

### 3.9. Взаимное пересечение поверхностей

В технике при создании сложных технических форм приходится строить линии пересечения отдельных элементарных форм, из которых составлены сложные формы.

Линии пересечения поверхностей – это линии, общие для обеих поверхностей, они могут быть плоскими или пространственными, замкнутыми или разомкнутыми кривыми или ломаными линиями.

Пересечение поверхностей может быть полным – «пронизание» (рис. 68,а) или частичным – «врезка» (рис. 68,б). При полном пронизании образуются две или более линии пересечения, а при врезке – только одна линия пересечения.

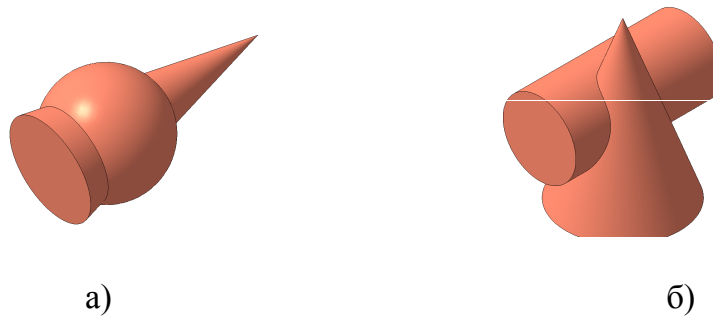


Рис. 68. Виды пересечений

#### 3.9.1. Взаимное пересечение многогранников

Линией пересечения многогранников является ломаная линия, плоская или пространственная. Построение линии взаимного пересечения многогранников можно производить двумя способами.

1. Определить точки, в которых ребра одной поверхности пересекают грани другой (решается задача на пересечение прямой с плоскостью). Через найденные точки провести ломаную линию, представляющую собой линию пересечения данных поверхностей. При этом соединять прямыми можно лишь точки, принадлежащие одной и той же грани.

2. Определить отрезки прямых, по которым грани одной поверхности пересекают грани другой (решается задача на пересечение плоскостей). Эти отрезки являются звеньями ломаной линии пересечения данных поверхностей.

Если проекция ребра одной из поверхностей не пересекает проекции грани другой хотя бы на одной из проекций, то данное ребро не пересекает этой грани. Линия пересечения поверхностей всегда лежит в области наложения проекций этих поверхностей.

**Пример 22.** Построить линию пересечения прямой призмы и пирамиды (рис. 69).

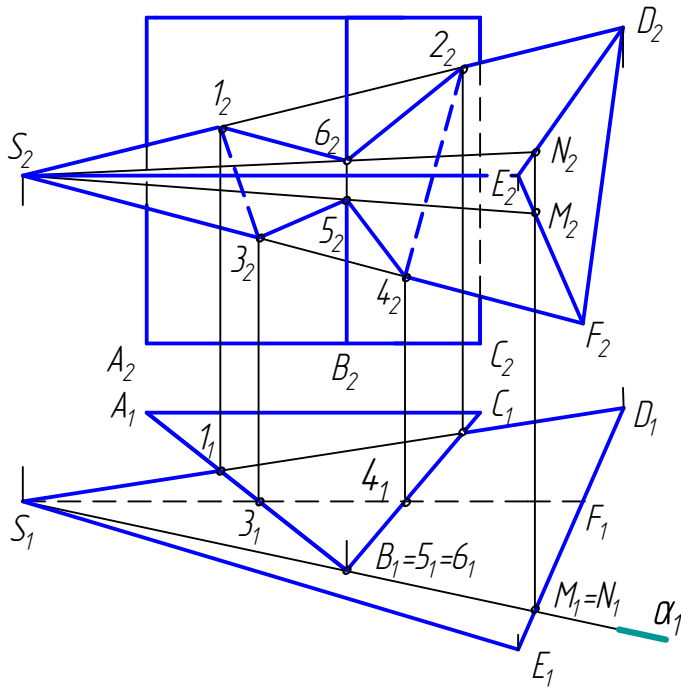


Рис. 69. Пересечение призмы и пирамиды

есть результат пересечения линий  $SM$  и  $SN$  с ребром  $B$ . Видимыми отрезками линии пересечения будут те, которые принадлежат видимым граням. Количество точек линии пересечения равно удвоенному числу ребер пересечения.

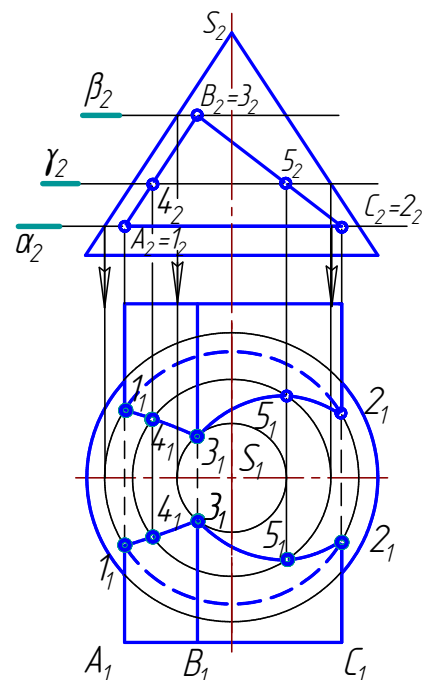
### 3.9.2. Взаимное пересечение многогранника с поверхностью вращения. Способ секущих плоскостей

Общий способ построения линии пересечения таких поверхностей заключается в том, что точки линии пересечения находят при помощи вспомогательных плоскостей. Секущие плоскости выбирают так, чтобы они пересекали заданные поверхности по окружностям или прямым линиям. Сначала строят точки пересечения ребер многогранника с поверхностью вращения. Затем определяют характер отдельных участков линии пересечения и строят промежуточные точки этих участков. Линией пересечения таких поверхностей является пространственная линия, состоящая из отдельных кривых линий, пересекающихся на ребрах многогранника.

Затем определяют характер отдельных участков линии пересечения и строят промежуточные точки этих участков. Линией пересечения таких поверхностей является пространственная линия, состоящая из отдельных кривых линий, пересекающихся на ребрах многогранника.

**Пример 23.** Построить линию пересечения прямого кругового конуса с прямой призмой (рис.70).

Заданы две гранные поверхности, при этом призма врезается в пирамиду. Поэтому линией пересечения является одна ломаная пространственная линия. Горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с очерком призмы, так как боковые грани призмы являются горизонтально проецирующими плоскостями. Точки 1,2,3,4 являются точками пересечения ребер пирамиды  $SD$  и  $SF$  с гранями призмы. Точки 5 и 6 построены как точки пересечения ребра  $B$  призмы с гранями пирамиды. Для этого через вершину пирамиды  $S$  проведена вспомогательная плоскость  $\alpha$ , которая пересекает пирамиду по треугольнику  $SMN$ . Точки 5 и 6



На фронтальной проекции линия пересечения совпадает с контуром призмы. Призма пронизывает конус, поэтому образуются две линии пересечения, каждое ребро призмы пересекает поверхность конуса в двух точках. Точки обозначены только на одной линии пересечения. Через грань призмы  $AC$  проведена плоскость  $\alpha$  и определен характер линии пересечения между точками 1 и 2 (окружность).

Затем проведена плоскость  $\beta$  через ребро призмы  $B$  и определена точка 3. Для построения промежуточных точек проведена вспомогательная плоскость  $\gamma$ , которая пересекает конус по окружности, а призму – по прямым линиям (точки 4 и 5).

Рис. 70. Пересечение призмы и конуса

### 3.9.3. Взаимное пересечение поверхностей вращения

**Пример 24.** Построить линию пересечения прямого кругового конуса с цилиндром (рис.71). В данном примере линию пересечения строят также способом секущих плоскостей.

Цилиндр фронтально-проецирующий, поэтому линия пересечения на фронтальной проекции совпадает с контуром цилиндра. Чтобы построить горизонтальную проекцию линии пересечения, проводят вспомогательные плоскости, которые пересекают конус по окружностям, а цилиндр – по прямым линиям. Точки пересечения этих линий лежат на линии пересечения поверхностей. Заданные поверхности врезаются друг в друга, а линия пересечения представляет собой пространственную замкнутую кривую линию.

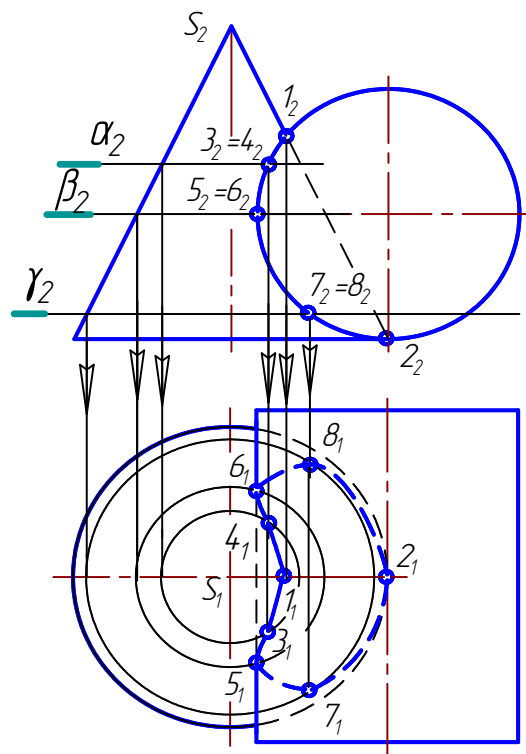


Рис. 71. Пересечение цилиндра и конуса

### 3.9.4. Некоторые особые случаи взаимного пересечения поверхностей

*Соосными* называют поверхности, имеющие общую ось вращения (рис. 72).

1. *Соосные поверхности вращения* пересекаются по окружностям, которые лежат в плоскостях, перпендикулярных оси вращения. Число окружностей пересечения равно числу точек пересечения главных меридианов (очерков).

2. Если две поверхности вращения описаны вокруг общей сферы, то линия пересечения этих поверхностей распадается на две плоские кривые второго порядка. Это положение носит название теоремы Монжа.

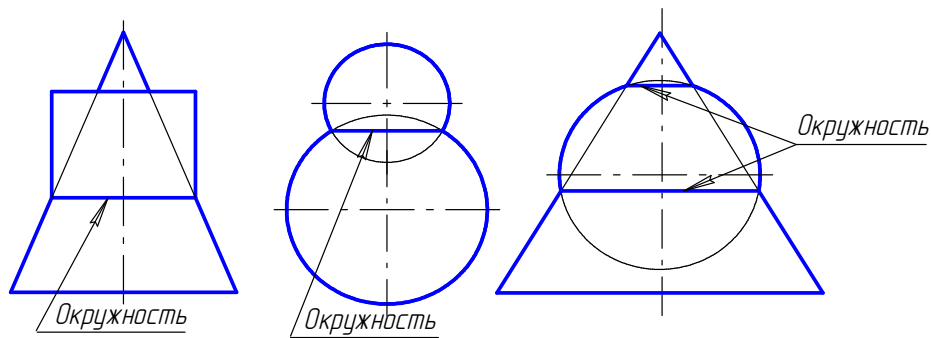


Рис. 72. Соосные поверхности

На рис. 73 приведены примеры пересечения двух цилиндров и цилиндра с конусом. Линиями пересечения этих поверхностей являются эллипсы. Если линия пересечения цилиндров определяется просто, то для построения эллипсов на рис. 73,б необходимо построить сначала окружности, по которым сфера касается цилиндра –  $l_1$  и конуса –  $l_2$ . В точках пересечения этих окружностей находятся точки пересечения эллипсов линии пересечения.

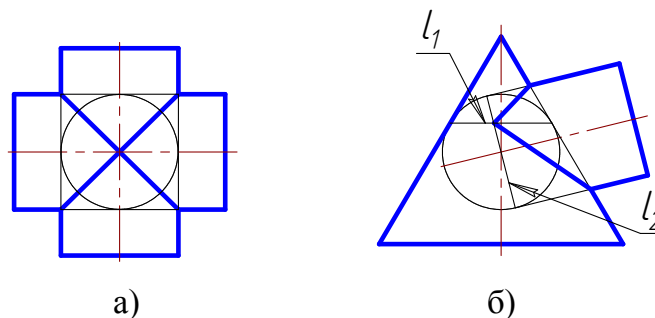


Рис. 73. Примеры пересечения тел вращения, описанных вокруг одной сферы

### 3.9.5. Способ вспомогательных секущих сфер (концентрических)

Основой этого способа является построение линии пересечения соосных поверхностей (см. п. 3.9.4).

**Пример 25.** Построить линию пересечения цилиндра и усеченного конуса. Их оси пересекаются и параллельны  $\Pi_2$  (рис. 74).

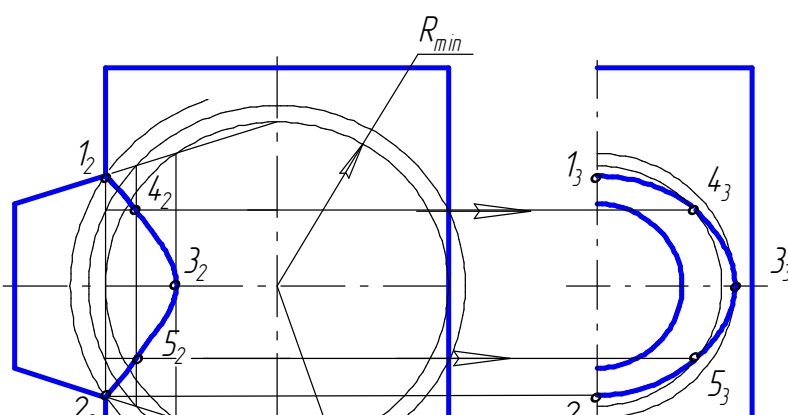


Рис. 74. Пересечение цилиндра и усеченного конуса

Способ концентрических сфер применяют в том случае, когда оси поверхностей вращения пересекаются и лежат в плоскости, параллельной плоскости проекций. Построение линии пересечения начинают с построения точек пересечения контурных линий. Затем проводят предельные сферы  $R_{\min}$  и  $R_{\max}$ .

Сфера минимального радиуса должна касаться одной поверхности и пересекать другую. Радиус максимальной сферы равен расстоянию от центра до самой удаленной точки линии пересечения. Вспомогательные сферы образуют как с конусом, так и с цилиндром соосные поверхности и пересекают их по окружностям. Точки пересечения этих окружностей принадлежат линии пересечения заданных поверхностей. Линией пересечения заданных поверхностей является замкнутая пространственная кривая линия.

Построение начинают с точек пересечения очерковых линий поверхностей – точки 1 и 2. При помощи сферы  $R_{\min}$  получена точка 3, а с помощью промежуточной сферы получены точки 4 и 5. На профильную проекцию точки пересечения переносят при помощи окружностей, принадлежащих поверхности конуса.

### ***Вопросы для самопроверки***

1. Что представляют собой линии пересечения поверхностей?
2. Как построить линию пересечения двух многогранников?
3. В чем заключается способ секущих плоскостей?
4. Как построить линию пересечения гранной поверхности с поверхностью вращения? Поверхности вращения с другой поверхностью вращения?
5. Какие поверхности называются соосными? По каким линиям они пересекаются?
6. Сформулировать теорему Монжа.
7. В чем заключается способ концентрических сфер?
8. Может ли проекция линии пересечения оказаться за пределами контура поверхности?

