

§7. Абсолютно чёрное тело. Законы теплового излучения абсолютно чёрного тела

Абсолютно чёрное тело

Тело называется **абсолютно чёрным**, если его коэффициент поглощения равен единице для волн всех частот, направлений распространения и поляризации. Такое тело поглощает всё падающее на него электромагнитное излучение.

Абсолютно чёрное тело – абстракция. Наилучшим приближением к такому объекту является небольшое отверстие, сделанное в стенке замкнутой полости (рис.13.1). Электромагнитное излучение, проникшее через это отверстие в полость, испытывает многократные отражения от её стенок и практически полностью поглощается. Близки к абсолютно чёрному телу сажа, платиновая чернь и др.

Тело, коэффициент поглощения которого меньше единицы, но одинаков для всех длин волн, направлений распространения и поляризации, называется серым. Понятие серого тела также является идеализированной моделью реальных тел.

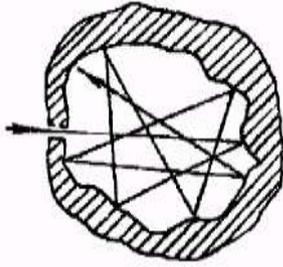


Рис. 13.1

Реальные тела не являются ни абсолютно чёрными, ни серыми, ни белыми (коэффициент поглощения последних равен нулю), поэтому можно говорить лишь о степени приближения их к этим идеализированным объектам.

Коэффициент поглощения абсолютно чёрного тела равен единице: $\alpha_\lambda = 1$. Следовательно, универсальная функция Кирхгофа равна спектральной плотности энергетической светимости абсолютно чёрного тела

$$f(\lambda, T) = r_\lambda.$$

Законы Стефана-Больцмана и Вина

Направив излучение абсолютно чёрного тела на **термоэлемент** или **болометр**, можно измерить полное излучение этого тела. Разложив излучение в спектр, можно найти зависимость спектральной плотности энергетической светимости от длины волны, т. е. вид функции Кирхгофа.

Опыт показывает, что: 1) спектр испускания абсолютно чёрного тела сплошной: в нём присутствуют волны всевозможных длин; 2) существует максимум спектральной плотности энергетической светимости, приходящийся при данной температуре на вполне определённую длину волны, при изменении температуры тела этот максимум смещается; 3) максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости в сильной степени зависит от температуры тела; 4) энергетическая светимость тела резко возрастает с повышением температуры. Все эти положения были сформулированы **Больцманом**,

Стефаном и **Винем** в виде законов излучения абсолютно чёрного тела.

Закон Стефана-Больцмана: энергетическая светимость абсолютно чёрного тела пропорциональна четвёртой степени абсолютной температуры тела

$$R_\ominus = \sigma T^4.$$

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}.$$

Постоянная σ называется **постоянной Стефана-Больцмана**.

Суммарная электромагнитная энергия, излучаемая абсолютно чёрным телом, площадь поверхности которого равна S , за время t при температуре тела T равна

$$W = R_\ominus S t = \sigma T^4 S t.$$

Первый закон (закон смещения) Вина: длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно чёрного тела, обратно пропорциональна абсолютной температуре тела:

$$\lambda_m = \frac{C'}{T}. \quad (13.2.1)$$

$$C' = 2,89 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К},$$

где C' – постоянная закона смещения Вина.

Как видно из формулы (13.2.1), при повышении температуры абсолютно чёрного тела длина волны, на которую приходится максимум излучения, смещается в сторону более коротких волн. Соответствующие графики для нескольких температур приведены на рис.13.2.

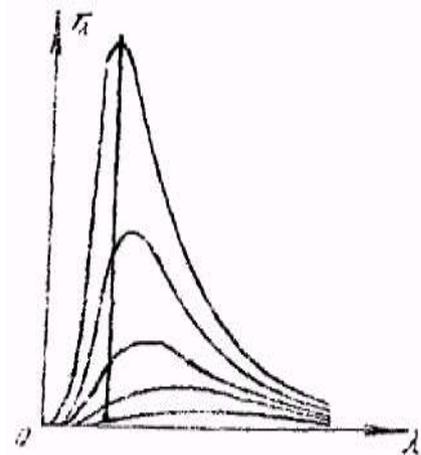


Рис. 13.2

Площадь под каждой кривой равна энергетической светимости тела при данной температуре.

Второй закон Вина: максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости абсолютно чёрного тела пропорционально пятой степени его абсолютной температуры

$$r_{\lambda \text{ max}} = C'' T^5.$$

$$C'' = 1,29 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \text{К}^5},$$

где C'' – постоянная второго закона Вина.

§8. Фотоэлектрический эффект. Практическое применение

Внешним фотоэлектрическим эффектом (или просто фотоэффектом) называется процесс испускания электронов веществом под действием света.

Фотоэффект был открыт в 1887 году Г. Герцем; основные его законы установлены А. Г. Столетовым.

На рис. 13.8 изображена схема установки для исследования фотоэффекта.

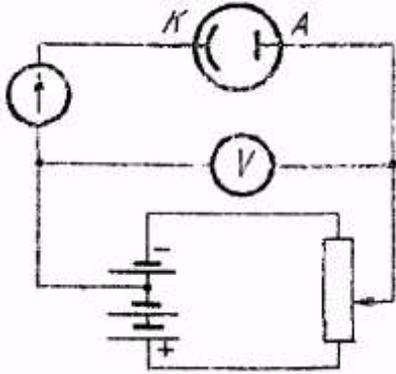


Рис. 13.8

К двум электродам, помещённым в вакуумированный баллон, приложена разность потенциалов, абсолютное значение и знак которой можно произвольным образом менять (для этой цели служит потенциометр). При освещении отрицательного электрода (фото катода) светом подходящей частоты во внешней цепи появляется ток (фототок), сила которого измеряется гальванометром. Изменяя разность потенциалов между электродами, можно получить вольтамперную характеристику прибора. Типичная кривая изображена на рис. 13.9 (индекс «АК» у символа U означает, что берётся разность потенциалов между анодом А и катодом К, но не наоборот).

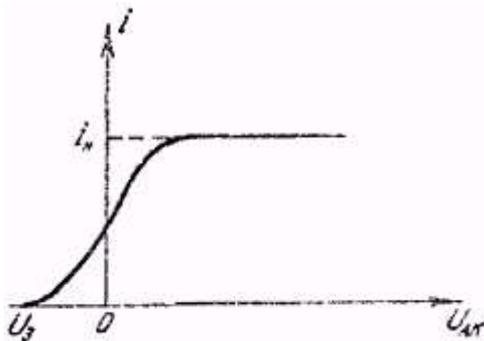


Рис. 13.9

Как видно из графика, при некотором значении разности потенциалов фототок достигает максимума. Это означает, что каждый вылетевший электрон достигает анода. Этот максимальный ток называется фототоком насыщения.

Экспериментальное исследование фотоэффекта состоит в установлении зависимости числа фотоэлектронов (фототока насыщения) и их энергий от интенсивности и частоты падающего на фотокатод света. Установлены следующие законы нормального внешнего фотоэффекта (существует также избирательный (селективный) внешний фотоэффект, который мы не рассматриваем).

1. Сила фототока насыщения i_n при прочих равных условиях (неизменном спектральном составе падающего

света, неизменном катоде и т. д.) пропорциональна световому потоку Φ , падающему на фотокатод (закон Столетова)

$$i_n \sim \Phi \quad \text{или} \quad \frac{i_{n1}}{i_{n2}} = \frac{\Phi_1}{\Phi_2}.$$

Соответствующие графики приведены на рис. 13.10.

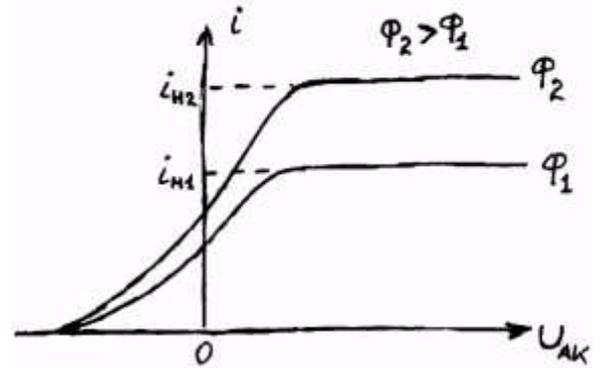


Рис. 13.10

2. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов пропорциональна частоте излучения, вызывающего фотоэффект, и не зависит от интенсивности света

$$\frac{m v_{\max}^2}{2} = a \nu - b, \quad (13.5.1)$$

где a – универсальный коэффициент пропорциональности, не зависящий от вещества, b – константа, зависящая от природы фотокатода.

Графики, полученные для разных фотокатодов, представляют собой семейство параллельных прямых (рис. 13.11).

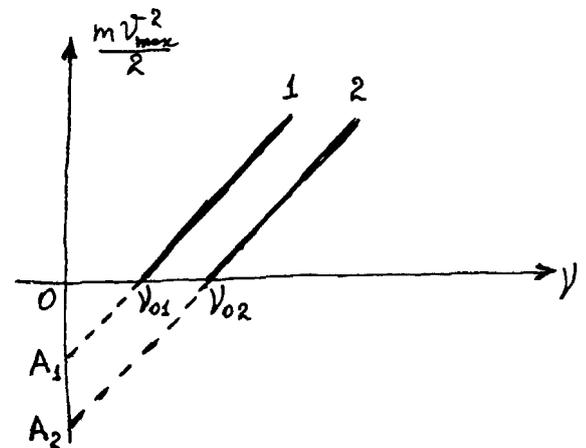


Рис. 13.11

3. Для каждого вещества существует «красная граница» фотоэффекта, т. е. максимальная длина волны λ_0 (минимальная частота ν_0), при которой фотоэффект ещё наблюдается (рис. 13.11).

Объяснение законов фотоэффекта было дано А. Эйнштейном. В 1905 году Эйнштейн разработал фотонную теорию света, которая явилась дальнейшим развитием идеи Планка о дискретном характере энергетических состояний элементарных излучателей света.

По Эйнштейну свет не только испускается порциями, как это вытекает из гипотезы Планка, но и сам по себе состоит из отдельных квантов электромагнитного поля (кванты видимого света и близкой ультрафиолетовой области получили название фотонов). Эти кванты распространяются, дифрагируют, интерферируют, поглощаются как единое целое. Каждый фотон с частотой ν обладает энергией

$$\varepsilon = h\nu, \quad (13.5.3)$$

где h – постоянная Планка.

$$\frac{m\nu_{\max}^2}{2} = h\nu - A. \quad (13.5.5)$$

Уравнение (13.5.5) называется **уравнением Эйнштейна**.

Фотонная теория весьма просто объясняет все основные законы фотоэффекта.

1. По фотонной теории световой поток Φ , падающий на фотокатод, при освещении последнего монохроматическим светом частоты ν равен

$$\Phi = N h \nu, \quad (13.5.6)$$

где N – число фотонов, падающих на фотокатод за единицу времени.

2. Из уравнения Эйнштейна (13.5.5) видно, что чем больше частота света, тем больше максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов. Сопоставляя эмпирическую формулу фотоэффекта (13.5.1) с формулой (13.5.5), мы видим, что коэффициент a в (13.5.1) есть не что иное, как постоянная Планка h , а величина b – работа выхода электронов A .

Максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов экспериментально определяют по так называемой **задерживающей разности потенциалов** U_3 – разности потенциалов, создающей между анодом и фотокатодом такое тормозящее электрическое поле, которое останавливает самые быстрые электроны. Из закона сохранения энергии следует, что

$$|eU_3| = \frac{m\nu_{\max}^2}{2}. \quad (13.5.7)$$

Подставив это выражение в (13.5.5), получим

$$|eU_3| = h\nu - A. \quad (13.5.8)$$

Экспериментально U_3 определяется непосредственно по показанию вольтметра V в отсутствие фототока (см. рис. 13.8).

По графику зависимости $\frac{m\nu_{\max}^2}{2}$ от ν (см. рис. 13.11)

можно найти постоянную Планка и работу выхода электронов. Постоянная Планка численно равна тангенсу угла наклона графика к оси ν , работа выхода – отрезку оси ординат, отсекаемому продолжением графика.

3. Красная граница фотоэффекта соответствует такой частоте фотонов ν_0 , при которой их энергия равна работе выхода электронов. Подставив в (13.5.5)

$$\frac{m\nu_{\max}^2}{2} = 0, \text{ получим}$$

$$h\nu_0 = A. \quad (13.5.9)$$

Внешний фотоэффект нашёл широкое применение в телевидении, звуковом кино, в автоматике и т. д.

§9. Фотоны. Давление света. Корпускулярно-волновой дуализм

Итак, по Эйнштейну свет имеет дискретную структуру: он состоит из отдельных частиц – фотонов. Это предположение подтверждено соответствующими экспериментами.

Фотоны одновременно обладают свойствами волн и частиц. Эта двойственность свойств получила название **корпускулярно-волнового дуализма**.

Волновые свойства фотонов обнаруживаются в их способности интерферировать и дифрагировать, в явлениях дисперсии и поляризации; **корпускулярные** – в

процессах излучения и поглощения света атомами вещества, в явлении фотоэффекта и др.

Фотон частоты ν обладает энергией

$$\varepsilon = h\nu. \quad (13.6.1)$$

Эту энергию часто выражают не через линейную частоту ν , а через угловую $\omega = 2\pi\nu$:

$$\varepsilon = \frac{h\omega}{2\pi} = \hbar\omega,$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$. Величина \hbar также называется

постоянной Планка (читается «аш с чертой»).

Фотон всегда движется со скоростью c – скоростью распространения света в вакууме.

Согласно теории относительности, полная энергия свободной частицы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

В случае фотона $v = c$ и знаменатель этого выражения обращается в нуль. Поскольку фотон имеет конечную энергию [см. (13.6.1)], то это возможно лишь при условии, что масса фотона равна нулю.

Воспользовавшись связью $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ и учитывая, что для фотона $m = 0$, видим, что фотон обладает не только энергией (13.6.1), но и импульсом

$$p = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \hbar. \quad (13.6.2)$$

Учтя, что $2\pi/\lambda$ есть модуль волнового вектора \mathbf{k} , импульс фотона можно представить в виде

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}.$$

Выражения (13.6.1) и (13.6.2) связывают **корпускулярные** характеристики фотона – импульс и энергию – с **волновой** характеристикой света – его частотой ν .

Обладая импульсом, фотоны оказывают давление на встречающиеся на их пути тела. Давление, создаваемое совокупностью частиц, как известно, равно импульсу, передаваемому частицами единице поверхности тела за единицу времени.

Фотон, прошедший сквозь тело, сохраняет свой импульс неизменным; поглощённый фотон передаёт телу импульс $\frac{h\nu}{c}$; отражённый фотон передаёт

импульс $2\frac{h\nu}{c}$ (поглощение фотона на языке

классической механики соответствует абсолютно неупругому столкновению; отражение – абсолютно упругому).

Пусть в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает N фотонов. Обозначим коэффициенты отражения и пропускания через ρ и τ . Все отражённые фотоны передадут единице поверхности тела за единицу времени импульс

$$2\frac{h\nu}{c}\rho N, \text{ все поглощённые} - \frac{h\nu}{c}(1 - \rho - \tau)N.$$

Следовательно, давление фотонов равно

$$P = 2\frac{h\nu}{c}\rho N + \frac{h\nu}{c}(1 - \rho - \tau)N = \frac{h\nu}{c}N(1 + \rho - \tau). \quad (13.6.7)$$

$Nh\nu = E_e$ есть энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, т. е.

энергетическая освещённость (облучённость) поверхности – характеризует величину потока излучения Φ_e , падающего на единицу освещаемой поверхности (размерность совпадает с единицей энергетической светимости – Вт/м²), а $E_e/c = \omega$ – объёмная плотность энергии падающего излучения. Учитывая эти соотношения, получим

$$P = \frac{E_e}{c} (1 + \rho - \tau) = \omega(1 + \rho - \tau). \quad (13.6.8)$$

Если свет падает под углом α , то

$$P = \omega(1 + \rho - \tau) \cos \alpha. \quad (13.6.9)$$

Формулы (13.6.7), (13.6.8) совпадают с формулами, полученными на основе электромагнитной теории света.

Таким образом, и фотонная, и волновая теории света с одинаковым успехом решают вопрос о механизме и количественных закономерностях светового давления.

Измерение давления света – тонкий и трудный эксперимент. Впервые он был осуществлён русским учёным П. Н. Лебедевым (1890 г.).

§10. Модель атома Резерфорда и её недостатки. Линейчатый спектр излучения атома водорода

Альфа-частицы. Для изучения структуры атомов Резерфорд (1911 г.) применил α -частицы, которые представляют собой дважды ионизированные атомы гелия. Такие частицы выбрасываются с огромной скоростью некоторыми веществами при радиоактивном распаде. Масса α -частицы приблизительно в 7300 раз больше массы электрона. Скорость α -частицы зависит от того, какое радиоактивное вещество распадается. Резерфорд использовал полониевый источник, из которого α -частицы вылетают со скоростью $1,6 \cdot 10^7$ м/с. Они являются положительно заряженными частицами с зарядом $2|e|$.

Опыт Резерфорда. Схема опыта Резерфорда показана на рис. 14.1.

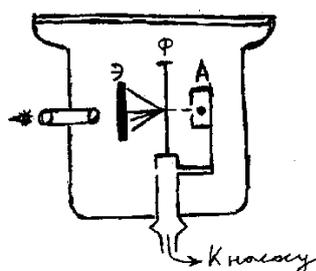


Рис. 14.1. Схема опыта Резерфорда (вид сбоку)

Внутри свинцового контейнера А помещалось радиоактивное вещество, испускающее α -частицы. Так как α -частицы сильно тормозятся свинцом, то они могут вылетать только узким пучком через щель. На пути пучка располагалась тонкая металлическая (золотая) фольга Ф толщиной примерно 1 мкм. Проходя через фольгу, α -частицы отклонялись на разные углы θ от первоначального направления. Рассеянные α -частицы, ударяясь о специальный экран, вызывали в нём вспышки света (сцинтилляции), которые наблюдались в микроскоп. Вся система вакуумировалась, чтобы устранить торможение и рассеяние α -частиц за счёт столкновений с молекулами воздуха. Контейнер с фольгой можно было вращать вокруг оси, проходящей через центр фольги (рис. 14.2).

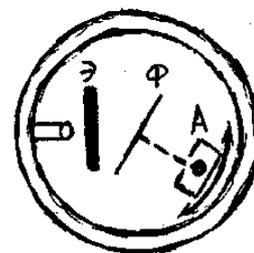


Рис. 14.2. Схема опыта Резерфорда (вид сверху)

Поворачивая источник, можно подсчитать количество α -частиц, рассеянных под разными углами θ , в единицу времени.

Результаты опыта. Что можно было ожидать от этих опытов? Если считать атом однородным плотным шариком с размерами $\approx 10^{-10}$ м, сплошь заполненным положительным электричеством, в который вкраплены отрицательные электроны (модель атома Томсона), то такая система из-за плотной упаковки атомов должна была бы оказывать существенное воздействие на α -частицы. На опыте большинство α -частиц проходило через фольгу без заметных отклонений. Но наблюдались α -частицы, рассеянные на большие углы, в том числе и на углы $\approx 180^\circ$, т. е. рассеянные назад!

Ядро атома. Анализируя результаты опыта, Резерфорд сделал вывод, что такие редкие, но сильные отклонения α -частиц возможны только в том случае, если внутри атома имеется положительно заряженное ядро с зарядом $Z|e|$ (Z – порядковый номер элемента в системе Менделеева, e – элементарный заряд) и радиусом $\approx 10^{-14}$ м, который в 10^4 раз (!) меньше радиуса атома ($\approx 10^{-10}$ м) и в котором сосредоточена почти вся масса атома (**ядерная (планетарная) модель атома**). Таким образом, атом практически прозрачен для α -частиц, проходящих вдали от ядра. Лишь α -частицы, проходящие вблизи ядра, испытывают сильные отклонения. Минимальное расстояние r_{\min} , на которое может приблизиться к ядру α -частица, летящая точно на ядро, характеризует его размеры и определяется из равенства первоначальной кинетической энергии и потенциальной энергии α -частицы в поле ядра в момент полной остановки:

$$\frac{m_\alpha v^2}{2} = \frac{2Ze^2}{r_{\min}}, \quad (14.1.1)$$

где m_α и v – масса и скорость α -частицы. Равенство (14.1.1) справедливо при $m_\alpha \ll M_\alpha$. В опыте Резерфорда использовалась золотая фольга, поэтому можно воспользоваться формулой (14.1.1) для оценки r_{\min} . Если взять $m_\alpha = 6,6 \cdot 10^{-27}$ кг, $v = 1,6 \cdot 10^7$ м/с, $Z = 79$, то из (14.1.1) получим $r_{\min} \approx 4 \cdot 10^{-14}$ м.

Кулоновская сила взаимодействия между ядром и электроном, движущимся вокруг ядра по круговой орбите радиуса r , сообщает электрону центростремительное ускорение. Второй закон Ньютона для электрона, движущегося по окружности под действием кулоновской силы, имеет вид

$$\frac{Z|e| \cdot |e|}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m_e v^2}{r}, \quad (14.1.3)$$

где m_e и v – масса и скорость электрона на орбите радиуса r , ϵ_0 – электрическая постоянная.

Ядерная модель атома. Рядом тонких опытов Резерфордом и его сотрудниками было показано, что заряд ядер, выраженный в единицах заряда электрона,

равен порядковому номеру Z элемента в таблице Менделеева. Следовательно, в каждом атоме кроме ядра должно содержаться ещё Z электронов. По аналогии с солнечной системой Резерфорд предложил следующую модель атома: в центре находится положительно заряженное ядро, вокруг которого, в точности как планеты вокруг солнца, вращаются Z электронов. Эта модель получила название "планетарной ядерной модели атома".

Затруднения ядерной модели. Как видно, ядерная модель атома находится в противоречии с законами классической механики и электродинамики. Если электрон вращается вокруг ядра, то его движение – ускоренное, и поэтому он должен непрерывно излучать электромагнитные волны. Это следует из уравнения (14.1.3), которое содержит два неизвестных: r и v , которые, исходя из него, могут изменяться только непрерывно. В результате чего существует бесчисленное множество значений радиуса и соответствующих ему значений скорости (а значит, и энергии). Но излучение сопровождается потерей энергии, вследствие чего электрон будет непрерывно приближаться к ядру и, как показывают строгие расчёты, за малое время $\approx 10^{-10}$ с должен будет упасть на ядро. Таким образом, ядерная модель Резерфорда противоречит наблюдаемому факту устойчивости атомных систем.

Кроме того, эта модель не могла объяснить характер спектров излучения атомов. Действительно, непрерывно падая на ядро, электрон в модели Резерфорда должен двигаться по спирали и в силу закона сохранения момента количества движения (момента импульса) испускать сплошной спектр частот:

$$mvr = mr^2\omega = 2\pi nr^2\nu = const. \quad (14.1.4)$$

Частота излучения ν с уменьшением радиуса орбиты должна меняться непрерывно, как r^{-2} . Тогда спектры атомов должны быть сплошными, что также следует и из уравнения (14.1.3).

Линейчатый спектр излучения атома водорода. На практике сплошной спектр действительно наблюдается, но только в случае излучения нагретых твёрдых и жидких тел, где атомы не являются свободными. В случае атомных газов, когда атомы можно считать практически невзаимодействующими, характер излучения определяется лишь их внутренней структурой. Опыт показывает, что в этом случае атомы имеют так называемый линейчатый спектр, т. е. испускают электромагнитные волны только нескольких строго определённых частот. Линейчатый спектр распадается на ряд закономерных последовательных линий, образующих серии.

Для атома водорода швейцарский учёный И. Бальмер в 1885 г. нашёл эмпирическую формулу для частот излучения в видимой области спектра (серия Бальмера):

$$\nu = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots), \quad (14.1.5)$$

где R – постоянная Ридберга. Её величина $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$.

В дальнейшем в спектре водорода (в ультрафиолетовой и инфракрасной областях) был обнаружен целый ряд серий, описываемых аналогичными формулами:

Серия Лаймана (ультрафиолетовая область)

$$\nu = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 2, 3, 4, \dots);$$

Серия Пашена (инфракрасная область)

$$\nu = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 4, 5, 6, \dots);$$

Серия Брэкета (инфракрасная область)

$$\nu = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 5, 6, 7, \dots);$$

Серия Пфунда (инфракрасная область)

$$\nu = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 6, 7, 8, \dots);$$

Серия Хэмфри (инфракрасная область)

$$\nu = R \left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 7, 8, 9, \dots).$$

Обобщённая формула Бальмера. Частоты всех линий спектра водорода можно описать одной обобщённой формулой Бальмера:

$$\nu = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (m = 1, 2, 3, 4, 5, 6; \quad n = m + 1), \quad (14.1.6)$$

где m – определяет серию, а n – определяет отдельные линии этой серии.

§11. Постулаты Бора. Водородоподобные системы. Противоречивость теории Бора

Для объяснения линейчатых спектров излучения атомов и устойчивости их ядерной структуры датским физиком Нильсом Бором в 1913 г. были высказаны два предположения, которые легли в основу двух его постулатов.

1. В атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, в которых он не излучает энергии. Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением электромагнитных волн.

В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию

$$m_e v r_n = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (14.2.1)$$

где m_e – масса электрона, v – его скорость по n -й орбите радиуса r_n .

2. При переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией

$$h\nu = E_n - E_m, \quad (14.2.2)$$

равной разности энергий соответствующих стационарных состояний (E_n и E_m – соответственно энергии стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения)). При $E_m < E_n$ происходит излучение фотона (переход атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией, т. е. переход электрона с более удалённой от ядра орбиты на более близлежащую), при $E_m > E_n$ – его поглощение (переход атома в состояние с большей энергией, т. е. переход электрона на более удалённую от ядра орбиту). Набор возможных дискретных частот $\nu = (E_n - E_m)/h$ квантовых переходов и определяет линейчатый спектр атома.

Следуя Бору, рассмотрим движение электрона в водородоподобной системе, ограничиваясь круговыми стационарными орбитами. Решая совместно уравнение, предложенное Резерфордом

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{Ze \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (14.5.1)$$

и уравнение $m_e v r_n = n\hbar$ ($n=1, 2, 3, \dots$) получим выражение для радиуса n -ой стационарной орбиты:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{m_e e^2 Z} \quad (14.5.2)$$

Полная энергия электрона в водородоподобной системе складывается из его кинетической энергии

$$\left[\frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \text{ см. (14.5.1)} \right] \text{ и потенциальной}$$

энергии в электростатическом поле ядра $\left(-\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right)$:

$$E = \frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Учитывая квантованные для радиуса n -й стационарной орбиты значения (14.5.2), получим, что энергия электрона может принимать только следующие дозволённые значения:

$$E_n = -\frac{Z^2 m_e e^4}{n^2 8h^2 \epsilon_0^2} \quad (n=1, 2, 3, \dots),$$

где знак минус означает, что электрон находится в связанном состоянии.

Энергия атома водорода с увеличением n (главного квантового числа) возрастает и энергетические уровни сближаются к границе, соответствующей значению $n=\infty$ (рис. 14.7).

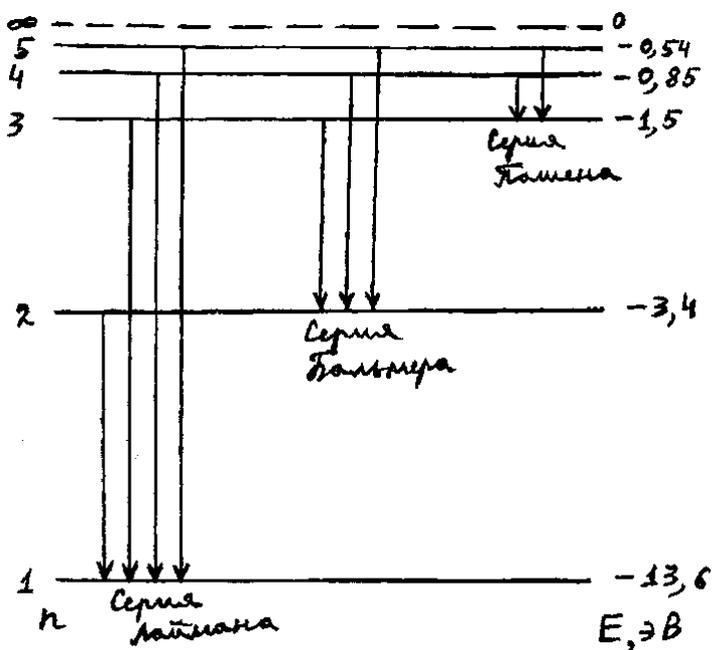


Рис. 14.7

Теория Бора была крупным шагом в развитии атомной физики и явилась важным этапом в создании квантовой механики. Однако эта теория обладает внутренними противоречиями (с одной стороны, применяет законы классической физики, а с другой – основывается на квантовых постулатах). В теории Бора рассмотрены спектры атома водорода и водородоподобных систем – систем состоящих из ядра с зарядом Ze и одного электрона (например, ионы He^+ , Li^{++}) и вычислены частоты спектральных линий, однако эта теория не смогла объяснить интенсивности

спектральных линий и ответить на вопрос: почему совершаются те или иные переходы? Серьёзным недостатком теории Бора была невозможность описания с её помощью спектра атома гелия – одного из простейших атомов, непосредственно следующего за атомом водорода.

§12. Гипотеза де Бройля. Волновые свойства микрочастиц. Соотношение неопределённостей Гейзенберга

Французский учёный Луи де Бройль (1892-1987) развивая представления о двойственной корпускулярно-волновой природе света, выдвинул в 1923 г. гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма. Де Бройль утверждал, что не только фотоны, но и электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также волновыми свойствами.

Итак, согласно де Бройлю, с каждым микрообъектом связываются, с одной стороны, корпускулярные характеристики – энергия E и импульс p , а с другой – волновые характеристики – частота ν и длина волны λ . Количественные соотношения, связывающие корпускулярные и волновые свойства частиц, такие же, как для фотонов:

$$E = h\nu, \quad p = \frac{h}{\lambda} \quad (14.3.1)$$

Таким образом, любой частице, обладающей импульсом, сопоставляют волновой процесс с длиной волны, определяемой по формуле де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (14.3.2)$$

Это соотношение справедливо для любой частицы с импульсом p .

Рассмотрим свободно движущуюся со скоростью v частицу массой m . Вычислим для неё фазовую и групповую скорости волн де Бройля.

1. Фазовая скорость

$$v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2 / \sqrt{1-v^2/c^2}}{mv / \sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{c^2}{v} \quad (14.3.3)$$

($E = \hbar\omega$ и $p = \hbar k$, где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число). Так как $c > v$, то фазовая скорость волн де Бройля больше скорости света в вакууме (может быть и меньше c).

2. Групповая скорость

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp} \quad (14.3.4)$$

Для свободной частицы $E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$ и

$$\frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{\sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}} = \frac{pc^2}{E} = \frac{mvc^2 / \sqrt{1-v^2/c^2}}{mc^2 / \sqrt{1-v^2/c^2}} = v$$

Следовательно, групповая скорость волн де Бройля равна скорости частицы. Например, групповая скорость фотона

$$u = \frac{pc^2}{E} = \frac{mcc^2 / \sqrt{1-v^2/c^2}}{mc^2 / \sqrt{1-v^2/c^2}} = c, \text{ т. е. равна}$$

скорости самого фотона.

3. Волны де Бройля испытывают дисперсию.

Действительно, подставив в выражение $v_{\text{фаз}} = E/p$

формулу $E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$, увидим, что скорость волн де Бройля зависит от длины волны.

В. Гейзенберг в 1927 г. пришёл к выводу, что объект микромира невозможно одновременно с любой наперёд заданной точностью характеризовать и координатой и импульсом. Согласно соотношению неопределённостей Гейзенберга, микрочастица (микрообъект) не может иметь одновременно и определённую координату (x, y, z), и определённую соответствующую проекцию импульса (p_x, p_y, p_z), причём неопределённости этих величин удовлетворяют условиям

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar, \quad (14.3.5)$$

т. е. произведение неопределённостей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка \hbar .

Из соотношения неопределённостей (14.3.5) следует, что, например, если микрочастица находится в состоянии с точным значением координаты ($\Delta x=0$), то в этом состоянии соответствующая проекция её импульса оказывается совершенно неопределённой ($\Delta p_x=\infty$), и наоборот. Таким образом, для микрочастицы не существует состояний, в которых её координаты и импульс имели бы одновременно точные значения. Отсюда вытекает и фактическая невозможность одновременно с любой наперёд заданной точностью измерить координату и импульс микрообъекта.