОБ}, \qquad (8.10)$$

где $P_{Э1}$ – электрические потери обмоток статора; P_B – потери на возбуждение; P_{M1} – магнитные потери в сердечнике статора машины; $P_{МЕХ}$ – механические потери; $P_{ДОБ}$ – добавочные потери мощности.

Преобразование активной мощности в синхронной машине с возбуждённым ротором в двигательном и в генераторном режимах происходит аналогично преобразованию в асинхронной машине, рассмотренному в подр. 7.5. Отличие заключается только в полном отсутствии магнитных потерь в сердечнике ротора в статическом режиме ($P_{M2} = 0$), а также в том, что электрические потери в обмотке ротора не зависят от нагрузки и режима работы машины и определяются только величиной тока возбуждения I_B.

Электрические потери в обмотке статора

$$P_{Э1} = 3R_1 I_1^2 \le 0{,}075 P_1, \qquad (8.11)$$

где R_1 – активное сопротивление фазы статора; I_1 – ток фазы статора.

Электрические потери на возбуждение ротора

$$P_B = \frac{R_B I_B^2 + U_{Щ} I_B}{\eta_B} \le 0{,}05 P_1, \qquad (8.12)$$

где R_B – активное сопротивление фазы обмотки возбуждения ротора; I_B – ток возбуждения; $U_{Щ}$ – падение напряжения на щёточных контактах ЩКУ (при его наличии); η_B – КПД возбудителя (при его наличии), $\eta_B = 0{,}80 – 0{,}85\%$.

В случае возбуждения ротора постоянными магнитами электрические потери в нём отсутствуют ($P_B = 0$), также как и магнитные.

Магнитные потери P_{M1} в синхронной машине вызваны потерями на гистерезис и потерями на вихревые токи, происходящими в сердечнике статора.

$$P_{M1} \le 0{,}015 P_1. \qquad (8.13)$$

Малые потери энергии в роторе позволяют считать, что мощность на валу машины практически равна электромагнитной мощности.

$$P_2 \approx P_{ЭМ} = P_1 - P_{Э1} - P_{M1}. \qquad (8.14)$$

Механические потери P_{MEX} – это потери на трение в подшипниках и на вентиляцию (при самовентиляции машины). Величина этих потерь пропорциональна квадрату частоты вращения ротора ($P_{MEX} \sim n_2^2$).

$$P_{MEX} \le 0{,}04 P_1. \qquad (8.15)$$

Добавочные потери $P_{ДОБ}$ включают в себя *пульсационные потери* $P_П$ в полюсных наконечниках ротора, обусловленные пульсацией магнитной индукции в зазоре из-за зубчатости внутренней поверхно-

сти статора, и добавочные потери при нагрузке $P_{НАГР}$. Значение этих потерь определяют в процентах от подводимой мощности двигателей или от полезной мощности генераторов P_1. Для синхронных машин мощностью до 1000 кВт добавочные потери принимают равными 0,5%, а для машин мощностью более 1000 кВт – 0,25 – 0,4%.

8.10. Характеристики трёхфазных синхронных машин

Ценной особенностью синхронных машин является возможность регулирования реактивного тока обмотки статора посредством тока возбуждения, величина которого обуславливает особые режимы работы машин. *Недовозбуждение* – ток возбуждения недостаточен для создания необходимого магнитного поля в машине при данных параметрах сети и нагрузки. *Перевозбуждение* – ток возбуждения избыточен для создания необходимого магнитного поля в машине [9].

При недовозбуждении машины в обмотке статора преобладает индуктивная реактивная составляющая тока, а при перевозбуждении – ёмкостная. Т.е. недовозбуждённая машина потребляет из сети реактивную мощность, а перевозбуждённая отдает в сеть реактивную мощность. Причем степень возбуждения синхронной машины влияет только на реактивную составляющую тока статора.

При изменении тока возбуждения меняется не только разность фаз между напряжением и током фаз обмотки статора синхронной машины, но и величина тока статора за счёт реактивной составляющей. При этом активная составляющая тока статора определяется активной мощностью машины (механической мощностью на валу или активной нагрузкой генератора) и остаётся неизменной.

Физическим объяснением этой особенности является то, что у недовозбуждённой машины МДС ротора недостаточна для формирования требуемого магнитного потока в зазоре и МДС статора компенсирует этот недостаток, подмагничивая машину. Для подмагничивания из сети потребляется реактивная мощность, и машина работает с отстающим относительно напряжения реактивным током. У перевозбуждённой машины МДС ротора избыточна и для её компенсации МДС статора должна размагничивать машину. Вследствие этого она работает с опережающим реактивным током статора, а излишняя реактивная мощность отдаётся в сеть.

Зависимость тока статора от тока возбуждения $I_1 = f(I_B)$ при постоянных значениях активной мощности P или электромагнитного

момента M (так как $P \sim M$) называется *U-образной характеристикой* синхронной машины (рис. 8.15) и справедлива как для двигательного, так и для генераторного режимов [9, 12].

Чем больше момент нагрузки на валу двигателя или активная нагрузка генератора, тем больше активная мощность машины и соответственно активная составляющая тока статора и тем выше расположена *U*-образная характеристика.

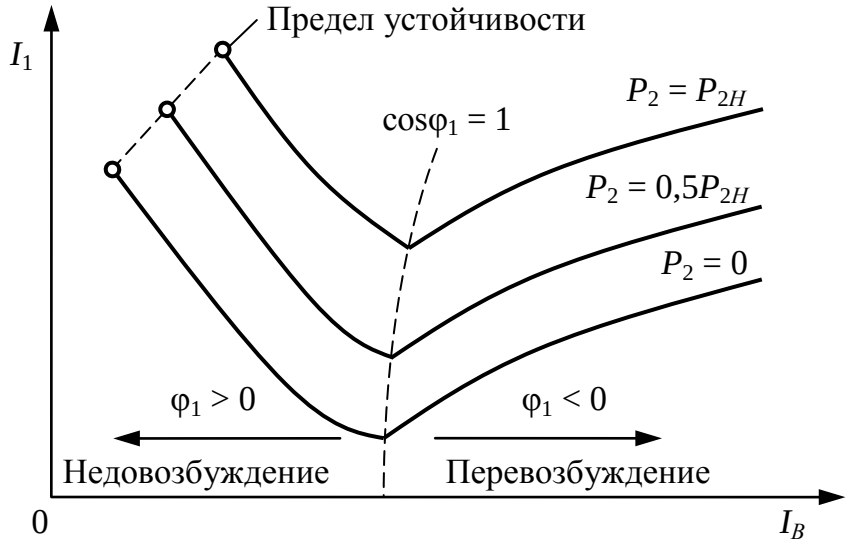


Рис. 8.15. *U*-образные характеристики синхронной машины

Регулированием тока возбуждения при любой нагрузке синхронной машины можно создать режим, при котором она работает с коэффициентом мощности $\cos\varphi_1 = 1$ – *нормальное возбуждение*, что является наиболее рациональным режимом её эксплуатации. При этом обмотка статора машины нагружена чисто активным током и потери энергии в ней минимальны. В большинстве случаев нагрузка СГ имеет активно-индуктивный характер, и для компенсации индуктивных токов приходится несколько перевозбуждать генератор, создавая реактивную ёмкостную мощность в обмотке статора, компенсирующую реактивную индуктивную мощность нагрузки.

Если при достижении предельно допустимого тока статора машины невозможно свести фазовый угол нагрузки φ к нулю за счёт тока возбуждения, то активный ток приёмника СГ или механическую нагрузку на валу СД нужно уменьшить.

При постепенном уменьшении тока возбуждения в определенный момент наступает настолько сильное ослабление магнитного потока обмотки возбуждения, что синхронная машина выпадает из син-

хронизма – пропадает связь между магнитными полюсами ротора и вращающимся полем статора. Если соединить все точки минимально возможных токов возбуждения на *U*-образных характеристиках, то получится линия *предела устойчивости* синхронной машины при недовозбуждении. С ростом момента нагрузки на валу двигателя или активной нагрузки генератора предельное значение тока возбуждения, обеспечивающее устойчивую работу машины, увеличивается.

При работе СД от сети с U_1 = const; f_1 =const и постоянном токе возбуждения его *рабочие характеристики* представляют собой зависимости частоты вращения ротора n_2, потребляемой мощности P_1, момента на валу M, коэффициента мощности $\cos\varphi_1$ и тока в обмотке статора I_1 от полезной мощности двигателя P_2 (рис. 8.16) [9, 12].

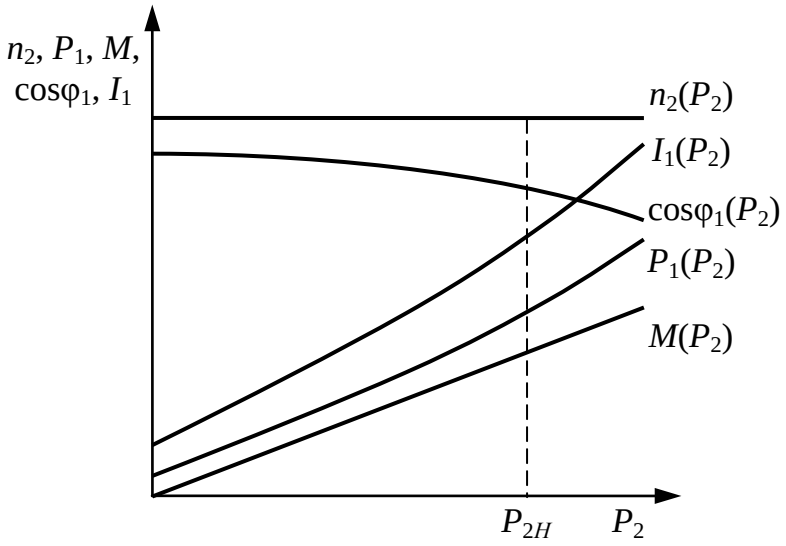


Рис. 8.16. Рабочие характеристики синхронного двигателя

Частота вращения ротора всегда равна синхронной частоте $n_2 = n_0$, поэтому график $n_2 = f(P_2)$ имеет вид прямой, параллельной оси абсцисс. Вращающий момент на валу СД прямо пропорционален мощности. Так как рабочие характеристики снимают при неизменной частоте вращения, то график $M = f(P_2)$ имеет вид прямой.

Активная потребляемая мощность двигателя $P_1 = P_2 + \sum P$. С ростом нагрузки на валу двигателя увеличиваются потери $\sum P$, поэтому потребляемая мощность P_1 растет быстрее полезной мощности P_2 и график $P_1 = f(P_2)$ имеет несколько криволинейный вид.

График $\cos\varphi_1 = f(P_2)$ зависит от степени возбуждения двигателя. Если при холостом ходе установить $\cos\varphi_1 = 1$, то при увеличении нагрузки машина будет недовозбуждена, что приведет к потреблению из сети реактивной мощности и снижению общего коэффициента

мощности сети. Если установить $\cos\varphi_1 = 1$ при номинальной нагрузке или при нагрузке, несколько превышающей номинальную, то при недогрузке СД будет перевозбуждён, отдавая в сеть реактивную мощность, что приведёт к повышению коэффициента мощности сети.

Ток в обмотке статора двигателя с увеличением нагрузки на валу двигателя растёт быстрее, чем потребляемая мощность P_1, вследствие уменьшения коэффициента мощности $\cos\varphi_1$.

Мгновенное значение частоты вращения ротора синхронной машины n_2 при изменении момента нагрузки на валу двигателя или активной нагрузки генератора может несколько отличаться от синхронной частоты вращения магнитного поля n_1. При этом происходят смещение оси полюса ротора относительно оси поля статора на *угол рассогласования* θ и появление угла сдвига фаз между векторами напряжения сети U_1 и ЭДС статора E_1, наводимой потоком возбуждения машины в каждой фазе обмотки с угловой частотой ω_1. В связи с этим весьма важной для анализа работы синхронной машины является зависимость развиваемого момента от угла рассогласования $M = f(\theta)$. Эта зависимость называется *угловой характеристикой* машины [9, 12].

В связи с малыми потерями в обмотке статора синхронной машины можно полагать, что практически вся потребляемая из сети обмоткой статора трёхфазного СД или отбираемая с обмотки статора трёхфазного СГ активная электрическая мощность является электромагнитной:

$$P_{ЭМ} \approx P_1. \tag{8.16}$$

Тогда развиваемый трёхфазным СД электромагнитный момент или возникающий тормозной момент трёхфазного СГ

$$M = \frac{60P_{ЭМ}}{2\pi n_1} = \frac{60P_{ЭМ}}{2\pi n_2} = \frac{z_p P_{ЭМ}}{\omega_1} \approx \frac{z_p 3U_1 I_1 \cos\varphi_1}{\omega_1} \tag{8.17}$$

или при

$$U_1 \cos\varphi_1 = E_1 U_1 \sin\theta/(I_1 x_{L1}) \tag{8.18}$$

$$M = \frac{z_p 3E_1 U_1}{\omega_1 x_{L1}} \sin\theta = M_{\max} \sin\theta, \tag{8.19}$$

где x_{L1} – индуктивное сопротивление фазы статора.

Выражение (8.19) представляет собой *основную составляющую* электромагнитного момента $M_{осн}$, которая имеет место в любой синхронной машине независимо от конструкции ротора.

Появление на валу СД механической нагрузки приводит к возникновению тормозного момента, в результате чего ось полюсов ротора отстает от оси полюсов вращающегося магнитного поля статора на *угол рассогласования* $\theta > 0$, величина которого зависит от момента нагрузки на валу двигателя (рис. 8.17, *а*).

Электромагнитный момент двигателя является вращающим, уравновешивающим механический тормозной момент, приложенный к валу машины. С увеличением момента нагрузки усиливается торможение ротора, магнитные линии «растягиваются» и увеличивается угол рассогласования. В режиме двигателя мощность и электромагнитный момент считаются положительными (рис. 8.17, *б*).

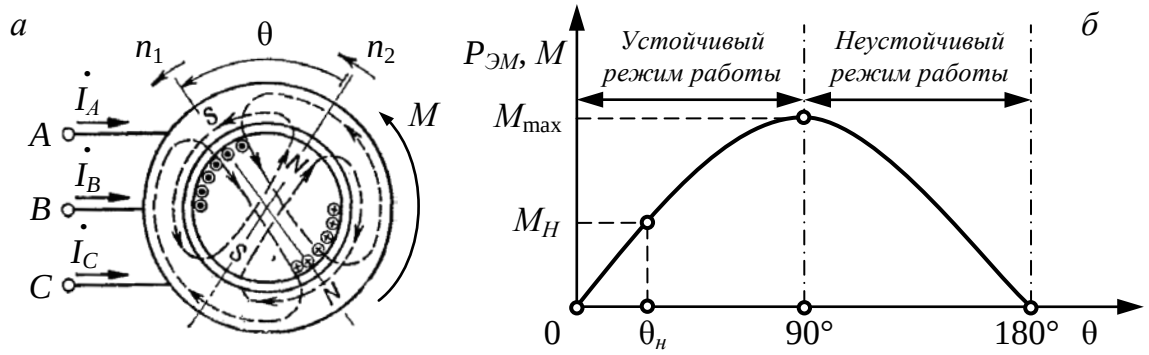


Рис. 8.17. Работа синхронного двигателя:
а – направление момента и частот вращения; *б* – угловая характеристика

Наибольший момент $M_{\max}$ имеет место при критическом угле рассогласования $\theta_{кр} = 90°$. Увеличение угла θ более 90° приводит к неустойчивой работе СД и выпадению его из синхронизма, т.е. устойчивая работа СД возможна только на восходящем участке угловой характеристики при $\theta \le 90°$. Номинальный угол сдвига фаз $\theta_н$ характеризует возможный длительный режим работы двигателя по условиям нагрева и, следовательно, его номинальный момент M_H.

Электрическая мощность считается отрицательной, если машина работает в режиме генератора и отдает энергию в сеть, а электромагнитный момент M является тормозным и направлен против направления вращения ротора. Наличие тормозного момента приводит к тому, что магнитная ось полюса ротора опережает магнитную ось полюса статора на *угол рассогласования* $\theta < 0$, величина которого зависит от активной нагрузки СГ (рис. 8.18, *а*). Тормозному моменту $-M_1$ соответствует отдаваемая генератором в сеть активная мощность $-P_1$ при угле рассогласования $-\theta_1$ (рис. 8.18, *б*). Как видно из графика угловой характеристики, уменьшение тока возбуждения ротора I_B и, следовательно, напряжения на зажимах генератора уменьшает ампли-

туду электромагнитного момента, что приводит к увеличению абсолютного значения угла рассогласования до значения $-\theta_2$ и снижению устойчивости работы генератора.

При критическом угле рассогласования $\theta_{кр} = -90°$ противодействующий момент генератора достигает максимального значения $-M_{max}$, характеризующего предел статической устойчивости машины. При дальнейшем увеличении вращающего момента приводного двигателя генератор не способен создать равного противодействующего электромагнитного момента, скорость ротора становится больше синхронной, генератор выпадает из синхронизма. Таким образом, устойчивое равновесие моментов сохраняется только на участке угловой характеристики при $|\theta| \le 90°$.

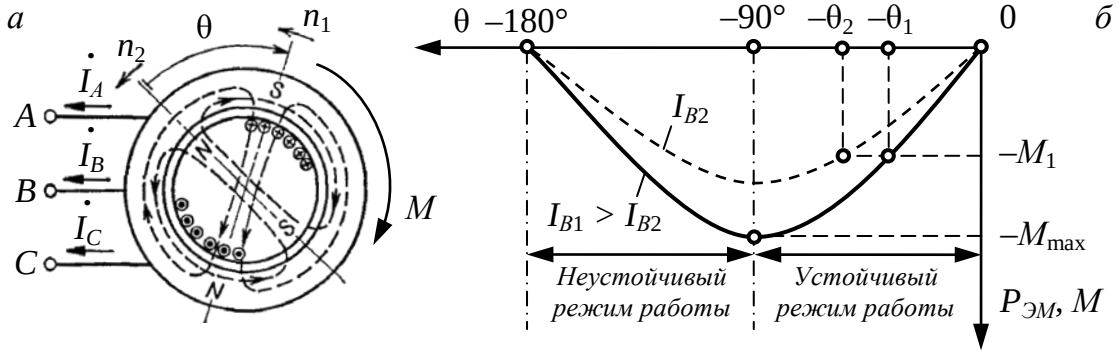


Рис. 8.18. Работа синхронного генератора:
а – направление момента и частот вращения; *б* – угловая характеристика

На пределе статической устойчивости эксплуатация генератора недопустима, так как необходим определённый запас по электромагнитному моменту. Для обеспечения динамической устойчивости СГ должен эксплуатироваться при угле рассогласования $|\theta| \le 30°$ при номинальной мощности.

Уменьшение вращающего момента первичного двигателя вызывает соответствующее уменьшение угла θ, и когда θ станет равным нулю, первичный двигатель будет лишь покрывать потери синхронной машины; в этих условиях машина не будет отдавать энергию в сеть как генератор и потреблять её из сети как двигатель. Этот режим является промежуточным между режимами генератора и двигателя.

Угловая характеристика СГ, как и СД, определяется выражением (8.19). Амплитуда угловой характеристики характеризует перегрузочную способность синхронной машины аналогично опрокидывающему моменту машины асинхронной или предел её статической устойчивости в синхронизме. Она зависит от напряжения сети и от тока возбуждения ротора.

Соотношение максимального момента к номинальному так же, как и для АД, называется *коэффициентом перегрузки по моменту*.

$$\lambda = \frac{M_{\max}}{M_H}. \tag{8.20}$$

Номинальный угол рассогласования СД $\theta_н$ обычно составляет 25 – 30°, а перегрузочная способность λ – (2 – 3).

Для трёхфазной синхронной машины с явно выраженными полюсами зависимость $M = f(\theta)$ имеет вид

$$M = \frac{3E_1U_1}{\omega_1 x_d}\sin\theta + \frac{3}{\omega_1}\frac{U_1^2}{2}\left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d}\right)\sin 2\theta, \tag{8.21}$$

где x_d и x_q – синхронные индуктивные сопротивления явнополюсной синхронной машины по продольной и поперечной осям соответственно.

Второе слагаемое выражения (8.21) представляет собой реактивную составляющую электромагнитного момента M_p, которая не зависит от магнитного потока полюсов ротора. Реактивная составляющая момента M_p возникает и в невозбуждённой машине ($E_1 = 0$), лишь бы к обмотке статора было подведено напряжение U_1 и ротор имел явно выраженные полюса, так как только в этом случае синхронные индуктивные сопротивления по поперечной и продольной осям не равны, т.е. $x_q < x_d$. Из этого следует, что в неявнополюсной синхронной машине реактивная составляющая $M_p = 0$, так как $x_d = x_q = x_{L1}$, и электромагнитный момент M определяется лишь его основной составляющей $M_{осн}$.

На рис. 8.19 приведены графики зависимости электромагнитного момента и его составляющих от угла рассогласования явнополюсной синхронной машины: *1* – график основной составляющей $M_{осн} = f(\theta)$, он же является графиком момента неявнополюсной синхронной машины; *2* – график реактивной составляющей $M_p = f(\theta)$; *3* – график результирующего момента явнополюсной машины.

В явнополюсных машинах максимальный момент соответствует углу рассогласования $|\theta| < 90°$ и обычно составляет 60° – 80°. Для расчёта критического угла нагрузки явнополюсных синхронных машин можно воспользоваться выражением

$$\cos\theta_{кр} = \sqrt{\beta^2 + 0{,}5} - \beta; \tag{8.22}$$

$$\beta = \frac{E_1}{4U_1(x_d / x_q - 1)}. \tag{8.23}$$

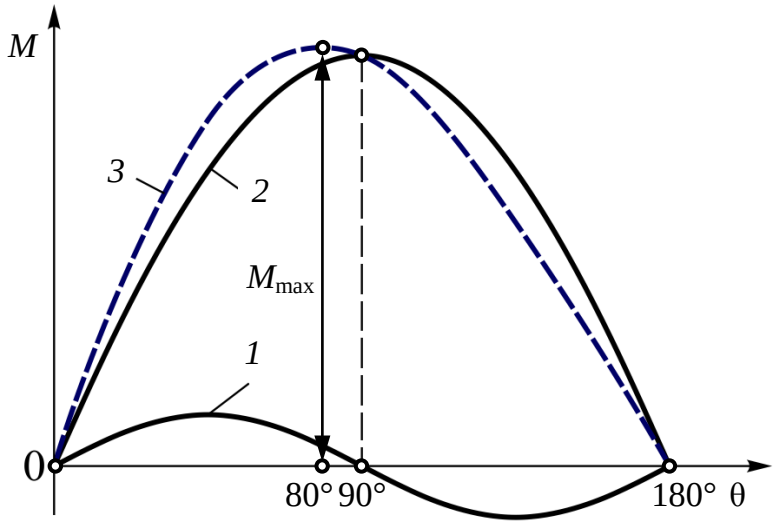


Рис. 8.19. Угловые характеристики явнополюсной синхронной машины

Следует отметить квадратичную зависимость реактивного момента от напряжения питания U_1, что ведёт к резкому снижению перегрузочной способности невозбуждённых синхронных машин при снижении напряжения сети. Неявнополюсные машины с возбуждённым ротором менее восприимчивы к снижению напряжения, так как у них зависимость максимального момента от U_1 линейная.

8.11. Пуск трёхфазных синхронных двигателей

По своей конструкции СД в принципе не отличаются от СГ, но всё же имеют некоторые особенности. Их изготовляют преимущественно явнополюсными с числом полюсов от 4 до 24. Воздушный зазор делают меньшим, чем в генераторах такой же мощности, что способствует улучшению ряда параметров двигателя, в частности уменьшению пускового тока [7, 12].

У всех СД существует ряд проблем, связанных с пуском и синхронизацией. Это объясняется тем, что электрическая машина создаёт постоянный вращающий момент только в том случае, если магнитные поля статора и ротора неподвижны относительно друг друга. При подключении к сети обмотка статора очень быстро, в течение нескольких миллисекунд, создаёт в машине вращающее магнитное поле. Ротор двигателя, обладая массой и инерцией, не может мгновенно набрать скорость поля статора. При этом магнитное поле статора, обгоняя поле ротора, создает попеременно положительный и отрицательный электромагнитные моменты, т.е. часть периода оборота ма-

шина работает в двигательном режиме, а часть периода – в генераторном. В результате устойчивая магнитная цепь между статором и ротором не возникает. Если в пределах одного периода относительная скорость приблизительно постоянна, то среднее значение вращающего момента, развиваемого двигателем, равно нулю, и он может вращаться только за счёт приложенного к ротору внешнего момента.

Для того чтобы двигатель без нагрузки на валу под действием собственного вращающего момента вошёл в синхронизм, нужно, чтобы в течение времени, когда момент положителен, скорость вращения ротора успела возрасти до синхронной. Поэтому для пуска СД приходится применять специальные способы, сущность которых состоит в предварительном приведении ротора во вращение до синхронной или близкой к ней частоте, при которой между статором и ротором устанавливается устойчивая магнитная связь.

На сегодняшний день существуют три способа синхронизации СД:

- самозапуск;
- частотный пуск;
- асинхронный пуск.

В первом случае при подключении к сети двигатель за половину периода разгоняется до синхронной скорости за счёт собственного электромагнитного момента. Очевидно, что это возможно, только если он развивает достаточно большой вращающий момент и при этом суммарный момент инерции незначителен. Иногда для снижения момента инерции и тормозного момента ротор на время пуска отсоединяется от нагрузки с помощью электромагнитной муфты.

Частотный пуск реализуется при питании двигателя от управляемого преобразователя частоты (см. подр. 7.8). Здесь частота питания f_1 повышается от нуля до номинального значения с небольшой скоростью, достаточной для удержания синхронизма. При такой скорости изменения частоты питания двигатель работает синхронно с момента начала пуска и развивает пусковой момент, ограниченный только максимальным моментом и необходимым запасом устойчивости. Очевидно, что частотный пуск можно использовать в приводах с регулируемой скоростью вращения, где для этой цели применяют преобразователь частоты.

Наиболее распространённым способом пуска является асинхронный пуск (рис. 8.20). Для этого используется демпферная короткозамкнутая обмотка. При пуске ротор разгоняется до подсинхронной частоты ($n_2 \approx 0{,}95n_1$) за счёт асинхронного вращающего момента, соз-

даваемого короткозамкнутой пусковой обмоткой, а затем втягивается в синхронизм положительным импульсом основного и/или реактивного момента. После вхождения в синхронизм ток и вращающий момент пусковой обмотки снижаются до нуля, и она не влияет на работу двигателя в статическом режиме. При изменении нагрузки, напряжения питания или тока возбуждения двигателя короткозамкнутая обмотка выполняет очень важную функцию демпфирования колебаний ротора.

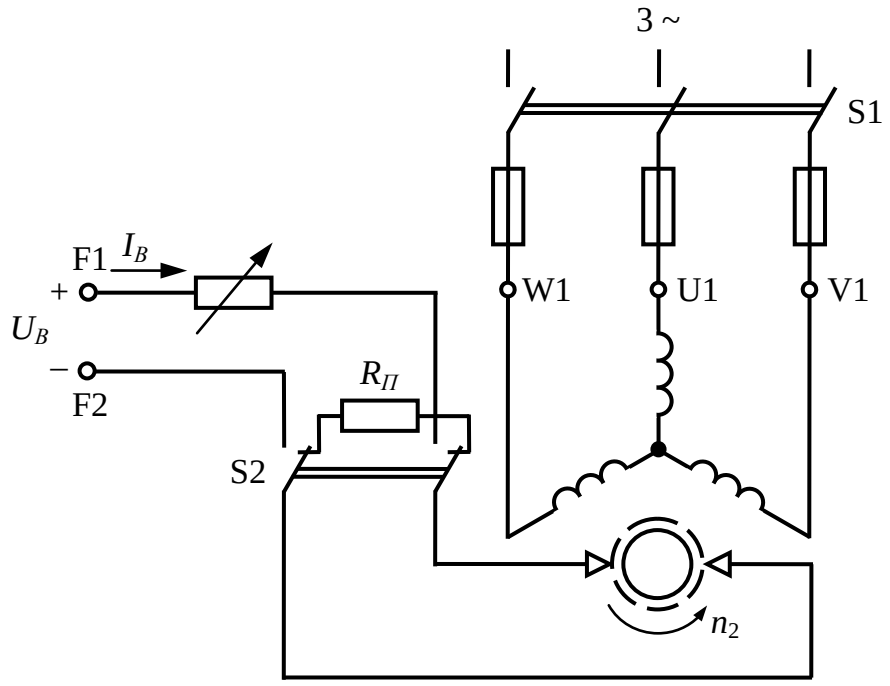


Рис. 8.20. Схема асинхронного пуска синхронного двигателя

При асинхронном пуске обмотка возбуждения должна быть замкнута через активное сопротивление $R_П$, величина которого равна примерно десятикратному сопротивлению самой обмотки. Это делается для того, чтобы исключить перенапряжения, так как обычно обмотка возбуждения имеет большое число витков и в асинхронном режиме в ней может наводиться ЭДС, достаточная для пробоя изоляции.

Чем больше критическое скольжение, тем легче и быстрее проходит асинхронный пуск двигателя. Естественно, нагрузка на валу затрудняет синхронизацию, так как она уменьшает предельное скольжение. Также осложняет вхождение в синхронизм увеличение момента инерции, снижающее частоту собственных колебаний двигателя. Значительно затрудняет синхронизацию увеличение частоты питания. В то же время понижением частоты можно обеспечить синхронизацию при любом конечном значении момента инерции и момента нагрузки.

Одним из основных параметров, от которых зависят пусковые свойства двигателя, является активное сопротивление короткозамкнутой обмотки. Однако при выборе его значения разработчики машин сталкиваются с серьёзными противоречиями, так как для увеличения пускового момента нужно увеличивать активное сопротивление обмотки. Но при этом возрастает критическое скольжение и уменьшается момент входа в синхронизм, ограничивающий нагрузочный момент двигателя.

У двигателей с постоянными магнитами асинхронный пуск значительно усложняется из-за того, что он производится с возбуждённым магнитным полем ротора. Это поле наводит в обмотке статора ЭДС с переменной частотой, отличающейся от частоты сети. Поэтому ЭДС источника питания не может её компенсировать и синхронная машина в асинхронном режиме работает генератором, создавая тормозной момент. Цепь обмотки статора замкнута через источник питания, обладающий, как правило, малым внутренним сопротивлением, поэтому статорную обмотку для токов, наводимых магнитным полем ротора, можно считать замкнутой накоротко.

При асинхронном пуске СД возникает значительный пусковой ток. Поэтому пуск таких двигателей, как и асинхронных, непосредственным включением в сеть на номинальное напряжение применяют при достаточной мощности сети, способной выдерживать без чрезмерного падения напряжения броски пускового тока, в 5…7 раз превышающего номинальные значения. Если же мощность сети недостаточна, то можно использовать пуск двигателя при пониженном напряжении (автотрансформаторный или реакторный) или же применить электронное устройство «мягкого» пуска (см. подр. 7.7).

8.12. Параллельная работа синхронных генераторов

На электрических станциях обычно устанавливают несколько СГ, включаемых параллельно для совместной работы на сеть. Наличие нескольких генераторов вместо одного суммарной мощности даёт преимущества в надёжности и экономичности.

При включении генераторов на параллельную работу для всех машин должны строго выполняться следующие условия [7, 9, 12]:

- равенство действующих значений напряжений;
- равенство частот напряжений;
- равенство фаз напряжений;
- равенство порядка чередования фаз напряжений.

Необходимо отрегулировать все эти параметры на холостом ходу и в надлежащий момент выполнить подключение генератора к сети. Совокупность этих операций называется *синхронизацией генератора*.

Неправильная синхронизация может вызвать серьёзную аварию. Если, например, в момент включения ЭДС генератора и напряжение в сети будут в противофазе, то это эквивалентно короткому замыканию обмотки якоря генератора при удвоенном напряжении. Ударные силы и моменты в этом случае возрастают в четыре раза, что может привести к разрушению элементов конструкции генератора.

Равенство напряжений регулируется током возбуждения подключаемого генератора и контролируется вольтметром. Частота напряжения генератора настраивается изменением скорости вращения приводного двигателя с помощью частотомера. Правильность порядка чередования фаз проверяется только при первом включении после монтажа схемы. Согласование фаз контролируется с помощью специальных измерительных устройств – *синхроноскопов*.

Ламповый синхроноскоп используется только при подключении маломощных электрогенераторов. Электрические генераторы большой мощности подключаются с использованием специального стрелочного прибора – электромагнитного синхроноскопа. В нём используется принцип вращающегося электромагнитного поля. Стрелка располагается по центру шкалы, что указывает на одинаковые параметры вращающихся роторов двух электрогенераторов. При появлении отличий в скорости вращения роторов стрелка отклоняется в ту или в иную сторону.

Схема подключения простейшего лампового синхроноскопа показана на рис. 8.21. Если при разомкнутом ключе S1 условия синхронизации выполняются, то в любой момент времени напряжение на каждой лампе в точности равно нулю. Однако если с помощью вольтметра можно отрегулировать ток возбуждения так, чтобы линейные напряжения генератора и сети были одинаковыми, а с помощью ламп убедиться в правильности порядка чередования фаз генератора, то частота ЭДС СГ f_G будет отличаться от частоты сети f_N. При этом напряжение на лампах будет пульсировать с частотой $\Delta f = f_N - f_G$, с этой частотой они будут синхронно загораться и гаснуть. Регулированием скорости вращения генератора можно добиться, чтобы частота мигания ламп была минимальной, и произвести включение в момент, когда лампы не горят.

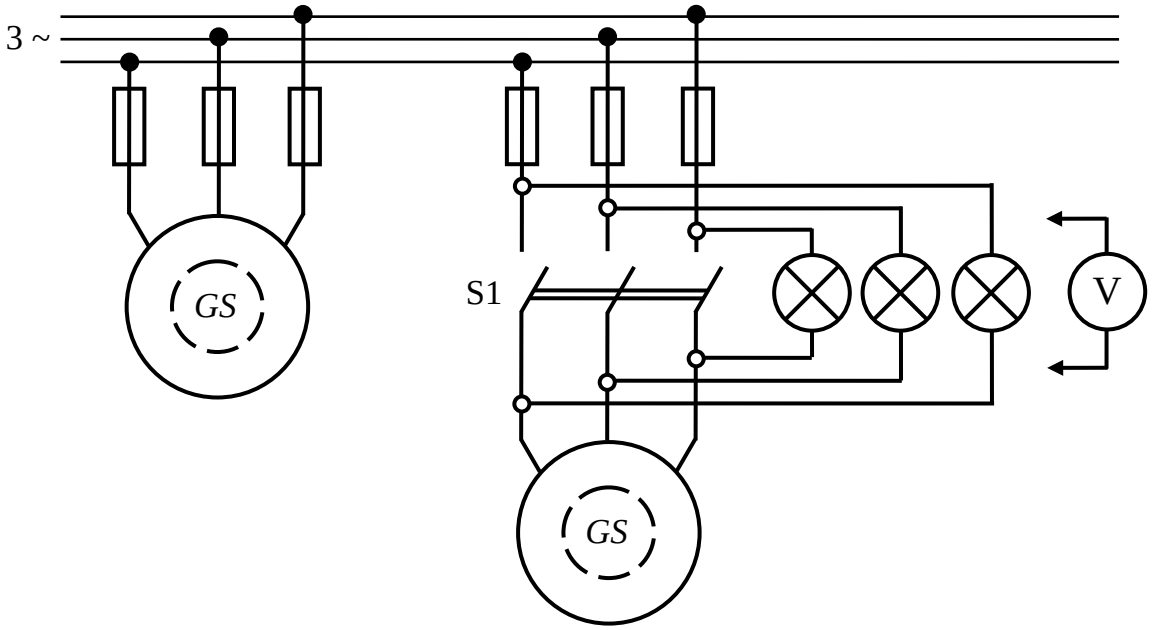


Рис. 8.21. Схема подключения лампового синхроноскопа

Свечение ламп имеет довольно значительную инерцию, а также зону нечувствительности. Они гаснут и загораются при ненулевом напряжении. Момент синхронизации будет определён точнее, если параллельно одной из ламп подключить вольтметр с нулевой точкой в середине шкалы и произвести включение при прохождении стрелки через нуль.

8.13. Синхронные компенсаторы

Способность генерировать реактивную мощность является одним из существенных достоинств синхронных машин с электромагнитным возбуждением. С их помощью можно исключить загрузку линий электропередачи реактивным током, если в точках присоединения к сети конечных потребителей электроэнергии подключить синхронные машины, покрывающие потребность в реактивной мощности, – синхронные компенсаторы [7, 9].

СК обладают большой реактивной мощностью: от 10 до 160 тыс. квар. Выполняют их обычно с горизонтальным расположением вала на напряжение от 6,6 до 16 кВ при частоте 50 Гц. В СК современных серий применён асинхронный пуск, поэтому их роторы снабжены пусковыми короткозамкнуыми обмотками.

Вал СК не передаёт вращающего момента, поэтому при его расчете учитывают лишь силу тяжести ротора и силу магнитного

притяжения. В итоге вал компенсатора по сравнению с валом СД имеет меньшее сечение, что способствует уменьшению габаритов и массы машины. Так как вал СК не имеет выступающего конца, то компенсаторы сравнительно легко герметизировать для применения в нем системы водородного охлаждения.

СК применяют также для стабилизации напряжения в сети при передаче энергии по линиям большой протяжённости. При больших индуктивных нагрузках напряжение в конце линии (у потребителей) оказывается намного меньше, чем в её начале; при малых нагрузках, наоборот, под влиянием ёмкостных сопротивлений линии электропередачи напряжение в конце линии может даже повышаться по сравнению с напряжением в начале. Если же в конце линии (у потребителей) включить СК, работающий при больших нагрузках с перевозбуждением и при малых нагрузках с недовозбуждением, то это позволит поддерживать напряжение в конце линии практически неизменным.

На рис. 8.22 показана энергетическая система, состоящая из синхронного генератора *GS*, повышающего *T*I и понижающего *T*II трансформаторов, линии электропередачи *ЛЭП*, потребителя *Z* и синхронного компенсатора *MS*, включенного непосредственно на входе потребителя.

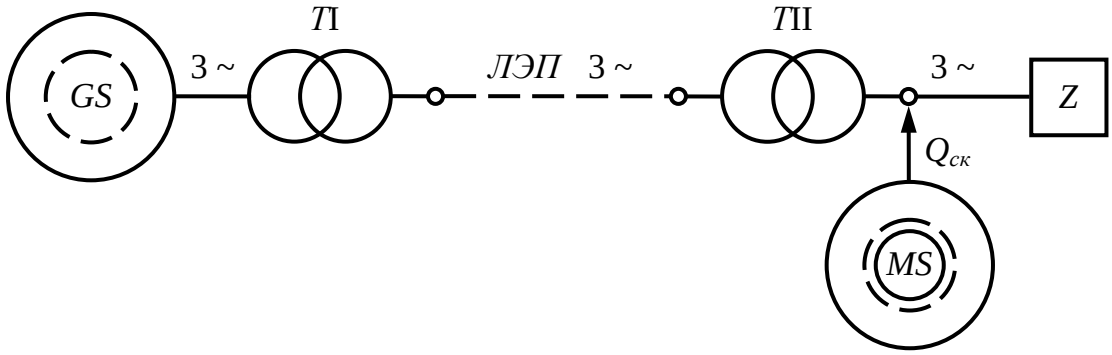


Рис. 8.22. Схема подключения синхронного компенсатора

СК, включенный в сеть, работает как двигатель с перевозбуждением в режиме холостого хода ($P_2 = 0$), т. е. без нагрузки на валу, и при этом вырабатывает реактивную ёмкостную мощность $Q_{ск}$, необходимую для компенсации реактивной индуктивной мощности потребителя *Z*, например группы асинхронных двигателей. Благодаря этому реактивная мощность в синхронном генераторе *GS* и *ЛЭП* доведена до требуемого минимального значения, что способствует повышению экономических показателей всей электрической системы.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется синхронной электрической машиной?
2. Какова область применения синхронных машин?
3. Назовите разновидности трёхфазных синхронных машин.
4. Опишите конструкцию статора трёхфазного синхронного генератора.
5. Опишите конструкцию ротора синхронной машины.
6. В чём отличие явнополюсных и неявнополюсных машин?
7. Опишите способы возбуждения синхронных машин.
8. Как определяется синхронная частота вращения двигателя?
9. Что такое угол рассогласования синхронной машины?
10. От чего зависит угловая частота ЭДС, наводимой в фазе обмотки статора трёхфазного синхронного генератора?
11. Поясните режим холостого хода и короткого замыкания трёхфазного синхронного генератора.
12. Что называют внешней и регулировочной характеристикой трёхфазного синхронного генератора?
13. Какие виды потерь энергии имеются в синхронной машине?
14. Что означают термины *недовозбуждение*, *перевозбуждение* и *нормальное возбуждение* синхронной машины и для чего они используются?
15. Что называется *U*-образной характеристикой синхронной машины?
16. Что представляют собой рабочие характеристики синхронного двигателя?
17. Что называется угловой характеристикой синхронной машины?
18. В чём отличие угловых характеристик явнополюсных и неявнополюсных машин?
19. Как по угловой характеристике определить предел статической устойчивости машины?
20. В чём суть асинхронного пуска синхронного двигателя?
21. Каковы условия синхронизации синхронного генератора?
22. Поясните принцип использования синхроноскопов.
23. Что такое синхронный компенсатор и для чего он нужен?
24. В чём отличие синхронного компенсатора от синхронного двигателя или генератора?
25. От чего зависит режим возбуждения синхронного компенсатора?

9. МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

9.1. Общие сведения

Машина постоянного тока (МПТ) – электрическая машина, предназначенная для преобразования механической энергии в электрическую постоянного тока и наоборот. Машины постоянного тока являются обратимыми машинами, т.е. они могут работать как в режиме генератора, так и в режиме двигателя [7, 11, 12].

МПТ отличаются от других типов вращающихся электрических машин наличием механического инвертора электрического тока, называемого *коллектором*, поэтому часто этот вид электрических машин называют *коллекторными машинами*. Коллектор позволяет использовать для их питания источники постоянного тока или генерировать электрическую энергию в виде постоянного тока.

В настоящее время коллекторные машины постоянного тока изготавливаются на мощности от долей ватта до 15 мегаватт. Например, мощность двигателя трамвая составляет 40 – 45 кВт при напряжении питания 550 В; мощность двигателя электровоза или пригородного поезда составляет 150 – 200 кВт при напряжении питания 1500 В. Скорость вращения находится в пределах от нескольких оборотов до 25…30 тысяч оборотов в минуту.

Двигатели постоянного тока (ДПТ) стоят почти на каждом автомобиле – это стартер, электропривод стеклоочистителя, вентилятор отопителя салона и др. ДПТ большой мощности используются главным образом в качестве тяговых двигателей электровозов, буровых станков и горных экскаваторов. Двигатели малой мощности находят широкое применение в станкостроении, ручном инструменте, бытовой технике и др.

Основные преимущества ДПТ по сравнению с бесколлекторными двигателями переменного тока – хорошие пусковые и регулировочные свойства, возможность получения частоты вращения более 3000 об/мин, недостатки – относительно высокая стоимость, некоторая сложность в изготовлении и пониженная надёжность. Все эти недостатки машин постоянного тока обусловлены наличием в них щёточно-коллекторного узла (ЩКУ), который к тому же является источником радиопомех и пожароопасности. Эти недостатки ограничивают применение данных машин, однако в системах электроприводов высокого качества с широким диапазоном регулирования координат коллекторные ДПТ сохраняют свою ведущую роль.

Отечественной промышленностью производятся МПТ (преимущественно двигатели) широкого диапазона мощностей различных конструктивных исполнений, предназначенные для применения во всех отраслях народного хозяйства. Изготовление машин ведётся, как правило, сериями, при этом наряду с сериями машин общего назначения выпускаются серии машин специального назначения (для металлургической, горнодобывающей промышленности, для транспорта и т.п.). Наиболее широкое применение в настоящее время получили МПТ общего назначения серий 2П, 4П и 5П. В основу этих серий положено разделение машин по высотам оси вращения, как это сделано в серии трёхфазных асинхронных двигателей 4А.

Единая серия 2П имеет 11 габаритов машин по высотам оси вращения 90, 100, 112, 132, 160, 180, 200, 225, 250, 280 и 315 мм при частоте вращения от 750 до 4000 об/мин. Диапазон мощностей машины серии 2П составляет: для двигателей – от 0,17 до 200 кВт, для генераторов – от 0,37 до 180 кВт.

Двигатели серии 2П изготовляются с независимым возбуждением при напряжении возбуждения 110 и 220 В независимо от напряжения цепи якоря (110, 220, 340 и 440 В). Возбуждение генераторов смешанное, параллельное или независимое. При независимом возбуждении напряжение на обмотку возбуждения подается 110 или 220 В, независимо от напряжения цепи якоря (115, 230 и 460 В).

Электрические МПТ серии 4П с высотой оси вращения 200 – 450 мм предназначены для комплектации электроприводов постоянного тока общепромышленного назначения (бумагоделательных, красильно-отделочных и подъемно-транспортных машин, полимерного оборудования, а также буровых станков и вспомогательных агрегатов экскаваторов). Диапазон мощностей машины серии 4П составляет: для двигателей – от 6 до 315 кВт, для генераторов – от 21 до 170 кВт.

Двигатели серии 4П изготовляются с независимым возбуждением при напряжении возбуждения 110 и 220 В независимо от напряжения цепи якоря (110, 220, 340 и 440 В). Генераторы постоянного тока (ГПТ) серии 4П изготовляются с независимым возбуждением на номинальные напряжения обмотки возбуждения 115, 230 и 460В.

Маломощные двигатели серии 5П с высотой оси вращения 100 – 160 мм предназначены для работы в регулируемых электроприводах, питаемых от полупроводниковых преобразователей, в том числе в приводах, оснащённых системами автоматического управления, контроля и диагностики с применением микропроцессорной техники.

9.2. Принцип действия коллектора

Характерным признаком коллекторных машин является наличие у них коллектора – механического инвертора – преобразователя постоянного тока в переменный или, иначе, преобразователя частоты, на входе которого ток и напряжение имеют нулевую частоту, а на выходе – частоту вращения. Необходимость в таком преобразователе объясняется тем, что в обмотке якоря коллекторной машины должен протекать переменный ток, так как только в этом случае в машине происходит непрерывный процесс электромеханического преобразования энергии.

Простейшей коллекторной МПТ является помещённая в неподвижное однородное магнитное поле токопроводящая рамка, концы которой присоединены к полукольцам со скользящими по ним щётками. Полукольца вместе с рамкой вращаются на общем валу.

Если щётки подключить к источнику постоянного тока, соблюдая указанную на рис. 9.1 полярность, то по рамке будет протекать ток *I*. В соответствии с законом Ампера на активные стороны рамки *аб* и *вг* в направлении, перпендикулярном линиям магнитной индукции, будут действовать силы [7, 12]

$$F_{аб} = F_{вг} = BlI \sin\alpha, \qquad (9.1)$$

где *B* – индукция магнитного поля; *l* – длина активной стороны рамки; α – угол между осью полюсов магнитного поля и нормалью к плоскости рамки.

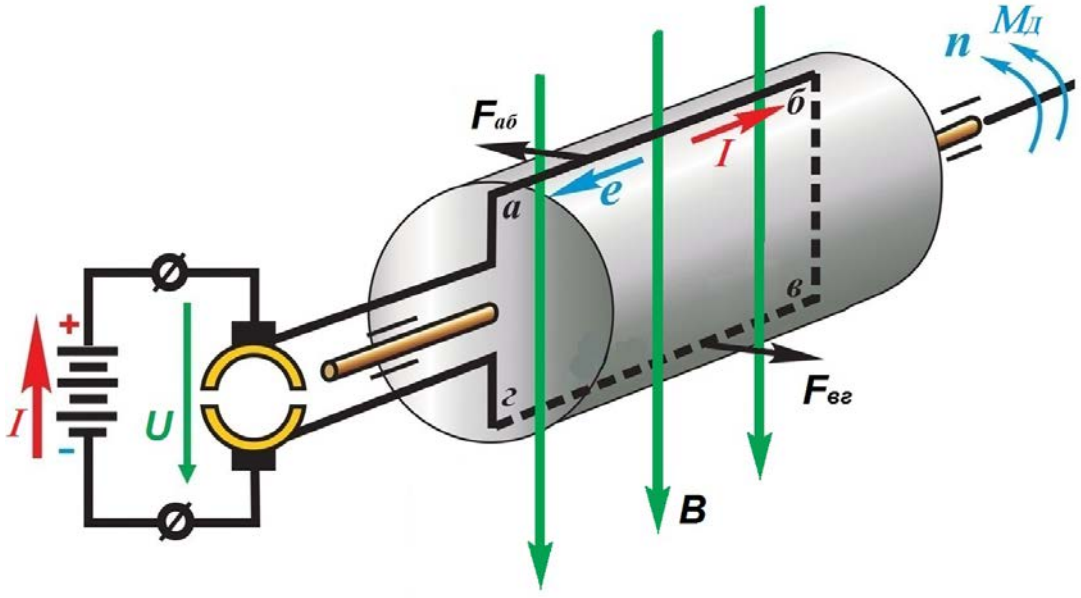


Рис. 9.1. Простейшая модель коллекторного двигателя постоянного тока

Эти силы, действуя на плечо, равное половине диаметра рамки D, создадут вращающий электромагнитный момент, под действием которого рамка придёт в движение.

$$M_{Д} = 2F_{аб}\frac{D}{2} = BlID\sin\alpha = M_{\max}\sin\alpha, \qquad (9.2)$$

где $M_{\max}$ – амплитуда вращающего электромагнитного момента.

После поворота в горизонтальное положение верхняя щётка перейдёт на полукольцо, соединённое со стороной *вг*, а нижняя – на полукольцо, соединённое со стороной *аб*. В результате направление тока в активных сторонах рамки изменится на противоположное, но под каждым полюсом магнитного поля направление протекания тока в рамке сохранится. Поэтому сохранится и направление действия силы, а также вращающего момента. Следовательно, вращающий электромагнитный момент будет пульсирующим:

$$M_{Д} = M_{\max}\left|\sin\alpha\right| \qquad (9.3)$$

со средним значением

$$M_{Дср} = 0{,}638M_{\max}. \qquad (9.4)$$

Таким образом, устройство на рис. 9.1 является простейшим ДПТ, а разрезанное кольцо – простейшим коллектором. В рассмотренном процессе коллектор обеспечивает неизменное направление протекания тока под полюсами магнитного поля. При этом ток в рамке каждую половину оборота изменяет направление на противоположное, т.е. из постоянного тока, протекающего через щётки, он становится переменным с частотой, равной частоте вращения рамки n.

Рассмотренная упрощённая модель ДПТ не обеспечивает двигателю устойчивой работы, так как при прохождении плоскостью рамки геометрической нейтрали полюсов магниного поля ($\alpha = 0$) электромагнитные силы $F_{аб}$ и $F_{вг}$ равны нулю (магнитная индукция в середине межполюсного пространства равна нулю). Однако с увеличением числа рамок с пластинами коллектора при их равномерном распределении по окружности вала вращение двигателя становится устойчивым и равномерным за счёт снижения пульсации и увеличения среднего значения вращающего электромагнитного момента.

Теперь предположим, что щётки отключены от внешней электрической цепи, а рамка вращается с постоянной угловой скоростью $2\pi n$ под действием вращающего момента $M_{вр}$ приводного двигателя против часовой стрелки, как показано на рис. 9.2.

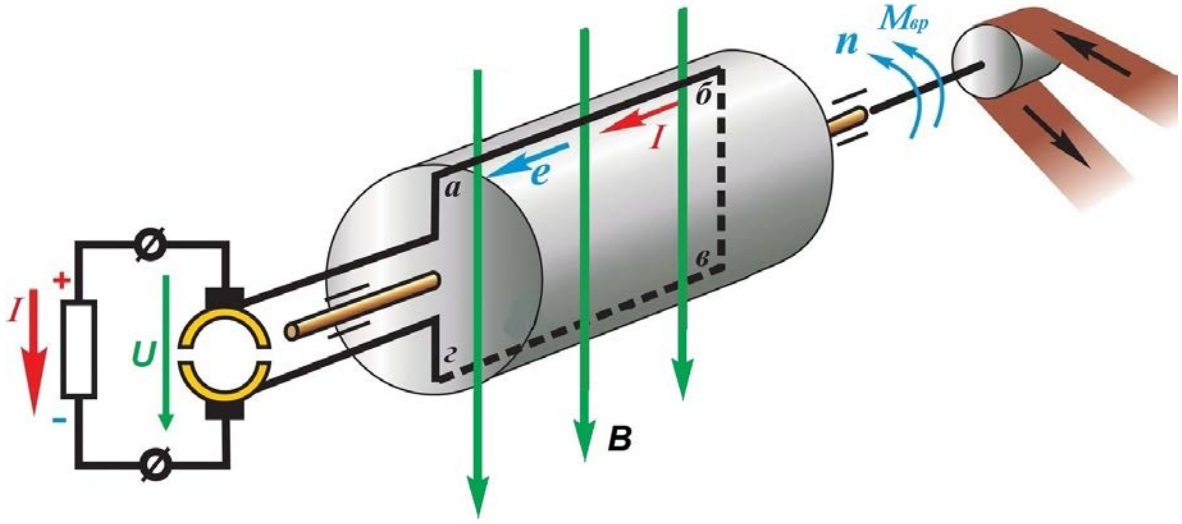


Рис. 9.2. Простейшая модель коллекторного генератора постоянного тока

В каждой активной стороне рамки будет наводиться переменная ЭДС

$$e_{аб} = e_{вг} = Blv\sin\alpha = Bl\frac{2\pi nD}{2}\sin(2\pi nt), \qquad (9.5)$$

где v – скорость движения активной стороны рамки в магнитном поле.

Так как активные стороны соединены последовательно, то полная ЭДС рамки равна

$$e = 2e_{аб} = 2Bl\pi nD\sin(2\pi nt) = E_{\max}\sin(2\pi nt). \qquad (9.6)$$

Следовательно, на полукольцах коллектора наводится переменная синусоидальная ЭДС с угловой частотой вращения рамки $2\pi n$. Верхняя щётка независимо от положения рамки всегда подключена к полукольцу, соединённому с активной стороной, находящейся под северным полюсом магнитного поля, а нижняя щётка – со стороной, расположенной под южным полюсом. Поэтому на верхней щётке электрический потенциал будет всегда положительным, а на нижней – отрицательным. Объясняется это тем, что в момент, когда ЭДС в витке меняет своё направление, происходит смена коллекторных пластин под щётками.

Таким образом, в данном случае устройство на рис. 9.2 будет простейшим генератором постоянного тока (ГПТ), а коллектор и щётки – механическим двухполупериодным выпрямителем, преобразующим переменную ЭДС в пульсирующую со средним значением

$$E_{cp} = 0{,}638E_{\max}, \qquad (9.7)$$

где $E_{\max}$ – амплитуда переменной ЭДС.

Если к щёткам подключить какую-либо внешнюю электрическую цепь, то под действием ЭДС в этой цепи будет протекать постоянный электрический ток.

Очевидно, что если увеличить количество рамок, расположив их равномерно в магнитном поле по окружности вала под углом $2\pi/n$, и соединить так, чтобы во всех рамках протекал одинаковый ток, то величина ЭДС увеличится, а её пульсации уменьшатся.

Таким образом, коллектор в МПТ выполняет роль выпрямителя переменного тока в генераторах или автоматического переключателя направления тока в двигателях.

9.3. Устройство машин постоянного тока

МПТ (рис. 9.3) состоят из трех основных частей [7, 12]:

1) индуктора;
2) якоря;
3) щёточно-коллекторного узла (ЩКУ).

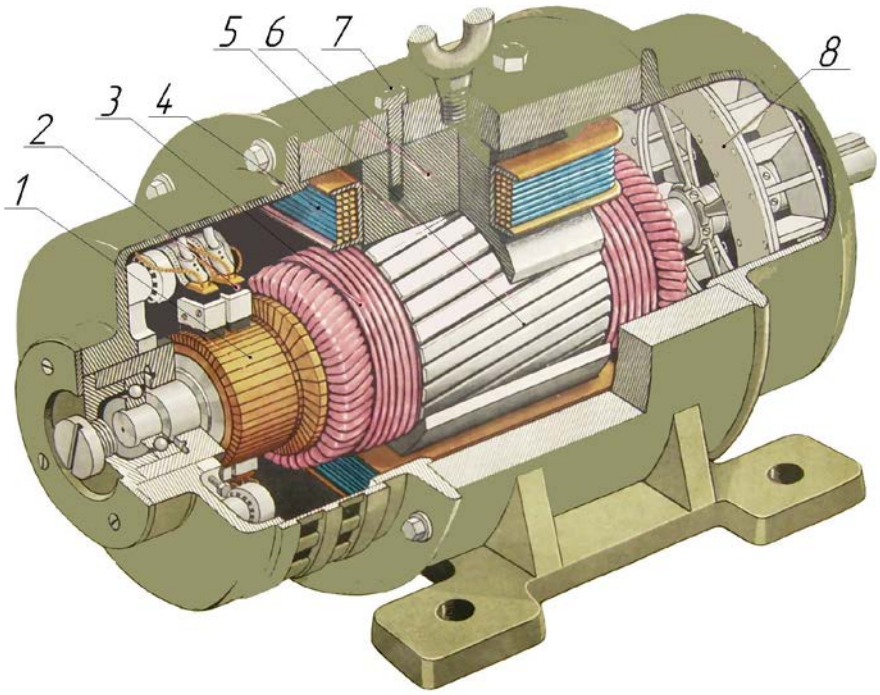


Рис. 9.3. Внешний вид коллекторный машины постоянного тока:
1 – коллектор; *2* – щеткодержатель со щетками; *3* – обмотка якоря; *4* – полюсная катушка; *5* – сердечник якоря; *6* – сердечник полюсного наконечника; *7* – станина; *8* – вентилятор

Индуктор – это неподвижная часть, состоящая из станины *7* и полюсных наконечников, представляющих собой катушки *4* с литыми или шихтованными сердечниками *6* и предназначенных для создания магнитного поля машины (см. рис. 9.3). От корпуса полюсного наконечника катушка отделена изоляционным материалом. Катушки всех полюсов соединяют в одну общую электрическую цепь, образующую обмотку возбуждения машины. Полюсные наконечники соединены так, чтобы главные магнитные полюсы *N* и *S* чередовались.

Плоскости, проходящие между смежными полюсными наконечниками (полюсами), называются *геометрическими нейтралями*, а часть окружности между геометрическими нейтралями – *полюсным делением* τ (рис. 9.4). Полюсное деление в зависимости от решаемой задачи может измеряться в угловых или линейных единицах, а также числом пазов пакета статора или ротора. Название *нейтраль* связано с тем, что магнитная индукция главных полюсов на этой линии равна нулю.

Станину изготавливают из стали – материала, обладающего достаточной механической прочностью и большой магнитной проницаемостью. В нижней части станины имеются лапы для крепления машины к фундаментной плите, а по окружности станины расположены отверстия для крепления сердечников главных полюсов.

На осях геометрических нейтралей индуктора между главными полюсами машины устанавливаются дополнительные полюсные наконечники, конструкция которых аналогична конструкции главных полюсов за исключением формы полюсных наконечников. Обмотки дополнительных наконечников соединяют последовательно с обмоткой ротора машины для компенсации *реакции якоря* (см. подр. 9.5).

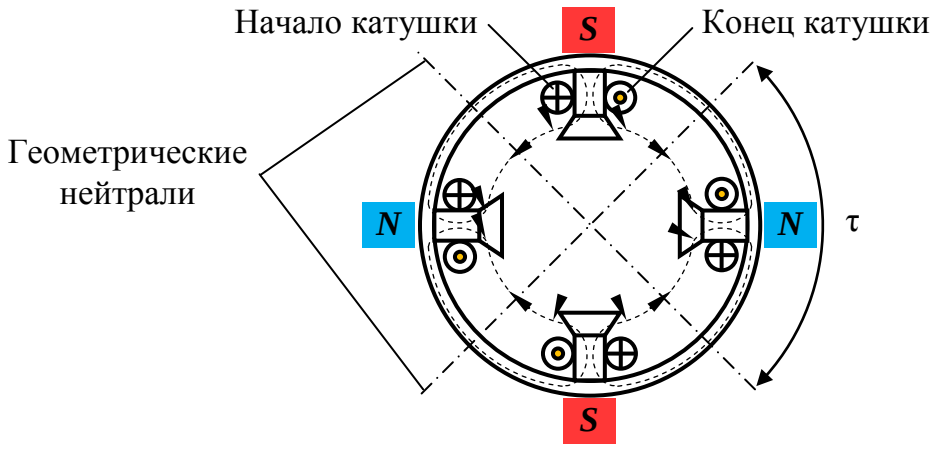


Рис. 9.4. Схема полюсов индуктора

В современных МПТ часто используют пакеты магнитопровода статоров машин переменного тока, в пазы которых укладывают все обмотки: возбуждения, дополнительных полюсов, а также компенсационную обмотку. Это позволяет унифицировать технологию и технологическую оснастку производства машин постоянного и переменного тока. В ряде случаев за счёт такого решения улучшаются и эксплуатационные характеристики МПТ.

В передней и задней крышках корпуса МПТ установлены шариковые или роликовые подшипники, в которых вращается ротор машины, называемый якорем.

Якорь – это вращающаяся часть машины. Сердечник якоря *5* (см. рис. 9.3) собирается из тонких листов электротехнической стали (до 0,5 мм толщиной), имеющих вид дисков с вырезами, образующими при сборке пазы. Пластины сердечника якоря изолируются друг от друга электротехническим лаком. Такой способ изготовления снижает потери мощности на вихревые токи, возбуждающиеся в сердечнике при вращении в магнитном поле.

Обмотку якоря выполняют медным проводом круглого или прямоугольного сечения. Пазы сердечника якоря после заполнения их проводами обмотки обычно закрывают текстолитовыми клиньями. Концы катушек каждой секции обмотки после укладки в пазы припаивают к медным пластинам коллектора, которые расположены диаметрально противоположно по окружности якоря. Совокупность пар таких пластин образует коллектор барабанного типа *1*. Пакет якоря и коллектор напрессовывают на вал. Внешний вид якоря МПТ представлен на рис. 9.5.

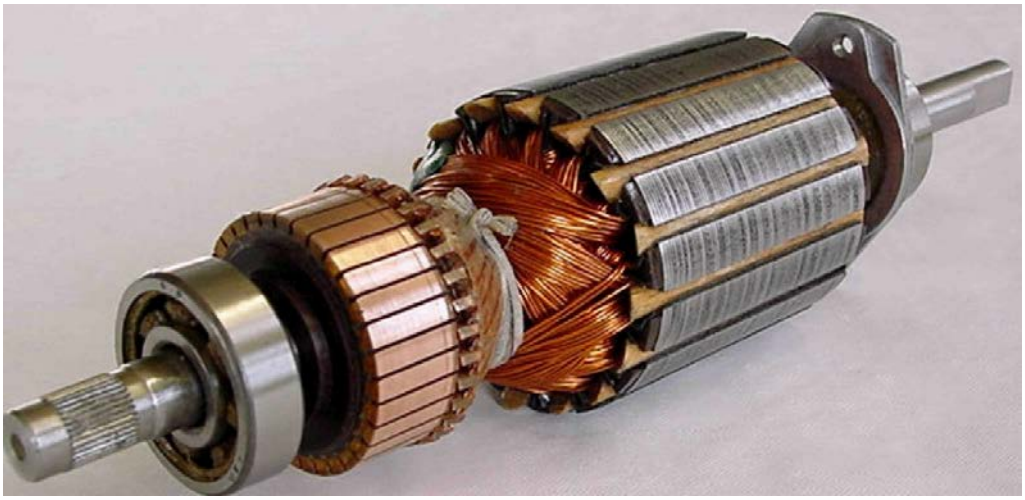


Рис. 9.5. Внешний вид якоря

ЩКУ осуществляет скользящий электрический контакт обмотки якоря с внешней цепью. При вращении якоря по коллектору скользят две графитовые щётки (см. рис. 9.3), установленные в специальные обоймы щёткодержателей *2*, ось которых перпендикулярна оси главных полюсов индуктора. Обычно щётки устанавливаются на осях геометрических нейтралей индуктора. Щётки прижимаются к коллектору *1* спиральными или пластинчатыми пружинами. Щёткодержатели крепятся к траверсе, которую вместе со щётками можно поворачивать относительно индуктора на некоторый угол в ту или иную сторону.

Для более эффективного охлаждения в МПТ большой мощности устанавливают систему самообдува, состоящую из лопастного вентилятора *8* (см. рис. 9.3), насаженного на вал якоря, и вентиляционной решетки. Воздух поступает в машину обычно со стороны коллектора, омывает нагретые части (коллектор, обмотки и сердечники) и выбрасывается с противоположной стороны через решётку.

Условные графические обозначения всех разновидностей МПТ в электрических схемах регламентирует ГОСТ 2.722–68 ЕСКД «Обозначения условные графические в схемах. Машины электрические».

9.4. Электродвижущая сила и вращающий момент якоря

При вращении якоря в магнитном поле главных полюсов машины в проводниках его обмотки наводится ЭДС, величина которой [7, 11, 12]

$$E_Я = C_e \Phi n, \tag{9.8}$$

где C_e – постоянный коэффициент по ЭДС, зависящий от конструкции машины; Ф – магнитный поток машины, зависящий от величины тока возбуждения I_B; n – частота вращения якоря в об/мин.

$$C_e = \frac{pN}{30 \cdot 2a}, \tag{9.9}$$

где p – число пар магнитных полюсов индуктора; N – число активных проводов обмотки якоря, т.е. число проводов обмотки, подключенных к пластинам коллектора при одном его положении; $2a$ – число параллельных ветвей обмотки якоря.

Когда МПТ работает в *режиме генератора*, её якорь вращается первичным двигателем, главное магнитное поле возбуждено, а цепь якоря соединена через щётки с приёмником. При таких условиях под действием ЭДС $E_Я$, наводимой в обмотке якоря основным магнитным потоком машины, в замкнутой цепи «якорь – приемник» возникает ток

$I_Я$ (рис. 9.6, *а*), совпадающий с ней по направлению. При подключении к обмотке якоря нагрузки напряжение на выходе генератора всегда меньше ЭДС якоря $E_Я$ на величину падения напряжения $R_Я I_Я$ на сопротивлении якорной цепи $R_Я$.

Уравнение электрического состояния цепи якоря МПТ в режиме генератора имеет вид

$$U_Я = E_Я - R_Я I_Я. \qquad (9.10)$$

Взаимодействие тока якоря $I_Я$ с магнитным полем машины приводит к появлению электромагнитного момента $M_Г$, который в режиме генератора будет тормозным.

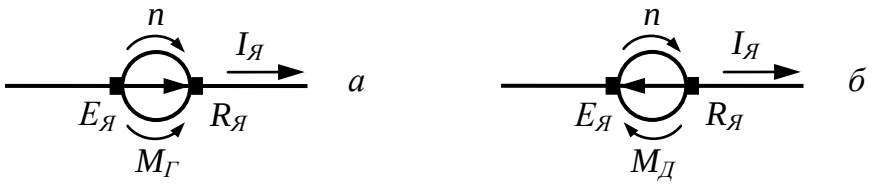


Рис. 9.6. Схемы якоря в различных режимах работы:
а – генераторный режим; *б* – двигательный режим

В двигательном режиме цепи якоря и возбуждения машины присоединены к источнику электроэнергии. Взаимодействие тока якоря $I_Я$ с главным магнитным полем создает вращающий электромагнитный момент двигателя в Н·м [7, 11, 12]:

$$M_Д = C_м \Phi I_Я, \qquad (9.11)$$

где $C_м$ – постоянный коэффициент по моменту, зависящий от конструкции машины,

$$C_м = \frac{pN}{2\pi a}. \qquad (9.12)$$

Таким образом, электромагнитный момент ДПТ пропорционален величинам магнитного потока и тока якоря.

Под действием вращающего момента якорь преодолевает момент нагрузки на валу, при этом ЭДС якоря $E_Я$ противодействует току в цепи якоря и направлена ему навстречу (рис. 9.6, *б*). В режиме двигателя эта ЭДС направлена противоположно по отношению к приложенному напряжению (противоЭДС), причем $U_Я > E_Я$.

Уравнение электрического состояния цепи якоря МПТ в режиме двигателя имеет вид

$$U_Я = E_Я + R_Я I_Я. \qquad (9.13)$$

Увеличение механической нагрузки на валу ДПТ сопровождается снижением частоты вращения якоря n. Это, в свою очередь, прямо пропорционально влияет, согласно формуле (9.8), на ЭДС якоря $E_Я$. При уменьшении ЭДС якоря ток якоря $I_Я$ возрастает, стремясь компенсировать величиной падения напряжения $R_Я I_Я$ снижение $E_Я$ и тем самым уравновесить приложенное к якорю постоянное напряжение $U_Я$, согласно формуле (9.13). Это явление называют *саморегулированием потребляемой мощности* ДПТ.

9.5. Реакция якоря

При работе МПТ в режиме холостого хода ток в обмотке якоря практически отсутствует, поэтому в машине действует лишь МДС обмотки возбуждения F_B. Магнитное поле машины в этом случае симметрично относительно оси главных полюсов (рис. 9.7, *а*) [7, 12].

Если же машину нагрузить, то в обмотке якоря появится ток, который создаст в магнитной системе машины МДС якоря $F_Я$ и неподвижное в пространстве магнитное поле, ось которого совпадает с осью щёток. Наибольшее значение МДС якоря – на оси щёток, а по оси полюсов эта МДС равна нулю. Если щётки установлены на геометрической нейтрали, то поле якоря направлено поперёк оси главных полюсов, в этом случае оно называется *полем поперечной реакции якоря* (рис. 9.7, *б*). Положение полюсов поля реакции зависит от направления протекания тока, т.е. от режима работы машины.

Таким образом, в нагруженной машине постоянного тока действуют две МДС: возбуждения F_B и якоря $F_Я$.

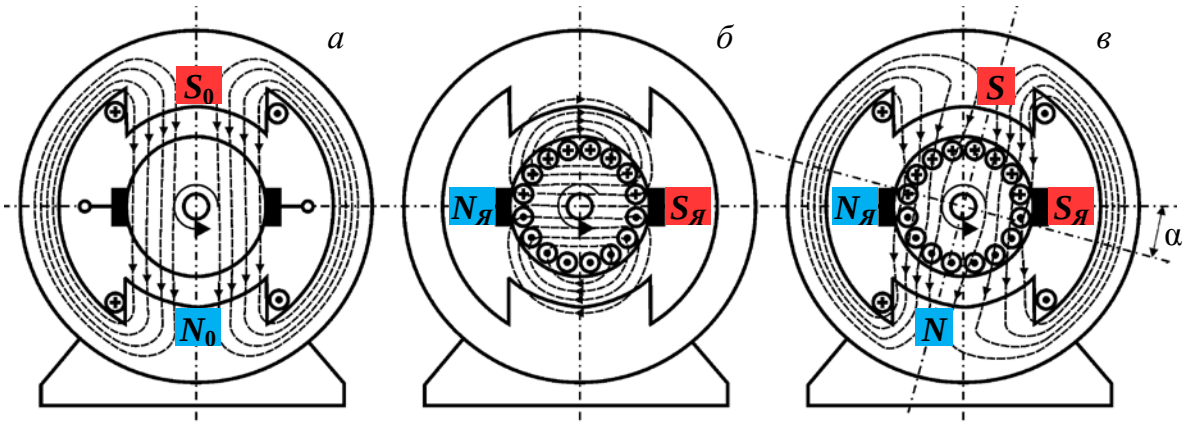


Рис. 9.7. Схемы магнитных полей МПТ:
а – симметричное поле индуктора; *б* – поле поперечной реакции якоря;
в – результирующее магнитное поле машины

В межполюсном пространстве магнитная индукция резко ослабляется. Объясняется это увеличением магнитного сопротивления потоку якоря в межполюсном пространстве. МДС обмотки якоря на пару полюсов пропорциональна числу активных проводников в обмотке якоря N и величине тока якоря $I_Я$:

$$F_Я = \frac{I_Я N}{4ap}. \qquad (9.14)$$

Под *реакцией якоря* в машинах постоянного тока понимают воздействие магнитного поля, возбуждаемого током якоря, на поле главных полюсов, т.е. его смещение. Так как на краях главных полюсов поле реакции имеет противоположное основному полю направление, то поперечная реакция якоря вызывает ослабление поля под одним краем полюса и усиление его под другим. В результате ось результирующего магнитного поля машины поворачивается в генераторном режиме по направлению вращения якоря, а в двигательном – в противоположном направлении (рис. 9.7, *в*). Угол поворота результирующего магнитного поля машины относительно оси геометрической нейтрали α называется *углом смещения физической нейтрали*.

Смещение магнитного поля главных полюсов вызывает целый ряд отрицательных эффектов. В генераторном режиме работы машины это уменьшает ЭДС и соответственно выходное напряжение. В двигательном режиме часть проводников параллельной ветви оказывается под другим полюсом и создаёт тормозной момент. В машинах малой мощности в номинальном режиме, а также в других машинах при работе с ослабленным полем возбуждения под воздействием реакции якоря возможно изменение направления магнитного потока под одним краем полюса («опрокидывание» потока). Для исключения этого явления в мощных машинах зазор на краях полюсных наконечников делают больше, чем в центре полюса. Также неравномерность распределения индукции в воздушном зазоре машины, вызванная влиянием магнитного поля реакции якоря, приводит к увеличению напряжения между коллекторными пластинами.

Эффективным средством борьбы с искажением магнитного поля в зазоре машины является применение *компенсационной обмотки*. Она размещается в пазах дополнительных полюсных наконечников и включается последовательно в цепь обмотки якоря так, чтобы направление тока в её витках было противоположным направлению тока в витках обмотки якоря.

Последовательное включение обмотки в цепь якоря обеспечивает автоматическую компенсацию при всех нагрузках машины, т.к. через обе обмотки протекает одинаковый ток и МДС обеих обмоток изменяется пропорционально. При наличии компенсационной обмотки величина воздушного зазора машины может быть минимальной и ограничивается только механическими и технологическими условиями.

Компенсационная обмотка обычно применяется в мощных и быстроходных машинах, работающих при значительных кратковременных перегрузках.

9.6. Мощность и КПД машин постоянного тока

КПД электрической МПТ представляет собой отношение отдаваемой (полезной) мощности P_2 к подводимой (потребляемой) P_1. Электрическая мощность для МПТ является активной и в общем случае определяется произведением величин подводимого напряжения U и потребляемого тока I [7, 12]:

$$P = UI\,, \tag{9.15}$$

а механическая мощность на валу машины в общем случае определяется произведением величин вращающего момента на валу M и угловой скорости вращения вала машины ω:

$$P = M\omega = \frac{M\,2\pi n}{60}. \tag{9.16}$$

Полезная механическая мощность на валу ДПТ P_2 всегда меньше потребляемой электрической мощности P_1. В ГПТ электрическая мощность на выходе обмотки якоря машины P_2 меньше механической мощности, затрачиваемой на вращение якоря P_1, и мощности возбуждения машины P_B.

Разница мощностей на выходе и входе МПТ оценивается *суммарными потерями мощности* ΣP.

КПД двигателя постоянного тока

$$\eta_Д = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M_Д\omega}{UI} = 1 - \frac{\sum P}{UI}. \tag{9.17}$$

КПД генератора постоянного тока

$$\eta_Г = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_Я I_Я}{M_Г\omega + P_B} = 1 - \frac{\sum P}{UI + \sum P}. \tag{9.18}$$

Обычно КПД машин постоянного тока составляет 0,75 – 0,90 для машин мощностью от 1 до 100 кВт и 0,90 – 0,97 для машин мощностью свыше 100 кВт. Намного меньше КПД машин постоянного тока малой мощности. Например, для машин мощностью от 5 до 50 Вт η = 0,15 – 0,50. Указанные значения КПД соответствуют номинальной нагрузке машины. Зависимость КПД МПТ от нагрузки выражается графиком $\eta = f(P_2)$, форма которого характерна для электрических машин (рис. 9.8).

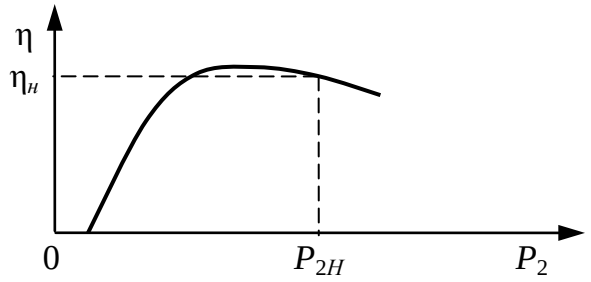


Рис. 9.8. Рабочая характеристика МПТ

В МПТ, как и в других электрических машинах, имеют место магнитные, электрические, механические потери (составляющие группу основных потерь) и добавочные потери.

Таким образом, суммарные потери мощности ΣP в МПТ

$$\sum P = P_M + P_{MEX} + P_B + P_Я + P_{ДОБ}, \qquad (9.19)$$

где P_M – магнитные потери в сердечнике якоря машины; P_{MEX} – механические потери; P_B – электрические потери в цепи возбуждения машины; $P_Я$ – электрические потери в цепи якоря машины; $P_{ДОБ}$ – добавочные потери мощности.

Магнитные потери P_M происходят только в сердечнике якоря, так как только этот элемент магнитопровода машины постоянного тока подвергается перемагничиванию. Величина магнитных потерь, состоящих из потерь от гистерезиса и потерь от вихревых токов, зависит от частоты перемагничивания $f = pn/60$, значений магнитной индукции в зубцах и спинке якоря, толщины листов электротехнической стали, её магнитных свойств и качества изоляции этих листов в пакете якоря.

$$P_{M1} \le 0{,}015 P_1. \qquad (9.20)$$

Механические потери МПТ, кроме потерь в подшипниках якоря и вентиляционных потерь, свойственных всем вращающимся электрическим машинам, включают также потери на трение щёток о коллектор:

$$P_{MEX} \le 0{,}04 P_1. \qquad (9.21)$$

Механические и магнитные потери при стабильной частоте вращения (n = const) можно считать постоянными.

Электрические потери в коллекторной МПТ ($P_В$ + $P_Я$) обусловлены нагревом обмоток и щёточного контакта. Потери в цепи возбуждения определяются тепловыми потерями на сопротивлении обмотки возбуждения и реостата, включенного в цепь возбуждения:

$$P_В = U_В I_В = R_В I_В^2 \le 0{,}015 P_1, \qquad (9.22)$$

где $U_В$ – напряжение на зажимах цепи возбуждения; $I_В$ – ток возбуждения; $R_В$ – сопротивление цепи возбуждения.

Электрические потери в цепи якоря машины определяются потерями на сопротивлении якорной обмотки $R_{ОЯ}$ и потерями на щёточных контактах $U_Щ I_Я$:

$$P_Я = R_Я I_Я^2 = R_{ОЯ} I_Я^2 + U_Щ I_Я \le 0{,}07 P_1, \qquad (9.23)$$

где $U_Щ$ – падение напряжения на щёточных контактах ЩКУ.

Электрические потери в цепи якоря и в щёточном контакте зависят от величины тока якоря $I_Я$ и соответственно от нагрузки машины, поэтому эти потери называют *переменными.*

Самый трудно учитываемый вид потерь – *добавочные*. Эти потери складываются из потерь от вихревых токов в меди обмоток, потерь в уравнительных соединениях, в стали якоря из-за неравномерного распределения индукции при нагрузке, в полюсных наконечниках, обусловленных пульсацией основного потока из-за наличия зубцов якоря, и др. Добавочные потери составляют хотя и небольшую, но не поддающуюся точному учёту величину. Поэтому в машинах без компенсационной обмотки значение добавочных потерь $P_{ДОБ}$ принимают равным 1% от полезной мощности для ГПТ или 1% от потребляемой мощности для ДПТ. В машинах с компенсационной обмоткой значение добавочных потерь принимают равным 0,5% от полезной/ потребляемой мощности.

9.7. Способы возбуждения машин постоянного тока

В большинстве МПТ магнитное поле создаётся обмоткой возбуждения, питаемой постоянным током. Конструктивные свойства МПТ и их рабочие характеристики в значительной степени определяются способом включения обмотки возбуждения по отношению к цепи якоря, т. е. *способом электромагнитного возбуждения.*

В зависимости от способа соединения обмотки якоря с обмоткой возбуждения различают машины постоянного тока [7, 11, 12]:

- с независимым электромагнитным возбуждением;
- с параллельным электромагнитным возбуждением;
- с последовательным электромагнитным возбуждением;
- со смешанным электромагнитным возбуждением.

Условные обозначения выводов обмоток МПТ в электрических схемах регламентирует ГОСТ 26772–85 ЕСКД «Машины электрические вращающиеся. Обозначение выводов и направлений вращения».

В машинах с *независимым возбуждением* (рис. 9.9, *а*) обмотка возбуждения F1–F2, имеющая $w_н$ витков и сопротивление $R_{Bн}$, подключается к независимому источнику электроэнергии, благодаря чему ток в ней не зависит от напряжения на выводах якоря машины А1–А2. Для этих машин характерна независимость главного потока от нагрузки машины. Возбуждение магнитного поля с помощью постоянных магнитов (магнитоэлектрическое возбуждение) также считается независимыми и распространено в машинах очень малой мощности.

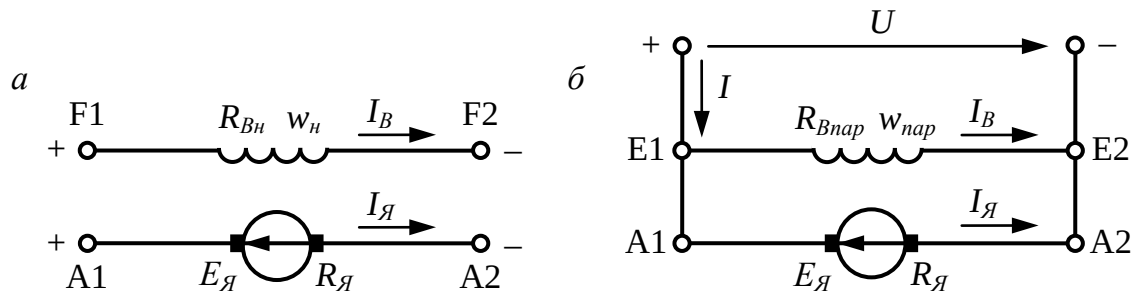


Рис. 9.9. Электрические принципиальные схемы МПТ:
а – с независимым возбуждением; *б* – с параллельным возбуждением

У машин с *параллельным возбуждением* (рис. 9.9, *б*) цепь обмотки возбуждения Е1–Е2 соединяется параллельно с цепью якоря А1–А2. В этом случае величина тока возбуждения I_B во много раз меньше величины тока якоря $(0{,}05 \div 0{,}01)I_Я$, а напряжение U между выводами цепей якоря и возбуждения одно и то же. Следовательно, сопротивление обмотки возбуждения $R_{Bпар}$ должно быть относительно велико. Поэтому для получения необходимой МДС $F_{пар} = w_{пар}I_Я$ параллельная обмотка возбуждения машины имеет большое число витков $w_{пар}$ из тонкого провода и, следовательно, значительное сопротивление $R_{Bпар}$. Для таких машин, работающих в системе большой мощности, характерно постоянство главного магнитного потока и его небольшая зависимость от условий нагрузки машины.

У машин с *последовательным возбуждением* (рис. 9.10, *а*) ток якоря $I_Я$ равен току обмотки возбуждения I_B, поэтому она выполняется проводом большого сечения. Значение тока $I_Я$ в обмотке последовательного возбуждения велико, так что для получения необходимой МДС $F_{пос} = w_{пос}I_Я$ обмотка D1–D2 может иметь малое число витков $w_{пос}$. Следовательно, сопротивление последовательной обмотки возбуждения $R_{Bпос}$ относительно мало. Для этих машин характерно изменение в широких пределах основного магнитного потока при изменениях нагрузки машины, т.е. величин тока якоря и возбуждения.

Свойство ДПТ с последовательным возбуждением развивать большой вращающий момент особенно важно в тяжелых условиях пуска и при перегрузках с малой частотой вращения, так как с постепенным увеличением нагрузки двигателя мощность на его входе растет медленнее, чем вращающий момент. Поэтому данный тип двигателей находит широкое применение в качестве тяговых двигателей на транспорте, а также в качестве крановых двигателей в подъёмных установках.

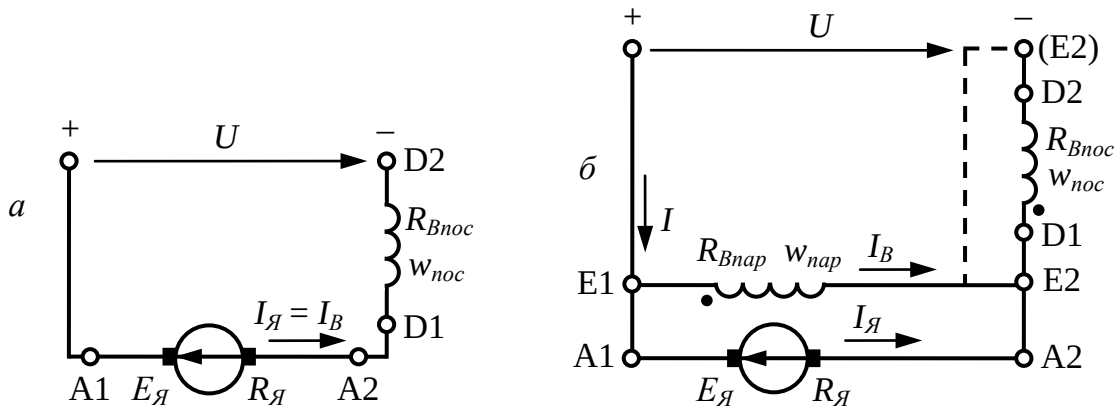


Рис. 9.10. Электрические принципиальные схемы МПТ:
а – с последовательным возбуждением; *б* – со смешанным возбуждением

В *машинах со смешанным возбуждением* (рис. 9.10, *б*) на каждом полюсном сердечнике расположены две обмотки. Одна из этих обмоток E1–E2 с числом витков $w_{пар}$ подключена параллельно якорю A1–A2, вторая обмотка D1–D2 с числом витков $w_{пос}$ – последовательно.

Соединение обмоток может быть выполнено по схеме «с коротким шунтом», как это показано на рис. 9.10, *б* сплошной линией, или «с длинным шунтом», как это показано на том же рисунке штриховой линией. Различия между этими схемами практически нет, так как сопротивление последовательной обмотки и соответственно падение напряжения на её зажимах очень невелики.

В зависимости от преобладания МДС, созданных последовательной или параллельной обмоткой возбуждения, машина по своим характеристикам может быть близка к машинам с последовательным или параллельным возбуждением. Основной обмоткой возбуждения считается та, которая создает не менее 70% всей намагничивающей силы. Обычно основная часть магнитного потока главных полюсов создаётся параллельной обмоткой.

Параллельная и последовательная обмотки могут быть включены согласно, т.е. МДС, создаваемые обмотками, имеют одинаковое направление, или встречно, когда направления МДС противоположны. В большинстве машин смешанного возбуждения применяется согласное соединение обмоток, т.е. МДС двух обмоток складываются. При согласном включении главную роль играет параллельная обмотка, в то время как последовательная выполняет функцию компенсации реакции якоря и падения напряжения в его цепи. Этим достигается автоматическое регулирование напряжения в некоторых пределах изменения нагрузочного тока. Встречное включение применяется в особых случаях, например, в сварочных генераторах для получения внешней характеристики, близкой к источнику тока.

Двигатели смешанного возбуждения применяют обычно там, где требуются значительные пусковые моменты, быстрое ускорение при разгоне, устойчивая работа и допустимо лишь небольшое снижение частоты вращения при увеличении нагрузки на вал (прокатные станы, грузовые подъёмники, насосы, компрессоры).

9.8. Характеристики генераторов постоянного тока

Основными величинами, характеризующими работу ГПТ, являются: вырабатываемая мощность P_2, напряжение на выходе генератора $U_Г$, выходной ток нагрузки $I_Г$, ток возбуждения I_B, частота вращения якоря n [7, 12].

Характеристики генератора показывают его рабочие свойства. Каждая из характеристик показывает зависимость между двумя из указанных основных величин при неизменных остальных. Эти зависимости имеют различный вид для генераторов разных типов. Снятие всех характеристик машины производится при постоянной номинальной частоте вращения якоря $n_н$ = const, так как при изменении скорости вращения значительно изменяются все характеристики генератора, а нормально большинство генераторов работает только при постоянной частоте.

Характеристика холостого хода показывает зависимость напряжения на выходе генератора от тока возбуждения $U_Г = f(I_B)$, снятую при отсутствии нагрузки ($I_Г = 0$), т.е. при разомкнутых выводах генератора.

Нагрузочная характеристика – зависимость напряжения на выходе генератора при работе с нагрузкой от тока возбуждения $U_Г = f(I_B)$, снятая при номинальном токе нагрузки ($I_Г = I_{ГН}$).

Внешняя характеристика – зависимость напряжения на выходе генератора при работе с нагрузкой от тока нагрузки $U_Г = f(I_Г)$, снятая при номинальном токе возбуждения машины ($I_B = I_{BH}$).

Регулировочная характеристика – зависимость тока возбуждения при работе с нагрузкой от тока генератора $I_B = f(I_Г)$, снятая при номинальном напряжении на выходе генератора ($U_Г = U_{ГН}$).

Схема включения генератора независимого возбуждения показана на рис. 9.11. Реостат R_P, включенный в цепь возбуждения, даёт возможность регулировать ток I_B в обмотке возбуждения, а следовательно, и основной магнитный поток машины. Обмотка возбуждения питается от источника постоянного тока: аккумулятора, выпрямителя или же другого ГПТ, называемого в этом случае *возбудителем*. В случае независимого возбуждения ток нагрузки $I_Г$ равен току якоря $I_Я$, а выходное напряжение $U_Г$ равно напряжению якорной обмотки.

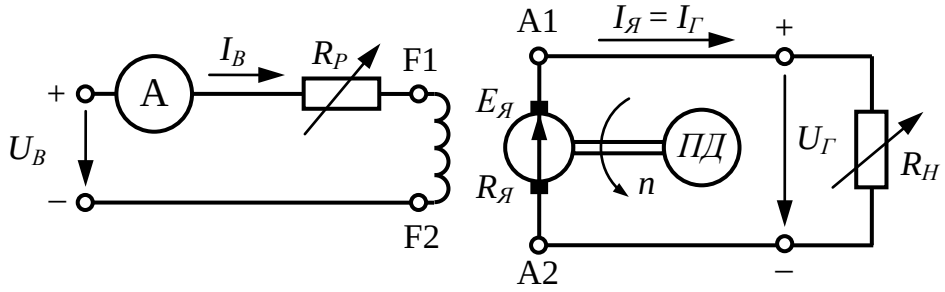


Рис. 9.11. Схема работы ГПТ независимого возбуждения

Опыт холостого хода ГПТ обычно проводят при различных значениях тока возбуждения I_B в диапазоне от нуля до значения, при котором $U_Г = (1{,}1 – 1{,}25)U_{ГН}$. В ходе опыта измеряется напряжение на выводах генератора $U_Г$, равное ЭДС якорной обмотки $E_Я$. Якорная обмотка машины при этом разомкнута, ток в ней равен нулю, поэтому отсутствует поле реакции якоря машины и тормозной электромагнитный момент, который должен преодолеваться приводным двигателем *ПД*. Типичный вид экспериментальной характеристики холостого хода ГПТ независимого возбуждения показан на рис. 9.12.

При токе возбуждения I_B = 0 ЭДС генератора не равна нулю, а составляет 2 – 4% от $U_{ГН}$. Эта электродвижущая сила $E_{Я0}$ называется начальной или остаточной ЭДС, обусловлена наличием остаточного магнетизма в магнитной цепи генератора. Затем по мере увеличения тока возбуждения ЭДС растёт, изменяясь согласно кривой *1*, напоминающей кривую первоначального намагничивания ферромагнитных материалов. На начальном участке характеристика холостого хода практически линейна, что объясняется отсутствием насыщения стали магнитопровода. По мере увеличения тока возбуждения I_B и соответственно магнитного потока индуктор постепенно начинает насыщаться и нелинейность характеристики увеличивается. При достижении $U_Г$ величины $(1{,}1 – 1{,}25)U_{ГН}$ она практически перестает увеличиваться, что свидетельствует о насыщении сердечников полюсов индуктора.

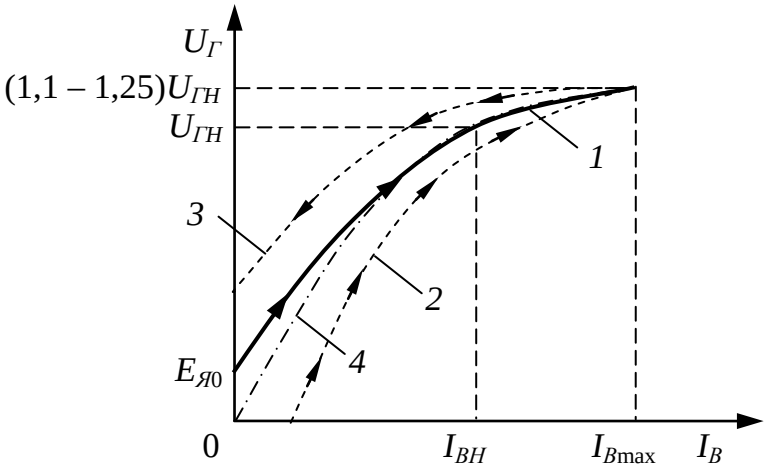


Рис. 9.12. Характеристика холостого хода
ГПТ независимого возбуждения

При дальнейшем перемагничивании магнитной цепи генератора, т.е. циклическом уменьшении и увеличении тока возбуждения I_B от $– I_{В\max}$ до $+ I_{В\max}$ со сменой полярности напряжения возбуждения U_B, можно получить гистерезисную петлю, соответствующую свойствам сердечников полюсов машины. Проведя среднюю линию между восходящей *2* и нисходящей *3* ветвями петли, мы получим *расчётную характеристику холостого хода 4*. Она позволяет оценить степень насыщения магнитной цепи машины.

Рабочая точка, соответствующая номинальному напряжению $U_{ЯН}$, обычно находится на «колене» кривой *4*, так как при работе на прямолинейном участке напряжение генератора неустойчиво, а на участке насыщения возможность регулирования напряжения ограничена.

Нагрузочная характеристика $U_Г = f(I_В)$ снимается при номинальном токе генератора $I_{ГН}$ и по форме повторяет характеристику холостого хода. В номинальном режиме напряжение на выводах генератора, согласно формуле (9.10), будет меньше ЭДС якоря $E_Я$ на величину падения напряжения $R_Я I_Я$, поэтому нагрузочная характеристика будет располагаться ниже характеристики холостого хода.

Внешняя характеристика $U_Г = f(I_Г)$ (рис. 9.13, *а*) является основной эксплуатационной характеристикой генератора. Ток генератора $I_Г$ изменяют в диапазоне $(0 – 1{,}1)I_{ГН}$ при номинальном токе возбуждения машины $I_{ВН}$ и номинальной частоте вращения $n_н$ = const. Снижение напряжения при увеличении нагрузки происходит за счёт внутреннего падения напряжения якоря $R_Я I_Я$. Небольшая нелинейность внешней характеристики генератора объясняется нелинейностью эффекта размагничивания магнитопровода машины полем реакции якоря.

Наклон внешней характеристики к оси абсцисс (*жёсткость* внешней характеристики) оценивается *номинальным изменением напряжения генератора при сбросе нагрузки* $\Delta U_{\%}$, которая для генераторов независимого возбуждения обычно составляет 5 – 15%.

$$\Delta U_{\%} = \frac{U_{Г0} - U_{ГН}}{U_{ГН}} \cdot 100\% . \qquad (9.24)$$

При неизменном токе возбуждения напряжение на выходе генератора уменьшается с ростом нагрузки. Для поддержания постоянного значения $U_Г$ нужно увеличивать ток возбуждения $I_В$ при увеличении нагрузки и снижать его при её уменьшении, поэтому необходимо знать зависимость тока возбуждения при работе с нагрузкой от тока нагрузки $I_В = f(I_Г)$ при $U_Г = U_{ГН}$.

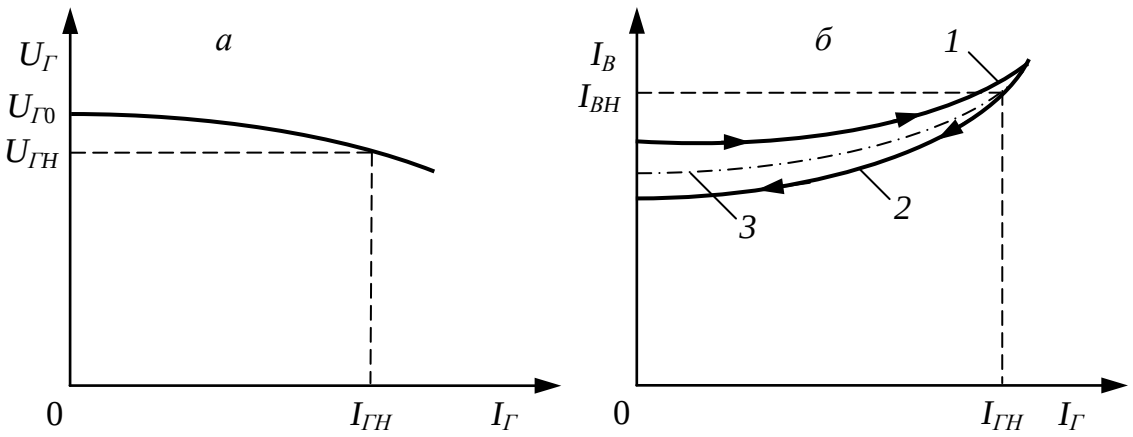


Рис. 9.13. Характеристики ГПТ независимого возбуждения:
а – внешняя; *б* – регулировочная

Наличие гистерезиса кривой намагничивания машины приводит к гистерезису регулировочной характеристики (рис. 9.13, *б*). При возрастании тока нагрузки регулировочная характеристика образует восходящую ветвь кривой *1*, а при уменьшении тока – нисходящую ветвь *2*. Среднюю кривую *3*, проведённую между восходящей и нисходящей ветвями, называют *практической регулировочной характеристикой.*

Генератор параллельного возбуждения (рис. 9.14) работает в режиме самовозбуждения и не нуждается в постороннем источнике постоянного тока. Для самовозбуждения генератора необходимо, чтобы в нём был небольшой магнитный поток остаточного намагничивания, составляющий 2 – 3% от величины нормального потока. При нормальной эксплуатации остаточная намагниченность всегда сохраняется после отключения нагрузки и остановки приводного двигателя генератора. Однако если машина по каким-либо причинам полностью размагничена, например после первой сборки, то её предварительно нужно намагнитить путём подключения обмотки возбуждения к источнику постоянного тока.

Если якорь генератора привести во вращение с некоторой, например номинальной, частотой, то на выходных выводах появится небольшое напряжение, пропорциональное величине потока остаточного намагничивания, и в цепи обмотки возбуждения появится ток, который создаст поток главных полюсов. В зависимости от направления тока в обмотке возбуждения этот поток может иметь согласное или встречное направление по отношению к остаточному потоку. Очевидно, что генератор может самовозбудиться только при согласном направлении обоих потоков, так как в этом случае суммарный поток в машине увеличивается, что приводит к увеличению ЭДС якоря и, в свою очередь, к увеличению тока возбуждения и магнитного потока. Таким образом, генератор параллельного возбуждения будет работать только при определённом направлении вращения или полярности подключения цепи возбуждения относительно цепи якоря.

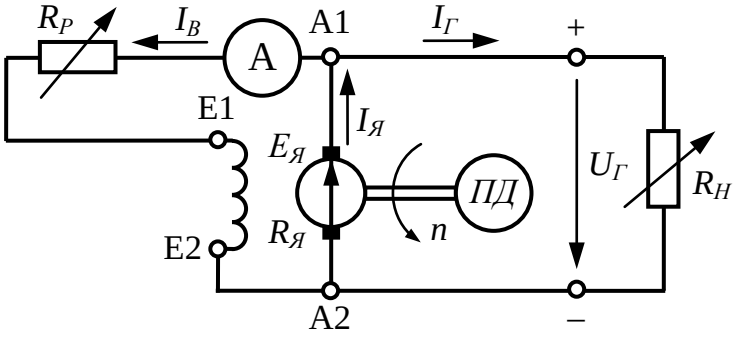


Рис. 9.14. Схема работы ГПТ параллельного возбуждения

Ввиду того, что ток возбуждения I_B составляет 1 – 3% от номинального тока генератора $I_{ГН}$, характеристика холостого хода, нагрузочная и регулировочная характеристики генератора параллельного возбуждения практически не отличаются от характеристик генератора независимого возбуждения.

В то же время существенно отличается по характеру внешняя характеристика генератора параллельного возбуждения (рис. 9.15, *а*). Это объясняется тем, что помимо реакции якоря и падения напряжения $R_Я I_Я$ на величину выходного напряжения генератора $U_Г$ сильное влияние оказывает изменение тока возбуждения и соответственно магнитного потока и ЭДС якоря машины, связанное с изменением нагрузки, так как цепь возбуждения получает питание с выхода генератора.

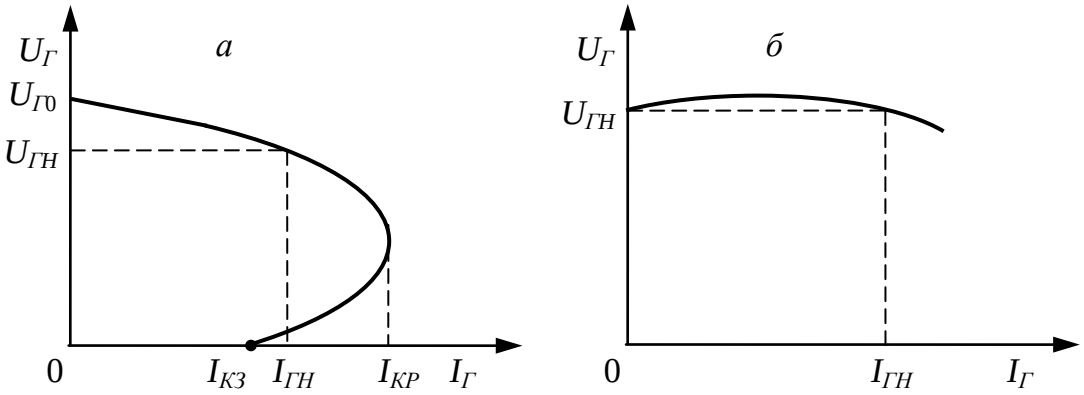


Рис. 9.15. Внешние характеристики ГПТ:
а – параллельного возбуждения; *б* – смешанного возбуждения

В случае параллельного возбуждения ток $I_Г$ будет увеличиваться только до определённого значения $I_{КР} = (1{,}5 – 2{,}5)I_{ЯН}$, называемого критическим током. После этого ток начинает уменьшаться вплоть до короткого замыкания, когда его величина определяется только ЭДС остаточного намагничивания и сопротивлением цепи якоря $I_{КЗ} = E_{Я0}/R_Я$. Такой характер внешней характеристики объясняется размагничиванием машины в результате уменьшения тока возбуждения, вызванного уменьшением напряжения генератора с ростом нагрузки.

Самовозбуждение генератора смешанного (рис. 9.16) возбуждения протекает так же, как и с параллельным возбуждением. Последовательная обмотка при согласном включении относительно параллельной рассчитывается так, чтобы её МДС несколько превышала размагничивающую МДС реакции якоря. За счёт этой избыточной МДС последовательная обмотка подмагничивает генератор, увеличивая магнитный поток и соответственно ЭДС якоря, чем компенсирует падение напряжения в цепи якоря.

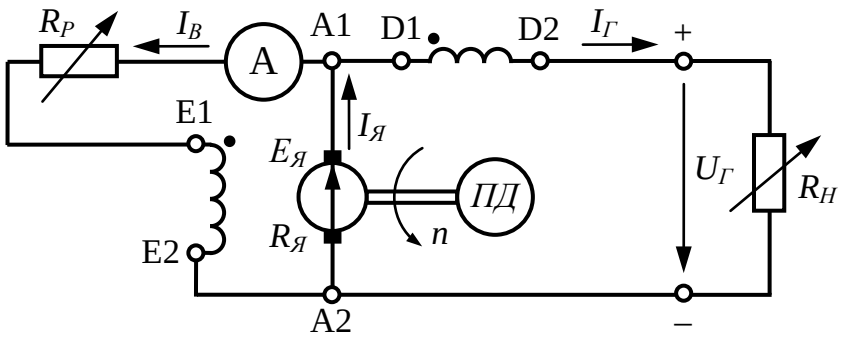


Рис. 9.16. Схема работы ГПТ смешанного возбуждения

В результате напряжение генератора с увеличением тока вначале несколько возрастает, а после насыщения магнитной системы машины начинает спадать (рис. 9.15, *б*). В целом напряжение на выходе генератора смешанного возбуждения мало изменяется с изменением нагрузки, поэтому этот тип генераторов используют в электроустановках, где требуется стабильность напряжения питания. Последовательную обмотку можно выполнить в расчёте на компенсацию падения напряжения не только в генераторе, но и в линии, идущей к нагрузке, обеспечив тем самым постоянство напряжения у удалённого потребителя.

9.9. Характеристики двигателей постоянного тока

Основными величинами, характеризующими работу ДПТ, являются: механическая мощность на валу P_2, вращающий электромагнитный момент $M_Д$, величина тока якоря $I_Я$, частота вращения якоря n.

Основными эксплуатационными (рабочими) характеристиками, по которым оцениваются рабочие свойства двигателей, являются [7, 12]:

- *скоростная* (*электромеханическая*) *характеристика* ДПТ – зависимость частоты вращения якоря от величины тока якоря $n = f(I_Я)$;
- *механическая характеристика* ДПТ – зависимость частоты вращения якоря от вращающего момента $n = f(M_Д)$;
- *моментная характеристика* – зависимость электромагнитного момента от величины тока якоря $M_Д = f(I_Я)$.

Все рабочие характеристики, полученные при отсутствии добавочных сопротивлений в цепи якоря, называют *естественными.*

В связи с особенностью электрических цепей двигателей различных способов возбуждения снятие рабочих характеристик производится при различных условиях, например, для ДПТ параллельного возбуждения – при номинальном напряжении якоря двигателя $U_{ЯН}$ = const и номинальном токе возбуждения $I_{ВН}$ = const.

В процессе работы якорь двигателя потребляет ток $I_Я$, создаётся вращающий электромагнитный момент $M_Д$, якорь вращается в магнитном поле индуктора с частотой n, в его обмотке индуцируется противоЭДС $E_Я$, направленная против тока $I_Я$.

Приведённые в подр. 9.4 формулы ЭДС и вращающего момента позволяют вывести общие уравнения скоростной, механической и моментной характеристик любого типа ДПТ.

Выразим ЭДС якоря $E_Я$ из уравнения электрического состояния якорной цепи ДПТ – формула (9.13):

$$E_Я = U_Я - R_Я I_Я. \tag{9.25}$$

С учетом формулы (9.8) выражение (9.25) имеет вид

$$C_e \Phi n = U_Я - R_Я I_Я. \tag{9.26}$$

Отсюда общее уравнение скоростной характеристики ДПТ [12]:

$$n = \frac{U_Я - R_Я I_Я}{C_e \Phi}. \tag{9.27}$$

Выразив из формулы (9.11) ток якоря и подставив его в выражение (9.27), получим уравнение механической характеристики ДПТ [12]

$$n = \frac{U_Я}{C_e \Phi} - \frac{R_Я M_Д}{C_e C_м \Phi^2}. \tag{9.28}$$

Моментной характеристикой, связывающей электромагнитный момент $M_Д$ и величину тока якоря $I_Я$, является само выражение (9.11).

Из уравнений (9.27) и (9.28) следует, что электрическое равновесие в цепи якоря при любом изменении подводимого напряжения $U_Я$, падения напряжения $R_Я I_Я$ или магнитного потока Ф сохраняется за счёт изменения частоты вращения n. Связь между механическими воздействиями и электромагнитными процессами в цепи якоря, обеспечивающими устойчивость работы машины, осуществляется посредством противоЭДС якоря $E_Я$. Если, например, механическая нагрузка на валу $M_С$ увеличилась, то частота вращения будет уменьшаться. Это вызовет, согласно формуле (9.8), уменьшение ЭДС $E_Я$, что приведёт при неизменном значении подводимого напряжения $U_Я$, согласно формуле (9.13), к увеличению величины тока якоря $I_Я$ и, следовательно, по формуле (9.11), электромагнитного момента двигателя $M_Д$. Изменение частоты вращения будет продолжаться до тех пор, пока не возникнет состояние равенства $M_Д = M_С$. Это явление называют *саморегулированием вращающего момента* ДПТ.

Двигатель с параллельным возбуждением. При снятии рабочих характеристик двигателя с параллельным возбуждением номинальный ток возбуждения $I_{ВН}$ устанавливают так, чтобы обеспечить номинальную частоту вращения $n_н$ при номинальном значении величины тока якоря $I_{ЯН}$.

Поскольку подводимое к выводам двигателя с параллельным возбуждением напряжение U является общим для цепей якоря и возбуждения (см. рис. 9.9, *б*), то скоростная и механическая характеристики такого двигателя, согласно формулам (9.27) и (9.28), имеют вид

$$n = \frac{U}{C_e \Phi_{пар}} - \frac{R_Я I_Я}{C_e \Phi_{пар}}; \tag{9.29}$$

$$n = \frac{U}{C_e \Phi_{пар}} - \frac{R_Я M_Д}{C_e C_м \Phi_{пар}^2}. \tag{9.30}$$

Согласно формулам (9.9) и (9.12), отношение двух постоянных по ЭДС и моменту C_e и $C_м$ равно $2\pi/60 \approx 0{,}105$. Тогда уравнение механической характеристики (9.30) можно записать как

$$n = \frac{U}{C_e \Phi_{пар}} - \frac{0{,}105 R_Я M_Д}{(C_e \Phi_{пар})^2} = n_0 - \frac{M_Д}{h}. \tag{9.31}$$

Первое слагаемое n_0 является частотой вращения идеального холостого хода, т.е. когда ток в цепи якоря $I_Я$ и электромагнитный момент двигателя $M_Д$ равны нулю, а h – жёсткость механической характеристики, определяющая величину изменения нагрузочного момента при изменении частоты вращения $dM_Д/dn$.

Изменение частоты вращения двигателя при переходе от номинальной нагрузки к холостому ходу, выраженное в процентах, называют *номинальным изменением частоты вращения*:

$$\Delta n_{\%} = \frac{n_0 - n_н}{n_н} \cdot 100\%. \tag{9.32}$$

Обычно для ДПТ параллельного возбуждения $\Delta n_{\%} = 2 - 8\%$, поэтому характеристику частоты вращения двигателя параллельного возбуждения называют «*жёсткой*».

Если пренебречь реакцией якоря и считать магнитный поток машины $\Phi_{пар}$ постоянным, то *естественная механическая характеристика* двигателя с параллельным возбуждением изображается прямой линией (рис. 9.17, *б*).

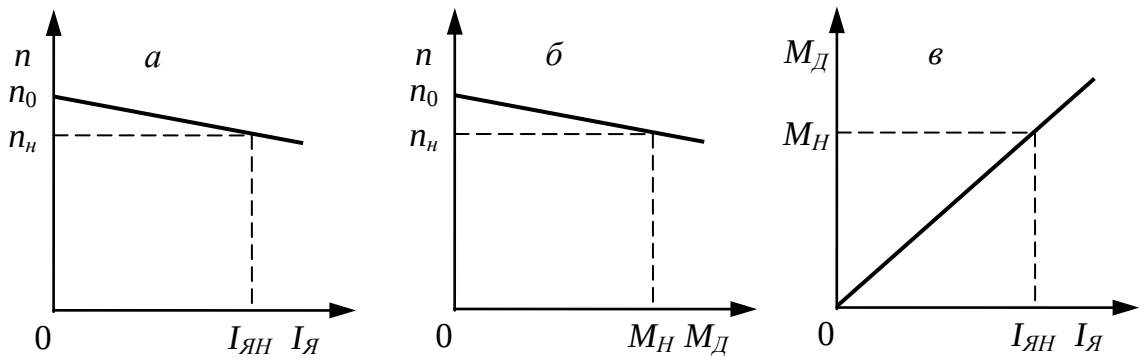


Рис. 9.17. Характеристики двигателя с параллельным возбуждением:
а – скоростная; *б* – механическая; *в* – моментная

На практике механическая характеристика ДПТ с параллельным возбуждением строится по двум точкам:

1. $n = n_0$; $M_Д = 0$;
2. $n = n_н$; $M_Д = M_Н$.

Для расчёта частоты вращения холостого хода n_0 пользуются уравнением (9.31), выразив в нём знаменатель $C_e\Phi_{пар}$ из формулы (9.26) при номинальных параметрах напряжения $U_{ЯН}$ и тока $I_{ЯН}$:

$$n_0 = \frac{U}{C_e\Phi_{пар}} = \frac{Un}{U_Я - R_Я I_Я} = \frac{Un_н}{U_{ЯН} - R_Я I_{ЯН}}. \qquad (9.33)$$

Для расчёта номинального момента пользуются уравнением

$$M_Н = \frac{60 \cdot 1000 \cdot P_{2Н}}{2\pi n_н} = \frac{9550 \cdot P_{2Н}}{n_н}, \qquad (9.34)$$

где $P_{2Н}$ – номинальная мощность на валу двигателя в кВт; $n_н$ – номинальная частота вращения якоря в об/мин.

Двигатель с последовательным возбуждением. Так как через якорь и обмотку возбуждения течёт один и тот же ток (см. рис. 9.10, *а*), то магнитный поток двигателя с последовательным возбуждением является функцией величины тока якоря (рис. 9.18). Характер этой функции изменяется в зависимости от нагрузки на валу двигателя. При нагрузках меньше номинальной магнитная система машины не насыщена и зависимость магнитного потока $\Phi_{пос}$ от величины тока якоря $I_Я$ прямо пропорциональна и может быть выражена через МДС последовательной обмотки $F_{пос}$ и магнитное сопротивление последовательной обмотки $R_{Мпос}$:

$$\Phi_{пос} = \frac{F_{пос}}{R_{Мпос}} = \frac{w_{пос} I_Я}{R_{Мпос}} = k_Ф I_Я, \qquad (9.35)$$

где $k_Ф$ – коэффициент пропорциональности между $Ф_{пос}$ и $I_Я$.

Тогда, согласно формуле (9.11), с учетом формулы (9.35) электромагнитный момент пропорционален квадрату тока якоря $I_Я$:

$$M_Д = C_м Ф_{пос} I_Я = C_м k_Ф I_Я I_Я = C_м k_Ф I_Я^2, \qquad (9.36)$$

поэтому моментная характеристика двигателя последовательного возбуждения (9.36) представляет собой параболическую зависимость, показанную на рис. 9.18, *б*.

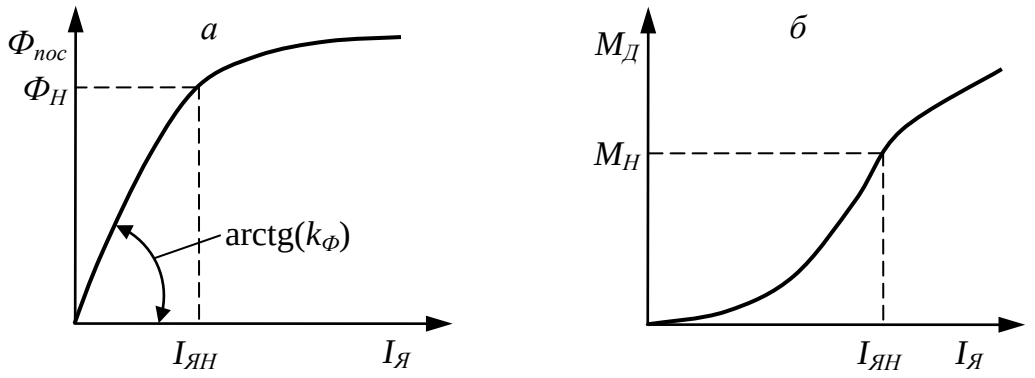


Рис. 9.18. Характеристики двигателя с последовательным возбуждением: *а* – зависимость $Ф_{пос}(I_Я)$; *б* – моментная

На кривой моментной характеристики имеется точка излома, которая наступает при насыщении магнитной цепи машины, когда магнитный поток перестает увеличиваться при росте тока. Тогда электромагнитный момент будет находиться в прямой пропорции от тока якоря $I_Я$.

Так как обмотка якоря двигателя с последовательным возбуждением включена последовательно с обмоткой возбуждения, то уравнение электрического состояния двигателя будет иметь вид

$$U = E_Я + (R_Я + R_В) I_Я. \qquad (9.37)$$

Тогда, согласно формулам (9.27) и (9.28), с учётом формул (9.35) и (9.36) скоростная и механическая характеристики двигателя с последовательным возбуждением в пределах насыщения магнитной цепи машины имеют вид

$$n = \frac{U - (R_Я + R_В) I_Я}{C_e Ф_{пос}} = \frac{U - (R_Я + R_В) I_Я}{C_e k_Ф I_Я}; \qquad (9.38)$$

$$n = \frac{U}{C_e Ф_{пос}} - \frac{(R_Я + R_В)}{C_e k_Ф} = \frac{U}{0{,}105\sqrt{C_м k_Ф M_Д}} - \frac{(R_Я + R_В)}{C_e k_Ф}. \qquad (9.39)$$

Скоростная и механическая характеристики имеют гиперболический характер (рис. 9.19). При уменьшении нагрузки и величины тока якоря происходит уменьшение магнитного потока двигателя, что вызывает увеличение частоты вращения. Теоретически скорость холостого хода n_0 двигателя с последовательным возбуждением стремится к бесконечности. Это означает, что при отсутствии нагрузки на валу двигателя частота вращения будет возрастать, пока не достигнет предела механической прочности, после чего машина разрушится. Поэтому работа двигателя последовательного возбуждения или его пуск при нагрузке менее 25% от номинальной недопустима. Для более надёжной работы вал двигателя последовательного возбуждения должен быть жёстко соединён с рабочим механизмом посредством муфты и зубчатой передачи. Применение ременной передачи недопустимо, так как при обрыве или сбросе ремня может произойти «разнос» двигателя.

После насыщения магнитной цепи машины, когда магнитный поток перестает увеличиваться при росте тока, скоростная и механическая характеристики, так же, как и моментная, являются прямыми зависимостями от тока и электромагнитного момента.

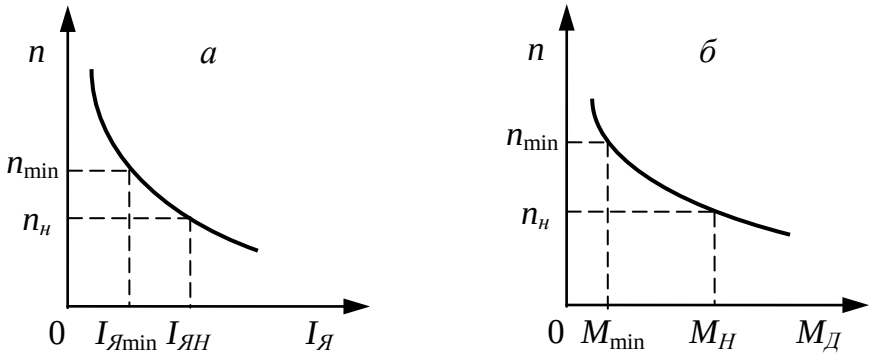


Рис. 9.19. Характеристики двигателя с последовательным возбуждением:
а – скоростная; *б* – механическая

Частота вращения двигателя последовательного возбуждения сильно зависит от нагрузки, т.е. его механическая характеристика имеет малую жёсткость и называется «*мягкой*».

Двигатель со смешанным возбуждением. Сопротивление последовательной обмотки D1–D2 двигателя смешанного возбуждения (см. рис. 9.10, *б*) близко к нулю, она дает относительно малое падение напряжения $R_{Впос}I_Я$. Поэтому можно считать, что для схем «с коротким шунтом», как и для схем «с длинным шунтом», подводимое к двигателю напряжение U является напряжением, действующим на цепь якоря и цепь параллельного возбуждения.

Магнитный поток в двигателях смешанного возбуждения создаётся параллельной и последовательной обмотками:

$$\Phi = \Phi_{пар} \pm \Phi_{пос}. \qquad (9.40)$$

Положительный знак в выражении (9.40) соответствует согласному включению обмоток возбуждения, а отрицательный – встречному. Причём магнитный поток параллельной обмотки $\Phi_{пар}$ практически постоянный даже в схеме с коротким шунтом, а магнитный поток последовательной обмотки $\Phi_{пос}$ пропорционален величине тока якоря $I_Я$ в пределах насыщения магнитной цепи машины.

Тогда, согласно формулам (9.27) и (9.28), с учётом формул (9.35) и (9.36) скоростная и механическая характеристики двигателя со смешанным возбуждением в пределах насыщения магнитной цепи машины имеют вид

$$n = \frac{U - (R_Я + R_{Впос})I_Я}{C_e(\Phi_{пар} \pm \Phi_{пос})} = \frac{U - (R_Я + R_{Впос})I_Я}{C_e\Phi_{пар} \pm C_e k_Ф I_Я}; \qquad (9.41)$$

$$n = \frac{U\sqrt{C_м k_Ф} - (R_Я + R_{Впос})\sqrt{M_Д}}{C_e\Phi_{пар}\sqrt{C_м k_Ф} \pm C_e k_Ф \sqrt{M_Д}}. \qquad (9.42)$$

В зависимости от соотношения магнитных потоков параллельной и последовательной обмоток скоростная и механическая характеристики двигателя со смешанным возбуждением (рис. 9.20, *а* и *б*) расположены ближе к характеристикам двигателя с параллельным возбуждением (см. рис. 9.17) или к характеристикам двигателя с последовательным возбуждением (см. рис. 9.19). Характеристики, изображенные на рис. 9.20, соответствуют согласному включению обмоток возбуждения.

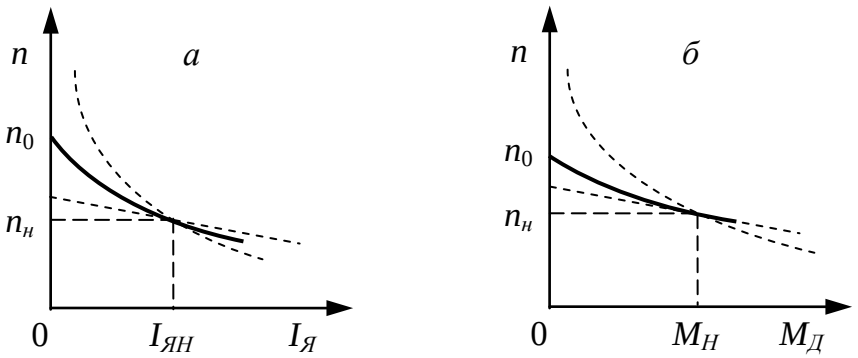


Рис. 9.20. Характеристики двигателя со смешанным возбуждением:
а – скоростная; *б* – механическая

Одним из достоинств двигателя со смешанным возбуждением является то, что он, обладая «мягкой» механической характеристикой, может работать на холостом ходу, так как частота вращения холостого хода n_0 имеет конечное значение благодаря наличию параллельной обмотки возбуждения. К недостаткам данного типа двигателей можно отнести более высокую технологичность и соответственно стоимость.

9.10. Пуск, реверс и торможение двигателей постоянного тока

При работе двигателя ток якоря, согласно формуле (9.13), определяется разностью между напряжением якоря $U_Я$ и противоЭДС $E_Я$:

$$I_Я = \frac{U_Я - E_Я}{R_Я}. \qquad (9.43)$$

В момент пуска якорь неподвижен ($n = 0$), поэтому $E_Я$, согласно формуле (9.8), равна нулю, и ток в цепи якоря $I_{ЯП}$ ограничивается только небольшим сопротивлением якорной цепи $R_Я$:

$$I_{ЯП} = \frac{U_Я}{R_Я}. \qquad (9.44)$$

Наличие последовательной обмотки возбуждения не влияет на ситуацию, так как её собственное сопротивление очень мало и сопоставимо с сопротивлением самого якоря, поэтому величина пускового тока при включении на номинальное напряжение превосходит номинальный ток в 10 – 50 раз для двигателя любого способа возбуждения [7].

Такой большой пусковой ток весьма опасен для двигателя. Во-первых, он может вызвать в машине круговой огонь – искрение пластин коллектора, во-вторых, при таком токе в двигателе развивается чрезмерно большой пусковой момент, который оказывает ударное действие на вращающиеся части двигателя и может механически их разрушить. И наконец, этот ток вызывает резкое падение напряжения в сети, что неблагоприятно отражается на работе других потребителей, включенных в эту сеть. Пуск двигателя непосредственным подключением в сеть (безреостатный пуск) обычно применяют для двигателей мощностью не более 0,7 – 1,0 кВт. В этих двигателях благодаря повышенному сопротивлению обмотки якоря и небольшим вращающимся массам значение пускового тока лишь в 3 – 5 раз превышает номинальный, что не представляет опасности для двигателя [7].

Пуск ДПТ производится с помощью *пускового реостата ПР*, включенного в цепь обмотки якоря (рис. 9.21). Пусковые реостаты имеют несколько отдельных секций (ступеней), которые представляют собой проволочные или литые чугунные элементы. Общее сопротивления ступеней реостата $\Sigma R_{П}$ выбирают таким образом, чтобы ток якоря $I_{ЯП}$ при пуске не превышал значение $(2{,}0 – 2{,}5)I_{ЯН}$ [7, 12]:

$$\sum R_{П} \geq \frac{U}{(2{,}0 – 2{,}5)I_{ЯН}} – R_{Я}\,. \qquad (9.45)$$

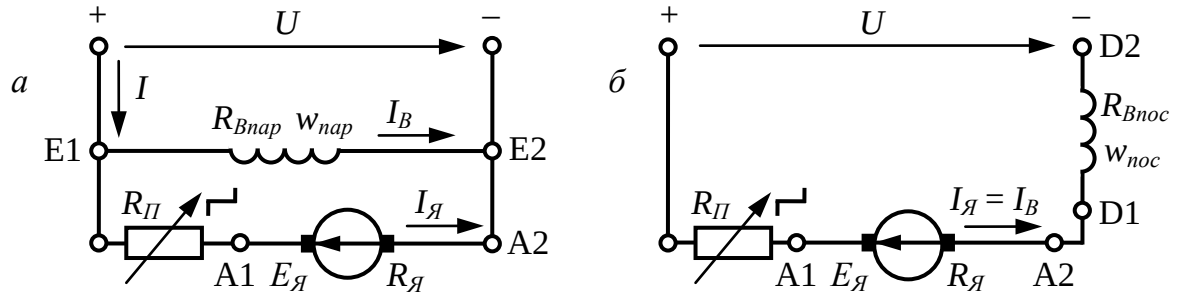


Рис. 9.21. Схемы пуска двигателей с помощью пускового реостата:
а – с параллельным возбуждением; *б* – с последовательным возбуждением

В начале пуска реостат включается полностью. По мере увеличения частоты вращения противоЭДС растёт и ток уменьшается. Поэтому сопротивление реостата также постепенно уменьшают, а по завершении пуска, когда частота вращения достигнет установившегося значения, его выводят полностью. Регулирование величины сопротивления пускового реостата обычно выполняется дискретно 3 – 4 ступенями как в ручном, так и в автоматическом режиме.

Для пуска двигателей большой мощности применять пусковые реостаты нецелесообразно, так как это приводит к большим потерям энергии и, кроме того, пусковое устройство становится громоздким. Здесь применяют безреостатный пуск путём понижения напряжения питания. В случае одновременного пуска нескольких двигателей понизить напряжение можно их последовательным соединением с переключением на параллельное соединение по окончании разгона. В установках с регулируемыми источниками питания, например с управляемыми выпрямителями, напряжение можно плавно поднимать, не допуская электрических и механических перегрузок. Параллельную обмотку возбуждения при этом необходимо питать от другого источника с полным напряжением, чтобы иметь при пуске нормальный магнитный поток в машине.

Изменение направления вращения двигателя называется *реверсом*. В двигательном режиме вращение якоря возникает в результате действия электромагнитного момента и совпадает с ним по направлению. Следовательно, изменить направление действия (знак) электромагнитного момента и направление вращения можно, либо изменив направление магнитного потока, либо направление тока в обмотке якоря. Для этого необходимо поменять между собой выводы подключения, либо обмотки возбуждения (рис. 9.22, *а*), либо обмотки якоря (рис. 9.22, *б*). Очевидно, что изменение подключения выводов обеих обмоток не приведёт к изменению направления вращения. При изменении направления магнитного потока в двигателях смешанного возбуждения необходимо одновременно изменять подключение выводов параллельной и последовательной обмоток, чтобы не нарушать их согласования.

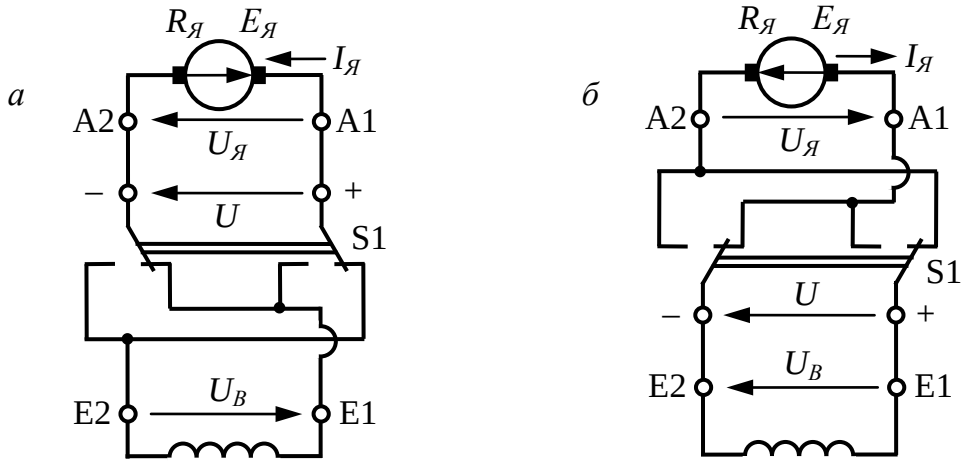


Рис. 9.22. Схемы реверса двигателя с параллельным возбуждением:
а – переключение обмотки возбуждения; *б* – переключение обмотки якоря

Во многих технологических процессах режимы электрического торможения двигателей имеют большое, иногда решающее, значение. Существуют три вида торможения [7, 12]:

- рекуперативное торможение (с отдачей энергии в сеть);
- торможение противовключением;
- динамическое торможение.

Генераторное рекуперативное торможение – наиболее экономичный вид торможения, так как он сопровождается возвратом энергии в сеть. Оно целесообразно в электротранспортных средствах, работа которых связана с частыми остановками и движением под уклон. В этом случае кинетическая энергия движения транспортного средства (трамвай, троллейбус, электропоезд) преобразуется в электрическую энергию и возвращается в сеть.

В случае перехода электротранспорта на спуск частота вращения якоря превышает частоту при холостом ходе n_0, противоЭДС $E_Я$ становится больше напряжения сети $U_Я$, ток якоря изменяет направление на противоположное, и машина переходит в генераторный режим, работая параллельно с сетью. Этот режим возможен только за счёт внешнего вращающего момента, действующего на вал двигателя согласно с направлением вращения. При этом сам двигатель развивает тормозной (генераторный) момент $M_Г$, действующий встречно по отношению к направлению вращения. В режим рекуперативного торможения могут переходить только электродвигатели с независимым, параллельным и смешанным возбуждением.

Рекуперативное торможение происходит каждый раз автоматически в следующих случаях:

- при движении электротранспорта под уклон;
- при переходе двигателя с большей скорости на меньшую;
- при резком увеличении магнитного потока двигателя;
- при опускании тяжелых грузов.

Для перехода двигателя в режим генераторного рекуперативного торможения не требуется изменений в схеме включения двигателя.

Принципиально отличается от вышеописанного способа *торможение противовключением* (*электромагнитный тормоз*). Допустим, что двигатель работает в основном (двигательном) режиме с номинальной нагрузкой. При отключении двигатели от сети вращающий момент $M_Д = 0$, но якорь двигателя за счёт кинетической энергии вращающихся масс электропривода некоторое время будет продолжать вращение, т.е. произойдет *выбег* двигателя. Чтобы уменьшить время выбега двигателя, применяют торможение противовключением.

С этой целью с помощью ключа S1 можно изменить полярность напряжения сети на клеммах обмотки якоря (полярность клемм обмотки возбуждения не меняется), и напряжение обмотки якоря становится отрицательным $–U_Я$ (рис. 9.23, *а*). Якорь двигателя под действием кинетической энергии вращающихся масс электропривода сохранит прежнее направление вращения, и так как направление магнитного потока не изменится, то противоЭДС якоря $E_Я$ также не изменит своего направления и совпадёт с напряжением $–U_Я$. При этом ток якоря будет создаваться суммой напряжения сети и противоЭДС якоря ($–U_Я – E_Я$). Во избежание перегрева якорной обмотки при переключении напряжения питания в цепь обратного тока якоря устанавливают добавочное тормозное сопротивление $R_Т$.

В этих условиях электромагнитный момент станет отрицательным, и частота вращения якоря будет уменьшаться, пока не достигнет нулевого значения. Если в этот момент цепь якоря не отключить от сети, то произойдет реверсирование двигателя и его якорь под действием момента, который прежде был тормозным, начнёт вращение в противоположную сторону, поэтому операцию торможения противовключением автоматизируют, чтобы при нулевом значении частоты вращения цепь якоря отключалась от сети.

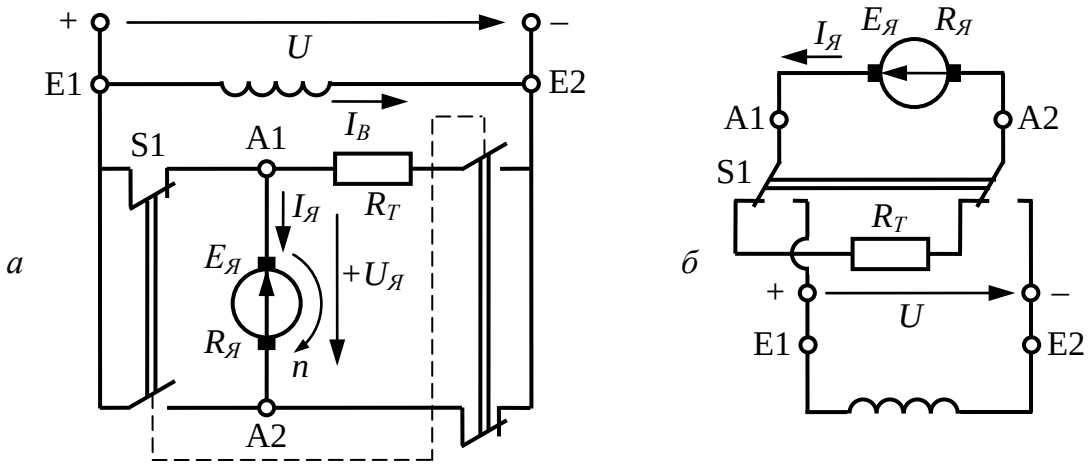


Рис. 9.23. Схемы торможения двигателя с параллельным возбуждением:
а – торможение противовключением; *б* – динамическое торможение

При *динамическом торможении* двигателя параллельного возбуждения цепь якоря отключают от источника питания и замыкают на тормозное сопротивление $R_Т$ (рис. 9.23, *б*). ПротивоЭДС якоря $E_Я$ не меняет своего направления, но поскольку якорь отключен от сети ($U_Я = 0$), ток якоря изменит направление на противоположное, так как будет создаваться только противоЭДС, и машина переходит в генераторный режим, работая на нагрузочное сопротивление. При этом электромагнитный момент двигателя также изменит направление и станет тормозным (генераторным). Данный тормозящий момент исчезнет вместе с противоЭДС якоря $E_Я$, т.е. с остановкой якоря ($n = 0$).

9.11. Регулирование частоты вращения двигателей постоянного тока

Рассмотренные в подр. 9.9 характеристики двигателей постоянного тока позволяют сделать заключение, что частоту вращения можно регулировать тремя способами [7, 12]:

- изменением (ослаблением) магнитного потока машины;
- изменением сопротивления в цепи якоря (тока якоря);
- изменением подводимого напряжения.

Наиболее экономичным является способ регулирования ослаблением магнитного потока Ф, т.е. снижение тока I_B в обмотке возбуждения. Такой способ работает только на повышение частоты вращения. С уменьшением Ф, согласно формулам (9.27) и (9.28), частота вращения возрастает по отношению к номинальной. Однако верхний предел регулирования частоты вращения ограничен механической прочностью машины, поэтому уменьшать ток возбуждения следует осторожно, чтобы не допустить аварийной ситуации. Это обстоятельство является недостатком данного способа регулирования.

В двигателях параллельного возбуждения ослабление магнитного потока (рис. 9.24, *а*) вызывает обратно пропорциональное изменение частоты идеального холостого хода n_0, поэтому *искусственные* механические характеристики, полученные при различных значениях тока возбуждения, пересекают ось ординат в разных точках. Кроме того, при уменьшении магнитного потока снижаются жёсткость характеристик и пусковой момент, что необходимо учитывать при выборе режима работы и пуске двигателя.

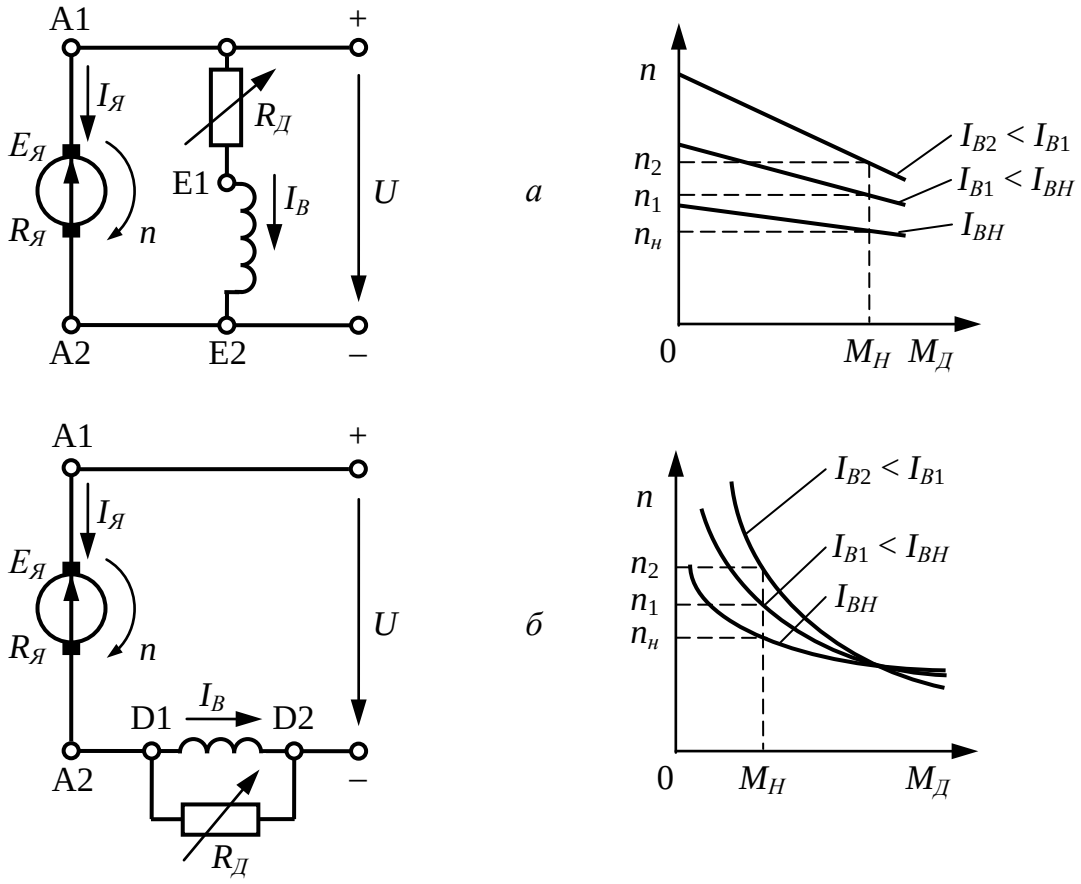


Рис. 9.24. Схемы и характеристики ДПТ при изменении магнитного потока: *а* – с параллельным возбуждением; *б* – с последовательным возбуждением

В двигателях последовательного возбуждения также возможно регулирование частоты вращения ослаблением магнитного потока. Для этого обмотку возбуждения шунтируют резистором $R_Д$ (рис. 9.24, *б*). Изменение сопротивления резистора приводит к перераспределению тока якоря $I_Я$ между обмоткой возбуждения и шунтом, вызывая уменьшение тока возбуждения $I_В$ при уменьшении сопротивления $R_Д$.

В двигателях смешанного возбуждения регулирование производят изменением тока параллельной обмотки. Реакция машины на ослабление магнитного потока здесь такая же, как в двигателях параллельного возбуждения.

Ослабление магнитного потока приводит к неустойчивой работе двигателя. При уменьшении магнитного потока пропорционально должен снижаться допустимый нагрузочный момент для сохранения номинальных значений тока якоря и мощности двигателя. Кроме того, при повышении частоты вращения ухудшаются условия коммутации и усиливается искрение, поэтому диапазон регулирования частоты вращения при данном способе составляет $(1{,}0 – 2{,}0)n_н$.

Другой способ регулирования частоты вращения заключается во введении добавочного сопротивления $R_Д$ в цепь якоря двигателя, т.е. снижении тока якоря $I_Я$. В двигателе параллельного и независимого возбуждения включение регулировочного резистора никак не влияет на частоту идеального холостого хода n_0, поэтому при постоянном потоке возбуждения независимо от величины $R_Д$ n_0 = const. В то же время жёсткость характеристик h обратно пропорциональна величине $R_Д$. Значит, максимально возможная жёсткость соответствует естественным характеристикам. Из изложенного следует, что все механические характеристики пересекаются в точке холостого хода и по мере роста $R_Д$ их наклон увеличивается (рис. 9.25).

Теоретически, увеличивая $R_Д$, можно понижать частоту вращения вплоть до нуля, но в этом случае механическая характеристика становится настолько «мягкая», что работа на ней протекает нестабильно, с большими колебаниями частоты вращения при относительно малых изменениях нагрузки, поэтому диапазон регулирования частоты вращения при данном способе составляет $(0{,}5 – 1{,}0)n_н$.

Недостатками такого способа регулирования частоты вращения являются:

1) большие потери мощности на добавочном сопротивлении;

2) уменьшение жёсткости механических характеристик;

3) процесс регулирования идёт только в сторону уменьшения частоты вращения относительно номинальной.

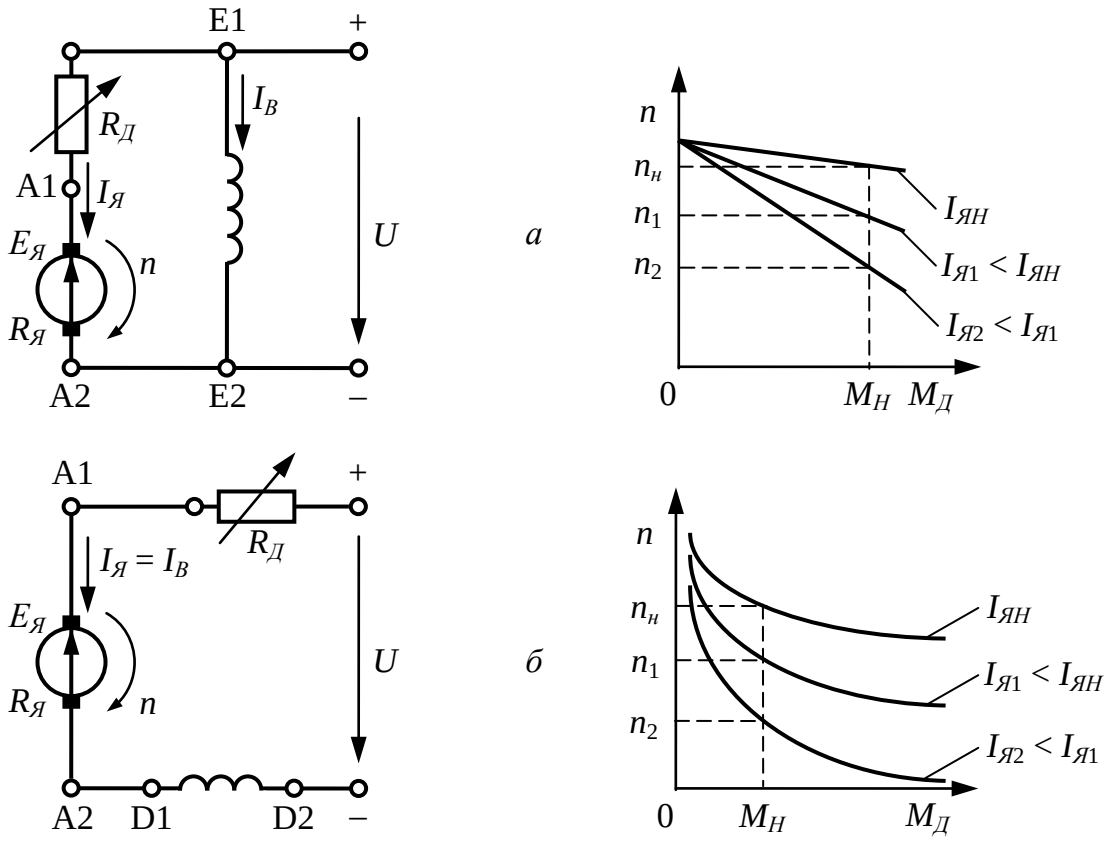


Рис. 9.25. Схемы и характеристики ДПТ при изменении тока якоря:
а – с параллельным возбуждением; *б* – с последовательным возбуждением

Третьим параметром, влияющим на частоту вращения ДПТ, является напряжение $U_Я$, подводимое к якорю машины. Поскольку работа двигателя при $U_Я > U_{ЯН}$ недопустима, то изменение частоты возможно только в сторону её понижения.

В последнее время в качестве регулируемых источников питания ДПТ применяются в основном импульсные полупроводниковые преобразователи. При питании от сети постоянного тока используют широтно-импульсные регуляторы (*ШИР*), а при питании от сети переменного тока – управляемые выпрямители (*УВ*) [12].

Принцип широтно-импульсного регулирования заключается в формировании импульсов напряжения $U_Я(t)$ длительностью t_i постоянной частотой f. Ток якоря $I_Я$ из-за собственной индуктивности имеет пульсирующий характер. Его можно разложить на постоянную составляющую $+I_Я$ и переменную составляющую $\sim I_Я$. Вращающий момент создаётся постоянной составляющей тока, которая будет зависеть от скважности импульсов напряжения S. Из-за переменной составляющей тока якоря приходится несколько снижать мощность двигателя или

включать в цепь якоря дроссель, уменьшающий пульсации тока. Кроме того, пульсации тока вызывают соответствующие пульсации электромагнитного момента и соответственно частоты вращения.

Механические характеристики двигателя параллельного возбуждения при изменении напряжения $U_Я$ смещаются параллельно, сохраняя жёсткость (рис. 9.26, *а*). Такая реакция на управляющее воздействие является оптимальной для построения регулируемых и автоматизированных электроприводов.

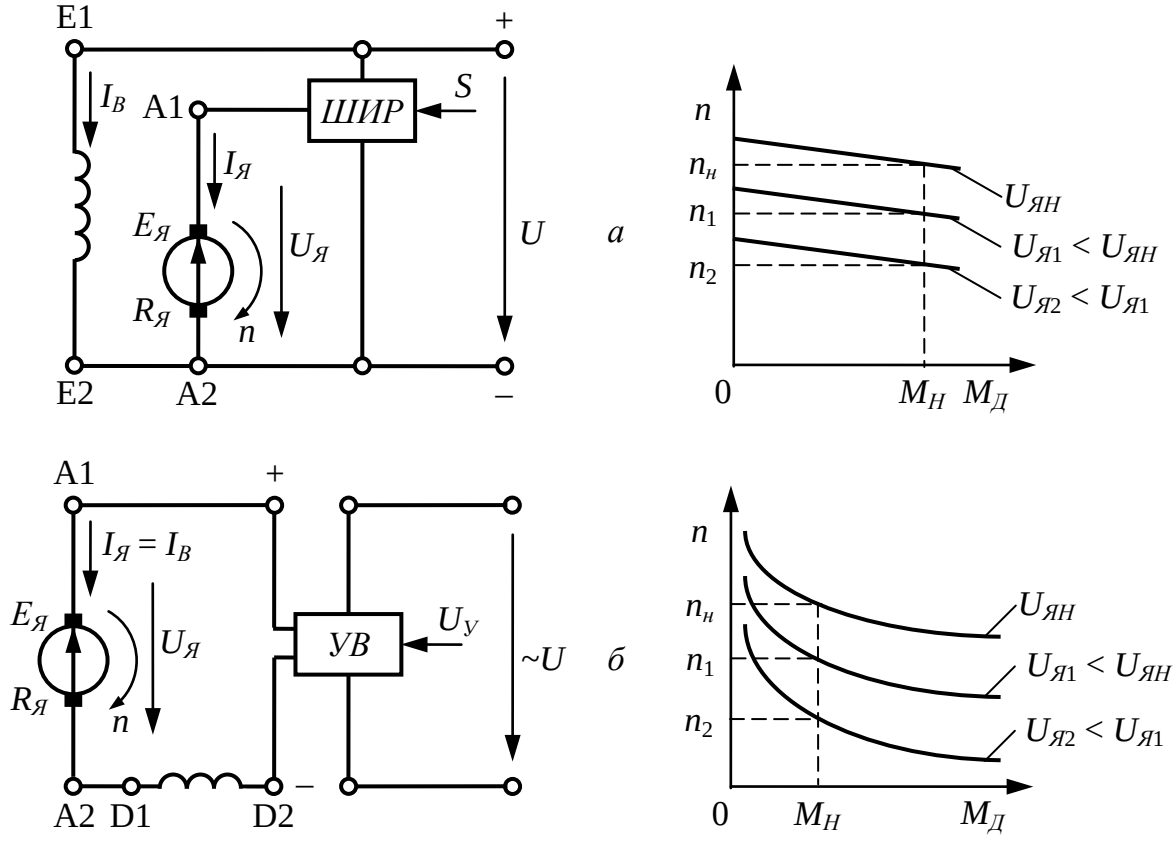


Рис. 9.26. Схемы и характеристики ДПТ при изменении напряжения якоря: *а* – с параллельным возбуждением; *б* – с последовательным возбуждением

Для двигателей последовательного возбуждения применяются тиристорные управляемые выпрямители (рис. 9.26, *б*). Регулирование напряжения осуществляется посредством управляющего сигнала в виде импульсов напряжения $U_У$, подаваемого на тиристоры выпрямителя. Очевидно, что жёсткость характеристик в зависимости от $U_Я$ меняется, но в ограниченном диапазоне нагрузок, вблизи номинального значения момента, можно считать, что они смещаются параллельно.

Изменением подводимого напряжения можно получить диапазон регулирования частоты вращения $(0{,}1 – 1)n_н$.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называется машиной постоянного тока?
2. Какова область применения машин постоянного тока?
3. В чем основное отличие машин постоянного тока от электрических машин переменного тока?
4. Опишите конструкцию машины постоянного тока.
5. Каково назначение коллектора в машине постоянного тока?
6. Что называется геометрической нейтралью и полюсным делением машины постоянного тока?
7. Назовите режимы работы машины постоянного тока.
8. Опишите принцип действия двигателя и генератора постоянного тока.
9. Как возникают и определяются ЭДС и вращающий момент якоря машины постоянного тока?
10. Приведите уравнения электрического состояния якорной цепи двигателя и генератора постоянного тока.
11. Что такое реакция якоря и как с ней борются?
12. В чём заключается свойство саморегулирования потребляемой мощности и вращающего момента двигателя постоянного тока?
13. Что представляет собой величина суммарных потерь мощности машины постоянного тока?
14. Какие существуют способы электромагнитного возбуждения машин постоянного тока и в чём их особенности?
15. Как создать режим холостого хода генератора постоянного тока и снять его характеристику?
16. Что называют внешней и регулировочной характеристиками генератора постоянного тока?
17. Какие характеристики двигателей постоянного тока являются эксплуатационными (рабочими) характеристиками?
18. Как определить жёсткость механической характеристики?
19. В чём принципиальные отличия механических характеристик двигателей различных способов возбуждения?
20. Как производят пуск, реверс и торможение двигателей постоянного тока?
21. Какие существуют способы регулирования частоты вращения двигателей постоянного тока, в чём их принцип, достоинства и недостатки?

10. ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОНИКИ

10.1. Общие сведения о полупроводниках

Полупроводники своим названием обязаны тому, что их электропроводность меньше электропроводности металлов и больше электропроводности диэлектриков. К полупроводникам относятся элементы IV, V и VI групп Периодической системы элементов Менделеева (Si, Ge, As, Se, Te) и некоторые химические соединения, например оксиды, сульфиды, селениды, сплавы элементов различных групп. Различают собственные и примесные полупроводники [1, 5, 11].

Собственными полупроводниками являются химически чистые полупроводники, а их проводимость называется *собственной проводимостью*. Рассмотрим механизм собственной проводимости на примере кремния Si, имеющего кристаллическую решётку, в которой каждый атом связан ковалентными связями с четырьмя ближайшими соседями. Упрощённая плоская схема атомов в кристалле Si представлена на рис. 10.1. В идеальном кристалле при 0 К такая структура представляет собой диэлектрик, так как валентные электроны участвуют в образовании связей и, следовательно, не участвуют в проводимости.

При повышении температуры (или под действием других внешних факторов) тепловые колебания решётки могут привести к разрыву некоторых валентных связей, в результате чего часть электронов отщепляется и они становятся свободными. В покинутом электроном месте возникает *дырка*, заполнить которую могут электроны из соседней пары. В результате дырка, так же как и освободившийся электрон, будет двигаться по кристаллу. Движение электронов проводимости и дырок в отсутствие электрического поля является хаотическим. Если к кристаллу приложить электрическое поле, то электроны начнут двигаться против поля, дырки – по полю, что приведёт к возникновению собственной проводимости кремния, обусловленной как электронами, так и дырками.

Проводимость собственных полупроводников, обусловленная электронами, называется *собственной электронной проводимостью* или *проводимостью n-типа* (от лат. *negative* – отрицательный). Проводимость полупроводников, обусловленная квазичастицами – дырками, называется *собственной дырочной проводимостью* или *проводимостью p-типа* (от лат. *positive* – положительный).

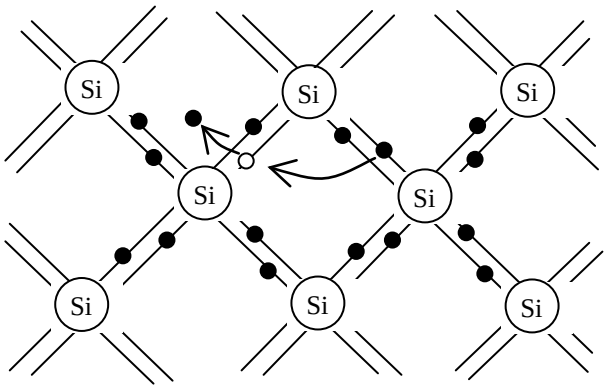


Рис. 10.1. Собственная проводимость кремния

Проводимость полупроводников, обусловленная примесями, называется *примесной проводимостью*, а сами полупроводники – *примесными полупроводниками*. Примесями являются элементы, атомы которых имеют валентность, отличную на единицу от валентности основных элементов.

Например, при замещении атома кремния пятивалентным атомом мышьяка (рис. 10.2, *а*) один электрон не может образовать ковалентной связи, он оказывается лишним и может быть легко при тепловых колебаниях решётки отщеплён от атома, т.е. стать свободным. Образование свободного электрона не сопровождается нарушением ковалентной связи, следовательно, дырка не возникает. Избыточный положительный заряд, возникающий вблизи атома примеси, связан с атомом примеси и поэтому перемещаться по решётке не может. Таким образом, в полупроводниках с примесью, валентность которой на единицу больше валентности основных атомов, носителями заряда являются электроны; возникает *электронная примесная проводимость* (*проводимость n-типа*). Примеси, являющиеся источником электронов, называются *донорными*.

Если в решётку кремния введён примесный атом с тремя валентными электронами, например бор (рис. 10.2, *б*), то для образования связей с четырьмя ближайшими соседями у атома бора не хватает одного электрона, одна из связей остаётся неукомплектованной и четвёртый электрон может быть захвачен от соседнего атома основного вещества, где образуется дырка. Последовательное заполнение образующихся дырок электронами эквивалентно движению дырок в полупроводнике, т.е. дырки перемещаются в решётке кремния как свободные заряды. Избыточный отрицательный заряд, возникающий вблизи атома примеси, связан с атомом примеси и по решётке перемещаться

не может. Таким образом, в полупроводниках с примесью, валентность которой на единицу меньше валентности основных атомов, носителями заряда являются дырки, возникает *дырочная проводимость* (*проводимость p-типа*). Примеси, захватывающие электроны, называются *акцепторами*.

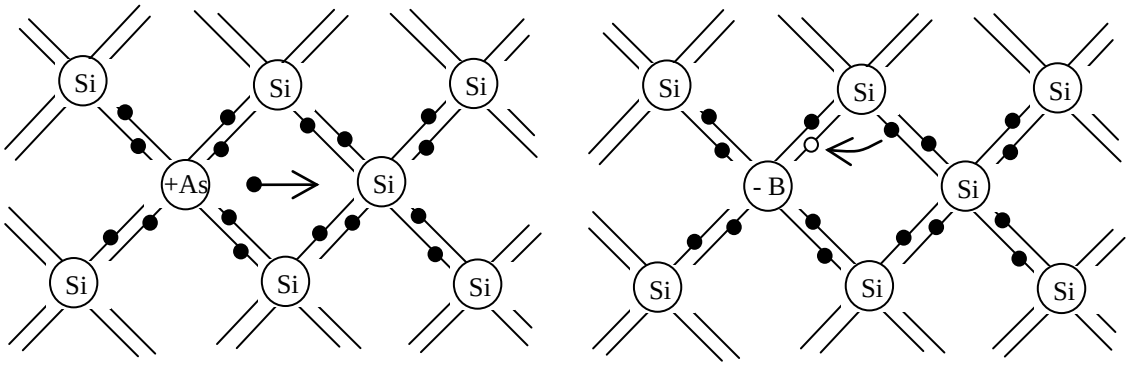


Рис. 10.2. Примесная проводимость кремния:
а – электронная; *б* – дырочная

Граница соприкосновения двух полупроводников, один из которых имеет электронную, а другой дырочную проводимость, называется *электронно-дырочным переходом* (или *p–n-переходом*). Принцип работы большинства полупроводниковых устройств основан на явлениях, возникающих в этом переходе. В полупроводнике *n*-типа из-за ухода электронов вблизи границы остаётся нескомпенсированный положительный объёмный заряд неподвижных ионизированных донорных атомов. В полупроводнике *p*-типа из-за ухода дырок вблизи границы образуется отрицательный объёмный заряд неподвижных ионизированных акцепторов (рис. 10.3, *а*). Эти объёмные заряды образуют у границы двойной электрический слой, поле которого, направленное от *n*-области к *p*-области, препятствует дальнейшему переходу электронов в направлении $n \rightarrow p$ и дырок в направлении $p \rightarrow n$.

Если значение электрического потенциала на границе раздела полупроводников ($x = 0$) принять равным нулю $\varphi(0) = 0$, то распределение потенциала в полупроводниках *p*- и *n*-типов будет определяться зависимостью (рис. 10.3, *б*)

$$\varphi = \int_0^x \varepsilon dx, \qquad (10.1)$$

где ε – напряжённость электрического поля *p–n*-перехода.

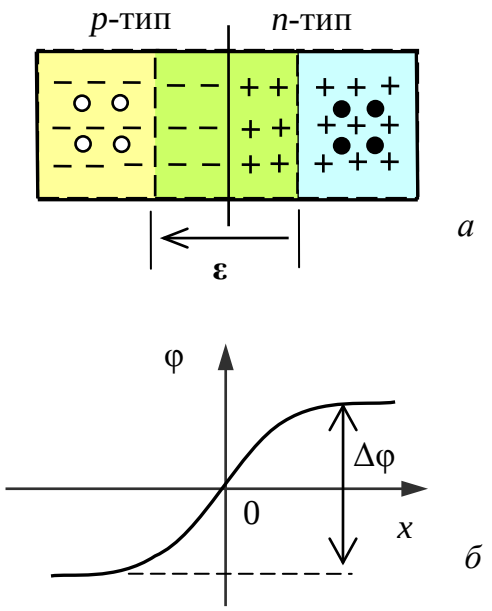


Рис. 10.3. *p–n*-переход:
а – распределение связанных и свободных зарядов;
б – электрический потенциал на границе раздела

Толщина слоя *p–n*-перехода в полупроводниках составляет примерно 10^{-6} – 10^{-7} м, а контактная разность потенциалов – десятые доли вольт. Носители тока способны преодолеть такую разность потенциалов лишь при температуре в несколько тысяч градусов, т.е. при обычных температурах равновесный контактный слой является *запирающим* (характеризуется повышенным сопротивлением).

Сопротивление запирающего слоя можно изменить с помощью внешнего электрического поля. Если к полупроводникам *p*- и *n*-типов соответственно подключить отрицательный и положительный полюсы постоянного напряжения, то внешнее электрическое поле будет совпадать по направлению с полем контактного слоя и вызывать движение электронов в *n*-полупроводнике и дырок в *p*-полупроводнике от границы *p–n*-перехода в противоположные стороны. В результате запирающий слой расширится и его сопротивление возрастёт (рис. 10.4, *а*). Направление внешнего поля, расширяющего запирающий слой, называется *обратным* (*запирающим*). В этом направлении электрический ток через *p–n*-переход практически не проходит. Ток в запирающем слое в этом направлении образуется лишь за счёт неосновных носителей тока (электронов в *p*-полупроводнике и дырок в *n*-полупроводнике), но ими можно пренебречь, так как концентрации неосновных носителей тока в примесных полупроводниках весьма малы.

Если приложенное к *p–n*-переходу внешнее электрическое поле направлено противоположно полю контактного слоя (к полупроводникам *p*- и *n*-типов соответственно подключить положительный и отрицательный полюсы постоянного напряжения), то оно вызывает движение электронов в *n*-полупроводнике и дырок в *p*-полупроводнике к границе *p–n*-перехода навстречу друг другу. В этой области они рекомбинируют, толщина контактного слоя и его сопротивление уменьшаются (рис. 10.4, *б*). Следовательно, в этом

направлении электрический ток проходит сквозь *p*–*n*-переход в направлении от *p*-полупроводника к *n*-полупроводнику; внешнее электрическое поле называется *прямым* (*пропускным*).

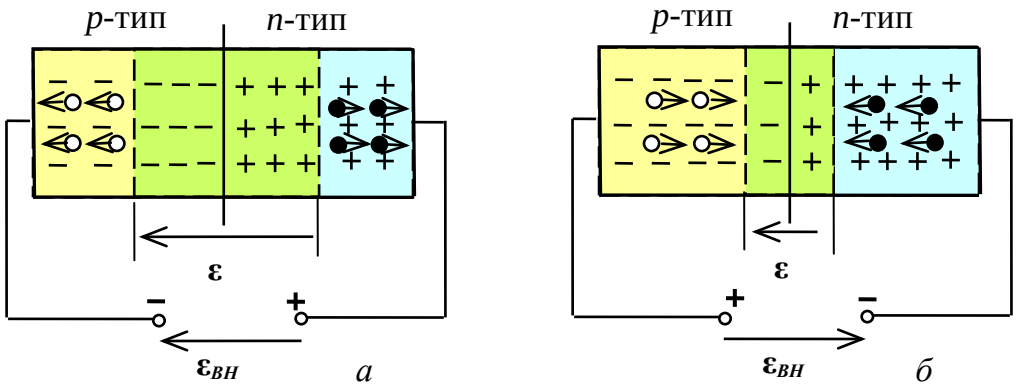


Рис. 10.4. Подключение к *p*-*n*-переходу внешнего электрического поля: *а* – обратного; *б* – прямого

Односторонняя проводимость контактов двух полупроводников используется для выпрямления и преобразования переменного тока.

Контрольные вопросы и задания

1. Что называют собственной (примесной) проводимостью полупроводников?
2. Чем обусловлен тип проводимости полупроводников?
3. Какие примеси называют донорными, а какие акцепторными?
4. Что называют *p*–*n*-переходом? Объясните принцип его формирования.
5. Как можно изменить сопротивление запирающего слоя?

10.2. Полупроводниковые устройства

10.2.1. Полупроводниковые диоды

Полупроводниковый диод – устройство с одним *p*–*n*-переходом и двумя выводами (рис. 10.5) [11]. В полупроводниковых диодах используется свойство *p*–*n*-перехода или контакта металла с полупроводником хорошо проводить ток в одном направлении и практически не пропускать его в противоположном направлении. Эти токи и соответствующие им напряжения между выводами диода называются *прямыми* и *обратными токами*, *прямыми* и *обратными напряжениями*.

Рис. 10.5. Внешний вид полупроводниковых диодов

Полупроводниковые диоды по конструкции делятся на точечные и плоскостные. *Точечный диод* – это прибор, в котором размеры электрического перехода меньше размеров областей, окружающих его и определяющих процессы в переходе. Такой переход, например, возникает при вплавлении кончика вольфрамовой проволоки, покрытой алюминием, в полупроводник *n*-типа. Если через диод в прямом направлении пропустить кратковременный импульс тока, то резко повышается диффузия алюминия и образуется слой, обладающий *p*-проводимостью. На границе этого слоя возникает *p*–*n*-переход, обладающий высоким коэффициентом выпрямления. Из-за малой площади перехода точечный диод относится к маломощным приборам и применяется в качестве детекторов (выпрямителей) высокочастотных колебаний.

Плоскостной диод представляет собой прибор, в котором *p*–*n*-переход возникает на значительной по площади границе между полупроводниками *p*- и *n*-типов. В таких диодах переход получается методами сплавления полупроводниковых пластин *p*- и *n*-типов или диффузии в исходную полупроводниковую пластину примесных атомов.

Для полупроводникового диода задают ВАХ, вид которой зависит от способа получения *p*–*n*-перехода, концентрации свободных дырок и электронов, конструкции и т. д.

На рис. 10.6 приведено условное изображение полупроводникового диода на схемах замещения и его типовая ВАХ. Прямой ток в полупроводниковом диоде направлен от одного вывода к другому, которые соответственно называются *анодным* и *катодным выводами*.

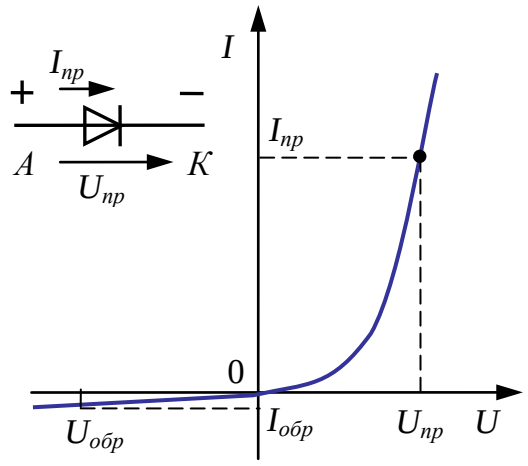


Рис. 10.6. Условное изображение и вольт-амперная характеристика полупроводникового диода

В качестве параметров, характеризующих нагрузочную способность полупроводникового диода, обычно указывают допустимый прямой ток $I_{пр}$ и соответствующее ему прямое напряжение $U_{пр}$; допустимое обратное напряжение $U_{обр}$ и соответствующий ему обратный ток $I_{обр}$; допустимую температуру окружающей среды (до 50 ºС для германиевых и до 140 ºС для кремниевых диодов).

К особой разновидности плоскостных диодов относятся *полупроводниковые стабилитроны*, которые применяются для стабилизации напряжения в электрических цепях. В этих диодах используется явление неразрушающего электрического пробоя *p–n*-перехода при определённых значениях обратного напряжения [напряжения пробоя $U_{проб}$ (рис. 10.7, *а*)]. Значение напряжения неразрущающего пробоя определяется конструкцией *p–n*-перехода и электрофизическими свойствами полупроводника.

На рис. 10.7, *б* приведена простейшая схема стабилизатора напряжения со стабилитроном. При изменении напряжения $U_{вх}$ между входными выводами стабилизатора и условии $U_{вх} > U_{проб}$ напряжение между выходными выводами $U_{вых} = U_{проб}$ изменяется незначительно.

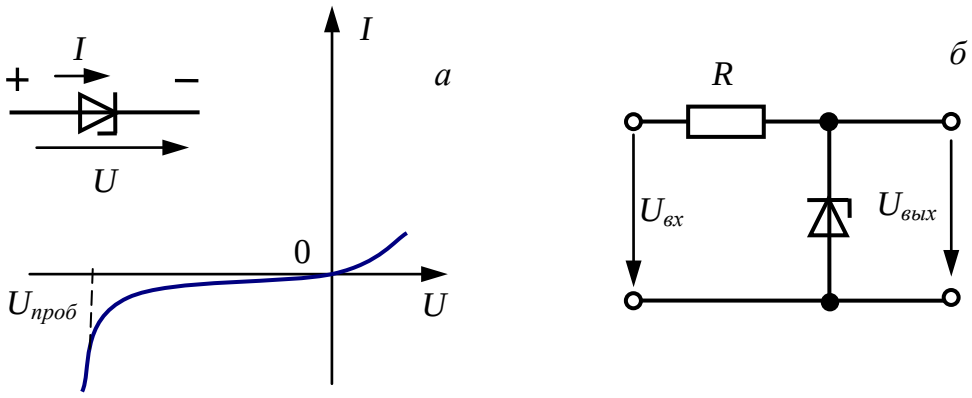


Рис.10.7. Полупроводниковый стабилитрон:
а – условное изображение и вольт-амперная характеристика;
б – стабилизатор напряжения со стабилитроном

10.2.2. Биполярные транзисторы

Транзистором называется полупроводниковый прибор, состоящий из двух взаимодействующих электрических переходов, определяющих структуру транзистора. Устройство биполярных транзисторов основано на явлениях взаимодействия двух близко расположенных *p*–*n*-переходов. Транзистор называется биполярным, потому что физические процессы в нём связаны с движением носителей зарядов обоих знаков (свободных дырок и электронов). Биполярные транзисторы (рис. 10.8) служат для усиления входного сигнала в усилительных устройствах, при формировании генераторов сигналов и для реализации ключевых режимов работы электронных устройств: для коммутации сигналов в измерительных усилителях, в силовых преобразователях частоты и др [1, 5, 11].

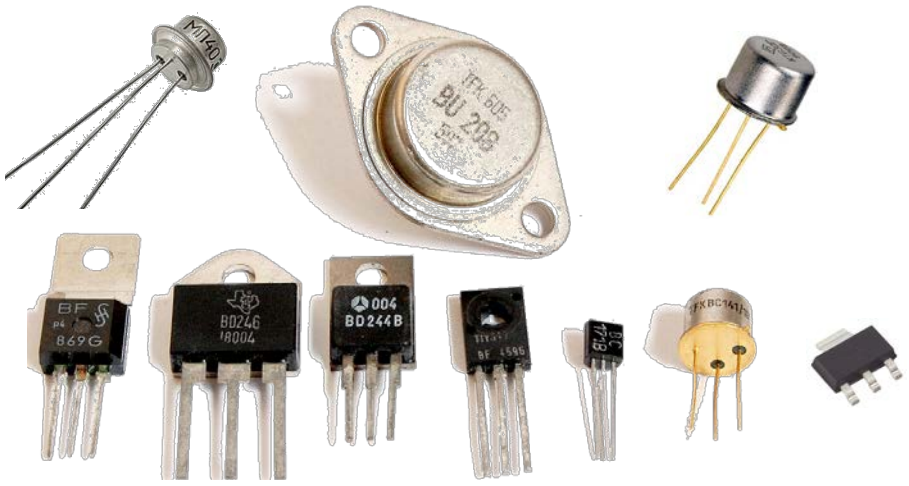


Рис. 10.8. Внешний вид биполярных транзисторов

Структурно различают транзисторы следующих видов: *n*-*p*-*n* и *p*-*n*-*p* (рис. 10.9, *а*, *б*). Обозначение выводов областей структуры транзистора показано на рис. 10.9, *а*, *б*, где обозначены: *Э* – эмиттер; *К* – коллектор; *Б* – база. Эмиттер предназначен для инжекции носителей заряда в базу. Инжекцией называется процесс преодоления носителями заряда потенциального барьера в *p*–*n*-переходе. Коллектор служит для экстракции носителей заряда из базы. Экстракция – процесс уменьшения концентрации неосновных носителей заряда у границ электрического перехода. База – это область в структуре биполярного транзистора, величина которой по ширине определяется диффузионной длиной неосновных носителей заряда. Структура биполярного транзистора *n*-*p*-*n*-типа представлена на рис. 10.9, *в*.

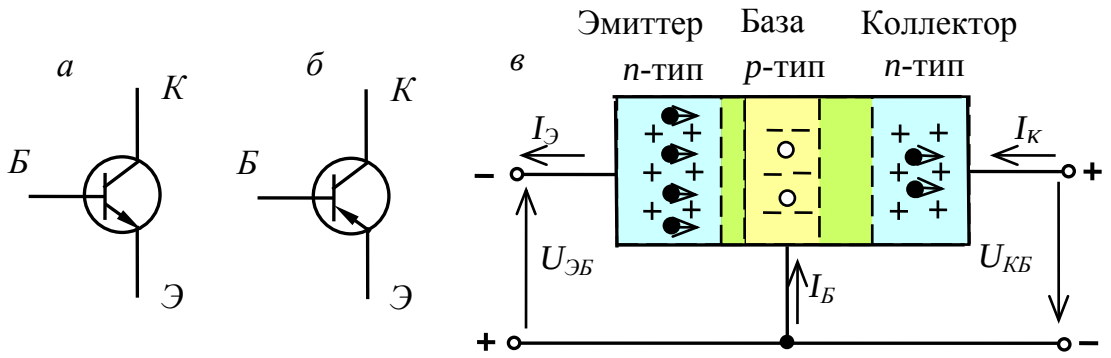


Рис. 10.9. Обозначение и структура биполярного транзистора:
а – *n*-*p*-*n*-транзистор; *б* – *p*-*n*-*p*-транзистор; *в* – структура *n*-*p*-*n*-транзистора

Биполярный транзистор имеет два перехода: эмиттерный и коллекторный. На переходы транзистора в зависимости от его режима работы и функционального назначения подают прямое или обратное напряжение. Принцип действия транзистора заключается в следующем. Если к эмиттерному переходу транзистора приложить прямое напряжение, а к коллекторному – обратное, то электроны через эмиттерный переход инжектируют в базу. В области базы осуществляется рекомбинация электронов и дырок, также часть электронов в результате воздействия электрического поля, создаваемого напряжением между коллектором и базой $U_{КБ}$, поступает в коллекторный переход, где происходит их экстракция в коллектор. В результате описанных процессов формируются токи в переходах транзистора: эмиттера $I_Э$, коллектора $I_К$, базы $I_Б$.

При задании режима работы транзистора рассматривают статический и динамический режимы. В статическом режиме на электроды транзистора подают напряжения от источников питания. В динамическом режиме на электроды транзистора подают напряжения от источников питания, и на вход транзистора поступает сигнал, подлежащий усилению, а на выход транзистора подключается нагрузка.

Режим работы биполярных транзисторов зависит от полярности напряжений, подаваемых на выводы транзистора:

1. *Активный режим* – это нормальный режим работы транзистора: эмиттерный переход включен в прямом направлении, коллекторный – в обратном. В активном режиме транзистор может реализовать все основные свои функции, им можно управлять. Этот режим характеризуется высоким коэффициентом передачи тока эмиттера и минимальными искажениями выходного сигнала.

2. *Инверсный режим* формируется при подключении эмиттерного перехода в обратном направлении, а коллекторного – в прямом.

Инверсный режим характеризуется уменьшением коэффициента передачи тока эмиттера по сравнению с активным режимом. Этот режим не находит широкого применения.

3. *Режим отсечки* – оба перехода подключены в обратном направлении, ток в выходной цепи транзистора практически равен нулю. Режим отсечки применяется для размыкания электрических цепей.

4. *Режим насыщения* – к эмиттерному и коллекторному переходам приложено прямое напряжение, выходной ток при этом зависит только от параметров нагрузки. Режим насыщения применяется для замыкания электрических цепей.

К основным параметрам биполярного транзистора относятся:

- входное сопротивление

$$R_{BX} = U_{BX} / I_{BX}; \tag{10.2}$$

- выходное сопротивление

$$R_{ВЫХ} = U_{ВЫХ} / I_{ВЫХ}; \tag{10.3}$$

- коэффициент усиления по напряжению

$$k_U = \Delta U_{ВЫХ} / \Delta U_{BX}; \tag{10.4}$$

- коэффициент усиления по току

$$k_I = \Delta I_{ВЫХ} / \Delta I_{BX}; \tag{10.5}$$

- коэффициент усиления по мощности

$$k_P = \Delta P_{ВЫХ} / \Delta P_{BX}. \tag{10.6}$$

Как правило, транзистор включают по трём основным схемам: с общей базой (ОБ), с общим эмиттером (ОЭ), с общим коллектором (ОК) (рис. 10.10). Общим называют электрод, который является общим при контроле потенциалов на входе и выходе транзистора.

Схема включения с ОБ характеризуется низким входным сопротивлением, усиливает входной сигнал по напряжению и мощности. Усиление по току не реализует. В схеме включения с ОЭ осуществляется усиление входного сигнала по току, напряжению и мощности. По сравнению со схемой с ОБ имеет большее входное сопротивление. Схема включения с ОК называется *эмиттерным повторителем*. Она осуществляет усиление входного сигнала по току и мощности и не является усилителем напряжения. Имеет высокое входное сопротивление, поэтому применяется в качестве согласующего устройства между высокоомным источником сигнала и низкоомной нагрузкой, чтобы исключить влияние нагрузки на входной сигнал.

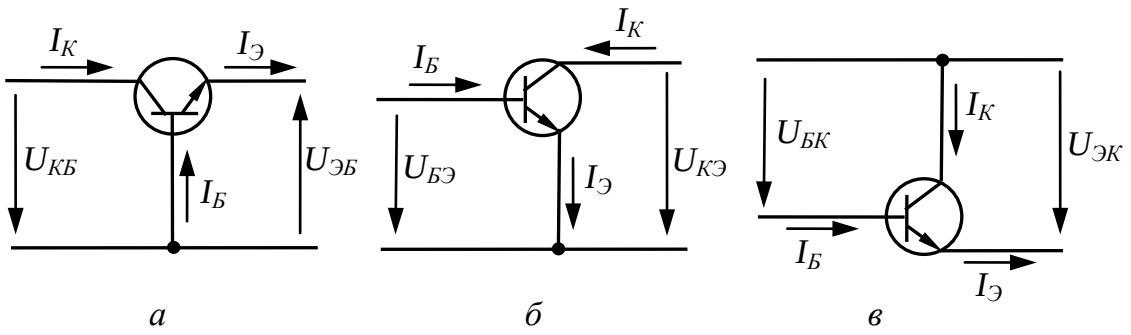


Рис. 10.10. Схемы включения биполярного транзистора:
а – с общей базой; *б* – с общим эмиттером; *в* – с общим коллектором

На практике наибольшее применение находит схема включения с ОЭ, так как осуществляет усиление по току, напряжению, мощности, схема также имеет высокое входное и низкое выходное сопротивления.

Работу биполярного транзистора, включенного по схеме с ОЭ, определяют статическими входными базовыми $I_Б(U_{БЭ})$ при $U_{КЭ}$ = const (рис. 10.11, *а*) и выходными коллекторными $I_К(U_{КЭ})$ при $I_Б$ = const (рис. 10.11, *б*) характеристиками.

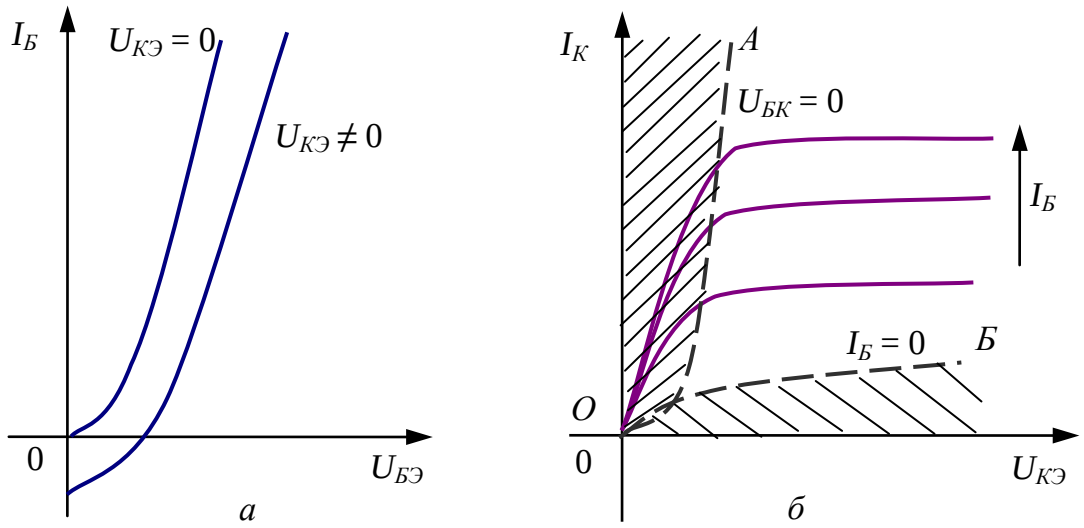


Рис. 10.11. Входные и выходные характеристики биполярного транзистора по схеме с ОЭ:
а – базовые; *б* – коллекторные

На выходных характеристиках отмечены: режим насыщения – левее линии *ОА*, ниже линии *ОБ* ($I_Б$ = 0) – режим отсечки. Область между линиями *ОА* и *ОБ* – активный режим.

Статические характеристики используются для расчёта параметров транзисторов и выбора соответствующего рабочего участка характеристики транзистора.

При работе транзистора в активном режиме его можно рассматривать как линейный четырёхполюсник (рис. 10.12).

Рис. 10.12. Линейный четырёхполюсник

На рис. 10.12 параметры $\dot{I}_1$ и $\dot{U}_1$ считаются входными, а параметры $\dot{I}_2$ и $\dot{U}_2$ – выходными. Используя в качестве переменных четырёхполюсника I и U, можно применить систему h-параметров

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = h_{11}\dot{I}_1 + h_{12}\dot{U}_2; \\ \dot{I}_2 = h_{21}\dot{I}_1 + h_{22}\dot{U}_2. \end{cases} \qquad (10.7)$$

h-параметры определяются экспериментально в режимах холостого хода на входе ($I_1 = 0$) и короткого замыкания на выходе ($U_2 = 0$):

– входное сопротивление транзистора

$$h_{11} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}\right|_{U_2=0}; \qquad (10.8)$$

– выходная проводимость транзистора

$$h_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}\right|_{I_1=0}; \qquad (10.9)$$

– коэффициент обратной связи транзистора по напряжению

$$h_{12} = \left.\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2}\right|_{I_1=0}; \qquad (10.10)$$

– коэффициент передачи тока транзистора

$$h_{21} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{U_2=0}. \qquad (10.11)$$

В зависимости от схемы включения транзистора (ОЭ, ОБ, ОК) будут соответствующими токи и напряжения. Например, для схемы с ОЭ: $I_1 = I_Б$; $I_2 = I_К$; $U_1 = U_{БЭ}$; $U_2 = U_{КЭ}$.

10.2.3. Полевые транзисторы

В полевых транзисторах поток носителей заряда протекает через проводящий слой (канал) и управляется электрическим полем (отсюда название – полевой). Процессы инжекции и диффузии, как в биполярных транзисторах, отсутствуют [1, 5, 11].

Полевые транзисторы разделяют на два класса: с управляющим *p*–*n*-переходом и с изолированным затвором на основе конструкции металл – диэлектрик – полупроводник (МДП-транзисторы). Металлический электрод, создающий эффект поля, называется затвором *З*. Два других электрода – исток *И* и сток *С*. Сток и исток могут изменять своё назначение при определённой полярности напряжения. Стоком из них считается электрод, к которому движутся носители заряда. Например, если канал *p*-типа, то носителями заряда будут дырки, а полярность стока – отрицательная. Полевые МДП-транзисторы отличаются от полевых транзисторов с управляющим *p*–*n*-переходом тем, что электрод затвора изолирован от проводящего канала слоем диэлектрика (оксид кремния SiO_2). Область, прилежащую к рабочему каналу, называют подложкой *П*; если проводящий канал *n*-типа, то подложка *p*-типа, и наоборот.

Обозначение полевых транзисторов на схемах показано на рис. 10.13 и заметно отличается от обозначения биполярных транзисторов, хотя внешний вид корпусов тех и других устройств полностью совпадает (см. рис. 10.8).

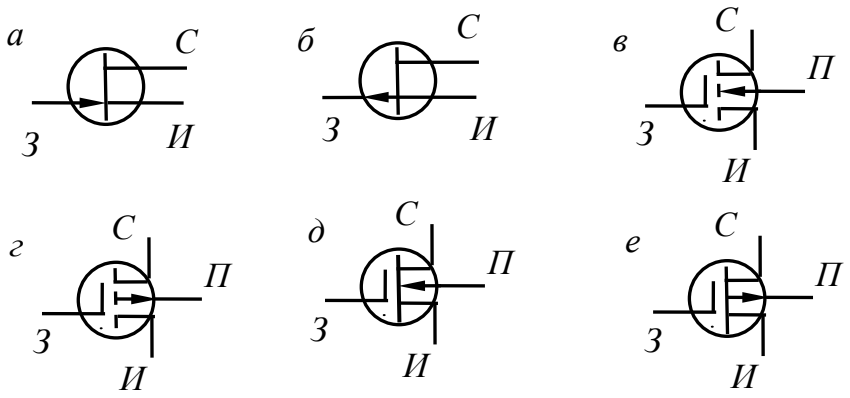


Рис. 10.13. Обозначение на схемах полевого транзистора:
а – с управляющим *p*–*n*-переходом и *n*-каналом;
б – с управляющим *p*–*n*-переходом и *p*-каналом;
в – МДП-транзистор с индуцированным *n*-каналом;
г – МДП-транзистор с индуцированным *p*-каналом;
д – МДП-транзистор со встроенным *n*-каналом;
е – МДП-транзистор со встроенным *p*-каналом

Полевой транзистор с управляющим *p–n*-переходом – это полевой транзистор, в котором пластина из полупроводника, например *n*-типа, имеет на противоположных концах электроды (исток и сток), с помощью которых она включена в управляемую цепь. Управляющая цепь подключается к третьему электроду (затвору) и образуется областью с другим типом проводимости – *p*-типа.

Рассмотрим структуру и принцип действия полевых транзисторов с управляющим *p–n*-переходом и каналом проводимости *n*-типа (рис. 10.14). Если между истоком и стоком включен источник с ЭДС E_C положительным полюсом к стоку, то в *n*-канале есть ток проводимости I_C, значение которого зависит от сопротивления канала. В свою очередь, сопротивление *n*-канала зависит от его ширины, которую можно изменить, включив между затвором и истоком источник ЭДС $E_З$ отрицательным полюсом к затвору, тогда *p–n*-переход подключен в обратном направлении. Ширина *p–n*-перехода, обеднённого подвижными носителями заряда, влияет на ширину *n*-канала и тем самым на его проводимость.

Напряжение *p–n*-перехода вдоль канала непостоянное.

$$U_{p-n}(x) = -E_З - R_K(x) I_C, \qquad (10.12)$$

где $R_K(x)$ – сопротивление канала.

Наибольшего значения сопротивление, а следовательно, и напряжение достигает у стока, где перекрытие канала будет максимальным.

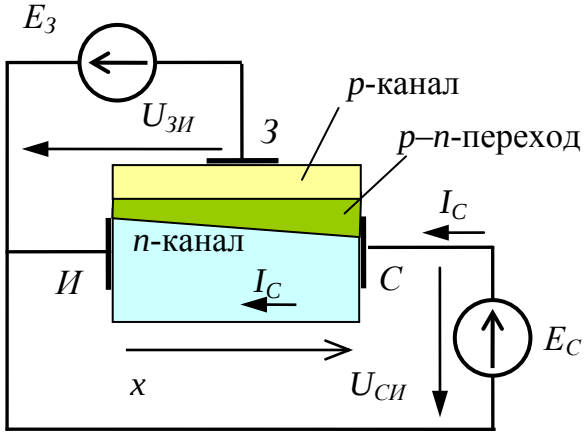


Рис. 10.14. Структура полевого транзистора с управляющим *p–n*-переходом и *n*-каналом

Статические выходные ВАХ полевого транзистора с управляющим *p–n*-переходом показаны на рис. 10.15, *а*. Они представляют зависимость тока стока I_C от напряжения $U_{СИ}$ при постоянном напряжении

на затворе $U_{ЗИ}$ – стоковые характеристики. Особенностью характеристик является наличие трёх областей: линейной, насыщения и электрического пробоя. Чрезмерное увеличение напряжения $U_{СИ}$ вызывает лавинный пробой между затвором и стоком.

Передаточные статические ВАХ изображены на рис. 10.15, *б* и представляют собой зависимость тока стока I_C от напряжения $U_{ЗИ}$ при постоянном напряжении $U_{СИ}$ – стокозатворные характеристики. При напряжении $U_{ЗИ}$, меньшем напряжения отсечки $U_{ЗИ\ отс}$, канал закрыт ($I_C = I_З$). Изменение полярности напряжений $U_{СИ}$ или $U_{ЗИ}$ нарушает работу затвора.

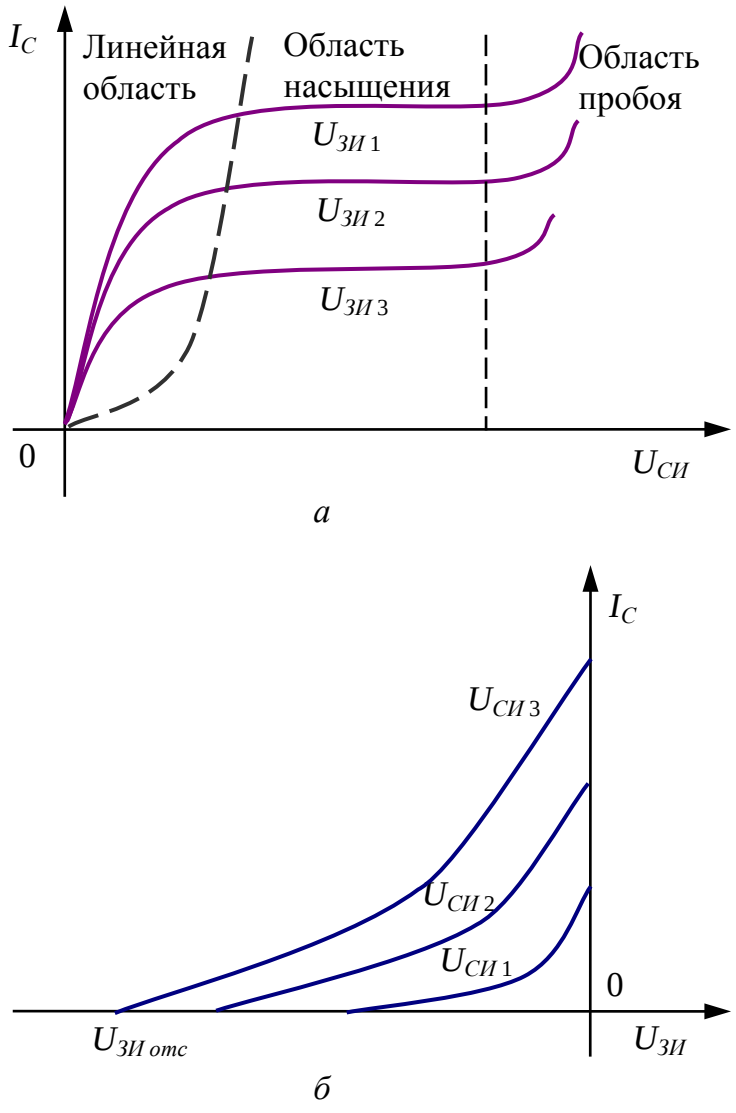


Рис.10.15. Вольт-амперные характеристики полевого транзистора с управляющим *p*–*n*-переходом:
а – выходные; *б* – передаточные

Параметры полевого транзистора с управляющим *p–n*-переходом можно определить по выходным и передаточным статическим ВАХ:

– крутизна характеристики

$$S = \left.\frac{\Delta I_C}{U_{ЗИ}}\right|_{U_{СИ}=\text{const}}; \qquad (10.13)$$

– выходное дифференциальное сопротивление

$$R_C = \left.\frac{\Delta U_{СИ}}{\Delta I_C}\right|_{U_{СИ}=\text{const}}; \qquad (10.14)$$

– сопротивление открытого канала

$$R_{КО} = \frac{U_{СИ}}{I_C}; \qquad (10.15)$$

– коэффициент усиления

$$K = \left.\frac{\Delta U_{СИ}}{\Delta U_{ЗИ}}\right|_{I_C=\text{const}}. \qquad (10.16)$$

В рассмотренном случае полевой транзистор включен по схеме с общим истоком (ОИ). Возможно включение по схеме с общим стоком (ОС) или общим затвором (ОЗ).

Рассмотрим структуры и принцип действия МДП-транзисторов.

Структура МДП-транзистора со встроенным каналом показана на рис. 10.16, *а*. Такой транзистор работает в двух режимах: обеднения и обогащения. В режиме обеднения для канала *n*-типа на затвор подаётся отрицательное напряжение, которое отталкивает электроны во встроенном канале. При этом создаются обеднённые слои между каналом и изолирующим слоем, ток стока уменьшается. В режиме обогащения для канала *p*-типа на затвор подаётся положительное напряжение. В этом случае ток стока увеличивается за счёт поступления электронов в проводящий канал из области подложки.

Структура МДП-транзистора с индуцированным каналом представлена на рис. 10.16, *б*. Области *n*-типа вокруг истока и стока при напряжении на затворе, равном нулю, представляют собой два встречно включенных диода и ток стока при этом незначителен. При подаче положительного напряжения на затвор к изолирующей прокладке затвора притягиваются электроны из *p*-подложки, и на затворе транзистора индуцируется проводящий канал. В результате увеличивается ток стока. Полевой транзистор с индуцированным каналом работает только в режиме обогащения.

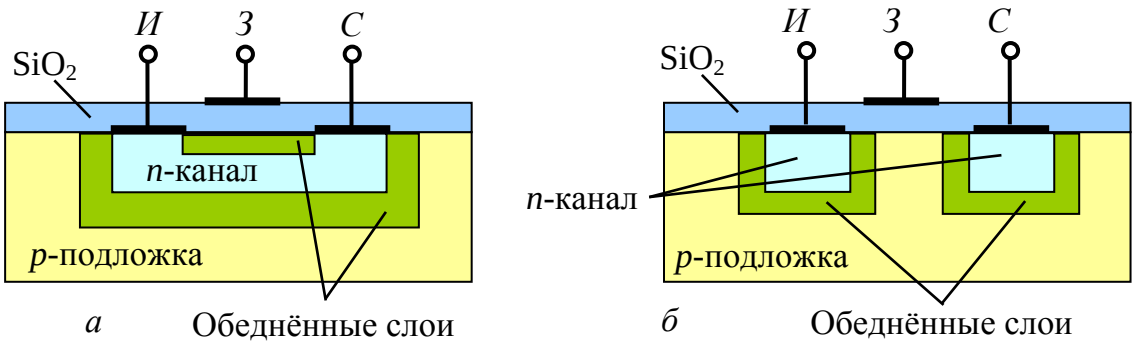


Рис. 10.16. Структура МДП-транзистора:
а – со встроенным каналом; *б* – с индуцированным каналом

Параметры и характеристики полевого МДП-транзистора соответствуют параметрам и характеристикам полевого транзистора с управляющим *p*–*n*-переходом.

Перед биполярными полевые транзисторы имеют существенные преимущества, к которым относятся большое входное сопротивление, малый уровень собственных шумов, незначительное влияние температуры на усилительные свойства.

10.2.4. Тиристоры

Тиристор (рис. 10.17) – полупроводниковый прибор с двумя устойчивыми состояниями и тремя или более последовательно включенными *p*–*n*-переходами. Различают неуправляемые (диодные) и управляемые (триодные) тиристоры. Основной областью применения тиристоров является преобразовательная техника [1, 5, 11].

Рис. 10.17. Внешний вид тиристоров

Структура и обозначение диодного тиристора представлены на рис. 10.18, *а*. Такой тиристор имеет два вывода – анодный и катодный. Переключение диодного тиристора из одного устойчивого состояния в другое в цепи переменного тока определяется методом нагрузочной характеристики (рис. 10.18, *б*). При плавном увеличении ЭДС $e_{ЭК}$ от нулевого значения тиристор ещё закрыт и ток в нём мал (точка *1* ВАХ). На участке *1–2* дифференциальное сопротивление тиристора положительно. В точке *2* напряжение достигает напряжения включения $U_{ВКЛ}$. Дальнейшее даже незначительное увеличение ЭДС $e_{ЭК}$ приводит к резкому изменению режима работы цепи (точка *3*), т.е. открыванию диодного тиристора. В пределах участка *2–3* значение дифференциального сопротивления отрицательно, увеличение тока вызывает уменьшение напряжения, что приводит к дальнейшему увеличению тока и т.д. Режим, соответствующий этому участку ВАХ, неустойчив. Тиристор спонтанно переходит на участок *3–4* ВАХ, соответствующий открытому состоянию, при котором дифференциальное сопротивление вновь становится положительным. При уменьшении ЭДС $e_{ЭК}$ процессы в цепи протекают в обратном порядке. В точке *4* напряжение достигает напряжения выключения $U_{ВЫКЛ}$. Дальнейшее уменьшение ЭДС $e_{ЭК}$ приводит к закрыванию тиристора. Величина $U_{проб}$ соответствует режиму обратного пробоя.

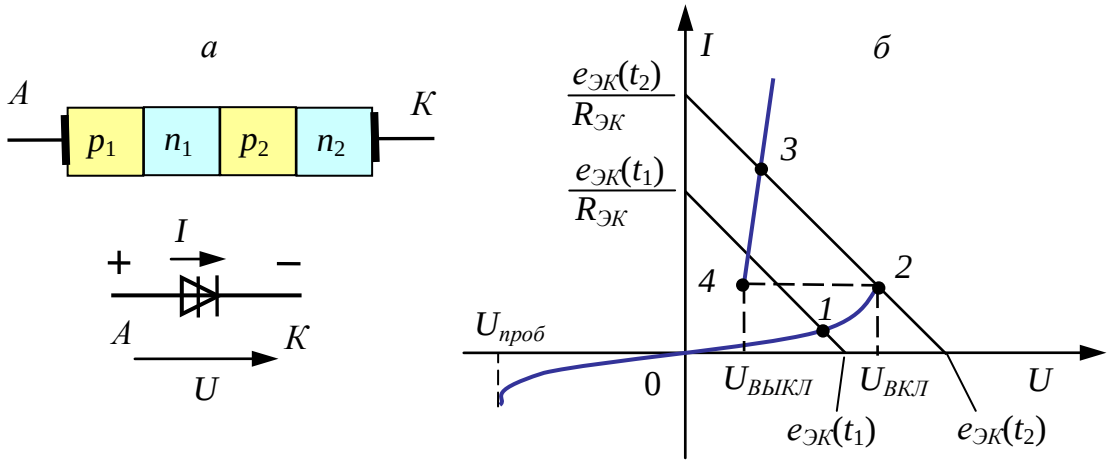


Рис. 10.18. Диодный тиристор:
а – структура и условное обозначение; *б* – вольт-амперная характеристика

Триодный тиристор кроме анодного и катодного выводов имеет ещё вывод управляющего электрода (УЭ), который подключается либо к ближайшей к катоду *p*-области, либо к ближайшей к аноду *n*-области. В соответствии с этим различают катодное и анодное

управление тиристором. Структура, условное обозначение и ВАХ триодного тиристора представлены на рис. 10.19.

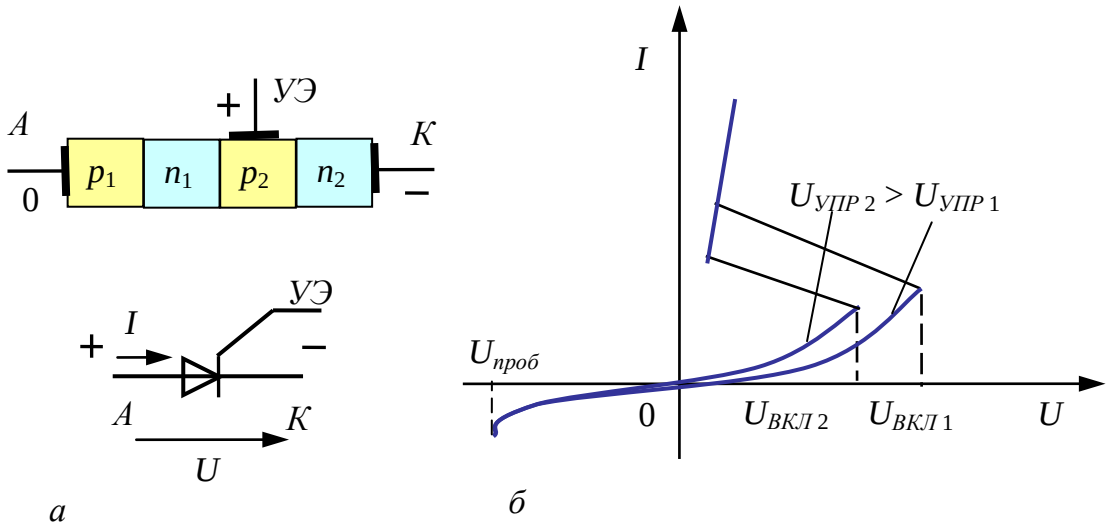


Рис. 10.19. Триодный тиристор:
а – структура и условное обозначение; *б* – вольт-амперная характеристика

При изменении напряжения управления $U_{УПР}$ изменяется напряжение включения тиристора $U_{ВКЛ}$. Следовательно, тиристор можно использовать как управляемый ключ. Для запирания триодного тиристора необходимо уменьшить ток практически до нуля.

10.2.5. Классификация электронных устройств

Полупроводниковые приборы широко применяются в различных устройствах автоматики, телемеханики, обработки информации и т.д. По своим функциональным задачам электронные устройства можно условно разделить на три группы:

- преобразовательные, в том числе выпрямительные;
- усилительные;
- импульсные, в том числе логические.

Преобразовательные электронные устройства осуществляют преобразование напряжения и тока источника энергии в напряжение и ток, необходимые приёмнику энергии. Выпрямительные устройства служат для преобразования синусоидальных напряжений и токов в постоянные. Обратное преобразование реализуют инверторы, а изменение значений постоянного напряжения и частоты синусоидального тока – преобразователи напряжения и частоты. Преобразовательные устройства широко применяются в электроприводе, устройствах электросварки.

В усилительных электронных устройствах те или иные параметры сигналов увеличиваются до значений, необходимых для работы исполнительных органов различных механизмов (приёмников энергии).

С помощью импульсных и логических электронных устройств создают системы управления. Первые обеспечивают необходимую временную программу, а вторые – необходимую логическую программу совместной работы отдельных частей объекта управления.

Контрольные вопросы и задания

1. Какое устройство называют полупроводниковым диодом? Как изображают полупроводниковый диод на электрической схеме?
2. Изобразите вольт-амперную характеристику полупроводникового диода и перечислите параметры, характеризующие его нагрузочную способность.
3. Для чего применяют полупроводниковые стабилитроны? Изобразите схему включения стабилитрона в цепь.
4. Каково устройство биполярных транзисторов? Приведите обозначение *n*–*p*–*n*-транзистора и *p*–*n*–*p*-транзистора на схеме.
5. Дайте определение процессов инжекции и экстракции.
6. Объясните принцип действия биполярного транзистора.
7. Перечислите и дайте характеристику режимов работы биполярных транзисторов.
8. Перечислите основные параметры биполярного транзистора.
9. Какие схемы включения применяют для биполярных транзисторов? Перечислите области применения этих схем.
10. Изобразите и поясните базовые и коллекторные характеристики биполярного транзистора.
11. Что называют *h*-параметрами биполярного транзистора?
12. Как обозначают на схемах полевые транзисторы?
13. В чём заключается принцип действия полевых транзисторов с управляющим *p*–*n*-переходом?
14. Изобразите статические выходные и передаточные вольт-амперные характеристики полевого транзистора с управляющим *p* –*n*-переходом.
15. Перечислите основные параметры полевого транзистора с управляющим *p*–*n*-переходом.
16. Какую структуру имеют МДП-транзисторы?
17. Что называют тиристором? Каковы структура, обозначение и вольт-амперная характеристика диодного (триодного) тиристора?

10.3. Источники вторичного электропитания

Источники вторичного электропитания (ИВЭП) – это преобразователи электрической энергии, получающие её от источников первичного напряжения – сетей переменного или постоянного тока, гальванических элементов, солнечных батарей. Эти устройства преобразуют подводимую энергию по роду тока, значениям тока и напряжения, при необходимости регулируя или стабилизируя их. Общепринято ИВЭП называть источниками питания.

10.3.1. Полупроводниковые выпрямители

Полупроводниковым выпрямителем называют статическое электронное устройство, предназначенное для преобразования энергии переменного тока в энергию постоянного тока [3, 5, 11].

На базе полупроводниковых выпрямителей построены схемы питания промышленной, транспортной и бытовой аппаратуры, радиоэлектронной и микропроцессорной техники. Мощные полупроводниковые выпрямители применяются в электроприводе для питания двигателей постоянного тока и цепей возбуждения синхронных машин.

Полупроводниковые выпрямители классифицируют по следующим признакам:

1) по мощности: маломощные – до 600 Вт, средней мощности – до 100 кВт и большой мощности – более 100 кВт;

2) по использованию полупериодов переменного напряжения: *однополупериодные* и *двухполупериодные*;

3) по количеству используемых фаз: *однофазные*, *двухфазные* и *трёхфазные*;

4) по схеме выпрямления – *мостовые*, *с умножением напряжения*, *трансформаторные*, *бестрансформаторные* и др.;

5) по управляемости – *неуправляемые* и *управляемые*.

Под *схемой выпрямления* понимают схему соединения обмоток трансформатора и порядок присоединения диодов к вторичным обмоткам трансформатора.

Однотактные (*однополупериодные*) *схемы* – это схемы, у которых ток протекает по вторичным обмоткам трансформатора один раз за период (полупериод или его часть). В *двухполупериодных* схемах задействуются оба полупериода переменного тока.

Неуправляемые выпрямители построены на неуправляемых силовых электронных ключах – диодах, а управляемые выпрямители – на управляемых силовых электронных ключах – тиристорах.

Классическая структура полупроводникового выпрямителя состоит из трансформатора напряжения *ТН*, диодного блока *ДБ*, сглаживающего фильтра *СФ* и стабилизатора напряжения *СН* (рис. 10.20) [3].

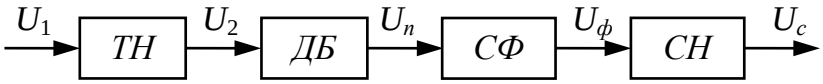


Рис. 10.20. Структурная схема полупроводникового выпрямителя

ТН (обычно понижающий) служит для согласования входного и выходного напряжения выпрямителя и электрического разделения отдельных цепей выпрямителя (т.е. разделяет питающую сеть и сеть нагрузки). Диоды составляют *ДБ*, преобразующий переменное напряжение U_2 (рис. 10.21, *а*) в пульсирующее U_n (рис. 10.21, *б*), т.е. напряжение постоянной полярности, но переменной величины. *СФ* представляет собой различное сочетание активных и реактивных элементов и уменьшает пульсацию выпрямляемого напряжения. *СН* служит для стабилизации сглаженного напряжения $U_ф$ при колебаниях напряжения питающей сети или при изменении тока нагрузки. Стабилизированное напряжение U_c подводится к нагрузке. Иногда трансформатор или фильтр в полупроводниковом выпрямителе могут отсутствовать.

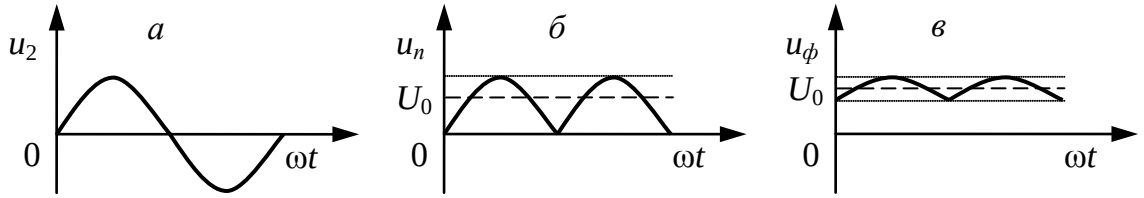


Рис. 10.21. Диаграммы напряжений при выпрямлении:
а – до *ДБ*; *б* – после *ДБ* до *СФ*; *в* – после *СФ*

Пульсирующее (U_n – до *СФ*) и сглаженное ($U_ф$ – после *СФ*) (рис. 10.21, *б* и *в*) напряжения, как и любую периодическую несинусоидальную функцию, можно разложить в ряд Фурье, т.е. представить в виде суммы постоянной составляющей и суммы переменных гармонических составляющих. Первый член разложения в ряд Фурье – постоянная составляющая U_0 – среднее значение выпрямленного напряжения, а сумма последующих членов – переменных гармонических составляющих – называется напряжением пульсаций $\sim U_n$.

Величина пульсаций оценивается *коэффициентом пульсаций* K_n, равным отношению амплитуды напряжения пульсаций $\sim U_{n\max}$ к постоянной составляющей выпрямленного напряжения U_0:

$$K_n = \frac{\sim U_{n\max}}{U_0}. \qquad (10.17)$$

На практике для вычисления амплитуды пульсаций сглаженного напряжения $U_ф$ из-за сложности формы пользуются его наибольшим $u_ф(t)_{\max}$ и наименьшим $u_ф(t)_{\min}$ мгновенными значениями (рис. 10.22):

$$\sim U_{n\max} = \frac{u_ф(t)_{\max} - u_ф(t)_{\min}}{2}. \qquad (10.18)$$

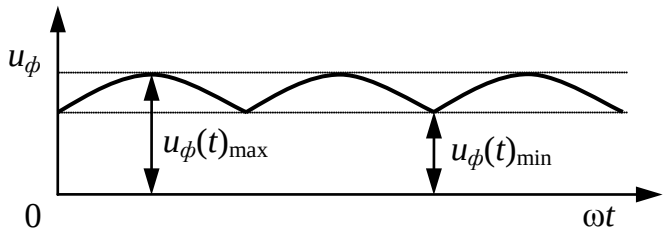


Рис. 10.22. Определение амплитуды пульсаций

Основные параметры выпрямительных схем [3]:

- постоянная составляющая выпрямленного напряжения U_0;
- постоянная составляющая выпрямленного тока I_0;
- амплитуда пульсаций $\sim U_{n\max}$;
- коэффициент пульсаций K_n;
- коэффициент сглаживания пульсаций q.

Для оценки качества работы сглаживающего фильтра вводится *коэффициент сглаживания пульсаций* q, равный отношению коэффициента пульсаций схемы без фильтра к коэффициенту пульсаций схемы с фильтром:

$$q = \frac{K_n}{K_{nф}}. \qquad (10.19)$$

В тех случаях, когда требуются большие величины q, применяются многозвенные фильтры, которые представляют собой ряд простых фильтров, соединённых последовательно. В данном случае суммарный коэффициент сглаживания пульсаций

$$q = q_1 \cdot q_2 \cdot \ldots \cdot q_n = \prod_{i=1}^{n} q_i \,. \qquad (10.20)$$

Выбор схемы выпрямления зависит от требований, предъявляемых к выпрямительному устройству, и возможности реализации той или иной выпрямительной схемы.

Однофазная однополупериодная схема состоит из одного полупроводникового диода, включенного последовательно с нагрузкой (рис. 10.23, *а*) [3, 11].

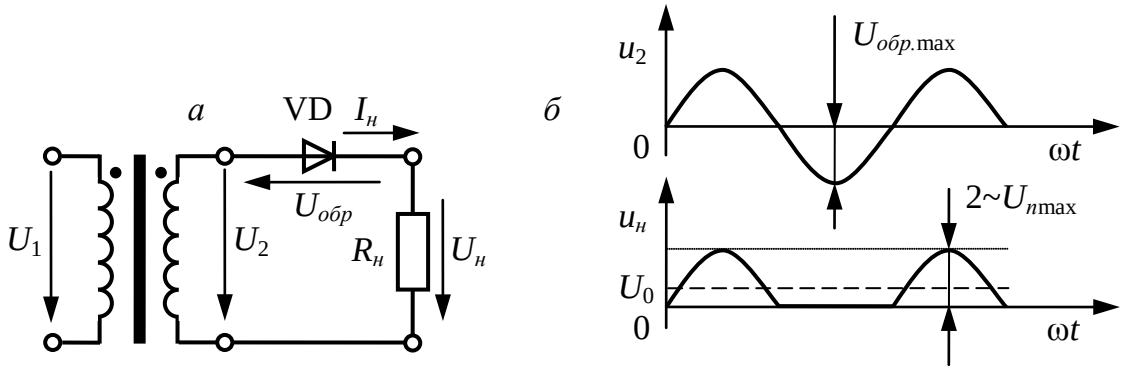


Рис. 10.23. Однофазная однополупериодная схема выпрямления:
а – принципиальная схема; *б* – диаграммы напряжений

Ток через диод VD и сопротивление нагрузки $R_н$ протекает только в течение одной половины периода, когда к диоду приложено напряжение U_2 в прямом направлении. В связи с малым прямым сопротивлением прямое падение напряжения на диоде очень мало и практически всё напряжение U_2 прилагается к нагрузке $U_н = U_2$ (рис. 10.23, *б*). При обратном направлении напряжения U_2 в течение второй половины периода (от π до 2π) диод закрыт. В этом случае напряжение U_2 является для диода обратным $U_{обр}$, а на нагрузке $U_н = 0$. Таким образом, на выходе выпрямительной схемы образуются импульсы, создающие напряжение $U_н$ и ток $I_н$, пульсирующие с частотой питающего напряжения U_1.

Постоянная составляющая выпрямленного напряжения U_0 равна среднему за период значению выпрямленного напряжения:

$$U_0 = \frac{\sqrt{2}\cdot U_2}{\pi} \approx 0{,}45\cdot U_2 . \qquad (10.21)$$

Постоянная составляющая тока нагрузки равна среднему току диода:

$$I_0 = I_{vd1} = \frac{0{,}45\cdot U_2}{R_н} . \qquad (10.22)$$

Недостатком данного выпрямителя является большое значение коэффициента пульсаций:

$$K_п = \frac{\sim U_{n\max}}{U_0} = \frac{\sqrt{2}\cdot U_2}{2}\frac{\pi}{\sqrt{2}\cdot U_2} = \frac{\pi}{2} \approx 1{,}57 . \qquad (10.23)$$

Кроме этого, мощность трансформатора у такого выпрямителя используется не полностью. Однополупериодные выпрямители на промышленной частоте 50 Гц применяются редко и лишь при небольшой мощности нагрузки. Однако схема однополупериодного выпрямления нашла очень широкое распространение в импульсных блоках питания с частотой переменного напряжения свыше 10 кГц, применяющихся в современной бытовой и промышленной аппаратуре. Объясняется это тем, что при более высоких частотах пульсаций выпрямленного напряжения для получения требуемых характеристик ($K_п$ и U_0) необходимы сглаживающие фильтры с меньшими значениями ёмкости (индуктивности).

Двухфазная двухполупериодная схема с выводом от средней точки, предложенная советским ученым В. Ф. Миткевичем, имеет два диода, включенных встречно. Необходимым элементом данной схемы выпрямления является трансформатор с двумя одинаковыми вторичными обмотками (рис. 10.24, *а*). Выпрямитель со средней точкой является двухфазным, так как вторичная обмотка трансформатора со средней точкой создает два вторичных напряжения U_{21} и U_{22}, равных по величине, но противоположных по направлению относительно нагрузки $R_н$. Двухфазный переменный ток выпрямляется двумя однополупериодными выпрямителями, включенными параллельно и работающими на одну общую нагрузку. Во время одного полупериода ток в нагрузку проходит с одной половины вторичной обмотки через диод VD1, в другом полупериоде – с другой половины обмотки, через диод VD2 (рис. 10.24, *б*). Таким образом, на выходе выпрямительной схемы образуются положительные импульсы, пульсирующие с частотой, в два раза большей частоты напряжения U_1 [3, 11].

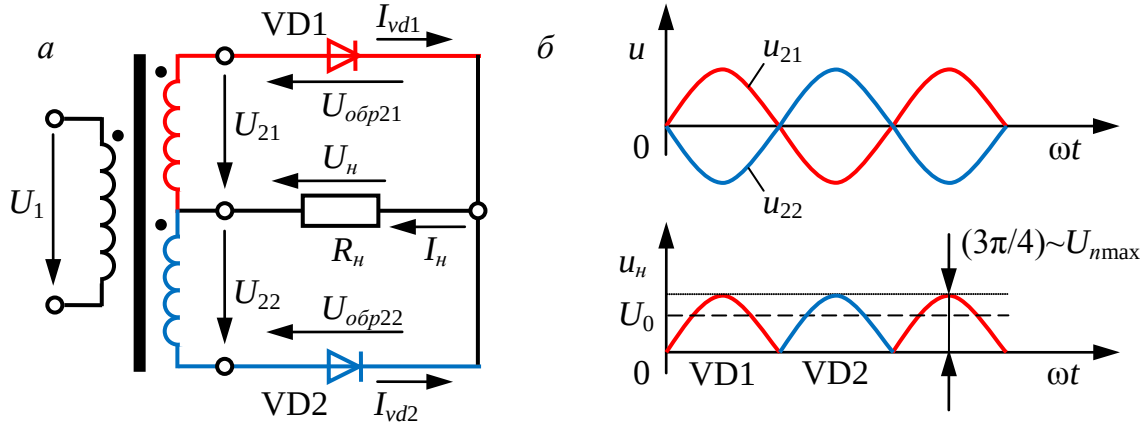


Рис. 10.24. Двухфазная двухполупериодная схема с выводом от средней точки: *а* – принципиальная схема; *б* – диаграммы напряжений

Постоянная составляющая выпрямленного напряжения U_0 при равенстве вторичных напряжений ($U_{21} = U_{22}$) равна среднему за период значению выпрямленного напряжения:

$$U_0 = \frac{2\sqrt{2} \cdot U_{21}}{\pi} \approx 0{,}9 \cdot U_{21}. \qquad (10.24)$$

Постоянная составляющая тока нагрузки

$$I_0 = \frac{0{,}9 \cdot U_2}{R_н}. \qquad (10.25)$$

Поскольку ток нагрузки $I_н$ протекает через диоды поочередно, средний ток через каждый диод составит

$$I_{vd1} = \frac{I_0}{2} = \frac{0{,}45 \cdot U_2}{R_н}. \qquad (10.26)$$

Обратное напряжение прикладывается к закрытому диоду, когда проводит ток другой диод, поэтому к закрытому диоду в этой схеме максимально прикладывается двойное амплитудное напряжение вторичной обмотки:

$$U_{обр.\max} = 2\sqrt{2} \cdot U_{21} = \pi U_0. \qquad (10.27)$$

Значение коэффициента пульсаций с учётом амплитуды первой гармоники напряжения пульсаций

$$K_п = \frac{\sim U_{п\max}}{U_0} = \frac{4\sqrt{2} \cdot U_{21}}{3\pi} \frac{\pi}{2\sqrt{2} \cdot U_{21}} = \frac{2}{3} \approx 0{,}667. \qquad (10.28)$$

Из-за сложности конструкции питающего трансформатора данная схема не нашла широкого применения в современном приборостроении. Однако её применение оправдано, когда амплитуда выпрямляемого напряжения сопоставима с падением напряжения на диоде (т. е. выпрямители на напряжение порядка нескольких вольт), поскольку обладает в этих условиях значительно лучшим КПД по сравнению с нижеописанной мостовой схемой.

Однофазная двухполупериодная мостовая схема, предложенная немецким физиком Л. Гретцем, имеет четыре диода, включенных мостом (рис. 10.25, *а*). Данная трансформаторная схема не требует трансформатора специальной конструкции и имеет такое же качество выпрямления напряжения, как и предыдущая схема, что даёт ей бесспорное преимущество среди двухполупериодных схем и делает её наиболее распространенной [3, 11].

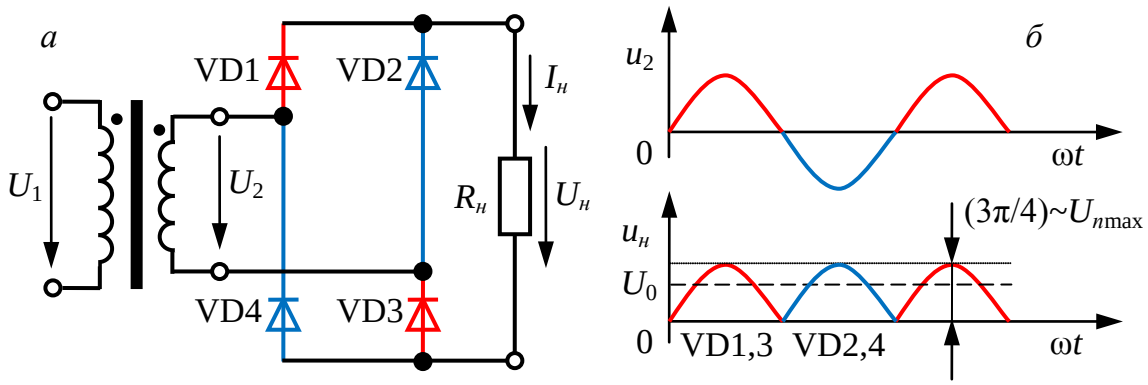


Рис. 10.25. Однофазная двухполупериодная мостовая схема:
а – принципиальная схема; *б* – диаграммы напряжений

В мостовой выпрямительной схеме диоды работают попарно через полпериода. Соответствующая пара диодов открыта, когда к каждому из них приложено напряжение в прямом направлении. В это время другая пара диодов закрыта, и к ней прикладывается обратное напряжение. Например, во время положительного полупериода напряжения U_2 открыты диоды VD1 и VD3, проводя ток к нагрузке $R_н$, а пара VD2 и VD4 закрыта. При обратной полярности напряжения U_2 (во время отрицательного полупериода) диоды VD1 и VD3 закрыты, а пара VD2 и VD4 проводит ток к нагрузке в том же самом направлении (рис. 10.25, *б*). Таким образом, на выходе выпрямительной схемы образуются положительные импульсы, пульсирующие с частотой, в два раза большей частоты напряжения U_2.

Постоянная составляющая выпрямленного напряжения U_0 такая же, как у схемы выпрямителя с выводом от средней точки:

$$U_0 = \frac{2\sqrt{2}\cdot U_2}{\pi} \approx 0{,}9\cdot U_2. \qquad (10.29)$$

Постоянная составляющая тока нагрузки

$$I_0 = \frac{0{,}9\cdot U_2}{R_н}. \qquad (10.30)$$

Ток нагрузки $I_н$ распределяется поровну между парами диодов, и ток каждого диода I_{vdi} определяется так же, как и в схеме выпрямителя с выводом от средней точки, согласно формуле (10.26).

Обратное напряжение прикладывается одновременно к двум непроводящим диодам на интервале проводимости двух других диодов и его максимальное значение определяется амплитудным значением напряжения U_2:

$$U_{обр.\max} = \sqrt{2} \cdot U_2 = \frac{\pi}{2} U_0 . \qquad (10.31)$$

Значение коэффициента пульсаций с учётом амплитуды первой гармоники напряжения пульсаций

$$K_n = \frac{\sim U_{n\max}}{U_0} = \frac{4\sqrt{2} \cdot U_2}{3\pi} \frac{\pi}{2\sqrt{2} \cdot U_2} = \frac{2}{3} \approx 0{,}667 . \qquad (10.32)$$

Достоинства данной схемы по сравнению со схемой выпрямителя с выводом от средней точки – меньшее обратное напряжение на диодах в 2 раза, меньшие габариты трансформатора, выше коэффициент использования трансформатора. Недостаток – удвоенное количество диодов и падение напряжения на них.

Мощные выпрямители обычно выполняются по многофазным схемам, преимуществом которых являются равномерная загрузка фаз питающей сети и малые значения коэффициента пульсаций. Одними из самых распространённых выпрямительных схем такого рода являются трёхфазная нулевая схема В. Ф. Миткевича на трёх диодах и трёхфазная схема А. Н. Ларионова на шести диодах.

Трёхфазная нулевая схема В. Ф. Миткевича строится на трёхфазном трансформаторе со вторичными обмотками, соединёнными звездой с выведенной нейтральной точкой, и трёх диодах (рис. 10.26, *а*) и является четвертьмостовой параллельной. Свободные начала a, b, c каждой из фаз вторичной обмотки присоединяются к анодам диодов VD1, VD2 и VD3. Катоды диодов соединяются в общий узел и служат положительным полюсом для цепи нагрузки, а нейтраль вторичной обмотки (соединенные концы x, y, z) – отрицательным полюсом [3].

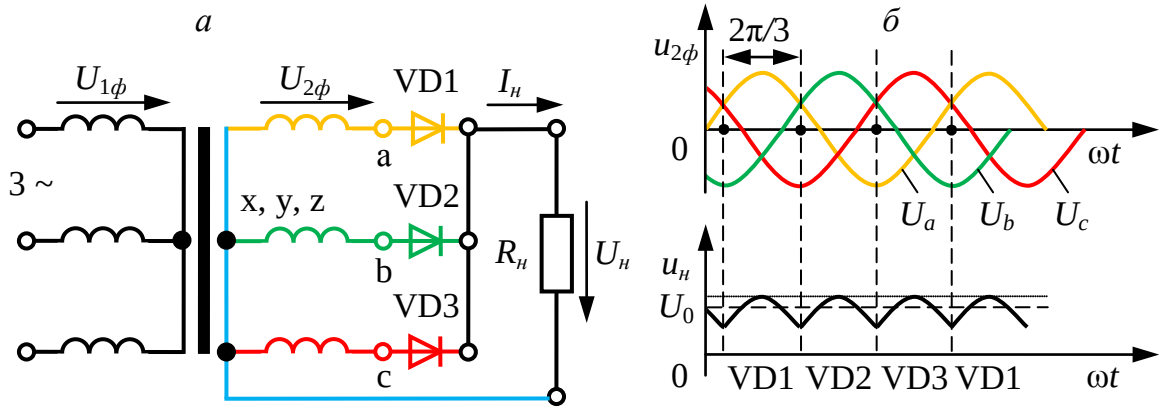


Рис. 10.26. Трёхфазная нулевая схема Миткевича:
а – принципиальная схема; *б* – диаграммы напряжений

В трёхфазной нулевой схеме с нейтральной точкой ток нагрузки создаётся под действием фазных напряжений вторичной обмотки трансформатора $U_{2ф}$. За период напряжения питания через каждую вторичную обмотку однократно протекает однополярный ток, при этом интервал проводимости каждого диода составляет $2\pi/3$ (120°) (см. рис. 10.26, *б*). Открытый диод подключает напряжение соответствующей фазы к нагрузке. В результате в нагрузке действует однополярное пульсирующее напряжение $U_н$, представляющее собой участки фазных напряжений вторичных обмоток и содержащее трёхкратные пульсации за период. При чисто активной нагрузке выпрямленное напряжение и ток имеют одинаковую форму.

Постоянная составляющая выпрямленного напряжения U_0 равна среднему за период значению выпрямленного напряжения трёхфазного напряжения:

$$U_0 = \frac{3\sqrt{3}\sqrt{2}\cdot U_{2ф}}{2\pi} \approx 1{,}17\cdot U_{2ф}. \qquad (10.33)$$

Постоянная составляющая тока нагрузки

$$I_0 = \frac{1{,}17\cdot U_{2ф}}{R_н}. \qquad (10.34)$$

Поскольку ток нагрузки $I_н$ протекает через диоды поочередно, средний ток через каждый диод составит треть тока нагрузки:

$$I_{vd1} = \frac{I_0}{3} = \frac{0{,}39\cdot U_{2ф}}{R_н}. \qquad (10.35)$$

Обратное напряжение прикладывается к закрытому диоду, равно линейному напряжению вторичной обмотки трансформатора, так как анод закрытого диода присоединён к одному началу фаз напрямую, а к другому началу – через соседний открытый диод. Поэтому к закрытому диоду в этой схеме максимально прикладывается амплитудное линейное напряжение вторичной обмотки:

$$U_{обр.\max} = \sqrt{3}\sqrt{2}\cdot U_{2ф} = \frac{2\pi}{3}U_0. \qquad (10.36)$$

Значение коэффициента пульсаций с учётом амплитуды первой гармоники напряжения пульсаций

$$K_п = \frac{\sim U_{п\max}}{U_0} = 0{,}25. \qquad (10.37)$$

Достоинства трёхфазной нулевой схемы: малое число диодов и соответственно малое падение напряжения на них, поэтому она может быть использована для выпрямления низких напряжений при повышенных мощностях (свыше 500 Вт); высокая частота пульсаций выпрямленного напряжения – три частоты питающей сети, что в некоторых случаях позволяет использовать эту схему без фильтра.

Недостатки схемы: значительное обратное напряжение на диодах, вынужденное подмагничивание трансформатора из-за постоянной составляющей токов вторичных обмоток. Во избежание насыщения приходится увеличивать сечение магнитопровода, что приводит к завышению массогабаритных показателей трансформатора и всей выпрямительной установки.

Трёхфазная мостовая схема А. Н. Ларионова содержит выпрямительный мост из шести диодов, в котором последовательно соединены две трёхфазные группы (рис. 10.27, *а*). В *нижней катодной группе* диоды VD2, VD4, VD6 соединены катодами, а в *верхней анодной группе* диоды VD1, VD3, VD5. Нагрузка подключается между точками соединения катодов и анодов диодов. Схема допускает соединение первичных и вторичных обмоток трансформатора звездой или треугольником, так как вывод нейтральной точки не требуется [3, 11].

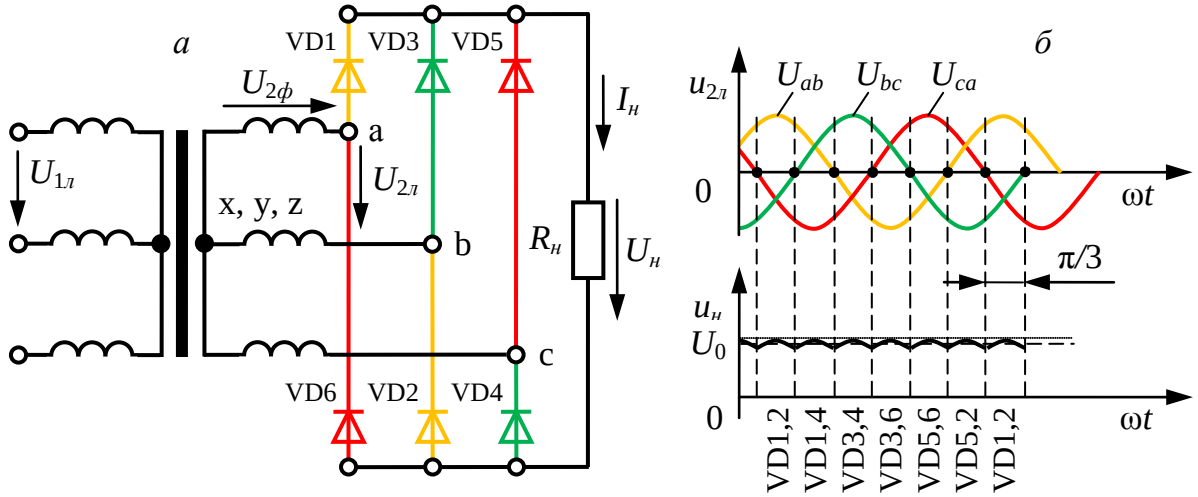


Рис. 10.27. Трёхфазная мостовая схема Ларионова:
а – принципиальная схема; *б* – диаграммы напряжений

В трёхфазной нулевой схеме с нейтральной точкой ток нагрузки создаётся под действием фазных напряжений вторичной обмотки трансформатора $U_{2ф}$, а в мостовой схеме – под действием линейных напряжений $U_{2л}$. В любой момент времени ток проводят два диода, на

анодах которых в данный момент времени будет максимальный положительный потенциал, а на катодах – максимальный отрицательный потенциал. Иными словами, в проводящем состоянии будут находиться те два накрест лежащих диода выпрямительного моста, между которыми действует в проводящем направлении наибольшее линейное напряжение $U_{2л}$ (рис. 10.27, *б*).

За период напряжения питания происходит шесть переключений диодов и схема работает в шесть тактов, в связи с чем её часто называют *шестипульсной*. Поэтому выпрямленное напряжение имеет шестикратные пульсации, хотя период проводимости каждого диода такой же, как в схеме с нейтральной точкой, т.е. 2π/3 (120°). Среднее значение тока диода соответственно составляет $I_{vd} = Iн/3$. При этом интервал совместной работы двух диодов равен π/3 (60°).

Кривая тока вторичной обмотки трансформатора определяется токами двух диодов, подключенных к данной фазе. Один из диодов входит в анодную группу, а другой – в катодную. Вторичный ток является переменным с паузой между импульсами длительностью π/3 (60°), когда оба диода данной фазы закрыты. Постоянная составляющая во вторичном токе отсутствует, поэтому подмагничивания магнитопровода трансформатора в мостовой схеме не создается.

Постоянная составляющая напряжения U_0 данной схемы будет в два раза больше, чем у трёхфазной схемы с нейтральной точкой:

$$U_0 = \frac{6\sqrt{2}\cdot U_{2л}}{2\pi} = \frac{6\sqrt{2}\sqrt{3}\cdot U_{2ф}}{2\pi} \approx 1{,}35\cdot U_{2л} \approx 2{,}34\cdot U_{2ф}. \quad (10.38)$$

Постоянная составляющая тока нагрузки

$$I_0 = \frac{1{,}35\cdot U_{2л}}{R_н} = \frac{2{,}34\cdot U_{2ф}}{R_н}. \quad (10.39)$$

Максимальное обратное напряжение диода данной схемы, как и в трёхфазной схеме с нейтральной точкой, равно амплитуде линейного вторичного напряжения:

$$U_{обр.\max} = \sqrt{2}\cdot U_{2л} = \frac{2\pi}{6}U_0. \quad (10.40)$$

При равных значениях постоянной составляющей напряжения нагрузки U_0 в данной схеме по сравнению с трёхфазной схемой с нейтральной точкой обратное напряжение на диоде получается в два раза меньше, что более предпочтительно.

Трёхфазный мостовой выпрямитель Ларионова работает с высокой частотой пульсации выпрямленного напряжения ($f_п = 6f_1$), поэтому коэффициент пульсаций имеет очень малое значение:

$$K_п = \frac{\sim U_{п\max}}{U_0} = 0{,}057, \qquad (10.41)$$

что в некоторых случаях позволяет использовать эту схему без сглаживающего фильтра.

Сглаживающие фильтры

Наличие пульсаций выпрямленного напряжения ухудшает работу потребителей, питаемых от выпрямителей. Например, при питании двигателей постоянного тока пульсирующим напряжением ухудшаются условия коммутации тока и увеличиваются потери в двигателе. При питании радиоаппаратуры пульсации напряжения резко ухудшают работу устройств, создавая на выходе усилителей фон, т.е. дополнительные колебания выходного напряжения низкой частоты. Поэтому полупроводниковые выпрямители обычно снабжаются сглаживающими фильтрами, снижающими коэффициент пульсаций до допустимого значения. Эффективность фильтра оценивается коэффициентом сглаживания пульсаций q [3, 11, 14].

Все СФ можно разделить на *пассивные*, состоящие из реактивных устройств, которые имеют индуктивность и ёмкость, и *активные*, представляющие собой сложные электронные схемы на транзисторах. Пассивные сглаживающие фильтры можно разделить на *одноэлементные* и *комбинированные* (*Г*-образные, *П*-образные, *Т*-образные, резонансные и т.д.).

Одноэлементными являются *ёмкостный фильтр*, состоящий из конденсатора, включенного параллельно нагрузке (рис. 10.28, *а*), и *индуктивный фильтр*, представляющий последовательно соединенный с нагрузкой электрический дроссель – катушка индуктивности с сердечником (рис. 10.29, *а*).

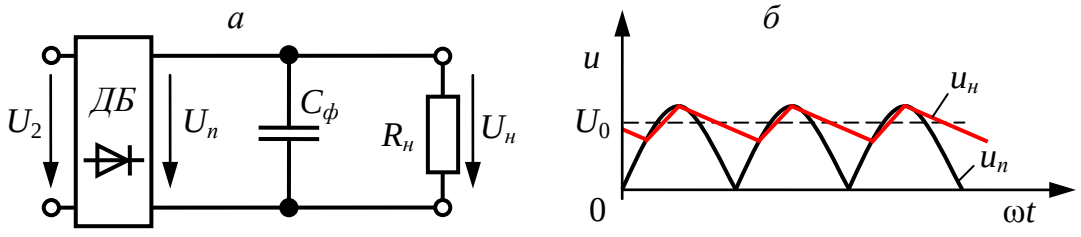


Рис. 10.28. Ёмкостный пассивный фильтр:
а – схема включения; *б* – диаграммы напряжений

Действие конденсатора как элемента фильтра заключается в том, что в интервалы времени от 0 до π/2 и от π до 3π/2 когда пульсирующее напряжение $U_п$ на выходе диодного блока *ДБ* нарастает, конденсатор заряжается. При спаде пульсирующего напряжения (от π/2 до π и от 3π/2 до 2π) конденсатор, отдавая накопленную энергию, разряжается через нагрузку. Ток разряда конденсатора по направлению совпадает с током нагрузки и тем самым компенсирует уменьшение тока нагрузки, вызванное спадом пульсирующего напряжения (рис. 10.28, *б*). Чем больше ёмкость конденсатора $C_ф$, тем больше время разряда и тем меньше пульсации на нагрузке $R_н$.

Применение такого фильтра ограничивается током нагрузки, так как при больших токах время разряда конденсатора сильно сокращается и эффективность сглаживания заметно снижается.

Коэффициент сглаживания пульсаций q ёмкостного фильтра по первой гармонике пульсирующего напряжения

$$q = \frac{K_п}{K_{пф}} = K_п \frac{p\omega_1 C_ф R_н}{2}, \qquad (10.42)$$

где p – пульсность схемы выпрямления, определяемая числом пульсаций в кривой пульсирующего напряжения за период выпрямляемого; ω_1 – угловая частота питающего напряжения.

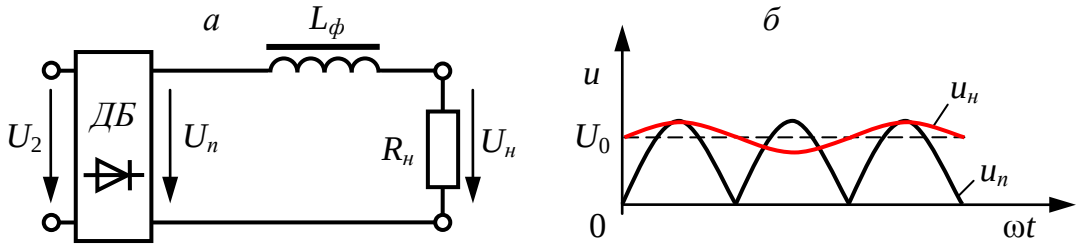


Рис. 10.29. Индуктивный пассивный фильтр:
а – схема включения; *б* – диаграммы напряжений

Сглаживающее действие дросселя основано на том, что его индуктивное сопротивление X_L для основной гармоники переменной составляющей выпрямленного тока во много раз больше активного сопротивления самого дросселя R_{dr} и нагрузки $R_н$. Поэтому основная часть переменной составляющей выпрямленного тока уменьшается дросселем (рис. 10.29, *б*), а по постоянной составляющей сопротивление дросселя незначительно. Следовательно, напряжение нагрузки $U_н$ будет определяться в основном постоянной составляющей U_0.

Коэффициент сглаживания пульсаций q индуктивного фильтра по первой гармонике пульсирующего напряжения

$$q = \frac{K_п}{K_{пф}} = \sqrt{1 + \left(\frac{p\omega_1 L_ф}{R_{dr} + R_н} \right)^2} \,. \qquad (10.43)$$

Недостатками выпрямителей с таким фильтром являются высокая стоимость и большие масса и габариты дросселей, а также излучение фильтром электромагнитных помех.

Анализ формул (10.42) и (10.43) показывает, что сглаживающее действие ёмкостного фильтра при увеличении сопротивления нагрузки увеличивается, а индуктивного уменьшается, поэтому ёмкостной фильтр выгоднее применить при малых, а индуктивный при больших токах нагрузки.

Лучшими сглаживающими свойствами обладают комбинированные сглаживающие фильтры *Г*-образные и *П*-образные, в которых процесс сглаживания осуществляется одновременно как дросселем, так и конденсаторами.

Наиболее широко используют *Г*-образный индуктивно-ёмкостной фильтр (рис. 10.30, *а*). Для сглаживания пульсаций таким *LC*-фильтром необходимо, чтобы ёмкостное сопротивление конденсатора для низшей частоты пульсации было много меньше сопротивления нагрузки, а также много меньше индуктивного сопротивления дросселя для первой гармоники. При выполнении этих условий, пренебрегая активным сопротивлением дросселя, коэффициент сглаживания пульсаций q *Г*-образного *LC*-фильтра

$$q = \left(p\omega_1\right)^2 L_ф C_ф - 1 \,. \qquad (10.44)$$

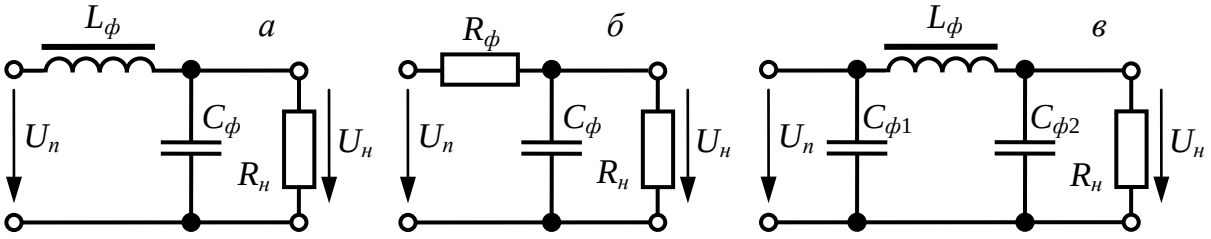


Рис. 10.30. Комбинированные сглаживающие фильтры:
а – *Г*-образный *LC*-фильтр; *б* – *Г*-образный *RC*-фильтр; *в* – *П*-образный *LC*-фильтр

В выпрямителях малой мощности в некоторых случаях применяют *Г*-образный фильтр, в состав которого входят активное сопро-

тивление и ёмкость (рис. 10.30, *б*). В таком *RC*-фильтре относительно велико падение напряжения и потери энергии на резисторе $R_ф$, но габариты и стоимость такого фильтра меньше, чем индуктивно-ёмкостного. Коэффициент сглаживания пульсаций q *Г*-образного *RC*-фильтра

$$q = p\omega_1 C_ф R_ф \frac{R_н}{R_н + R_ф}. \qquad (10.45)$$

П-образный индуктивно-ёмкостной фильтр (рис. 10.30, *в*) можно представить в виде двухзвенного, состоящего из ёмкостного фильтра с ёмкостью $C_{ф1}$ и *Г*-образного индуктивно-ёмкостного фильтра с параметрами $L_ф$ и $C_{ф2}$. Тогда коэффициент сглаживания *П*-образного *LC*-фильтра, согласно формуле (10.20), будет равен произведению коэффициентов сглаживания двух последовательно соединённых фильтров

$$q = \left(K_п \frac{p\omega_1 C_{ф1} R_н}{2} \right) \left((p\omega_1)^2 L_ф C_{ф2} - 1 \right). \qquad (10.46)$$

Данному типу фильтров также присущи все недостатки ёмкостных и индуктивных фильтров.

От недостатков индуктивных фильтров свободны активные электронные сглаживающие фильтры, построенные по принципу *Г*- или *П*-образных фильтров. Для снижения массы, габаритов и электромагнитного излучения в данных фильтрах в качестве дросселя применяется биполярный транзистор VT (рис. 10.31) [14].

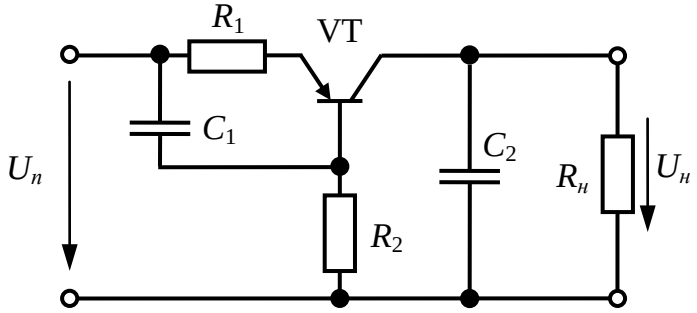


Рис. 10.31. Электронный сглаживающий фильтр

Нагрузка включена в цепь коллектора, ток которого практически не зависит от напряжения на коллекторе и определяется в основном током эмиттера. Принцип действия фильтра основан на том, что для переменной составляющей пульсирующего тока транзистор представляет сравнительно большое сопротивление, а для постоянного то-

ка его сопротивление намного меньше. Цепочка R_1C_1 обеспечивает постоянство тока эмиттера за счёт отрицательной обратной связи с базой по току. Сопротивлением R_2 устанавливается режим транзистора по постоянному току. При поддержании постоянным тока эмиттера любое изменение напряжения на входе и выходе схемы приведёт лишь к перемещению рабочей точки на характеристике, не вызывая при этом изменения тока коллектора. Таким образом, при наличии на входе фильтра пульсирующего напряжения $U_п$ напряжение на его выходе $U_н$ будет практически постоянным при любой нагрузке $R_н$.

Применение транзисторных фильтров целесообразно при значительных токах нагрузки и малом значении выпрямленного напряжения. Транзистор выбирается так, чтобы ток нагрузки фильтра был не менее, чем в 2 раза меньше максимального допустимого тока коллектора. Наибольшее напряжение между коллектором и эмиттером, которое может возникнуть в момент включения выпрямителя, не должно превышать максимально допустимого напряжения на коллекторе.

Стабилизаторы напряжения

Коэффициент сглаживания пульсаций фильтра иногда ограничен ёмкостью конденсаторов и габаритами дросселей, что приводит к недопустимой амплитуде пульсаций на выходе фильтра. Кроме того, выходное напряжение выпрямительных схем сильно зависит от колебаний напряжения сети и изменения нагрузки. Для уменьшения влияния этих факторов обычно используют стабилизаторы напряжения.

Стабилизатор напряжения (*СН*) – это электронное устройство, поддерживающее напряжение на нагрузке неизменной величины с определённой точностью [14].

В *СН* выходное напряжение поддерживается равным или пропорциональным стабильному опорному напряжению, создаваемому специальным источником опорного напряжения (ИОН). Стабилизаторы такого типа, называемые *компенсационными*, содержат регулирующий элемент (биполярный или полевой транзистор), включаемый последовательно или параллельно нагрузке. Регулирующий элемент может работать в активном (непрерывном) режиме, в этом случае стабилизатор называется *линейным*, или в ключевом режиме, в этом случае стабилизатор называется *импульсным*.

ИОН обычно строят на специальных электронных устройствах – *стабилитронах* или двух- и трехвыводных *стабилитронных интегральных микросхемах*. Так как стабильность ИОН определяет качество компенсационных стабилизаторов, то к стабилитронам применяются особые требования по качеству характеристик.

Простейшим последовательным стабилизатором (рис. 10.32, *а*) напряжения является эмиттерный повторитель, база транзистора которого подключена к источнику опорного напряжения. В схеме опорное напряжение получается с помощью параметрического стабилизатора на стабилитроне VD и резисторе $R_{оп}$. В данной схеме транзистор VT *n-p-n* типа с общей базой совмещает в себе функции сравнивающего и линейного регулирующего элементов [14].

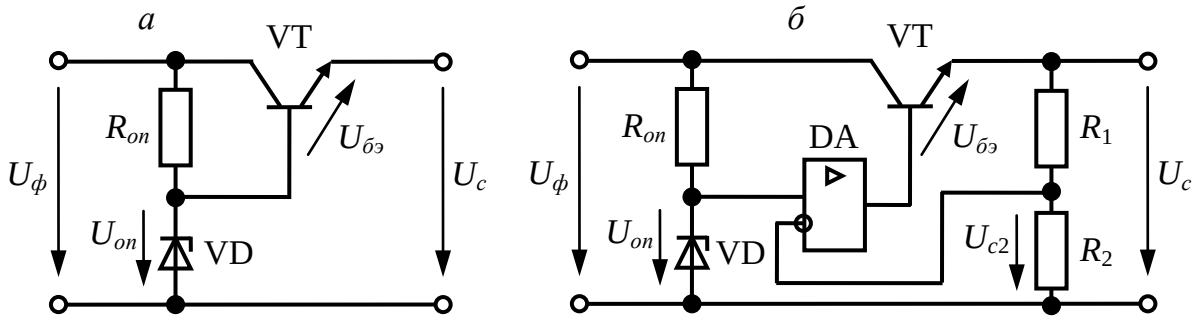


Рис. 10.32. Простейшие компенсационные стабилизаторы напряжения

За счёт отрицательной обратной связи по напряжению выходное напряжение стабилизатора устанавливается равным величине $U_c = U_{оп} – U_{бэ}$. При уменьшении входного напряжения в первый момент выходное напряжение также будет уменьшаться, управляющее напряжение транзистора $U_{бэ} = U_{оп} – U_c$ увеличивается, транзистор приоткрывается, сопротивление между коллектором и эмиттером уменьшается, а выходное напряжение увеличивается, компенсируя изменение входного сигнала. Для улучшения параметров схемы дополнительно включают усилитель сигнала рассогласования DA (рис. 10.32, *б*).

В настоящее время СН выпускаются в виде интегральных микросхем (ИМС). Наиболее известная серия отечественных ИМС компенсационных линейных стабилизаторов – серия КР142ЕН. В эту серию входят СН с фиксированным выходным напряжением (нерегулируемые), с регулируемым выходным напряжением и с нерегулируемым двухполярным выходным напряжением.

Нерегулируемые СН серии КР142ЕН имеют три внешних вывода (вход, выход и общий) и настроены на определённое фиксированное напряжение. Схема включения (рис. 10.33, *а*) содержит входной $C_{вх}$ и выходной $C_{вых}$ конденсаторы, улучшающие переходные процессы и удерживающие полное выходное сопротивление на низком уровне при высоких частотах. ИМС стабилизаторов выпускаются в пластмассовых и металлических корпусах, как и транзисторы (рис. 10.33, *б*).

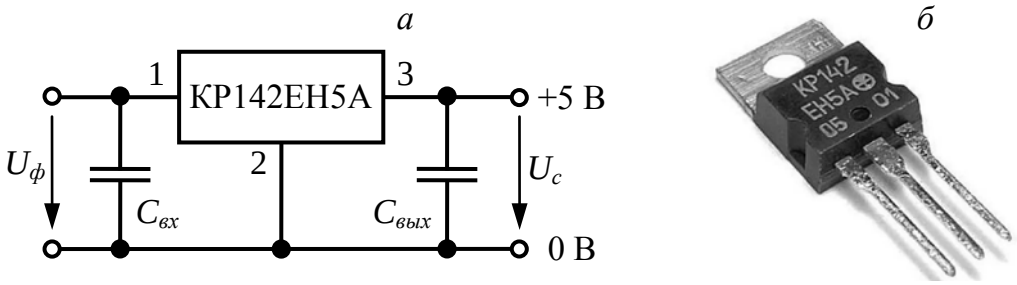


Рис. 10.33. Компенсационный линейный стабилизатор серии КР142ЕН5А:
а – схема включения; *б* – внешний вид

Основной недостаток линейных СН – малый КПД схемы, который зависит от соотношения входного и выходного напряжений, поэтому невыгодно применение линейных СН в случае большой разницы входного и выходного напряжений. Для большинства линейных стабилизаторов значение КПД не превышает 50%, однако известны схемные решения, увеличивающие КПД до 90%.

Импульсные СН обладают по сравнению с линейными рядом преимуществ. КПД их несравненно выше, так как благодаря использованию ключевого режима работы регулирующего транзистора средняя рассеиваемая на нём мощность оказывается значительно ниже, чем в линейном стабилизаторе. Малые тепловые потери позволяют во многих случаях отказаться от применения теплоотводов или существенно уменьшить их габариты. Кроме того, наряду с обычным режимом понижения входного напряжения, импульсные ИСН могут работать в режиме его повышения и инвертирования.

Рассмотрим импульсный СН, в котором используется высокочастотный импульсный трансформатор. Принцип работы такого стабилизатора-преобразователя, получившего название *обратноходового*, рассмотрим по упрощенной схеме (рис. 10.34) [14].

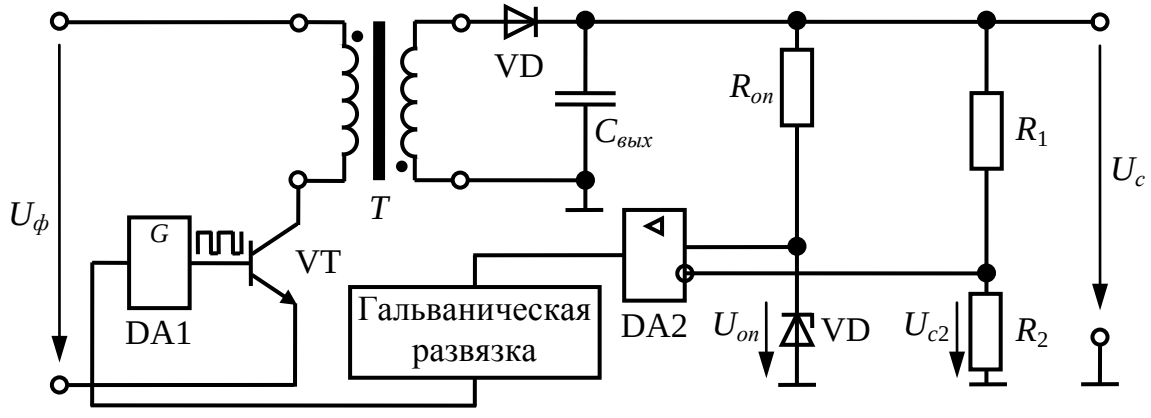


Рис. 10.34. Обратноходовой импульсный стабилизатор напряжения

Обмотки трансформатора фазированы таким образом, что когда ключевой транзистор VT находится в состоянии насыщения и через первичную коллекторную обмотку течёт линейно нарастающий ток, полярность напряжения на диоде VD обратная, и ток через вторичную обмотку не идёт. Происходит накопление энергии в трансформаторе. Трансформатор *T* в этой схеме фактически является дросселем со вторичной обмоткой и в отличие от обычного трансформатора накапливает в себе существенную энергию. Когда транзистор VT переходит в состояние отсечки, полярность напряжения на вторичной обмотке изменяется, открывается диод VD, и через нагрузку начинает течь ток, который поддерживается зарядом конденсатора $C_{вых}$.

Если выходная нагрузка увеличивается, необходимо увеличить длительность включенного состояния регулирующего ключевого транзистора VT, во время которого ток первичной обмотки достигнет более высокого значения, что создаст в результате больший ток во вторичной обмотке. Наоборот, при уменьшении нагрузки длительность включенного состояния транзистора VT сокращается, и ток первичной обмотки уменьшает своё значение. Таким образом, стабилизатор регулирует выходное напряжение посредством изменения времени включенного состояния транзистора VT. Генерирование управляющих транзистором импульсов реализуется за счёт широтно-импульсной модуляции (ШИМ). Сигнал для управления модулятором может сниматься либо с выходной обмотки через цепь гальванической развязки, либо с дополнительной вторичной обмотки импульсного трансформатора. Если выходное напряжение U_c сравнить с опорным напряжением $U_{оп}$, а полученной разностью управлять модулятором, получается замкнутая петля обратной связи, а схема автоматически будет сохранять постоянное значение выходного напряжения.

Достоинство таких стабилизаторов – гальваническая развязка между источником входного напряжения и нагрузкой. Также импульсный трансформатор может иметь несколько вторичных обмоток с соответствующим образом включенными диодами, и таким образом становится возможным получение двух и более (в том числе разнополярных) выходных напряжений.

Недостаток импульсных стабилизаторов по сравнению с линейными – несимметричность тока, протекающего через первичную обмотку трансформатора, вследствие чего появляется подмагинчивание сердечника постоянной составляющей тока, что требует увеличения его габаритов. Для устранения подмагничивания сердечника трансформатор должен выполняться с воздушным зазором.

10.3.2. Управляемые выпрямители

В большинстве практических случаев выпрямители средней и большой мощности должны позволять плавно регулировать постоянную составляющую выпрямленного напряжения U_0. Это обусловливается необходимостью стабилизации тока нагрузки, а также изменением напряжения при управлении частотой вращения двигателей постоянного тока, при зарядке аккумуляторных батарей и т.п.

Регулирование выпрямленного напряжения базируется на использовании в выпрямительных схемах управляемых силовых электронных ключей – триодных тиристоров (рис. 10.35, *а*), поэтому такие выпрямители называют *управляемыми* [3, 5, 11].

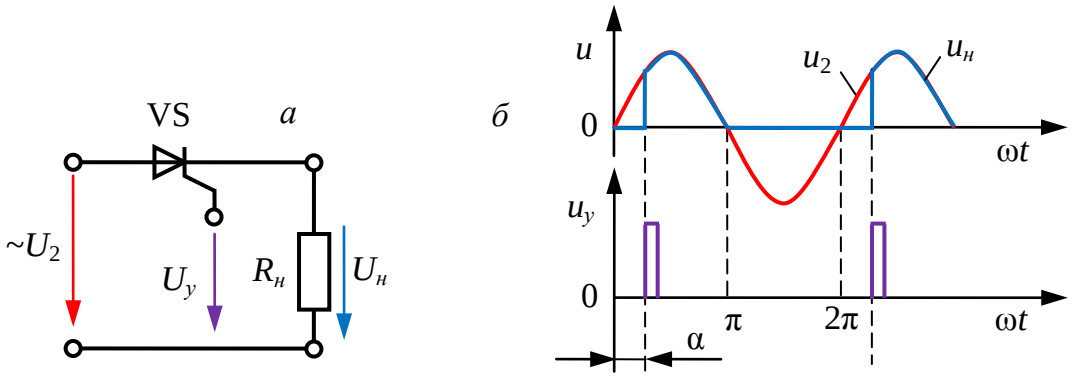


Рис. 10.35. Управление тиристором:
а – схема включения; *б* – диаграммы напряжений

Триодные тиристоры позволяют изменять момент их перехода из закрытого состояния в открытое под действием управляющего напряжения U_y. Так как управляющий электрод после открытия тиристора перестаёт оказывать влияние на его работу, то в цепь управляющего электрода обычно подаётся короткий импульс длительностью около 10 мкс. При наличии прямого напряжения между анодом и катодом и при подаче импульса U_y в цепь управления тиристор открывается и будет открыт до тех пор, пока напряжение U_2 не станет равным нулю или не изменит свою полярность на противоположную.

Открывание тиристоров в управляемых схемах выпрямления при непрерывном токе нагрузки происходит 1 раз в каждый положительный полупериод анодного напряжения. Ток управления составляет не более 1 – 2% от тока основной цепи.

Фазовый угол α, являющийся начальной фазой переднего фронта управляющего импульса, называется *углом отпирания тиристора*

(рис. 10.35, *б*). При изменении угла отпирания α изменяется среднее значение тока, протекающего через сопротивление нагрузки $R_н$, а следовательно, и постоянная составляющая выпрямленного напряжения U_0. Таким образом, изменяя угол отпирания α от 0 до π, можно регулировать напряжение на нагрузке от максимальной величины до нуля.

Для формирования управляющих тиристором импульсов управляемые выпрямители должны иметь *систему импульсно-фазового управления* (СИФУ), которая должна выполнять следующие задачи:

1) создавать синхронизированную с напряжением питающей сети систему импульсов управления, каждый из которых способен включить любой тиристор, применяемый в выпрямительной схеме;

2) позволять сдвигать по фазе импульсы управления относительно анодного напряжения тиристоров.

Для управления тиристорами применяют различные системы, требования к которым определяются спецификой схем преобразовательных установок и общими свойствами тиристоров.

Однофазные управляемые выпрямители выполняются по схеме с выводом от средней точки трансформатора и мостовой схеме.

Схема управляемого выпрямителя с выводом от средней точки изображена на рис. 10.16, *а*. Она отличается от схемы неуправляемого выпрямителя (см. рис. 10.24, *а*) тем, что диоды VD1 и VD2 заменены тиристорами VS1 и VS2.

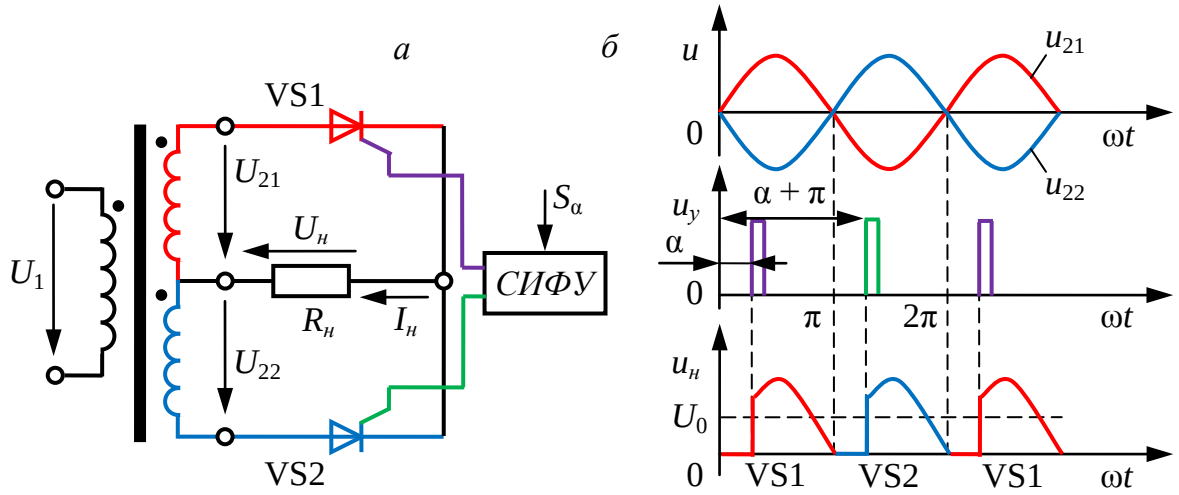


Рис. 10.36. Схема управляемого выпрямителя с выводом от средней точки:
а – принципиальная схема; *б* – диаграммы напряжений

Постоянная составляющая выпрямленного напряжения U_0 будет тем больше, чем меньше угол отпирания тиристора α. Если пренебречь падением напряжения на тиристоре, то зависимость $U_0(\alpha)$ для

схемы управляемого выпрямителя с выводом от средней точки определяется выражением

$$U_0 = \frac{2\sqrt{2}\cdot U_{21}}{\pi}\frac{(1+\cos\alpha)}{2} \approx 0{,}45\cdot U_{21}(1+\cos\alpha). \qquad (10.47)$$

Следовательно, рабочий режим неуправляемого выпрямителя является предельным, к которому приближается управляемый выпрямитель при угле управления α = 0. Зависимость напряжения U_0 от угла α для конкретного типа выпрямительной схемы называется *регулировочной характеристикой* управляемого выпрямителя.

Мостовая схема управляемого выпрямителя представлена на рис. 10.37, *а*. Она отличается от схемы неуправляемого выпрямителя (см. рис. 10.25, *а*) тем, что диоды VD1 и VD2 заменены тиристорами VS1 и VS2, а диоды VD3 и VD4 выполняют свои обычные функции.

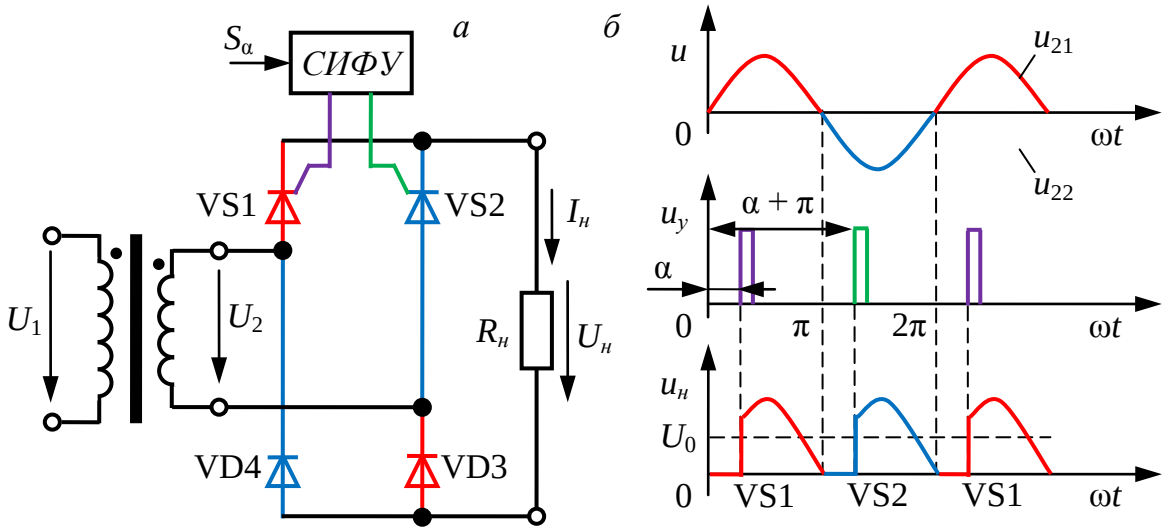


Рис. 10.37. Схема управляемого мостового выпрямителя:
а – принципиальная схема; *б* – диаграммы напряжений

Постоянная составляющая выпрямленного напряжения U_0 определяется так же, как у схемы управляемого выпрямителя с выводом от средней точки:

$$U_0 = \frac{2\sqrt{2}\cdot U_2}{\pi}\frac{(1+\cos\alpha)}{2} \approx 0{,}45\cdot U_2(1+\cos\alpha). \qquad (10.48)$$

Мостовая схема управляемого выпрямителя из-за присущих её неуправляемому аналогу преимуществ более распространена, чем схема управляемого выпрямителя с выводом от средней точки.

10.3.3. Регуляторы переменного тока

Тиристор идеально подходит для регулирования мощности переменного напряжения во всём, кроме одного: он является однополупериодным устройством, а это означает, что даже при полной проводимости используется только половина мощности. Можно включить параллельно два тиристора навстречу друг другу, чтобы обеспечить двухполупериодный режим работы, однако для этого требуется подавать импульсы запуска на управляющие электроды от двух изолированных, но синхронных источников.

На практике для регулирования мощности переменного напряжения используется двунаправленный тиристор, или *симистор*. Как можно видеть на рис. 10.38, *а*, симистор можно рассматривать как два встречно-параллельных тиристора, выполненных в одном монокристалле кремния, с управлением от единственного источника сигнала. Симистор является настолько гибким устройством, что его можно переключать в проводящее состояние как положительным, так и отрицательным импульсом независимо от мгновенной полярности источника переменного напряжения. Обычно для переключения симистора, рассчитанного на ток до 25 А, достаточен пусковой ток 20 мА; одним из простейших примеров его применения является «твердотельное реле», в котором небольшой пусковой ток используется для управления большим током нагрузки [3, 5, 11].

Управление симистором осуществляется следующим образом: в момент времени, соответствующий фазовому сдвигу $\alpha = \omega t$, импульс управляющего напряжения U_y поступает на управляющий электрод симистора (рис. 10.38, *б*). Симистор открывается и в течение времени $(\pi - \alpha)/\omega$ через сопротивление нагрузки $R_н$ протекает ток в прямом направлении. Управляющий импульс U_y повторяется в следующую половину периода, и симистор пропускает ток через сопротивление нагрузки $R_н$ в обратном направлении с момента времени, соответствующего углу отпирания $\pi+\alpha$, до момента, соответствующего фазовому углу 2π, [т.е. в течение времени $(2\pi - (\pi+\alpha))/\omega$].

Таким образом, ток и, следовательно, напряжение на сопротивлении нагрузки $R_н$ являются переменными и имеют форму усеченных полуволн синусоиды. Действующее значение этого напряжения $U_н$ зависит от угла отпирания α:

$$U_н = U\sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}. \qquad (10.49)$$

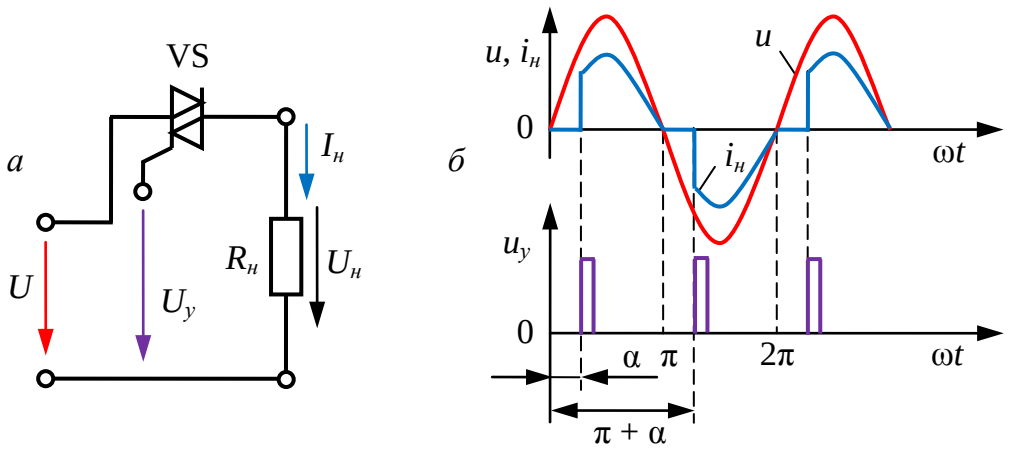


Рис. 10.38. Регулирование переменного тока:
а – электрическая схема на симисторе; *б* – диаграммы тока и напряжения

На рис. 10.39 показана схема простейшего регулятора переменного тока. Временное положение управляющих импульсов устанавливается R_2C_2-цепочкой; реостатом R_2 меняют угол отпирания симистора VS2, а резистор R_1 просто ограничивает ток в управляющей цепи регулятора. Сами импульсы формируются симметричным двунаправленным динистором VS1 с низким напряжением включения. В начале положительного полупериода переменного напряжения U конденсатор C_2 начинает заряжаться через сопротивление $(R_1 + R_2)$, от величины которого зависит скорость заряда. Когда напряжение на конденсаторе C_2 достигнет уровня включения динистора VS1, мгновенный импульс разряда конденсатора поступает на симистор VS2 через динистор VS1. Сопротивление симистора VS2 становится очень мало и он пропускает ток до конца полупериода напряжения U. Входной L_1C_1-фильтр подавляет помехи регулятора, а введение дополнительной R_3C_3-цепочки позволяет достигать бóльших углов отпирания симистора VS2, что актуально для маломощной нагрузки [14].

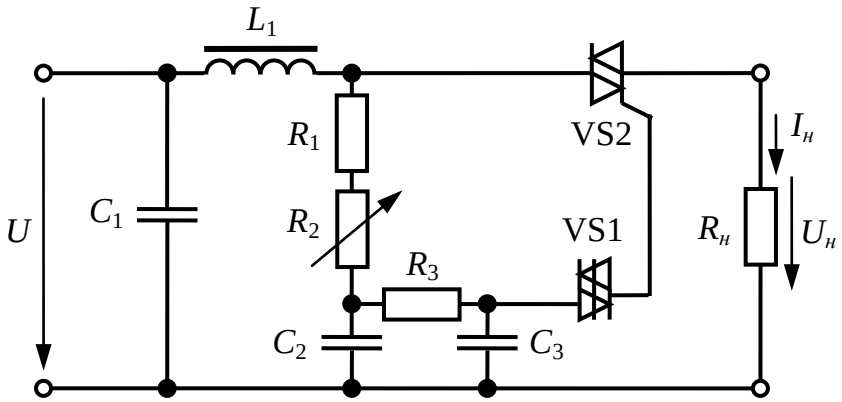


Рис. 10.39. Схема простейшего регулятора переменного тока

10.3.4. Инверторы

Для преобразования постоянного тока в переменный применяют специальные электронные силовые устройства, называемые *инверторами*. Чаще всего инвертор преобразует постоянное напряжение в переменное с постоянными или регулируемыми значениями амплитуды и частоты. Инвертор представляет собой генератор периодически изменяющегося напряжения, при этом форма напряжения может быть синусоидальной, приближенной к синусоидальной или импульсной.

Если инвертор работает на нагрузку, не имеющую другого источника питания, он называется *автономным инвертором* (АИ). АИ применяются в качестве самостоятельных устройств для питания потребителей переменным током от аккумуляторных батарей или других источников постоянного тока, для электропривода с частотным регулированием, систем бесперебойного электроснабжения, например в составе источников бесперебойного питания.

Однофазные АИ напряжения подразделяются на две группы [14]:

- с чистым синусом на выходе;
- с модифицированной синусоидой.

Для подавляющего большинства бытовых приборов допустимо использовать переменное напряжение с упрощённой формой сигнала. Синусоида важна для приборов, содержащих электродвигатели и трансформаторы, и некоторых телекоммуникационных, измерительных, лабораторных приборов, медицинской аппаратуры, а также профессиональной аудиоаппаратуры.

Трёхфазные АИ обычно используются для создания трёхфазного тока для электродвигателей, например для питания трёхфазного асинхронного двигателя. Такие инверторы входят в состав преобразователей частоты, позволяющих генерировать трёхфазную систему напряжений с частотой более 50 Гц.

В основе функционирования АИ лежит управляемая коммутация силовых электронных ключей, создающих систему импульсов постоянного напряжения на нагрузке. В АИ коммутация осуществляются благодаря применению полностью управляемых тиристоров или транзисторов. При этом частота напряжения на выходе АИ определяется частотой управления электронными ключами, а величина напряжения – параметрами нагрузки и системой управления с помощью ШИМ. Частота модуляции при этом должна быть хотя бы на порядок выше, чем наибольшая частота выходного напряжения.

По схемной реализации однофазные АИ можно разделить на:

- АИ тока;
- АИ напряжения;
- резонансные АИ.

Инверторами тока называются автономные преобразователи, которые связаны с источником питания через сглаживающий дроссель, обеспечивающий малые изменения тока, и в которых силовые электронные ключи обеспечивают чередующуюся полярность импульсов тока на нагрузке [14].

На входе АИ тока действует источник тока, образованный источником постоянного напряжения с ЭДС E_0 и дросселем с большой индуктивностью L_0 (рис. 10.40, *а*). Форма тока $I_н$ на выходе вентильной группы прямоугольная, а форма напряжения $U_н$ определяется характером нагрузки $Z_н$. Нагрузка может быть только активной или активно-ёмкостной, так как при активно-индуктивной нагрузке ток не может мгновенно изменить направление. Рассмотрим работу схемы при активно-ёмкостной нагрузке. В момент t_1 начинают проводить тиристоры VS1 иVS3; в момент t_2 тиристоры VS1 иVS3 выключаются, а тиристоры VS2 и VS4 включаются (рис. 10.40, *б*). Ток через нагрузку $I_н$ меняет направление. Под действием проходящего тока напряжение на нагрузке $U_н$ из-за наличия ёмкостной составляющей изменяется по экспоненте. В результате смена полярности напряжения на нагрузке $U_н$ во времени происходит позже, чем смена полярности тока $I_н$. Наличие такого фазового сдвига характерно для активно-ёмкостной нагрузки.

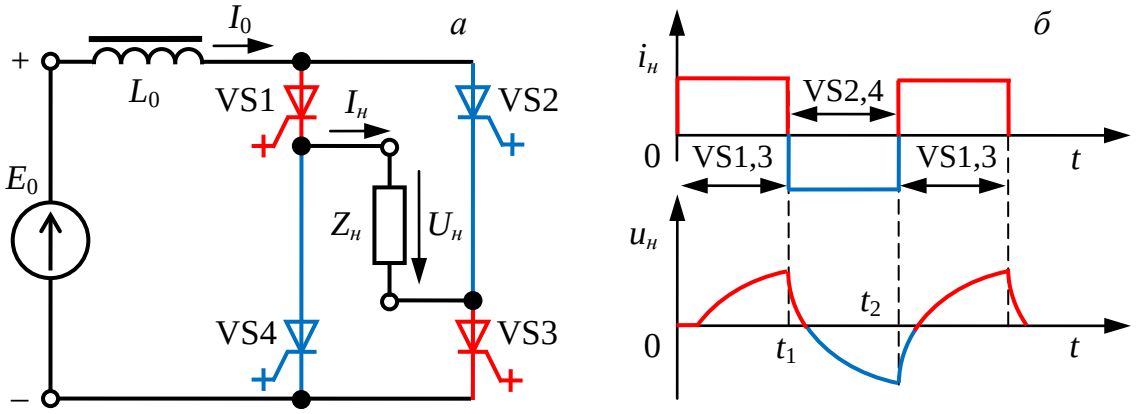


Рис. 10.40. Однофазный автономный инвертор тока:
а – принципиальная схема; *б* – диаграммы тока и напряжения

Инверторами напряжения называются автономные преобразователи, в которых переменное напряжение на нагрузке образуется в

результате её периодического подключения с помощью силовых электронных ключей к источнику питания, обеспечивая чередующуюся полярность импульсов напряжения на нагрузке.

На входе АИ напряжения действует источник постоянного напряжения с ЭДС E_0 и сглаживающим конденсатором C_0 (рис. 10.41, *а*). Напряжение $U_н$ на выходе вентильной группы прямоугольное, а форма тока $I_н$ определяется характером нагрузки $Z_н$. Напряжение на нагрузке переключается мгновенно, поэтому нагрузка может быть активной или активно-индуктивной. Рассмотрим работу схемы при активно-индуктивной нагрузке. В момент t_1 начинают проводить тиристоры VS1 и VS3. Под действием приложенного напряжения U_0 ток $I_н$ нарастает по экспоненте (рис. 10.41, *б*). В момент t_2 тиристоры VS1 и VS3 выключаются, но ток $I_н$ через нагрузку идёт в том же направлении через диоды VD2 и VD4 за счёт энергии, запасённой в индуктивности, и возвращается в источник питания. При этом напряжение на нагрузке $U_н$ под действием собственной противоЭДС уже изменило знак, а ток постепенно спадает. Диоды VD1 – VD4 предназначены для возврата реактивной энергии в источник питания. В момент t_3 ток $I_н$ равен нулю, включаются тиристоры VS2 и VS4, полярность напряжения при этом не меняется, а ток меняет направление. В момент t_4 тиристоры VS2 и VS4 выключаются, но ток $I_н$ через нагрузку убывает в том же направлении через диоды VD1 и VD3, достигая нулевого значения в момент t_5. Далее цикл повторяется. В результате смена полярности тока $I_н$ во времени происходит позже, чем смена полярности напряжения на нагрузке $U_н$. Наличие такого фазового сдвига характерно для активно-индуктивной нагрузки.

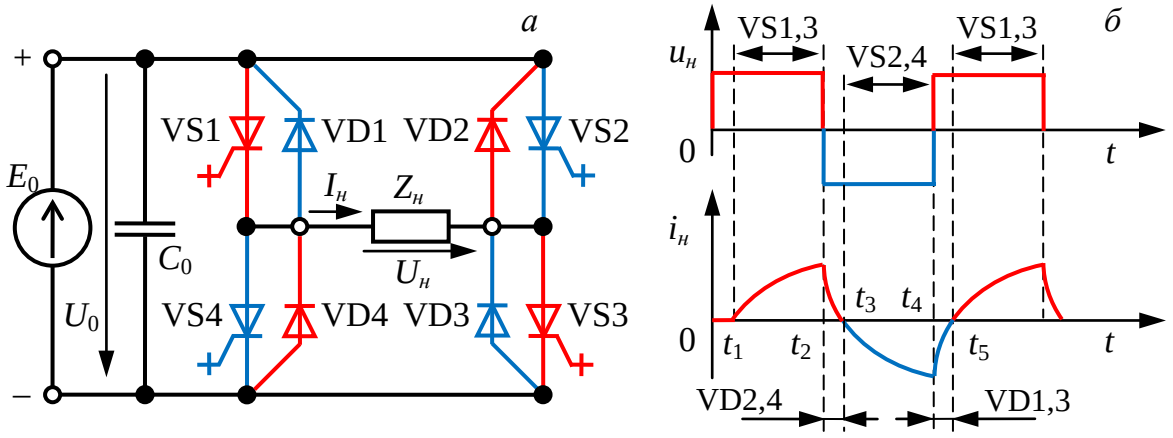


Рис. 10.41. Однофазный автономный инвертор напряжения:
а – принципиальная схема; *б* – диаграммы тока и напряжения

Для формирования переменного напряжения повышенной частоты (от 0,5 до 10 кГц) используются *резонансные инверторы.* Резонансные АИ применяют в высокочастотных электротермических установках, где они применяются для питания установок индукционного нагрева, а также в ультразвуковых установках.

Характер протекающих процессов в главных цепях ключевой схемы обусловливается колебательным процессом перезаряда конденсатора в цепи с источником питания и индуктивностью, специально введённой или имеющейся в составе нагрузки, в связи с чем ток в цепи нагрузки приближается по форме к синусоиде.

Схема мостового однофазного резонансного инвертора приведена на рис. 10.42, *а*. В цепь нагрузки последовательно подключен конденсатор C_0, поэтому такой инвертор называется *последовательным*. Цепь $R_н L_0 C_0$ представляет собой последовательный колебательный контур с высокой добротностью, для чего в схеме резонансного АИ должно выполняться условие

$$R_н < 2\sqrt{L_0 / C_0}\,. \qquad (10.50)$$

Помимо формирования кривой тока нагрузки конденсаторы здесь осуществляют операцию запирания тиристоров, поэтому в резонансных АИ могут работать однооперационные (незапираемые) тиристоры.

При включении тиристоров VS1 и VS3 конденсатор C_0 начинает быстро забирать ток, а дроссель из-за большой индуктивности L_0 его медленно отдает. Проходит полуволна тока I_0 (рис. 10.42, *б*). По мере заряда конденсатора C_0 напряжение $U_н$ на нем растёт, а ток $I_н$ снижается. После перехода тока $I_н$ через нуль тиристоры запираются. При включении тиристоров VS2 и VS4 напряжение источника и напряжение на конденсаторе C_0 действуют согласно, ток $I_н$ проходит в противоположном направлении, конденсатор разряжается, VS2 и VS4 запираются при спаде тока до нуля. Напряжение $U_н$ на нагрузочном резисторе $R_н$ повторяет форму тока. Наибольшая мощность, выделяемая на нагрузке, и соответственно КПД резонансного АИ достигается при частоте управления тиристорами f_y, близкой к резонансной частоте колебательного контура

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{L_0 C_0}}\,. \qquad (10.51)$$

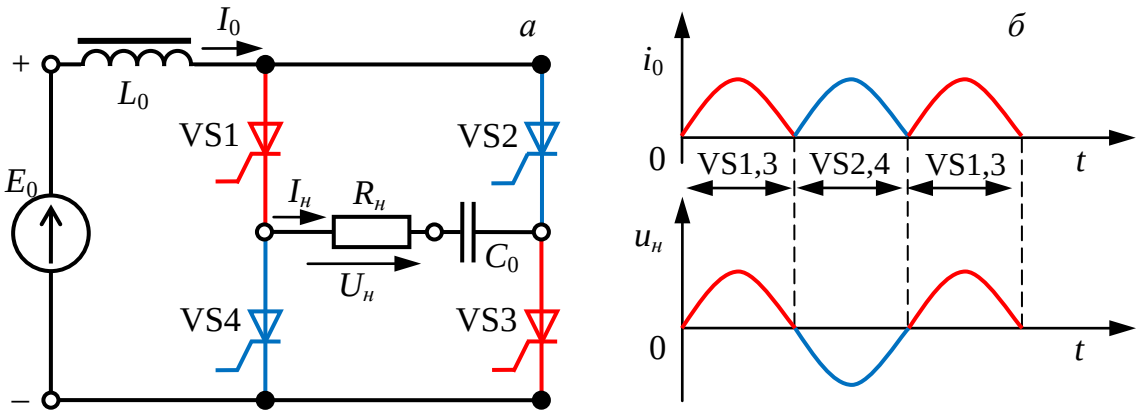


Рис. 10.42. Однофазный резонансный автономный инвертор:
а – принципиальная схема; *б* – диаграммы тока и напряжения

Всегда должно соблюдаться неравенство $f_y < f_0$, так как в противном случае интервал времени отсутствия тока в цепи нагрузки будет меньше времени, необходимого для надёжного запирания тиристоров. При чрезмерном уменьшении частоты управления f_y мощность, отдаваемая в нагрузку, снижается, и интервалы протекания тока через контур чередуются с бестоковыми паузами (режим прерывистого тока).

Схема резонансного АИ не работоспособна на холостом ходу, так как при $R_н \to \infty$ нарушается условие (10.50). В идеальном резонансном АИ при коротком замыкании напряжения на реактивных элементах стремятся к бесконечности, так как энергия непрерывно потребляется от источника питания, но нигде не рассеивается, а, следовательно, накапливается в реактивных элементах, что может привести к их разрушению.

Существует много схем трёхфазных АИ напряжения. Однако наибольшее применение в электроприводе переменного тока получила трёхфазная мостовая схема АИ на полностью управляемых силовых электронных ключах – транзисторах (рис. 10.43). Транзисторы могут использоваться биполярные или полевые для АИ небольшой мощности или же современные биполярные транзисторы с изолированным затвором (IGBT-транзисторы). Последние сочетают в себе два транзистора в одной полупроводниковой структуре: биполярный (образующий силовой канал) и полевой (образующий канал управления). АИ на IGBT-транзисторах применяют при работе с высокими напряжениями (более 1000 В), высокой температурой (более 100 °С) и высокой выходной мощностью (более 5 кВт).

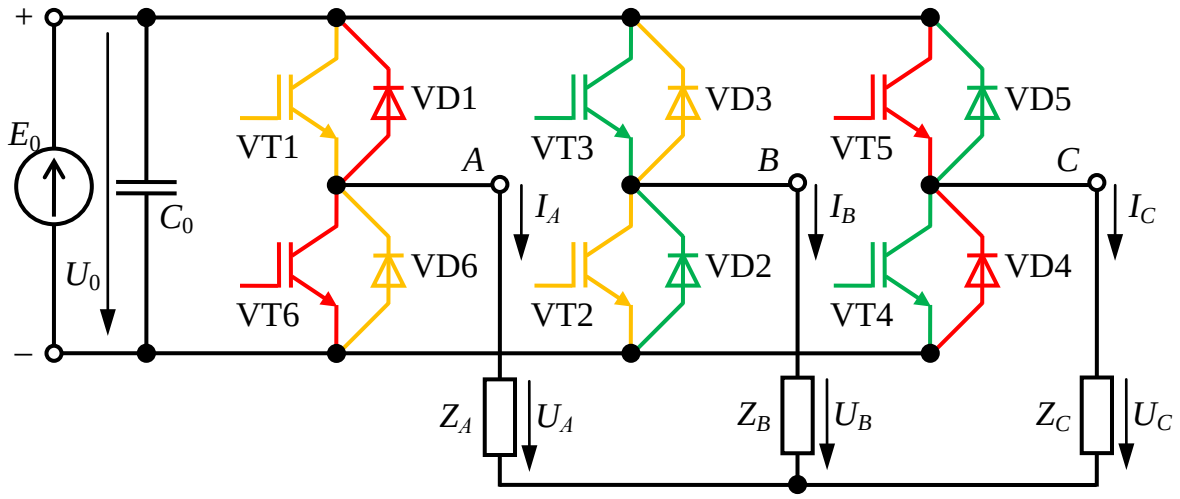


Рис. 10.43. Принципиальная схема трёхфазного мостового инвертора

Длительность переключения транзисторных ключей и, следовательно, частота выходного напряжения определяются системой управления. На интервале одного периода выходного напряжения транзисторы анодной VT1, VT3, VT5 и катодной VT2, VT4, VT6 групп могут переключаться однократно и многократно. В этой схеме управляемые вентили могут работать с длительностью открытого состояния 120° и 180°. При фазовом угле проводимости вентилей 180° обеспечивается непрерывная связь фаз нагрузки с источником питания и лучшая форма напряжений на выходе, независимая от параметров нагрузки. Это обусловило более широкое применение такого управления.

В схеме всегда одновременно открыты три транзистора разных фаз, что обеспечивает независимость формы выходного напряжения на нагрузке от её параметров. Из диаграммы токов и напряжений (рис. 10.44) видно, что возможны шесть независимых сочетаний их открытых и закрытых состояний.

Линейное напряжение прямоугольное величиной U_0 с паузой длительностью 1/6 периода, т.е. $\pi/3$ (60°). При соединении симметричной нагрузки «звездой» к каждой фазе прикладывается напряжение двухступенчатой формы со значениями $U_0/3$ и $2U_0/3$.

Фазный ток при активно-индуктивной нагрузке, например статор АД, имеет кусочно-экспоненциальную форму. Форма тока ближе к синусоидальной, чем форма напряжения из-за сглаживающего действия индуктивной нагрузки. Обратные диоды VD1 – VD6 необходимы для того, чтобы энергия, запасённая в индуктивности, в виде индукционного тока возвращалась в источник питания.

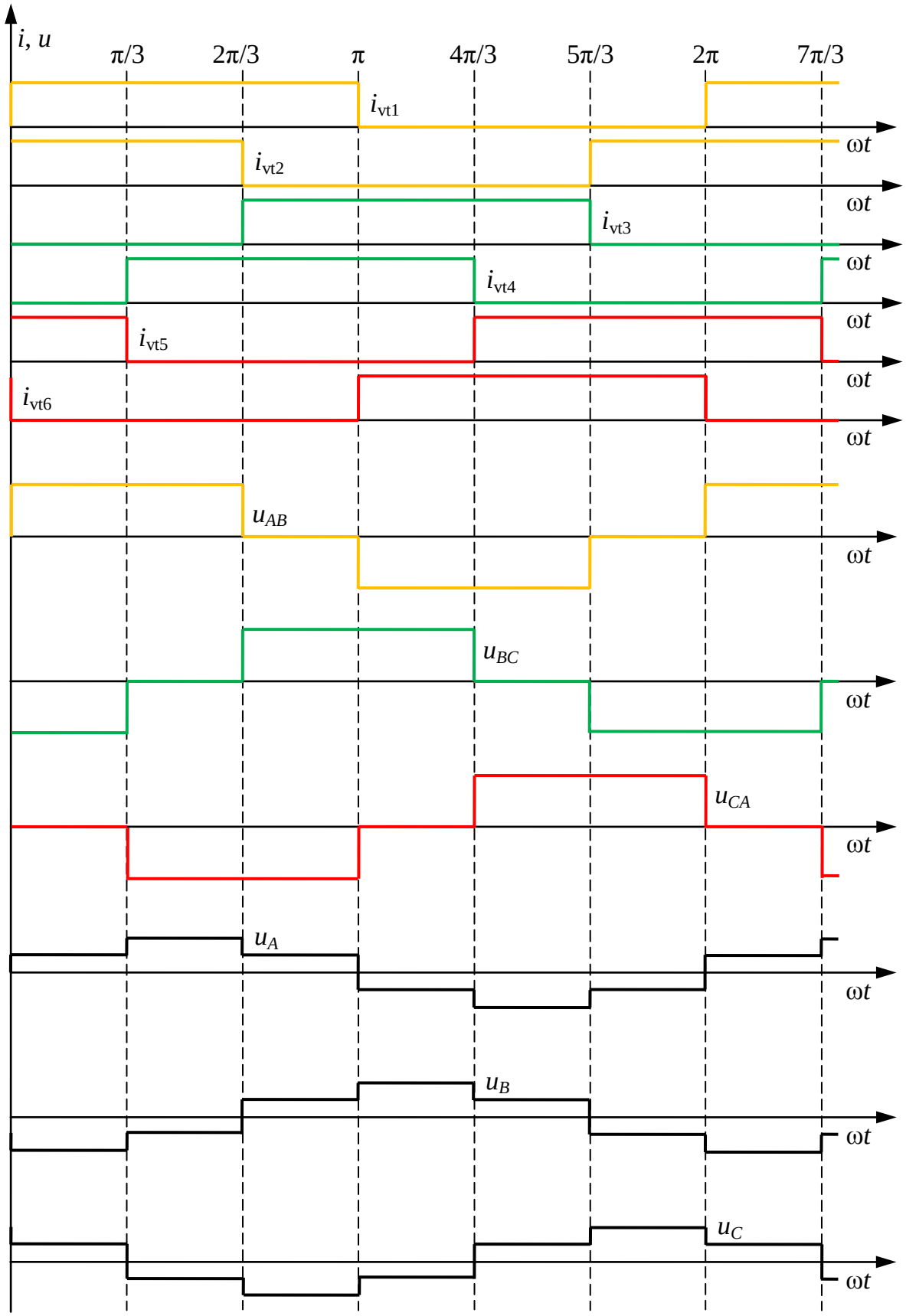


Рис. 10.44. Диаграммы токов и напряжений трёхфазного мостового инвертора

Контрольные вопросы и задания

1. Что называют источником вторичного электропитания?
2. Что называют полупроводниковым выпрямителем?
3. Какова область применения выпрямителей?
4. По каким признакам классифицируют выпрямители?
5. Какие основные узлы включает в себя выпрямитель?
6. Чем отличаются однополупериодные и двухполупериодные выпрямители?
7. Что представляет собой выпрямленное напряжение?
8. Назовите основные параметры выпрямительных схем.
9. Какие коэффициенты оценивают качество выпрямления?
10. Поясните устройство и принцип работы однофазного однополупериодного выпрямителя.
11. Поясните устройство и принцип работы двухполупериодной схемы выпрямителя с выводом от средней точки и мостовой схемы выпрямителя.
12. Поясните устройство и принцип работы трёхфазной нулевой и мостовой схемы выпрямителя.
13. Для чего нужен сглаживающий фильтр? какие они бывают?
14. Что представляет собой пульсность схемы выпрямления?
15. Поясните устройство и принцип работы ёмкостного и индуктивного сглаживающих фильтров.
16. Чем активные электронные сглаживающие фильтры отличаются от пассивных?
17. Что представляет собой стабилизатор напряжения?
18. Какие основные элементы включает в себя стабилизатор напряжения?
19. Чем линейные стабилизаторы отличаются от импульсных?
20. Как строится источник опорного напряжения?
21. Чем управляемые выпрямители отличаются от неуправляемых?
22. Каким сигналом производится управление силовыми электронными ключами в управляемых выпрямителях?
23. Что называют углом отпирания тиристора?
24. Поясните принцип работы регуляторов переменного тока.
25. Что представляет собой инвертор?
26. Какова область применения инверторов?
27. Поясните устройство и принцип работы автономных инверторов тока и напряжения.
28. Каковы особенности работы резонансного инвертора?

10.4. Усилители электрических сигналов

10.4.1. Классификация усилителей

Усилителями называются устройства, предназначенные для увеличения значений параметров электрических сигналов за счёт энергии включенного источника питания. Различные усилители применяются для преимущественного усиления значений тех или иных параметров сигналов. По этому признаку они делятся на усилители напряжения, тока и мощности [1, 5, 11].

Возможны линейный и нелинейный режимы работы усилителя. В усилителях с практически линейным режимом работы получается минимальное искажение формы усиленного сигнала, который всегда можно представить совокупностью гармоник различной частоты. Искажение будет минимальным, если без искажения будут усиливаться все гармонические составляющие.

Зависимость коэффициента усиления от частоты $K_u(\omega)$ – амплитудная частотная характеристика (АЧХ) и зависимость угла сдвига фаз выходного и входного сигналов от частоты $\varphi(\omega)$ – фазовая частотная характеристика (ФЧХ) характеризуют свойство усилителей усиливать гармонические сигналы. По типу АЧХ различают усилители медленно изменяющихся напряжений и токов (усилители постоянного тока), усилители высоких частот, широкополосные и узкополосные (рис. 10.45).

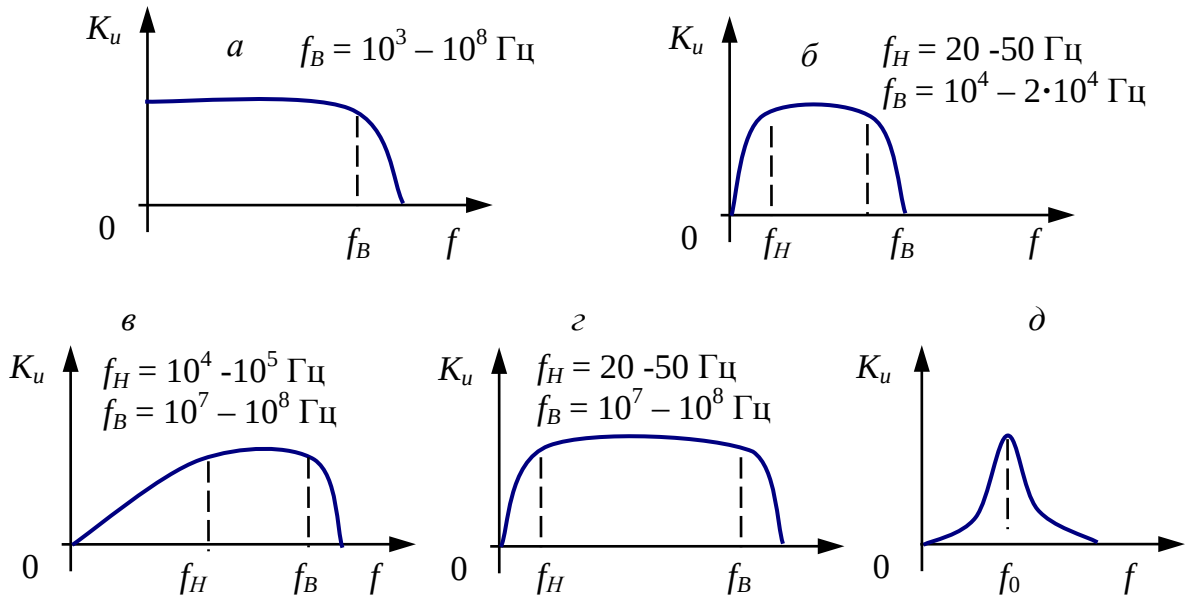


Рис. 10.45. Амплитудно-частотные характеристики усилителей:
а – постоянного тока; *б* – низкочастотного; *в* – высокочастотного;
г – широкополосного; *д* – узкополосного

В усилителях с нелинейным режимом работы при увеличении значения напряжения на входе больше некоторого граничного уровня изменение напряжения на выходе усилителя практически отсутствует. Такие усилители применяются главным образом в устройствах импульсной техники, в том числе логических.

В настоящее время усилительная техника основана на широком внедрении усилителей в интегральном исполнении, поэтому актуальным становится не разработка самих усилителей, а их применение для реализации различных функциональных узлов систем автоматики, управления и измерения.

10.4.2. Усилительные каскады на биполярных транзисторах

Рассмотрим принцип работы типового усилительного каскада на биполярном транзисторе, включенного по схеме с общим эмиттером (рис. 10. 46) [11, 14].

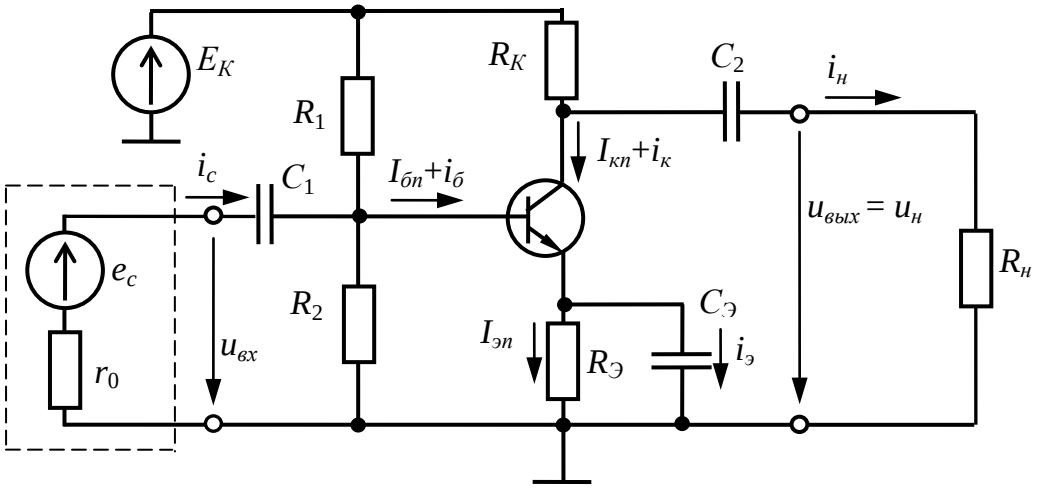


Рис. 10.46. Усилительный каскад на биполярном транзисторе

Источник усиливаемого сигнала, показанный внутри штриховой линии, представляет собой источник с внутренним сопротивлением r_0 и ЭДС e_c. Конденсаторы большой ёмкости C_1 и C_2 отделяют цепь постоянного тока (цепь питания) от цепи источника сигнала и цепи приёмника с сопротивлением нагрузки $R_н$. Резисторы R_1, R_2, R_K в схеме обеспечивают необходимые значения постоянных напряжений на коллекторном и эмиттерном переходах при питании всех цепей транзистора от одного общего источника питания E_K. Резистор $R_Э$ обеспечивает температурную стабилизацию рабочей точки. С ростом темпе-

ратуры постоянная составляющая тока эмиттера $I_{эп}$ возрастает, вследствие чего увеличивается падение напряжения $R_Э \cdot I_{эп}$ на резисторе $R_Э$, при этом потенциал эмиттера относительно базы снижается, что уменьшает постоянную составляющую тока базы $I_{бп}$ и ограничивает степень нарастания тока покоя в цепи коллектора. Для устранения этого воздействия при прохождении по цепям транзистора переменных составляющих резистор $R_Э$ шунтируется конденсатором $C_Э$.

Одним из важнейших показателей, характеризующих свойства усилителей, является его комплексный коэффициент усиления, который в общем случае можно представить как отношение комплексного напряжения на выходе усилителя к комплексному напряжению на его входе:

$$\underline{K}_u = \frac{\dot{U}_{вых}}{\dot{U}_{вх}} = \frac{U_{вых} e^{j\psi_{вых}}}{U_{вх} e^{j\psi_{вх}}} = K_u e^{j(\psi_{вых} - \psi_{вх})} = K_u e^{j\varphi}, \qquad (10.52)$$

где K_u – модуль коэффициента усиления усилителя; φ – разность фазовых углов выходного и входного сигналов.

Усилители содержат комбинации активных и реактивных элементов, поэтому модуль коэффициента усиления и разность фазовых углов на выходе и входе усилителя являются частотно-зависимыми.

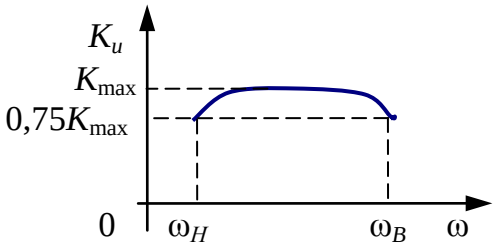


Рис. 10.47. Амплитудно-частотная характеристика усилительного каскада

На рис. 10.47 представлена АЧХ усилительного каскада. Область частот от ω_H до ω_B характеризуется незначительным изменением коэффициента усиления.

Особенности работы усилителя в области низких, средних и высоких частот могут быть установлены при анализе этой характеристики с использованием схемы замещения усилительного каскада с общим эмиттером (рис. 10.48).

При анализе частотной характеристики усилительного каскада в области средних частот ($\omega_H < \omega < \omega_B$) в эквивалентной схеме можно не учитывать внешние и внутренние ёмкости, а рассматривать эквивалентную схему усилительного каскада как частотно-независимую.

По схеме замещения усилительного каскада для переменных составляющих рассчитываются его основные параметры: коэффициенты усиления напряжении, тока, мощности, а также входное и выходное сопротивления. Выходное сопротивление определяется в режиме холостого хода (при отключенном приёмнике $R_н$).

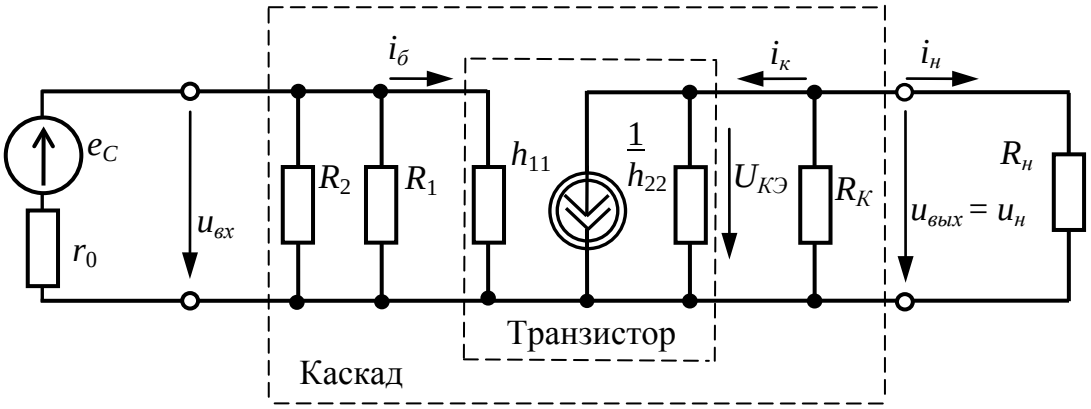


Рис. 10.48. Схема замещения усилительного каскада с общим эмиттером

Коэффициенты усиления:

- по току

$$K_i = \frac{i_{вых}}{i_{вх}} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22} R_н}; \qquad (10.53)$$

- по напряжению

$$K_u = \frac{u_{вых}}{u_{вх}} = \frac{h_{21} R_н}{h_{11}(1 + h_{22} R_н) - h_{12} h_{21} R_н}; \qquad (10.54)$$

- по мощности

$$K_p = K_i K_u. \qquad (10.55)$$

Сопротивления:

- входное

$$R_{вх} = \frac{h_{11}\left(h_{22} + 1/R_н\right) - h_{12} h_{21}}{h_{22} + 1/R_н}; \qquad (10.56)$$

- выходное

$$R_{вых} = \frac{h_{11} + r_0}{h_{22}\left(h_{11} + r_0\right) - h_{12} h_{21}}. \qquad (10.57)$$

Вместо биполярных транзисторов в усилителях можно использовать полевые транзисторы. Чаще других встречается схема включения полевого транзистора с общим истоком, главное достоинство которой – большое входное сопротивление. Общим недостатком усилителей на полевых транзисторах по сравнению с усилителями на биполярных транзисторах является их меньший коэффициент усиления.

10.4.3. Операционные усилители

На современном этапе развития схемотехники при проектировании электронных устройств используются не только дискретные элементы (транзисторы, диоды, резисторы и т.п.), но и законченные функциональные узлы, выполненные в виде унифицированных интегральных схем. Это позволяет значительно улучшить практически все показатели аппаратуры, существенно удешевить и сократить сроки её проектирования. В связи с этим широчайшее распространение среди устройств аналоговой и цифровой электроники нашли *операционные усилители*. Применение ОУ в электронике чрезвычайно широко: усилители, преобразователи, решающие аналоговые устройства и т.д.

Операционный усилитель (ОУ) – это высококачественный усилитель постоянного тока, предназначенный для выполнения различных операций над аналоговыми величинами при работе в схеме с отрицательной обратной связью (ОС). При этом под аналоговой величиной подразумевается непрерывно изменяющееся напряжение или ток [4].

ОУ получили такое название, так как ранее использовались исключительно в аналоговых вычислительных устройствах для выполнения математических операций суммирования и интегрирования, хотя в настоящее время их функционал заметно расширился. В настоящее время ОУ выполняются, как правило, в виде монолитных интегральных микросхем и по своим размерам и цене практически не отличаются от отдельно взятого транзистора.

ОУ обладают широкой полосой пропускания переменного напряжения (до 10^8 Гц), непосредственной связью между каскадами (т. е. без разделительных конденсаторов), большим коэффициентом усиления напряжения (до 10^6), высоким входным (до 10^{12} Ом) и малым выходным (10 – 100 Ом) сопротивлениями, а также низким уровнем шума при хорошей температурной стабильности.

По принципу действия ОУ сходен с обычным транзисторным усилителем. Как и обычный усилитель, он предназначен для усиления напряжения или мощности входного сигнала. Если свойства и параметры обычного усилителя полностью определены его внутренней схемой, то свойства и параметры ОУ определяются преимущественно параметрами цепи ОС, а, благодаря огромному входному и ничтожному выходному сопротивлению, его внутренняя электрическая цепь не влияет на работу внешних участков цепи устройства.

Изображают ОУ на принципиальных схемах по-разному. Широко распространено в отечественной и зарубежной технической литературе изображение ОУ в виде равнобедренного треугольника (рис. 10.49, *а*).

Согласно ГОСТ 2.759–82 «Обозначения условные графические в схемах. Элементы аналоговой техники» ОУ выполняют в виде прямоугольника (рис. 10.49, *б*), который может содержать дополнительные поля, расположенные по обе стороны от основного (рис. 10.49, *в*).

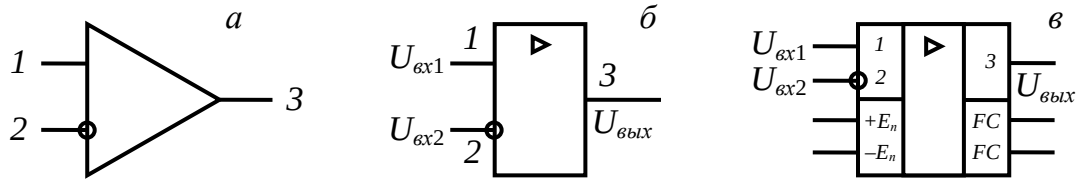


Рис. 10.49. Условно-графические обозначения операционного усилителя: *а* – упрощенное изображение; *б* – по ГОСТу; *в* – по ГОСТу с полями

Большинство ОУ имеют один несимметричный выход *3* и два входа *1* и *2*, симметричных по отношению к общему проводу. Прямой вход *1* еще называют неинвертирующим, так как фаза выходного сигнала совпадает с фазой сигнала, поданного на этот вход. Другой вход *2* называют инвертирующим, так как фаза выходного сигнала сдвинута на 180° относительно входного сигнала. Его обозначают кружком в месте присоединения к ОУ.

Линии питания зачастую не показывают на схемах, но подразумевают. Для того чтобы обеспечить возможность работы ОУ как с положительными, так и с отрицательными входными сигналами, требуется двухполярное питающее напряжение. Для этого необходимо предусмотреть два источника постоянного напряжения, которые подключаются к соответствующим выводам ОУ: $+E_п$, $–E_п$. Если питающих напряжений несколько, их условно нумеруют и указывают каждое у своего вывода в дополнительном поле.

Входной каскад устройства выполняется в виде *дифференциального усилителя*, поэтому он имеет два входа и реагирует на разность приложенных к ним напряжений, т. е. на дифференциальный сигнал. Поэтому входы оказывают на выходное напряжение равное в количественном отношении, но противоположное по знаку влияние. Если к входам приложены *синфазные сигналы* – одинаковые по величине и фазе относительно общего провода, то их влияние будет взаимно скомпенсировано, и на входе и выходе будет нулевой потенциал, благодаря чему параметры ОУ мало чувствительны к изменениям напряжения питания, температуры и других внешних факторов. Напряжение на выходе ОУ должно быть лишь в том случае, когда на его входах действуют различные по уровню и фазе сигналы.

Выходное напряжение, измеряемое относительно общего провода, пропорционально разности входных сигналов, называемой дифференциальным сигналом:

$$U_{диф} = U_{вх1} - U_{вх2}. \qquad (10.58)$$

Для увеличения прочности, защиты от внешних воздействий и механических повреждений каждый интегральный ОУ, как и любая ИС, покрывается лаком и монтируется в защитном корпусе. Наибольшее распространение на сегодняшний день нашли металлические (металлокерамические) (рис. 10.50, *а*) и пластиковые корпуса ОУ. Среди пластиковых корпусов можно выделить DIP- и SIP-корпуса для разъемного монтажа (рис. 10.50, *б*) и SOP-корпуса для поверхностного спаечного монтажа (рис. 10.50, *в*). Такие корпуса могут содержать 2, 4 и более ОУ в одной интегральной схеме.

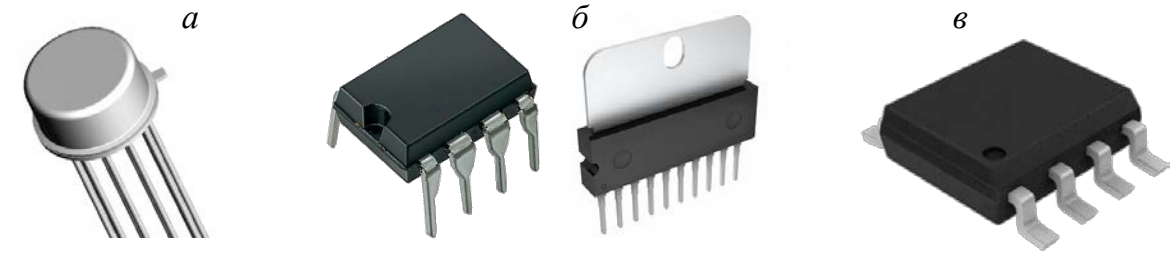


Рис. 10.50. Корпуса операционных усилителей

Современные интегральные ОУ имеют структуру (рис. 10.51), включающую в себя дифференциальный усилитель *ДУ*, усилитель напряжения *УН*, усилитель амплитуды *УА* и выходной эмиттерный повторитель *ЭП* [4].

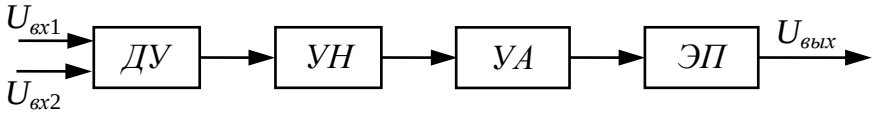


Рис. 10.51. Структурная схема операционного усилителя

Первый каскад ОУ – дифференциальный с эмиттерной связью и резисторной нагрузкой, необходимой для уменьшения дрейфа нуля, подавления синфазной помехи, увеличения входного сопротивления и усиления входного дифференциального сигнала.

Второй каскад – усилитель напряжения – обеспечивает основное усиление входного дифференциального сигнала по напряжению и включает в себя специальную схему сдвига потенциала.

В третьем каскаде – усилителе амплитуды – обычно совмещаются схемы усиления сигнала, схемы сдвига уровня и формирования выходного двухполярного неискаженного сигнала. Здесь закладывается основной коэффициент усиления ОУ.

Как правило, все схемы ОУ заканчиваются эмиттерными повторителями, которые определяют нагрузочную способность ОУ и не участвуют в формировании его коэффициента усиления.

Параметры и характеристики операционных усилителей

Коэффициент усиления дифференциального сигнала $K_{диф}$ является основным параметром ОУ на очень низкой частоте, определяется отношением выходного напряжения $U_{вых}$ ОУ без ОС в режиме холостого хода к дифференциальному сигналу $U_{диф}$. Значения $K_{диф}$ приводятся либо в относительных единицах, либо в децибелах в форме $20\lg K_{диф}$ [4].

У реального ОУ невозможно обеспечить полную симметрию схемы дифференциального каскада, поэтому при равенстве входных сигналов $U_{вх1} = U_{вх2}$ на выходе $U_{вых} \neq 0$. Влияние синфазного сигнала при малых его значениях на работу ОУ характеризуется *коэффициентом усиления синфазного сигнала* $K_{сф}$, который определяется отношением выходного напряжения $U_{вых}$ ОУ без ОС в режиме холостого хода к входному напряжению $U_{вх}$ при подаче на оба входа одинаковых напряжений. Поскольку синфазный сигнал схемой ОУ должен быть максимально ослаблен, то $K_{сф}$ имеет очень малое значение (10^{-4} – 10^{-6}). Если синфазный сигнал оказывается чрезмерно большим по модулю, то операционный усилитель может выйти из строя.

Амплитудные (*передаточные*) *характеристики* ОУ по постоянному току – это зависимости постоянного выходного напряжения $U_{вых}$ в режиме холостого хода от дифференциального сигнала $U_{диф}$ при подаче напряжения на неинвертирующий *1* и инвертирующий *2* входы ОУ (рис. 10.52).

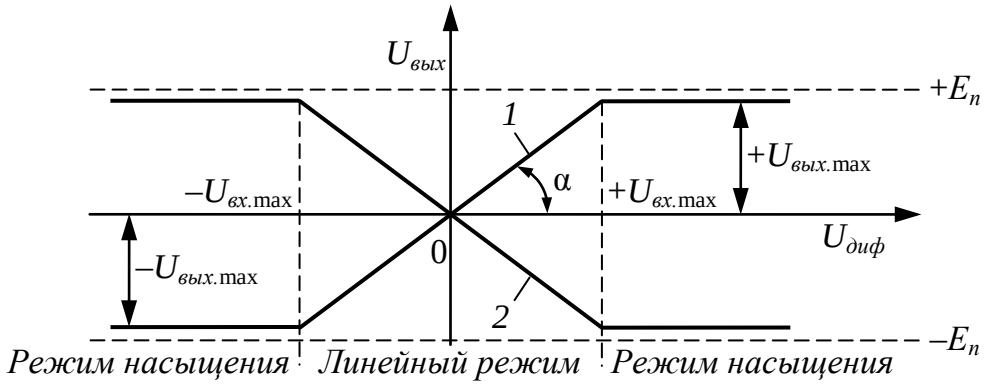


Рис. 10.52. Амплитудные характеристики операционного усилителя

При отсутствии ОС тангенс угла наклона характеристик α в линейном режиме усиления (от $-U_{вх.\max}$ до $+U_{вх.\max}$) равен коэффициенту усиления $K_{диф}$ ОУ. Режимам насыщения выходного каскада ОУ соответствуют горизонтальные участки характеристик (от $-\infty$ до $-U_{вх.\max}$ и от $+U_{вх.\max}$ до $+\infty$), где максимальное напряжение $\pm U_{вых.\max}$ близко к напряжению источников питания $\pm E_n$.

Динамические свойства ОУ при работе с переменным напряжением описывают частотные характеристики. В области высоких частот при подаче на вход реального ОУ синусоидального сигнала определенной амплитуды и фазы на выходе получается также синусоидальный сигнал, но с другими амплитудой и фазой.

Амплитудная частотная характеристика (*АЧХ*) ОУ – это зависимость коэффициента усиления дифференциального сигнала $K_{диф}$ от частоты входного сигнала *f*. *Фазовая частотная характеристика* (*ФЧХ*) – зависимость угла сдвига по фазе φ сигнала на выходе ОУ относительно входа от частоты входного сигнала *f*. Коэффициент усиления $K_{диф}$ и частота входного сигнала *f* обычно представляются в логарифмическом масштабе (рис. 10.53).

Вследствие наличия паразитных ёмкостей и многокаскадной структуры ОУ по своим свойствам аналогичен фильтру нижних частот высокого порядка, т.е. с увеличением частоты сигнала уменьшается коэффициент усиления $K_{диф}$ и увеличивается сдвиг по фазе φ.

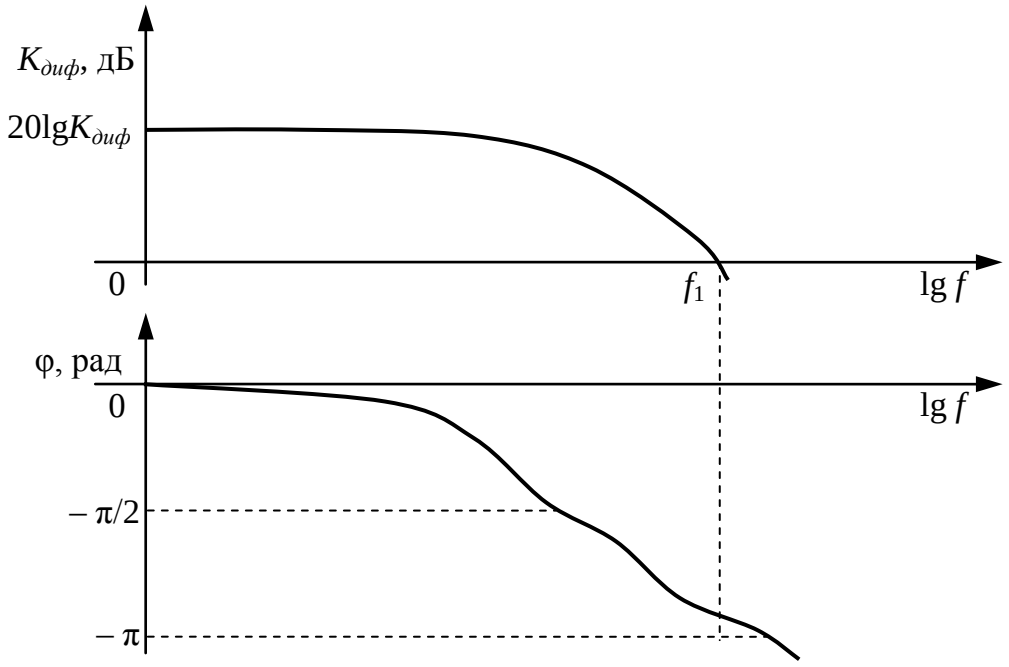


Рис. 10.53. Частотные характеристики операционного усилителя

С ростом частоты коэффициент усиления падает и график на частоте f_1 пересекает ось абсцисс (0 дБ), что соответствует $K_{диф} = 1$. Эта частота называется *частотой единичного усиления* (*частотой среза*) и определяет активную полосу пропускания, максимально реализуемую для данного типа ОУ. Характерные значения f_1 для ОУ общего применения 1 МГц, для быстродействующих – 10 – 15 МГц.

Для устойчивой работы ОУ необходимо, чтобы его фазовый сдвиг на частотах $f \le f_1$ был меньше $-\pi$ (180°). Величина $\Delta\varphi = 180° - \varphi(f_1)$ называется *запасом по фазе*. Обычно достаточно запаса по фазе, равного 45°. Это значит, что на частоте единичного усиления f_1 фазовый сдвиг не должен превышать $\varphi = 180° - 45° = 135°$. В случае $\varphi(f_1) \ge 180°$ могут возникнуть условия баланса амплитуд и баланса фаз и на выходе ОУ возникнут автоколебания. Повышение устойчивости ОУ обеспечивается цепями частотной коррекции, действие которых сводится к уменьшению фазового сдвига на верхних частотах.

Схемы включения операционных усилителей

Большое значение коэффициента усиления по напряжению позволяет использовать глубокую отрицательную ОС для создания на основе ОУ аналоговых устройств различного функционального назначения. *Отрицательной обратной связью* принято называть участок внешней электрической цепи (обвязки) ОУ, соединяющей выход ОУ с одним из его инвертирующим входом [4].

В зависимости от того, на какой вход ОУ подаётся полезный сигнал, различают инвертирующее, неинвертирующее и дифференциальное включения ОУ.

Инвертирующее включение является одной из основных схем включения ОУ. В этом случае сигнал $U_{вх}$ подаётся на инвертирующий вход ОУ, а неинвертирующий вход «зануляется» к общему проводу через резистор R_2 или напрямую (рис. 10.54) [4].

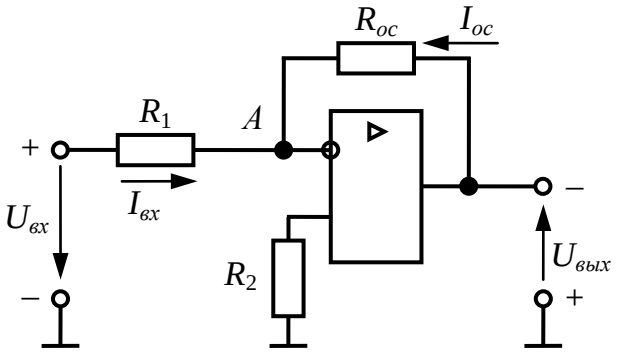


Рис. 10.54. Инвертирующее включение операционного усилителя

В этой схеме выходное напряжение $U_{вых}$ инвертировано по фазе по отношению к входному напряжению $U_{вх}$. Резисторы R_1 и $R_{ос}$ создают параллельную отрицательную ОС по напряжению. Резистор R_2 уменьшает паразитное постоянное напряжение на выходе каскада.

Введение ОС в схему приводит к тому, что ОУ стремится компенсировать дифференциальный сигнал $U_{диф}$, сводя его к нулю, за счет выходного напряжения, поступающего на инвертирующий вход усилителя. В идеальном ОУ $U_{диф} \to 0$, поэтому потенциал инвертирующего входа будет равен нулю, так как неинвертирующий вход заземлен. Точка *A* называется «виртуальным нолём» схемы. Напряжение на резисторе ОС $R_{ос}I_{ос}$ равно выходному напряжению $U_{вых}$, и входной ток схемы $I_{вх}$, текущий через резистор R_1, равен току цепи ОС $I_{ос}$. Поэтому

$$\frac{U_{вх}}{R_1} = -\frac{U_{вых}}{R_{ос}}, \qquad (10.59)$$

откуда коэффициент усиления напряжения K_u схемы инвертирующего ОУ определяется выражением

$$K_u = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = -\frac{R_{ос}}{R_1}. \qquad (10.60)$$

Если $R_{ос} = R_1$, то $K_u = -1$ и ОУ становится *инвертирующим повторителем напряжения*, у которого $U_{вых} = -U_{вх}$.

Достоинством схемы является малое значение синфазного напряжения, практически равного нулю. Тот факт, что коэффициент усиления напряжения K_u определяется всего лишь соотношением двух сопротивлений, делает применение инвертирующего усилителя очень гибким.

Неинвертирующее включение ОУ. В этом случае сигнал $U_{вх}$ подается на неинвертирующий вход ОУ, а инвертирующий вход «зануляется» к общему проводу через резистор R_1 (рис. 10.55, *а*). В этой схеме выходное напряжение $U_{вых}$ совпадает по фазе со входным напряжением $U_{вх}$. Резисторы R_1 и $R_{ос}$ создают последовательную отрицательную ОС по напряжению, вследствие чего входное сопротивление схемы велико (для ОУ с биполярными транзисторами на входе оно превышает 10^8 Ом), а выходное – доли Ом [4].

В идеальном ОУ $U_{диф} \to 0$, поэтому потенциал инвертирующего входа – точка *A* – будет равен входному напряжению $U_{вх}$. ОС неинвертирующего усилителя представляет собой делитель выходного напряжения, тогда для инвертирующего входа можно записать выражение

$$U_A = U_{вх} = \frac{R_1}{R_1 + R_{ос}} U_{вых}, \qquad (10.61)$$

откуда коэффициент усиления напряжения K_u схемы неинвертирующего ОУ определяется выражением

$$K_u = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = 1 + \frac{R_{ос}}{R_1}. \qquad (10.62)$$

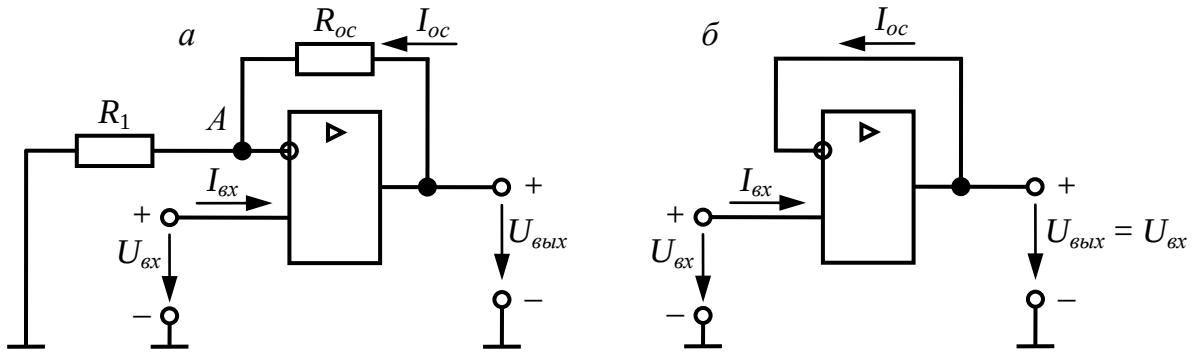


Рис. 10.55. Неинвертирующее включение операционного усилителя

При $R_1 = \infty$ и $R_{ос} = 0$ получаем *неинвертирующий повторитель* на ОУ, коэффициент усиления которого равен единице ($K_u = 1$) и который будет практически идеально повторять входное напряжение (рис. 10.55, *б*). Такой каскад обладает максимальным входным и минимальным выходным сопротивлением. Он обеспечивает максимальную развязку между входным и выходным зажимами и обычно используется как буферный каскад в тех случаях, когда необходимо минимизировать влияние предыдущего каскада на следующий.

Главное достоинство схемы – высокое входное сопротивление, недостаток – на входе ОУ имеется синфазное напряжение, равное входному сигналу.

Суммирующие включения ОУ. Для суммирования нескольких напряжений можно применить схему *инвертирующего сумматора*. Входные напряжения через добавочные резисторы подаются на инвертирующий вход усилителя (рис. 10.56). В схеме выходное напряжение $U_{вых}$ инвертировано по фазе по отношению ко входным напряжениям [4].

Полагаем, что на входы поданы положительные относительно общей точки схемы напряжения. Поскольку инвертирующий вход ОУ – точка *A* – в этой схеме является «виртуальным нолём», уравнения токов, выраженных через напряжения сигналов и сопротивления резисторов, согласно первому закону Кирхгофа, имеет вид

$$\frac{U_{вх1}}{R_1}+\frac{U_{вх2}}{R_2}+\frac{U_{вых}}{R_{ос}}=0, \qquad (10.63)$$

откуда выходное напряжение $U_{вых}$ схемы инвертирующего сумматора на ОУ с учетом масштабных коэффициентов усиления определяется выражением

$$U_{вых}=-(K_{u1}U_{вх1}+K_{u2}U_{вх2}); \qquad (10.64)$$

$$K_{ui}=\frac{R_{ос}}{R_i}. \qquad (10.65)$$

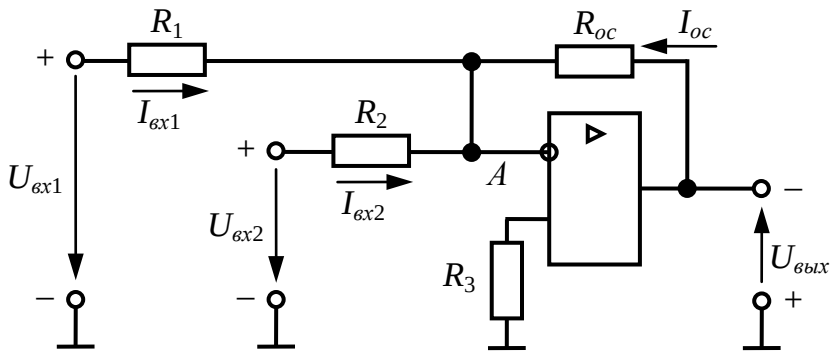


Рис. 10.56. Схема инвертирующего сумматора на ОУ

Достоинства схемы в отсутствии взаимного влияния входных сигналов, простота и возможность суммировать сигналы с различными масштабными коэффициентами. Недостатком схемы является инвертированное выходное напряжение.

Схема *неинвертирующего сумматора* позволяет суммировать сигналы с различными масштабными коэффициентами [4].

Входные напряжения, разделённые общим сопротивлением R_3, подаются через добавочные резисторы на неинвертирующий вход усилителя (рис. 10.57). В этой схеме выходное напряжение $U_{вых}$ совпадает по фазе со входными напряжениями.

В идеальном ОУ $U_{диф} \to 0$, поэтому потенциал инвертирующего входа – точка A – будет равен потенциалу неинвертирующего входа – точка B. ОС неинвертирующего сумматора представляет собой делитель выходного напряжения, тогда для инвертирующего входа можно записать выражение

$$U_A=U_B=\frac{R_4}{R_4+R_{ос}}U_{вых}. \qquad (10.66)$$

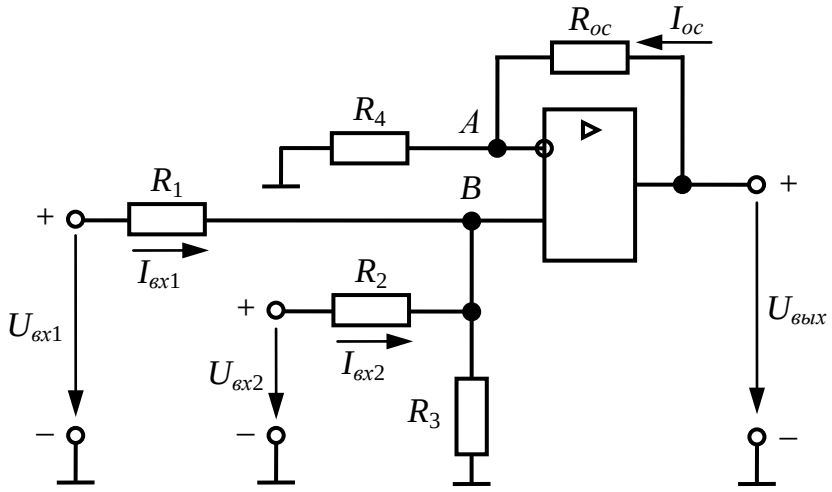


Рис. 10.57. Схема неинвертирующего сумматора на ОУ

Общим напряжением неинвертирующего входа усилителя является напряжение на разделительном сопротивлении R_3. Его можно выразить через суммируемые напряжения $U_{вх1}$ и $U_{вх2}$:

$$U_B = U_{R3} = \frac{R_2 R_3 U_{вх1}}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} + \frac{R_1 R_3 U_{вх2}}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}, \qquad (10.67)$$

откуда выходное напряжение $U_{вых}$ схемы неинвертирующего сумматора на ОУ определяется выражением

$$U_{вых} = \left(1 + \frac{R_{ос}}{R_4}\right) \frac{R_2 R_3 U_{вх1}}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} + \frac{R_1 R_3 U_{вх2}}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}. \qquad (10.68)$$

Главный недостаток данной схемы – сложность при настройке масштабных коэффициентов, так как каждый коэффициент зависит от всех резисторов многовходового делителя. Однако настройка коэффициентов заметно упрощается при равенстве входных сопротивлений $R_1 = R_2 = R_3$.

Вычитающие включения ОУ. Вычитатели сигналов строят, как правило, с использованием дифференциальной схемы включения ОУ [4].

Дифференциальная схема ОУ предназначена для усиления разности двух входных напряжений $U_{вх1}$ и $U_{вх2}$ (рис. 10.58). При этом напряжение, приложенное к обоим входам усилителя относительно земли (синфазная помеха), усиливаться не будет. Как правило, такие усилители используются как входные каскады при приёме сигнала с длинных линий. Схема является комбинацией схем инвертирующего и неинвертирующего включений ОУ. При этом для выравнивания коэффициентов передачи с обоих входов напряжение $U_{вх2}$ на неинвертирующий вход ОУ подаётся через резистивные делители R_2 и R_3.

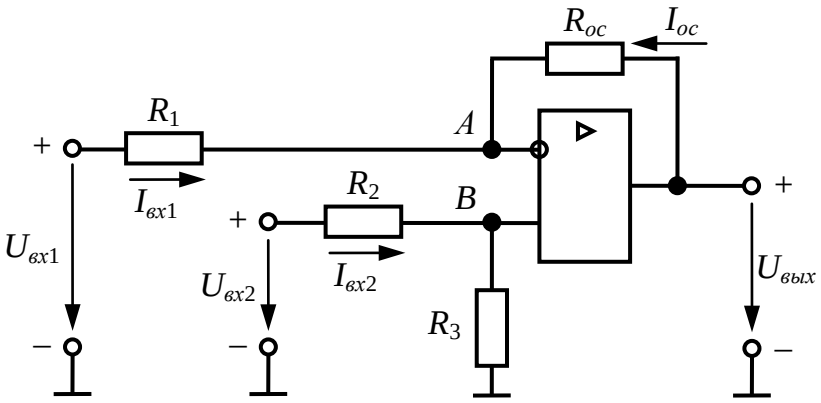


Рис. 10.58. Дифференциальная схема операционного усилителя

Пусть $U_{вх2} = 0$, тогда схема представляет собой инвертирующий усилитель с выходным напряжением

$$U'_{вых} = -\frac{R_{ос}}{R_1} U_{вх1}. \qquad (10.69)$$

На неинвертирующем входе имеется делитель напряжения, тогда для неинвертирующего входа можно записать выражение

$$U_B = \frac{R_3}{R_2 + R_3} U_{вх2}. \qquad (10.70)$$

В случае $U_{вх1} = 0$ схема является неинвертирующим усилителем и выходное напряжение получается

$$U''_{вых} = \left(1 + \frac{R_{ос}}{R_1}\right) U_B. \qquad (10.71)$$

В случае наличия обоих входных напряжений итоговое выходное напряжение

$$U_{вых} = U'_{вых} + U''_{вых}. \qquad (10.72)$$

С учетом выражений (10.70), (10.71) и (10.72) получим

$$U_{вых} = \left(1 + \frac{R_{ос}}{R_1}\right) \frac{R_3}{R_2 + R_3} U_{вх2} - \frac{R_{ос}}{R_1} U_{вх1}. \qquad (10.73)$$

Недостаток данной схемы – сложность при настройке масштабных коэффициентов для напряжений. Однако настройка заметно упрощается при выполнении равенств сопротивлений $R_2 = R_1$ и $R_3 = R_{ос}$. Тогда выражение (10.73) принимает вид

$$U_{вых} = \frac{R_{ос}}{R_1}\left(U_{вх2} - U_{вх1}\right). \qquad (10.74)$$

Достоинство схемы в одновременном использовании двух входов, что обеспечивает большой коэффициент ослабления синфазного сигнала. Недостатком схемы является несимметричность входных сопротивлений, что существенно сказывается при больших сопротивлениях источников сигналов.

Вышеописанных недостатков лишен *дифференциальный усилительный каскад* на трёх ОУ (рис. 10.59). Данная каскадная дифференциальная схема представляет собой два входных совмещенных неинвертирующих усилителя (DA1 и DA2) и один выходной дифференциальный усилитель DA3. За счёт этого обеспечивается симметрия схемы, очень высокий коэффициент ослабления синфазного сигнала и очень высокие входные сопротивления [4].

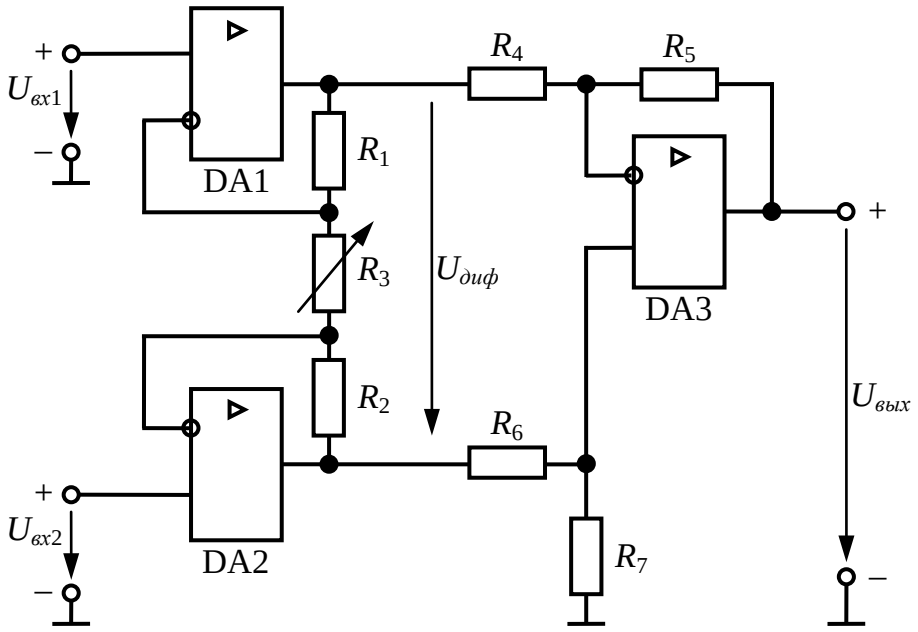


Рис. 10.59. Каскадная дифференциальная схема

Выходное напряжение входного неинвертирующего каскада

$$U_{диф} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3}\left(U_{вх1} - U_{вх2}\right). \qquad (10.75)$$

Этот дифференциальный сигнал усиливается выходным дифференциальным каскадом до напряжения $U_{вых}$. При выполнении равенств сопротивлений $R_1 = R_2$ и $R_4 = R_5 = R_6 = R_7$ можно с учётом формулы (10.73) записать следующее выражение:

$$U_{вых} = U_{диф} = \left(1 + \frac{2R_1}{R_3}\right)\left(U_{вх1} - U_{вх2}\right). \qquad (10.76)$$

Резистор R_3 можно сделать переменным, тогда усилением всего усилителя можно управлять с помощью одного регулировочного резистора (обычно $R_3 << R_1 + R_2$). Такая каскадная дифференциальная схема называется *измерительным усилителем*, используемым в датчиках и тестирующем оборудовании.

Так как в таком усилителе содержатся исключительно ОУ и резисторы, то возможно построение измерительного усилителя на одном кристалле в виде единой интегральной микросхемы. Такие микросхемы называются также *инструментальными усилителями*, причем для резистора R_3 делаются внешние выводы и путем подключения единственного внешнего для ИМС сопротивления происходит регулировка усиления.

Интегрирующая схема на ОУ. Операция интегрирования широко применяется при обработке и генерировании электрических сигналов. Интегратор может служить источником линейно изменяющегося напряжения, необходимого, например, в осциллографах в качестве генератора развёртки, используемого также при реализации некоторых методов цифроаналогового преобразования. Если на вход интегратора подать постоянное напряжение, на выходе получим линейно-возрастающее напряжение, которое будет увеличиваться вплоть до напряжения насыщения [4].

В простейшем интеграторе, выполненном на основе инвертирующего усилителя (рис. 10.60, *а*), вместо резистора, соединяющего вход и выход ОУ, включается конденсатор *C*. В связи с использованием инвертирующего входа результат интегрирования на выходе схемы является инвертированным.

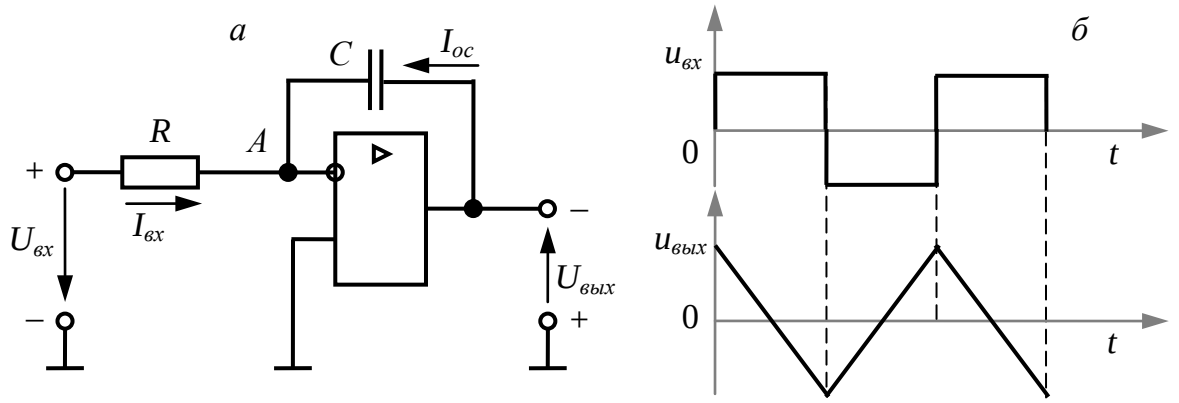


Рис. 10.60. Интегратор на операционном усилителе

Весь входной ток интегратора $I_{вх}$ течёт через конденсатор. Учитывая особенности работы конденсатора в переходном режиме, получаем для выходного напряжения интегратора выражение

$$U_{вых} = U_0 - \frac{1}{RC}\int U_{вх}(t)dt, \qquad (10.77)$$

где $U_0 = U_{вых}(0)$ – исходное выходное напряжение интегратора.

Интеграторы широко применяются на практике, например в аналоговых решающих устройствах или генераторах пилообразного напряжения. Если на вход интегратора подать прямоугольное гармоническое напряжение, то на выходе сигнал будет пилообразной формы (рис. 10.60, *б*), т.е. изменение выходного напряжения во времени представляет собой наклонную прямую с полярностью, противоположной полярности входного сигнала.

Результатом интегрирования гармонической синусоидальной функции является гармоническое синусоидальное напряжение, сдвинутое по фазе на 90°.

Дифференцирующая схема на ОУ. Дифференциатор создаёт выходное напряжение, пропорциональное скорости изменения входного. При дифференцировании усилитель должен пропускать только переменную составляющую входного напряжения и коэффициент усиления дифференцирующей схемы должен возрастать при увеличении скорости изменения входного сигнала. Выполнить эти требования позволяет использование в качестве входного элемента операционного усилителя конденсатора *C* [4].

Простейшая схема дифференциатора (рис. 10.61, *а*) построена также на основе инвертирующего усилителя. Выходное напряжение дифференциатора пропорционально производной от напряжения на входе и инвертировано по отношению к нему (рис. 10.61, *б*).

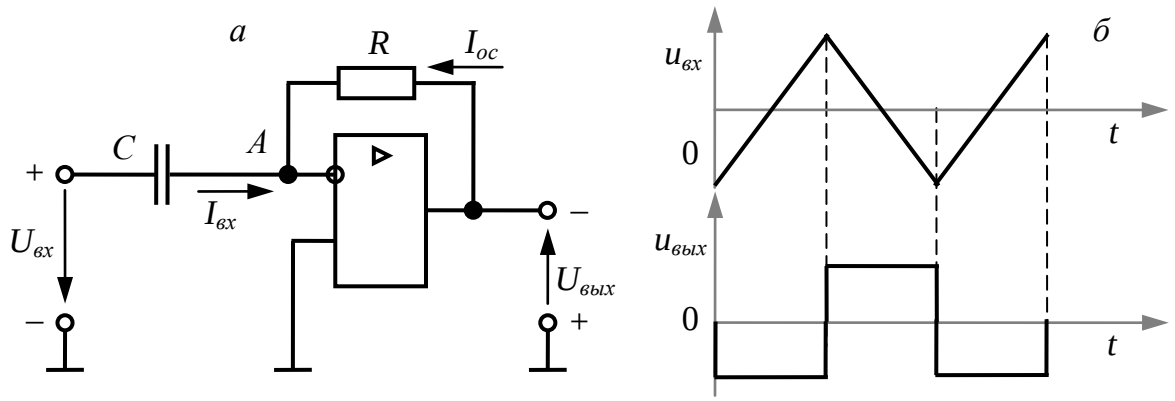


Рис. 10.61. Дифференциатор на операционном усилителе

Выходное напряжение $U_{вых}$ схемы дифференциатора на ОУ определяется выражением

$$U_{вых} = -RC\frac{dU_{вх}(t)}{dt}. \qquad (10.78)$$

Уменьшение реактивного сопротивления X_C входной цепи с увеличением частоты сигнала приводит к тому, что схема дифференциатора имеет высокий коэффициент усиления по отношению к высокочастотным составляющим на входе, даже если их частоты лежат выше полосы частот полезного сигнала. Однако вместе с высокочастотными составляющими спектра полезного входного сигнала схема усиливает собственные паразитные шумы сопротивлений и полупроводниковых элементов, что является «минусом» дифференциатора.

Чтобы устранить вышеописанный недостаток и понизить чувствительность к помехам, необходимо ослабить эффективное усиление дифференциатора на высоких частотах. Для этого последовательно со входным конденсатором C включают резистор (обычно 1кОм), а параллельно резистору R в ОС – конденсатор небольшой ёмкости (примерно – 100 пФ), экспериментально подбирают значения этих параметров так, чтобы достичь приемлемого компромисса между чувствительностью к помехам и точностью дифференцирования.

Компараторы на ОУ. Компараторы напряжения – устройства, предназначенные для сравнения по уровню двух аналоговых сигналов, один из которых является входным (измеряемым) $U_{вх}$, а второй – опорным (задающим) $U_{оп}$. В момент равенства мгновенных значений входных сигналов напряжение на выходе компаратора резко изменяется. Кроме функций сравнения, компаратор осуществляет формирование выходных сигналов в виде двух дискретных уровней, один из которых соответствует логической «1», а другой – логическому «0» [4].

Схема простейшего компаратора для сравнения однополярных сигналов приведена на рис. 10.62, *а*. В неё входит ОУ с цепями питания и коррекции. Схема не содержит ОС. Выходное напряжение компаратора равно

$$U_{вых} = K_u(U_{оп} - U_{вх}). \qquad (10.79)$$

Так как K_u велик, а ОС отсутствует, то оно принимает одно из двух дискретных значений: $-U_{вых.\max}$ или $+U_{вых.\max}$. При $U_{оп} > U_{вх}$, $U_{оп}$ поступает на неинвертирующий вход ОУ, поэтому достаточно даже незначительной разности входных сигналов ($U_{оп} - U_{вх}$), чтобы $U_{вых}$ приняло значение $+U_{вых.\max}$. При $U_{оп} < U_{вх}$ выходное напряжение принимает значение $-U_{вых.\max}$ (рис. 10.62, *б*).

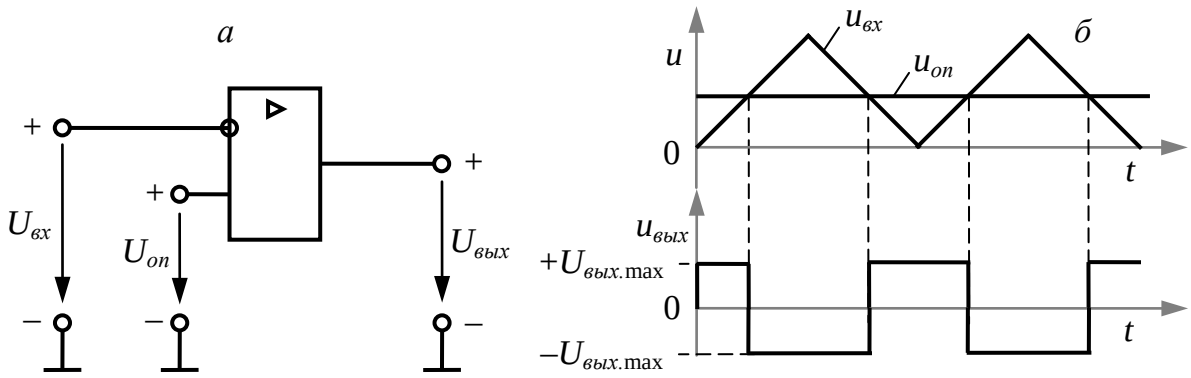


Рис. 10.62. Простейший компаратор на операционном усилителе

При смене знака разности входных потенциалов выходное напряжение не может мгновенно перейти из одного уровня насыщения к другому, так как величина скорости нарастания операционного усилителя ограничена, поэтому одним из параметров компаратора является *время переключения*.

Компараторы на ОУ позволяют сравнивать сигналы с порогом чувствительности, равным десяткам микровольт при времени переключения порядка единиц микросекунд. Специализированные интегральные компараторы имеют несколько худший порог чувствительности (порядка сотен микровольт) при меньшем времени переключения (порядка сотен наносекунд).

Рассмотренная на рис. 10.62, *а* схема обладает низкой помехоустойчивостью, так как компаратор может ложно переключиться под действием помехи с малым напряжением, наложенной на полезный сигнал. Это явление получило название *дребезга компаратора*, оно особенно проявляется при медленном изменении входного сигнала.

Более высокой помехоустойчивостью обладает компаратор, в который введена положительная ОС на резисторах R_1 и $R_{ос}$. Такая схема (рис. 10.63, *а*) известна под названием *триггер Шмидта*. Триггер Шмитта функционально является компаратором, уровни включения и выключения которого не совпадают, как у обычного компаратора, а различаются на величину, называемую *гистерезисом переключения* $\Delta U_г$. Если к инвертирующему входу приложено большое отрицательное напряжение $-U_{вх}$, то выходное напряжение компаратора составит $U_{вых} = +U_{вых.\max}$ и на неинвертирующем входе ОУ будет иметься напряжение

$$U_{R1.\max} = \frac{R_1}{R_1 + R_{ос}} U_{вых.\max}. \qquad (10.80)$$

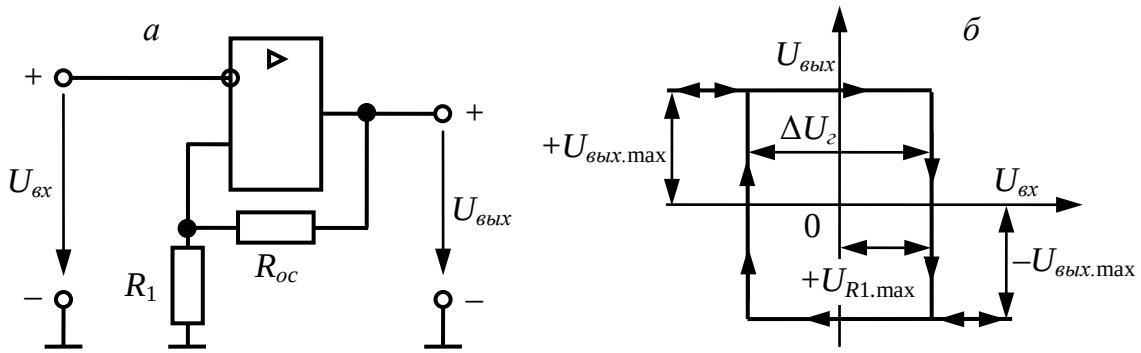


Рис. 10.63. Триггер Шмитта на операционном усилителе

Амплитудная характеристика триггера Шмидт представлена на рис. 10.63, *б*. При повышении входного напряжения $U_{вх}$ величина выходного напряжения $U_{вых}$ сначала не меняется, но как только $U_{вх}$ достигает значения $+U_{R1.\max}$, выходное напряжение начинает падать, а вместе с ним снижается и потенциал на неинвертирующем входе U_{R1}. В результате напряжение $U_{вых}$ падает до величины $-U_{вых.\max}$, а напряжение U_{R1} – до $-U_{R1.\max}$. Достигнутое состояние останется стабильным, пока входное напряжение $U_{вх}$ не уменьшится до значения $-U_{R1.\max}$.

Величина гистерезиса переключения определяется как

$$\Delta U_г = 2U_{R1.\max} = \frac{2R_1}{R_1 + R_{ос}} U_{вых.\max}. \qquad (10.81)$$

Временные диаграммы, соответствующие работе триггера Шмитта при гармоническом входном сигнале, представлены на рис. 10.64.

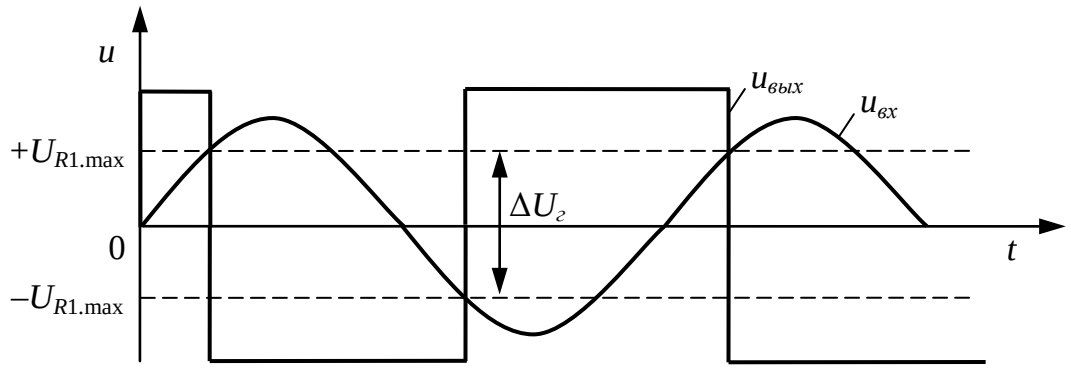


Рис. 10.64. Временные диаграммы триггера Шмитта

Введение гистерезиса переключения исключает ложное срабатывание компаратора, но при этом возникает временная задержка выходного сигнала по сравнению с простым компаратором.

Контрольные вопросы и задания

1. Какие устройства называют усилителями? Перечислите режимы работы усилителей.
2. Изобразите амплитудно-частотную характеристику усилителя.
3. В чём заключается принцип работы типового усилительного каскада на биполярном транзисторе, включенного по схеме с общим эмиттером?
4. Что называют комплексным коэффициентом усиления?
5. Перечислите основные параметры усилительного каскада.
6. Что называют операционным усилителем?
7. Какими особенностями обладают операционные усилители?
8. Какова область применения операционных усилителей?
9. Какие основные выводы имеет операционный усилитель?
10. Что является для операционного усилителя синфазным и дифференциальным сигналами?
11. Назовите основные параметры и характеристики операционных усилителей.
12. Почему операционный усилитель имеет две амплитудные характеристики?
13. Что такое АЧХ и ФЧХ операционного усилителя?
14. Что называют обратной связью операционного усилителя?
15. Какие схемы включения операционного усилителя существуют? для каких целей они используются?
16. Изобразите схемы инвертирующего и неинвертирующего включения операционного усилителя и запишите их коэффициенты усиления.
17. Изобразите схему инвертирующего сумматора и запишите его коэффициент усиления.
18. Изобразите дифференциальную схему операционного усилителя и запишите его коэффициент усиления.
19. Из чего состоит дифференциальный усилительный каскад на операционных усилителях?
20. Изобразите схему интегратора на операционном усилителе и запишите для него формулу выходного напряжения.
21. Изобразите схему дифференциатора на операционном усилителе и запишите для него формулу выходного напряжения.
22. Что называют компаратором?
23. Приведите схему и принцип работы простого компаратора на операционном усилителе.

24. Что называют *дребезгом компаратора*?

25. Приведите схему и амплитудную характеристику триггера Шмитта на операционном усилителе.

26. Опишите принцип работы триггера Шмитта.

27. Чем определяется величина гистерезиса переключения триггера Шмитта?

10.5. Генераторы синусоидальных колебаний

Генераторы синусоидальных колебаний преобразуют энергию источника с постоянной ЭДС в энергию при синусоидальном токе требуемой частоты. Различают генераторы с самовозбуждением (*автогенераторы*) и с независимым возбуждением, которые представляют собой усилители мощности, усиливающие сигналы автогенераторов малой мощности [14].

Условия возникновения колебаний. Положительная обратная связь (ОС) является главной особенностью всех генераторов, построенных на операционных усилителях. При работе операционного усилителя с положительной ОС можно выразить коэффициент усиления такого генератора через коэффициент усиления усилителя без положительной ОС K_u:

$$K_г = \frac{K_u}{(1 - K_u\beta)}, \qquad (10.82)$$

где β – коэффициент передачи цепи положительной ОС.

Условием самовозбуждения генератора является бесконечное значение $K_г$, что в случае положительной ОС выполняется при $K_u\beta = 1$. Это означает, что усилитель создаёт выходной сигнал в отсутствие входного за счёт своего же выхода. Обычно β и K_u зависят от частоты, в этом случае условие генерации можно записать в виде

$$\begin{cases} |K_u(\omega)||\beta(\omega)| = 1; \\ \varphi(\omega) + \psi(\omega) = 2\pi n, \end{cases} \qquad (10.83)$$

где φ и ψ – фазовые углы коэффициента передачи усилителя и цепи положительной ОС; n = 0, 1, 2, ...

Условия (10.83) называются *балансом амплитуд* и *балансом фаз*. Они должны выполняться только при одной угловой частоте работы автогенератора ω, иначе напряжение окажется несинусоидальным и будет иметь несколько гармоник.

По типу используемой цепи обратной связи различают *LC*- и *RC*-генераторы. В *LC*-генераторах (рис. 10.65, *а*) частота колебаний выходного напряжения определяется резонансной частотой параллельного колебательного *LC*-контура

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \qquad (10.84)$$

Усилитель автогенератора охвачен двумя цепями ОС, обеспечивающими режимы балансов амплитуд и фаз. Баланс амплитуд устанавливается цепью отрицательной ОС, состоящей из резисторов R_1 и R_2. С её помощью задаётся требуемый коэффициент усиления

$$\left|K_u(\omega)\right| = \frac{R_2}{R_1}. \qquad (10.85)$$

Баланс фаз обеспечивает цепь положительной ОС, состоящая из резистора *R* и параллельного колебательного *LC*-контура. Коэффициент передачи цепи положительной ОС

$$\beta = \frac{U_{LC}}{U_{вых}} = \frac{R_0}{R_0 + R}, \qquad (10.86)$$

где R_0 – резонансное сопротивление параллельного контура.

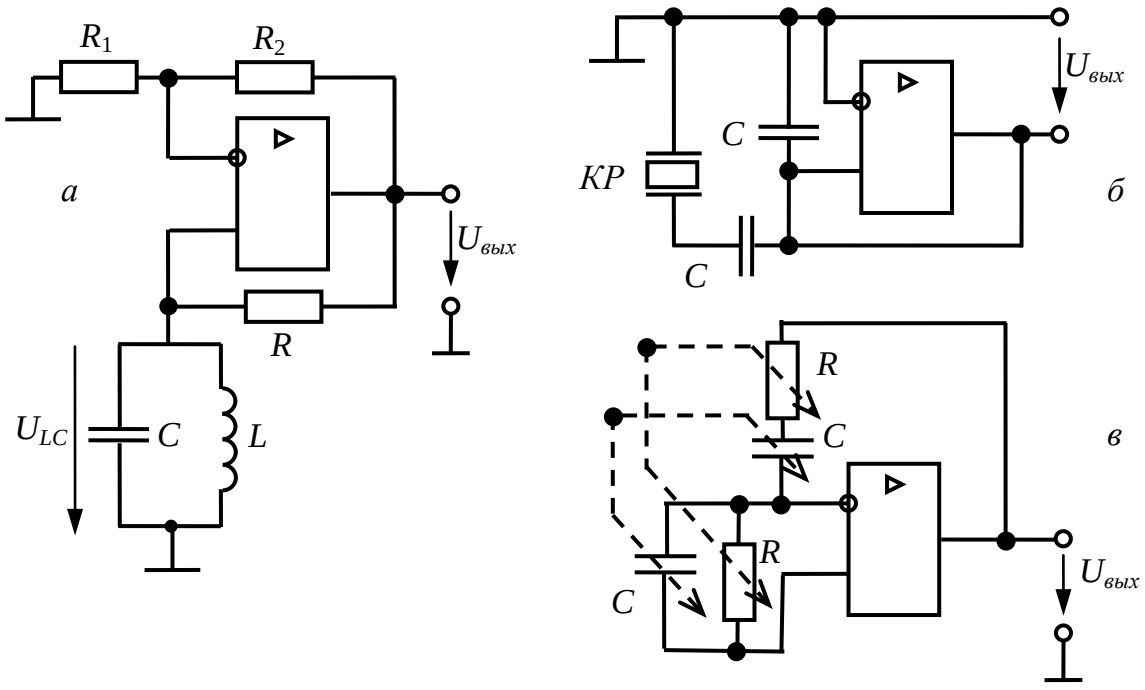


Рис. 10.65. Автогенераторы:
а – *LC*-генератор; *б* – генератор с кварцевой стабилизацией частоты;
в – *RC*-генератор с мостом Вина

К *LC*-генераторам относятся генераторы с кварцевой стабилизацией частоты (рис.10.65, *б*). Данный способ стабилизации частоты основан на применении кварцевого резонатора *КР* вместо элементов *LC*-контура, что позволяет снизить нестабильность частоты колебаний автогенератора до 10^{-7} (Δf = 0,1 Гц при генерируемой частоте f = 1МГц). Кварцевый резонатор представляет собой помещённую в кварцедержатель тонкую прямоугольную пластинку минерала кварца, грани которой определённым образом ориентированы по отношению к осям кристалла. При воздействии на кварцевую пластинку переменного электрического поля в ней возникают упругие механические колебания (обратный пьезоэффект), приводящие, в свою очередь, к появлению зарядов на гранях пластинки.

Как правило, *LC*-генераторы предназначаются для работы в автоматизированных измерительно-вычислительных комплексах и обеспечивают возможность дистанционного управления частотой и уровнем выходного напряжения. Дискретность установки частоты составляет 0,01 Гц.

Технические характеристики *LC*-генераторов в диапазонах достаточно низких частот существенно ухудшаются из-за резкого возрастания величин индуктивностей и ёмкостей колебательного контура и соответствующих им размеров катушек индуктивностей и конденсаторов. Кроме того, их трудно перестраивать по частоте в широких пределах. Поэтому в низкочастотных генераторах гармонических колебаний в качестве колебательных систем и цепей положительной обратной связи используют частотно-избирательные *RC*-цепи. Такие генераторы называют *RC*-генераторами.

Обычно в *RC*-генераторах включают мост Вина, который осуществляет сдвиг фазы сигнала обратной связи на 180º. Генератор на основе моста Вина (рис. 10.65, *в*) является одним из наиболее простых и известных, он широко используется в аудиосхемах. Достоинство этой схемы – малое количество применённых деталей и хорошая стабильность частоты. Частота гармонических колебаний в *RC*-генераторе с мостом Вина

$$f = \frac{1}{2\pi RC}. \qquad (10.87)$$

Основным недостатком схемы является то, что амплитуда выходного сигнала приближается к величине питающих напряжений, что приводит к насыщению выходных транзисторов усилителя и, как следствие, является причиной искажений выходного сигнала.

Контрольные вопросы и задания

1. Для чего применяют генераторы синусоидальных колебаний?
2. В чём заключается условие самовозбуждения генератора?
3. Запишите баланс амплитуд и баланс фаз генератора.
4. Перечислите области применения *LC*- и *RC*-генераторов.
5. Как определяется частота колебаний выходного напряжения в *LC*-генераторах?
6. Чем задаётся баланс амплитуд и фаз в *LC*-генераторах?
7. В чём заключается принцип действия генераторов с кварцевой стабилизацией частоты?
8. Зачем включают мост Вина в структуру *RC*-генераторов?
9. Как определяется частота гармонических колебаний выходного напряжения в *RC*-генераторе с мостом Вина?

10.6. Импульсные и цифровые электронные устройства

Полупроводниковые импульсные и цифровые устройства объединяют обширную группу устройств, которые применяются в системах управления технологическими процессами при передаче информации в измерительной и вычислительной технике.

10.6.1. Работа операционного усилителя в импульсном режиме

Импульсный режим работы ОУ используется в устройствах сравнения измеряемого напряжения с опорным напряжением, называемых компараторами (см. подр. 10.4.3) [4].

На рис. 10.66 представлены схема формирователя импульсов напряжения и временные графики, поясняющие его работу. К неинвертирующему входу ОУ, работающему в режиме компаратора (см. рис. 10.62, *а*), подключен источник постоянной ЭДС E_0, а к инвертирующему – источник с линейно изменяющейся во времени ЭДС $e_c = k \cdot t$ (см. рис. 10.62, *б*). Для упрощения примем, что ОУ идеальный. В момент времени $t_0 = E_0/k$ у напряжения $u_{вх}$ ($u_{вх} = e_C - E_0$) отрицательное значение заменяется положительным. Одновременно с этим в соответствии с амплитудной характеристикой (см. рис. 10.52) напряжение на выходе ОУ скачком изменится от положительного до отрицательного значения максимального напряжения $U_{вых.\max}$.

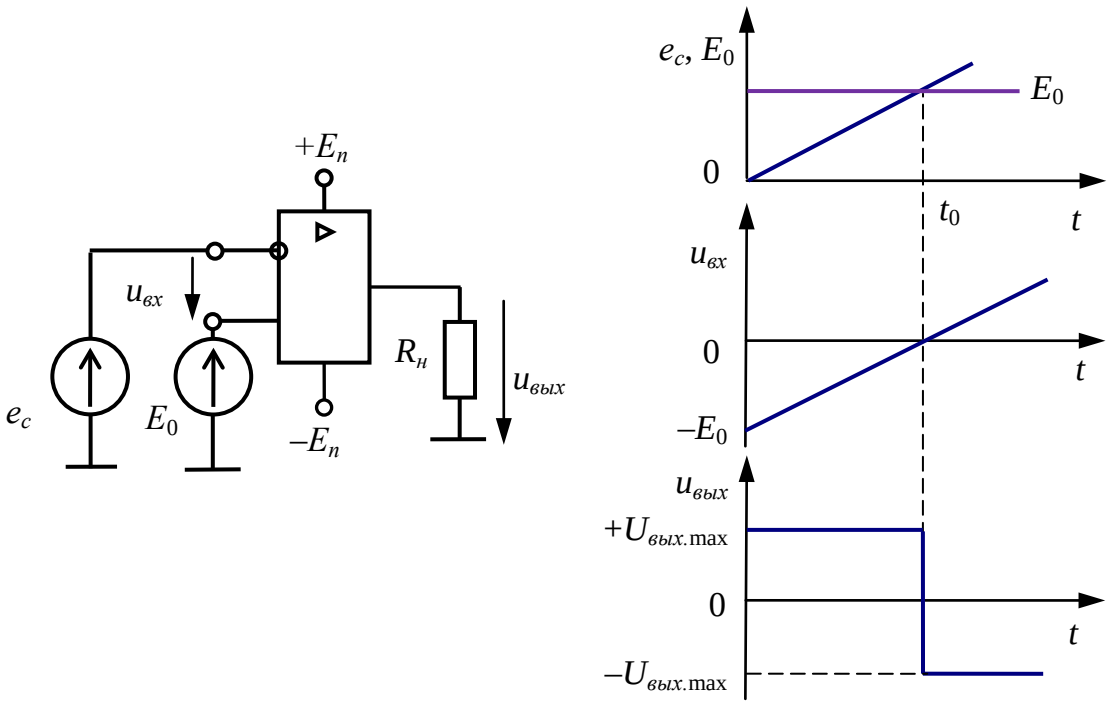


Рис. 10.66. Формирователь импульсов на операционном усилителе

Различают импульсные устройства с несколькими устойчивыми и несколькими временно устойчивыми состояниями. В импульсном устройстве первого типа для изменения устойчивого состояния необходимо однократное внешнее воздействие, изменяющее его режим работы. В импульсном устройстве с временно устойчивыми состояниями происходит периодическое переключение без внешнего воздействия или его состояния восстанавливаются через некоторое время после внешнего воздействия.

10.6.2. Логические элементы

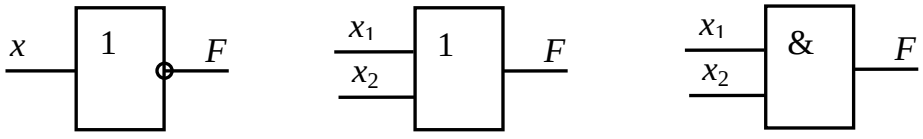
Для своевременного подключения и отключения необходимого оборудования в целях поддержания режимов технологических процессов необходимо принимать те или иные решения в зависимости от конкретных условий. Если наличие или отсутствие каждого условия отождествить с напряжением электрического сигнала различного уровня, то решения можно осуществить с помощью цифровых устройств на основе *логических элементов*. Такие устройства реализуют логическое преобразование совокупности сигналов об условиях работы в совокупность сигналов управления технологическим процессом [11].

В зависимости от схемотехнической реализации логических элементов сигналы на их входах и выходах имеют либо отличное от нуля напряжение (положительное или отрицательное), либо напряжение, близкое к нулю, которые принято условно *отождествлять с логической единицей* или *нулём*. Логические элементы могут работать в режимах положительной логики и отрицательной логики. При этом работу логического элемента можно описать зависимостью логического значения выходного сигнала F от совокупности логических значений входных сигналов x. Такую зависимость принято представлять *таблицей истинности*.

Для любых логических преобразований достаточно иметь три элементарных логических элемента, выполняющих операции: логическое отрицание (логическое НЕ), инвертор (рис.10.67, *а*); логическое сложение (логическое ИЛИ), дизъюнктор (рис.10.67, *б*); логическое умножение (логическое И), конъюнктор (рис.10.67, *в*).

На практике часто используется расширенный набор логических элементов. К ним относятся: стрелка Пирса (ИЛИ-НЕ), штрих Шеффера (И-НЕ); импликация, запрет, равнозначность (рис. 10.68).

Логические элементы выполняют, как правило, в виде интегральных микросхем, каждый корпус которых может содержать несколько логических элементов. По схемотехнической реализации различают серии элементов: ДТЛ – диодно-транзисторная логика; ТТЛ – транзисторно-транзисторная логика на биполярных транзисторах; МДПТЛ – транзисторно-транзисторная логика на МДП-транзисторах и т.д.



x	F
0	1
1	0

а

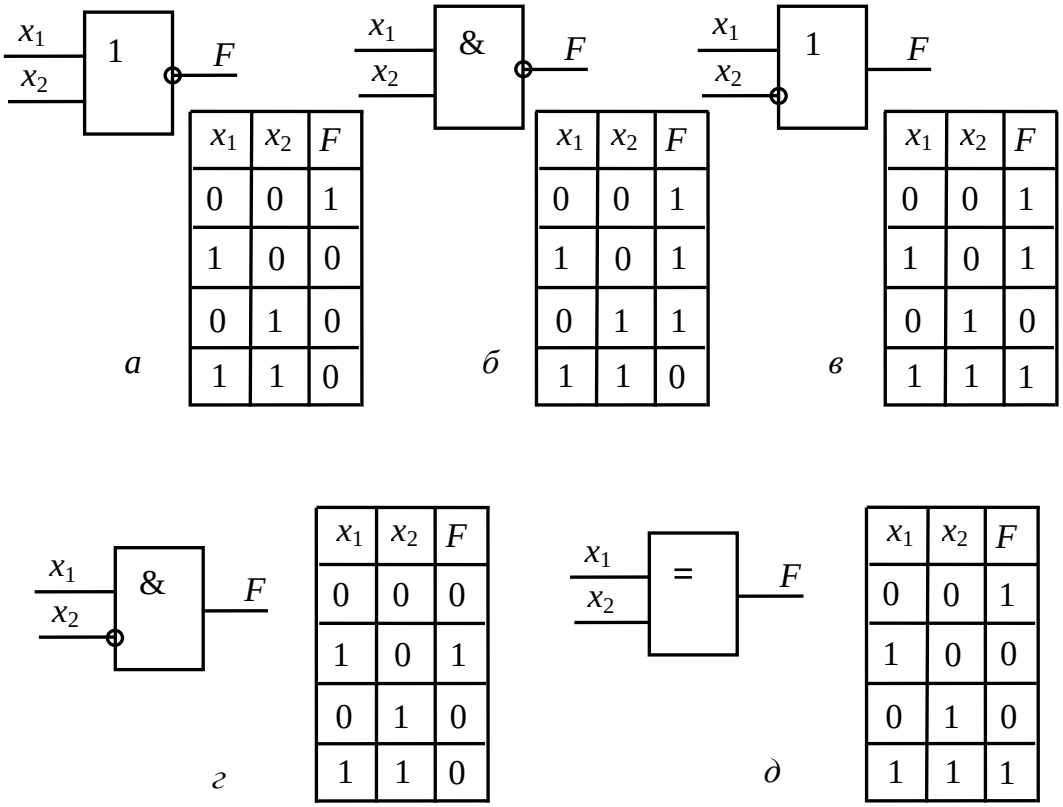
x_1	x_2	F
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

б

x_1	x_2	F
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

в

Рис. 10.67. Обозначения и таблицы истинности основных логических элементов:
а – НЕ; *б* – ИЛИ; *в* – И



x_1	x_2	F
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0

x_1	x_2	F
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

x_1	x_2	F
0	0	1
1	0	1
0	1	0
1	1	1

x_1	x_2	F
0	0	0
1	0	1
0	1	0
1	1	0

x_1	x_2	F
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Рис. 10.68. Обозначения и таблицы истинности логических элементов:
а – ИЛИ-НЕ; *б* – И-НЕ; *в* – импликация; *г* – запрет; *д* – равнозначность

На базе логических элементов построены такие устройства, как *шифраторы*, *дешифраторы*, *мультиплексоры*, *демультиплексоры*, *сумматоры*.

Шифратор (кодер) преобразует сигнал на одном из его входов в *n*-разрядное двоичное число. При появлении сигнала логической единицы на одном из десяти входов на четырёх выходах шифратора будет присутствовать соответствующее двоичное число.

Дешифратор (декодер) преобразует код, поступающий на его *n*- входов, в сигнал логической единицы только на одном из его выходов. Дешифратор *n*-разрядного двоичного числа имеет 2^n выходов.

Различные типы дешифраторов применяются в схемах цифровой индикации информации. Особенно широко применяются дешифраторы, преобразующие информацию в код для семисегментных индикаторов.

Мультиплексор – это устройство, обеспечивающее соединение одного из информационных входов с выходом. Номер информационного входа, который соединяется с выходом, задаётся в двоичном коде на адресных входах. Если мультиплексор имеет *n* адресных входов,

то в нём может быть 2^n информационных входов. Мультиплексор позволяет передавать по одной коммуникационной линии или каналу одновременно несколько различных потоков данных.

Демультиплексор – это устройство, обеспечивающее соединение одного из информационных выходов с одним входом. Номер информационного выхода, который соединяется с входом, задаётся в двоичном коде на адресных входах. Если демультиплексор имеет *n* адресных входов, то в нем может быть 2^n информационных выходов.

Разновидностью логического элемента «ИЛИ-НЕ» является *сумматор.* Основной элементарной операцией, выполняемой над кодами чисел в цифровых устройствах, является арифметическое сложение. Сумматор – логический операционный узел, выполняющий арифметическое сложение двух чисел.

При арифметическом сложении выполняются и другие дополнительные операции: учёт знаков чисел, выравнивание порядков слагаемых и тому подобное. Указанные операции выполняются в арифметико-логических устройствах, ядром которых являются сумматоры.

10.6.3. Импульсные устройства с временно устойчивыми состояниями

Импульсные устройства с временно устойчивыми состояниями являются источниками импульсов, параметры которых и частота следования могут регулироваться в широких пределах.

Мультивибратор – устройство с двумя временно устойчивыми состояниями, представляющее собой генератор импульсов напряжения прямоугольной формы. Обычно он служит для запуска в работу других импульсных устройств при их совместной синхронной работе. Наиболее распространены мультивибраторы на основе операционного усилителя. Различают симметричные и несимметричные мультивибраторы. У первых длительности прямоугольных импульсов и интервалы времени между ними равны, у вторых различны [11, 14].

Одновибратор – устройство с одним устойчивым и одним временно устойчивым состоянием, предназначенное для формирования однократного прямоугольного импульса напряжения требуемой длительности при воздействии на входе импульса напряжения от внешнего источника. Одновибраторы применяются для стабилизации импульсов напряжения по длительности, управления работой электромагнитных реле, задержки импульсов напряжения и деления частоты их повторения [11, 14].

10.6.4. Импульсные устройства с устойчивым состоянием. Триггеры

Триггерами называются импульсные устройства с двумя устойчивыми состояниями, которым соответствуют различные значения напряжений на информационных выходах. Они применяются в счётчиках импульсов напряжения, делителях частоты следования импульсов напряжения и т.д. [11, 14].

По способу управления триггеры делятся на асинхронные и синхронные. В *асинхронных триггерах* переключение из одного устойчивого состояния в другое осуществляется под действием определённой совокупности импульсов напряжения на управляющих входах. В *синхронных триггерах* такое переключение возможно только при совпадении во времени определённой совокупности импульсов напряжения на управляющих входах и импульса напряжения на входе синхронизации (тактового импульса).

Различают несколько типов триггеров: *RS*-, *T*-, *D*-, *JK*- и др., названия которых отражают принятые обозначения для управляющих входов. Триггеры обычно реализуются на основе логических элементов и выпускаются в виде микросхем.

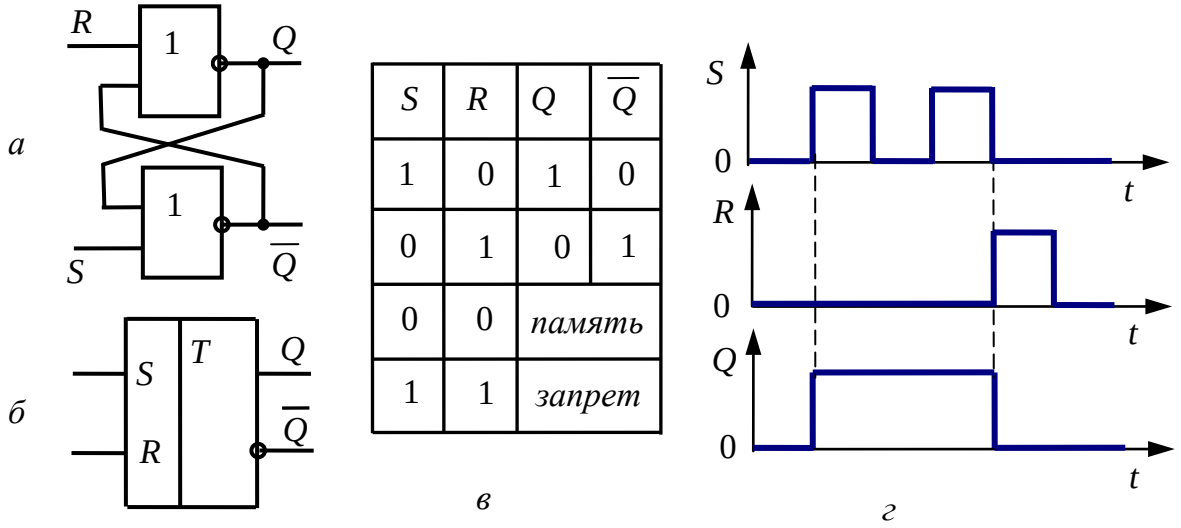
Выделяют *однотактные* (обозначение *Т*) и *двухтактные* (обозначение *ТТ*) *триггеры*. Однотактные триггеры переключаются по переднему фронту тактового импульса, а двухтактные – по его заднему фронту. Триггеры имеют два взаимоинверсных выхода: *прямой Q* и *инверсный* $\overline{Q}$. Триггер находится в единичном состоянии, когда $Q = 1$; $\overline{Q} = 0$, и в нулевом, когда $Q = 0$; $\overline{Q} = 1$.

На рис. 10.69 показана логическая схема, условное обозначение и таблица состояний *RS-триггера*, выполненного на логических элементах ИЛИ-НЕ. Этот триггер имеет два управляющих входа: *R* и *S*.

Вход, по которому триггер устанавливается в единичное состояние, называют входом *S* (от англ. *set* – установка), а в нулевое – входом *R* (*reset* – сброс). Если $S = 1$; $R = 0$, то триггер переходит в единичное состояние; при $S = 0$; $R = 1$ – в нулевое состояние. При установке на входах логических нулей ($S = 0$; $R = 0$) триггер сохраняет предыдущее состояние. Такую комбинацию входных сигналов называют нейтральной, или «памятью». Если на входы одновременно поступают единичные сигналы ($S = 1$; $R = 1$), то на обоих выходах появляются логические нули $Q = 0$; $\overline{Q} = 0$, и триггер утрачивает свои свойства, поскольку под воздействием внутренних факторов он может равновероятно перейти как в единичное, так и в нулевое состояние. Такая комбинация входных сигналов является запрещённой для триггера – «запрет».

Построенный на элементах ИЛИ-НЕ и переключающийся единичными сигналами *RS*-триггер *называют триггером с прямыми входами*, *RS*-триггер, выполненный на базовых элементах И-НЕ, – *триггером с инверсными входами*. Чтобы *RS*-триггер на логических элементах И-НЕ вырабатывал те же сигналы, что и триггер с прямыми входами, необходимо подавать на его входы инверсные сигналы.

Синхронный *RS*-триггер отличается от асинхронного наличием входа *C* для синхронизирующих тактовых импульсов. Переключение этого триггера под действием сигналов на входах *R* и *S* происходит только при появлении высокого уровня на тактовом входе *C*.



S	R	Q	$\overline{Q}$
1	0	1	0
0	1	0	1
0	0	*память*	
1	1	*запрет*	

Рис. 10.69. *RS*-триггер:
а – логическая схема; *б* – условное обозначение;
в – таблица состояний; *г* – временные графики

T-триггер, или *счётный триггер*, имеет только один управляющий вход *T* (рис. 10.70, *а*), и его переключение происходит в момент поступления очередного входного импульса. Счётным он называется потому, что подсчитывает количество импульсов, поступивших на его вход.

T-триггер может быть выполнен на основе двухтактного *D*-триггера с динамическим управлением путём соединения инверсного выхода со входом *D* (рис. 10.70, *б*).

Период повторения выходных импульсов *T*-триггера в два раза больше периода повторения входных импульсов (рис. 10.70, *в*). Поскольку частота следования выходных импульсов в этом случае уменьшается вдвое, то *T*-триггеры широко используются в делителях частоты, также *T*-триггеры используются при построении схем различных счётчиков.

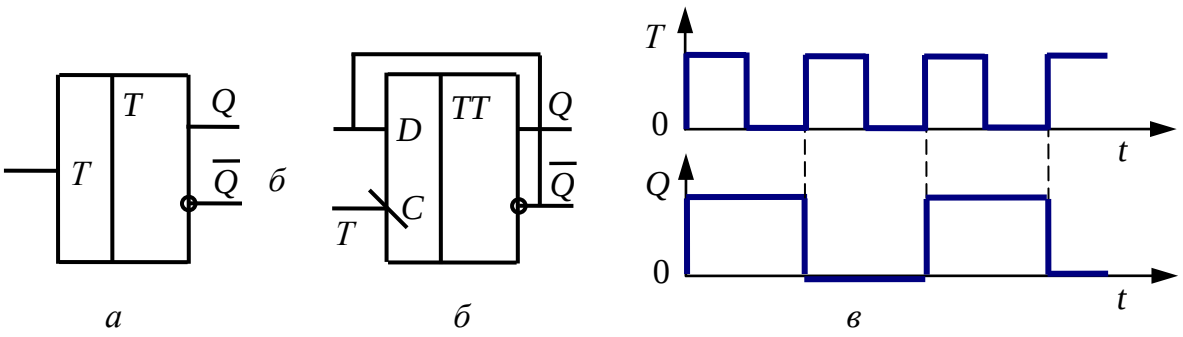


Рис. 10.70. *T*-триггер:
а – условное обозначение; *б* – схема из *D*-триггера; *в* – временные графики

D-триггер имеет прямые или инверсные установочные входы *R* и *S*, один управляющий вход *D* (*delay* – задержка) и вход синхронизации *C* (*clock* – фиксация времени) (рис. 10.71, *а*). Входы *R* и *S* служат для предварительной установки *D*-триггера в нулевое или единичное состояние ($Q = 0$ или $Q = 1$). Сигнал на управляющем входе $D = 1$ или $D = 0$ устанавливает триггер в устойчивое состояние с одноимённым значением на прямом информационном выходе $Q = 1$ или $Q = 0$ только при одновременном действии импульса положительной полярности на входе синхронизации *C* (рис. 10.71, *б*), т.е. у *D*-триггеров с потенциальным управлением информация со входа *D* переписывается на выход *Q* в течение времени, при котором синхросигнал активен $C = 1$. В *D*-триггерах с динамическим входом *C* информация записывается только в течение перепада напряжения на входе *C*.

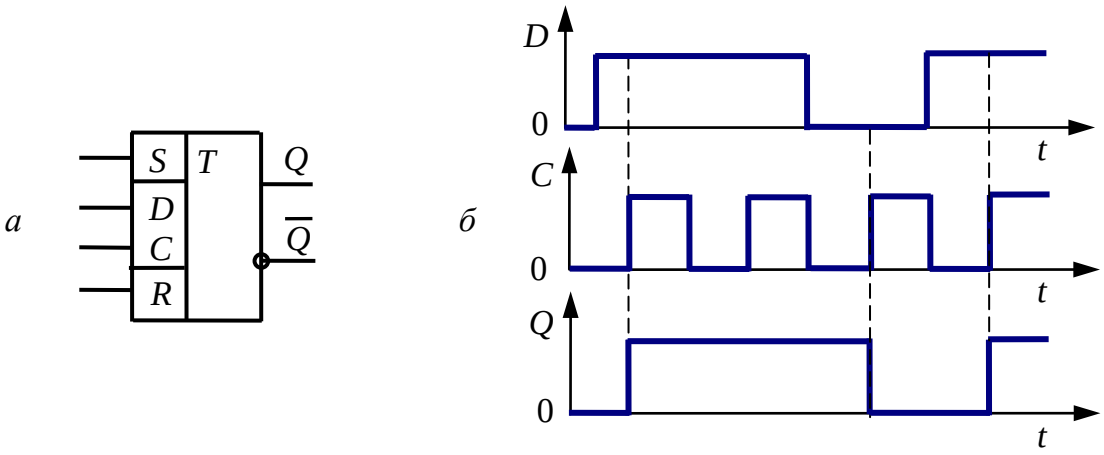


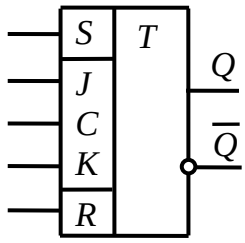
Рис. 10.71. *D*-триггер:
а – условное обозначение; *б* – временные графики

Так как информация на выходе остаётся неизменной до прихода очередного импульса синхронизации, *D*-триггер называют также *триггером с запоминанием информации* или *триггером-защёлкой*.

JK-триггер имеет два управляющих входа *J* (*jump* – прыжок), *K* (*kill* – отключение), входы *R* и *S* принудительной установки триггера в состояние 0 или 1, вход синхронизации *C* (рис. 10.72, *а*). *JK*-триггер называют универсальным потому, что на его основе с помощью несложных коммутационных преобразований можно получить *RS*- и *T*-триггеры, а если между входами *J* и *K* включить инвертор, то получится схема *D*-триггера.

Таблица состояний *JK*-триггера представлена на рис. 10.72, *б*. Если сигнал *C* = 1, то *JK*-триггер функционирует как *RS*-триггер с прямыми входами, при этом вход *J* предназначен для установки триггера в состояние 1, а вход *K* – в состояние 0. Комбинация сигналов *J* = 1 и *K* = 1 не является запрещённой для *JK*-триггера – в этом случае независимо от исходного состояния триггера происходит его переключение на противоположное (т.е. выполняется операция инверсии) в течение действия переднего фронта импульса синхронизации положительной полярности. При этом частота изменения напряжения на выходе триггера в два раза меньше частоты импульсов синхронизации (рис. 10.72, *в*). Если *J* = 0; *K* = 0, то исходное состояние триггера под действием импульса синхронизации не изменится.

а



б

J	*K*	*Q*	$\overline{Q}$
1	0	1	0
0	1	0	1
0	0	*память*	
1	1	*прыжок*	

в

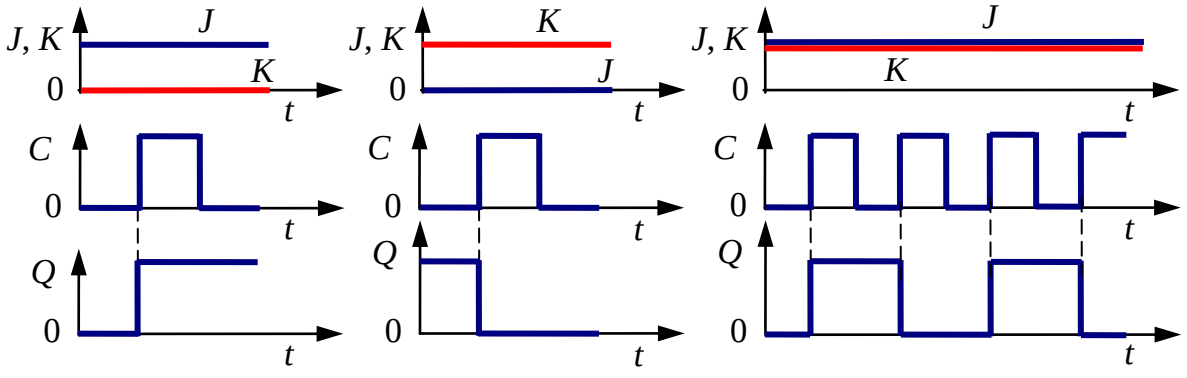


Рис. 10.72. *JK*-триггер:
а – условное обозначение; *б* – таблица состояний; *в* – временные графики

Контрольные вопросы и задания

1. Как происходит формирование импульсов напряжения?
2. В чём состоит отличие импульсных устройств с несколькими устойчивыми и устройств с несколькими временно устойчивыми состояниями?
3. Назовите области применения логических элементов.
4. Что называют логическим нулём? логической единицей? Что такое таблица истинности логического элемента?
5. Перечислите логические элементы. Составьте для логических элементов таблицы истинности.
6. Для чего применяют мультивибратор, одновибратор?
7. Какие устройства называют триггерами?
8. Как происходит формирование сигнала на выходе асинхронного (синхронного) триггера?
9. Как происходит формирование сигнала на выходе однотактных (двухтактных) триггеров?
10. Изобразите *RS*-триггер и его таблицу состояний.
11. Какой триггер называют счётным?
12. Изобразите временные графики, поясняющие работу *D*-триггера.
13. Изобразите *JK*-триггер и его таблицу состояний. Как можно использовать *JK*-триггер в схемах делителей частоты?

10.7. Программируемые устройства. Микропроцессоры

Программируемые цифровые и логические устройства представляют собой универсальные технические средства для создания электронных устройств различного назначения. Они основаны на применении *арифметико-логического устройства* (АЛУ) [11].

АЛУ выполняет арифметические и логические операции над входными величинами A и B в двоичном коде в зависимости от сигналов на управляющих входах M, S_0, S_1, S_2, S_3 и на входе переноса P_0 из внешних цепей (рис. 10.73). Результат операции определяется совокупностью сигналов на выходах F и на переносе P_4 из старшего разряда. При $M = 0$ выполняются арифметические операции (сложение A и B, сложение A и B с добавлением P_0 в младший разряд и т.д.), а при $M = 1$ – логические операции. Комбинация сигналов S_0, S_1, S_2, S_3 определяет, какая именно операция выполняется.

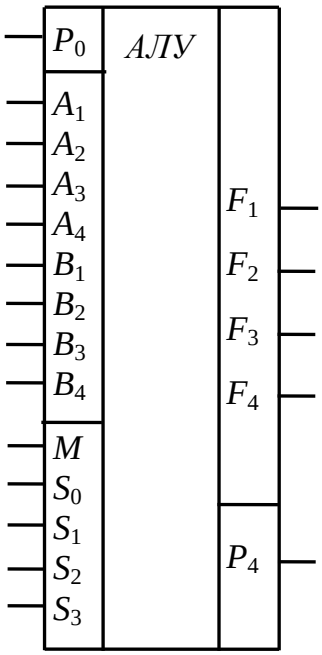


Рис. 10.73. Арифметико-логическое устройство

Несмотря на разнообразие операций, выполняемых АЛУ, они имеют недостатки: отсутствуют операции умножения, деления и т.д. Эта ограниченность преодолена в микропроцессорах.

Микропроцессор – это информационное устройство, реализованное в виде большой интегральной схемы, которое по программе, задаваемой управляющими сигналами, обрабатывает информацию, т.е. реализует операции: арифметические, логические, ввода, вывода и т.д.

Универсальные микропроцессоры предназначены для решения задач цифровой обработки различного типа информации от инженерных расчётов до работы с базами данных, не связанных жесткими ограничениями на время выполнения задания. К ним относятся известные микропроцессоры фирм Intel и AMD.

Однокристальные микроконтроллеры предназначены для использования в системах промышленной и бытовой автоматики. Особенностью микроконтроллеров является размещение на одном кристалле, помимо центрального процессора, внутренней памяти и большого набора периферийных устройств, необходимых для реализации цифровой системы управления минимальной конфигурации. В состав микроконтроллеров входят: процессор (как правило, целочисленный), задающее устройство команд, задающее устройство данных, генератор тактовых сигналов, программируемые устройства для связи с внешней средой (контроллер прерывания, таймеры-счетчики, разнообразные порты ввода/вывода), иногда аналого-цифровые и цифро-аналоговые преобразователи и т.д. В некоторых источниках этот класс микропроцессоров называется однокристальными микроЭВМ.

В настоящее время две трети всех производимых микропроцессорных схем в мире составляют однокристальные микроЭВМ, причём почти две трети из них имеет разрядность, не превышающую 16 бит. К классу однокристальных микроконтроллеров прежде всего относятся микропроцессоры серий MCS-51 фирмы Intel, AVR фирмы Atmel и аналогичные микропроцессоры других производителей, архитектура которых стандартна.

Секционированные (*разрядно-модульные*) *микропроцессоры* – это микропроцессоры, предназначенные для построения специализированных процессоров. Они представляют собой микропроцессорные секции относительно небольшой (от 2 до 16) разрядности с пользовательским доступом к микропрограммному уровню управления и средствами для объединения нескольких секций (отечественные микропроцессоры серий К589 и 585).

Такая организация позволяет спроектировать процессор необходимой разрядности со специализированной системой команд. Из-за своей малой разрядности микропроцессорные секции могут быть построены с использованием быстродействующих технологий. Совокупность всех этих факторов обеспечивает возможность создания процессора, наилучшим образом ориентированного на заданный класс алгоритмов как по системе команд и режимам адресации, так и по форматам данных.

Процессоры цифровой обработки сигналов, или цифровые сигнальные процессоры, представляют собой бурно развивающийся класс микропроцессоров, предназначенных для решения задач цифровой обработки сигналов – обработки звуковых сигналов, изображений, распознавания образов и т. д.

Основные характеристики микропроцессоров:

- разрядность: определяется максимальной разрядностью целочисленных данных, обрабатываемых за 1 такт, то есть фактически разрядностью арифметико-логического устройства (АЛУ);
- виды и форматы обрабатываемых данных;
- система команд, режимы адресации операндов;
- ёмкость прямоадресуемой оперативной памяти: определяется разрядностью шины адреса;
- частота внешней синхронизации;
- производительность.

Упрощённая структурная схема микропроцессора представлена на рис. 10.74. Микропроцессор состоит из АЛУ и совокупности *n параллельных регистров* по *m разрядов общего назначения* (*РОН*) для хранения двоичных чисел, используемых в процессе вычислений. В состав микропроцессора также входят два параллельных *буферных регистра* (*БР*), предназначенных для кратковременного хранения чисел *A* и *B* во время выполнения операций *АЛУ*, и *устройство управления* (*УУ*), которое задаёт режимы работы всех элементов микропроцессора.

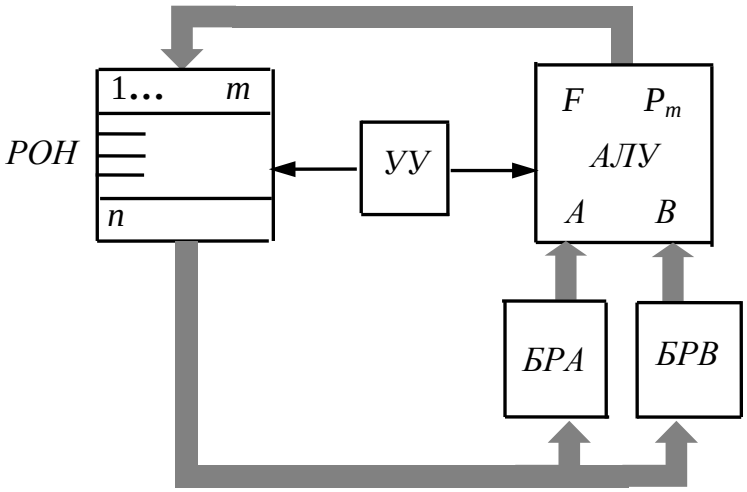


Рис. 10.74. Структурная схема микропроцессора

При работе микропроцессора числа *A* и *B*, над которыми выполняется операция, передаются по магистрали последовательно из *РОН* в буферные регистры *БРА* и *БРВ*. Затем по команде *АЛУ* производит указанную операцию, а результат её по внутренней магистрали передаётся в *РОН*. Обычно для этой цели выделяется отдельный регистр *РОН*, называемый аккумулятором, в котором ранее записанное число стирается. Например, сложение трёх чисел выполняется таким образом: сначала складываются первые два числа и результат записывается в *РОН*, затем в *АЛУ* поступает результат этого сложения и третье число, вычисляется окончательный результат и записывается в *РОН*.

Контрольные вопросы и задания

1. Какое устройство является основой программируемых цифровых и логических устройств?
2. Приведите обозначение и назовите назначение входов и выходов арифметико-логического устройства.
3. Какое устройство называют микропроцессором?
4. Перечислите основные типы микропроцессоров.
5. В чём отличие микроконтроллеров от микропроцессоров?
6. Какова область применения микроконтроллеров?
7. Перечислите основные характеристики микропроцессоров.
8. Чем определяется разрядность микропроцессора?
9. Изобразите структурную схему микропроцессора и поясните порядок его работы.

11. ОСНОВЫ ИЗМЕРЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

11.1. Методы измерений

Измерение – процесс нахождения значения физической величины опытным путём с помощью специальных технических средств [8].

Метод измерений – совокупность приёмов использования принципов и средств измерений.

Методы измерений определяются физическим характером измеряемой величины, требуемой точностью измерений, необходимой скоростью измерения, условиями и пр.

Наибольшее распространение получила классификация по общим приёмам получения результатов измерений, согласно которой измерения делятся на прямые, косвенные, совместные и совокупные.

Наиболее часто применяются *прямые измерения*, состоящие в том, что искомое значение величины находят из опытных данных путем экспериментального сравнения. Математически прямые измерения можно охарактеризовать элементарной формулой $A = x$.

Если искомое значение величины находят на основании известной закономерности между этой величиной и величинами, найденными прямыми измерениями, то этот метод измерений называют *косвенным*. Уравнение косвенного измерения $A = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, где x_i – результат i-го прямого измерения.

Средство измерений – это техническое средство (или их комплекс), предназначенное для измерений, имеющее нормированные метрологические характеристики, воспроизводящее и (или) хранящее единицу физической величины, размер которой принимается неизменным (в пределах установленной погрешности) в течение известного интервала времени [8].

В соответствии с методом измерений различают электроизмерительные приборы:

- непосредственной оценки (амперметры, вольтметры, омметры и т.д.);
- сравнения (потенциометры, измерительные мосты).

К метрологическим характеристикам средств измерений относят те, которые оказывают влияние на результаты и погрешности измерений. Среди них можно выделить несколько основных:

- градуировочные характеристики, определяющие зависимость выходного сигнала от входного; пределы измерения; цена деления шкалы для аналоговых приборов; вид и параметры цифрового кода цифровых приборов;

- динамические характеристики, отражающие инерционные свойства средств измерений и необходимые для оценивания динамических погрешностей измерений;
- инструментальные составляющие погрешности измерения;
- функции влияния, отражающие зависимость метрологических характеристик средств измерений от воздействия влияющих величин или неинформативных параметров (напряжение, частота сети и т.д.).

Метрологические характеристики нормируются для нормальных условий применения средств измерений. Нормальными считаются такие условия, при которых изменением метрологических характеристик под воздействием влияющих величин можно пренебречь. Для многих типов средств измерений нормальными условиями применения считаются: температура окружающей среды (20 ± 10) ºС, напряжение питающей сети (220 ± 4,4) В, частота сети (50 ± 0,5) Гц.

Предел измерения – максимальное значение физической величины, определяемое данным средством измерений, A_N.

Цена деления – количество единиц измеряемой величины, приходящихся на одно деление шкалы измерительного прибора, C_A.

Шкалы могут быть именованными, т.е. градуированными в единицах измеряемых величин, или условными. Условные шкалы применяются в многопредельных приборах. Тогда цену деления шкалы определяют как отношение предела измерения прибора A_N к общему числу делений N_A его шкалы, т.е.

$$C_A = \frac{A_N}{N_A}. \qquad (11.1)$$

Числовое значение измеряемой величины

$$A = C_A N_{xA}, \qquad (11.2)$$

где N_{xA} – число делений, отсчитанных по шкале до показания стрелки.

Класс точности средства измерения – обобщённая характеристика средства измерения, определяемая пределами допускаемых основных и дополнительных погрешностей, а также другими свойствами средств измерений, влияющими на точность, значения которых устанавливают в стандартах на отдельные виды средств измерений.

Класс точности средств измерений характеризует их свойства в отношении точности, но не является непосредственным показателем точности измерений. Это связано с тем, что погрешность измерений зависит ещё от ряда факторов: метода измерений, условий измерений и т.д. Класс точности лишь позволяет судить о том, в каких пределах находится погрешность средства измерения данного типа.

11.2. Средства измерений

Электроизмерительные приборы – класс устройств, применяемых для измерения различных электрических величин. В группу электроизмерительных приборов входят также кроме собственно измерительных приборов и другие средства измерений – меры, преобразователи, комплексные установки [11].

Приборы непосредственной оценки электрических величин могут быть классифицированы по ряду признаков: принципу действия, назначению, точности, условиям эксплуатации, защищенности от внешних магнитных или электрических полей, устойчивости к механическим воздействиям и др. Классификация электроизмерительных приборов регламентирована ГОСТ 22261–94 «Средства измерений электрических и магнитных величин. Общие технические условия».

По назначению электроизмерительные приборы в зависимости от рода измеряемой величины подразделяются на амперметры, вольтметры, ваттметры, счетчики, фазометры, частотометры и др.

По принципу действия предусматривается деление электромеханических приборов непосредственной оценки на следующие системы [11]:

- магнитоэлектрическую;
- электромагнитную;
- электродинамическую;
- ферродинамическую;
- индукционную;
- вибрационную;
- электростатическую.

Приборы магнитоэлектрической системы в сочетании с преобразователями образуют новые типы приборов: выпрямительные, термоэлектрические, электронные. Отдельную группу составляют цифровые приборы.

Для правильного измерения электрических величин необходимо:

1) правильно выбрать тип прибора, схему его включения в электрическую цепь, класс точности, предел измерения. Предел измерения прибора должен быть близок к измеряемому значению. Это обеспечивает бóльшую точность измерения. Класс точности прибора определяется необходимой точностью измерений;

2) определить цену деления шкалы прибора.

При выборе типа прибора необходимо пользоваться сведениями об измерительных приборах, приводимыми в справочниках.

На шкале прибора, согласно ГОСТ 23217–78 «Приборы электроизмерительные аналоговые с непосредственным отсчетом. Наносимые условные обозначения», с использованием условных обозначений указываются:

- заводской номер;
- единица измеряемой величины;
- число фаз измеряемой величины, род тока и количество измерительных механизмов;
- степень безопасности;
- используемое положение шкалы;
- класс точности;
- используемый ГОСТ;
- система прибора.

При наличии места на шкале прибора приводится таблица с метрологическими и рабочими параметрами прибора: цена деления, сопротивление, индуктивность, диапазон используемых частот: например, шкала амперметра Э538 (рис. 11.1).

Амперметр Э538 представляет собой электромагнитный аналоговый стрелочный прибор, используемый для определения величины тока в цепях с переменным или постоянным током. Прибор имеет следующие параметры: класс точности: 0,5%; пределы измерения: 2,5; 5 А; количество делений шкалы: 100 дел.; номинальная частота тока: 45…100…1500 Гц; рабочее положение прибора: горизонтальное.

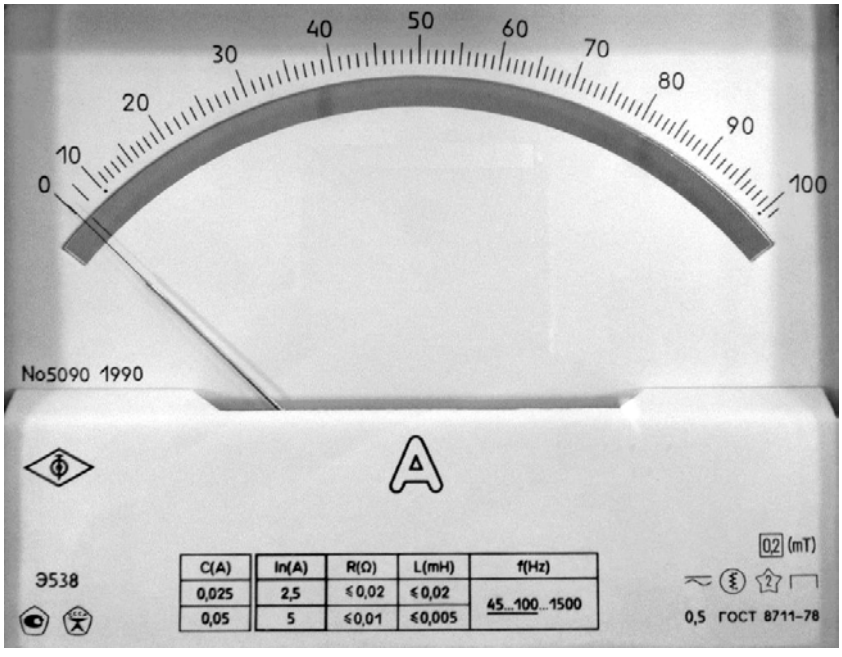


Рис. 11.1. Внешний вид шкалы амперметра Э538

11.3. Погрешности измерений

Погрешностью измерения называется отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины. Так как истинное значение измеряемой величины неизвестно, то при количественной оценке погрешности пользуются действительным значением физической величины [8].

По характеру проявления погрешности измерений подразделяются на три основных класса: систематические, случайные и грубые (промахи).

Систематические погрешности – составляющие погрешности измерений, остающиеся постоянными или закономерно изменяющиеся при многократных измерениях одной и той же величины в одних и тех же условиях.

Случайные погрешности – составляющие погрешности измерений, изменяющиеся случайным образом по значению и по знаку при повторных измерениях одной и той же физической величины в одних и тех же условиях. Практически случайные погрешности неизбежны, неустранимы и всегда имеют место в результате измерения. Однако их можно уменьшить путем многократного измерения физической величины и последующей статистической обработкой полученных результатов.

Грубые погрешности (*промахи*) – погрешности, существенно превышающие ожидаемые при данных условиях измерения. Данные погрешности возникают из-за ошибок оператора или неучтенных внешних воздействий. В случае однократного измерения промах обнаружить нельзя. При многократных измерениях промахи выявляют в процессе обработки результатов и исключают из рассмотрения, пользуясь определенными правилами.

По причинам возникновения погрешности измерения подразделяются на методические, инструментальные, внешние и субъективные.

Методические погрешности возникают из-за несовершенства метода измерений, некорректности алгоритмов или формул, по которым производятся вычисления результатов измерений, отличия принятой модели объекта измерения от той, которая правильно описывает его свойство, определяемое путем измерения, а также из-за влияния выбранного средства измерений на измеряемые параметры сигналов.

Инструментальные (приборные) *погрешности* возникают из-за несовершенства средства измерений. Источниками инструментальных погрешностей могут быть, например, неточная градуировка прибора и смещение нуля, вариация показаний прибора в процессе эксплуатации.

Внешняя погрешность – составляющая погрешности измерения, связанная с отклонением одной или нескольких влияющих величин от нормальных значений или выходом за пределы нормальной области (влажность, температура, нестабильность источников питания).

Субъективные погрешности вызываются ошибками оператора при отсчете показаний средств измерения.

По характеру поведения измеряемой величины в процессе измерений различают статические и динамические погрешности.

Статические погрешности возникают при измерении установившегося значения измеряемой физической величины.

Динамические погрешности имеют место при динамических измерениях, когда измеряемая величина изменяется во времени и требуется установить закон ее изменения. Причина появления динамических погрешностей состоит в несоответствии скоростных (временных) характеристик прибора и скорости изменения измеряемой величины.

По условиям эксплуатации средств измерений различают основную и дополнительную погрешности.

Основная погрешность средства измерений имеет место при нормальных условиях эксплуатации, оговоренных в регламентирующих документах (паспорт, ТУ).

Дополнительная погрешность средства измерений возникает вследствие выхода какой-либо из влияющих величин за пределы нормальной области значений.

По форме количественного выражения погрешности измерения делятся на абсолютные, относительные и приведенные.

Абсолютной погрешностью ΔA, выражаемой в единицах измеряемой величины, называется отклонение результата измерения A от истинного значения A_0:

$$\Delta A = A - A_0 . \qquad (11.3)$$

Абсолютная погрешность характеризует величину и знак полученной погрешности, но не определяет точность самого измерения. Чтобы иметь возможность сравнивать точность измерений, используют относительную погрешность.

Относительной погрешностью δ называется отношение абсолютной погрешности результата измерения к истинному значению измеряемой величины

$$\delta = \frac{\Delta A}{A_0} 100\%. \qquad (11.4)$$

Приведённой погрешностью γ, выражающей потенциальную точность измерений, называется отношение абсолютной погрешности к некоторому нормирующему значению (например, конечное значение шкалы прибора, предел измерений)

$$\gamma = \frac{\Delta A}{A_N} 100\%. \qquad (11.5)$$

Часто класс точности электроизмерительных приборов K_A характеризуют приведённой погрешностью

$$\gamma = \pm K_A, \qquad (11.6)$$

где K_A – отвлечённое положительное число, выбираемое из ряда предпочтительных чисел: $1\cdot10^n$; $1{,}5\cdot10^n$; $2\cdot10^n$; $2{,}5\cdot10^n$; $4\cdot10^n$; $5\cdot10^n$; $6\cdot10^n$, (n = 1, 0, –1, –2,…).

Класс точности указывают на шкале прибора. Например, указанный на вольтметре класс точности 1,5 означает, что его приведённая погрешность не превышает 1,5%.

Функциональную зависимость косвенно измеряемой величины и величин, найденных прямыми измерениями, можно представить в виде

$$A = kx_1^{\alpha} x_2^{\beta} ... x_n^{\gamma}, \qquad (11.7)$$

где k, α, β, γ – константы; x_1, x_2,.., x_n – результаты прямых измерений.

Для определения относительной погрешности косвенного измерения применяют следующее выражение:

$$\delta_A = \sqrt{\left(\alpha\delta_{x_1}\right)^2 + \left(\beta\delta_{x_2}\right)^2 + ... + \left(\gamma\delta_{x_n}\right)^2}. \qquad (11.8)$$

Результат прямого или косвенного измерения представляют в виде доверительного интервала

$$A_0 = A \pm \Delta A. \qquad (11.9)$$

Контрольные вопросы и задания

1. Что называют измерением, средством измерений, методом измерений?
2. Перечислите метрологические характеристики средств измерений.
3. Как определить цену деления шкалы стрелочного измерительного прибора?
4. Что такое класс точности измерительного прибора?
5. Перечислите типы измерительных систем электромеханических приборов.
6. Какие типы электроизмерительных приборов можно выделить по назначению?
7. Что указывается на шкале прибора?
8. Что называют погрешностью измерений?
9. Как оценить точность измерений?
10. Перечислите причины возникновения погрешностей измерения.
11. Дайте определение систематической и случайной составляющим погрешности измерения.
12. Как определяют абсолютную, относительную и приведённую погрешности измерительного прибора?
13. Как вычисляют абсолютную и относительную погрешности косвенных измерений?
14. Как записать доверительный интервал результата измерений?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенный в учебном пособии материал по электротехнике и электронике позволит студентам высшего учебного заведения изучить электрические и магнитные явления, процессы и закономерности в цепях постоянного и переменного тока, электрических машинах и электронных устройствах. Контрольные вопросы и задания позволят обучающимся проводить самопроверку изучаемого материала.

Для расширенного изучения электротехники и электроники рекомендуется воспользоваться литературой, приведённой в библиографическом списке.

Библиографический список

1. *Белов, Н. В.* Электротехника и основы электроники : учебное пособие / Н. В. Белов, Ю. С. Волков. – СПб. : Лань, 2012. – 432 с.
2. *Бессонов, Л. А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник для бакалавров / Л. А. Бессонов. – 12-е изд., исправ. и доп. – М. : Юрайт, 2014. – 701 с
3. *Борисов, П. А.* Расчет и моделирование выпрямителей : учебное пособие по курсу «Элементы систем автоматики» / П.А. Борисов, В.С. Томасов. – СПб. : Изд-во СПб ГУ ИТМО, 2009. – Ч. I. – 169 с.
4. *Важенин, В. Г.* Аналоговые устройства на операционных усилителях : учебное пособие / В. Г. Важенин, Ю. В. Марков, Л. Л. Лесная ; под общ. ред. В. Г. Важенина. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 107 с.
5. *Иванов, И. И.* Электротехника и основы электроники : учебник / И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.Я. Фролов. – 9-е изд., стер. – СПб. : Изд-во Лань, 2017. – 736 с.
6. *Касаткин, А. С.* Курс электротехники : учебник для вузов / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 8-е изд. – М. : Высшая школа, 2005. – 542 с.
7. *Кацман, М. М.* Электрические машины : учебник / М. М. Кацман. – 12-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2013. – 496 с.
8. *Лазута, И. В.* Электротехника : лабораторный практикум / И. В. Лазута, И. А. Реброва. – Омск : СибАДИ, 2017. – 81 с. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/epd1050.pdf (дата обращения: 01.08.18).
9. *Макаричев, Ю.А.* Синхронные машины : учебное пособие / Ю.А. Макаричев, В.Н. Овсянников. – Самара : Самар. гос. техн. ун-т, 2010. – 156 с.
10. *Реброва, И. А.* Расчёт установившихся режимов в линейных электрических цепях : учебно-методическое пособие / И. А. Реброва. – Омск : СибАДИ, 2013. – 91 с. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/ fulltext/EPD820.pdf (дата обращения: 01.08.18).
11. *Тихонов, Ю. Б.* Общая электротехника и электроника : учебное пособие / Ю. Б. Тихонов, Г. М. Третьяк. – Омск : СибАДИ, 2012. – 372 с. – Режим доступа: http://bek.sibadi.org/fulltext/epd626.pdf (дата обращения: 01.08.18).
12. *Усольцев, А.А.* Электрические машины : учебное пособие / А. А. Усольцев. – СПб. : НИУ ИТМО, 2013. – 416 с.
13. *Чекунов, К. А.* Судовые электроприводы и электродвижение судов / К.А. Чекунов. – 4-е изд., перераб. и доп. – Л. : Судостроение, 1986. – 346 с.
14. *Чижма, С. Н.* Основы схемотехники : учебное пособие для вузов / С. Н. Чижма. – Омск : Апельсин, 2008. – 424 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3
Введение 3

1. Анализ и расчёт цепей постоянного тока 4
1.1. Электрическая цепь и её элементы 4
1.2. Основные электрические величины цепи постоянного тока 6
1.3. Резистивный элемент 8
1.4. Схемы замещения источников электрической энергии 10
1.5. Основные законы цепей постоянного тока 13
1.6. Потенциальная диаграмма электрической цепи 15
1.7. Эквивалентные преобразования в резистивных цепях 17
1.8. Методы расчёта цепей постоянного тока 20
1.8.1. Применение законов Кирхгофа для расчёта электрических цепей. 20
1.8.2. Метод контурных токов 22
1.8.3. Метод узловых потенциалов 24
1.8.4. Метод эквивалентных преобразований 25
1.8.5. Метод эквивалентного генератора 27
1.8.6. Принцип и метод суперпозиции (наложения) 29
1.9. Баланс мощностей 30
1.10. Расчёт нелинейных цепей постоянного тока 31
Контрольные вопросы и задания 34

2. Анализ и расчёт линейных цепей однофазного синусоидального тока .. 36
2.1. Основные понятия переменного тока 36
2.2. Способы представления синусоидальных величин 39
2.3. Элементы электрической цепи синусоидального тока 41
2.3.1. Индуктивный элемент 41
2.3.2. Ёмкостный элемент 44
2.4. Закон Ома для резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов .. 45
2.5. Законы Кирхгофа для цепей синусоидального тока 50
2.6. Энергетические процессы в резистивном, индуктивном и ёмкостном элементах 52
2.7. Последовательное соединение резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов 55
2.8. Параллельное соединение резистивного, индуктивного и ёмкостного элементов 60
2.9. Мощности в цепях синусоидального тока 63
2.10. Учёт взаимно индуктивных связей при анализе электрических цепей 68
Контрольные вопросы и задания 71

3. Анализ трёхфазных электрических цепей 73
3.1. Общие сведения 73
3.2. Схема соединения звездой в трёхфазных цепях 75
3.3. Схема соединения треугольником в трёхфазных цепях 79
3.4. Эквивалентные преобразования трёхфазных симметричных приёмников. 82

3.5. Мощность в трёхфазных цепях ... 85
3.6. Измерение мощности трёхфазной цепи ... 86
3.7. Компенсация реактивной мощности трёхфазной цепи ... 89
3.8. Определение последовательности чередования фаз ... 93
Контрольные вопросы и задания ... 94

4. Расчёт электрических цепей несинусоидального периодического тока ... 95
4.1. Способы представления несинусоидальных функций ... 95
4.2. Энергетические характеристики несинусоидального тока ... 97
4.3. Расчёт цепей несинусоидального периодического тока ... 98
Контрольные вопросы и задания ... 100

5. Анализ и расчёт магнитных цепей ... 101
5.1. Элементы магнитной цепи ... 101
5.2. Основные величины и законы магнитных цепей ... 102
5.3. Свойства и характеристики ферромагнитных материалов ... 104
5.4. Расчёт неразветвленной магнитной цепи ... 107
5.5. Электромеханическое действие магнитного поля ... 109
5.6. Катушка с магнитопроводом в цепи переменного тока ... 112
5.7. Мощность потерь в магнитопроводе ... 115
Контрольные вопросы и задания ... 117

6. Трансформаторы ... 118
6.1. Общие сведения ... 118
6.2. Устройство однофазного трансформатора ... 119
6.3. Принцип действия однофазного трансформатора ... 123
6.4. Схема замещения однофазного трансформатора ... 125
6.5. Работа трансформатора в режиме холостого хода ... 127
6.6. Работа трансформатора в режиме короткого замыкания ... 129
6.7. Работа трансформатора в режиме нагрузки. КПД трансформатора. ... 132
6.8. Мощности трансформатора ... 136
6.9. Определение начал и концов обмоток трансформатора ... 137
6.10. Трёхфазные трансформаторы ... 141
6.11. Автотрансформаторы ... 145
Контрольные вопросы и задания ... 148

7. Асинхронные электрические машины ... 149
7.1. Общие сведения ... 149
7.2. Устройство трёхфазных асинхронных двигателей ... 150
7.3. Режимы работы трёхфазных асинхронных машин ... 155
7.4. Принцип действия трёхфазных асинхронных двигателей ... 157
7.5. Мощность и КПД трёхфазных асинхронных двигателей ... 163
7.6. Механические характеристики асинхронных двигателей ... 166
7.7. Пуск трёхфазных асинхронных двигателей ... 170
7.8. Регулирование частоты вращения трёхфазных асинхронных двигателей ... 175
7.9. Однофазные асинхронные двигатели ... 181
Контрольные вопросы и задания ... 185

8. Синхронные электрические машины 186
8.1. Общие сведения 186
8.2. Устройство трёхфазных синхронных машин 187
8.3. Разновидности трёхфазных синхронных машин 190
8.4. Способы возбуждения синхронных машин 191
8.5. Принцип действия трёхфазных синхронных машин 193
8.6. Работа синхронного генератора в режиме холостого хода 196
8.7. Работа синхронного генератора в режиме короткого замыкания 197
8.8. Работа синхронного генератора в режиме нагрузки 199
8.9. Мощность и КПД трёхфазных синхронных машин 201
8.10. Характеристики трёхфазных синхронных машин 204
8.11. Пуск трёхфазных синхронных двигателей 211
8.12. Параллельная работа синхронных генераторов 214
8.13. Синхронные компенсаторы 216
Контрольные вопросы и задания 218

9. Машины постоянного тока 219
9.1. Общие сведения 219
9.2. Принцип действия коллектора 221
9.3. Устройство машин постоянного тока 224
9.4. Электродвижущая сила и вращающий момент якоря 227
9.5. Реакция якоря 229
9.6. Мощность и КПД машин постоянного тока 231
9.7. Способы возбуждения машин постоянного тока 233
9.8. Характеристики генераторов постоянного тока 236
9.9. Характеристики двигателей постоянного тока 242
9.10. Пуск, реверс и торможение двигателей постоянного тока 249
9.11. Регулирование частоты вращения двигателей постоянного тока 253
Контрольные вопросы и задания 258

10. Основы электроники 259
10.1. Общие сведения о полупроводниках 259
10.2. Полупроводниковые устройства 263
10.2.1. Полупроводниковые диоды 263
10.2.2. Биполярные транзисторы 266
10.2.3. Полевые транзисторы 271
10.2.4. Тиристоры 275
10.2.5. Классификация электронных устройств 277
Контрольные вопросы и задания 278
10.3. Источники вторичного электропитания 279
10.3.1. Полупроводниковые выпрямители 279
10.3.2. Управляемые выпрямители 298
10.3.3. Регуляторы переменного тока 301
10.3.4. Инверторы 303
Контрольные вопросы и задания 310

10.4. Усилители электрических сигналов 311
10.4.1. Классификация усилителей 311
10.4.2. Усилительные каскады на биполярных транзисторах 312
10.4.3. Операционные усилители 315
Контрольные вопросы и задания 332
10.5. Генераторы синусоидальных колебаний 333
Контрольные вопросы и задания 336
10.6. Импульсные и цифровые электронные устройства 336
10.6.1. Работа операционного усилителя в импульсном режиме 336
10.6.2. Логические элементы 337
10.6.3. Импульсные устройства с временно устойчивыми состояниями 340
10.6.4. Импульсные устройства с устойчивым состоянием. Триггеры 341
Контрольные вопросы и задания 345
10.7. Программируемые устройства. Микропроцессоры 345
Контрольные вопросы и задания 348

11. Основы измерений электрических величин 349
11.1. Методы измерений 349
11.2. Средства измерений 351
11.3. Погрешности измерений 353
Контрольные вопросы и задания 356

Заключение 357

Библиографический список 358