

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
"Сибирская государственная автомобильно-дорожная  
академия (СибАДИ)"

**С.В. Бирюков, В.А. Федорук, В.А. Федоров**

**МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА  
И ТЕРМОДИНАМИКА**

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ  
для самостоятельной подготовки студентов  
к Интернет-тестированию**

Под общей редакцией д-ра техн. наук, проф. С.В Бирюкова

Омск  
СибАДИ  
2012

УДК 53(075.8)

ББК 22.3я 73

Б 64

*Рецензенты:*

д-р техн. наук, проф. В. И. Суриков  
(Омский государственный технический университет);  
д-р техн. наук, проф. В.К. Федоров  
(Омский экономико-энергетический институт)

**Бирюков С.В.**

**Б64 Механика, молекулярная физика и термодинамика: учебное пособие по общей физике для самостоятельной подготовке студентов к Интернет-тестированию // С.В. Бирюков, В.А. Федорук, В.А. Федоров; под общей ред. С.В. Бирюкова. – Омск: СибАДИ, 2012. – 166 с.**

Материал учебного пособия включает в себя теоретические сведения по механике, молекулярной физике и термодинамике. Указанные темы охватывают две из семи дидактические единицы ГОС по дисциплине "Физика" для инженерной и бакалаврской подготовки в технических вузах. Эти темы разбиты на 10 разделов в соответствии с рубрикаторм тестовых заданий, приведенном на сайте Интернет-тестирования в сфере образования [www/fero.ru](http://www/fero.ru).

В разделах 11 и 12 учебного пособия представлены тестовые задания для самостоятельной проработки и приведены примеры решения некоторых тестовых задач.

Учебное пособие написано в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования. Оно формирует требования, предъявляемые ФГБУ "Росаккредагентство" к студентам, при проверке их остаточных знаний по физике посредством Интернет-тестирования в сфере образования.

Пособие предназначено для самостоятельной подготовки студентов технических вузов к Интернет-тестированию по физике по всем направлениям подготовки.

Табл. 1. Ил. 22. Библиогр.: 10 назв.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	5
<b>М Е Х А Н И К А</b>	
<b>1. Кинематика поступательного и вращательного движений..</b>	7
1.1. Основные понятия, законы и формулы .....	7
1.2. Тестовые задачи для контроля знаний .....	14
<b>2. Динамика точки поступательного движения твердого тела</b>	25
2.1. Основные понятия, законы и формулы .....	25
2.2. Тестовые задачи для контроля знаний .....	30
<b>3. Динамика вращательного движения .....</b>	38
3.1. Основные понятия, законы и формулы .....	38
3.2. Тестовые задачи для контроля знаний .....	42
<b>4. Работа и энергия .....</b>	52
4.1. Основные понятия, законы и формулы .....	52
4.2. Тестовые задачи для контроля знаний .....	54
<b>5. Законы сохранения момента импульса и энергии .....</b>	63
5.1. Основные понятия, законы и формулы .....	63
5.2. Тестовые задачи для контроля знаний .....	64
<b>6. Элементы специальной теории относительности .....</b>	74
6.1. Основные понятия, законы и формулы .....	74
6.2. Тестовые задачи для контроля знаний .....	77
<b>МОЛЕКУЛЯРНАЯ (СТАТИСТИЧЕСКАЯ) ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА</b>	
<b>7. Распределение Максвелла и Больцмана .....</b>	84
7.1. Основные понятия, законы и формулы .....	84
7.2. Тестовые задачи для контроля знаний .....	88
<b>8. Внутренняя энергия и теплоёмкость газов .....</b>	102
8.1. Основные понятия, законы и формулы .....	102
8.2. Тестовые задачи для контроля знаний .....	106
<b>9. Второе начало термодинамики. Энтропия. Циклы.....</b>	114
9.1. Основные понятия, законы и формулы .....	114
9.2. Тестовые задачи для контроля знаний .....	118
<b>10. Первое начало термодинамики. Работа при изопроцессах ..</b>	126
10.1. Основные понятия, законы и формулы .....	126
10.2. Тестовые задачи для контроля знаний .....	131

## **УЧИМСЯ РЕШАТЬ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ**

<b>11. Тестовые задачи на дидактическую единицу ГОС «Механика»</b> .....	139
11.1. Примеры решений некоторых Интернет-тестовых задач	139
11.2. Тестовые задачи для практических занятий с ответами	148
<b>12. Тестовые задачи на дидактическую единицу ГОС «Молекулярная (статистическая) физика и термодинамика»</b> .....	153
12.1. Примеры решений некоторых Интернет-тестовых задач	153
12.2. Тестовые задачи для практических занятий с ответами	160
<b>Библиографический список</b> .....	165

## Введение

Для повышения качества образования во всех вузах страны с 2005 г. был введен Федеральный экзамен в сфере профессионального образования (ФЭПО) [1]. Этот экзамен организует и координирует единый центр тестирования. Экзамен проводится по завершённым дисциплинам федерального компонента учебных планов и направлен на проверку остаточных знаний студента.

Подготовка и проведение такого экзамена связана с дополнительными временными затратами преподавателя, не учитываемыми учебным планом. В связи с этим проведение лекционных занятий зачастую сводилось к подготовке студентов к решению тестовых задач в ущерб дисциплине. Практическое отсутствие методических разработок в этом направлении затрудняет самостоятельную подготовку студентов к Интернет-тестированию остаточных знаний. В настоящее время известно одно такое учебное пособие, изданное в 2009 г. [2]. Однако из-за небольшого тиража, малого объёма предложенных тестовых задач и быстрого устаревания материала оно не позволяет студенту в полном объёме самостоятельно подготовиться к Интернет-тестированию.

В связи с этим возникла необходимость в создании учебного пособия для самостоятельной подготовки студентов к решению тестовых задач.

В основу учебного пособия положена тематическая структура аттестационных педагогических измерительных материалов (АПИМ) по физике, представленных в таблице. Структура АПИМ по дисциплине «Физика» разбита на семь дидактических единиц (ДЕ), приведенных в первой и второй колонках таблицы, причем каждая из ДЕ имеет от 4 до 6 тем (заданий). Дидактическая единица считается освоенной студентом, если он ответил на 50 % заданий. Тест считается пройденным, если получены ответы на все дидактические единицы.

### Тематическая структура АПИМ

№ ДЕ	Наименование дидактической единицы ГОС	№ темы	Тема задания
1	Механика	1	Кинематика поступательного и вращательного движения
		2	Динамика точки и поступательного движения твердого тела
		3	Динамика вращательного движения твердого тела
		4	Работа и энергия
		5	Законы сохранения момента импульса и энергии
		6	Элементы специальной теории относительности
2	Молекулярная (статистическая) физика и термодинамика	7	Распределения Максвелла и Больцмана
		8	Внутренняя энергия и теплоемкость газов
		9	Второе начало термодинамики. Энтропия. Циклы
		10	Первое начало термодинамики. Работа при изопроцессах
3	Электричество и магнетизм	11	Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме
		12	Законы постоянного тока
		13	Магнитостатика
		14	Электрическое и магнитное поля в веществе
		15	Свойства электрических и магнитных полей
		16	Уравнения Максвелла
4	Колебания и волны	17	Свободные и вынужденные колебания
		18	Сложение гармонических колебаний
		19	Волны. Уравнение волны
		20	Энергия волны. Перенос энергии волной
5	Волновая и квантовая оптика	21	Интерференция и дифракция света
		22	Поляризация и дисперсия света
		23	Тепловое излучение. Фотоэффект
		24	Эффект Комптона. Световое давление
6	Квантовая физика и физика атома	25	Спектр атома водорода. Теория Бора для водородоподобных систем
		26	Волны де Бройля
		27	Волновая функция для микрочастицы в потенциальном ящике
		28	Уравнения Шредингера (общие свойства)
7	Элементы ядерной физики и физики элементарных частиц	29	Ядро. Элементарные частицы
		30	Ядерные реакции
		31	Законы сохранения в ядерных реакциях
		32	Фундаментальные взаимодействия

Настоящее учебное пособие состоит из 12 разделов. Разделы учебного пособия с 1 по 10 соответствуют дидактическим единицам “Механика”, “Молекулярная (статистическая) физика и термодинамика”, а их подразделы – отдельным темам, по которым составляются тестовые задания. Дидактическая единица “Механика” представлена шестью, а дидактическая единица “Молекулярная физика и термодинамика” – четырьмя темами. После каждой темы приводятся тестовые задания для самостоятельной проработки. Тестовые задания взяты из демонстрационных вариантов сайта Росаккредагентства ([www.fero.ru](http://www.fero.ru)) и реальных тестов прошлых лет.

Разделы учебного пособия 11 и 12 направлены на обучение студентов умению решать тестовые задачи. Раздел 11 включает в себя примеры решения тестовых задач, а в разделе 12 приводятся тестовые задачи с указанными правильными ответами. Такой разнообразный подход к представлению тестовых задач должен способствовать формированию у студентов навыков их решения. Тестовые задания сформированы из задач, которые встречались среди АПИМ 2006 – 2012 гг. [1].

Для более лучшей подготовки студентов к Интернет-тестированию рекомендуется использовать систему “Интернет-тренажеры в сфере образования” [2], а также работы [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10].

## **М Е Х А Н И К А**

### **1. КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЙ**

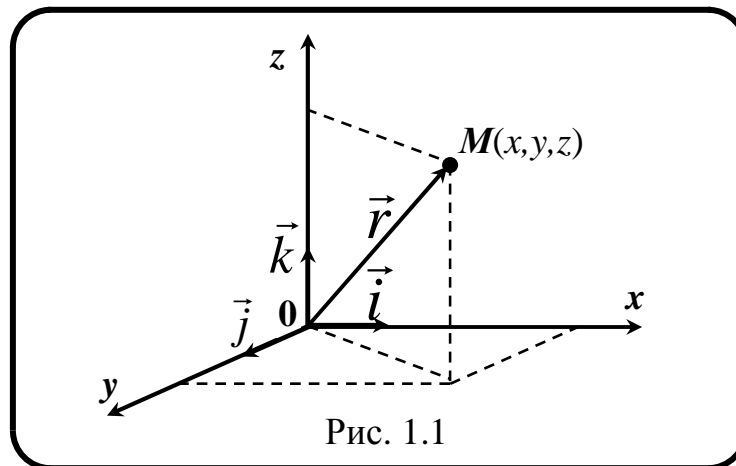
#### **1.1. Основные понятия, законы и формулы**

“Кинематика” – раздел механики, изучающий движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обуславливают.

- Положение тела в пространстве можно определить только по отношению к другим телам.

- Тело отсчета – произвольно выбранное тело, относительно которого определяется положение других движущихся тел.

- Система координат – система, связанная с телом отсчета. В простейшем случае – прямоугольная декартова система координат (рис.1.1).



- Система отсчета – совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и синхронизированных между собой часов.

- Положение материальной точки  $M$  в момент времени  $t$  определяется (рис. 1.1):

- в декартовой системе координат тремя координатами  $x$ ,  $y$  и  $z$  и описывается системой скалярных уравнений

$$\begin{cases} x = x(t); \\ y = y(t); \\ z = z(t). \end{cases} \quad (1.1)$$

- в пространстве радиусом-вектором  $\vec{r}$  и описывается векторным уравнением

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1.2)$$

- Траектория – линия, описываемая в пространстве движущейся материальной точкой относительно выбранной системы отсчета.

- Вектор перемещения точки

$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0 \quad (1.3)$$



за промежуток времени от  $t = t_1$  до  $t = t_2$ ;  $\Delta\vec{r}$  – вектор, проведенный из положения точки в момент  $t_1$  в её положение в момент  $t_2$  (рис. 1.2).

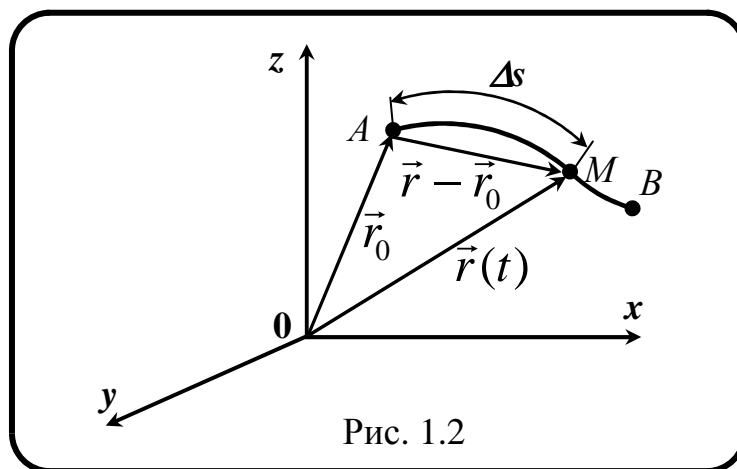


Рис. 1.2

- Длина пути  $\Delta s$  – сумма длин всех участков траектории, пройденных точкой за рассматриваемый промежуток времени, т.е.  $\Delta s = \Delta s(t)$  (скалярная функция времени). При прямолинейном движении  $|\Delta\vec{r}| = \Delta s$ .

- Скорость – векторная величина, определяющая как быстроту движения, так и его направление в данный момент времени (рис. 1.3).

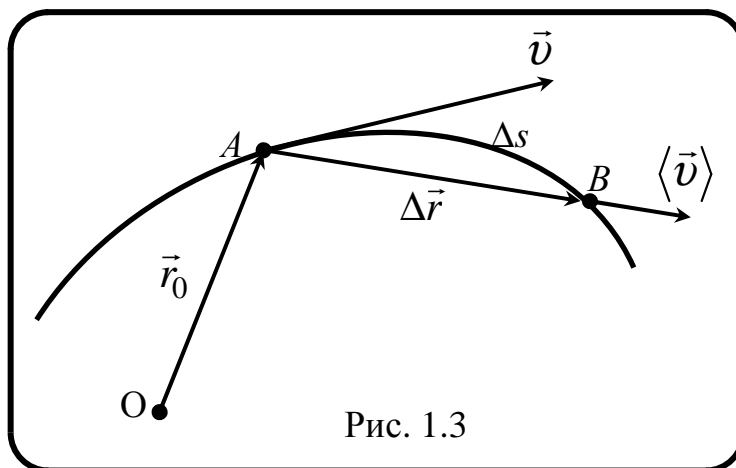


Рис. 1.3

- Средняя скорость

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \quad (1.4)$$

- Средняя путевая скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1.5)$$

- Мгновенная путевая скорость

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (1.6)$$

- Модуль средней скорости

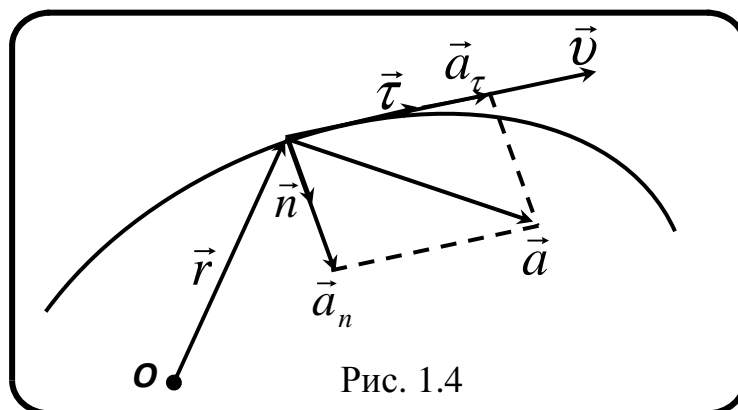
$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1.7)$$

- Мгновенная скорость

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.8)$$

- Единица скорости – м/с (метр в секунду).

• Ускорение определяет быстроту изменения скорости по модулю и направлению (характеристика неравномерного движения) (рис. 1.4).



- Среднее ускорение

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (1.9)$$

- Мгновенное ускорение

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad (1.10)$$

- Составляющие модулей ускорения:

- тангенциальная (направлена по касательной к траектории, см. рис. 1.4)

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}; \quad (1.11)$$

- нормальная (направлена к центру кривизны траектории, см. рис. 1.4)

$$a_n = \frac{v^2}{R}, \quad (1.12)$$

где  $R$  – радиус кривизны траектории.

• Полное ускорение при криволинейном движении – геометрическая сумма тангенциальной и нормальной составляющих:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_{\tau}. \quad (1.13)$$

• Модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2}. \quad (1.14)$$

• Единица ускорения – м/с<sup>2</sup> (метр в секунду в квадрате).

• При движении с постоянным ускорением  $a = \text{const}$ :

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}, \quad (1.15)$$

где  $\vec{r}_0$  и  $\vec{v}_0$  – начальное положение и начальная скорость материальной точки. Аналогичные выражения имеют место для проекций радиуса-вектора. Например, проекция  $\vec{r}$  на ось  $x$  имеет вид

$$r_x(t) = x(t) = x_0 + v_{0,x} t + \frac{a_x t^2}{2}. \quad (1.16)$$

• Скорость точки при равнопеременном движении ( $a = \text{const}$ )

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} t. \quad (1.17)$$

• Вращательное движение – движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

- Для описания вращательного движения используются угловые характеристики: угол поворота  $\Delta\varphi$ , угловая скорость  $\vec{\omega}$ , угловое ускорение  $\vec{\varepsilon}$ .

- Угол поворота – модуль вектора  $d\vec{\varphi}$ , направление которого подчиняется правилу правого винта (рис. 1.5).

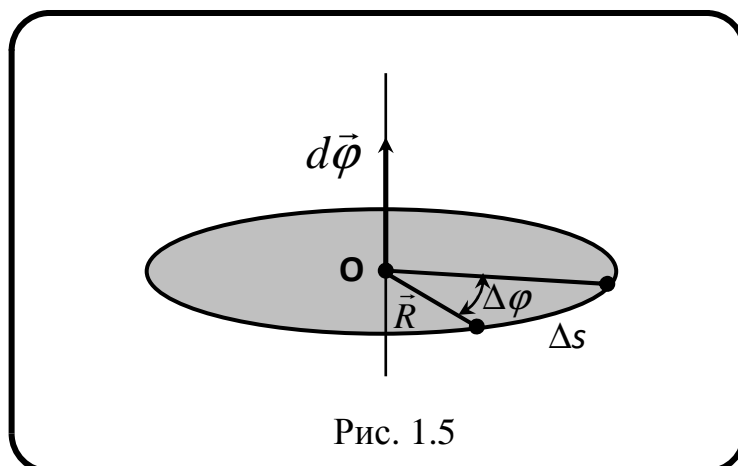


Рис. 1.5

- Угловая скорость  $\vec{\omega}$  – векторная величина, определяемая как

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} . \quad (1.18)$$

Вектор угловой скорости  $\vec{\omega}$  направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта, т.е. так же, как и вектор  $d\vec{\varphi}$  (рис. 1.6).

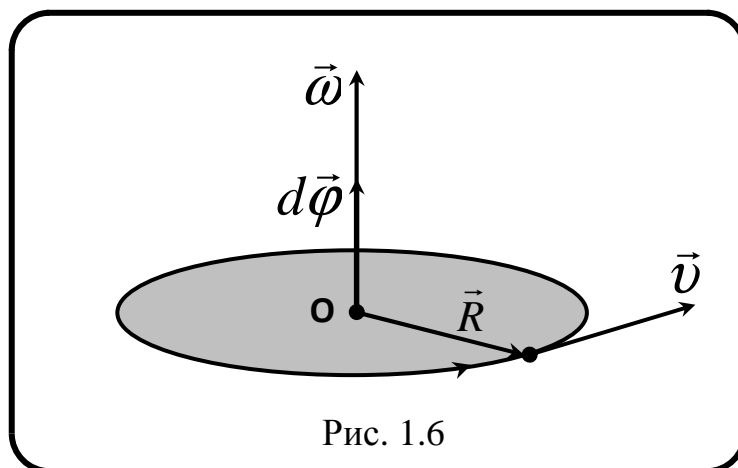


Рис. 1.6

- Единица угловой скорости – рад/с (радиан в секунду).
- Угловое ускорение  $\vec{\varepsilon}$  – векторная величина, определяемая как

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}. \quad (1.19)$$

- Равнопеременное вращение тела вокруг неподвижной оси

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon}t; \quad (1.20)$$

$$\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_0 + \vec{\omega}_0t + \frac{\vec{\varepsilon}t^2}{2}. \quad (1.21)$$

- Связь между линейными и угловыми величинами:

– путь, пройденный точкой по дуге окружности радиусом  $R$ , равен

$$\Delta s = R\Delta\varphi; \quad (1.22)$$

– линейная скорость этой точки

$$v = \omega R; \quad (1.23)$$

– тангенциальное ускорение точки

$$a_\tau = \varepsilon R; \quad (1.24)$$

– нормальное ускорение

$$a_n = \omega^2 R; \quad (1.25)$$

– полное ускорение

$$a = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}. \quad (1.26)$$

• Частота вращения  $n$  связана с угловой скоростью соотношением

$$\omega = 2\pi n. \quad (1.27)$$

• Единица частоты вращения –  $\text{с}^{-1}$  (секунда в минус первой степени).

- Период вращения (время одного оборота)

$$T = \frac{1}{n}. \quad (1.28)$$

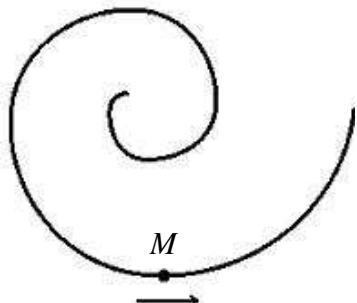
- Число оборотов

$$n = \frac{\varphi}{2\pi}, \quad (1.29)$$

где  $\varphi$  - угол поворота. При  $\varphi = 2\pi$  тело совершает один оборот.

## 1.2. Тестовые задачи для контроля знаний

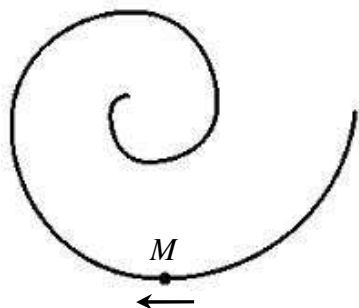
1. Точка  $M$  движется по спирали с постоянной по величине скоростью в направлении, указанном стрелкой на рисунке. При этом величина нормального ускорения ...



**Варианты ответа:**

- а) увеличивается;      б) не изменяется;  
в) равна нулю;      г) уменьшается.

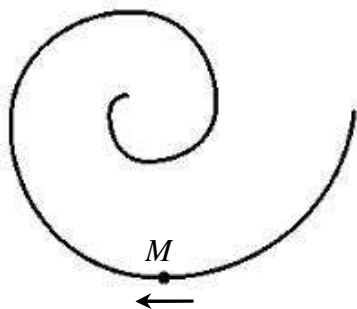
2. Точка  $M$  движется по спирали в направлении, указанном стрелкой на рисунке. Нормальное ускорение по величине не изменяется. При этом величина скорости ...



**Варианты ответа:**

- а) не изменяется;      б) увеличивается;  
в) уменьшается.

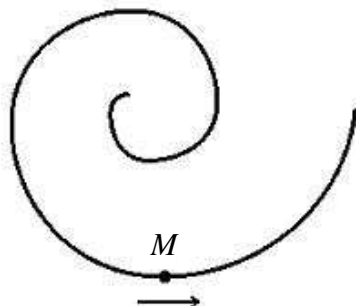
3. Точка  $M$  движется по спирали с постоянной по величине скоростью в направлении, указанном стрелкой. При этом величина нормального ускорения ...



**Варианты ответа:**

- а) не изменяется;      б) увеличивается;  
в) уменьшается.

4. Точка  $M$  движется по спирали с равномерно убывающей скоростью в направлении, указанном стрелкой. При этом величина полного ускорения точки ...



**Варианты ответа:**

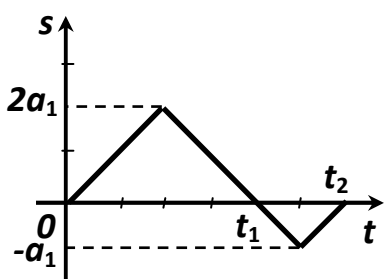
- а) уменьшается;      б) увеличивается;  
в) не изменяется;      г) равна нулю.

5. Прямолинейное движение точки описывается уравнением  $x = -1 + 3t^2 - 2t^3$  (в единицах СИ). Средняя скорость точки за время движения до остановки в м/с равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 2 м/с; б) 1 м/с; в) 3 м/с; г) 6 м/с.

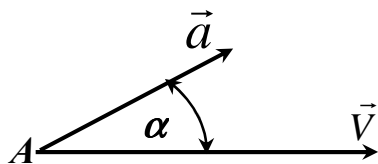
6. На графике показано изменение с течением времени ускорения точки на прямолинейном отрезке пути. Начальная скорость равна нулю. Скорость точки в момент времени  $t_2$  равна ...



**Варианты ответа:**

- а)  $\frac{3}{2}a_1t_1$ ; б)  $\frac{5}{4}a_1t_1$ ; в)  $\frac{3}{4}a_1t_1$ ; г)  $a_1t_1$ .

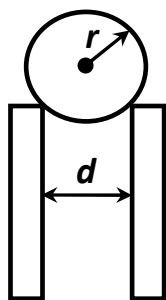
7. В точке  $A$  траектории угол между векторами скорости и ускорения  $\alpha = 60^\circ$ , ускорение  $a = 2$  м/с, скорость направлена горизонтально. За время  $\Delta t = 1$  с (считать его малым приращением) приращение скорости по модулю составит ...



**Варианты ответа:**

- а)  $-1$  м/с; б) 1 м/с; в) 2 м/с; г)  $\sqrt{3}$  м/с.

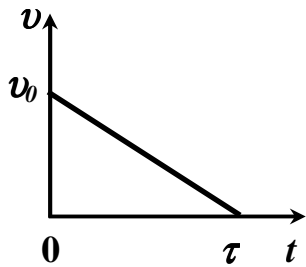
8. Шарик радиусом  $r = 5$  см катится равномерно без проскальзывания по двум параллельным линейкам, расстояние между которыми  $d = 8$  см, и за 2 с проходит 120 см. Угловая скорость вращения шарика равна ...



**Варианты ответа:**

- а)  $12 \text{ с}^{-1}$ ; б)  $20 \text{ с}^{-1}$ ; в)  $15 \text{ с}^{-1}$ ; г)  $6 \text{ с}^{-1}$ .

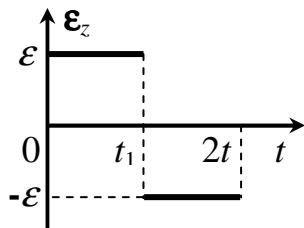
9. Ротор электродвигателя, вращающийся с частотой 960 об/мин, после выключения остановился через 10 с. Угловое ускорение торможения ротора после выключения электродвигателя оставалась постоянным. Зависимость частоты вращения от времени торможения показана на графике. Число оборотов, которые сделал ротор до остановки, равно ...



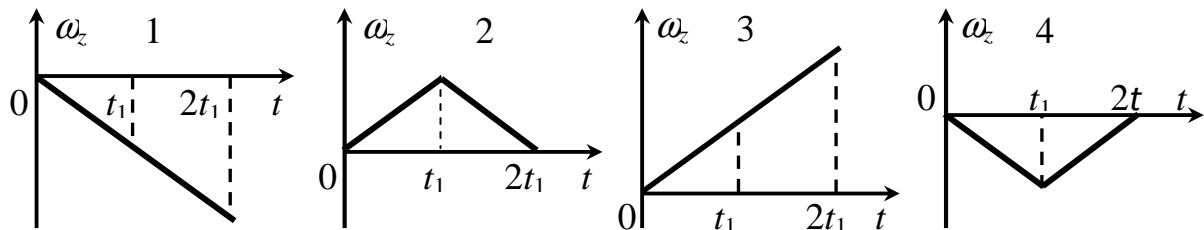
**Варианты ответа:**

- а) 80; б) 4 800; в) 13; г) 160.

10. Твердое тело начинает вращаться вокруг оси  $z$ . Зависимость углового ускорения  $\varepsilon_z$  от времени  $t$  представлена на графике.



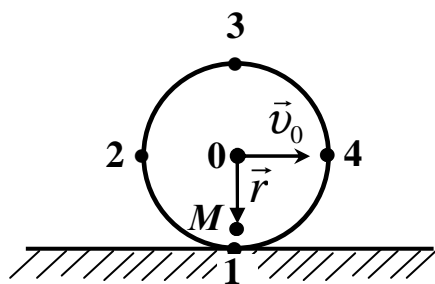
Соответствующая зависимость угловой скорости  $\omega_z$  представлена графиком ...



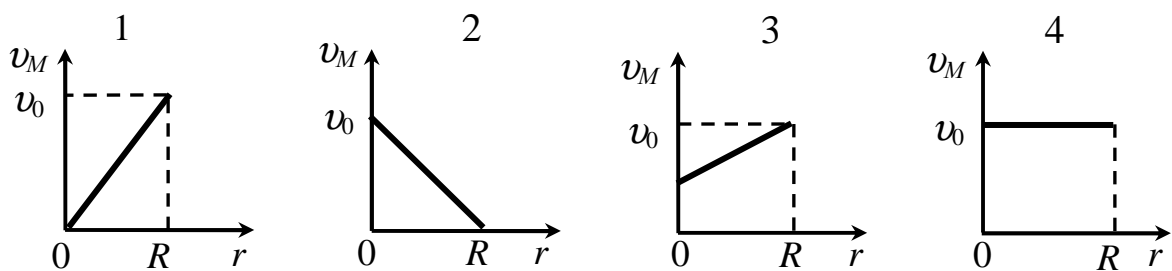
**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

11. Цилиндр радиусом  $R$  катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью  $\vec{v}_0$ . Точка  $M$  расположена на нижней половине вертикального диаметра цилиндра на расстоянии  $r$  от центра цилиндра. Зависимость мгновенной скорости точки  $M$  от расстояния до центра цилиндра имеет вид ...







**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

**12.** Тело брошено с поверхности Земли со скоростью 10 м/с под углом  $45^\circ$  к горизонту. Если сопротивлением воздуха пренебречь и принять  $g = 10 \text{ м/с}^2$ , то радиус кривизны траектории в верхней точке равен ...

**Варианты ответа:**

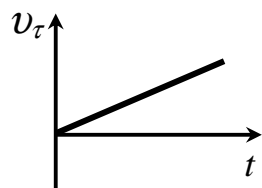
- а) 2 м; б) 2,5 м; в) 5 м; г) 10 м.

**13.** Точка  $M$  движется по окружности с постоянным ускорением. Если проекция тангенциального ускорения на направление скорости положительна, то величина нормального ускорения ...

**Варианты ответа:**

- а) уменьшается; б) не изменяется; в) увеличивается.

**14.** Материальная точка  $M$  движется по окружности со скоростью  $\vec{v}$ .



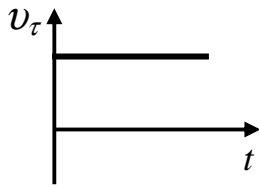
На рисунке показан график зависимости проекции скорости  $v_\tau$  от времени ( $\vec{\tau}$  – единичный вектор положительного направления,  $v_\tau$  – проекция вектора скорости  $\vec{v}$  на это направление). При этом для нормального  $a_n$  и тангенциального  $a_\tau$

ускорений выполняются условия ...

**Варианты ответа:**

- а)  $a_n > 0$ ;  $a_\tau > 0$ ; б)  $a_n = 0$ ;  $a_\tau = 0$ ;  
 в)  $a_n = 0$ ;  $a_\tau > 0$ ; г)  $a_n > 0$ ;  $a_\tau = 0$ .

15. Материальная точка  $M$  движется по окружности со скоростью  $\vec{v}$ . На графике показана зависимости проекции скорости  $v_\tau$  от времени ( $\vec{\tau}$  – единичный вектор положительного направления;  $v_\tau$  – проекция вектора скорости  $\vec{v}$  на это направление). При этом для нормального  $a_n$  и тангенциального  $a_\tau$  ускорений выполняются условия ...



**Варианты ответа:**

- а)  $a_n$  постоянно;  $a_\tau$  уменьшается; б)  $a_n$  увеличивается;  $a_\tau$  равно нулю;
- в)  $a_n$  постоянно;  $a_\tau$  равно нулю; г)  $a_n$  увеличивается;  $a_\tau$  уменьшается.

16. Материальная точка  $M$  движется по окружности со скоростью  $\vec{v}$ . На рис.1 показан график зависимости проекции скорости  $v_\tau$  от времени ( $\vec{\tau}$  – единичный вектор положительного направления;  $v_\tau$  – проекция вектора скорости  $\vec{v}$  на это направление). При этом вектор полного ускорения на рис. 2 имеет направление...

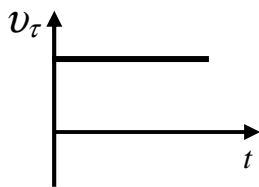


Рис. 1

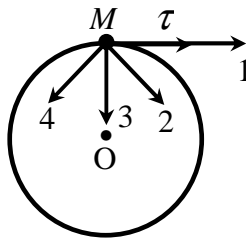


Рис. 2

**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

17. Материальная точка  $M$  движется по окружности со скоростью  $\vec{v}$ . На рис. 1 показан график зависимости проекции скорости  $v_\tau$  от времени  $t$  ( $\vec{\tau}$  – единичный вектор положительного направления;  $v_\tau$  – проекция вектора скорости  $\vec{v}$  на это направление). При этом вектор полного ускорения на рис. 2 имеет направление ...

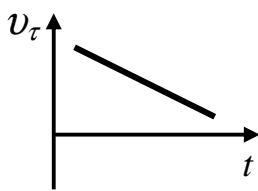


Рис. 1

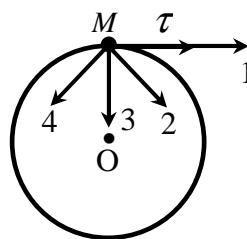


Рис. 2

**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 3; в) 2; г) 4.

18. Материальная точка  $M$  движется по окружности со скоростью  $\vec{v}$ .

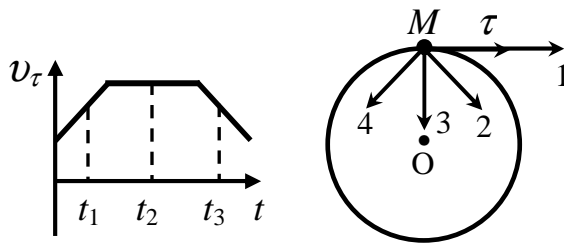


Рис. 1

Рис. 2

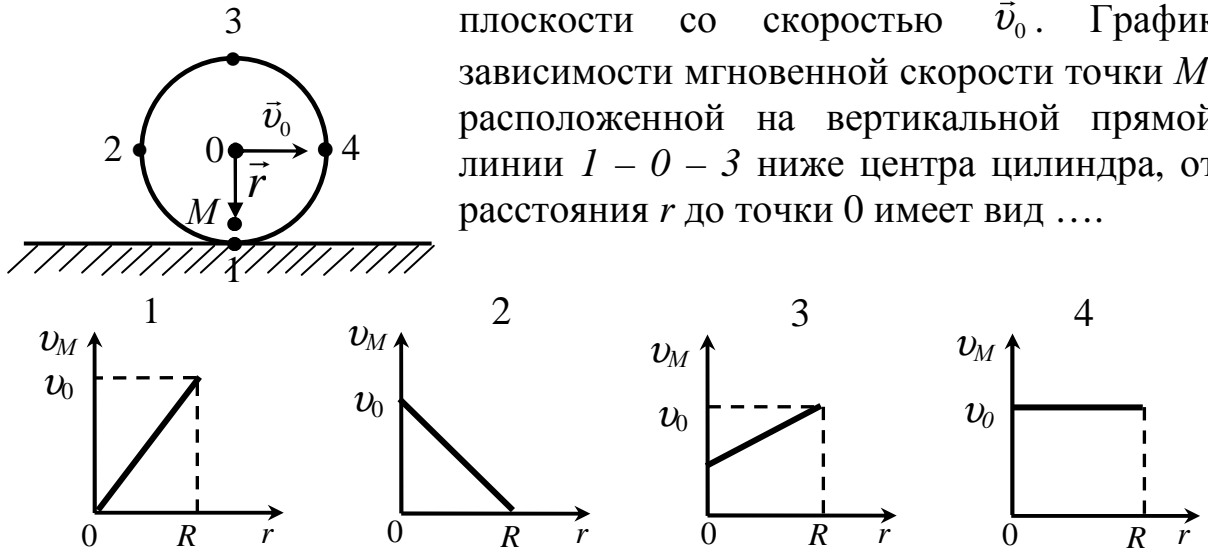
На рис. 1 показан график зависимости  $v_\tau$  от времени ( $\vec{\tau}$  – единичный вектор положительного направления;  $v_\tau$  – проекция вектора скорости  $\vec{v}$  на это направление). На рис. 2 укажите направление ускорения точки  $M$

в момент времени  $t_1$ .

**Варианты ответа:**

- а) 3; б) 1; в) 2; г) 4.

19. Цилиндр радиусом  $R$  катится без скольжения по горизонтальной плоскости со скоростью  $\vec{v}_0$ . График зависимости мгновенной скорости точки  $M$ , расположенной на вертикальной прямой линии  $1 - 0 - 3$  ниже центра цилиндра, от расстояния  $r$  до точки  $0$  имеет вид ....

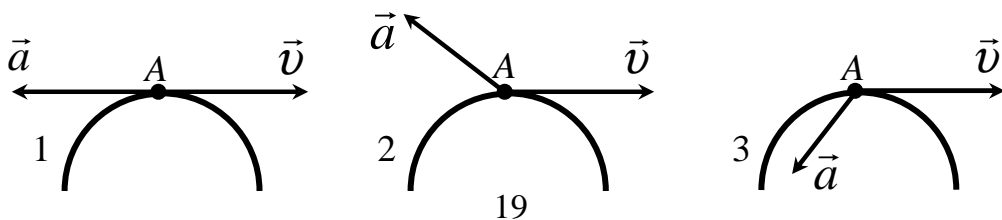


**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

20. На рисунках изображены траектория движения, векторы скорости  $\vec{v}$  и полного ускорения  $\vec{a}$  материальной точки  $A$ , движущейся замедленно.

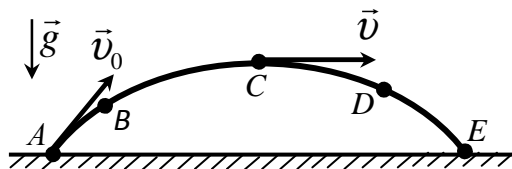
Направление вектора полного ускорения показано правильно на рисунке ...



**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 2; в) 3.

21. Камень бросили под углом к горизонту со скоростью  $v_0$ . Его траектория в однородном поле тяжести изображена на рисунке. Сопротивления воздуха нет. Модуль тангенциального ускорения  $a_\tau$  на участке  $A - B - C \dots$



траектория в однородном поле тяжести изображена на рисунке. Сопротивления воздуха нет. Модуль тангенциального ускорения  $a_\tau$  на участке  $A - B - C \dots$

**Варианты ответа:**

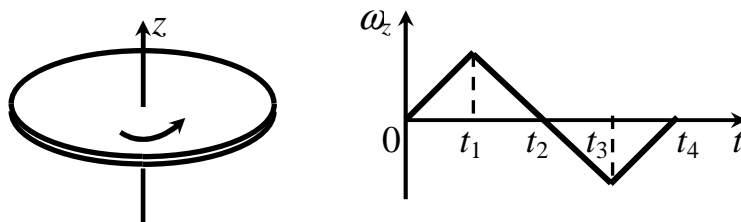
- а) не изменяется; б) уменьшается; в) увеличивается.

22. Два тела брошены под одним и тем же углом к горизонту с начальными скоростями  $v_0$  и  $2v_0$ . Если сопротивлением воздуха пренебречь, то соотношение дальностей полета  $S_2/S_1$  равно ...

**Варианты ответа:**

- а)  $\sqrt{2}$ ; б)  $2\sqrt{2}$ ; в) 4; г) 2.

23. Диск вращается вокруг своей оси, изменяя проекцию своей угловой скорости  $\omega_z(t)$  так, как показано на рисунке.



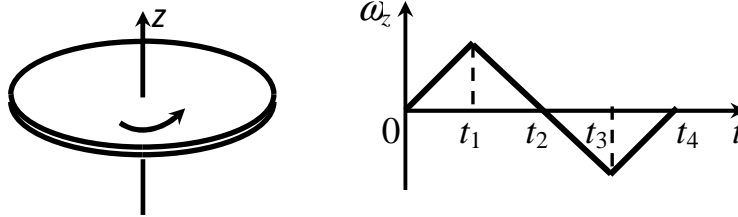
Вектор угловой скорости  $\vec{\omega}$  направлен по оси  $z$  в интервале времени

**Варианты ответа:**

- а) от  $t_2$  до  $t_3$  и от  $t_3$  до  $t_4$ ; б) от  $t_1$  до  $t_2$  и от  $t_2$  до  $t_3$ ;  
в) от 0 до  $t_1$  и от  $t_1$  до  $t_2$ ; г) от  $t_1$  до  $t_2$  и от  $t_3$  до  $t_4$ .

24. Диск вращается вокруг своей оси, изменяя проекцию угловой скорости  $\omega_z(t)$  так, как показано на рисунке. Вектор угловой скорости

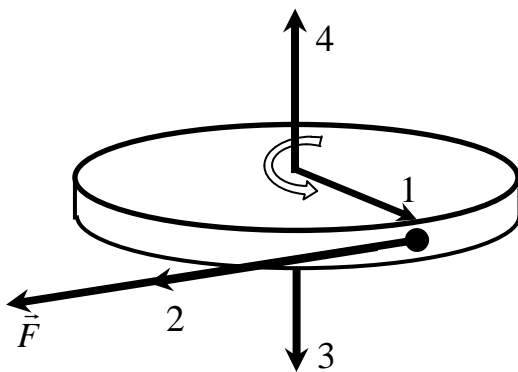
$\vec{\omega}$  и вектор углового ускорения  $\vec{\varepsilon}$  направлены в одну сторону в интервалы времени ...



**Варианты ответа:**

- а) от 0 до  $t_1$  и от  $t_3$  до  $t_4$ ; б) от  $t_1$  до  $t_2$  и от  $t_2$  до  $t_3$ ;  
 в) от 0 до  $t_1$  и от  $t_2$  до  $t_3$ ; г) от 0 до  $t_1$  и от  $t_1$  до  $t_2$ .

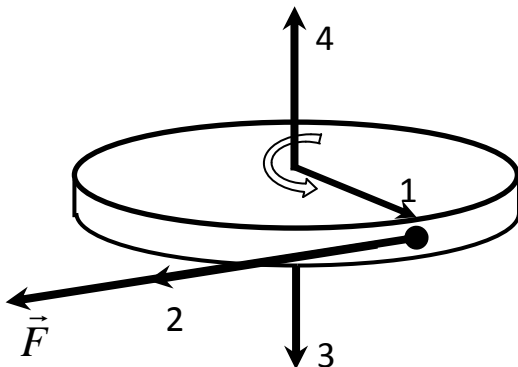
25. Диск равномерно вращается вокруг вертикальной оси в направлении, указанном на рисунке белой стрелкой. В некоторый момент времени к ободу диска была приложена сила, направленная по касательной. До остановки диска правильно изображает направление угловой скорости вектор ...



**Варианты ответа:**

- а) 4; б) 2; в) 1; г) 3.

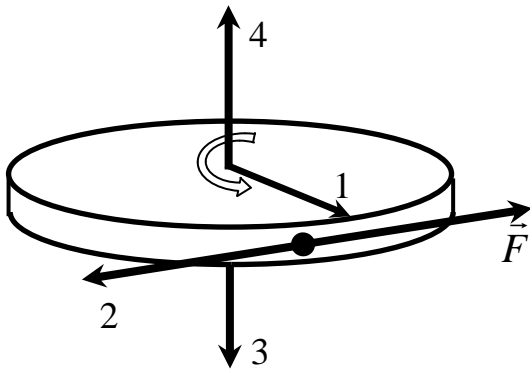
26. Колесо вращается так, как показано на рисунке белой стрелкой. К ободу колеса приложена сила, направленная по касательной. Правильно изображает угловую скорость вектор ...



**Варианты ответа:**

- а) 2; б) 3; в) 4; г) 1.

27. Диск равномерно вращается вокруг вертикальной оси в направлении, указанном на рисунке белой стрелкой. В некоторый момент времени к ободу диска была приложена сила, направленная по касательной.

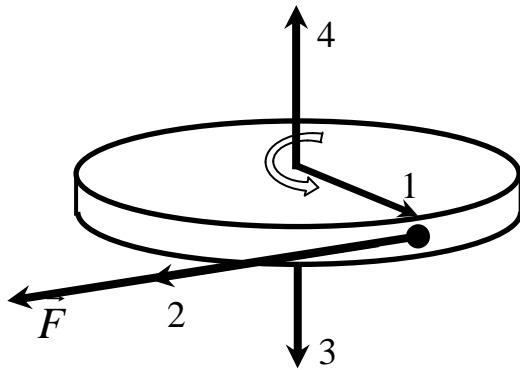


При этом правильно изображает направление углового ускорения диска вектор ...

**Варианты ответа:**

- а) 3; б) 2; в) 1; г) 4.

28. Диск равномерно вращается вокруг вертикальной оси в направлении, указанном на рисунке белой стрелкой. В некоторый момент времени к ободу диска была приложена сила, направленная по касательной.

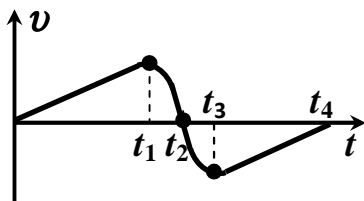


При этом правильно изображает направление углового ускорения диска вектор ...

**Варианты ответа:**

- а) 3; б) 2; в) 1; г) 4.

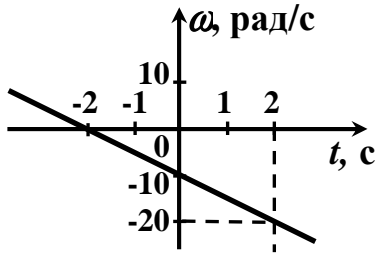
29. Материальная точка движется по окружности. На чертеже изображена зависимость её скорости от времени. Точка имеет наибольшее нормальное ускорение в момент времени



**Варианты ответа:**

- а)  $t_1$ ; б)  $t_2$ ; в)  $t_3$ ; г)  $t_4$ .

30. Тело вращается вокруг неподвижной оси. Зависимость угловой скорости от времени  $\omega(t)$  приведена на рисунке.

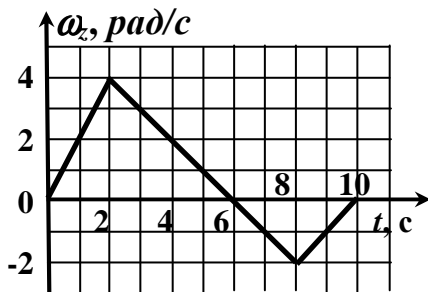


Тангенциальное ускорение точки, находящейся на расстоянии 1 м от оси вращения, равно ....

**Варианты ответа:**

- а)  $0,5 \text{ м/с}^2$ ; б)  $-0,5 \text{ м/с}^2$ ; в)  $5 \text{ м/с}^2$ ; г)  $-5 \text{ м/с}^2$ .

31. Твердое тело начинает вращаться вокруг оси  $Z$  с угловой скоростью, проекция которой изменяется во времени, как показано на графике.

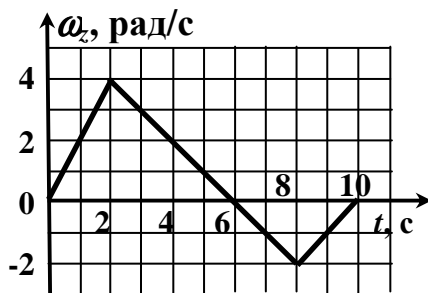


Через 10 с тело окажется повернутым относительно начального положения на угол ...

**Варианты ответа:**

- а) 16 рад; б) 12 рад; в) 8 рад; г) 32 рад.

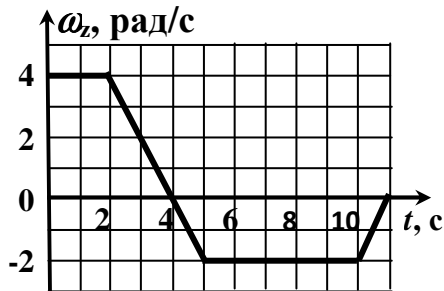
32. Твердое тело начинает вращаться вокруг оси  $Z$  с угловой скоростью, проекция которой изменяется со временем, как показано на графике. Угловое перемещение (в радианах) в промежутке времени от 2 до 4 с равно ...



**Варианты ответа:**

- а) 4 рад; б) 2 рад; в) 6 рад; г) 8 рад.

33. Твердое тело начинает вращаться вокруг оси  $Z$  с угловой скоростью, проекция которой изменяется со временем, как показано на графике.



Через 11 с тело окажется повернутым относительно начального положения на угол ...

**Варианты ответа:**

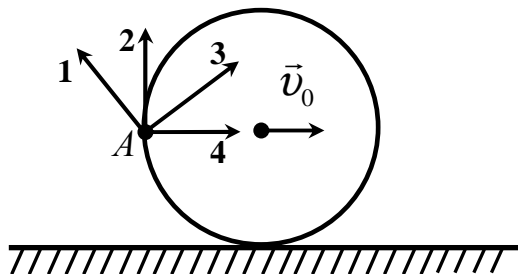
а) 4 рад; б) 12 рад; в) 0 рад; г) 24 рад.

34. Частица из состояния покоя начала двигаться по дуге окружности радиусом  $R = 2$  м с угловой скоростью, модуль которой изменяется с течением времени по закону  $\omega = 2t^2$ . Отношение нормального ускорения к тангенциальному через 2 с равно ...

**Варианты ответа:**

а) 4; б) 2; в) 1; г) 8.

35. Диск катится равномерно по горизонтальной поверхности со скоростью  $\vec{v}_0$  без проскальзывания.

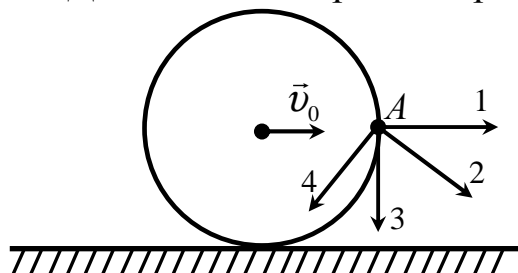


Вектор скорости точки  $A$ , лежащей на ободе диска, ориентирован в направлении ...

**Варианты ответа:**

а) 4; б) 2; в) 1; г) 3.

36. Диск катится равномерно по горизонтальной поверхности со скоростью  $\vec{v}_0$  без проскальзывания.



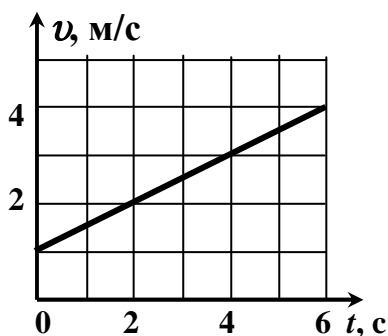
Вектор скорости точки  $A$ , лежащей на ободе диска, ориентирован в направлении ...



### Варианты ответа:

а) 4; б) 2; в) 1; г) 3.

37. Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси. Скорость точки, находящейся на расстоянии 10 см от оси, изменяется со временем в соответствии с графиком, представленным на рисунке.



Зависимость угловой скорости тела от времени (в единицах СИ) задается уравнением ...

### Варианты ответа:

а)  $\omega = 0,1(1 + 7,5t)$ ; б)  $\omega = 0,1(1 + 0,5t)$ ;

в)  $\omega = 10 + 7,5t$ ; г)  $\omega = 10 + 5t$ .

## 2. ДИНАМИКА ТОЧКИ И ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

### 2.1. Основные понятия, законы и формулы

• *Первый закон Ньютона*: материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не выведет его из этого состояния.

*Первый закон Ньютона* утверждает существование *инерциальных систем отсчета*.

• Масса тела – физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая её инерционные (инертная масса) и гравитационные (гравитационная масса) свойства.

• Единица массы – кг (килограмм).

• Сила – векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате

которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры. В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения.

- Единица силы –  $H$  (ньютон).
- *Второй закон Ньютона*: скорость изменения импульса  $\vec{p} = m\vec{v}$  материальной точки равна равнодействующей всех сил, действующих на нее:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (2.1)$$

- Если масса постоянна, то второй закон Ньютона может быть выражен формулой

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (2.2)$$

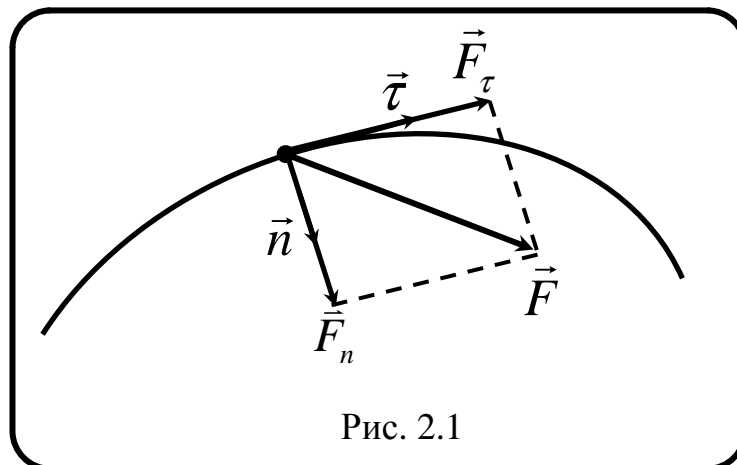
- Изменение импульса материальной точки равно импульсу действующей на неё силы:

$$\Delta p = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}(t) dt, \quad (2.3)$$

где

$$\vec{F}(t) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i(t).$$

- Если равнодействующая всех сил равна нулю  $\vec{F}(t) = 0$ , то импульс материальной точки сохраняется:  $\vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1) = \Delta\vec{p} = 0$ .



- Сила, действующая на материальную точку, движущуюся по кривой, может быть разложена на две составляющие – тангенциальную и нормальную (рис. 2.1). Тангенциальная (или касательная) сила

$$\vec{F}_\tau = m\vec{a}_\tau = m \frac{dv}{dt} \vec{\tau}, \quad (2.4)$$

где  $\vec{\tau}$  – единичный вектор, направленный по касательной к траектории.

Нормальная, или центростремительная, сила

$$\vec{F}_n = m\vec{a}_n = m \frac{v^2}{R} \vec{n}, \quad (2.5)$$

где  $\vec{n}$  – единичный вектор, направленный по нормали к траектории, а  $R$  – радиус кривизны траектории.

- Полный импульс  $\vec{P}$  системы материальных точек равен сумме импульсов всех этих материальных точек:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i. \quad (2.6)$$

- Закон сохранения импульса: полный импульс замкнутой системы материальных точек не изменяется с течением времени:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}, \quad (2.7)$$

где  $n$  – число материальных точек (тел), входящих в систему.

- Применение закона сохранения импульса к соударению двух тел

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2, \quad (2.8)$$

где  $\vec{v}_i, \vec{u}_i (i=1,2)$  – скорости тел 1 и 2 до и после соударений соответственно.

- При неупругом ударе, когда тела слипаются после соударения, их общая скорость  $\vec{u}$  становится равной

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \quad (2.9)$$

• *Третий закон Ньютона:* силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (2.10)$$

Это вытекает из того, что для двух взаимодействующих между собой материальных точек  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{const}$ , следовательно,

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = \frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0.$$

• Центром масс механической системы, состоящей из  $n$  материальных точек с массами  $m_i$  и скоростями  $v_i$ , называется точка пространства с радиусом-вектором

$$\vec{R}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}. \quad (2.11)$$

Следует понимать, что в этом месте пространства может не быть ни одной материальной точки, это просто удобная характеристика системы материальных точек.

• Скорость  $v_c$  перемещения центра масс  $R_c$  в пространстве определяется формулой

$$\vec{v}_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}. \quad (2.12)$$

• Силы трения – тангенциальные силы, возникающие при соприкосновении поверхностей тел и препятствующие их относительному перемещению.

• Сила трения покоя

$$(F_{mp_0})_{\max} = \mu_0 N. \quad (2.13)$$

Относительное движение тел возникает, если внешняя сила  $F > (F_{mp_0})_{\max}$ , где  $(F_{mp_0})_{\max}$  – предельная сила трения покоя;  $\mu_0$  – коэффициент трения покоя;  $N$  – сила нормального давления (рис. 2.2).

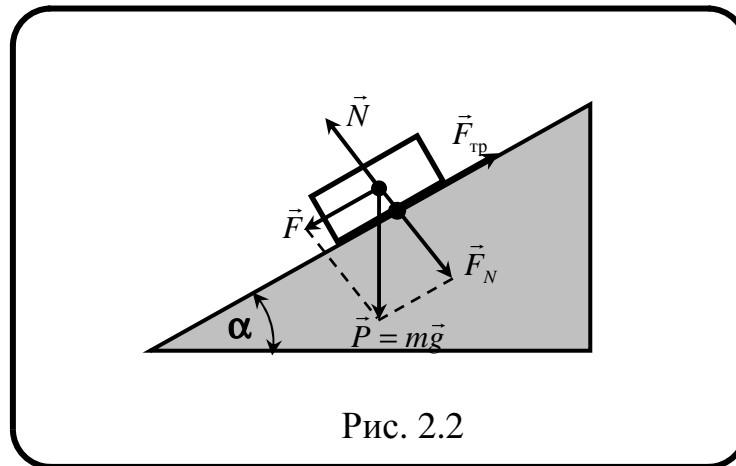


Рис. 2.2

- Сила трения скольжения

$$F_{mp} = \mu F_N = -\mu N, \quad (2.14)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения скольжения,  $F_N$  – нормальная сила (сила нормального давления),  $N$  – абсолютная величина силы нормального давления.

- Сила упругости

$$F_{упр} = -k\Delta l = -k(x - x_0), \quad (2.15)$$

где  $k$  – коэффициент жесткости;  $x$  – координата незакрепленного конца пружины;  $x_0$  – она же для нерастянутой пружины. Знак минус показывает, что сила направлена в обратную деформации сторону.

- Сила гравитационного взаимодействия

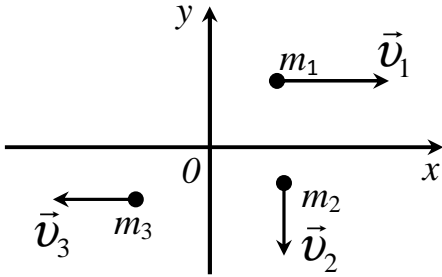
$$\vec{F}_{21} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}, \quad (2.16)$$

где  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Н·м/кг<sup>2</sup> – гравитационная постоянная.

Здесь  $r = |\vec{r}_{12}|$ ;  $\vec{r}_{12}$  – радиус-вектор тела 2 относительно тела 1. Знак минус в формуле (2.16) указывает на притяжение тел.

## 2.2. Тестовые задачи для контроля знаний

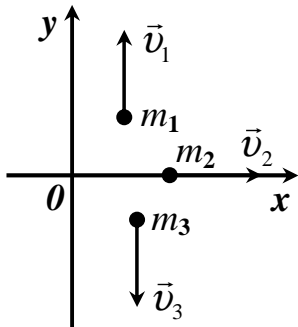
1. Система состоит из трех шаров с массами  $m_1 = 1$  кг;  $m_2 = 2$  кг;  $m_3 = 3$  кг, которые движутся так, как показано на рисунке. Если скорости шаров равны  $v_1 = 3$  м/с;  $v_2 = 2$  м/с;  $v_3 = 1$  м/с, то вектор скорости центра масс этой системы направлен ...



**Варианты ответа:**

- а) вдоль оси  $+ox$ ; б) вдоль оси  $+oy$ ;  
в) вдоль оси  $-oy$ ; г) вдоль оси  $-ox$ .

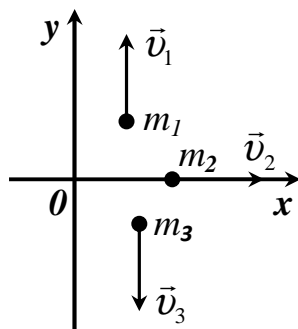
2. Система состоит из трех шаров с массами  $m_1 = 1$  кг;  $m_2 = 2$  кг;  $m_3 = 3$  кг, которые движутся так, как показано на рисунке. Если скорости шаров равны  $v_1 = 3$  м/с;  $v_2 = 2$  м/с;  $v_3 = 1$  м/с, то величина скорости центра масс этой системы в м/с равна ...



**Варианты ответа:**

- а) 4; б)  $2/3$ ; в) 10; г)  $5/3$ .

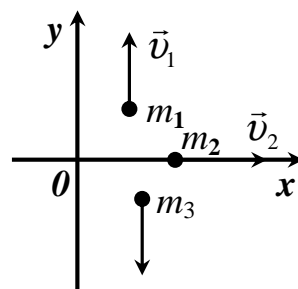
3. Система состоит из трех шаров с массами  $m_1 = 1$  кг;  $m_2 = 2$  кг;  $m_3 = 3$  кг, которые движутся так, как показано на рисунке. Если скорости шаров равны  $v_1 = 3$  м/с;  $v_2 = 2$  м/с;  $v_3 = 1$  м/с, то вектор скорости центра масс этой системы направлен ...



**Варианты ответа:**

- а) вдоль оси  $+ox$ ; б) вдоль оси  $+oy$ ;  
в) вдоль оси  $-oy$ .

4. Система состоит из трех шаров с массами  $m_1 = 1$  кг;  $m_2 = 2$  кг;  $m_3 = 3$  кг, которые движутся так, как показано на рисунке.



Если скорости шаров равны  $v_1 = 3$  м/с;  $v_2 = 2$  м/с;  $v_3 = 1$  м/с, то вектор импульса центра масс этой системы направлен ...

**Варианты ответа:**

- а) вдоль оси  $-oy$ ;    б) вдоль оси  $ox$ ;  
в) вдоль оси  $+oy$ .

**5.** Обруч, раскрученный в вертикальной плоскости и посланный по полу рукой гимнастки, через несколько секунд сам возвращается к ней. Начальная скорость центра обруча равна  $v = 10$  м/с, коэффициент трения между обручем и полом равен  $\mu = 0,5$ . Расстояние, на которое откатывается обруч, равно ...

**Варианты ответа:**

- а) 2 м;    б) 2,5 м;    в) 5 м;    г) 10 м.

**6.** На покоящееся тело массой  $m_1 = 2$  кг налетает с некоторой скоростью  $v$  тело массой  $m_2 = 5$  кг. Сила, возникающая при взаимодействии тел, линейно зависящая от времени, растет от 0 до значения  $F_0 = 4$  Н за время  $t_0 = 3$  с, а затем равномерно убывает до 0 за то же время  $t_0$ . Все движения происходят по одной прямой. Скорость первого тела массой  $m_1$  после взаимодействия равна ...

**Варианты ответа:**

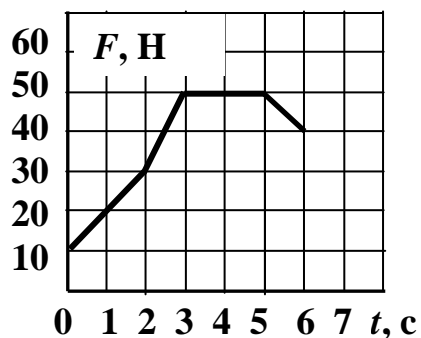
- а) 6 м/с;    б) 4 м/с;    в) 2 м/с;    г) 10 м/с.

**7.** Второй закон Ньютона в форме  $m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i$ , где  $\vec{F}_i$  – силы, действующие на тело со стороны других тел, ...

**Варианты ответа:**

- а) справедлив только при скоростях движения тела, много меньших скорости света в вакууме;  
б) пригоден для описания движения микрообъектов;  
в) справедлив при скоростях движения тела как малых, так и сопоставимых со скоростью тела в вакууме;  
г) справедлив в любой системе отсчета.

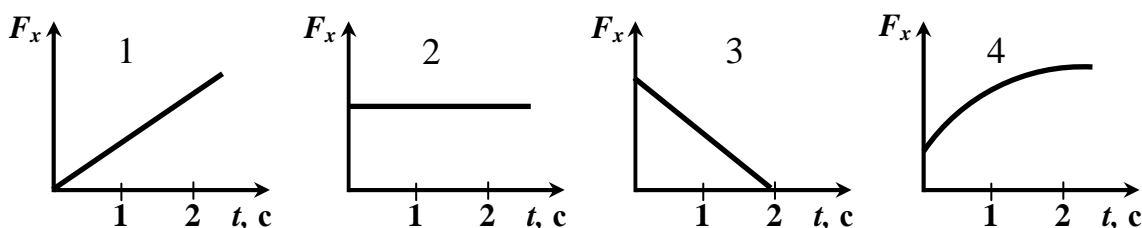
8. За первые 3 с импульс тела изменяется на ...



**Варианты ответа:**

- а) 150 Н·с;    б) 50 Н·с;    в) 80 Н·с;    г) 300 Н·с.

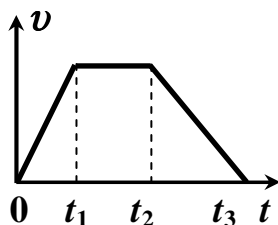
9. Зависимость импульса частицы от времени описывается законом  $\vec{p} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$ , где  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  – единичные векторы координатных осей  $X$  и  $Y$  соответственно. Зависимость горизонтальной проекции силы  $F_x$ , действующей на частицу, от времени представлена на графике ...



**Варианты ответа:**

- а) 1;    б) 2;    в) 3;    г) 4.

10. Скорость грузового лифта изменяется в соответствии с графиком, представленным на рисунке.



Сила давления груза на пол совпадает по модулю с силой тяжести в промежуток времени ...

**Варианты ответа:**

- а) от  $t_1$  до  $t_2$ ;    б) от 0 до  $t_3$ ;    в) от 0 до  $t_1$ ;    г) от  $t_2$  до  $t_3$ .

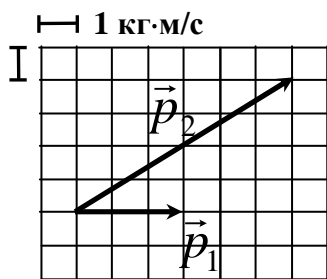


11. Тело массой  $m$  начинает двигаться под действием силы  $\vec{F} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$ . Если зависимость скорости тела от времени имеет вид  $\vec{v} = t^2\vec{i} + t^3\vec{j}$ , то мощность, развиваемая силой в момент времени  $\tau$ , равна ...

**Варианты ответа:**

- а)  $(\tau^2 + 2\tau)\vec{i} + (\tau^3 + 3\tau^2)\vec{j}$ ; б)  $5\tau/6$ ;  
 в)  $(\tau^2 - 2\tau)\vec{i} + (\tau^3 - 3\tau^2)\vec{j}$ ; г)  $2\tau^3 + 3\tau^5$ .

12. Теннисный мяч летел с импульсом  $\vec{p}_1$  в горизонтальном направлении, когда теннисист произвел по мячу удар длительностью  $\Delta t = 0,1$  с. Изменяющийся импульс мяча стал равным  $\vec{p}_2$  (масштаб указан на рисунке). Сила удара равна ...

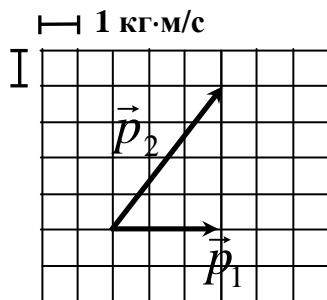


Средняя сила удара

**Варианты ответа:**

- а) 5 Н; б) 0,5 Н; в) 30 Н; г) 50 Н.

13. Теннисный мяч летел с импульсом  $\vec{p}_1$  в горизонтальном направлении, когда теннисист произвел по мячу резкий удар длительностью  $\Delta t = 0,1$  с. Изменившийся импульс мяча стал равным  $\vec{p}_2$  (масштаб указан на рисунке).

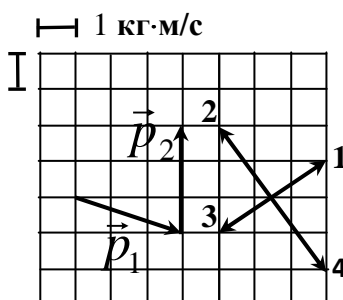


Средняя сила удара равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 40 Н; б) 30 Н; в) 0,4 Н; г) 0,2 Н.

14. Импульс тела  $\vec{p}_1$  изменился под действием кратковременного удара и стал равным  $\vec{p}_2$ , как показано на рисунке.

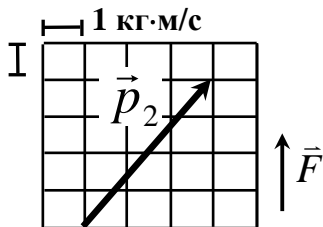


В момент удара сила действовала в направлении ...

**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

15. На теннисный мяч, который летел с импульсом  $\vec{p}_1$ , на короткое время  $\Delta t = 0,1$  с подействовал порыв ветра с постоянной силой  $F = 40$  Н, и импульс мяча стал равным  $\vec{p}_2$  (масштаб и направление указаны на рисунке). Величина импульса  $\vec{p}_1$  была равна ...



Величина импульса  $\vec{p}_1$  была равна ...

**Варианты ответа:**

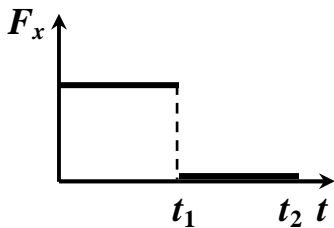
- а) 5 кг·м/с; б) 0,5 кг·м/с; в) 3 кг·м/с; г) 43 кг·м/с; д) 8,5 кг·м/с.

16. Известен характер движения тела в некоторой инерциальной системе отсчета. Инерциальной является любая другая система отсчета, в которой у тела ...

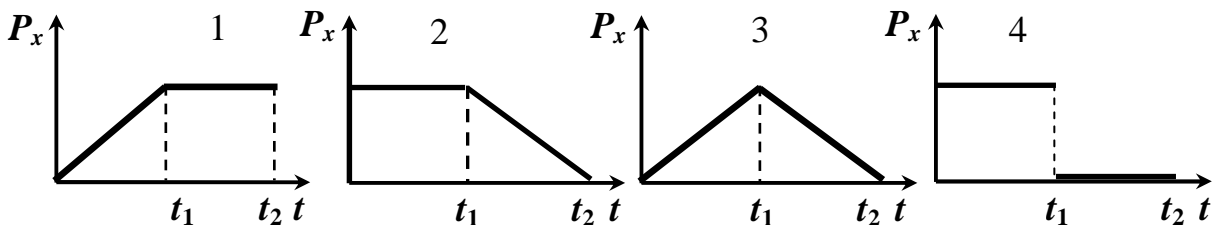
**Варианты ответа:**

- а) такая же координата; б) такое же ускорение;  
в) такая же траектория; г) такая же скорость.

17. Материальная точка начинает двигаться под действием силы  $F_x$ , график временной зависимости которой представлен на рисунке.



График, правильно отражающий зависимость величины проекции импульса материальной точки  $P_x$  от времени, будет...



**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

18. Вес тела массой  $m$  в лифте, поднимающемся вверх с ускорением  $a > 0$ , равен ...

**Варианты ответа:**

а)  $P=m(g+a)$ ;   б)  $P=mg$ ;   в)  $P=ma$ ;   г)  $P=m(g-a)$ .

19. Тело массой 5 кг движется равномерно по вогнутому мосту со скоростью 10 м/с. В нижней точке сила давления тела на мост вдвое превосходит силу тяжести. Радиус кривизны моста (в м) равен ...

**Вариант ответа:**

20. Механическая система состоит из трех частиц, массы которых  $m_1=0,1$  г;  $m_2=0,2$  г;  $m_3=0,3$  г. Первая частица находится в точке с координатами (2, 3, 0), вторая – в точке (2, 0, 1), третья – в точке (1, 1, 0) (координаты даны в сантиметрах). Тогда  $y_c$  – координата центра масс (в см) – равна ...

**Вариант ответа:**

21. Тело массой 2 кг движется с постоянной скоростью и с коэффициентом трения 0,5 по наклонной плоскости, расположенной под углом  $60^\circ$  к горизонту.

Сила трения (в Н) равна ...

**Вариант ответа:**

22. Импульс материальной точки изменяется по закону  $\vec{p} = 3t\vec{i} + 2t^2\vec{j}$  (кг·м/с). Модуль силы (в Н), действующей на точку в момент времени  $t = 1$  с, равен ...

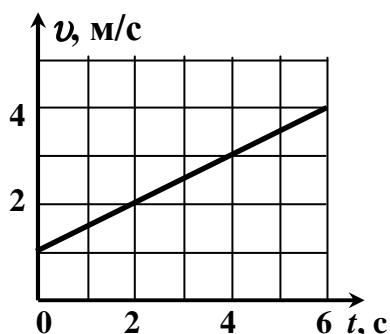
**Вариант ответа:**

23. Материальная точка движется под действием силы, изменяющейся по закону  $\vec{F} = 10t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$  (Н). В момент времени  $t = 2$  с проекция импульса (в кг·м/с) на ось  $OX$  равна ...

**Вариант ответа:**

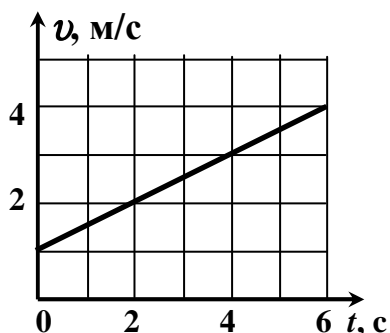
24. Под действием постоянной силы в 5 Н скорость тела изменялась с течением времени, как показано на графике. Масса тела (в кг) равна ...



**Вариант ответа:**

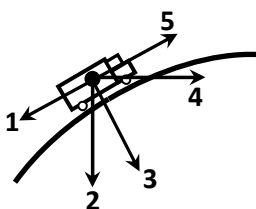
25. На рисунке приведен график зависимости скорости  $v$  тела от времени  $t$ . Если масса тела равна 2 кг, то изменение импульса тела (в единицах СИ) за 2 с равно ...



**Вариант ответа:**

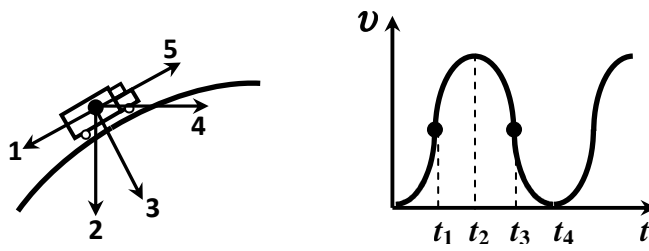
26. Автомобиль поднимается в гору по участку дуги с увеличивающейся по величине скоростью. Равнодействующая всех сил, действующих на автомобиль, ориентирована в направлении ...



**Вариант ответа:**

27. Модуль скорости автомобиля изменяется со временем, как показано на графике зависимости  $v(t)$ . В момент времени  $t_2$  автомобиль поднимался по участку дуги.

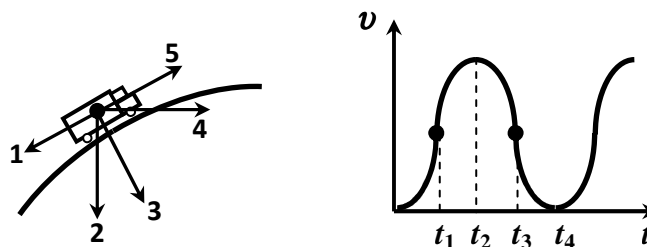


Направление результирующей всех сил, действующих на автомобиль в этот момент времени, правильно отображает вектор ...

**Варианты ответа:**

а) 3; б) 2; в) 1; г) 4.

**28.** Скорость автомобиля изменялась со временем, как показано на графике зависимости  $v(t)$ . В момент времени  $t_1$  автомобиль поднимался по участку дуги.

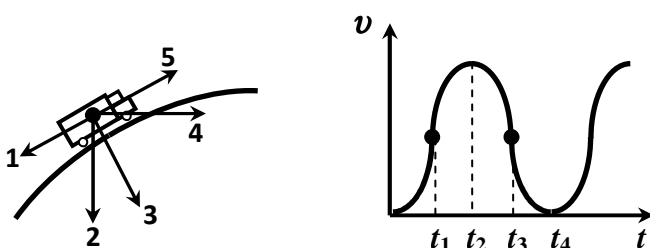


Направление результирующей всех сил, действующих на автомобиль в этот момент времени, правильно отображает вектор ...

**Варианты ответа:**

а) 3; б) 2; в) 1; г) 4.

**29.** Скорость автомобиля изменялась со временем, как показано на графике зависимости  $v(t)$ . В момент времени  $t_3$  автомобиль



поднимался по участку дуги. Направление результирующей всех сил, действующих на автомобиль в этот момент времени, правильно отображает вектор ...

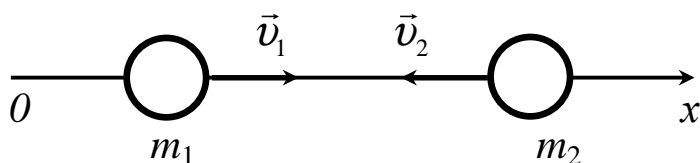
**Варианты ответа:**

а) 3; б) 2; в) 1; г) 4.

**30.** Импульс материальной точки изменяется по закону  $\vec{p} = 10t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$  (кг·м/с). Модуль силы (в Н), действующей на точку в момент времени  $t = 4$  с, равен ...

**Вариант ответа:**

**31.** Вдоль оси  $ox$  навстречу друг другу движутся две частицы с массами  $m_1=2$  г;  $m_2=6$  г и скоростями  $v_1 = 9$  м/с;  $v_2 = 3$  м/с соответственно. Проекция скорости центра масс на ось  $ox$  (в единицах СИ) равна ...



**Вариант ответа:**

**3. ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ  
ТВЕРДОГО ТЕЛА**

**3.1. Основные понятия, законы и формулы**

• Момент инерции – физическая величина, равная сумме произведений элементарных масс на квадрат расстояний до рассматриваемой оси (рис. 3.1)

$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2, \tag{3.1}$$

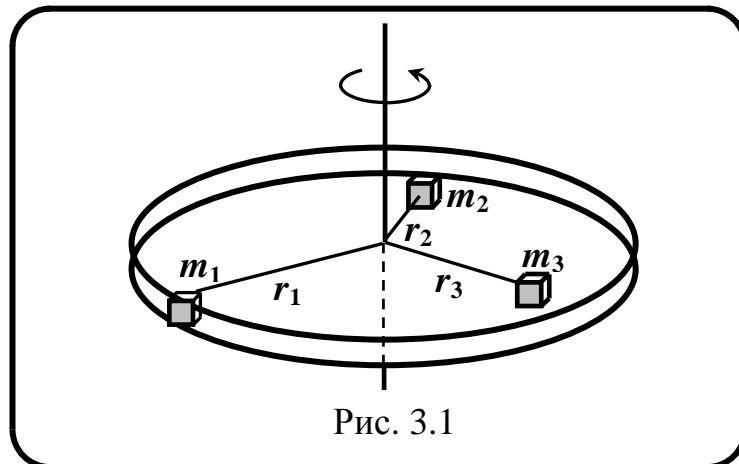


Рис. 3.1

• При непрерывном распределении масс момент инерции определяется интегралом

$$J = \int r^2 dm . \quad (3.2)$$

• Теорема Штейнера: момент инерции  $J$  относительно любой оси вращения равен моменту его инерции  $J_0$  относительно параллельной оси, проходящей через центр масс  $C$  тела, сложенному с произведением массы  $m$  тела на квадрат расстояния  $a$  между осями:

$$J = J_0 + ma^2 . \quad (3.3)$$

• Момент инерции некоторых тел:

а) материальной точки:

$$J = mr^2 , \quad (3.4)$$

где  $r$  – расстояние от точки до оси вращения;

б) шара относительно оси, проходящей через его центр:

$$J = \frac{2}{5} mr^2 , \quad (3.5)$$

где  $r$  – радиус шара;

в) однородного цилиндра (диска) относительно его оси:

$$J = \frac{1}{2} mr^2 , \quad (3.6)$$

где  $r$  – радиус основания цилиндра (диска);

г) тонкого стержня относительно оси, проходящей через центр тяжести стержня и перпендикулярной ему:

$$J = \frac{1}{12} ml^2, \quad (3.7)$$

где  $l$  – длина стержня;

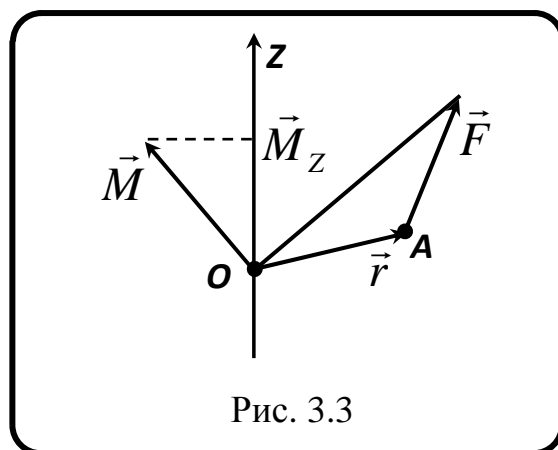
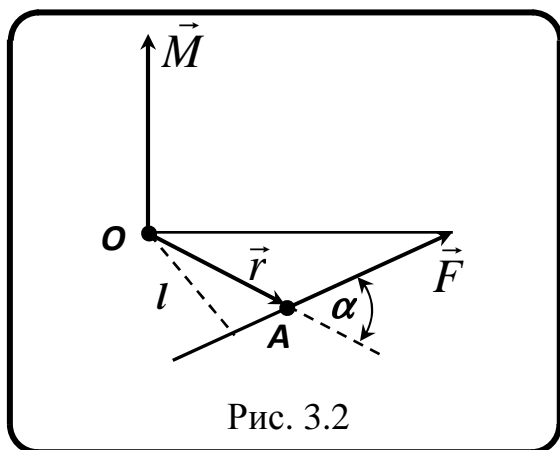
д) тонкого стержня относительно оси, проходящей через конец стержня и перпендикулярной ему:

$$J = \frac{1}{3} ml^2. \quad (3.8)$$

• Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad (3.9)$$

где  $M$  – момент силы;  $L$  – момент импульса.



• Момент силы относительно неподвижной точки  $O$  – физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора  $\vec{r}$ , проведенного из точки  $O$  в точку  $A$  приложения силы, на силу  $\vec{F}$ :

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}], \quad (3.10)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор точки приложения силы (рис. 3.2).

• Модуль вектора момента силы:

$$M_z = Fr \sin \alpha = Fl, \quad (3.11)$$

где  $l$  – плечо силы (см. рис. 3.2).



- Момент силы относительно неподвижной оси  $z$  – скалярная величина  $M_z$ , равная проекции на эту ось вектора  $\vec{M}_z$  момента силы, определенного относительно произвольной точки  $O$  данной оси  $z$  (рис. 3.3):

$$\vec{M}_z = [\vec{r} \times \vec{F}]_z . \quad (3.12)$$

- Момент импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси

$$\vec{L} = J\vec{\omega} , \quad (3.13)$$

где  $J$  – момент инерции тела [см. формулы (3.3) – (3.8)].

- Момент импульса  $\vec{L}$  материальной точки относительно начала координат – физическая величина, определяемая векторным произведением

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}] , \quad (3.14)$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор материальной точки, проведенный из начала координат в точку  $A$ ,  $\vec{p}$  – импульс материальной точки (см. рис. 3.3).

- Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени:

$$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \text{const} , \quad (3.15)$$

где  $\vec{L}_i$  – момент импульса тела с номером  $i$ , входящего в состав системы.

- Закон сохранения момента импульса для тела, вращающегося около неподвижной оси, при изменяющемся моменте инерции тела:

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2 , \quad (3.16)$$

где  $J_1$  и  $J_2$  – начальный и конечный моменты инерции;  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – начальная и конечная угловые скорости тела.

- Кинетическая энергия:

а) тела, вращающегося относительно неподвижной оси:

$$T = \frac{J\omega^2}{2}; \quad (3.17)$$

б) тела, катящегося по плоскости, ось перемещается со скоростью  $v$ :

$$T = \frac{J\omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2}. \quad (3.18)$$

• Работа вращения тела идет на увеличение его кинетической энергии:

$$\delta A = dT. \quad (3.19)$$

• Элементарная работа, совершаемая силой:

$$\delta A = \vec{M} \cdot d\vec{\varphi}, \quad (3.20)$$

где  $d\vec{\varphi}$  – вектор элементарного угла поворота тела ( $\vec{M}$  – вектор момента сил).

• Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}, \quad (3.21)$$

где  $\vec{\varepsilon}$  – вектор ускорения вращательного движения.

### 3.2. Тестовые задачи для контроля знаний

1. При выстреле орудия снаряд вылетел из ствола, расположенного под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту, вращаясь вокруг своей продольной оси с угловой скоростью  $\omega = 200 \text{ с}^{-1}$ . Момент инерции снаряда относительно этой оси  $J = 15 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , а время движения снаряда в стволе  $t = 2 \cdot 10^{-2} \text{ с}$ . На ствол орудия во время выстрела действует момент сил ...

**Варианты ответа:**

а)  $75 \cdot 10^5 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ; б)  $60 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ; в)  $15 \cdot 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ; г)  $0$ .

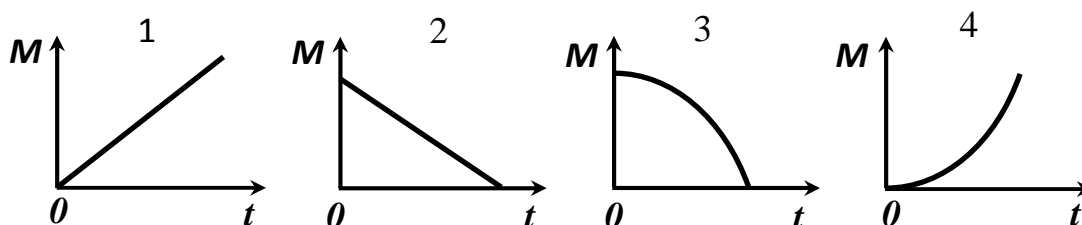
2. При выстреле орудия снаряд вылетел из ствола с угловой скоростью  $\omega = 200 \text{ с}^{-1}$  под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту. Момент инерции снаряда относительно его продольной оси  $J = 15 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ,

расстояние между колесами орудия  $l = 1,5$  м. Силы давления (в килоньютонах) земли, действующие на колесо во время выстрела, отличаются на ...

**Варианты ответа:**

а) 25 кН; б) 50 кН; в) 75 кН; г) 12,5 кН.

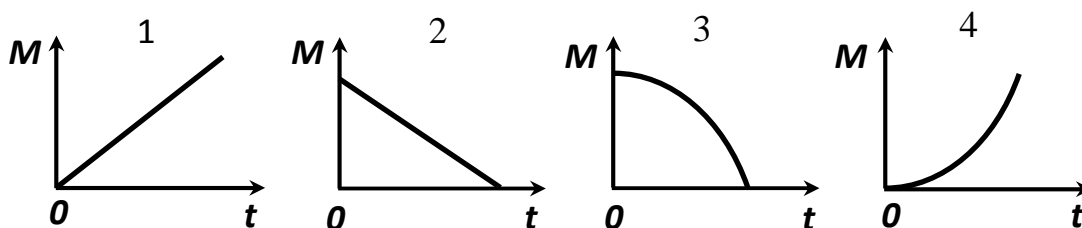
3. Величина момента импульса тела относительно неподвижной оси изменяется по закону  $L(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t$ ; при этом зависимость величины момента сил, действующих на тело, описывается графиком ...



**Варианты ответа:**

а) 2; б) 4; в) 3; г) 1.

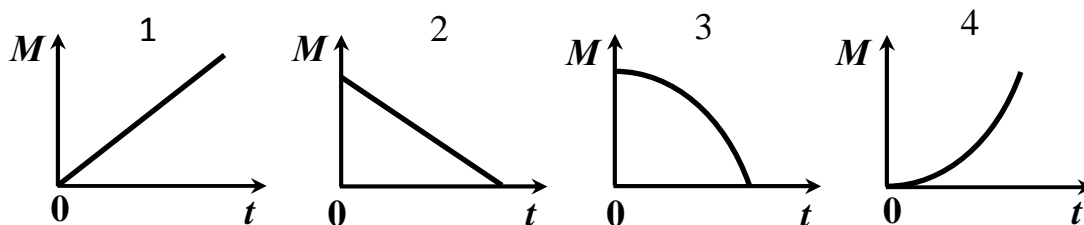
4. Момент импульса тела относительно неподвижной оси изменяется по закону  $L = at^2$ . Укажите график, правильно отражающий зависимость от времени величины момента сил, действующих на тело.



**Варианты ответа:**

а) 1; б) 4; в) 2; г) 3.

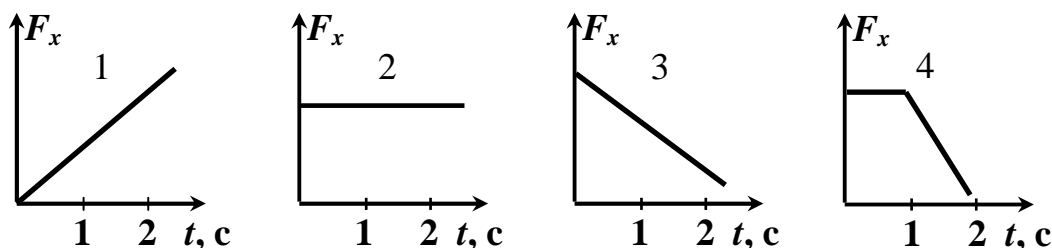
5. Момент импульса тела относительно неподвижной оси изменяется по закону  $L = ct^{3/2}$ . Укажите график, правильно отражающий зависимость от времени величины момента сил, действующих на тело.



**Варианты ответа:**

а) 4; б) 2; в) 1; г) 3.

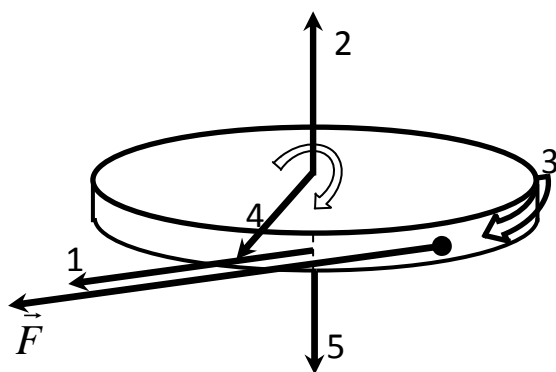
6. Зависимость импульса частицы от времени описывается законом  $\vec{p} = 2t\vec{i} + 3t^2\vec{j}$ , где  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  – единичные векторы координатных осей X, Y соответственно. Зависимость горизонтальной проекции силы  $F_x$ , действующей на частицу, от времени представлена на графике ...



**Варианты ответа:**

а) 1; б) 4; в) 2; г) 3.

7. Колесо вращается так, как показано на рисунке белой стрелкой. К ободу колеса приложена сила, направленная по касательной. Правильно изображает момент импульса колеса относительно заданной оси вектор ...

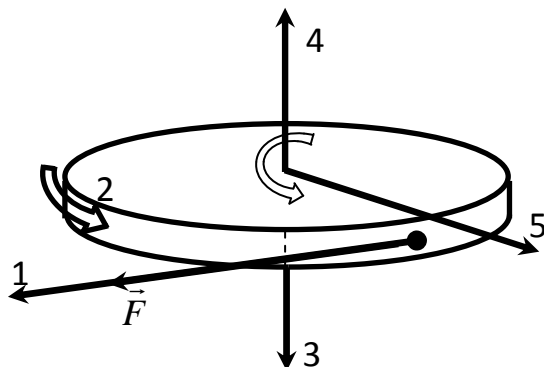


К ободу колеса приложена сила, направленная по касательной. Правильно изображает момент импульса колеса относительно заданной оси вектор ...

**Варианты ответа:**

а) 5; б) 3; в) 4; г) 1; д) 2.

8. Колесо вращается так, как показано на рисунке белой стрелкой. К



К ободу колеса приложена сила, направленная по касательной. Правильно изображает угловую скорость вектор ...

**Варианты ответа:**

- а) 5; б) 3; в) 4; г) 1; д) 2.

9. Шар, цилиндр (сплошной) и тонкостенный цилиндр с равными массами и радиусами раскрутили каждый вокруг своей оси до одной и той же угловой скорости и приложили одинаковый тормозной момент. Раньше других тел остановится ...

**Варианты ответа:**

- а) цилиндр; б) шар; в) цилиндр с шаром; г) тонкостенный цилиндр.

10. На барабан радиусом  $R=0,5$  м намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 10$  кг. Груз опускается с ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>. Момент инерции барабана равен ...

**Варианты ответа:**

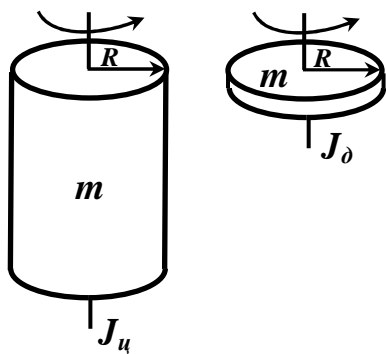
- а) 10 кг·м<sup>2</sup>; б) 1,0 кг·м<sup>2</sup>; в) 12,5 кг·м<sup>2</sup>; г) 2,5 кг·м<sup>2</sup>.

11. Алюминиевый и стальной цилиндры имеют одинаковую высоту и равные массы. На цилиндры действуют одинаковые по величине силы, направленные по касательной к их боковой поверхности. Относительно моментов сил, действующих на цилиндры, справедливо следующее суждение:

**Варианты ответа:**

- а) моменты сил, действующие на цилиндры, одинаковы;  
 б) на алюминиевый цилиндр действует больший момент сил, чем на стальной цилиндр;  
 в) моменты сил, действующие на цилиндры, равны нулю;  
 г) на стальной цилиндр действует больший момент сил, чем на алюминиевый цилиндр.

12. Диск и цилиндр имеют одинаковые массы и радиусы (рисунок).

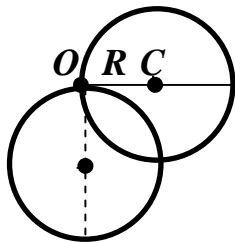


Для их моментов инерции справедливо соотношение ...

**Варианты ответа:**

- а)  $J_u = J_d$ ; б)  $J_u > J_d$ ; в)  $J_u < J_d$ .

13. Тонкий обруч радиусом 1 м, способный свободно вращаться

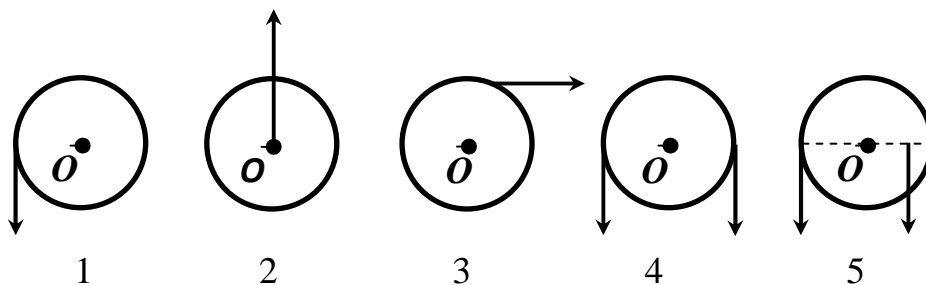


вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку  $O$  перпендикулярно плоскости рисунка, отклонили от вертикали на угол  $\pi/2$  и отпустили. В начальный момент времени угловое ускорение обруча равно ...

**Варианты ответа:**

- а)  $5 \text{ рад/с}^2$ ; б)  $7 \text{ рад/с}^2$ ; в)  $10 \text{ рад/с}^2$ ; г)  $20 \text{ рад/с}^2$ .

14. На рисунке к диску, который может свободно вращаться вокруг оси, проходящей через точку  $O$ , прикладывают одинаковые по



величине силы. Момент сил будет максимальным в положении ...

**Варианты ответа:**

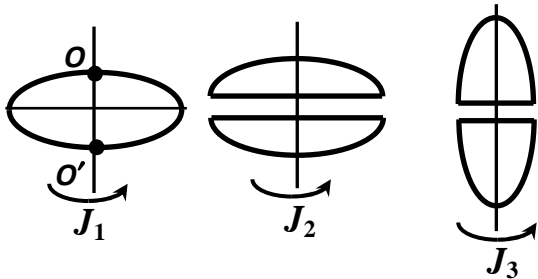
- а) 2; б) 4; в) 5; г) 1; д) 3.

15. Две материальные точки одинаковой массы движутся с одинаковой угловой скоростью по окружностям радиусами  $R_1=2R_2$ . При этом отношение моментов импульса точек  $L_1/L_2$  равно ...

**Варианты ответа:**

а) 1/4; б) 2; в) 4; г) 1/2.

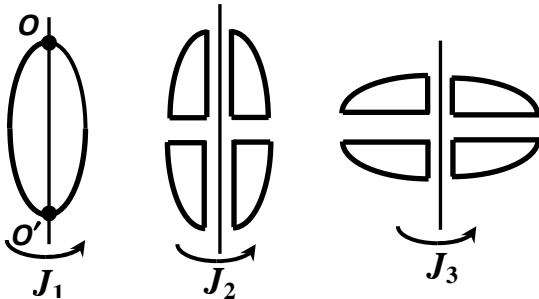
16. Из жести вырезали три одинаковые детали в виде эллипса. Две детали разрезали пополам вдоль разных осей симметрии. Затем все части отодвинули друг от друга на одинаковые расстояния и расставили симметрично относительно оси  $OO'$ . Для моментов инерции относительно оси  $OO'$  справедливо соотношение ...



**Варианты ответа:**

а)  $J_1 < J_2 = J_3$ ; б)  $J_1 > J_2 > J_3$ ; в)  $J_1 = J_2 > J_3$ ; г)  $J_1 < J_2 < J_3$ .

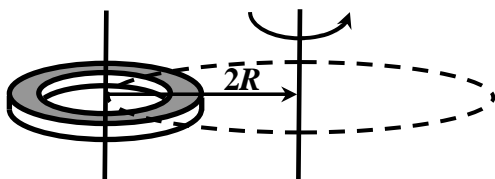
17. Из жести вырезали три одинаковые детали в виде эллипса. Две детали разрезали на четыре одинаковые части. Затем все части отодвинули друг от друга на одинаковые расстояния и расставили симметрично относительно оси  $OO'$ . Для моментов инерции относительно оси  $OO'$  справедливо соотношение ...



**Варианты ответа:**

а)  $J_1 = J_2 > J_3$ ; б)  $J_1 < J_2 < J_3$ ; в)  $J_1 < J_2 = J_3$ ; г)  $J_1 > J_2 > J_3$ .

18. При расчете моментов инерции тела относительно осей, проходящих через центр масс, используют теорему Штейнера. Если ось вращения тонкого кольца перенести из центра масс на расстояние  $2R$  (рисунок), то момент



инерции относительно новой оси увеличивается в ...

**Варианты ответа:**

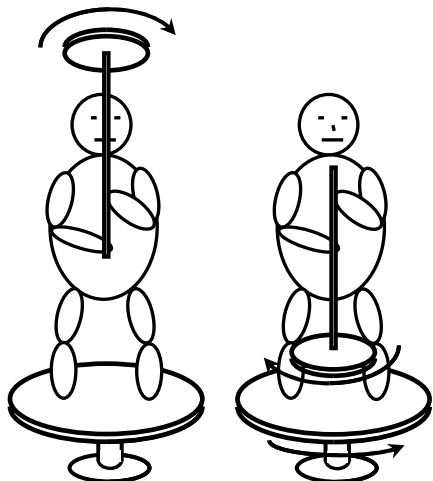
а) 3 раза; б) 2 раза; в) 5 раз; г) 4 раза.

**19.** Экспериментатор, стоящий на неподвижной скамье Жуковского, получает от помощника колесо, вращающееся вокруг вертикальной оси с угловой скоростью  $\omega$ . Если экспериментатор повернет ось вращения колеса на угол  $180^\circ$ , то он вместе с платформой придет во вращение с угловой скоростью  $\omega/5$ . Отношение момента инерции экспериментатора со скамьей к моменту инерции колеса равно ...

**Варианты ответа:**

а) 4; б) 5; в) 2,5; г) 10.

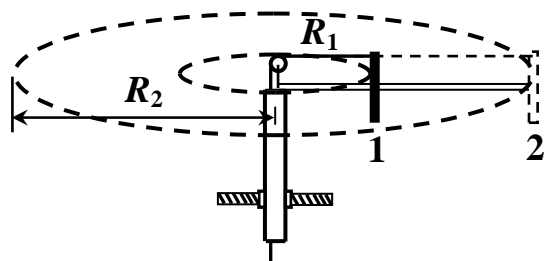
**20.** Человек сидит в центре вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси карусели и держит в руках длинный шест за его середину. Если он повернет шест из вертикального положения в горизонтальное, то частота вращения в конечном состоянии ...



**Варианты ответа:**

а) уменьшится; б) увеличится;  
в) не изменится.

**21.** Вокруг оси с угловой скоростью  $\omega_1$  свободно вращается система из невесомого стержня и массивной шайбы, которая удерживается нитью на расстоянии  $R_1$  от оси вращения. Нить медленно освобождается, в результате чего шайба соскальзывает на расстояние



$R_2=3R_1$  от оси вращения. Когда шайба окажется в положении 2, система будет вращаться с угловой скоростью ...



**Варианты ответа:**

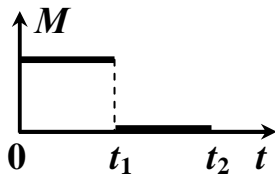
- а)  $\omega_2 = 9\omega_1$ ; б)  $\omega_2 = \omega_1/2$ ; в)  $\omega_2 = \omega_1/3$ ; г)  $\omega_2 = 3\omega_1$ .

22. Величина момента импульса тела изменяется с течением времени по закону  $L = 2t^2 + 7t - 5$  (в единицах СИ). Если в момент времени 2 с угловое ускорение составляет  $3 \text{ с}^{-2}$ , то момент инерции тела (в  $\text{кг}\cdot\text{м}^2$ ) равен ...

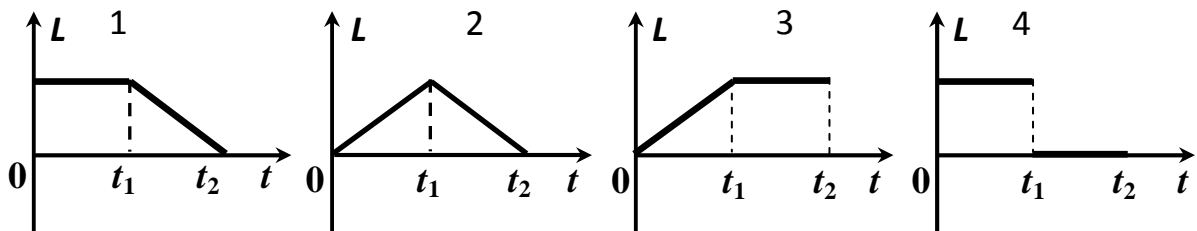
**Варианты ответа:**

- а) 5; б) 6; в) 0,5; г) 0,2.

23. Диск начинает вращаться под действием момента сил, график временной зависимости которого представлен на рисунке.



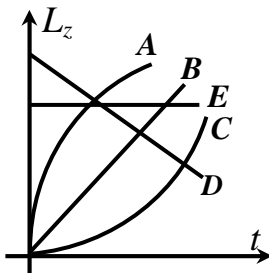
Правильно отражает зависимость момента импульса диска от времени график ...



**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

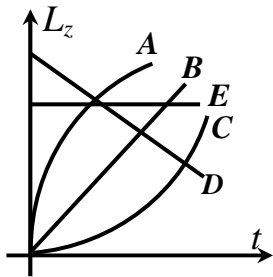
24. Диск начинает вращаться вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением. Зависимость момента импульса диска от времени представлена на рисунке линией ...



**Варианты ответа:**

- а) D; б) B; в) C; г) A; д) E.

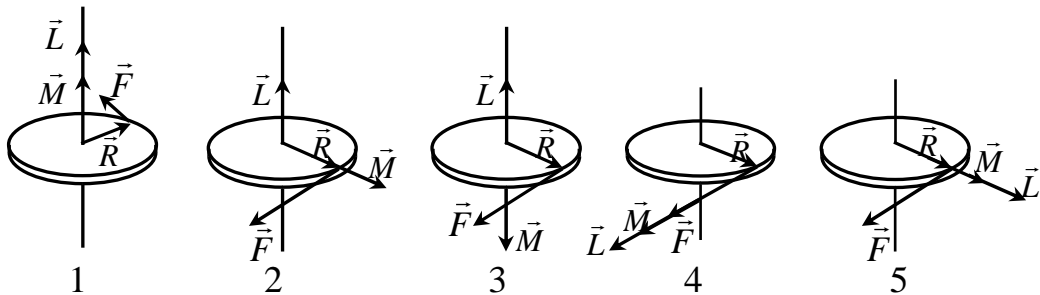
25. Диск вращается вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью. В некоторый момент времени на диск начинает действовать не изменяющийся со временем тормозящий момент. Зависимость момента импульса диска от времени, начиная с этого момента, представлена на рисунке линией ...



**Варианты ответа:**

- а) B; б) D; в) A; г) E; д) C.

26. Направления векторов момента импульса  $\vec{L}$  и момента силы  $\vec{M}$  для равнозамедленного вращения твердого тела правильно показаны на рисунке ...

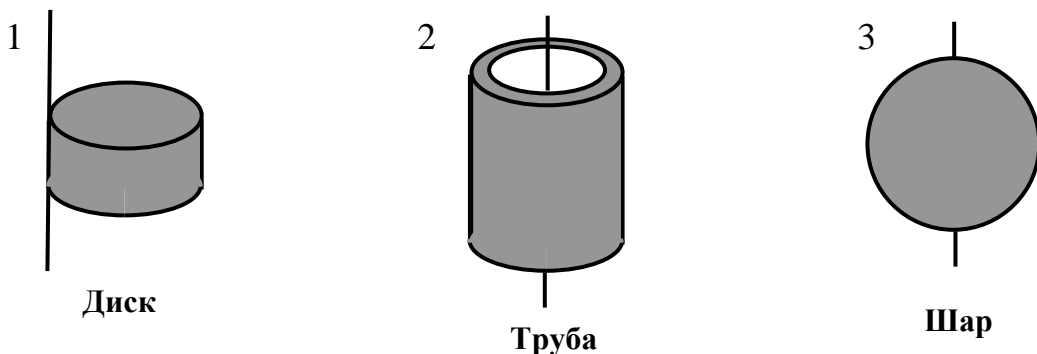


**Варианты ответа:**

- а) 3; б) 1; в) 2; г) 4; д) 5.

27. Рассматриваются три тела: диск, тонкостенная труба и сплошной шар; причем массы  $m$  и радиусы  $R$  шара и оснований диска и трубы одинаковы.

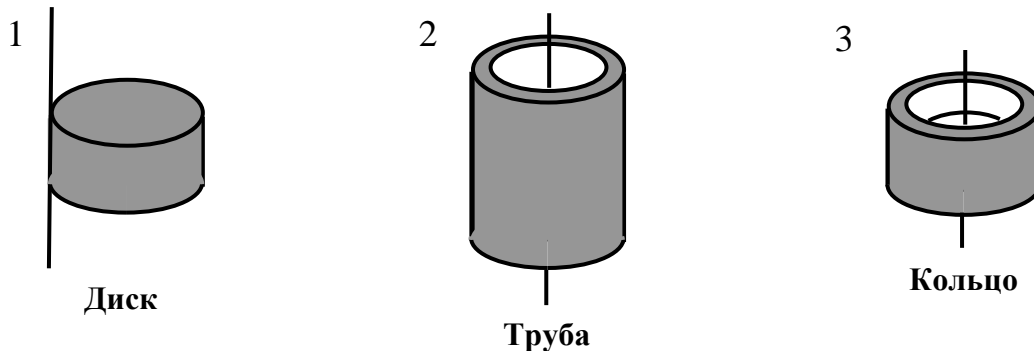
Верным для моментов инерции рассматриваемых тел относительно указанных осей является соотношение ...



**Варианты ответа:**

- а)  $J_3 < J_2 < J_1$ ; б)  $J_3 < J_1 < J_2$ ; в)  $J_1 < J_2 < J_3$ ; г)  $J_3 < J_1 = J_2$ .

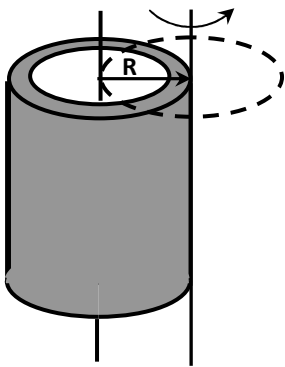
**28.** Рассматриваются три тела: диск, тонкостенная труба и кольцо; причем массы  $m$  и радиусы  $R$  их оснований одинаковы. Для моментов инерции рассматриваемых тел относительно указанных осей верным является соотношение ...



**Варианты ответа:**

- а)  $J_1 = J_3 < J_2$ ; б)  $J_3 < J_1 < J_2$ ; в)  $J_1 < J_3 < J_2$ ; г)  $J_1 > J_2 = J_3$ .

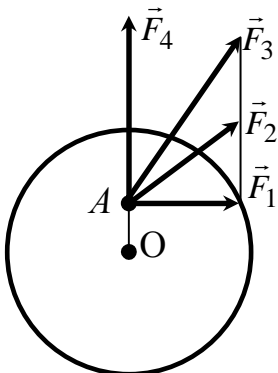
**29.** Если ось вращения тонкостенного кругового цилиндра перенести из центра масс на образующую (рисунок), то момент инерции относительно новой оси \_\_\_\_\_ раза.



**Варианты ответа:**

- а) увеличится в 2; б) уменьшится в 2;  
в) увеличится в 1,5; г) уменьшится в 1,5.

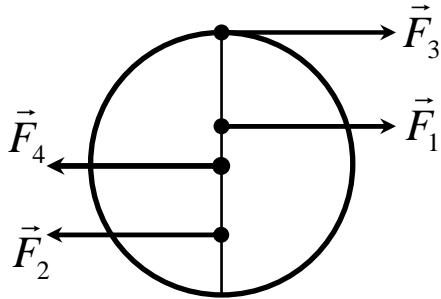
**30.** Диск может вращаться вокруг оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. В точке  $A$  прикладывают одну из сил ( $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  или  $\vec{F}_4$ ), лежащих в плоскости диска. Верным для моментов этих сил относительно рассматриваемой оси является соотношение ...



**Варианты ответа:**

- а)  $M_1 = M_2 = M$ ;  $M_4 = 0$ ; б)  $M_1 < M_2 < M_3 < M$ ;  
в)  $M_1 > M_2 > M_3$ ;  $M_4 = 0$ ; г)  $M_1 < M_2 < M_3$ ;  $M_4 = 0$ .

31. Диск может вращаться вокруг оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. К нему прикладывают одну из сил ( $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  или  $\vec{F}_4$ ), лежащих в плоскости диска и равных по модулю.



Верным для угловых ускорений диска является соотношение ...

**Варианты ответа:**

- а)  $\varepsilon_3 = \varepsilon_2 = \varepsilon_1 = \varepsilon_4$ ; б)  $\varepsilon_3 < \varepsilon_2 < \varepsilon_1 < \varepsilon_4$ ; в)  $\varepsilon_3 > \varepsilon_2 > \varepsilon_1, \varepsilon_4 = 0$ ; г)  $\varepsilon_3 > \varepsilon_1, \varepsilon_2 > \varepsilon_4$ .

## 4. РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

### 4.1. Основные понятия, законы и формулы

- Энергия – универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.

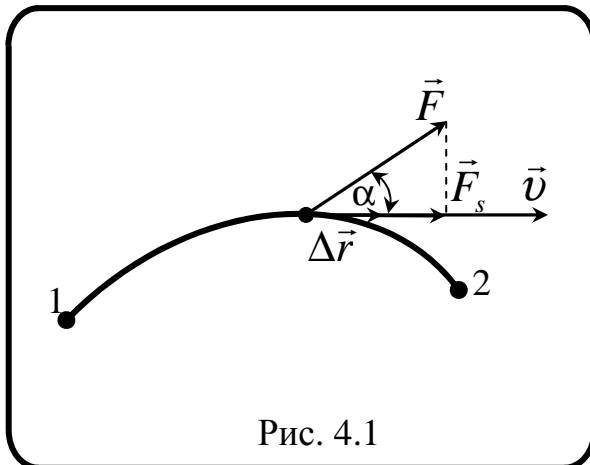


Рис. 4.1

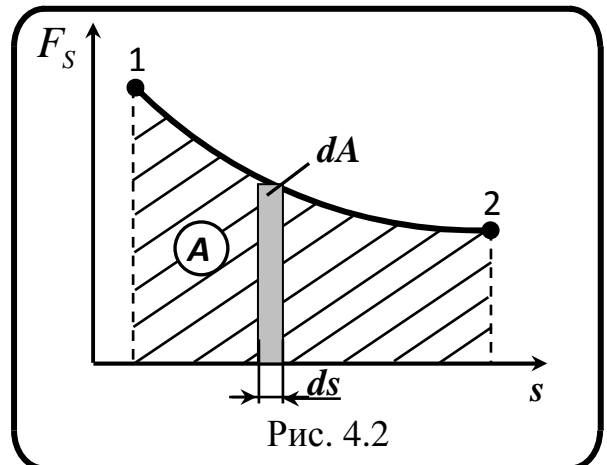


Рис. 4.2

- Полная энергия

$$U = U_n + U_k, \quad (4.1)$$

где  $U_n$  – потенциальная энергия;  $U_k$  – кинетическая энергия.

- Работа – мера изменения энергии системы

$$A = U_2 - U_1, \quad (4.2)$$

где  $A$  – работа, совершаемая системой при переходе из положения 1 с энергией  $U_1$  в положение 2 с энергией  $U_2$ .

- Работа  $A$ , совершаемая стационарной потенциальной силой  $F$

при конечном перемещении точки её приложения из точки 1 с координатами  $(x_1, y_1, z_1)$  в точку 2 с координатами  $(x_2, y_2, z_2)$ , равна разности значений функции  $U$  в конечной и начальной точках:

$$A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 dU = (U_2 - U_1), \quad (4.3)$$

где

$$\vec{F} d\vec{r} = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz.$$

- Работа силы постоянной величины

$$\Delta A = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \Delta r \cos \alpha, \quad (4.4)$$

где  $\alpha$  – угол между направлением векторов силы  $\vec{F}$  и перемещения  $\Delta \vec{r}$  (рис. 4.1).

- Работа переменной силы  $\vec{F}$  на участке траектории 1 – 2 определяется площадью заштрихованной фигуры (рис. 4.2):

$$A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{S} = \int_1^2 F ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s ds, \quad (4.5)$$

где  $F_s$  – проекция силы на вектор перемещения  $\vec{S}$ .

- Работа – скалярная величина.
- Мощность – физическая величина, характеризующая скорость совершения работы:

а) средняя мощность в интервале времени от  $t$  до  $t + \Delta t$  – физическая величина  $\langle N \rangle$ , равная отношению работы  $\Delta A$ , совершаемой за этот промежуток времени, к его продолжительности  $\Delta t$ :

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t} = (\vec{F}, \vec{v}) = F \cdot \langle v \rangle \cdot \cos \alpha, \quad (4.6)$$

где  $\langle v \rangle$  – средняя скорость совершения работы;

б) мгновенная мощность – физическая величина  $N$ , равная отношению элементарной работы  $\delta A$  к малому промежутку времени  $dt$ , в течение которого эта работа совершается:

$$N = \frac{\delta A}{dt} = \frac{dA}{dt} = Fv \cos \alpha. \quad (4.7)$$

где  $v$  – скорость совершения работы.

- Единица работы – Дж (джоуль).
- Единица мощности – Вт (ватт).
- Энергия:

а) кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$T = \frac{mv^2}{2}; \quad (4.8)$$

б) потенциальная энергия тела, поднятого на высоту  $h$ ,

$$U = mgh; \quad (4.9)$$

в) потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$U = k \frac{\Delta l^2}{2}, \quad (4.10)$$

где  $k$  – жесткость тела;  $\Delta l$  – абсолютная деформация.

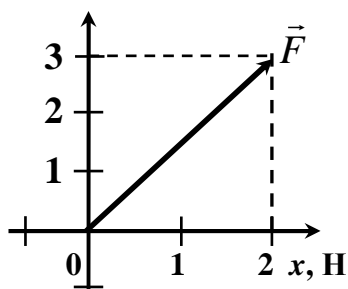
## 4.2. Тестовые задачи для контроля знаний

1. Тело массой  $m = 1$  кг поднимают по наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости  $h = 1$  м, длина её основания  $a = 2$  м, коэффициент трения  $k = 0,2$ . Минимальная работа, которую надо совершить, равна ...

### Варианты ответа:

а)  $A = 7$  Дж; б)  $A = 14$  Дж; в)  $A = 16$  Дж; г)  $A = 20$  Дж.

2. На частицу, находящуюся в начале координат, действует сила,

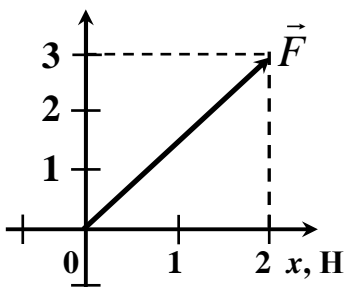


вектор которой определяется выражением  $\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ , где  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  – единичные векторы декартовой системы координат. Работа, совершенная этой силой при перемещении частицы в точку с координатами  $(5; 0)$ , равна ...

**Варианты ответа:**

- а)  $A = 3$  Дж; б)  $A = 10$  Дж; в)  $A = 15$  Дж; г)  $A = 25$  Дж.

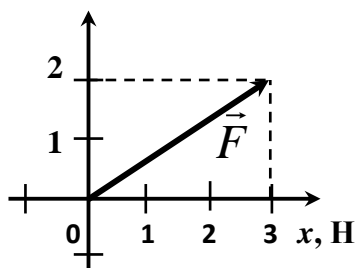
3. На частицу, находящуюся в начале координат, действует сила, вектор которой определяется выражением  $\vec{F} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ , где  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  – единичные векторы декартовой системы координат. Работа, совершенная этой силой при перемещении частицы в точку с координатами (0; 5), равна ...



**Варианты ответа:**

- а)  $A = 3$  Дж; б)  $A = 10$  Дж; в)  $A = 15$  Дж; г)  $A = 25$  Дж.

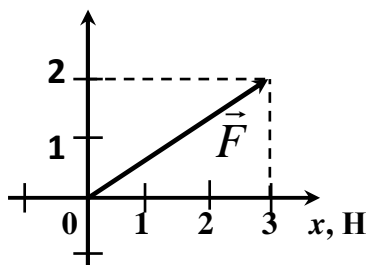
4. На частицу, находящуюся в начале координат, действует сила, вектор которой определяется выражением  $\vec{F} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ , где  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  – единичные векторы декартовой системы координат. Работа, совершенная этой силой при перемещении частицы в точку с координатами (5; 5), равна....



**Варианты ответа:**

- а) 15 Дж; б) 10 Дж; в) 3 Дж; г) 25 Дж.

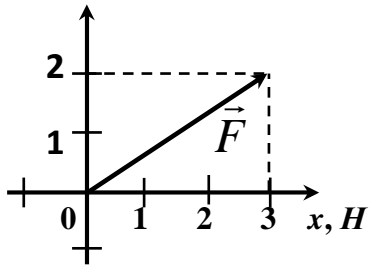
5. На рисунке показан вектор силы, действующей на частицу. Работа, совершенная этой силой при перемещении частицы в точку с координатами (4; 3), равна ...



**Варианты ответа:**

- а) 25 Дж; б) 20 Дж; в) 15 Дж; г) 17 Дж.

6. На рисунке показан вектор силы, действующей на частицу. Работа, совершенная этой силой при перемещении частицы из начала координат в точку с координатами (5; 2), равна \_\_\_\_\_ Дж.



**Вариант ответа:**

7. Тело массой 2 кг поднято над землей. Его потенциальная энергия 400 Дж. Если на поверхности земли потенциальная энергия тела равна нулю и силами сопротивления воздуха можно пренебречь, скорость, с которой оно упадет на землю, составит ...

**Варианты ответа:**

- а) 10 м/с; б) 14 м/с; в) 20 м/с; г) 40 м/с.

8. На рисунке показан график зависимости потенциальной энергии  $W_p$  от координаты  $x$ .

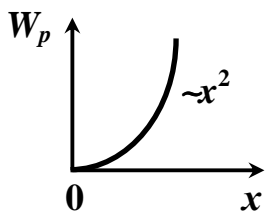
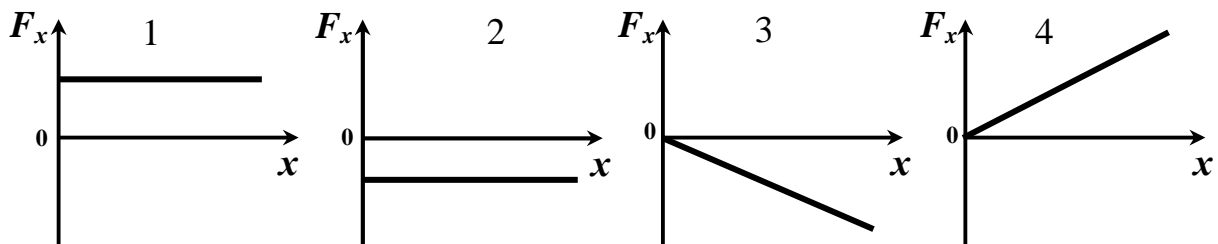


График зависимости проекции силы  $F_x$  от координаты  $x$  имеет вид ....

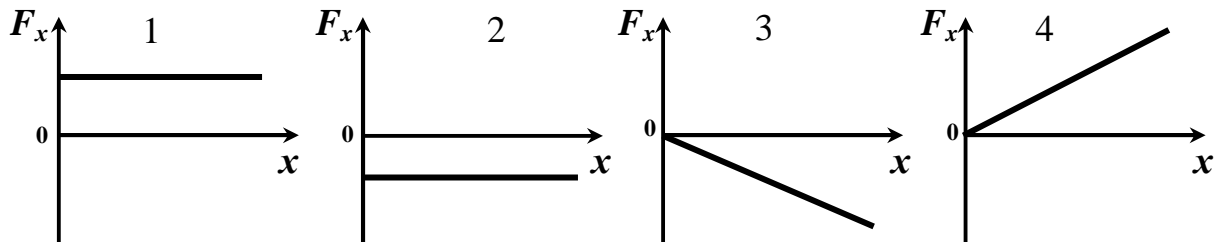
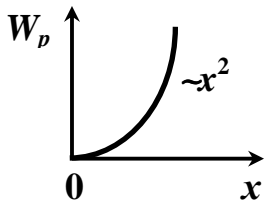


**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 3; в) 2; г) 4.



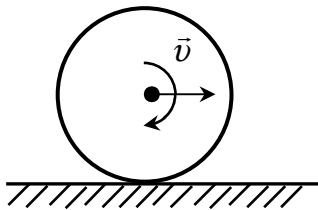
9. В потенциальном поле сила  $\vec{F}$  пропорциональна градиенту потенциальной энергии  $W_p$ . Если график зависимости потенциальной энергии  $W_p$  от координаты  $x$  имеет вид, представленный на рисунке, то зависимость проекции силы  $F_x$  на ось  $x$  будет ...



**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 3; в) 2; г) 4.

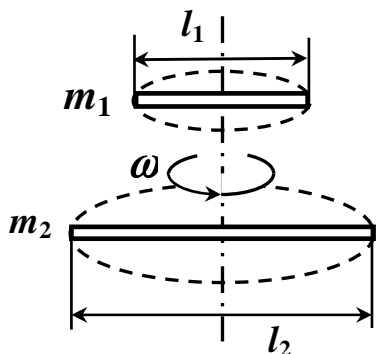
10. Обруч массой  $m = 0,3$  кг и радиусом  $R = 0,5$  м привели во вращение, сообщив ему энергию вращательного движения 1 200 Дж, и опустили на пол так, что его ось вращения оказалась параллельной плоскости пола. Если обруч начал двигаться без проскальзывания, имея кинетическую энергию поступательного движения 200 Дж, то сила трения совершила работу, равную ...



**Варианты ответа:**

- а) 1 000 Дж; б) 1 400 Дж; в) 800 Дж; г) 600 Дж.

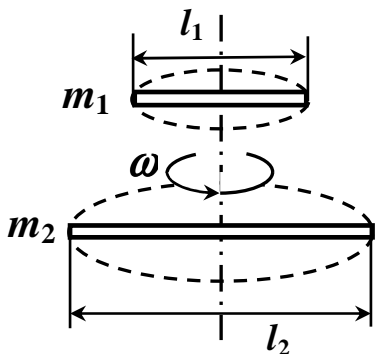
11. Для того чтобы раскрутить стержень массой  $m_1$  и длиной  $l_1$  (рисунок) вокруг вертикальной оси, проходящей перпендикулярно через его середину, до угловой скорости  $\omega$ , необходимо совершить работу  $A_1$ . Для того чтобы раскрутить до той же угловой скорости стержень массой  $m_2 = m_1/2$  и длиной  $l_2 = 2l_1$ , необходимо совершить работу ...



**Варианты ответа:**

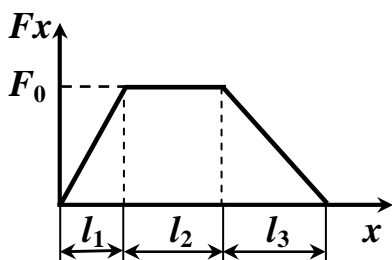
- а)  $A_2 = 2A_1$ ; б)  $A_2 = 4A_1$ ; в)  $A_2 = A_1$ ; г)  $A_2 = A_1/2$ .

12. Для того чтобы раскрутить стержень массой  $m_1$  и длиной  $l_1$  (рисунок) вокруг вертикальной оси, проходящей перпендикулярно через его середину, до угловой скорости  $\omega$ , необходимо совершить работу  $A_1$ . Для того чтобы раскрутить до той же угловой скорости стержень массой  $m_2 = 2m_1$  и длиной  $l_2 = 2l_1$ , необходимо совершить работу в \_\_\_\_\_ раз(а) большую, чем  $A_1$ .



**Вариант ответа:**

13. Тело движется вдоль оси  $X$  под действием силы, зависимость которой от координаты  $X$  представлена на рисунке.



**Варианты ответа:**

- а)  $(l_1 + 2l_2 + l_3)F_0$ ; б)  $\frac{l_1 + l_2 + l_3}{2} F_0$ ;  
 в)  $(l_1 + l_2 + l_3)F_0$ ; г)  $\frac{l_1 + 2l_2 + l_3}{2} F_0$ .

14. Шар радиусом  $R$  и массой  $M$  вращается с угловой скоростью  $\omega$ . Работа, необходимая для увеличения скорости его вращения в 2 раза, равна ...

**Варианты ответа:**

- а)  $0,75 \cdot MR^2 \omega^2$ ; б)  $0,6 \cdot MR^2 \omega^2$ ; в)  $1 \cdot MR^2 \omega^2$ ; г)  $1,5 \cdot MR^2 \omega^2$ .

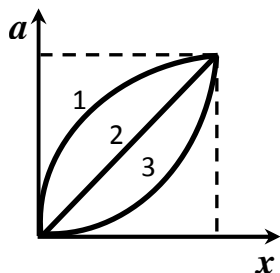
15. Тело массой 2 кг поднять над землей. Его потенциальная энергия 400 Дж. Если на поверхности земли потенциальная энергия тела

равна нулю и силами сопротивления воздуха можно пренебречь, то скорость, с которой оно упадет на землю, составит ...

**Варианты ответа:**

- а) 20 м/с;    б) 14 м/с;    в) 10 м/с;    г) 40 м/с.

16. На рисунке изображены зависимости ускорений трех прямолинейно движущихся материальных точек одинаковой массы от координаты  $x$ . Для работ  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  сил, действующих на точки, справедливо следующее соотношение:



**Варианты ответа:**

- а)  $A_1 > A_2 < A_3$ ;    б)  $A_1 < A_2 < A_3$ ;    в)  $A_1 > A_2 > A_3$ ;    г)  $A_1 < A_2 > A_3$ .

17. Тело массой  $m=100$  г бросили с поверхности земли с начальной скоростью  $v_0 = 10$  м/с под углом  $\alpha=30^\circ$  к горизонту. Если пренебречь сопротивлением воздуха, средняя мощность, развиваемая силой тяжести за время падения тела на землю, равна ...

**Вариант ответа:**

18. Потенциальная энергия частицы в некотором силовом поле задана функцией  $U = -x^2 - y^2 + z^2$ . Работа потенциальной силы (в Дж) по перемещению частицы из точки  $B(1, 1, 1)$  в точку  $C(2, 2, 2)$  равна ... Функция  $U$  и координаты точек заданы в единицах СИ.

**Вариант ответа:**

19. Потенциальная энергия частицы задается функцией  $U = x^2 + y^2 - z^2$ .  $F_z$  – компонента (в Н) вектора силы, действующей на частицу в точке  $A(1, 2, 3)$ , равна ... . Функция  $U$  и координаты точки  $A$  заданы в единицах СИ.

**Вариант ответа:**

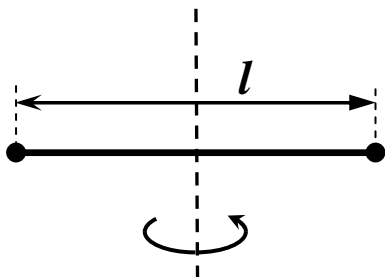
**20.** Потенциальная энергия частицы задается функцией  $U = -3xy^2z$ .  $F_y$  – компонента (в Н) вектора силы, действующей на частицу в точке  $A(3, 1, 2)$ , равна ... . Функция  $U$  и координаты точки  $A$  заданы в единицах СИ.

**Вариант ответа:**

**21.** Потенциальная энергия частицы задается функцией  $U = -xyz$ .  $F_x$  – компонента (в Н) вектора силы, действующей на частицу в точке  $A(1, 2, 3)$ , равна ... . Функция  $U$  и координаты точки  $A$  заданы в единицах СИ.

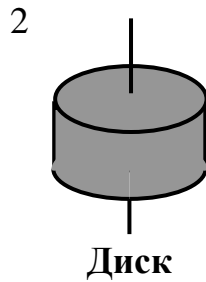
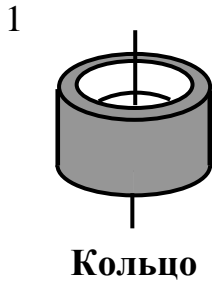
**Вариант ответа:**

**22.** На концах невесомого стержня длиной  $l$  закреплены два маленьких массивных шарика. Стержень может вращаться в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Стержень раскрутили до угловой скорости  $\omega_1$ . Под действием трения стержень остановился, при этом выделилось 4 Дж теплоты. Если стержень раскрутить до угловой скорости  $\omega_2 = 0,5\omega_1$ , то при остановке стержня выделится количество теплоты (в Дж), равное ...



**Вариант ответа:**

23. На рисунке показаны тела одинаковой массы и размеров, вращающиеся вокруг вертикальной оси с одинаковой частотой. Кинетическая энергия первого тела  $E_{к1}^{сп} = 0,5$  Дж.
- Если  $m_1 = 1$  кг;  $R = 10$  см, то момент импульса (в мДж·с) второго тела равен ...



**Вариант ответа:**

24. Материальная точка массой  $m = 100$  г начинает двигаться под действием силы  $\vec{F} = 3t\vec{i} + 2t^2\vec{j}$  (Н). Если зависимость радиуса-вектора материальной точки от времени имеет вид  $\vec{r} = t^2\vec{i} + t^3\vec{j}$  (м), то мощность (Вт), развиваемая силой в момент времени  $t = 1$  с, равна ...

**Вариант ответа:**

25. Частица совершила перемещение по некоторой траектории из точки 1 с радиусом-вектором  $\vec{r}_1 = \vec{i} - 3\vec{j}$  в точку 2 с радиусом-вектором  $\vec{r}_2 = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ . При этом на нее действовала сила  $\vec{F} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  (радиусы-векторы  $\vec{r}_1$ ,  $\vec{r}_2$  и сила  $\vec{F}$  заданы в единицах СИ). Работа, совершенная силой  $\vec{F}$ , равна ...

**Вариант ответа:**

26. Частица совершила перемещение по некоторой траектории из точки  $M(3, 2)$  в точку  $N(2, -3)$ . При этом на нее действовала сила  $\vec{F} = 4\vec{i} - 5\vec{j}$  (координаты точек и сила  $\vec{F}$  заданы в единицах СИ). Работа, совершенная силой  $\vec{F}$ , равна ...

**Вариант ответа:**

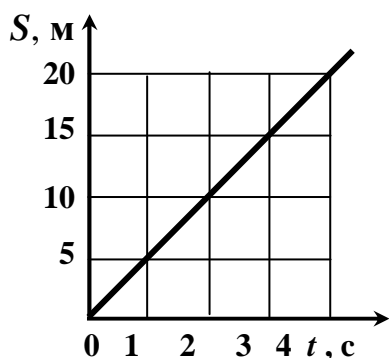
--	--	--	--

27. Обруч скатывается без проскальзывания с горки высотой 2,5 м. Скорость обруча (в м/с) у основания горки при условии, что трением можно пренебречь, равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 5;    б)  $5\sqrt{2}$ ;    в)  $\frac{10}{\sqrt{2}}$ ;    г)  $\frac{5}{\sqrt{2}}$ .

28. Зависимость перемещения тела массой 4 кг от времени представлена на рисунке.



Кинетическая энергия тела в момент времени  $t = 3$  с равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 25 Дж;    б) 20 Дж;    в) 50 Дж;  
г) 15 Дж;    д) 40 Дж.

29. Груз массой  $m$  поднимается вертикально вверх под действием постоянной силы на высоту 20 м за время 2 с. Если работа этой силы по подъему груза равна 60 кДж, то масса груза равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 15 кг;    б) 30 кг;    в) 150 кг;    г) 300 кг;    д) 600 кг.

30. Два неупругих шара массами 2,0 и 3,0 кг движутся со скоростями соответственно 8,0 и 4,0 м/с. Меньший шар нагоняет больший. Увеличение внутренней энергии шаров при их столкновении равно ...

**Варианты ответа:**

- а) 6,6 Дж;    б) 9,0 Дж;    в) 12 Дж;    г) 8,8 Дж;    5) 9,6 Дж.

## 5. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ

### 5.1. Основные понятия, законы и формулы

- Полная механическая энергия системы – энергия механического движения и взаимодействия

$$E = T + U, \quad (5.1)$$

т.е. равна сумме кинетической  $T$  и потенциальной  $U$  энергий материальных точек этой системы.

- Закон сохранения энергии в механике: *полная механическая энергия замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы, есть величина постоянная:*

$$T + U = \text{const.} \quad (5.2)$$

- Закон сохранения момента импульса: *момент импульса замкнутой системы относительно любой неподвижной точки не изменяется с течением времени:*

$$\frac{dL}{dt} \equiv 0 \text{ и } L = \text{const.} \quad (5.3)$$

- При вращении системы вокруг неподвижной оси  $OZ$  момент импульса системы относительно оси вращения не изменяется с течением времени:

$$J_z \omega = \text{const.}, \quad (5.4)$$

где  $J_z$  и  $\omega$  - момент инерции системы и угловая скорость.

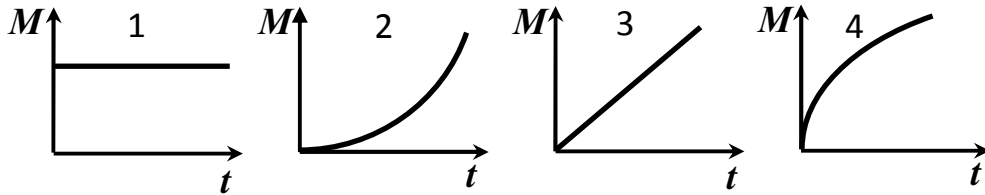
- При движении в центральном поле сил момент сил равен нулю

$$M \equiv 0, \text{ а } \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (5.5)$$

Следовательно, в центральном поле сил, например в поле сил тяготения, момент импульса всегда сохраняется. Закону сохранения момента импульса подчиняются движения планет и многих других космических объектов.

## 5.2. Тестовые задачи для контроля знаний

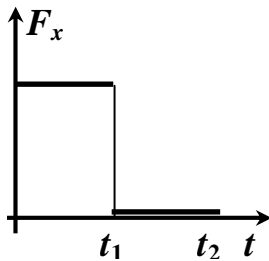
1. Момент импульса тела относительно неподвижной оси изменяется по закону  $L = at^2$ . Укажите график, правильно отражающий зависимость от времени величины момента сил, действующих на тело.



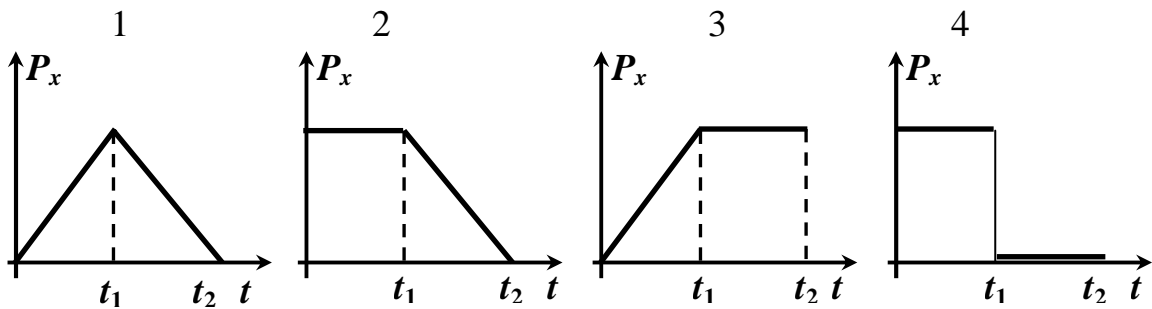
**Варианты ответа:**

а) 1;   б) 2;   в) 3;   г) 4.

2. Материальная точка начинает двигаться под действием силы  $F_x$ , график временной зависимости которой представлен на рисунке.



График, правильно отражающий зависимость величины проекции импульса материальной точки  $P_x$  от времени, будет...

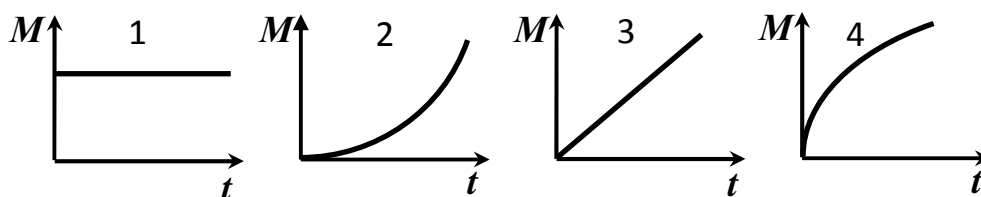


**Варианты ответа:**

а) 1;   б) 2;   в) 3;   г) 4.

3. Момент импульса тела относительно неподвижной оси изменяется по закону  $L = ct^{3/2}$ . Укажите один из графиков, представленных на рисунке, правильно отражающий зависимость от времени величины момента сил, действующих на тело.





**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

4. Два тела двигались к стенке с одинаковыми скоростями и при ударе выделилось одинаковое количество тепла, тогда соотношение масс этих тел будет ...

**Варианты ответа:**

- а)  $m_1 > m_2$ ; б)  $m_1 < m_2$ ; в)  $m_1 = m_2$ .

5. Шар и полая сфера, имеющие одинаковые массы и радиусы, скатываются без проскальзывания с горки высотой  $h$ . У основания горки ...

**Варианты ответа:**

- а) больше будет скорость полой сферы;  
 б) больше будет скорость шара;  
 в) скорости обоих тел будут одинаковы.

6. Сплошной и полый (трубка) цилиндры, имеющие одинаковые массы и радиусы, скатываются без проскальзывания с горки высотой  $h$ . К основанию горки ...

**Варианты ответа:**

- а) быстрее скатится полый цилиндр;  
 б) быстрее скатится сплошной цилиндр;  
 в) оба тела скатятся одновременно.

7. Сплошной и полый (трубка) цилиндры, имеющие одинаковые массы и радиусы, вкатываются без проскальзывания на горку. Если начальные скорости тел одинаковы, то ...

### Варианты ответа:

- а) выше поднимется полый цилиндр;
- б) выше поднимется сплошной цилиндр;
- в) оба тела поднимутся на одну и ту же высоту.

8. Шар и полая сфера, имеющие одинаковые массы и радиусы, вкатываются без проскальзывания на горку. Если начальные скорости этих тел одинаковы, то ...

### Варианты ответа:

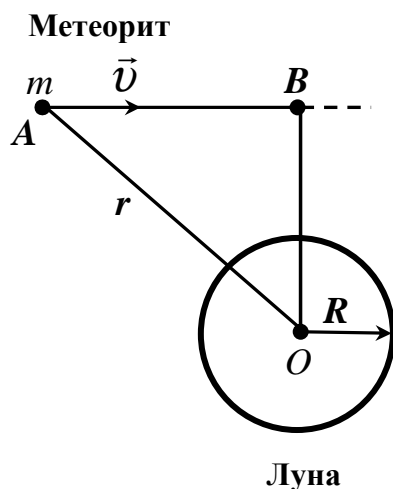
- а) выше поднимется шар;
- б) оба тела поднимутся на одну и ту же высоту;
- в) высоту подъёма невозможно определить;
- г) выше поднимется полая сфера.

9. Сплошной и полый (трубка) цилиндры, имеющие одинаковые массы и радиусы, скатываются без проскальзывания с горки высотой  $h$ . У основания горки ...

### Варианты ответа:

- а) больше будет скорость сплошного цилиндра;
- б) скорости обоих тел будут одинаковы;
- в) больше будет скорость полого цилиндра.

10. Находясь на расстоянии  $r \gg R$ , по направлению к Луне летит метеорит, скорость которого  $v_0$ . Для

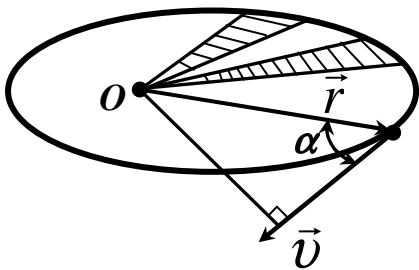


расчета минимального прицельного расстояния  $OB$ , при котором метеорит не упадет на поверхность Луны, используют законы сохранения механической энергии и момента импульса. Выберите из предложенных вариантов верную запись этих законов. Радиус  $R$  и массу  $M$  планеты Луна, гравитационную постоянную  $G$ , скорость метеорита вблизи поверхности Луны  $v$  считать известными.

**Варианты ответа:**

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = -G \frac{mM}{R} + \frac{mv^2}{2}; \\ mv_0(OA) = mvR. \end{cases} & \text{б) } \begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = -G \frac{mM}{R} + \frac{mv^2}{2}; \\ mv_0(OB) = mvR. \end{cases} \\ \text{в) } \begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = -G \frac{mM}{R} + \frac{mv^2}{2}; \\ mv_0 = mvR. \end{cases} & \text{г) } \begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = G \frac{mM}{R} + \frac{mv^2}{2}; \\ mv_0(OB) = mvR. \end{cases} \end{array}$$

- 11.** В случае действия на тело центральной силы радиус-вектор, проведенный к нему из центра, описывает в равные промежутки времени равные площади. (В этом, собственно, и состоит по отношению к движению планет второй закон Кеплера.) Если в начальный момент расстояние от планеты до Солнца  $r$ , скорость  $v$ , угол между скоростью планеты и радиусом-вектором  $\vec{r}$  равен  $\alpha$  то за время  $t$  радиус-вектор, проведенный от Солнца к планете, опишет площадь ...



**Варианты ответа:**

$$\begin{array}{ll} \text{а) } S=2vrt \cdot \cos \alpha; & \text{б) } S=(1/2)vrt \cdot \sin \alpha; \\ \text{в) } S=2vrt \cdot \sin \alpha; & \text{г) } S=(1/2)vrt. \end{array}$$

- 12.** Шарик массой  $m$  упал с высоты  $H$  на стальную плиту и упруго отскочил от неё вверх. Изменение импульса шарика в результате удара равно ...

**Варианты ответа:**

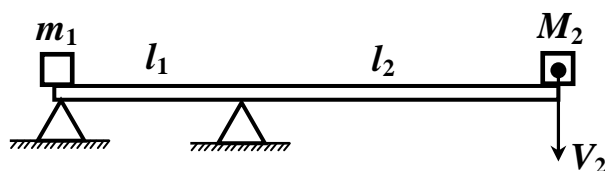
$$\text{а) } 2m\sqrt{gH}; \quad \text{б) } m\sqrt{8gH}; \quad \text{в) } m\sqrt{\frac{1}{2}gH}; \quad \text{г) } m\sqrt{2gH}.$$

- 13.** Тело массой  $m$  движется со скоростью  $v$  и ударяется о неподвижное тело той же массы. Удар центральный и неупругий. Количество тепла, выделившееся при ударе, равно ...

**Варианты ответа:**

а)  $Q = \frac{1}{4}mv^2$ ; б)  $Q = \frac{3}{4}mv^2$ ; в)  $Q = \frac{5}{4}mv^2$ ; г)  $Q = \frac{1}{2}mv^2$ .

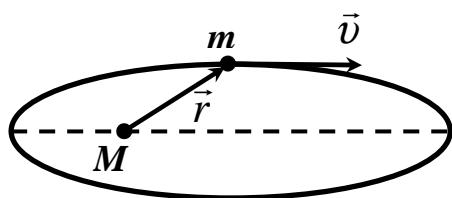
**14.** Невесомая доска покоится на двух опорах. Правая опора делит длину доски в отношении 1 : 3. На ее правый конец падает тело массой  $m_2=2$  кг, скорость которого в момент удара  $v_2$ . Если после удара это тело полностью теряет свою скорость, то тело массой  $m_1=1$  кг начнет двигаться со скоростью ...



**Варианты ответа:**

а)  $v_1=v_2$ ; б)  $v_1=3v_2/2$ ; в)  $v_1=2v_2/3$ ; г)  $v_1=6v_2$ .

**15.** Планета массой  $m$  движется по эллиптической орбите, в одном из фокусов которой находится звезда массой  $M$ . Если  $\vec{r}$  – радиус-вектор планеты, то справедливым является утверждение ...



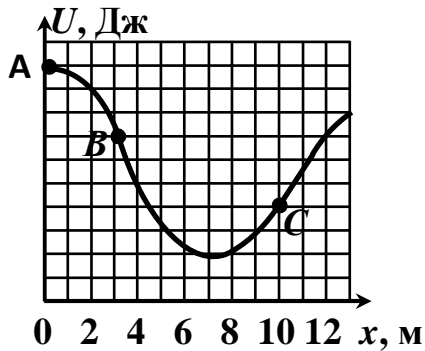
**Варианты ответа:**

а) момент импульса планеты относительно центра звезды при движении по орбите не изменяется;

б) для момента импульса планеты относительно центра звезды справедливо выражение  $L=mv r$ ;

в) момент силы тяготения, действующей на планету, относительно центра звезды не равен нулю.

16. Небольшая шайба начинает движение без начальной скорости по

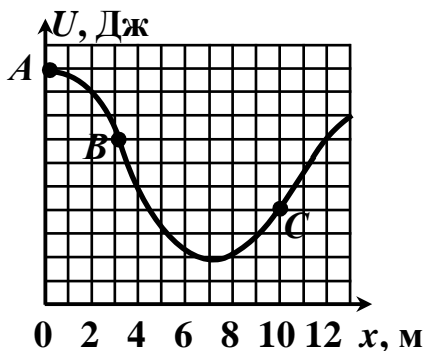


гладкой ледяной горке из точки  $A$ . Сопротивление воздуха пренебрежимо мало. Зависимость потенциальной энергии шайбы от координаты  $x$  изображена на графике  $U(x)$ . Скорость шайбы в точке  $C$  ...

**Варианты ответа:**

- а) в  $\sqrt{2}$  раз больше, чем в точке  $B$ ; б) в 4 раза больше, чем в точке  $B$ ;  
 в) в  $\sqrt{7}/2$  раза больше, чем в точке  $B$ ; г) в 2 раза больше, чем в точке  $B$ .

17. Небольшая шайба начинает движение без начальной скорости по



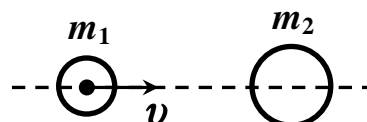
гладкой ледяной горке из точки  $A$ . Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Зависимость потенциальной энергии шайбы от координаты  $x$  изображена на графике  $U(x)$ . Кинетическая энергия шайбы в точке  $C$  \_\_\_\_\_, чем в точке  $B$ .

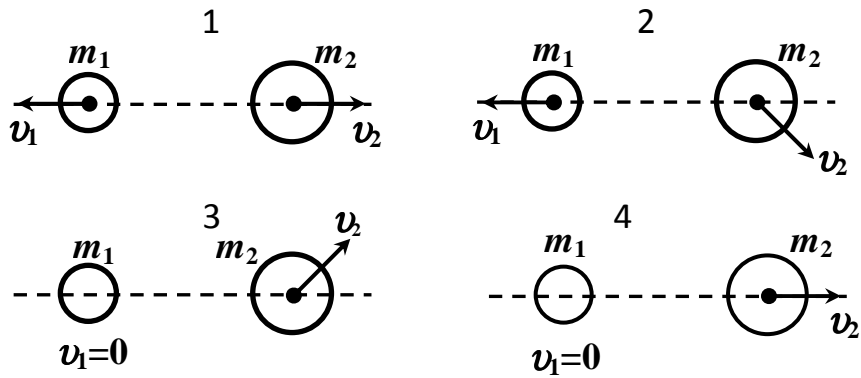
**Варианты ответа:**

- а) в 2 раза больше; б) в 2 раза меньше;  
 в) в 1,75 раза больше; г) в 1,75 раза меньше.

18. Шар массой  $m_1$ , имеющий скорость  $v$ , налетает на неподвижный шар массой  $m_1 > m_2$ .



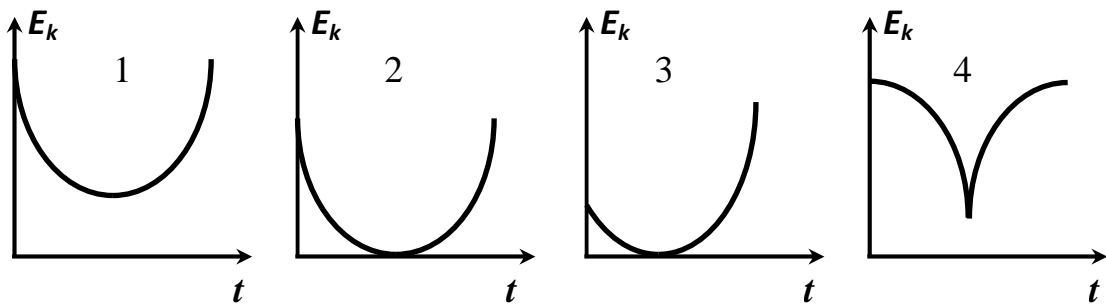
После соударения шары будут двигаться так, как показано на рисунке ...



**Варианты ответа:**

- а) 2; б) 4; в) 3; г) 1.

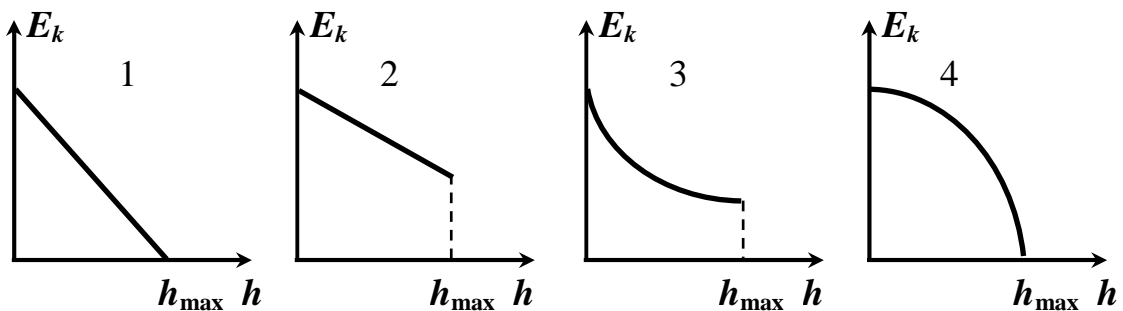
**19.** График зависимости кинетической энергии от времени для тела, брошенного с поверхности земли под некоторым углом к горизонту, имеет вид, показанный на рисунке ...



**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 3; в) 4; г) 2.

**20.** График зависимости кинетической энергии тела, брошенного с поверхности земли под некоторым углом к горизонту, от высоты подъема имеет вид, показанный на рисунке ...



**Варианты ответа:**

а) 1; б) 3; в) 4; г) 2.

**21.** Сплошной цилиндр и шар, имеющие одинаковые массы и радиусы, вкатываются без проскальзывания с одинаковыми скоростями на горку. Если трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь, то отношение высот  $h_1/h_2$ , на которые смогут подняться эти тела, равно ...

**Варианты ответа:**

а) 15/14; б) 5/4; в) 3/5; г) 1.

**22.** Диск и обруч, имеющие одинаковые массы и радиусы, вкатываются без проскальзывания с одинаковыми скоростями на горку. Если трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь, то отношение высот  $h_1/h_2$ , на которые смогут подняться эти тела, равно ...

**Варианты ответа:**

а) 7/10; б) 3/4; в) 14/15; г) 1.

**23.** Сплошной и полый (трубка) цилиндры, имеющие одинаковые массы и радиусы, скатываются без проскальзывания с горки с одной и той же высоты. Если трением и сопротивлением воздуха можно пренебречь, то отношение скоростей  $v_1/v_2$ , которые будут иметь эти тела у основания горки, равно ...

**Варианты ответа:**

а)  $\sqrt{\frac{4}{3}}$ ; б)  $\sqrt{\frac{15}{14}}$ ; в)  $\sqrt{\frac{10}{7}}$ ; г) 1.

**24.** Горизонтально летящая пуля пробивает брусок, лежащий на гладкой горизонтальной поверхности. В системе «пуля – брусок» ...

**Варианты ответа:**

- а) импульс сохраняется, механическая энергия не сохраняется;
- б) импульс сохраняется, механическая энергия сохраняется;
- в) импульс не сохраняется, механическая энергия сохраняется;
- г) импульс не сохраняется, механическая энергия не сохраняется.

25. Тело массой  $m$ , прикрепленное к пружине с жесткостью  $k$ , может без трения двигаться по горизонтальной поверхности (пружинный маятник).

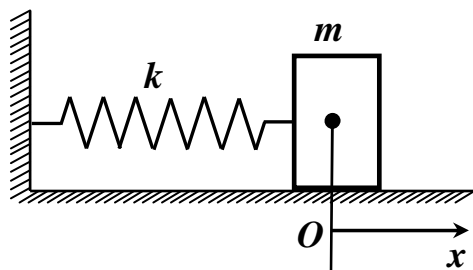
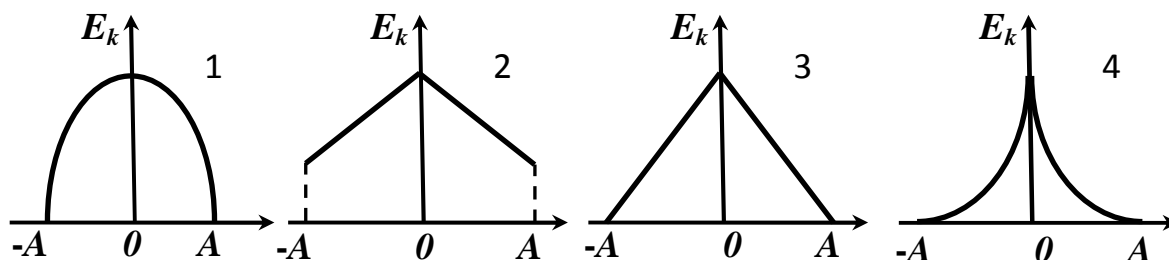


График зависимости кинетической энергии тела от величины его смещения из положения равновесия имеет вид, показанный на рисунке ...



**Варианты ответа:**

а) 1; б) 3; в) 4; г) 2.

26. Человек, стоящий в центре вращающейся скамьи Жуковского, держит в руках длинный шест. Если он повернет шест из вертикального положения в горизонтальное, то ...

**Варианты ответа:**

- а) угловая скорость скамьи и кинетическая энергия уменьшатся;
- б) угловая скорость скамьи уменьшится, кинетическая энергия увеличится;
- в) угловая скорость скамьи увеличится, кинетическая энергия уменьшится;
- г) угловая скорость скамьи и кинетическая энергия увеличатся.

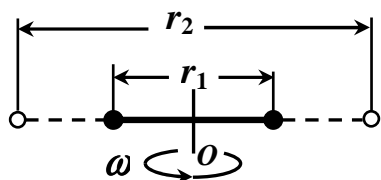


27. Круглая платформа может вращаться вокруг своей вертикальной оси. Платформа была приведена во вращение и ее движение замедляется за счет сил трения. Как изменится модуль углового ускорения платформы, если находящийся на ней человек перейдет к краю платформы, увеличив тем самым момент инерции системы в 4 раза? (Сила трения при этом осталась неизменной.)

**Варианты ответа:**

- а) уменьшится в 2 раза;    б) уменьшится в 4 раза;    в) не изменится;  
 г) увеличится в 2 раза;    д) увеличится в 4 раза.

28. Два маленьких массивных шарика закреплены на невесомом длинном стержне на расстоянии  $r_1$  друг от друга, как показано на рисунке.



Стержень вращается без трения в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей посередине между шариками, с угловой скоростью  $\omega_1$ . Если шарики раздвинуть симметрично на расстояние  $r_2=2r_1$ , то угловая скорость  $\omega_2$  будет равна ...

**Варианты ответа:**

- а)  $\omega_2 = \frac{1}{4} \omega_1$ ;    б)  $\omega_2 = \frac{1}{2} \omega_1$ ;    в)  $\omega_2 = 4\omega_1$ ;    г)  $\omega_2 = 2\omega_1$ .

29. Закон сохранения энергии в механике выполняется при условии ...

**Варианты ответа:**

- а) в системе действуют внешние силы;  
 б) в системе действуют внутренние силы;  
 в) система замкнутая;  
 г) система изолированная;  
 д) в системе действуют консервативные силы.

30. Момент импульса системы сохраняется, если ...

**Варианты ответа:**

- а) система относительно оси вращается с постоянной угловой скоростью;
- б) угловое ускорение системы равно нулю;
- в) на систему действуют только внутренние силы;
- г) момент сил, действующий на систему, величина постоянная;
- д) момент сил, действующий на систему, равен нулю.

31. Полная механическая энергия сохраняется при условии, что ...

**Варианты ответа:**

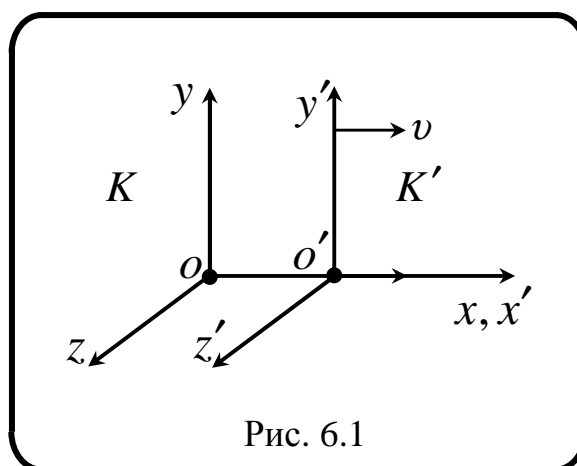
- а) система изолирована;
- б) система замкнутая;
- в) в системе действуют внутренние силы;
- г) в системе действуют консервативные силы;
- д) в системе действуют диссипативные силы.

## 6. ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

### 6.1. Основные понятия, законы и формулы

- Преобразования Лоренца

$$\left\{ \begin{array}{l} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \\ y' = y; \\ z' = z; \\ t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \end{array} \right. \quad (6.1)$$



Они вытекают из рассмотрения двух инерциальных систем отсчета (ИСО)  $K$  и  $K'$  (рис. 6.1), причем ИСО  $K'$  движется относительно ИСО  $K$  со скоростью  $v$  в направлении оси  $x$  системы отсчета  $K$ , при этом оси  $x'$  и  $x$  совпадают, а оси  $y'$  и  $y$ ,  $z'$  и  $z$  параллельны;  $c$  – скорость света в вакууме.

- Релятивистское замедление хода часов

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (6.2)$$

где  $\tau$  - промежуток времени между двумя событиями, происходящими в одной точке, отсчитанный движущимися вместе с телом часами (собственное время движущихся часов);  $\tau'$  - промежуток времени между теми же событиями, отсчитанный покоящимися часами.

- Релятивистское (лоренцево) сокращение длины

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (6.3)$$

где  $l_0$  – длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой стержень покоится (собственная длина стержня);  $l$  – длина стержня, измеренная в системе отсчета, относительно которой стержень движется со скоростью  $v$ .

Отметим, что поперечные размеры движущихся объектов не изменяются.

- Релятивистский закон сложения скоростей

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}; \quad u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}; \quad u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}. \quad (6.4)$$

Если система отсчета  $K'$  движется со скоростью  $v$  в положительном направлении оси  $x$  системы отсчета  $K$ , причем оси  $x'$  и  $x$  совпадают, а оси  $y'$  и  $y$ ,  $z'$  и  $z$  параллельны, то относительные скорости этих систем будут равны

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'}, \quad u' = \frac{u - v}{1 - \frac{v}{c^2} u}. \quad (6.5)$$

- Релятивистский импульс частицы, движущейся со скоростью  $u$ ,

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (6.6)$$

где  $m$  – масса частицы.

- Основной закон релятивистской динамики

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (6.7)$$

где  $\vec{p}$  – релятивистский импульс частицы.

- Энергия покоя частицы

$$E_0 = mc^2. \quad (6.8)$$

где  $m$  – масса частицы;  $c$  – скорость распространения света в вакууме.

- Полная энергия релятивистской частицы

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (6.9)$$

- Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$T = E - E_0 = E - mc^2 = mc^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right). \quad (6.10)$$

- Связь полной энергии с импульсом релятивистской частицы

$$\sqrt{E^2 - p^2 c^2} = mc^2. \quad (6.11)$$

- Для частиц с нулевой массой покоя (фотоны)

$$E = pc. \quad (6.12)$$

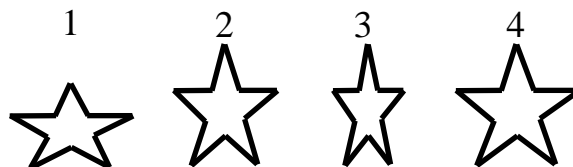
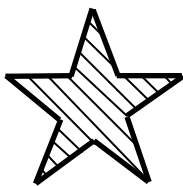
## 6.2. Тестовые задачи для контроля знаний

1. Скорость частицы  $v \approx 0,87 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме). Отношение полной энергии частицы к её энергии покоя равно ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{E}{E_0} = 4$ ; б)  $\frac{E}{E_0} = 1$ ; в)  $\frac{E}{E_0} = 2$ ; г)  $\frac{E}{E_0} = 0,5$ .

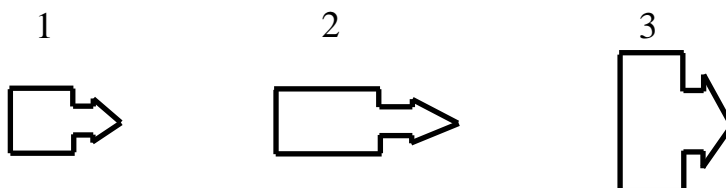
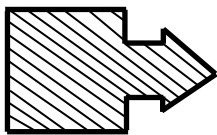
2. На борту космического корабля нанесена эмблема в виде геометрической фигуры. Из-за релятивистского сокращения длины эта фигура изменяет свою форму. Если корабль движется в направлении, указанном на рисунке стрелкой, со скоростью, сравнимой со скоростью света, то в неподвижной системе отсчета эмблема примет форму, указанную на рисунке ...



**Варианты ответа:**

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

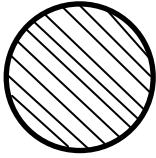
3. На борту космического корабля нанесена эмблема в виде геометрической фигуры. Из-за релятивистского сокращения длины эта фигура изменяет свою форму. Если корабль движется в направлении, указанном на рисунке стрелкой, со скоростью, сравнимой со скоростью света, то в неподвижной системе отсчета эмблема примет форму, указанную на рисунке ...



**Варианты ответа:**

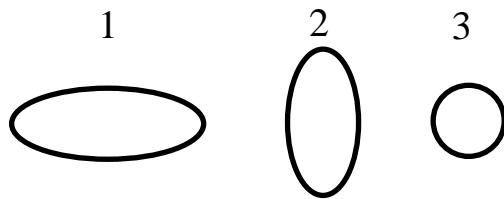
- а) 1; б) 2; в) 3.

4. На борту космического корабля нанесена эмблема в виде геометрической фигуры. Из-за релятивистского сокращения длины



эта фигура изменяет свою форму.

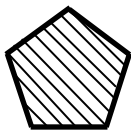
Если корабль движется в направлении, указанном на рисунке стрелкой, со скоростью, сравнимой со скоростью света, то в неподвижной системе отсчета эмблема примет форму, указанную на рисунке ...



**Варианты ответа:**

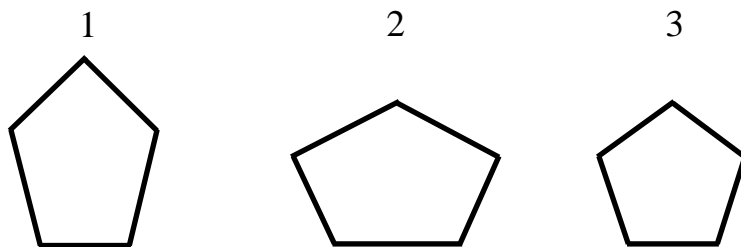
- а) 1; б) 2; в) 3.

5. На борту космического корабля нанесена эмблема в виде геометрической фигуры. Из-за релятивистского сокращения длины



эта фигура изменяет свою форму.

Если корабль движется в направлении, указанном на рисунке стрелкой, со скоростью, сравнимой со скоростью света, то в неподвижной системе отсчета эмблема примет форму, указанную на рисунке ...



**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 2; в) 3.

6. Если масса тела возросла на 1 г, полная энергия тела должна ...

**Варианты ответа:**

- а) увеличиться на  $3 \cdot 10^5$  Дж;      б) увеличиться на  $90 \cdot 10^{12}$  Дж;  
в) увеличиться на  $30 \cdot 10^{12}$  Дж;      г) увеличиться на  $10^5$  Дж.

7. На борту космического корабля, летящего со скоростью  $v = 0,8 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме) относительно неподвижной системы отсчета, произошли два события, разделенные промежутком времени  $\tau_0 = 6$  с. В неподвижной системе отсчета длительность этого промежутка равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 6 с;      б) 3,6 с;      в) 10 с;      г) 13 с.

8. Космический корабль с двумя космонавтами летит со скоростью  $v = 0,8 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме). Один из космонавтов медленно поворачивает метровый стержень из положения 1, перпендикулярного направлению движения корабля, в положение 2, параллельное этому направлению. Тогда длина стержня, с точки зрения другого космонавта, ...

**Варианты ответа:**

- а) изменится от 1,0 м в положении 1 до 0,6 м в положении 2;  
б) равна 1,0 м при любой его ориентации;  
в) изменится от 1,0 м в положении 1 до 1,67 м в положении 2;  
г) изменится от 0,6 м в положении 1 до 1,0 м в положении 2.

9. Космический корабль летит со скоростью  $v = 0,8 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме) в системе отсчета, связанной с некоторой планетой. Один из космонавтов медленно поворачивает метровый стержень из положения 1, перпендикулярного направлению движения корабля, в положение 2, параллельное направлению движения. Длина этого стержня с точки зрения наблюдателя, находящегося на планете, ...

**Варианты ответа:**

- а) изменится от 1,0 м в положении 1 до 0,6 м в положении 2;  
б) равна 1,0 м при любой его ориентации;  
в) изменится от 1,0 м в положении 1 до 1,67 м в положении 2;  
г) изменится от 0,6 м в положении 1 до 1,0 м в положении 2.

**10.** Космический корабль с двумя космонавтами летит со скоростью  $v = 0,8 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме). Один из космонавтов медленно поворачивает метровый стержень из положения 1, параллельного направлению движения корабля, в положение 2, перпендикулярное этому направлению. Тогда длина стержня, с точки зрения другого космонавта, ...

**Варианты ответа:**

- а) изменится от 1,0 м в положении 1 до 0,6 м в положении 2;
- б) равна 1,0 м при любой его ориентации;
- в) изменится от 1,0 м в положении 1 до 1,67 м в положении 2;
- г) изменится от 0,6 м в положении 1 до 1,0 м в положении 2.

**11.** Пи-нуль-мезон, двигавшийся со скоростью  $v = 0,8 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме) в лабораторной системе отсчета, распадается на два фотона  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . В собственной системе отсчета мезона фотон  $\gamma_1$  был испущен вперед, а фотон  $\gamma_2$  – назад относительно направления полета мезона. Скорость фотона  $\gamma_2$  в лабораторной системе отсчета равна ...

**Варианты ответа:**

- а)  $+0,8 \cdot c$ ; б)  $+1,0 \cdot c$ ; в)  $-1,0 \cdot c$ ; г)  $-0,2 \cdot c$ .

**12.** Инвариантной величиной является ...

**Варианты ответа:**

- а) скорость света в вакууме; б) длина предмета;
- в) импульс частицы; г) длительность события.

**13.** Нестабильная частица движется со скоростью  $v = 0,6c$  ( $c$  – скорость света в вакууме). Тогда время её жизни ...

**Варианты ответа:**

- а) уменьшается на 10 %; б) увеличивается на 10 %;
- в) увеличивается на 20 %; г) уменьшается на 20 %.



**14.** Относительно неподвижного наблюдателя тело движется со скоростью  $v$ , близкой к скорости света  $c$ . Зависимость массы этого тела от скорости при массе покоя  $m_0$  выражается соотношением ...

**Варианты ответа:**

а)  $m = m_0$ ; б)  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$ ; в)  $m = m_0 \sqrt{1-(v/c)^2}$ ; г)  $m = m_0 \frac{v}{c}$ .

**15.** Объем воды в Мировом океане равен  $1,37 \cdot 10^9$  км<sup>3</sup>. Если температура воды повысится на 1°С, увеличение массы воды составит \_\_\_\_\_.

Плотность морской воды 1,03 г/см<sup>3</sup>, удельная теплоемкость 4,19 кДж/(кг·К).

**Варианты ответа:**

а)  $6,57 \cdot 10^7$  кг; б) 65,7 т; в) 65,7 кг; г)  $6,57 \cdot 10^{-2}$  кг.

**16.** Скорость релятивистской частицы  $v = 0,8 \cdot c$ , где  $c$  – скорость света в вакууме. Отношение кинетической энергии частицы к ее полной энергии равно ...

**Варианты ответа:**

а) 0,4; б) 0,6; в) 0,8; г) 0,2.

**17.** Частица движется со скоростью  $v = 0,8 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме). Тогда ее масса по сравнению с массой покоя \_\_\_\_\_%.

**Варианты ответа:**

а) увеличится на 67; б) уменьшится на 67;  
в) увеличится на 33; г) уменьшится на 33.

**18.** Релятивистское сокращение длины ракеты составляет 20%. При этом скорость ракеты равна ...

**Варианты ответа:**

а) 0,4 с; б) 0,6 с; в) 0,8 с; г) 0,2 с.

**19.** Тело начало двигаться со скоростью, при которой его масса возросла на 30 %. При этом длина тела в направлении движения ...

**Варианты ответа:**

- а) уменьшилась в 1,3 раза;    б) увеличилась в 1,3 раза;  
в) уменьшилась на 30 %;    г) увеличилась на 30 %.

**20.** Самая близкая к Земле звезда Проксима Центавра – одна из звезд созвездия Альфа Центавра. Расстояние до нее составляет приблизительно 4,3 световых года. Если бы космический корабль летел от Земли к этой звезде со скоростью  $v = 0,95 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме), то путешествие по земным часам и по часам космонавта продлилось бы \_\_\_\_\_ соответственно.

**Варианты ответа:**

- а) 4,5 года и 1,4 года;    б) 1,4 года и 4,5 года;  
в) 4,1 года и 1,3 года;    г) 1,3 года и 4,1 года.

**21.** Скорость релятивистской частицы  $v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$ , где  $c$  – скорость света в вакууме. Отношение кинетической энергии частицы к ее энергии покоя равно ...

**Варианты ответа:**

- а) 1;    б) 2;    в) 3;    г) 4.

**22.** Скорость частицы увеличивается от  $\frac{3}{5} \cdot c$  до  $\frac{4}{5} \cdot c$ , где  $c$  – скорость света. Во сколько раз увеличивается при этом кинетическая энергия частицы?

**Варианты ответа:**

- а) в  $\frac{16}{9}$  раз;    б) в  $\frac{8}{3}$  раз;    в) в  $\frac{5}{3}$  раз;    г) в  $\frac{5}{4}$  раз;    д) в  $\frac{25}{12}$  раз.

23. Для наблюдателя, пролетающего со скоростью  $v = 0,8 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме), длина стержня  $l = 1,2$  м. Реальная длина  $l_0$  стержня равна ...

**Вариант ответа:**

--	--	--	--

24. Ракета движется относительно земного наблюдателя со скоростью  $v = 0,6 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме). Если по часам в ракете прошло 8 месяцев, то по часам земного наблюдателя прошло ...

**Варианты ответа:**

а) 8 месяцев;    б) 9 месяцев;    в) 10 месяцев;    г) 12 месяцев.

25. С какой скоростью тело должно лететь навстречу наблюдателю, чтобы его линейный размер уменьшился на 20 % ?

**Варианты ответа:**

а)  $0,2 \cdot c$ ;    б)  $0,4 \cdot c$ ;    в)  $0,6 \cdot c$ ;    г)  $0,8 \cdot c$ .

26. С какой скоростью должна лететь нестабильная частица, если время её жизни по часам наблюдателя с Земли увеличилось в  $n = 1,66$  раза?

**Варианты ответа:**

а)  $0,2 \cdot c$ ;    б)  $0,4 \cdot c$ ;    в)  $0,6 \cdot c$ ;    г)  $0,8 \cdot c$ .

27. С какой скоростью должна лететь частица, если её полная энергия в  $n = 1,66$  раза больше её энергии покоя?

**Варианты ответа:**

а)  $0,2 \cdot c$ ;    б)  $0,4 \cdot c$ ;    в)  $0,6 \cdot c$ ;    г)  $0,8 \cdot c$ .

28. С момента образования до распада  $\pi$ -мезон летел со скоростью  $1,8$  м/с. Время жизни  $\pi$ -мезона в неподвижной системе координат равно  $5$  мкс. Тогда время жизни  $\pi$ -мезона по часам в системе координат, движущейся вместе с ним, будет равно ...

**Варианты ответа:**

а) 1 с;    б) 2 с;    в) 4 с;    г) 6 с.

29. Протон движется со скоростью  $v = 0,7 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме). Тогда импульс протона будет равен ...

Вариант ответа:

30. Две микрочастицы движутся навстречу друг другу, каждая из которых имеет скорость  $v = 0,7 \cdot c$  ( $c$  – скорость света в вакууме) относительно Земли. Тогда их скорость сближения будет ...

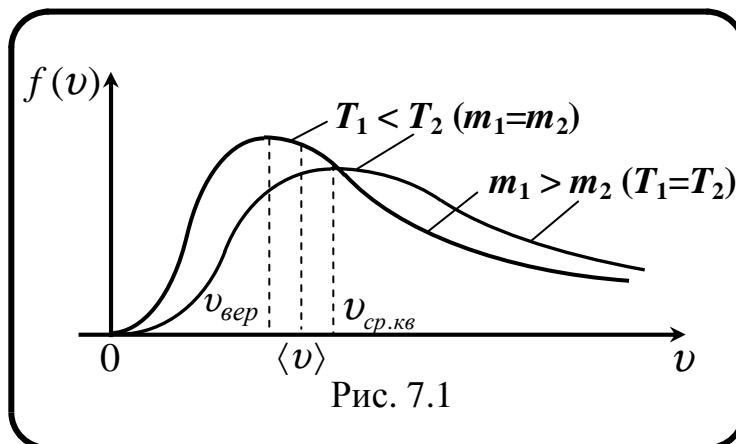
Вариант ответа:

## МОЛЕКУЛЯРНАЯ (СТАТИСТИЧЕСКАЯ) ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

### 7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСВЕЛЛА И БОЛЬЦМАНА

#### 7.1. Основные понятия, законы и формулы

• Распределение частиц по скоростям – функция, показывающая, с какой относительной частотой определенное значение скорости представлено в системе.



- Распределение Максвелла–Больцмана или функция  $f(v)$  распределения (или плотность вероятности распределения) – описание распределения частиц по скоростям для идеального газа (рис. 7.1):

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{N} \frac{dN}{dv} = 4\pi v^2 \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\left( \frac{\frac{1}{2}mv^2}{kT} \right)}, \quad (7.1)$$

где  $N$  – общее число молекул;  $m$  – масса одной молекулы;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура.

- Распределение Максвелла–Больцмана для модулей скорости показывает, какое относительное число хаотически движущихся молекул идеального газа имеет модуль скорости в пределах от  $v$  до  $v + dv$ :

$$\frac{dN(v)}{N} = f(v)dv = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv, \quad (7.2)$$

где входящие в формулу величины  $N$ ,  $m$ ,  $k$ ,  $T$  имеют те же значения, что и в формуле (7.1).

- Площадь под кривой  $f(v)$  равна единице, так как

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(v)dv = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{\infty} dN(v) = \frac{N}{N} = 1.$$

Поэтому при изменении температуры газа график  $f(v)$  видоизменяется таким образом, чтобы площадь под ним всегда была равна единице.

- Распределение частиц по скоростям зависит от температуры и масс частиц (см. рис. 7.1).

- Молекулы кислорода при одинаковой температуре имеют меньшую среднюю скорость, чем легкие молекулы водорода.

- С функцией распределения  $f(v)$  формулы (7.1) связаны три значения скорости:

а) наиболее вероятная скорость  $v_{вер}$  – скорость, наиболее часто встречающаяся в распределении, т.е. скорость в максимуме функции распределения  $f(v)$  (см. рис. 7.1):

$$v_{вер} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}, \quad (7.3)$$

где  $m$  – масса молекулы;  $M$  – масса моля газа.

*Наиболее вероятная скорость для разных газов обратно пропорциональна квадратному корню из молярной массы.*

б) средняя арифметическая (средняя) скорость

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \quad (7.4)$$

в) среднеквадратичная скорость

$$v_{ср.кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}, \quad (7.5)$$

где  $k = 1,3806505 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура;  $m$  – масса частицы;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $M$  – молярная масса газа. Относительное расположение этих скоростей показано на рис. 7.1.

• В некоторых задачах удобно использовать распределение Максвелла не по модулю скорости, как это представлено в формуле (7.2), а по модулю относительной скорости  $u = v/v_{вер}$ :

$$dN(u) = N\phi(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} Ne^{-u^2} u^2 du, \quad (7.6)$$

по модулю импульса  $p = mv$ :

$$dN(p) = N\phi(p)dp = 4\pi N \left( \frac{1}{2\pi mkT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} p^2 dp \quad (7.7)$$

или по энергиям  $\varepsilon = mv^2/2$ :

$$dN(\varepsilon) = N\psi(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{2N}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{(kT)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon. \quad (7.8)$$

- Распределение Больцмана показывает, как зависит концентрация молекул идеального газа  $n$ , находящегося в потенциальном силовом поле, от значения потенциальной энергии  $U$ :

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}}, \quad (7.9)$$

где  $n_0$  – концентрация частиц с нулевой потенциальной энергией ( $U = 0$ ).

- В однородном поле силы тяжести

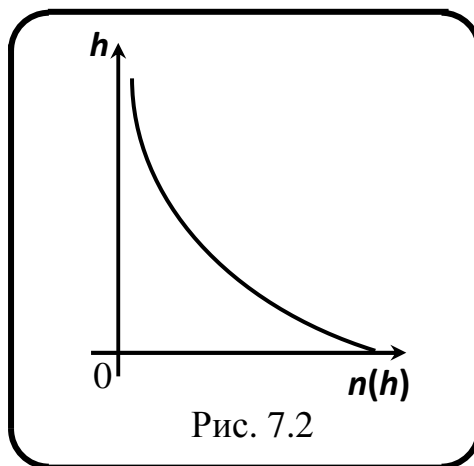
$$U = mgh .$$

$$n = n_0 e^{-mgh/kT} = n_0 e^{-Mgh/RT}, \quad (7.10)$$

где  $m$  – масса молекулы;  $M$  – молярная масса;  $h$  – высота.

График функции  $n(h)$  приведен на рис. 7.2.

Распределение Больцмана в данном случае отражает конкуренцию двух физических механизмов. С одной стороны, поле силы тяжести старается «прижать» все молекулы к поверхности Земли. С другой стороны, хаотическое тепловое движение стремится распределить эти молекулы равномерно по высоте.



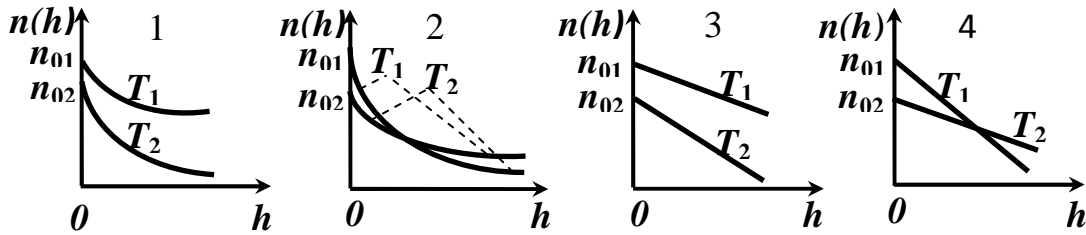
- Барометрическая формула

$$p(h) = p_0 e^{-Mgh/RT} \quad (7.11)$$

показывает, как меняется с высотой давление газа  $p = nkT$  при постоянной температуре  $T$ .

## 7.2. Тестовые задачи для контроля знаний

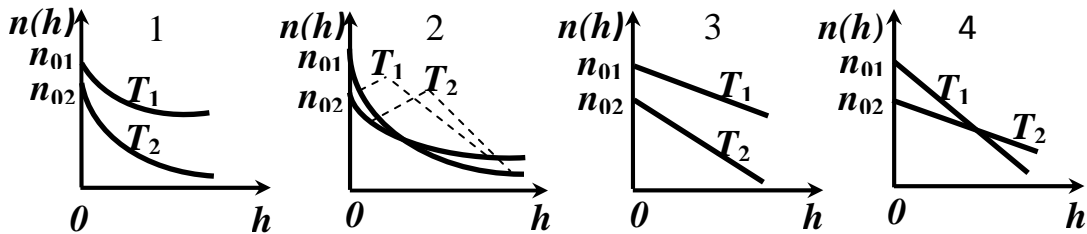
1. Зависимость концентрации молекул идеального газа во внешнем однородном поле силы тяжести от высоты для двух разных температур ( $T_2 > T_1$ ) представлена на рисунке ...



**Варианты ответа:**

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

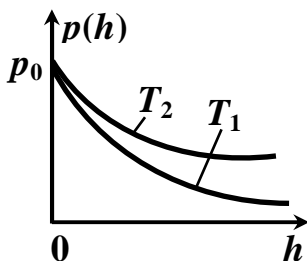
2. В очень высоком вертикальном цилиндрическом сосуде находится идеальный газ при некоторой температуре  $T_1$ . Если считать внешнее потенциальное поле сил однородным, то график зависимости  $n(h)$  от высоты  $h$  для двух температур  $T_1$  и  $T_2 > T_1$  имеет вид, представленный на рисунке ...



**Варианты ответа:**

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

3. Зависимости давления  $p$  идеального газа во внешнем однородном поле силы тяжести от высоты  $h$  для двух разных температур определяются барометрической формулой и представлены на рисунке.



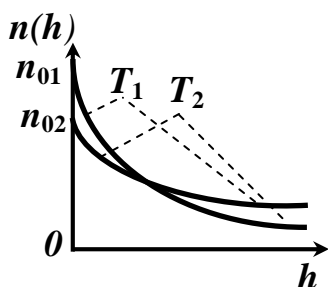
Для этих функций верными являются утверждения, что ...



### Варианты ответа:

- а) температура  $T_1$  ниже температуры  $T_2$ ;
- б) зависимость давления идеального газа от высоты определяется не только температурой газа, но и массой молекул;
- в) температура  $T_1$  выше температуры  $T_2$ ;
- г) давление газа на высоте  $h$  равно давлению на «нулевом уровне» ( $h = 0$ ), если температура газа стремится к абсолютному нулю.

4. На рисунке представлены графики функций распределения молекул идеального газа  $n$  во внешнем однородном поле силы тяжести от высоты  $h$  двух разных температур  $T_1, T_2$  (распределение Больцмана).



Для этих функций верным является утверждение, что ...

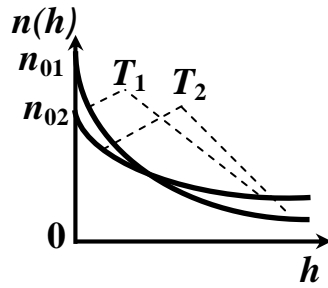
### Варианты ответа:

- а) концентрация молекул газа на «нулевом уровне» ( $h=0$ ) с повышением температуры уменьшается;
- б) температура  $T_2$  ниже температуры  $T_1$ ;
- в) концентрация молекул газа на «нулевом уровне» ( $h=0$ ) с повышением температуры увеличивается;
- г) температура  $T_2$  выше температуры  $T_1$ .

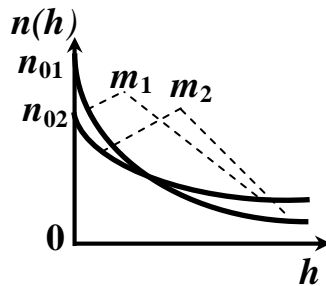
5. Формула  $n(h) = n_0 \exp\left(-\frac{m_0 g h}{kT}\right)$  описывает распределение одинаковых молекул массой  $m_0$  по высоте в изотермической атмосфере, здесь  $n_0$  – концентрация молекул при  $h=0$ ;  $n$  – их концентрация на высоте  $h$ . Для этой зависимости справедливы следующие утверждения ...

### Варианты ответа:

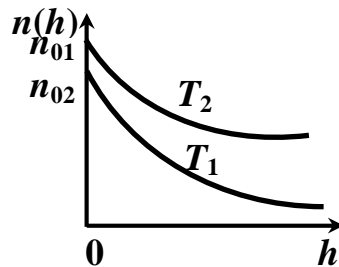
- а) приведенные на рисунке кривые соответствуют распределениям для одного и того же газа при разных температурах, причем  $T_2 > T_1$ ;



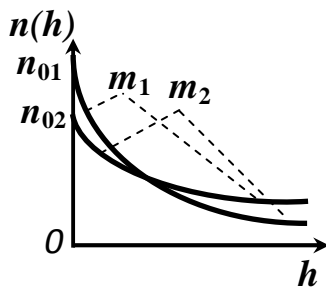
б) приведенные на рисунке кривые соответствуют распределениям для двух разных газов при одинаковой температуре, причем массы молекул удовлетворяют соотношению  $m_1 > m_2$ ;



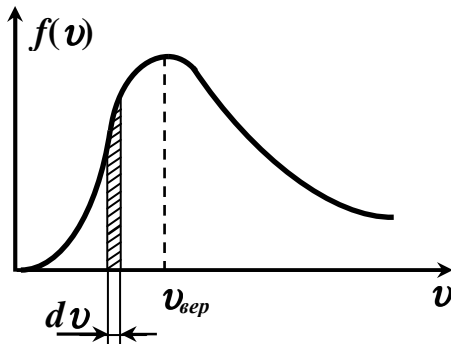
в) приведенные на рисунке кривые соответствуют распределениям для одного и того же газа при разных температурах, причем  $T_2 < T_1$ ;



г) приведенные на рисунке кривые соответствуют распределениям для двух разных газов при одинаковой температуре, причем массы молекул удовлетворяют соотношению  $m_1 < m_2$ .



6. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где



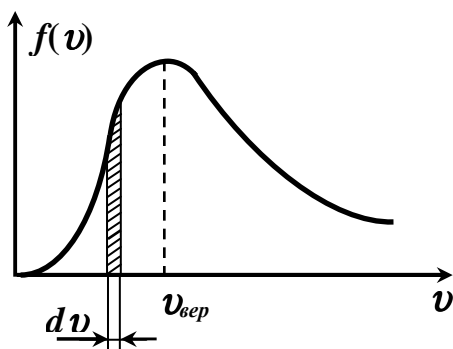
$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v + dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Для этой функции является верным утверждение, что ...

**Варианты ответа:**

- а) с уменьшением температуры величина максимума функции уменьшается;
- б) при изменении температуры положение максимума не изменяется;
- в) с увеличением температуры величина максимума функции увеличивается;
- г) при изменении температуры площадь под кривой не изменяется.

7. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где



$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v + dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Для этой функции является верным утверждение, что ...

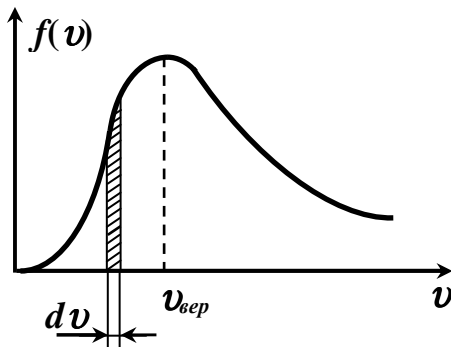
**Варианты ответа:**

- а) с увеличением температуры величина максимума увеличивается;
- б) при изменении температуры площадь под кривой не изменяется;

в) при изменении температуры положение максимума не изменится;

г) с уменьшением температуры величина максимума уменьшается.

8. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где



$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Для этой функции верным утверждением является ...

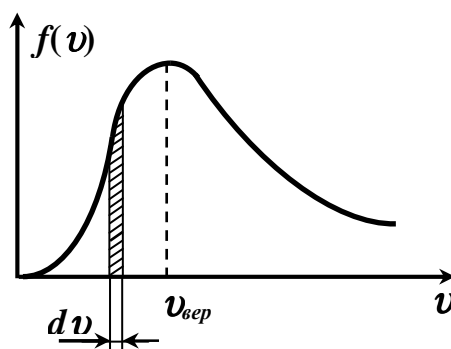
#### Варианты ответа:

а) положение максимума кривой зависит не только от температуры, но и от природы газа (его молярной массы);

б) при понижении температуры величина максимума уменьшается;

в) при понижении температуры площадь под кривой уменьшается.

9. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где



$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Если, не меняя температуры, взять другой газ с большей молярной массой и таким же числом молекул, то ...

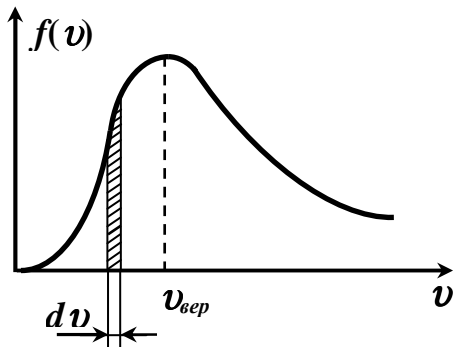
#### Варианты ответа:

а) величина максимума уменьшится;

б) площадь под кривой увеличится;

в) максимум кривой сместится влево в сторону меньших скоростей.

10. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где



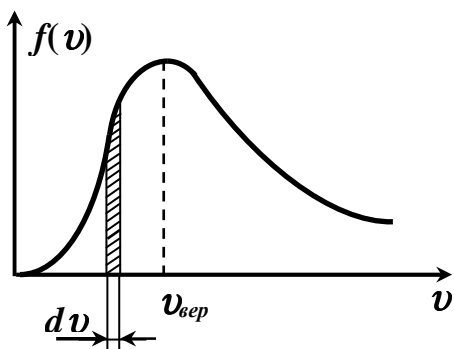
где  $f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Если, не меняя температуры и числа молекул, взять другой газ с меньшей молярной массой, то ...

**Варианты ответа:**

- а) максимум кривой сместится вправо в сторону больших скоростей;
- б) площадь под кривой уменьшится;
- в) максимум кривой сместится влево в сторону меньших скоростей.

11. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где



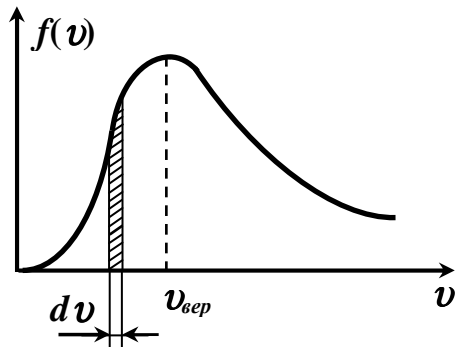
где  $f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Если, не меняя температуры и числа молекул, взять другой газ с меньшей молярной массой, то ...

**Варианты ответа:**

- а) максимум кривой сместится влево в сторону меньших скоростей;
- б) максимум кривой сместится вправо в сторону больших скоростей;
- в) площадь под кривой уменьшится.

12. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где



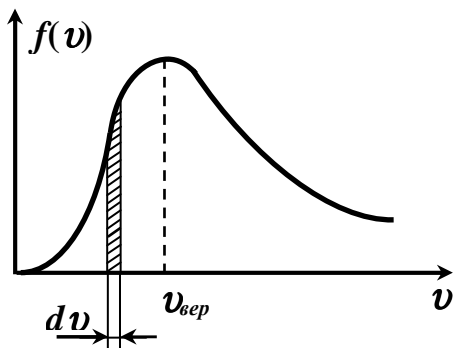
где  $f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Если, не меняя температуры, взять другой газ с большей молярной массой, то ...

**Варианты ответа:**

- а) величина максимума уменьшится;
- б) максимум кривой сместится влево в сторону меньших скоростей;
- в) площадь под кривой увеличится.

13. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла),



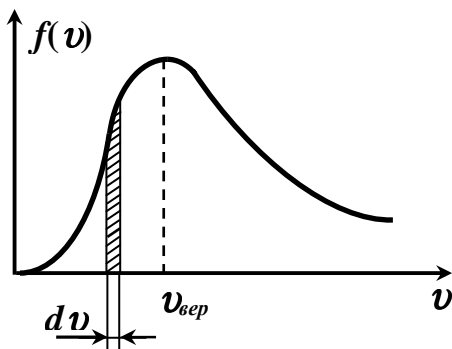
где  $f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Для этой функции верным утверждением является ...

**Варианты ответа:**

- а) при понижении температуры максимум кривой смещается влево;
- б) при понижении температуры величина максимума уменьшается;
- в) при понижении температуры площадь под кривой уменьшается.

14. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где

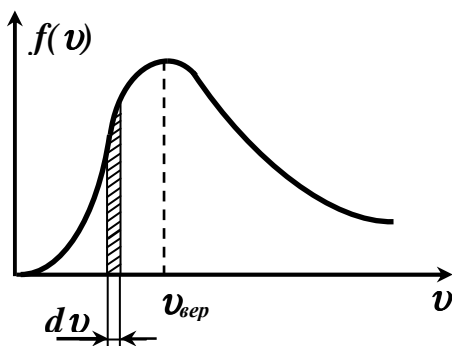


$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала. Для этой функции верным утверждением является ...

**Варианты ответа:**

- а) с ростом температуры величина максимума растет;
- б) с ростом температуры максимум кривой смещается вправо;
- в) с ростом температуры площадь под кривой растет.

15. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где



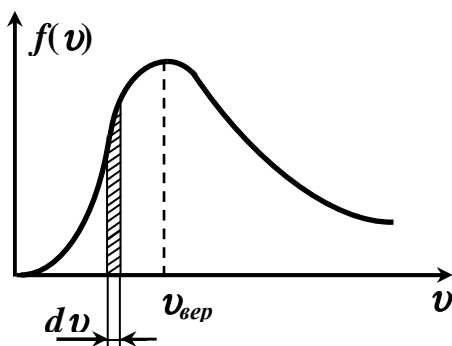
$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Выберите верные утверждения.

**Варианты ответа:**

- а) с ростом температуры площадь под кривой растет;
- б) с ростом температуры максимум кривой смещается вправо;
- в) площадь заштрихованной полоски равна доле молекул со скоростями в интервале от  $v$  до  $v+dv$ .

16. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где



$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Для этой функции верными являются утверждения ...

**Варианты ответа:**

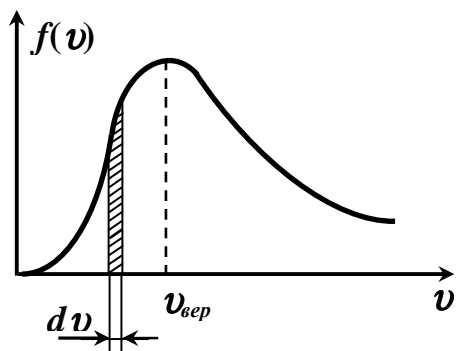
а) положение максимума кривой зависит не только от температуры, но и от природы газа (его молярной массы);

б) при увеличении числа молекул площадь под кривой не изменяется;

в) с ростом температуры газа значение максимума функции увеличивается;

г) для газа с бóльшей молярной массой (при той же температуре) максимум функции расположен в области бóльших скоростей.

17. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где



$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Для этой функции неверными являются утверждения, что ...

**Варианты ответа:**

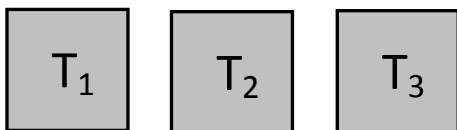
а) при понижении температуры величина максимума функции уменьшается;

б) при понижении температуры площадь под кривой уменьшается;

в) с ростом температуры наиболее вероятная скорость молекул увеличивается;

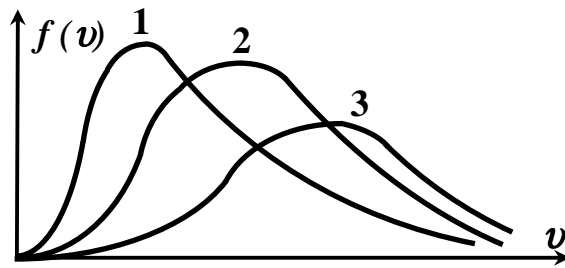
г) положение максимума кривой зависит не только от температуры, но и от природы газа.

18. В трех одинаковых сосудах находится одинаковое количество газа, причем  $T_1 > T_2 > T_3$ .



Распределение скоростей молекул в сосуде с температурой  $T_3$  будет описывать кривая ...

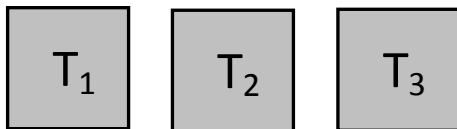




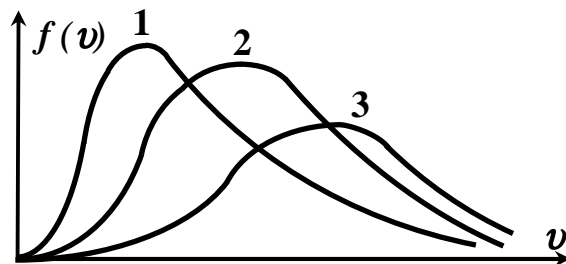
**Варианты ответа:**

- а) 1;      б) 2;      в) 3.

**19.** В трех одинаковых сосудах находится одинаковое количество газа, причем  $T_1 > T_2 > T_3$ .



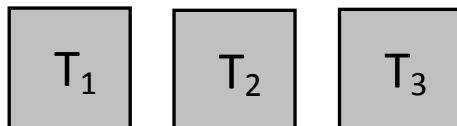
Распределение скоростей молекул в сосуде с температурой  $T_1$  будет описывать кривая ...



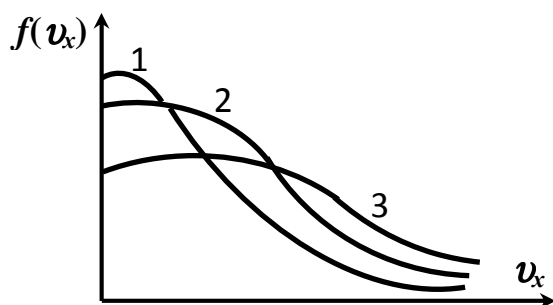
**Варианты ответа:**

- а) 1;      б) 2;      в) 3.

**20.** В трех одинаковых сосудах находится одинаковое количество газа, причем  $T_1 > T_2 > T_3$ .



Распределение проекций скоростей молекул водорода на произвольное направление  $X$  для молекул в сосуде с температурой  $T_1$  будет описывать кривая ...

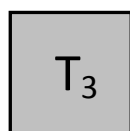
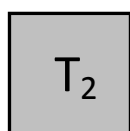
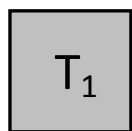


**Варианты ответа:**

- а) 1;    б) 2;    в) 3.

**21.** В трех одинаковых сосудах находится одинаковое количество газа, причем  $T_1 > T_2 > T_3$ .

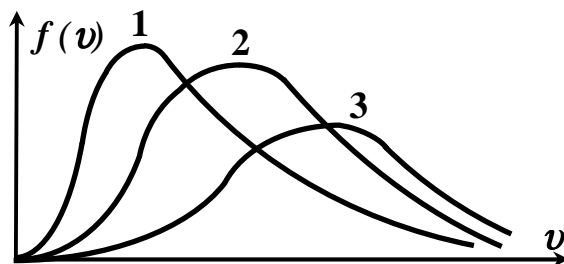
На рисунке представлены графики функций распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где



$f(v) = \frac{dN}{Nd v}$  – доля молекул, скорости

которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

Для этих функций верными являются утверждения, что ...



**Варианты ответа:**

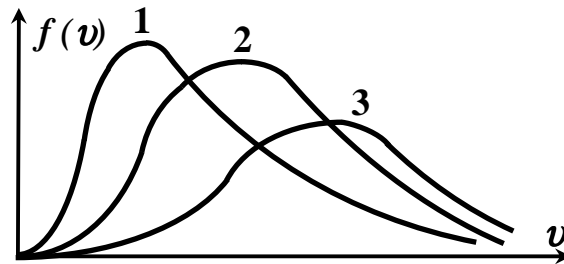
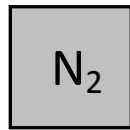
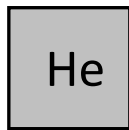
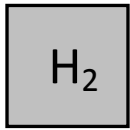
а) кривая 1 соответствует распределению по скоростям молекул газа при температуре  $T_3$ ;

б) кривая 3 соответствует распределению по скоростям молекул газа при температуре  $T_1$ ;

в) кривая 2 соответствует распределению по скоростям молекул газа при температуре  $T_1$ ;

г) кривая 3 соответствует распределению по скоростям молекул газа при температуре  $T_3$ .

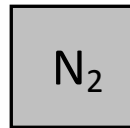
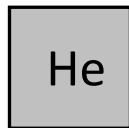
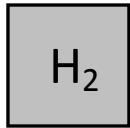
22. В трех одинаковых сосудах находится одинаковое количество водорода, гелия и азота. Распределение скоростей молекул гелия будет описывать кривая...



**Варианты ответа:**

- а) 1;      б) 2;      в) 3.

23. В трех одинаковых сосудах при равных условиях находится одинаковое количество водорода, гелия и азота.



На рисунке представлены графики функций распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где

$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

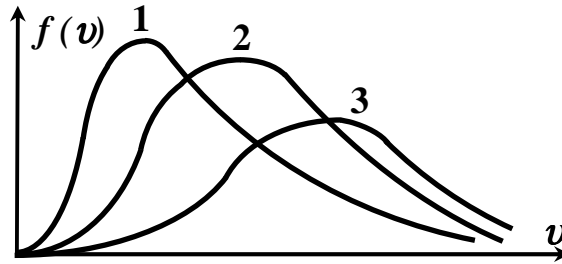
Для этих функций верными являются утверждения, что ...

**Варианты ответа:**

- а) кривая 1 соответствует распределению по скоростям молекул азота;
- б) кривая 3 соответствует распределению по скоростям молекул водорода;
- в) кривая 1 соответствует распределению по скоростям молекул гелия;
- г) кривая 2 соответствует распределению по скоростям молекул азота.

24. На рисунке представлены графики функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где  $f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

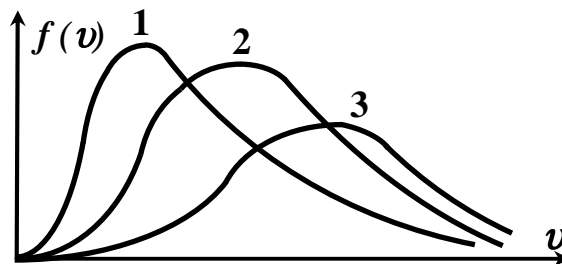
Для этих функций верными являются утверждения, что ...



**Варианты ответа:**

- а) распределение 1 соответствует газу, имеющему наибольшую массу молекул;
- б) распределение 3 соответствует газу, имеющему наибольшую температуру;
- в) распределение 1 соответствует газу, имеющему наименьшую массу молекул;
- г) распределение 3 соответствует газу, имеющему наименьшую температуру.

25. На рисунке представлены графики функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла) для различных газов  $H_2$ ,  $He$ ,  $N_2$  при данной температуре. Какому газу какой график соответствует?



**Варианты ответа:**

- а)  $\text{H}_2 - 1$ ;  $\text{He} - 2$ ;  $\text{N}_2 - 3$ ;      б)  $\text{H}_2 - 2$ ;  $\text{He} - 1$ ;  $\text{N}_2 - 3$ ;  
в)  $\text{H}_2 - 3$ ;  $\text{He} - 2$ ;  $\text{N}_2 - 1$ ;      г)  $\text{H}_2 - 3$ ;  $\text{He} - 1$ ;  $\text{N}_2 - 2$ ;  
д)  $\text{H}_2 - 1$ ;  $\text{He} - 3$ ;  $\text{N}_2 - 2$ ;      е)  $\text{H}_2 - 2$ ;  $\text{He} - 3$ ;  $\text{N}_2 - 1$ .

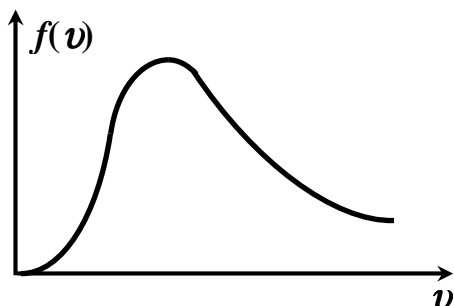
**26.** На какой высоте над уровнем моря давление воздуха уменьшится в 2,718 раза? Температуру считать постоянной и равной 300 К. Молярная масса воздуха  $M = 29$  г/моль, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/моль·К.

**Варианты ответа:**

- а) 100 м;      б) 800 м;      в) 8 300 м;      г) 18 000 м.

**27.** На рисунке представлен график распределения молекул идеального газа по величине скоростей (распределение Максвелла).

С



ростом температуры  $T$  газа площадь под этим графиком будет ...

**Варианты ответа:**

- а) оставаться неизменной;  
б) расти пропорционально  $T$ ;  
в) расти пропорционально  $T^{3/2}$ ;  
г) расти пропорционально  $\sqrt{T}$ .

**28.** Средняя квадратичная скорость молекул газа при заданной температуре и массе молекулы  $m_0$  рассчитывается по формуле ...

**Варианты ответа:**

а)  $v = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$ ;      б)  $v = \frac{3kT}{m_0}$ ;      в)  $v = \sqrt{\frac{3kT}{2m_0}}$ ;      г)  $v = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$ .

**29.** Среднюю арифметическую скорость молекул газа при заданной температуре и массе молекулы  $m_0$  можно рассчитать по формуле ...

**Варианты ответа:**

$$\text{а) } v = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}; \quad \text{б) } v = \frac{3kT}{\pi m_0}; \quad \text{в) } v = \sqrt{\frac{3kT}{2m_0}}; \quad \text{г) } v = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}.$$

**30.** При понижении температуры идеального газа на  $\Delta T=100$  К среднеквадратичная скорость движения молекул уменьшилась с  $v_1 = 500$  м/с до  $v_2 = 300$  м/с. Если бы температуру понизили на 150 К, то средняя квадратичная скорость уменьшилась бы с 500 м/с до ...

**Варианты ответа:**

а) 100 м/с; б) 125 м/с; в) 175 м/с; г) 200 м/с; д) 225 м/с.

**31.** Если среднеарифметическая скорость молекул газа  $\langle v \rangle = 476$  м/с, то средняя квадратичная скорость молекул будет равна ...

**Варианты ответа:**

а)  $v_{\text{ср.кв}} = 508$  м/с; б)  $v_{\text{ср.кв}} = 650$  м/с; в)  $v_{\text{ср.кв}} = 516$  м/с; г)  $v_{\text{ср.кв}} = 720$  м/с.

**32.** Если на высоте  $h$  температура воздуха  $T = 5$  °С, а давление воздуха составляет 70 % от давления на уровне моря, то высота  $h$  равна ...

**Варианты ответа:**

а) 1,38 км; б) 2,06 км; в) 2,9 км; г) 3,25 км.

## **8. ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ И ТЕПЛОЕМКОСТЬ ГАЗОВ**

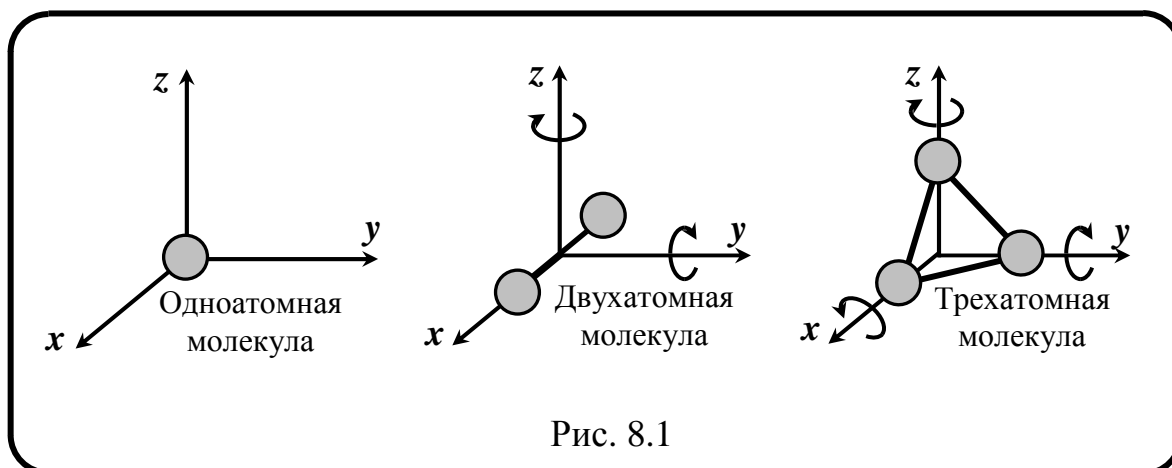
### **8.1. Основные понятия, законы и формулы**

- Степень свободы частицы описывает возможность частицы принимать энергию и преобразовывать её в движение: поступательное, вращательное и колебательное.

- Числом степеней свободы  $i$  называется безразмерная

величина, которая описывает количество независимых форм движения.

• Молекулы газа могут быть одноатомными, двухатомными и многоатомными (рис. 8.1):



а) *одноатомная молекула* имеет только три степени свободы ( $i_{\text{пост}}=3$ ) поступательного движения в направлениях движения вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ . К одноатомным молекулам относятся, например, молекулы инертных газов  $\text{He}$ ,  $\text{Ne}$ ,  $\text{Ar}$ ,  $\text{Kr}$ ,  $\text{Xe}$ ,  $\text{Rn}$ ;

б) *двухатомные молекулы* имеют пять степеней свободы, три – поступательного движения ( $i_{\text{пост}}=3$ ) и две ( $i_{\text{вр}}=2$ ) – вращения вокруг двух различных осей, перпендикулярных линии, соединяющей две молекулы. Большинство молекул в воздухе, типа  $\text{N}_2$  и  $\text{O}_2$ , являются двухатомными;

в) *многоатомные молекулы* чаще всего имеют три оси вращения и, следовательно, шесть степеней свободы: три поступательных и три вращательных. Сюда относятся молекулы диоксида серы ( $\text{SO}_2$ ) и многих газообразных углеводородов (метан  $\text{CH}_4$ ) и др.

• Колебательная степень свободы в газах чаще всего появляется только при высоких температурах. Поэтому число степеней свободы в области высоких температур сильно зависит от температуры.

• В твердых телах поступательные степени свободы ( $i_{\text{пост}}=3$ ) и колебательные степени свободы ( $i_{\text{колеб}}=3$ ) в сумме дают шесть степеней свободы.

• Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по

степеням свободы описывает равное распределение энергии по различным степеням свободы системы.

- Тепловая энергия распределяется по степеням свободы статистически равномерно. Любая степень свободы обладает в среднем одинаковой энергией.

- Средняя кинетическая энергия поступательного движения, приходящаяся на одну степень свободы молекулы,

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT, \quad (8.1)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура.

- Средняя энергия молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (8.2)$$

где  $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2 i_{\text{колеб}}$  – сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы.

- Средняя энергия одноатомных газов на частицу равна

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad (8.3)$$

- Средняя энергия двухатомных газов на частицу равна

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{5}{2} kT. \quad (8.4)$$

- Молекулы, состоящие из трех и более атомов, в общем случае имеют среднюю энергию на частицу

$$\langle \varepsilon \rangle = 3kT. \quad (8.5)$$

- Внутренняя энергия идеального газа:

а) для 1 моля газа

$$U_m = \frac{i}{2} kT N_A = \frac{i}{2} RT; \quad (8.6)$$

б) для произвольной массы газа

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{i}{2} pV = \frac{pV}{\gamma - 1}, \quad (8.7)$$



где  $i$  – эффективное число степеней свободы;  $m$  – масса газа;  $M$  – молярная масса газа;  $\gamma = (i + 2)/i$  – показатель адиабаты;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – термодинамическая температура;  $N_A$  – постоянная Авогадро;  $R$  – молярная газовая постоянная;  $\nu = \frac{m}{M}$  – количество вещества.

- Теплоемкость – это величина, равная количеству теплоты, которое нужно сообщить телу, чтобы повысить его температуру на 1 К:

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (8.8)$$

- Теплоемкость  $C$  тела зависит от:
  - 1) свойств тела;
  - 2) количества вещества в нем;
  - 3) совершаемого процесса.

- Молярная теплоемкость  $C_m$  – величина, определяемая количеством теплоты, необходимой для нагревания 1 моль вещества на 1 К:

$$C_m = \frac{\delta Q}{\nu dT}. \quad (8.9)$$

- Удельная теплоемкость  $c$  – величина, определяемая количеством теплоты, необходимой для нагревания 1 кг вещества на 1 К.

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}. \quad (8.10)$$

- Связь между молярной и удельной теплоемкостями газа дается соотношением

$$C_m = cM, \quad (8.11)$$

где  $M$  – молярная масса газа.

- Молярные теплоемкости газов:
  - а) при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2} R; \quad (8.12)$$

б) при постоянном давлении

$$C_P = \frac{i+2}{2}R, \quad (8.13)$$

где  $i$  – число степеней свободы.

• Уравнение Майера:

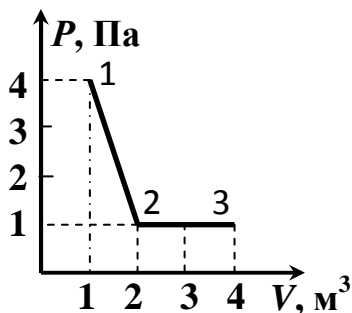
$$C_P = C_V + R. \quad (8.14)$$

• Показатель адиабаты:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}. \quad (8.15)$$

## 8.2. Тестовые задачи для контроля знаний

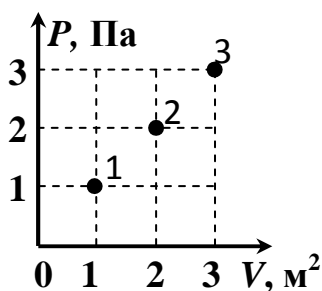
1. Внутренняя энергия молекулярного азота (газ считать идеальным) в результате процесса  $1-2-3$ , изображенного на рисунке, изменяется на \_\_\_\_\_ Дж.



**Варианты ответа:**

- а) 0; б)  $\frac{9}{2}$ ; в) 4; г) 6.

2. Идеальный газ имеет минимальную энергию в состоянии ...



**Варианты ответа:**

- а) 1, 2, 3; б) 2; в) 1; г) 3.

3. При увеличении давления в 3 раза и уменьшении объема в 2 раза внутренняя энергия идеального газа ...

**Варианты ответа:**

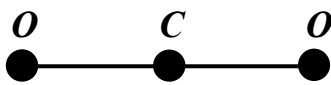
- а) увеличится в 1,5 раза; б) уменьшится в 6 раз;  
в) увеличится в 6 раз; г) уменьшится в 1,5 раза.

4. Уравнение кинетической теории для давления идеального газа имеет вид  $p = \frac{2}{3}n \langle E \rangle$ , где  $n$  – концентрация молекул. Для газа водорода  $\langle E \rangle$  равно ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{1}{2}kT$ ;    б)  $\frac{6}{2}kT$ ;    в)  $\frac{5}{2}kT$ ;    г)  $\frac{3}{2}kT$ .

5. Если не учитывать колебательные движения в линейной молекуле углекислого газа  $\text{CO}_2$  (рисунок), то отношение кинетической энергии вращательного движения к полной кинетической энергии молекулы равно ...

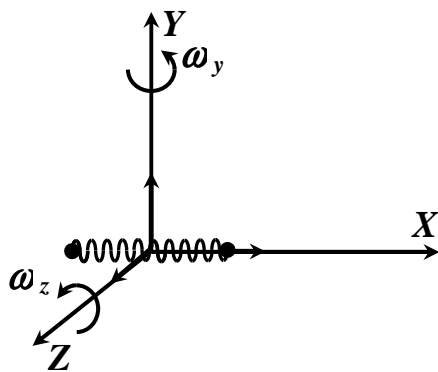


углекислого газа  $\text{CO}_2$  (рисунок), то отношение кинетической энергии вращательного движения к полной кинетической энергии молекулы равно ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{3}{5}$ ;    б)  $\frac{2}{13}$ ;    в)  $\frac{3}{6}$ ;    г)  $\frac{2}{5}$ .

6. Молярная теплоёмкость идеального газа при постоянном давлении



равна  $C_p = \frac{9}{2}R$ , где  $R=8,31$  Дж/(кг·моль) – универсальная газовая постоянная. Число вращательных степеней свободы молекулы равно ...

**Варианты ответа:**

а) 2;    б) 3;    в) 1;    г) 9.

7. Молярная теплоёмкость молекулы идеального газа при постоянном объёме равна  $C_V = \frac{7}{2}R$ , где  $R=8,31$  Дж/(кг·моль) – универсальная газовая постоянная. Число вращательных степеней свободы молекулы равно ...

**Варианты ответа:**

а) 1; б) 2; в) 9; г) 3.

**8.** Средняя кинетическая энергия молекул газа при температуре  $T$  зависит от их конфигурации и структуры, что связано с возможностью различных видов движения атомов в молекуле и самой молекулы. При условии, что имеют место только поступательное и вращательное движения молекулы как целого, средняя кинетическая энергия молекул азота  $N_2$  равна ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{3}{2}kT$ ; б)  $\frac{1}{2}kT$ ; в)  $\frac{5}{2}kT$ ; г)  $\frac{7}{2}kT$ .

**9.** Средняя кинетическая энергия молекул газа при температуре  $T$  зависит от их конфигурации и структуры, что связано с возможностью различных видов движения атомов в молекуле и самой молекулы. При условии, что имеют место поступательное, вращательное движения молекулы как целого и колебательное движение атомов в молекуле, отношение средней кинетической энергии колебательного движения к полной кинетической энергии молекулы азота  $N_2$  равно ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{2}{5}$ ; б)  $\frac{2}{7}$ ; в)  $\frac{2}{6}$ ; г) 1.

**10.** Средняя кинетическая энергия молекул газа при температуре  $T$  зависит от их структуры, что связано с возможностью различных видов движения атомов в молекуле. При условии, что имеют место только поступательное и вращательное движения, средняя энергия молекул гелия  $He$  равна ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{5}{2}kT$ ; б)  $\frac{7}{2}kT$ ; в)  $\frac{3}{2}kT$ ; г)  $\frac{1}{2}kT$ .

**11.** Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре  $T$  равна  $\varepsilon = \frac{i}{2}kT$ . Здесь  $i = n_n + n_{вр} + 2n_k$ , где  $n_n$ ,  $n_{вр}$  и  $n_k$  – число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы. При условии, что имеют место только поступательное и вращательное движения, для водорода  $H_2$  число  $i$  равно ...

**Варианты ответа:**

а) 5; б) 7; в) 2; г) 8.

**12.** Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре  $T$  равна  $\varepsilon = \frac{i}{2}kT$ . Здесь  $i = n_n + n_{вр} + 2n_k$ , где  $n_n$ ,  $n_{вр}$  и  $n_k$  – число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы. Для атомарного водорода число  $i$  равно ...

**Варианты ответа:**

а) 1; б) 3; в) 7; г) 5.

**13.** Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре  $T$  равна  $\varepsilon = \frac{i}{2}kT$ . Здесь  $i = n_n + n_{вр} + 2n_k$ , где  $n_n$ ,  $n_{вр}$  и  $n_k$  – число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы. При условии, что имеют место только поступательное и вращательное движения, для водяного пара  $H_2O$  число  $i$  равно...

**Варианты ответа:**

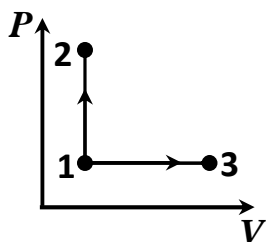
а) 5; б) 3; в) 6; г) 8.

**14.** Средняя кинетическая энергия молекул газа при температуре  $T$  зависит от их структуры, что связано с возможностью различных видов движения атомов в молекуле. Средняя кинетическая энергия молекул атомарного водорода равна ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{1}{2}kT$ ; б)  $\frac{7}{2}kT$ ; в)  $\frac{3}{2}kT$ ; г)  $\frac{5}{2}kT$ .

15. Молярные теплоемкости гелия в процессах 1–2 и 1–3 равны  $C_1$  и  $C_2$  соответственно. Тогда  $\frac{C_1}{C_2}$  составляет ...



**Варианты ответа:**

- а)  $\frac{7}{5}$ ;    б)  $\frac{5}{7}$ ;    в)  $\frac{3}{5}$ ;    г)  $\frac{5}{3}$ .

16. На каждую степень свободы движения молекулы приходится одинаковая энергия, равная  $\frac{1}{2}kT$  ( $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – температура по шкале Кельвина). При условии, что имеют место все виды движения, средняя кинетическая энергия молекулы водорода  $H_2$  равна ...

**Варианты ответа:**

- а)  $\frac{1}{2}kT$ ;    б)  $\frac{7}{2}kT$ ;    в)  $\frac{3}{2}kT$ ;    г)  $\frac{5}{2}kT$ .

17. Если не учитывать колебательные движения в молекуле водорода при температуре 200 К, то кинетическая энергия (в Дж) всех молекул в 4 г водорода равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 8 310;    б) 4 986;    в) 3 324;    г) 1 662.

18. При комнатной температуре отношение  $\frac{C_P}{C_V}$  молярных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме равно  $\frac{5}{3}$  для ...

**Варианты ответа:**

- а) гелия;    б) водяного пара;    в) воздуха;    г) кислорода.

19. При комнатной температуре отношение  $\frac{C_P}{C_V}$  молярных теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме равно  $\frac{7}{5}$  для ...

**Варианты ответа:**

а) гелия; б) водяного пара; в) углекислого газа; г) кислорода.

20. Средняя кинетическая энергия молекул газа при температуре  $T$  зависит от их конфигурации и структуры, что связано с возможностью различных видов движения атомов в молекуле и самой молекулы. При условии, что имеют место поступательное и вращательное движения молекулы как целого, средняя кинетическая энергия молекулы водяного пара  $H_2O$  равна ...

**Варианты ответа:**

а)  $3kT$ ; б)  $\frac{3}{2}kT$ ; в)  $\frac{5}{2}kT$ ; г)  $\frac{7}{2}kT$ .

21. При комнатной температуре коэффициент Пуассона  $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ , где  $C_P$  и  $C_V$  – молярные теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме соответственно, равен  $\frac{4}{3}$  для ...

**Варианты ответа:**

а) водяного пара; б) водорода; в) азота; г) гелия.

22. Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении равна  $C_P = \frac{7}{2}R$ , где  $R = 8,31$  Дж/(кг·моль) – универсальная газовая постоянная. Число вращательных степеней свободы молекулы равно ...

**Варианты ответа:**

а) 2; б) 3; в) 1; г) 0.

**23.** Если не учитывать колебательные движения в молекуле водяного пара, то отношение кинетической энергии вращательного движения к полной кинетической энергии молекулы равно ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{2}{5}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ ; в)  $\frac{2}{7}$ ; г)  $\frac{1}{3}$ .

**24.** Если не учитывать колебательные движения в молекуле углекислого газа, то средняя кинетическая энергия молекулы равна ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{6}{2}kT$ ; б)  $\frac{3}{2}kT$ ; в)  $\frac{5}{2}kT$ ; г)  $\frac{7}{2}kT$ .

**25.** Средняя кинетическая энергия молекул газа при температуре  $T$  зависит от их конфигурации и структуры, что связано с возможностью различных видов движения атомов в молекуле и самой молекулы. При условии, что имеют место поступательное, вращательное движения молекулы как целого и колебательное движение атомов в молекуле, средняя кинетическая энергия молекулы кислорода  $O_2$  равна ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{1}{2}kT$ ; б)  $\frac{3}{2}kT$ ; в)  $\frac{5}{2}kT$ ; г)  $\frac{7}{2}kT$ .

**26.** Удельная теплоемкость идеального газа при постоянном давлении  $C_p$  больше, чем удельная теплоемкость при постоянном объеме  $C_v$  из-за того, что ...

**Варианты ответа:**

а) давление газа остается постоянным, когда его температура остается постоянной;

б) объем газа остается постоянным, когда его температура остается постоянной;

в) необходимое количество теплоты больше при постоянном



объеме, чем при постоянном давлении;

г) при  $p = \text{const}$  нагреваемый газ расширяется, и часть подводимой теплоты расходуется на совершение работы над внешними телами;

д) увеличение внутренней энергии газа при постоянном давлении больше, чем при постоянном объеме.

**27.** Отношение  $C_p/C_v$  для кислорода равно ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{7}{5}$ ;    б)  $\frac{5}{7}$ ;    в)  $\frac{3}{5}$ ;    г)  $\frac{5}{3}$ .

**28.** Молярная теплоемкость одноатомного идеального газа при постоянном объеме равна ...

**Варианты ответа:**

а)  $\frac{1}{2}$ ;    б)  $\frac{5}{2}$ ;    в)  $\frac{3}{2}$ ;    г)  $\frac{2}{3}$ .

**29.** Состояние идеального газа определяется значениями параметров  $T_0, p_0, V_0$ , где  $T$  – термодинамическая температура;  $p$  – давление;  $V$  – объем газа. Определенное количество газа перевели из состояния  $(p_0, V_0)$  в состояние  $(2p_0, V_0)$ . При этом его внутренняя энергия ...

**Варианты ответа:**

а) увеличилась;    б) не изменилась;    в) уменьшилась.

**30.** Если давление и температуру идеального газа увеличить в 2 раза, то внутренняя энергия газа ...

**Варианты ответа:**

а) увеличится в  $\sqrt{2}$  раз;    б) увеличится в 2 раза;  
в) увеличится в 4 раза;    г) не изменится.

## 9. ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ. ЭНТРОПИЯ. ЦИКЛЫ

### 9.1. Основные понятия, законы и формулы

Второе начало термодинамики определяет *направление протекания* термодинамических процессов, указывая, какие процессы в природе возможны, а какие нет.

Все эксперименты подтверждают, что энтропия равновесия максимальна:

$$S = S_{\max} \text{ в процессе равновесия.}$$

• Формулировка второго начала термодинамики: в природе не существует процессов, в которых уменьшается общая энтропия.

Все необратимые процессы в замкнутой системе связаны с увеличением энтропии. После изменения состояния система должна снова вернуться в равновесное состояние, при этом энтропия увеличивается, т.е.

$$\Delta S \geq 0.$$

Обратимые процессы: энтропия остаётся постоянной:

$$dS = 0.$$

Необратимые процессы: энтропия увеличивается:

$$dS > 0.$$

• Эквивалентные формулировки второго начала термодинамики:

а) не существует вечного двигателя второго рода, т.е. нельзя реализовать циклическую тепловую машину, работающую только за счет охлаждения теплового резервуара (без холодильника);

б) *по Кельвину*: невозможен круговой процесс, **единственным результатом** которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу;

в) *по Клаузиусу*: невозможен круговой процесс, **единственным результатом** которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому;

г) *теорема Нернста*: нельзя достичь температуры абсолютного нуля;

д) энтропия замкнутой системы либо возрастает, либо остается постоянной:

$$\Delta S \geq 0.$$

• Определение энтропии:

а) *по Клаузиусу*: энтропия  $S$  является функцией состояния термодинамической системы, изменение которой при переходе системы из одного состояния в другое равно приведенному количеству теплоты, полученному (или отданному) системой:

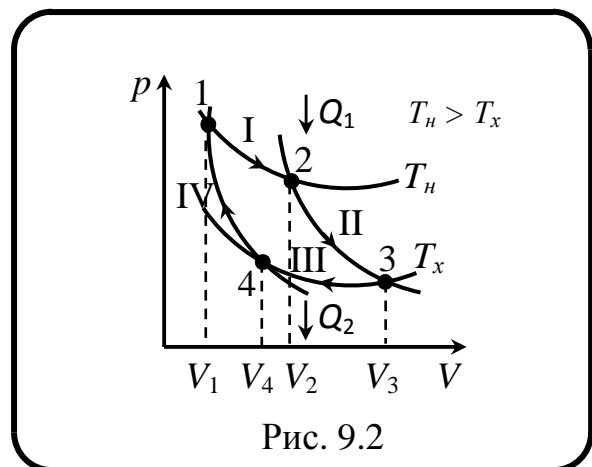
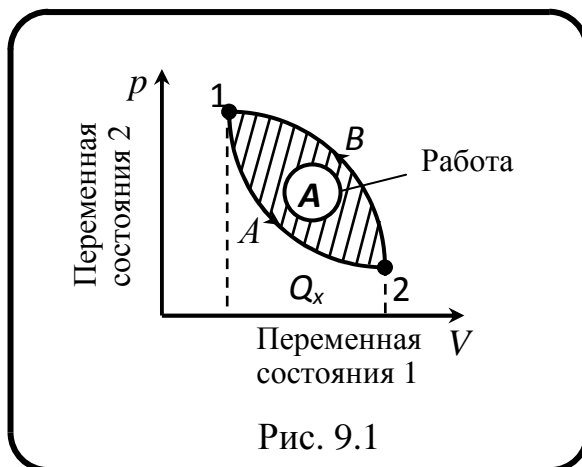
$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{dU + \delta A}{T}, \quad (9.1)$$

где  $\frac{\delta Q}{T}$  – приведенное количество теплоты;  $T$  – термодинамическая температура;  $\delta Q$  – количество теплоты;  $dU$  – изменение внутренней энергии идеального газа;  $\delta A$  – работа, совершаемая против внешних сил;

б) *по Больцману*: энтропия определяется логарифмом числа микросостояний, с помощью которых может быть реализовано данное микросостояние:

$$S = k \ln W, \quad (9.2)$$

где  $S$  – энтропия системы;  $W$  – термодинамическая вероятность ее состояния;  $k$  – постоянная Больцмана.



- Циклом или круговым процессом называется периодически повторяющийся процесс, в котором после ряда изменений состояний система вновь возвращается в исходное состояние (рис. 9.1).

- Циклом Карно называют обратимый круговой процесс, состоящий из двух изотермических процессов (I и III), происходящих при температурах  $T_H$  и  $T_x$  соответственно, и двух адиабатических процессов (II и IV), во время которых происходит нагревание или охлаждение рабочего тела в пределах  $T_H \leftrightarrow T_x$ , а в качестве рабочего тела используется идеальный газ (рис. 9.2).

- Цикл Карно делает возможным получение работы при теплообмене между холодной и горячей средой.

- Цикл Карно имеет максимально возможный коэффициент полезного действия, который может быть достигнут при тех же температурах нагревателя и холодильника:

$$\eta_k = \frac{T_H - T_x}{T_H} = 1 - \frac{T_x}{T_H}. \quad (9.3)$$

- Обратимый цикл Карно является идеализацией. В начале и конце этого цикла энтропия одна и та же, т. е. изменения энтропии за цикл Карно не происходит. Реальные циклические машины имеют меньший коэффициент полезного действия за счет необратимости термодинамических процессов. Энтропия реальной тепловой машины за цикл увеличивается.

- Тепловым двигателем называется машина, в которой рабочее тело, получая энергию в форме теплоты в результате теплообмена, часть этой энергии отдает в форме работы.

Тепловыми двигателями являются двигатели внутреннего сгорания, паровые машины, турбины.

- Коэффициент полезного действия теплового двигателя

$$\eta = \frac{Q_H - Q_x}{Q_H} = 1 - \frac{Q_x}{Q_H} = \frac{A}{Q_H} = \frac{T_H - T_x}{T_H}. \quad (9.4)$$

- Тепловой двигатель (циклическая тепловая машина) совершает механическую работу  $A$  за счет тепловой энергии  $\Delta Q = Q_H - Q_x$ , где  $Q_H$  – тепло, полученное от нагревателя;  $Q_x$  – тепло, переданное холодильнику.

- На диаграмме  $(p, V)$  один цикл работы тепловой машины изображается замкнутой фигурой (см. рис. 9.1). При этом площадь фигуры равна работе  $A$ , а площадь под фигурой – теплу, отданному холодильнику  $Q_x$ .

- Холодильной установкой или тепловым насосом называется машина, в которой рабочее тело, получая энергию в форме работы  $A$ , осуществляет передачу энергии в форме теплоты от холодного тела с температурой  $T_x$  к телу, более нагретому с температурой  $T_H$ , т.е. еще больше охлаждает холодное тело.

Холодильными установками являются холодильники, климатические установки, тепловые насосы.

- Холодильный коэффициент холодильной установки

$$\eta' = \frac{Q_x}{A} = \frac{Q_x}{Q_H - Q_x} \quad \text{или} \quad \eta' \leq \frac{T_x}{T_H - T_x}, \quad (9.5)$$

где  $Q_H$  – количество теплоты, переданное нагревателю;  $Q_x$  – количество теплоты, забранное у холодильника;  $A$  – работа внешних сил.

- Коэффициент полезного действия холодильной установки

$$\eta_{хол} = \frac{Q_x}{Q_H} = \frac{Q_x}{Q_x + A} = \frac{\eta'}{1 + \eta'}. \quad (9.6)$$

- Коэффициентом мощности теплового насоса  $k$  является безразмерная величина, равная отношению отданной горячему телу теплоты к затраченной работе.

- Эффективность теплового насоса определяется коэффициентом мощности

$$k = \frac{|Q_x|}{A} = \frac{T_x}{T_H - T_x} = \frac{1}{\eta}, \quad (9.7)$$

где  $Q_H$  – отданная теплота;  $A$  – затраченная работа;  $T_H$  – температура нагревателя;  $T_x$  – температура холодильника;  $\eta$  – коэффициент полезного действия (9.4).

## 9.2. Тестовые задачи для контроля знаний

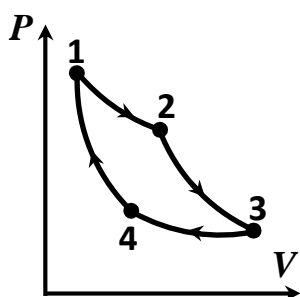
1. В идеальной тепловой машине, работающей по циклу Карно, абсолютная температура нагревателя в 2 раза превышает температуру холодильника. Если температура холодильника уменьшится вдвое при неизменной температуре нагревателя, то КПД машины станет равным ...

**Варианты ответа:**

а) 90 %; б) 100 %; в) 75 %; г) 50 %.

2. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно (две изотермы  $1-2$ ,  $3-4$  и две адиабаты  $2-3$ ,  $4-1$ ).

В процессе изотермического расширения  $1-2$  энтропия рабочего тела ...

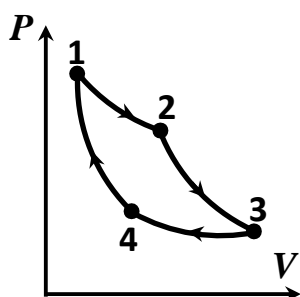


**Варианты ответа:**

а) не изменяется; б) уменьшается;  
в) сначала возрастает, затем уменьшается;  
г) возрастает.

3. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно (две изотермы  $1-2$ ,  $3-4$  и две адиабаты  $2-3$ ,  $4-1$ ).

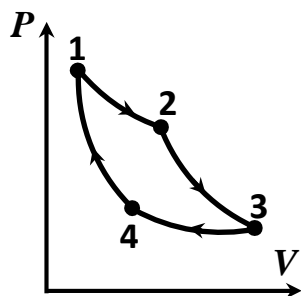
За один цикл работы тепловой машины энтропия рабочего тела ...



**Варианты ответа:**

а) не изменится; б) уменьшится;  
в) возрастет.

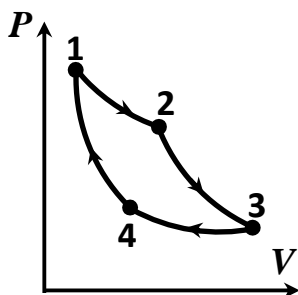
4. Тепловой двигатель, работающий по циклу Карно (рисунок), совершает за цикл работу, равную ...



**Варианты ответа:**

а)  $A_{12}+A_{23}$ ; б)  $A_{34}+A_{41}$ ; в)  $A_{12}+A_{34}$ ; г)  $A_{23}+A_{41}$ .

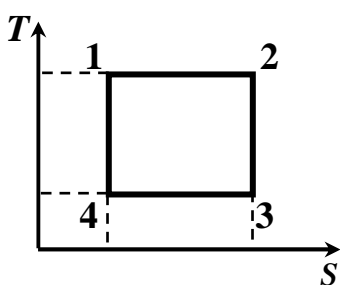
5. На рисунке схематически изображен цикл Карно в координатах  $P, V$ . Увеличение энтропии имеет место на участке ...



**Варианты ответа:**

- а) 2–3; б) 1–2; в) 4–1; г) 3–4.

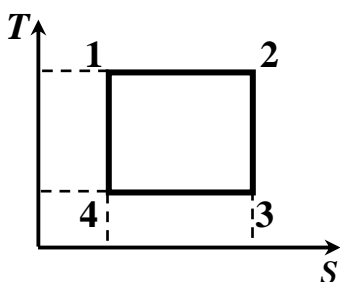
6. В идеальной тепловой машине, работающей по циклу Карно, абсолютная температура нагревателя в 2 раза превышает температуру холодильника. Если температура холодильника уменьшится вдвое при неизменной температуре нагревателя, то КПД машины станет равным ...



**Варианты ответа:**

- а) 90 %; б) 100 %; в) 75 %; г) 50 %.

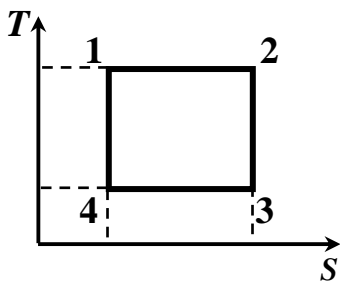
7. На рисунке изображен цикл Карно в координатах  $T, S$ , где  $S$  – энтропия. Изотермическое расширение происходит на этапе ...



**Варианты ответа:**

- а) 1 – 2; б) 2 – 3; в) 3 – 4; г) 4 – 1.

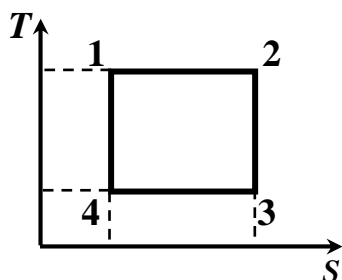
8. На рисунке изображен цикл Карно в координатах  $T, S$ , где  $S$  – энтропия. Изотермическое сжатие происходит на этапе ...



**Варианты ответа:**

- а) 3 – 4; б) 4 – 1; в) 2 – 3; г) 1 – 2.

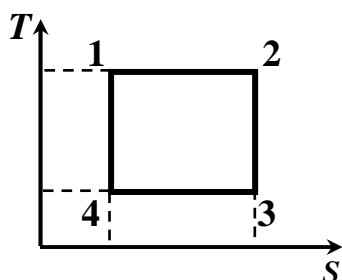
9. На рисунке изображен цикл Карно в координатах  $T, S$ , где  $S$  – энтропия. Адиабатное сжатие происходит на этапе ...



**Варианты ответа:**

- а) 4 – 1;    б) 3 – 4;    в) 1 – 2;    г) 2 – 3.

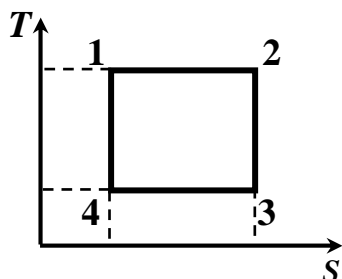
10. На рисунке изображен цикл Карно в координатах  $T, S$ , где  $S$  – энтропия. Адиабатное расширение происходит на этапе ...



**Варианты ответа:**

- а) 1 – 2;    б) 2 – 3;    в) 3 – 4;    г) 4 – 1.

11. На рисунке изображен цикл Карно в координатах  $T, S$ , где  $S$  – энтропия. Тепло подводится к системе на участке ...



**Варианты ответа:**

- а) 1 – 2;    б) 4 – 1;    в) 2 – 3;    г) 3 – 4.

12. Чтобы расплавить некоторую массу меди, требуется большее количество теплоты, чем для плавления той же массы цинка, так как удельная теплота плавления меди в 1,5 раза больше, чем цинка ( $\lambda_{\text{Cu}} = 1,8 \cdot 10^5$  Дж/кг;  $\lambda_{\text{Zn}} = 1,8 \cdot 10^5$  Дж/кг). Температура плавления меди примерно в 2 раза выше температуры плавления цинка ( $T_{\text{Cu}} = 1356$  К;  $T_{\text{Zn}} = 693$  К). Разрушение кристаллической решетки металла при плавлении приводит к возрастанию энтропии. Если энтропия цинка увеличилась на  $\Delta S$ , то изменение энтропии меди составит ...

**Варианты ответа:**

- а)  $2\Delta S$ ;    б)  $\frac{3}{4}\Delta S$ ;    в)  $\frac{3}{2}\Delta S$ ;    г)  $\frac{4}{3}\Delta S$ .



**13.** Энтропия изолированной термодинамической системы в ходе необратимого процесса ...

**Варианты ответа:**

а) только убывает; б) остаётся постоянной; в) только увеличивается.

**14.** Энтропия изолированной термодинамической системы в ходе обратимого процесса ...

**Варианты ответа:**

а) только убывает; б) только увеличивается; в) остаётся постоянной.

**15.** Для необратимого процесса в неизолированной термодинамической системе неравенство Клаузиуса имеет вид ...

**Варианты ответа:**

а)  $TdS = dU + \delta A$ ; б)  $TdS > dU + \delta A$ ; в)  $TdS < dU + \delta A$ .

**16.** Если количество теплоты, отдаваемое рабочим телом холодильнику, увеличить в два раза, то КПД тепловой машины ...

**Варианты ответа:**

а) уменьшится на  $\frac{Q_2}{2Q_1}$ ;      б) увеличится на  $\frac{Q_2}{2Q_1}$ ;  
в) уменьшится на  $\frac{Q_2}{Q_1}$ ;      г) увеличится на  $\frac{Q_2}{Q_1}$ .

**17.** Если количество теплоты, получаемое рабочим телом от нагревателя, увеличится в 2 раза, то коэффициент полезного действия тепловой машины ...

**Варианты ответа:**

а) уменьшится на  $\frac{Q_2}{2Q_1}$ ;      б) уменьшится на  $\frac{Q_2}{Q_1}$ ;  
в) увеличится на  $\frac{Q_2}{2Q_1}$ ;      г) увеличится на  $\frac{Q_2}{Q_1}$ .

18. При поступлении в неизолированную термодинамическую систему тепла в ходе необратимого процесса приращение её энтропии ...

**Варианты ответа:**

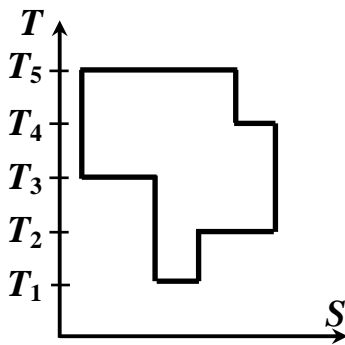
а)  $dS = \frac{\delta Q}{T}$ ;    б)  $dS \leq \frac{\delta Q}{T}$ ;    в)  $dS < \frac{\delta Q}{T}$ ;    г)  $dS > \frac{\delta Q}{T}$ .

19. В процессе диффузии энтропия изолированной термодинамической системы ...

**Варианты ответа:**

а) уменьшается;    б) увеличивается;    в) не меняется.

20. На рисунке представлен цикл тепловой машины в координатах  $T, S$ , где  $T$  – термодинамическая температура;  $S$  – энтропия. Укажите температуры нагревателей (теплоисточников), которые осуществляли теплообмен с рабочим телом в этом циклическом процессе.

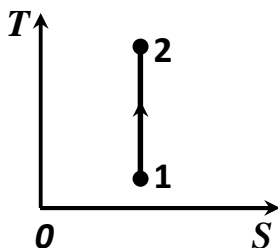


**Варианты ответа:**

- а) нагреватели –  $T_2, T_4, T_5$ , холодильники –  $T_1, T_3$ ;  
 б) нагреватели –  $T_4, T_5$ ,    холодильники –  $T_1, T_2, T_3$ ;  
 в) нагреватели –  $T_3, T_5$ ,    холодильники –  $T_1, T_2, T_4$ ;  
 г) нагреватели –  $T_3, T_4, T_5$ , холодильники –  $T_1, T_2$ .

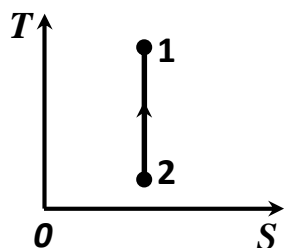
21. Процесс, изображенный на рисунке в координатах  $T, S$ , где  $S$  – энтропия, является ...

**Варианты ответа:**



- а) изотермическим расширением;  
 б) адиабатным сжатием;  
 в) изобарным расширением;  
 г) изохорным нагреванием.

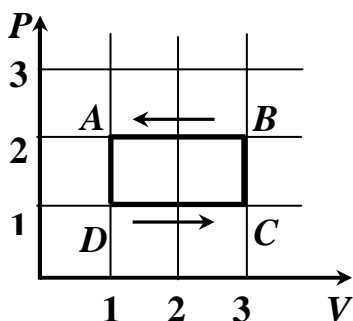
22. Процесс, изображенный на рисунке в координатах  $T, S$ , где  $S$  – энтропия, является ...



**Варианты ответа:**

- а) изобарным сжатием;
- б) адиабатным расширением;
- в) изотермическим сжатием;
- г) изохорным охлаждением.

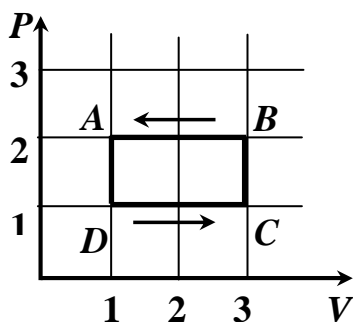
23. На  $(P, V)$  – диаграмме изображен циклический процесс. На участках  $AB$ – $BC$  температура ...



**Варианты ответа:**

- а) на  $AB$  – повышается, на  $BC$  – понижается;
- б) на  $AB$  – понижается, на  $BC$  – повышается;
- в) понижается;
- г) повышается.

24. На  $(P, V)$  – диаграмме изображен циклический процесс. На участках  $BC$ – $CD$  температура ...



**Варианты ответа:**

- а) на  $AB$  – повышается, на  $BC$  – понижается;
- б) на  $AB$  – понижается, на  $BC$  – повышается;
- в) понижается;
- г) повышается.

25. Тепловая машина работает по циклу Карно. Если температуру нагревателя увеличить, то КПД цикла ...

**Варианты ответа:**

- а) не изменится; б) увеличится; в) уменьшится.

26. В процессе обратимого изотермического сообщения тепла постоянной массе идеального газа его энтропия ...

**Варианты ответа:**

- а) уменьшится; б) не изменится; в) увеличится.

**27.** В процессе обратимого адиабатического охлаждения постоянной массы идеального газа его энтропия ...

**Варианты ответа:**

- а) уменьшится; б) не изменится; в) увеличится.

**28.** В процессе обратимого адиабатического нагревания постоянной массы идеального газа его энтропия ...

**Варианты ответа:**

- а) уменьшится; б) не изменится; в) увеличится.

**29.** В процессе обратимого изохорического нагревания постоянной массы идеального газа его энтропия ...

**Варианты ответа:**

- а) уменьшится; б) не меняется; в) увеличится.

**30.** При адиабатическом расширении идеального газа ...

**Варианты ответа:**

- а) температура и энтропия не изменяются;  
б) температура и энтропия возрастают;  
в) температура понижается, энтропия возрастает;  
г) температура понижается, энтропия не изменяется.

**31.** При поступлении в неизолированную термодинамическую систему тепла в ходе обратимого процесса для приращения энтропии верным будет соотношение ...

**Варианты ответа:**

а)  $dS = \frac{\delta Q}{T}$ ; б)  $dS > \frac{\delta Q}{T}$ ; в)  $dS < \frac{\delta Q}{T}$ ; г)  $dS \leq \frac{\delta Q}{T}$ .

**32.** Если КПД цикла Карно равен 60 %, то температура нагревателя больше температуры холодильника в \_\_\_\_\_ раз(а).

**Варианты ответа:**

а) 3; б) 2,5; в) 1,7; г) 2.

**33.** В процессе кристаллизации вещества энтропия неизолрированной термодинамической системы ...

**Варианты ответа:**

а) убывает; б) остается постоянной; в) увеличивается;  
г) может как увеличиваться, так и оставаться постоянной.

**34.** При плавлении вещества энтропия неизолрированной термодинамической системы ...

**Варианты ответа:**

а) убывает; б) остается постоянной; в) увеличивается;  
г) может как увеличиваться, так и оставаться постоянной.

**35.** Максимальное значение КПД, которое может иметь тепловой двигатель с температурой нагревателя 327 °С и температурой холодильника 27 °С, составляет \_\_\_\_ %.

**Варианты ответа:**

а) 50; б) 92; в) 8; г) 46.

**36.** КПД цикла Карно равен 60 %. Если на 20 % уменьшить температуру нагревателя и на 20 % увеличить температуру холодильника, КПД (в %) достигнет значения ...

**Варианты ответа:**

а) 40; б) 80; в) 60; г) 20.

## 10. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ. РАБОТА ПРИ ИЗОПРОЦЕССАХ

### 10.1. Основные понятия, законы и формулы

• *Вводные замечания:* здесь в рассмотрении будет участвовать термодинамическая система, для которой механическая энергия не изменяется, а изменяется лишь её внутренняя энергия. Это возможно либо *при совершении над системой работы*, либо *при теплопередаче*. Поэтому существуют две формы передачи энергии от одних тел к другим – *работа* и *теплота*. Энергия механического движения может превращаться в энергию теплового движения, и наоборот. При этих превращениях соблюдается закон сохранения и превращения энергии.

• Формулировка *первого начала термодинамики:* полный обмен энергии системы происходит посредством обмена теплотой и работой.

• *Первое начало термодинамики* связывает механическую работу  $A$ , совершенную термодинамической системой (например, идеальным газом), изменение внутренней энергии  $\Delta U$  (фактически изменение температуры) и сообщенное системе тепло  $\Delta Q$ :

$$\Delta Q = \Delta U + A, \quad (10.1)$$

где при  $A > 0$  работа совершается системой, а при  $A < 0$  работа совершается над системой.

Этот закон отражает сохранение энергии в термодинамических процессах.

• Изменение внутренней энергии полностью определяется изменением температуры

$$\Delta U = \nu c_V (T_2 - T_1) = \frac{m}{M} R \frac{(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}, \quad (10.2)$$

где  $\nu = \frac{m}{M}$  – число молей;  $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$  – постоянная адиабаты;  $c_p, c_V$  –

молярные теплоемкости при постоянном давлении и постоянном объеме соответственно.

- Механическая работа во время квазистатического процесса

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV . \quad (10.3)$$

- Сообщенное системе тепло связано с теплоемкостью соотношением

$$\Delta Q = \nu c(T_2 - T_1) , \quad (10.4)$$

где  $c$  – молярная теплоемкость, зависящая от того, как протекает процесс.

- Изопроцессы – равновесные процессы, в которых один из основных параметров сохраняется постоянным.

- Процессы бывают равновесные, необратимые и обратимые.
- Равновесным называется состояние, которое система принимает сама спустя достаточное время.

- Необратимый процесс – процесс, который не может произойти самостоятельно в обратной последовательности.

- Обратимый процесс – процесс, который происходит только в состоянии равновесия.

- Для анализа изопроцессов необходимо, помимо первого начала термодинамики, знать уравнение состояния. Для идеального газа таким уравнением является уравнение Клапейрона–Менделеева

$$pV = \nu RT . \quad (10.5)$$

- Изотермический процесс – процесс, проходящий при постоянной температуре. Изотермами называются гиперболы идеального газа, лежащие в плоскости  $p - V$  (рис. 10.1):

$$p \cdot V = \text{const} ; \quad T = \text{const}.$$

- Работа, совершаемая газом при изотермическом процессе,

$$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2} . \quad (10.6)$$

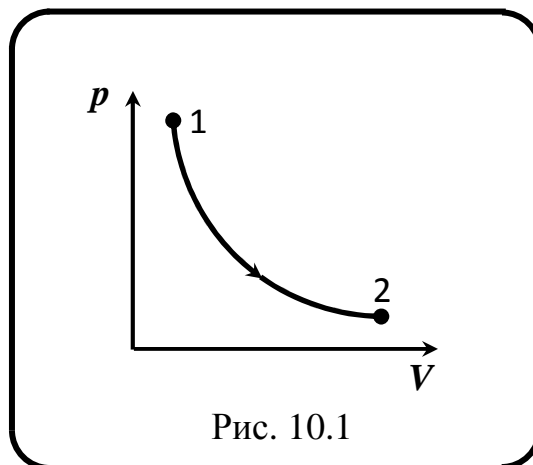


Рис. 10.1

- Изменение внутренней энергии при постоянной температуре ( $T = \text{const}$ ) равно нулю ( $\Delta U = 0$ ).

- Количество теплоты, переданное газу при изотермическом процессе,

$$\Delta Q = -A = -\frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = -\frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}, \quad (10.7)$$

где знак минус означает, что при поглощении тепла система совершает работу.

- При изотермическом процессе изменение энтропии равно

$$\Delta S = C_P \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) + C_V \ln \left( \frac{p_1}{p_2} \right). \quad (10.8)$$

- Характеристики изотермического процесса:

$$\Delta U = C_V \Delta T = 0; \quad (10.9)$$

$$\Delta U = \Delta Q + A; \quad (10.10)$$

$$\Delta Q = A, \quad (10.11)$$

где  $\Delta U$  – изменение внутренней энергии;  $C_V$  – теплоёмкость при постоянном объёме;  $T$  – термодинамическая температура;  $Q$  – теплота;  $A$  – работа (при  $A > 0$  работа совершается системой, а при  $A < 0$  работа совершается над системой).

- Изобарный процесс – процесс, проходящий при постоянном давлении. Изобарами являются прямые линии ( $p = \text{const}$ ), лежащие в плоскости  $p - V$  (рис. 10.2).



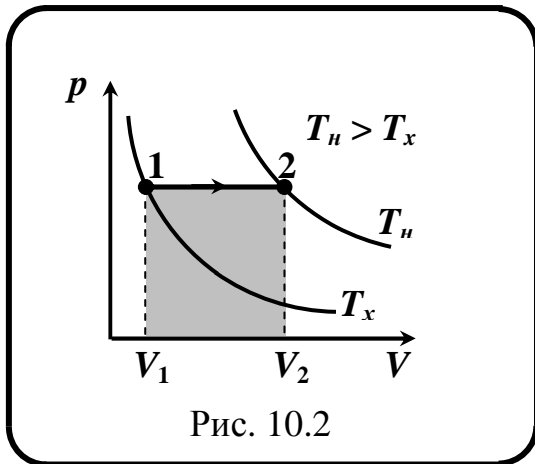


Рис. 10.2

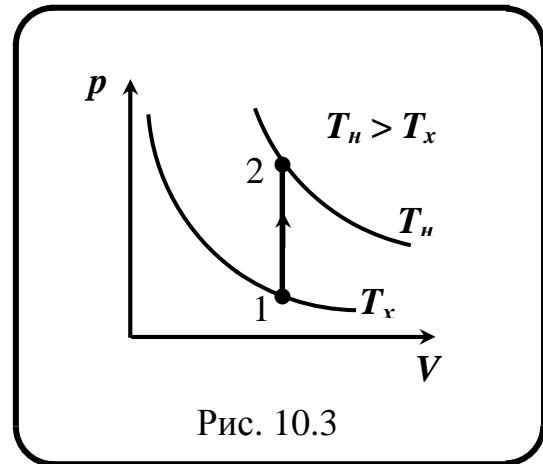


Рис. 10.3

Объём увеличивается, если температура повышается, т.е. система переходит от более низкой изотермы к более высокой. Линейная зависимость между объёмом и температурой соответствует закону Гей-Люссака.

- Работа расширения при изобарном процессе равна

$$A = \frac{m}{M} R(T_2 - T_1). \quad (10.12)$$

- Изменение внутренней энергии при изобарном процессе равно

$$\Delta U = \frac{p(V_2 - V_1)}{\gamma - 1} = \frac{m}{M} R \frac{(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}. \quad (10.13)$$

- Количество теплоты, переданное газу,

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} p(V_2 - V_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} R(T_2 - T_1). \quad (10.14)$$

• При изобарном процессе ( $p = \text{const}$ ) изменение энтропии определяется по формуле

$$\Delta S = C_P \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = C_P \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right). \quad (10.15)$$

• Изохорный процесс – процесс, происходящий при постоянном объёме (рис. 10.3). Изохоры являются вертикальными прямыми ( $V = \text{const}$ ) в плоскости  $p$ – $V$ .

Давление увеличивается с увеличением температуры, т.е. система переходит от более низкой изотермы к более высокой.

Линейная зависимость между объёмом и температурой соответствует закону Гей-Люссака.

- Работа расширения при изобарном процессе из-за  $V = \text{const}$  равна нулю:

$$A = p\Delta V = 0. \quad (10.16)$$

- При  $V = \text{const}$  изменение теплоты соответствует изменению внутренней энергии

$$\Delta Q = \Delta U = \frac{V(p_1 - p_2)}{\gamma - 1} = \frac{m}{M} R \frac{(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}. \quad (10.17)$$

- При  $V = \text{const}$  изменение энтропии определяется по формуле

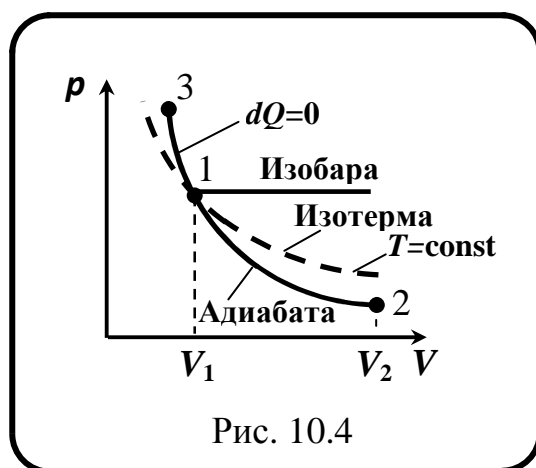
$$\Delta S = C_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = C_V \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right). \quad (10.18)$$

- Адиабатный и изоэнтروпийный процесс.

- Изоэнтропийным называется процесс, при котором энтропия остается постоянной.

- Адиабатным называется процесс, при котором не происходит теплообмена с окружающей средой.

Изоэнтропы и адиабаты проходят на  $(p-V)$ -диаграмме более наклонно, чем изотермы (рис. 10.4).



Они описываются уравнением Пуассона для адиабатического процесса

$$pV^\gamma = \text{const} \quad \text{или} \quad TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad \text{или} \quad T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}, \quad (10.19)$$

где  $\gamma > 1$  – показатель адиабаты.

- Показатель адиабаты  $\gamma$  – это показатель экспоненты объёма в уравнении адиабаты. Он равен частному (удельных) теплоёмкостей при постоянном давлении и постоянном объёме:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{c_p}{c_v}. \quad (10.20)$$

- Значения удельных теплоёмкостей  $c_p$  и  $c_v$  отличаются друг от друга на величину удельной газовой постоянной  $R$  (уравнение Майера):

$$c_p - c_v = R. \quad (10.21)$$

- Изменение энтропии и теплоты в адиабатическом процессе равно нулю:

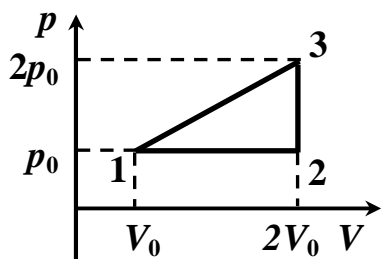
$$\Delta Q = 0; \quad \Delta S = 0. \quad (10.22)$$

- Работа  $A_{12}$ , совершаемая газом при адиабатическом расширении, равна изменению внутренней энергии  $\Delta U_{12}$ :

$$A_{12} = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} = \frac{m}{M} R \frac{T_2 - T_1}{\gamma - 1} = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right] = \Delta U_{12}. \quad (10.23)$$

## 10.2. Тестовые задачи для контроля знаний

1. Идеальный газ переводят из состояния 1 в состояние 3 двумя способами по пути 1–3 и 1–2–3.

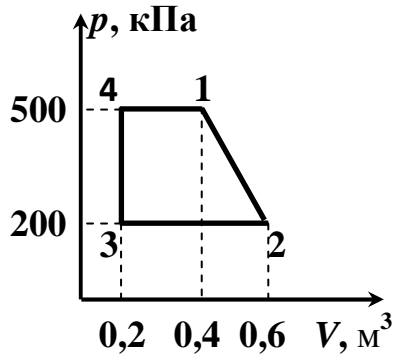


Отношение работ  $\frac{A_{1-3}}{A_{1-2-3}}$ , совершаемых газом, равно ...

**Варианты ответа:**

- а) 4; б) 1,5; в) 3; г) 2.

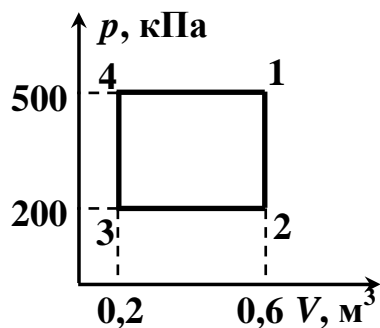
2. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа представлена на рисунке. Работа газа в килоджоулях в циклическом процессе равна ...



**Вариант ответа:**

--	--	--	--

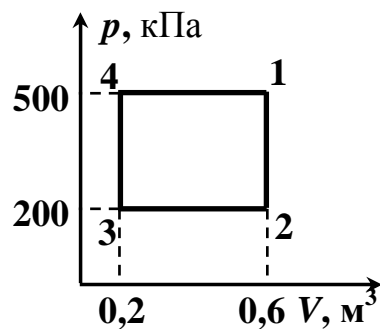
3. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа представлена на рисунке. Отношение работы при нагревании к работе при охлаждении равно ...



**Варианты ответа:**

- а) 1,5; б) 3; в) 5; г) 2,5.

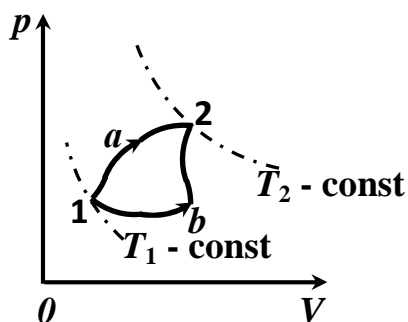
4. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа представлена на рисунке. Отношение работы за весь цикл к работе при охлаждении газа равно ...



**Варианты ответа:**

- а) 3; б) 2,5; в) 1,5; г) 5.

5. Идеальный газ переводится из первого состояния во второе двумя способами (1a2 и 1b2), как показано на рисунке. Теплота, полученная газом, изменение внутренней энергии и работа газа при переходе его из одного состояния в другое связаны соотношениями ...



**Варианты ответа:**

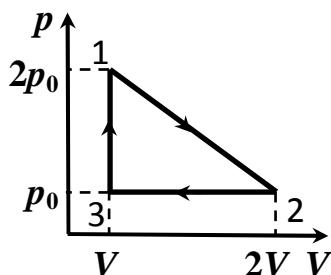
- а)  $Q_{1a2} > Q_{1b2}$ ;  $\Delta U_{1a2} > \Delta U_{1b2}$ ;  $A_{1a2} > A_{1b2}$ ;
- б)  $Q_{1a2} = Q_{1b2}$ ;  $\Delta U_{1a2} = \Delta U_{1b2}$ ;  $A_{1a2} > A_{1b2}$ ;
- в)  $Q_{1a2} > Q_{1b2}$ ;  $\Delta U_{1a2} = \Delta U_{1b2}$ ;  $A_{1a2} > A_{1b2}$ ;
- г)  $Q_{1a2} = Q_{1b2}$ ;  $\Delta U_{1a2} = \Delta U_{1b2}$ ;  $A_{1a2} = A_{1b2}$ .

6. Изменение внутренней энергии газа при изохорном процессе ВОЗМОЖНО ...

**Варианты ответа:**

- а) без теплообмена с внешней средой;
- б) в результате совершения газом работы;
- в) при теплообмене с внешней средой;
- г) в результате совершения внешними силами работы над газом.

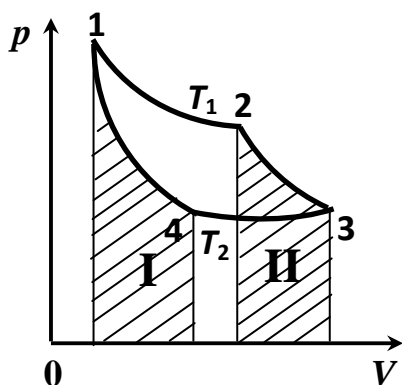
7. На рисунке изображен циклический процесс, происходящий с 1 молем двухатомного газа. Газ совершает работу только за счет полученного извне тепла на участке ...



**Варианты ответа:**

- а) 1-2, 2-3; б) 1-2; в) 3-1; г) 2-3.

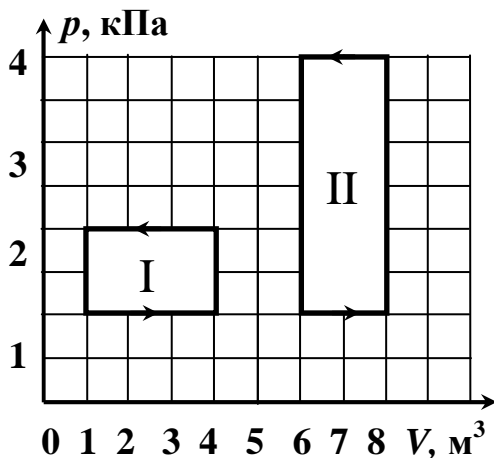
8. На диаграмме  $p, V$  изображен цикл Карно для идеального газа. Для величины работы адиабатического расширения газа  $A_{2-3}$  и адиабатического сжатия  $A_{4-1}$  справедливо соотношение ...



**Варианты ответа:**

- а)  $A_{2-3} > |A_{4-1}|$ ;
- б) работы невозможно сравнить;
- в)  $A_{2-3} = |A_{4-1}|$ ; г)  $A_{2-3} < |A_{4-1}|$ .

9. На  $(p, V)$ -диаграмме изображены два циклических процесса.

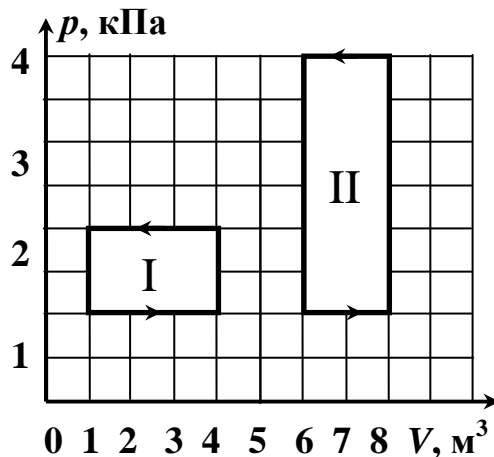


Отношение работ  $\frac{A_I}{A_{II}}$ , совершенных в этих циклах, равно ...

**Варианты ответа:**

- а)  $1/2$ ; б)  $-2$ ; в)  $2$ ; г)  $-1/2$ .

10. На  $(p, V)$ -диаграмме изображены два циклических процесса.

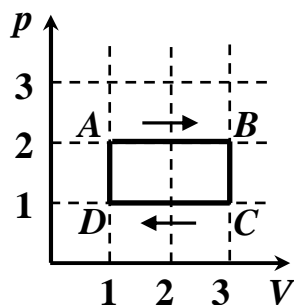


Отношение работ  $\frac{A_{II}}{A_I}$ , совершенных в этих циклах, равно ...

**Вариант ответа:**

--	--	--	--

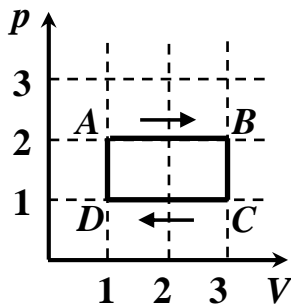
11. На  $(p, V)$ -диаграмме изображены два циклических процесса. На участке  $AB$ – $BC$  температура ...



**Варианты ответа:**

- а) на  $AB$  – повышается, на  $BC$  – понижается;  
 б) на  $AB$  – понижается, на  $BC$  – повышается;  
 в) повышается;  
 г) понижается.

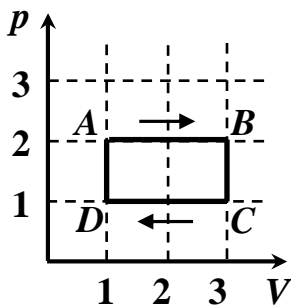
12. На  $(p, V)$ -диаграмме изображены два циклических процесса. На участке  $BC$ – $CD$  температура ...



**Варианты ответа:**

- а) на  $BC$  – повышается, на  $CD$  – понижается;
- б) на  $BC$  – понижается, на  $CD$  – повышается;
- в) повышается;
- г) понижается.

13. На  $(p, V)$ -диаграмме изображены два циклических процесса. На участке  $CD - DA$  температура ...



**Варианты ответа:**

- а) на  $CD$  – повышается, на  $DA$  – понижается;
- б) на  $CD$  – понижается, на  $DA$  – повышается;
- в) повышается;
- г) понижается.

14. Одноатомному идеальному газу в результате изобарического процесса подведено количество теплоты  $\Delta Q$ . На увеличение внутренней энергии газа расходуется часть теплоты  $\frac{\Delta U}{\Delta Q}$ , равная ...

**Варианты ответа:**

- а) 0,75; б) 0,4; в) 0,6; г) 0,25.

15. Газ находится в состоянии с параметрами  $p_1, V_1$ . Необходимо расширить газ, затратив при этом минимум энергии. Для этого подходит процесс ...

**Варианты ответа:**

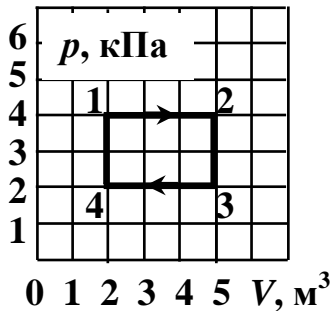
- а) изохорный; б) изотермический; в) адиабатический;
- г) изобарический; д) ни один процесс не подходит.

16. Средний импульс молекулы идеального газа при уменьшении абсолютной температуры газа в 4 раза ...

**Варианты ответа:**

- а) увеличится в 2 раза; б) не изменится; в) уменьшится в 2 раза;
- г) уменьшится в 4 раза; д) увеличится в 4 раза.

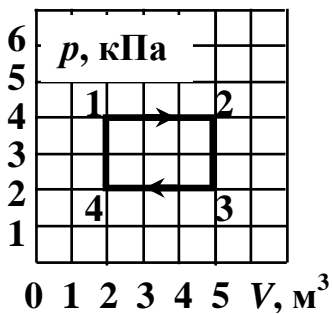
17. Если  $\Delta U$  – изменение внутренней энергии идеального газа;  $A$  – работа газа;  $Q$  – количество теплоты, сообщаемое газу, то для адиабатического расширения газа справедливо соотношение ...



**Варианты ответа:**

- а)  $Q > 0, A > 0, \Delta U = 0$ ; б)  $Q = 0, A > 0, \Delta U < 0$ ;  
 в)  $Q < 0, A < 0, \Delta U = 0$ ; г)  $Q = 0, A < 0, \Delta U > 0$ .

18. На рисунке представлена диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа.

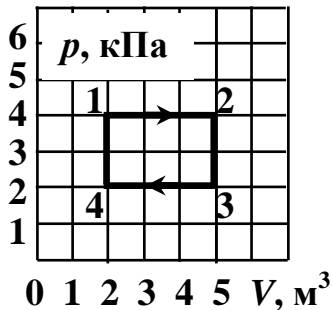


За цикл газ получает количество теплоты (в кДж), равное ...

**Вариант ответа:**

19. На рисунке представлена диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа.



Отношение работы при нагревании к работе газа за весь цикл по модулю равно ...

**Вариант ответа:**

20. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа представлена на рисунке. Отношение работы газа за цикл к работе при охлаждении газа по модулю равно ...

**Вариант ответа:**

21. При изотермическом расширении 1 моля газа его объем увеличился в  $e$  раз ( $e \approx 2,7$ ), работа газа составила 1 662 Дж. Тогда температура равна \_\_\_\_\_ К.



**Вариант ответа:**

--	--	--	--

**22.** При изотермическом расширении 0,5 моля газа при температуре 200 К объем увеличился в  $e$  раз ( $e \approx 2,7$ ). Работа газа (в Дж) равна ...

**Вариант ответа:**

--	--	--	--

**23.** Идеальному трехатомному газу (с нелинейными молекулами) в изобарном процессе подведено количество теплоты  $Q$ . При этом на работу расширения расходуется \_\_\_\_\_% подводимого количества теплоты. (Считать связь атомов в молекуле жесткой.)

**Вариант ответа:**

--	--	--	--

**24.** При адиабатическом расширении 2 молей одноатомного газа совершена работа, равная 2 493 Дж. При этом изменение температуры составило \_\_\_\_\_ К.

**Вариант ответа:**

--	--	--	--

**25.** При адиабатическом расширении 2 молей одноатомного газа его температура понизилась с 300 до 200 К, при этом газ совершил работу (в Дж), равную ...

**Вариант ответа:**

--	--	--	--

**26.** Двум молям водорода сообщили 580 Дж теплоты при постоянном давлении. При этом его температура повысилась на \_\_\_\_\_ К. (Считать связь атомов в молекуле жесткой.  $R = 831 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ .)

Ответ округлите до целого числа.

**Вариант ответа:**

--	--	--	--

**27.** Идеальному одноатомному газу в изобарном процессе подведено количество теплоты  $Q$ . При этом на увеличение внутренней энергии газа расходуется \_\_\_\_\_% подводимого количества теплоты.

**Вариант ответа:**

--	--	--	--

**28.** Одному молю двухатомного газа было передано 5 155 Дж теплоты, при этом газ совершил работу, равную 1 000 Дж, а его температура повысилась на \_\_\_\_\_ К.

**Вариант ответа:**

--	--	--	--

**29.** Выражение первого закона термодинамики для изохорического процесса имеет вид ...

**Варианты ответа:**

а)  $Q = \Delta U$ ;   б)  $Q = A$ ;   в)  $Q = R \cdot \Delta T$ ;   г)  $0 = \Delta U + A$ .

**30.** Если в некотором процессе подведенная к газу теплота равна изменению его внутренней энергии, т.е.  $Q = \Delta U$ , такой процесс является ...

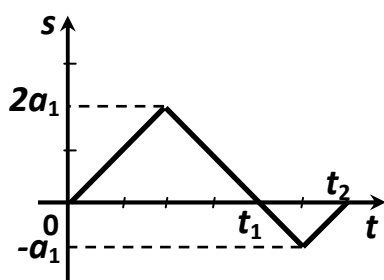
**Варианты ответа:**

а) адиабатическим;   б) изотермическим;  
в) изохорическим;   г) изобарическим.

# УЧИМСЯ РЕШАТЬ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

## 11. ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ НА ДИДАКТИЧЕСКУЮ ЕДИНИЦУ ГОС «МЕХАНИКА»

### 11.1. Примеры решений некоторых Интернет-тестовых задач



1. На графике показано изменение с течением времени ускорения точки на прямолинейном отрезке пути. Начальная скорость равна нулю.

Скорость точки в момент времени  $t_2$  равна ...

#### Решение

Площадь, ограниченная графиком, представляет собой приращение скорости. За время движения  $t_1$  приращение скорости положительно и равно  $a_1 t_1$ . За время  $t_2 - t_1$  приращение скорости отрицательно и равно  $-\frac{1}{4} a_1 t_1$ . Поскольку начальная скорость равна нулю, то скорость в момент времени  $t_2$  равна

$$v(t_2) = a_1 t_1 - \frac{1}{4} a_1 t_1 = \frac{3}{4} a_1 t_1.$$

**Ответ:**  $v(t_2) = a_1 t_1 - \frac{1}{4} a_1 t_1 = \frac{3}{4} a_1 t_1$ .

2. Шарик радиусом  $r = 5$  см катится равномерно без проскальзывания по двум параллельным линейкам (рис. 1), расстояние между которыми  $b = 8$  см, и за 2 с проходит 120 см.

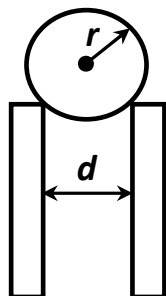


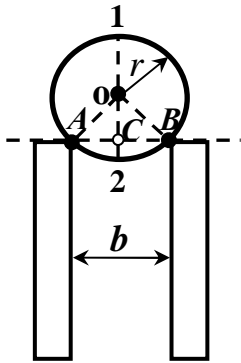
Рис. 1

Угловая скорость вращения шарика равна ...

### Решение

Скорость центра шарика  $v_0 = 60$  см/с. Прямая  $AB$ , проходящая через точки касания шарика и линеек (рис. 2), является мгновенной осью вращения шарика.

Из  $\triangle AOC$  или  $\triangle OBC$  найдем расстояние от центра шарика до его мгновенной оси вращения:



$$R = OC = \sqrt{r^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} = 3 \text{ см.}$$

Угловая скорость вращения шарика равна:

$$\omega = \frac{v_0}{R} = \frac{60}{3} = 20 \text{ с}^{-1}.$$

Рис. 2

**Ответ:**  $\omega = 20 \text{ с}^{-1}$ .

3. Обруч, раскрученный в вертикальной плоскости и посланный по полу рукой гимнастки, через несколько секунд сам возвращается к ней. Начальная скорость центра обруча  $v = 10$  м/с, коэффициент трения между обручем и полом  $\mu = 0,5$ . Расстояние, на которое откатывается обруч, равно ...

### Решение

В горизонтальном направлении на обруч действует только сила трения  $F_{тр} = \mu mg$ , где  $\mu$  – коэффициент трения. Согласно теореме о движении центра масс, центр обруча движется как материальная точка с массой  $m$ , равной массе обруча, к которой приложена сила трения.

Ускорение торможения

$$a = \mu g.$$

Время торможения

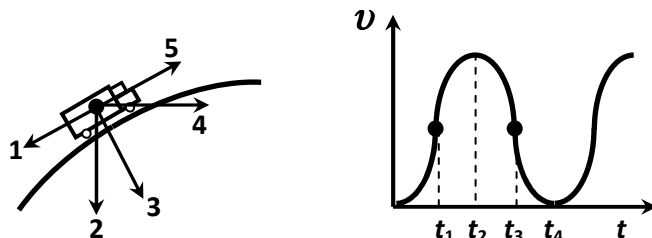
$$t = \frac{v}{\mu g}.$$

Пройденное до остановки расстояние

$$l = \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{2\mu g} = \frac{100}{2 \cdot 0,5 \cdot 10} = 10 \text{ м.}$$

**Ответ:** 10 м.

4. Модуль скорости автомобиля изменяется со временем, как показано на графике зависимости  $v(t)$ .

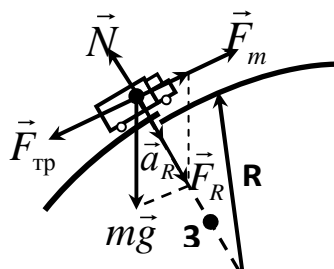


В момент времени  $t_2$  автомобиль поднимался по участку дуги. Направление результирующей всех сил, действующих на автомобиль в этот момент времени, правильно отображает вектор ...

### Решение

Равнодействующая сил  $F_R$  связаны вторым законом Ньютона

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m} \text{ и } \vec{F}_R \uparrow\uparrow \vec{a}.$$



Полное ускорение  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ ,

где  $\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}$  – тангенциальная составляющая ускорения;

$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}$  – нормальная составляющая ускорения.

составляющая ускорения.

Как следует из графика зависимости модуля скорости от времени, в момент  $t_2$  модуль скорости автомобиля достигает максимального значения  $v_{\max}$  и  $\vec{a}_\tau = 0$ . Поскольку автомобиль движется в этот момент по криволинейному участку траектории, то  $\vec{a}_n \neq 0$ . Следовательно,  $\vec{F}_R \uparrow\uparrow \vec{a}_n$  (рисунок) и её направление совпадает с направлением вектора 3.

**Ответ:** 3.

5. При выстреле орудия снаряд вылетел из ствола, расположенного под углом  $\alpha=60^\circ$  к горизонту, вращаясь вокруг своей

продольной оси с угловой скоростью  $\omega = 200 \text{ с}^{-1}$ . Момент инерции снаряда относительно этой оси  $J = 15 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , а время движения снаряда в стволе  $t = 2 \cdot 10^{-2} \text{ с}$ . На ствол орудия во время выстрела действует момент сил ...

### Решение

Найдем угловое ускорение вращения снаряда относительно продольной оси при движении в стволе  $\varepsilon = \frac{\omega}{t}$ . Со стороны ствола орудия на снаряд действует момент сил  $M = J \cdot \varepsilon$ . По закону сохранения момента импульса для замкнутой системы, такой же по модулю, но противоположно направленный момент сил  $M_1 = M$  действует на ствол орудия:

$$M_1 = J \frac{\omega}{t}.$$
$$M_1 = 15 \cdot \frac{200}{2 \cdot 10^{-2}} = 15 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

**Ответ:**  $M_1 = 15 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

**6.** Шар, цилиндр (сплошной) и тонкостенный цилиндр с равными массами и радиусами раскрутили каждый вокруг своей оси до одной и той же угловой скорости и приложили одинаковый тормозной момент. Раньше других тел остановится ...

### Решение

При одинаковом моменте сил угловое ускорение обратно пропорционально моменту инерции тела, т.е.  $\varepsilon \sim 1/J$ . Момент инерции шара  $J_1 = \frac{2}{5} mR^2$ , момент инерции цилиндра  $J_2 = \frac{1}{2} mR^2$ , момент инерции тонкостенного цилиндра  $J_3 = mR^2$ . Поскольку  $J_1 < J_2 < J_3$ , то ускорение торможения будет больше для шара и первым остановится шар.

**Ответ:** шар.

**7.** Тело массой  $m = 1 \text{ кг}$  поднимают по наклонной плоскости. Высота наклонной плоскости  $h = 1 \text{ м}$ , длина её основания  $a = 2 \text{ м}$ ,

коэффициент трения  $k = 0,2$ . Минимальная работа, которую надо совершить, равна ...

### Решение

Минимальная сила, которую надо приложить к телу, чтобы поднимать его по наклонной плоскости без ускорения, равна сумме составляющей силы тяжести, параллельной наклонной плоскости, и силы трения:

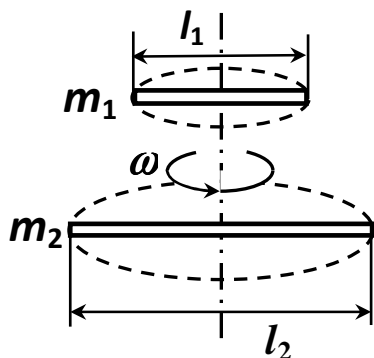
$$F = mg \sin \alpha + kmg \cos \alpha .$$

Работа равна  $A = F \cdot l$ , где  $l$  – длина наклонной плоскости. Учитывая, что  $l \sin \alpha = h$  и  $l \cos \alpha = a$ , получим  $A = mg(h + ka)$ . Следовательно, минимальная работа

$$A = 1 \cdot 9,8 \cdot (1 + 0,2 \cdot 2) \approx 14 \text{ Дж} .$$

**Ответ:**  $A = 14$  Дж.

8. Для того чтобы раскрутить стержень массой  $m_1$  и длиной  $l_1$  (рисунок) вокруг вертикальной оси, проходящей перпендикулярно через его середину, до угловой скорости  $\omega$ , необходимо совершить работу  $A_1$ .



Для того чтобы раскрутить до той же угловой скорости стержень массой  $m_2 = \frac{m_1}{2}$  и длиной  $l_2 = 2l_1$ , необходимо совершить работу ...

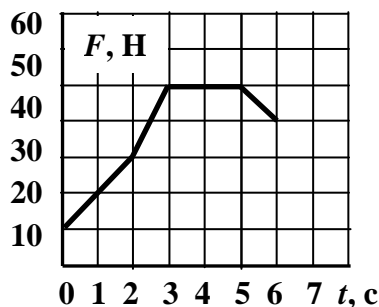
### Решение

Совершенная работа равна кинетической энергии вращательного движения стержня  $W_{2к} = \frac{J\omega^2}{2}$ , где момент инерции стержня  $J$  пропорционален массе и квадрату длины:  $J \sim ml^2$  (момент инерции стержня массой  $m$  и длиной  $l$  относительно оси, проходящей перпендикулярно ему через середину стержня, равен  $J = \frac{1}{12}ml^2$ ). Следовательно, работа по раскручиванию до такой же угловой

скорости  $\omega$  стержня с массой  $m_2 = m_1/2$  и длиной  $l_2 = 2l_1$  будет в 2 раза больше:  $A_2 = 2A_1$ .

**Ответ:**  $A_2 = 2A_1$ .

9. За первые 3 с импульс тела изменяется на ...



### Решение

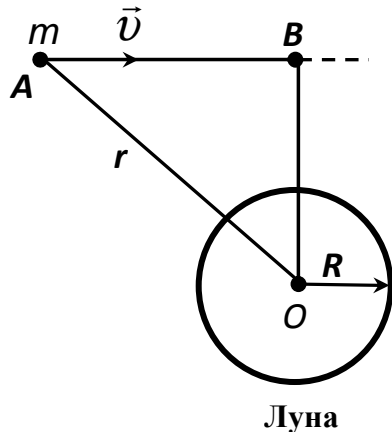
Согласно второму закону Ньютона,  $F = \frac{d\vec{p}}{dt}$ . В проекции на ось

координат  $F = \frac{dp}{dt}$ . Следовательно,  $\Delta p = \int_{t_1}^{t_2} F dt$ .

По геометрическому смыслу определенный интеграл равен площади под графиком функции. Площадь под графиком функции в интервале времени от 0 до 3 с равна  $80 \text{ Н}\cdot\text{с}$ , следовательно, импульс тела изменится на  $\Delta p = 80 \text{ Н}\cdot\text{с}$ .

**Ответ:**  $\Delta p = 80 \text{ Н}\cdot\text{с}$ .

10. Находясь на расстоянии  $r \gg R$ , по направлению к Луне летит метеорит, скорость которого  $v_0$ .



Для расчета минимального прицельного расстояния  $OB$ , при котором метеорит не упадет на поверхность Луны, используют законы сохранения механической энергии и момента импульса. Выберите из предложенных вариантов верную запись этих законов. Радиус  $R$  и массу  $M$  планеты Луна, гравитационную постоянную  $G$ , скорость



метеорита вблизи поверхности Луны  $v$  считать известными.

### Решение

При движении по этой траектории выполняется закон сохранения механической энергии  $\frac{mv_0^2}{2} = -G\frac{mM}{R} + \frac{mv^2}{2}$ , где  $v$  – скорость метеорита вблизи Луны.

Действительно, метеорит приближается к Луне под действием силы тяготения. Работа этой силы является мерой увеличения кинетической энергии метеорита (скорость метеорита увеличивается  $v > v_0$ ) и одновременно мерой уменьшения его потенциальной энергии от 0 в точке  $A$  до  $-G\frac{mM}{R}$  в точке  $C$ . Луна из-за большой массы в процессе взаимодействия будет оставаться в покое, а вследствие равенства нулю момента силы притяжения относительно центра Луны момент импульса метеорита относительно центра Луны будет сохраняться  $mv_0(OB) = mvR$ , где  $OB$  и  $R$  – плечи вектора импульса метеорита вдали от Луны и в момент наибольшего сближения относительно центра Луны соответственно.

Итак, для расчета минимального прицельного расстояния  $OB$  используется система уравнений 
$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = -G\frac{mM}{R} + \frac{mv^2}{2}; \\ mv_0(OB) = mvR. \end{cases}$$

**Ответ:** 
$$\begin{cases} \frac{mv_0^2}{2} = -G\frac{mM}{R} + \frac{mv^2}{2}; \\ mv_0(OB) = mvR. \end{cases}$$

**11.** Шар и полая сфера, имеющие одинаковые массы и радиусы, вкатываются без проскальзывания на горку. Если начальные скорости этих тел одинаковы, то ...

### Решение

Из условия отсутствия проскальзывания следует, что мгновенные скорости точек касания тела о горку равны нулю, то есть угловая

скорость  $\omega = \frac{v_c}{R}$ . В нашем случае энергия тела в первом и во втором

состояниях равны  $E_{к1} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2}$ ;  $E_{n1} = 0$ ;  $E_{к2} = 0$ ;  $E_{n2} = mgh$ .

Из закона сохранения энергии  $\frac{mv_0^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2} = mgh$  следует

$$\frac{mv_0^2}{2} + \frac{J_c v_c^2}{2R^2} = mgh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{J_c}{2mg} \left( \frac{v_c}{R} \right)^2.$$

Анализируя последнюю формулу, видим, что при равенстве масс, скоростей, радиусов однородного шара и полый сферы  $h \sim J_c$ . Сравним моменты инерции тел, обозначив их у шара  $J_{c1}$ , а у полый сферы  $J_{c2}$ . Момент инерции  $J$  – величина, характеризующая распределение массы тела относительно оси вращения и являющаяся мерой инертности тела при вращательном движении. Вся масса полый сферы находится на расстоянии  $R$  от оси вращения, а у шара распределена равномерно вдоль радиуса сферы. Тогда  $J_{c1} < J_{c2}$ , следовательно,  $h_1 < h_2$ . Значит, полая сфера поднимется на горку выше, чем однородный шар.

**Ответ:** полая сфера поднимется на горку выше, чем однородный шар.

**12.** Скорость частицы  $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c \approx 0,87c$ , где  $c$  – скорость света. Отношение полной энергии частицы к её энергии покоя равно ...

### Решение

Полная энергия частицы будет

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

а энергия покоя  $E_0 = mc^2$ .

Отношение  $\frac{E}{E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . Подставляя  $\frac{v}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , получим  $\frac{E}{E_0} = 2$ .

**Ответ:**  $\frac{E}{E_0} = 2$ .

**13.** Если масса тела возросла на 1 г, то полная энергия тела ...

### Решение

Связь между массой и энергией определяется формулой Эйнштейна  $E = mc^2$ , где  $c$  – скорость света. Следовательно, энергия тела должна возрасти на  $\Delta E = \Delta mc^2 = 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 90 \cdot 10^{12}$  Дж.

**Ответ:**  $\Delta E = 90 \cdot 10^{12}$  Дж.

**14.** На борту космического корабля, летящего со скоростью  $0,8 \cdot c$  относительно неподвижной системы отсчета, произошли два события, разделенные промежутком времени  $\tau_0 = 6$  с. В неподвижной системе отсчета длительность этого промежутка равна ...

### Решение

Из преобразований Лоренца следует, что на борту космического корабля, движущегося относительно инерциальной системы отсчета со скоростью, сравнимой со скоростью света, наблюдается эффект замедления хода времени.

В неподвижной системе отсчета длительность этого промежутка

равна  $\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ,

где  $v$  – скорость движения корабля;  $c$  – скорость света. Тогда

$$\tau = \frac{6}{\sqrt{1 - \frac{(0,8c)^2}{c^2}}} = \frac{6}{\sqrt{0,36}} = 10 \text{ с}.$$

**Ответ:**  $\tau = 10$  с.

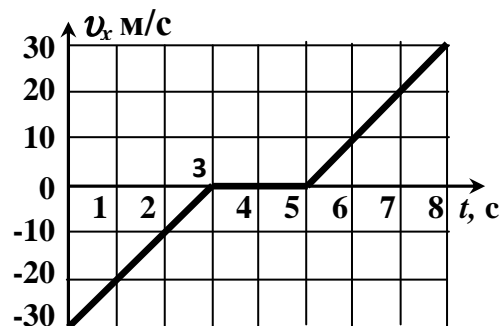
## 11.2. Тестовые задачи для практических занятий с ответами\*

1. Тело бросили с поверхности земли под углом  $\alpha$  к горизонту с начальной скоростью 10 м/с. Если дальность полета тела составляет 10 м, то угол  $\alpha$  равен ...

**Варианты ответа:**

а)  $15^\circ$ ; б)  $22,5^\circ$ ; в)  $30^\circ$ ; 4)  $45^\circ$ .

2. На рисунке представлен график проекции скорости движения материальной точки на ось  $ox$ .

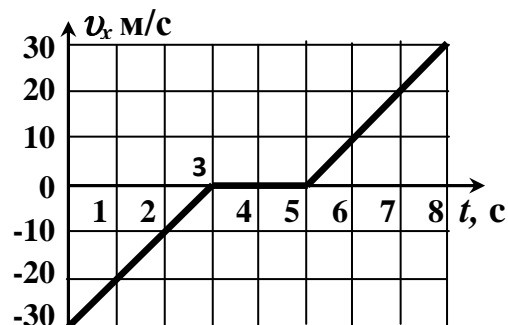


Средняя путевая скорость в интервале времени от  $t_1 = 0$  с до  $t_2 = 8$  с равна ...

**Варианты ответа:**

а) 15 м/с; б) 10 м/с; в) 20 м/с; г) 11,25 м/с.

3. На рисунке представлен график проекции скорости движения материальной точки на ось  $ox$ .



\* Ответы к задачам приведены в конце раздела (с. 153).

Модуль вектора перемещения за 8 с движения равен ...

**Варианты ответа:**

а) 90 м; б) 100 м; в) 0 м; г) 45 м.

4. Во сколько раз возрастает импульс тела при увеличении его кинетической энергии в три раза?

**Варианты ответа:**

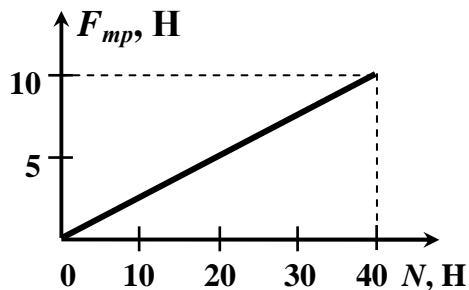
а) не изменится; б) в  $\sqrt{2}$  раз; в) в  $\sqrt{3}$  раз; г) в 3 раза.

5. Автомобиль массой 2 т трогается с места и через 5 с развивает скорость 10 м/с. Сила трения колёс об асфальт 1 000 Н. Какова сила тяги двигателя?

**Варианты ответа:**

а) 4 кН; б) 3 кН; в) 5 кН; г) 2 кН.

6. Тело движется по горизонтальной поверхности. На рисунке представлен график изменения силы трения.



Коэффициент трения равен ...

**Варианты ответа:**

а) 0,1; б) 0,4; в) 0,25; г) 0,5.

7. Тело прошло путь  $S_M$  за  $t$  с. Первую половину пути оно двигалось со скоростью  $v_1 = 10$  м/с, вторую половину — со скоростью  $v_2 = 30$  м/с. Средняя скорость тела на всём пути равна ...

**Варианты ответа:**

а) 15 м/с; б) 7,5 м/с; в) 10 м/с; г) 20 м/с.

8. Тело массой 100 г, брошенное вертикально вниз с высоты 20 м со скоростью 10 м/с, упало на землю со скоростью 20 м/с. Работа по преодолению сопротивления воздуха равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 10 Дж;      б) 5,0 Дж;      в) 15 Дж;      г) 4,5 Дж.

9. Время остановки транспорта на горизонтальной дороге зависит от ...

**Варианты ответа:**

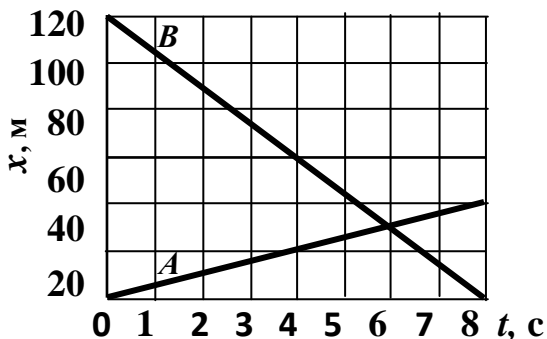
- а) массы транспорта;  
б) начальной скорости;  
в) начальной скорости и коэффициента трения скольжения;  
г) начальной скорости и массы тела.

10. Материальная точка массой 1,2 кг движется равномерно по окружности со скоростью 5,0 м/с. Изменение её импульса при повороте на  $90^\circ$  равно ...

**Варианты ответа:**

- а) 0 кг·м/с;      б) 3,4 кг·м/с;      в) 6 кг·м/с;      г) 8,5 кг·м/с.

11. Координаты движущихся вдоль одной прямой тел  $A$  и  $B$  изменяются со временем, как показано на графике.



Скорость тела  $A$  относительно тела  $B$  равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 10 м/с;      б) 17,5 м/с;  
в) 20 м/с;      г) 22,5 м/с.

12. Тело тянут по горизонтальной плоскости с постоянно увеличивающейся горизонтально направленной силой  $F$ .

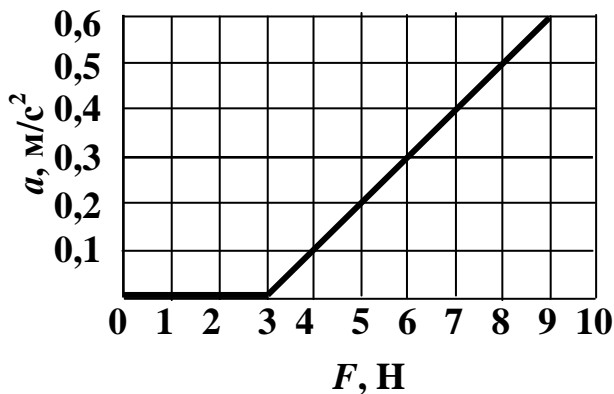


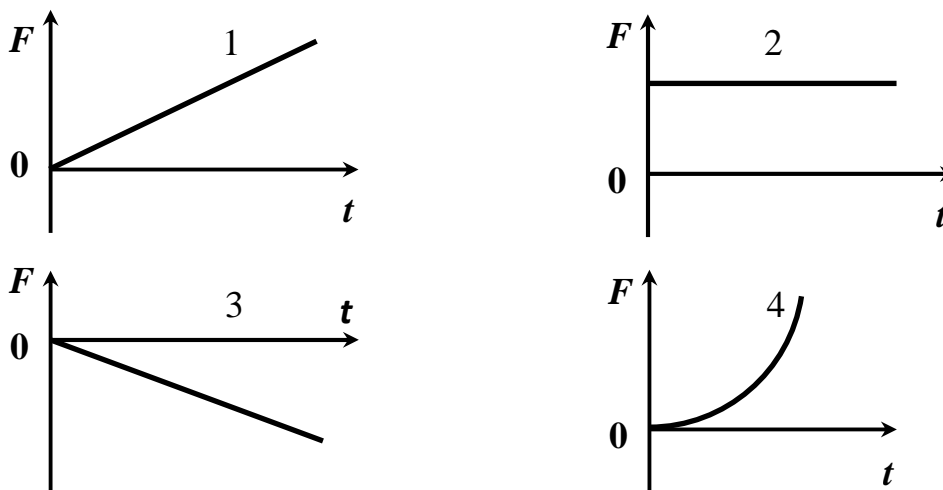
График зависимости ускорения, приобретаемого телом, от приложенной к нему силы  $F$  приведён на рисунке.

Максимальная сила трения покоя, действующая на тело, равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 9 Н; б) 0,7 Н; в) 1 Н; г) 3 Н.

**13.** Импульс материальной точки с течением времени изменяется по закону  $P = at$ . График зависимости силы, действующей на материальную точку, имеет вид ...



**Варианты ответа:**

- а) 1; б) 2; в) 3; г) 4.

**14.** Мяч брошен вертикально вверх с начальной скоростью 30 м/с. Путь, который он пролетит за 4 с, равен ...

**Варианты ответа:**

- а) 30 м; б) 40 м; в) 50 м; г) 60 м.

**15.** Через блок, массой которого можно пренебречь, перекинута нить, к концам которой подвешены две гири массами 2,0 и 6,0 кг.

Величина натяжения нити при движении гирь равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 20 Н; б) 60 Н; в) 30 Н; г) 40 Н.

**16.** Брусок массой 50 кг начинает двигаться по горизонтальной плоскости под действием горизонтальной силы 25 Н. Импульс бруска через 5 с равен 25 Н·с.

Коэффициент трения при этом равен ...

**Варианты ответа:**

- а) 0,01;      б) 0,02;      в) 0,05;      г) 0,04.

**17.** Частица из состояния покоя начала двигаться по дуге окружности радиусом  $R = 1$  м с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 2 \text{ с}^{-2}$ .

Отношение нормального ускорения к тангенциальному через 1 с равно ...

**Варианты ответа:**

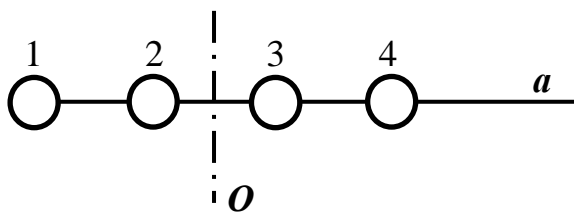
- а) 1;      б) 4;      в) 8;      г) 2.

**18.** На частицу, находящуюся в начале координат, действует сила, вектор которой определяется выражением  $\vec{F} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ , где  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  – единичные векторы декартовой системы координат. Работа, совершённая этой силой при перемещении частицы в точку с координатами (4; 3), равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 15 Дж;      б) 25 Дж;      в) 10 Дж;      г) 3 Дж.

**19.** Четыре шарика расположены вдоль прямой  $a$ . Расстояния между шариками одинаковы. Массы шариков слева направо 1, 2, 3, 4 г.



Если поменять местами шарики 1 и 4, то момент инерции этой системы относительно оси  $O$ , перпендикулярной прямой  $a$  и проходящей через середину системы, ...

**Варианты ответа:**

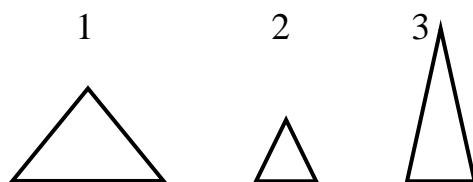
- а) увеличится;      б) уменьшится;      в) не изменится.



20. На борту космического корабля нанесена эмблема в виде геометрической фигуры.



Из-за релятивистского сокращения длины эта фигура изменяет свою форму. Если корабль движется в направлении, указанном на рисунке стрелкой, со скоростью, сравнимой со скоростью света, то в неподвижной системе отсчета эмблема примет форму, указанную на рисунке ...



**Варианты ответа:**

а) 1;      б) 2;      в) 3.

**Ответы к задачам подраздела 11.2:**

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	г	а	в	в	в	в	а	б	в	г

№ задачи	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Ответ	в	г	б	в	в	г	г	б	в	а

## 12. ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ НА ДИДАКТИЧЕСКУЮ ЕДИНИЦУ ГОС «МОЛЕКУЛЯРНАЯ (СТАТИСТИЧЕСКАЯ) ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА»

### 12.1. Примеры решений некоторых Интернет-тестовых задач

1. На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где

$f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.

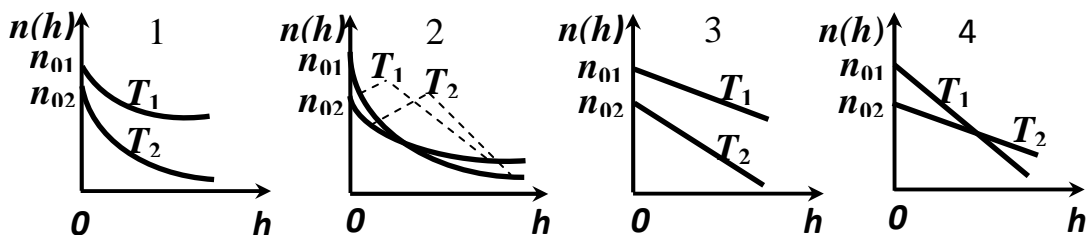
Для этой функции является верным утверждение, что ...

### Решение

Полная вероятность равна  $\int_0^{\infty} f(v)dv = 1$ , т.е. площадь, ограниченная кривой распределения Максвелла, равна единице и при изменении температуры не изменяется. Из формулы наиболее вероятной скорости  $v_{вер} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$ , при которой функция  $f(v)$  максимальна, следует, что при повышении температуры максимум функции сместится вправо.

**Ответ:** при повышении температуры максимум функции сместится вправо.

2. В очень высоком вертикальном сосуде находится идеальный газ при некоторой температуре  $T_1$ . Если считать внешнее потенциальное поле сил однородным, то график зависимости концентрации  $n(h)$  от высоты  $h$  для двух температур  $T_1$  и  $T_2 > T_1$  имеет вид, представленный на рисунке ...



### Решение

Зависимость концентрации молекул идеального газа от высоты  $h$  для некоторой температуры  $T$  определяется распределением

Больцмана:  $n(h) = n_0 \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{W_p}{kT}\right)$ , где  $n_0$  –

концентрация молекул на высоте  $h=0$ ;  $m_0$  – масса молекулы;  $g$  – ускорение свободного падения;  $k$  – постоянная Больцмана. Из формулы следует, что при постоянной температуре концентрация газа больше там, где меньше потенциальная энергия молекул  $W_p$ , и уменьшается с высотой по экспоненциальному закону тем медленнее, чем больше температура:  $T_2 > T_1$ . С повышением температуры из-за увеличения энергии хаотического теплового движения молекулы более равномерно распределяются по высоте, поэтому концентрация молекул газа на «нулевом уровне» ( $h=0$ ) уменьшается, а на высоте  $h$  увеличивается. Следовательно, график зависимости концентрации  $n(h)$  от высоты  $h$  для двух температур  $T_1$  и  $T_2 > T_1$  будет иметь вид, обозначенный на рисунке цифрой 2.

**Ответ:** 2.

**3.** При увеличении давления в 3 раза и уменьшении объёма в 2 раза внутренняя энергия идеального газа ...

### Решение

Внутренняя энергия идеального газа равна  $U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT = \frac{i}{2} pV$

(учитываем, что  $pV = \frac{m}{M} RT$ ), где  $p$  – давление;  $V$  – объём;  $i$  – полное число степеней свободы;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T$  – абсолютная температура;  $m$  – масса газа;  $M$  – молярная масса газа. Тогда

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{i}{2} p_1 V_1; \\ U_2 &= \frac{i}{2} p_2 V_2. \end{aligned} \right\}$$

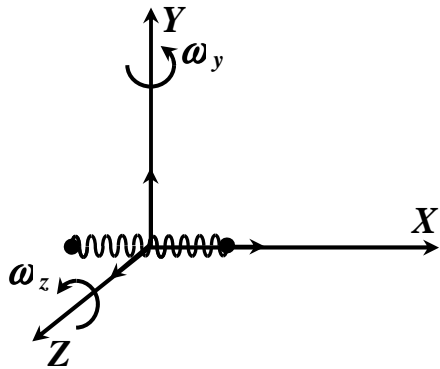
Учитывая, что  $p_2 = 3p_1$ ;  $V_2 = V_1/2$ , получим

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{3p_1 V_1}{2p_1 V_1} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Следовательно,  $U_2 = 1,5U_1$ .

**Ответ:** увеличится в 1,5 раза.

4. Молярная теплоёмкость идеального газа при постоянном



давлении равна  $C_p = \frac{9}{2}R$ , где  $R = 8,31$  Дж/(кг·моль) – универсальная газовая постоянная. Число вращательных степеней свободы молекулы равно ...

**Решение**

$$\text{Сравним } \left. \begin{array}{l} C_p = \frac{9}{2}R \\ C_p = \frac{i+2}{2}R \end{array} \right\} \Rightarrow i+2=9 \Rightarrow i=7.$$

Сумма числа степеней свободы  $i = 7$  может быть представлена как  $i = n_{\text{пост}} + n_{\text{вр}} + 2n_{\text{колеб}}$ , где  $n_{\text{пост}}$  – число степеней свободы поступательного движения  $n_{\text{пост}} = 3$ ;  $n_{\text{вр}}$  – число степеней свободы вращательного движения,  $n_{\text{вр}} = 0, 2, 3$ ;  $n_{\text{колеб}}$  – число степеней свободы колебательного движения, минимальное количество которых равно 1 (рисунок).

Следовательно,  $7 = 3 + n_{\text{вр}} + 2$  и  $n_{\text{вр}} = 2$ .

**Ответ:**  $n_{\text{вр}} = 2$ .

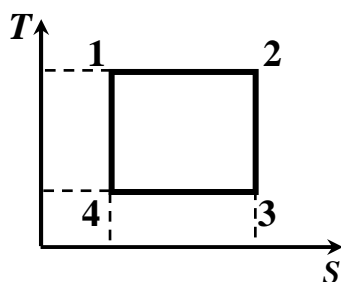
5. В идеальной тепловой машине, работающей по циклу Карно, абсолютная температура нагревателя в 2 раза превышает температуру холодильника. Если температура холодильника уменьшится вдвое при неизменной температуре нагревателя, то КПД машины станет равным ...

### Решение

КПД цикла Карно равен  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  – температура нагревателя;  $T_2$  – температура холодильника. По условию, для начального состояния  $T_1 = 2T_2$ . Тогда  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{2T_2} = \frac{1}{2}$ , или  $\eta = \frac{1}{2} \cdot 100\% = 50\%$ . Для конечного состояния  $T_1^* = T_1$ ;  $T_2^* = \frac{1}{2}T_2$ . Следовательно, после понижения температуры холодильника КПД будет равен  $\eta^* = 1 - \frac{T_2^*}{T_1^*} = 1 - \frac{T_2}{2T_1} = 1 - \frac{T_2}{2 \cdot 2T_2} = \frac{3}{4}$ , или  $75\%$ .

**Ответ:** 75 %.

6. На рисунке изображен цикл Карно в координатах  $T, S$ , где  $S$  – энтропия.



Адиабатическое расширение происходит на участке ...

### Решение

Адиабатические процессы происходят без теплообмена с окружающей средой, т. е. система не получает тепла и не отдает его:  $\delta Q = 0$ . Так как изменение энтропии определяется как  $dS = \frac{\delta Q}{T}$ , следовательно, при адиабатическом процессе энтропия остаётся постоянной. При адиабатическом расширении газ совершает работу за счет уменьшения внутренней энергии:  $\delta A = -dU$ , температура газа уменьшится. Адиабатическое расширение происходит на участке 2–3.

**Ответ:** 2–3.

7. Если количество теплоты, отдаваемое рабочим телом холодильнику, увеличить в три раза, то КПД тепловой машины ...

### Решение

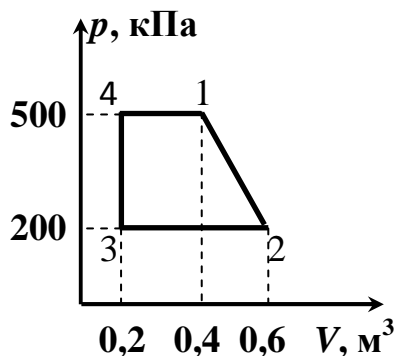
КПД тепловой машины равен  $\eta_1 = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ , где  $Q_1$  – количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя;  $Q_2$  – количество теплоты, отданное рабочим телом холодильнику. При увеличении в три раза  $Q_2$  КПД  $\eta_2 = \frac{Q_1 - 3Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{3Q_2}{Q_1}$ . Найдем изменение

$$\eta_2 - \eta_1 = 1 - \frac{3Q_2}{Q_1} - 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{2Q_2}{Q_1}.$$

Коэффициент полезного действия уменьшится на  $\frac{2Q_2}{Q_1}$ .

**Ответ:** уменьшится на  $\frac{2Q_2}{Q_1}$ .

8. Диаграмма циклического процесса идеального одноатомного газа представлена на рисунке. Работа газа в циклическом процессе равна ...



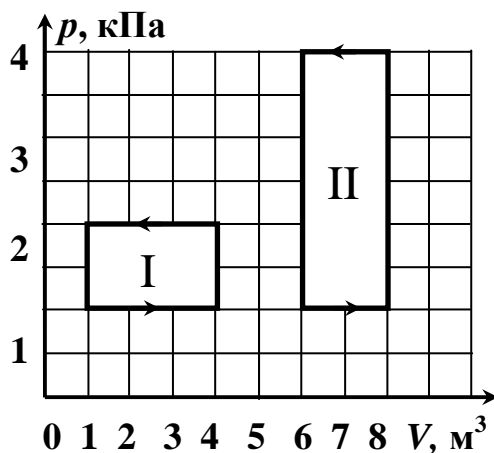
### Решение

Работу газа в циклическом процессе можно найти, определив площадь цикла в координатах  $p, V$ . Цикл имеет форму трапеции.

$$S_{1-2-3-4-1} = \frac{0,2 + 0,4}{2} \cdot 300 = 90 \text{ кДж}.$$

**Ответ:** 90 кДж.

9. На  $(p, V)$ -диаграмме изображены два циклических процесса. Отношение работ  $A_I/A_{II}$ , совершенных в этих циклах, равно ...



### Решение

Работа газа за цикл численно равна площади фигуры, ограниченной диаграммой кругового процесса в координатных осях  $p, V$ . При осуществлении кругового процесса в прямом направлении (по часовой стрелке) работа газа за цикл положительна, так как при расширении газ совершает бóльшую работу, чем затрачивается на его сжатие. Если круговой процесс осуществляется в обратном направлении (против часовой стрелки), то работа газа за цикл отрицательна. Работы газа за I и II циклы на  $(p, V)$ -диаграмме, совершаемые против часовой стрелки, численно равны площадям прямоугольников:

$$A_I = -(p_2 - p_1)(V_4 - V_1) = 3pV \quad \text{и}$$

$$A_{II} = -(p_4 - p_1)(V_8 - V_6) = -6pV.$$

Отношение работ, совершенных в этих циклах,  $\frac{A_I}{A_{II}} = \frac{-3pV}{-6pV} = \frac{1}{2}$ .

**Ответ:**  $\frac{A_I}{A_{II}} = \frac{1}{2}$ .

## 12.2. Тестовые задачи для практических занятий с ответами\*

1. При понижении температуры идеального газа на  $\Delta T = 200$  К среднеквадратичная скорость движения молекул уменьшилась с  $v_1 = 700$  м/с до  $v_2 = 300$  м/с. Если бы температуру повысили на 50 К, то средняя квадратичная скорость увеличилась бы с 300 м/с до ...

**Варианты ответа:**

а) 353 м/с; б) 392 м/с; в) 400 м/с; г) 440 м/с.

2. В сосуде находится идеальный газ при давлении 2,4 МПа. Если средняя кинетическая энергия движения молекул газа равна  $6,0 \cdot 10^{-21}$  Дж, то концентрация молекул газа равна ...

**Варианты ответа:**

а)  $1,85 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>; б)  $1,94 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup>; в)  $6,25 \cdot 10^{20}$  см<sup>-3</sup>; г)  $6,0 \cdot 10^{20}$  см<sup>-3</sup>.

3. 15 молей углекислого газа нагрели на 75 °С. Процесс изобарический. Какое количество теплоты получил газ?

**Варианты ответа:**

а) 37,4 кДж; б) 63 кДж; в) 18,9 кДж; г) 15,3 кДж.

4. Какая из приведённых формул правильно определяет зависимость средней кинетической энергии движения молекул идеального газа от абсолютной температуры?

**Варианты ответа:**

а)  $\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{2}kT$ ; б)  $\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2}kT$ ; в)  $\langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{2}RT$ ; г)  $\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2}kT$ .

5. Чему равна плотность кислорода при температуре 77 °С и давлении 1,5 МПа?

---

\* Ответы к задачам приведены в конце раздела (с. 164).



**Варианты ответа:**

- а) 1,2 кг/м<sup>3</sup>;    б) 6,8 кг/м<sup>3</sup>;    в) 12,0 кг/м<sup>3</sup>;    г) 16,5 кг/м<sup>3</sup>.

6. При охлаждении идеального газа его температура уменьшилась с 801 до 85 °С. При этом средняя скорость теплового движения молекул уменьшилась в ...

**Варианты ответа:**

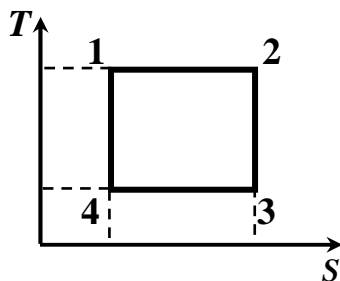
- а) 3 раза;    б)  $\sqrt{3}$  раз;    в) 2 раза;    г)  $\sqrt{2}$  раз.

7. Выражение первого закона термодинамики для адиабатного процесса имеет вид ...

**Варианты ответа:**

- а)  $Q = \Delta U$ ;    б)  $Q = A$ ;    в)  $Q = R \cdot \Delta T$ ;    г)  $0 = \Delta U + A$ .

8. На рисунке изображен цикл Карно в координатах  $T, S$ , где  $S$  – энтропия.



Адиабатическое расширение происходит на ...

**Варианты ответа:**

- а) 3 – 4;    б) 4 – 1;    в) 1 – 2;    г) 2 – 3.

9. В идеальном тепловом двигателе за счёт каждого килоджоуля энергии, полученного от нагревателя, совершается работа 400 Дж. Определите температуру нагревателя, если температура холодильника 27 °С.

**Варианты ответа:**

- а) 227 °С;    б) 220 °С;    в) 200 °С;    г) 300 °С.

**10.** В баллоне находится азот массой 550 г при температуре 273 К и давлении 100 кПа. Если плотность азота равна  $0,50 \text{ кг/м}^3$ , то объём баллона равен ...

**Варианты ответа:**

- а)  $1,0 \text{ м}^3$ ;    б)  $1,1 \text{ м}^3$ ;    в)  $1,4 \text{ м}^3$ ;    г)  $2,2 \text{ м}^3$ ;    д)  $2,9 \text{ м}^3$ .

**11.** В закрытом сосуде вместимостью  $2,5 \text{ м}^3$  находится 140 г азота и 160 г кислорода при температуре  $77 \text{ }^\circ\text{C}$ , давление такой газовой смеси в сосуде равно ...

**Варианты ответа:**

- а) 240 кПа;    б) кПа;    в) 12 кПа;    г) 13 кПа.

**12.** Плотность серебра  $10,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , молярная масса  $M = 108 \cdot 10^3 \text{ кг/моль}$ . Среднее расстояние между атомами серебра равно ...

**Варианты ответа:**

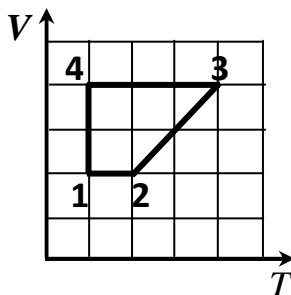
- а)  $1,7 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ;    б)  $2,6 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ;    в)  $1,2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ;    г)  $3,0 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ .

**13.** В сосуде находится кислород. Концентрация молекул газа равна  $8,5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ . Если температура газа равна  $47 \text{ }^\circ\text{C}$ , то средняя кинетическая энергия молекул газа равна ...

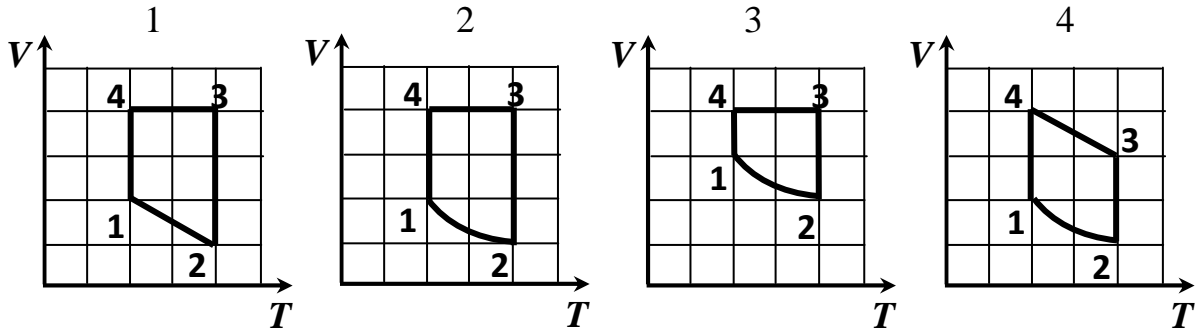
**Варианты ответа:**

- а)  $11 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ ;    б)  $4,5 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ ;    в)  $5,25 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ ;    г)  $1,1 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ .

**14.** На рисунке представлен график некоторого процесса, происходящего с идеальным газом, в координатах  $V, T$ .



В координатах  $p, V$  график этого процесса имеет вид



**Варианты ответа:**

- а) 4; б) 1; в) 2; г) 3.

**15.** Если в некотором процессе подведённая к газу теплота равна работе, совершаемой газом, такой процесс является ...

**Варианты ответа:**

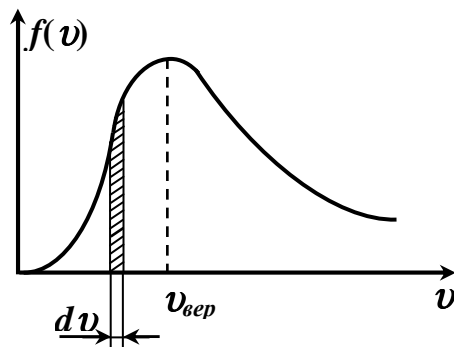
- а) адиабатическим; б) изохорическим;  
в) изотермическим; г) изобарическим.

**16.** Если относительная атомная масса меди 64, то согласно закону Дюлонга и Пти удельная теплоёмкость меди равна ...

**Варианты ответа:**

- а) 0,95 кДж/(кг·К); б) 1,95 кДж/(кг·К);  
в) 0,75 кДж/(кг·К); г) 0,39 кДж/(кг·К).

**17.** На рисунке представлен график функции распределения молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла), где  $f(v) = \frac{dN}{Ndv}$  – доля молекул, скорости которых заключены в интервале скоростей от  $v$  до  $v+dv$  в расчете на единицу этого интервала.



Для этой функции верным утверждением является ...

**Варианты ответа:**

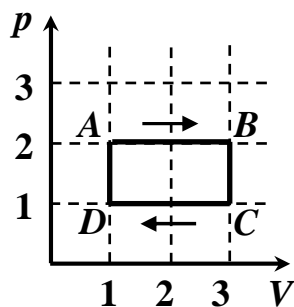
- а) с ростом температуры величина максимума растет;
- б) с ростом температуры максимум кривой смещается вправо;
- в) с ростом температуры площадь под кривой растет.

**18.** Средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа при температуре  $T$  равна  $\varepsilon = \frac{i}{2}kT$ . Здесь  $i = n_n + n_{вр} + 2n_k$ , где  $n_n$ ,  $n_{вр}$  и  $n_k$  – число степеней свободы поступательного, вращательного и колебательного движений молекулы. При условии, что имеют место только поступательное и вращательное движение, для водорода  $H_2$  число  $i$  равно ...

**Варианты ответа:**

- а) 5; б) 7; в) 2; г) 8.

**19.** На  $(p, V)$ -диаграмме изображены два циклических процесса. На участке  $BC$ –  $CD$  температура ...



**Варианты ответа:**

- а) на  $BC$  – повышается, на  $CD$  – понижается;
- б) на  $BC$  – понижается, на  $CD$  – повышается;
- в) повышается;
- г) понижается.

**20.** Если количество теплоты, отдаваемое рабочим телом холодильнику, увеличить в два раза, то КПД тепловой машины ...

**Варианты ответа:**

- а) уменьшится на  $Q_2/2Q_1$ ;      б) увеличится на  $Q_2/2Q_1$ ;
- в) уменьшится на  $Q_2/Q_1$ ;      г) увеличится на  $Q_2/Q_1$ .

**Ответы к задачам подраздела 12.2:**

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	г	г	а	б	г	б	а	г	а	б

№ задачи	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Ответ	в	б	а	б	в	г	а	б	г	а

## Библиографический список

1. Федеральный Интернет-экзамен в сфере профессионального образования. – URL: <http://фэпо.рф/>
2. *Калашников Н.П.* Физика. Интернет-тестирования базовых знаний: учебное пособие /Н.П. Калашников, Н.М. Кожевников. – СПб.: Изд-во «Лань», 2009. – 160 с.
3. Интернет-тестирование в сфере образования. – URL: <http://www.i-exam.ru/>
4. *Трофимова Т.И.* Курс физики: учебное пособие для студентов вузов /Т.И. Трофимова. – М.: Издательский дом «Академия», 2007. – 560 с.
5. *Трофимова Т.И.* Сборник задач по курсу физики с решениями: учебное пособие / Т.И. Трофимова, З.Г. Павлова. – М.: Высш. шк., 1999. – 591 с.
6. *Трофимова Т.И.* Курс физики. Задачи и решения: учеб. пособие для втузов / Т.И. Трофимова, А.В. Фирсов. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 592 с.
7. *Трофимова Т.И.* Физика в таблицах и формулах: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений и образоват. учреждений сред. проф. образования / Т.И. Трофимова. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 448 с.
8. *Чертов А.Г.* Задачник по физике: учеб. пособие / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – М.: Физматлит, 2008. – 640 с.
9. *Яворский Б. М.* Справочник по физике / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. – М.: Наука, 1990. – 624 с.
10. Справочник по физике. Формулы, таблицы, схемы /под ред. Х. Штёкера. – М.: Техносфера, 2009. – 1264 с.

*Учебное издание*

Сергей Владимирович Бирюков,  
Владимир Аркадьевич Федорук,  
Владимир Александрович Фёдоров

МЕХАНИКА, МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Учебное пособие по общей физике  
для самостоятельной подготовки студентов  
к Интернет-тестированию

Под общей редакцией д-ра техн. наук, проф. С. В. Бирюкова

\* \* \*

Редактор И.Г. Кузнецова

Подписано в печать \_\_\_\_\_  
Формат 60x90 1/16. Бумага писчая  
Оперативный способ печати  
Гарнитура Times New Roman  
Усл. п.л. 10,5, уч.-изд. л. 7,5  
Тираж 490 экз. Заказ № \_\_\_\_\_  
Цена договорная

Издательство СибАДИ  
644099, Омск, ул. П. Некрасова, 10  
Отпечатано в подразделении ОП издательства СибАДИ