

### 3.7. Сечение поверхностей плоскостью. Построение разверток

При пересечении поверхности плоскостью образуется линия сечения. Линия сечения – это плоская кривая или ломаная линия. Часть секущей плоскости, ограниченная линией сечения, называется *фигурой сечения* или просто *сечением*. Часть поверхности, заключенная между основанием и плоскостью сечения, называется *усеченной*.

Общий способ построения линии сечения заключается в построении точек пересечения отдельных линий заданной поверхности или отдельных граней поверхности с секущей плоскостью. Следовательно, построение линии сечения сводится к двум задачам:

- 1) построение точки пересечения прямой с плоскостью;
- 2) построение линии пересечения двух плоскостей.

#### 3.7.1. Сечение граничных поверхностей плоскостью

**Пример 15.** Построить сечение пирамиды плоскостью  $\alpha$  и полную развертку усеченной части.

Фигура сечения многогранника плоскостью представляет собой замкнутый плоский многоугольник. На рис. 55 прямая треугольная пирамида пересекается фронтально-проецирующей плоскостью  $\alpha(\alpha_2)$ . Отмечают точки пересечения ребер пирамиды с проецирующим следом плоскости  $\alpha_2$  ( $1_2, 2_2, 3_2$ ). Затем эти точки по линиям связи переносят на горизонтальную проекцию.

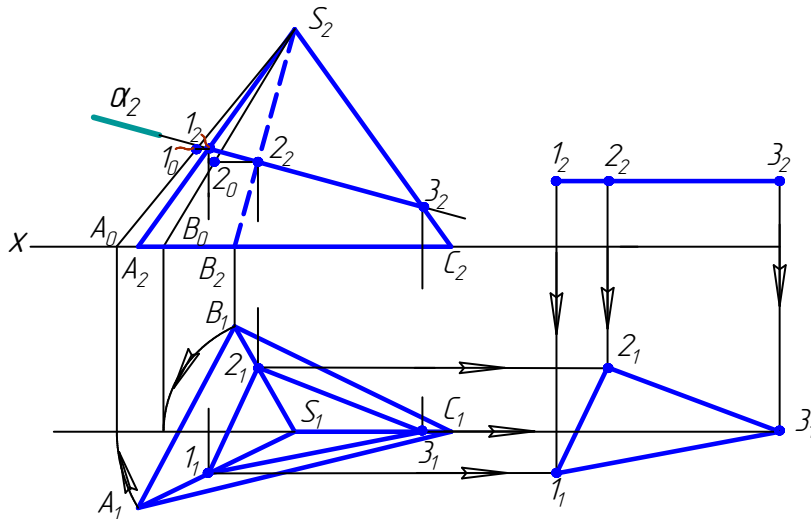
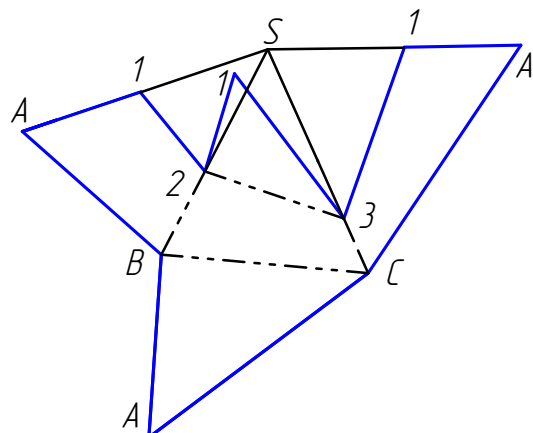


Рис. 55. Сечение пирамиды плоскостью

Натуральная величина сечения определена способом плоскопараллельного перемещения.

Полная развертка усеченной части пирамиды состоит из развертки бо-



ковой поверхности и пристроенных к ней натуральных величин основания и сечения.

Для построения развертки боковой поверхности пирамиды определяют натуральную величину ребер всех элементов, входящих в развертку. Ребро  $SC$  является фронталью и проецируется в натуральную величину. Ребра  $SA$  и  $SB$  поворачивают вокруг проецирующей прямой (высоты пирамиды) до положения фронталей ( $S_2A_0, S_2B_0$ ) и переносят на них точки сечения  $1_0$  и  $2_0$ . Строят полную развертку боковой поверхности, которая состоит из треугольников (рис. 56). В треугольнике  $SAB$  сторона  $AB$  равна горизонтальной проекции основания пирамиды, а сторона  $SA=S_2A_0$  (рис. 55),  $SB=S_2B_0$ . В треугольнике  $SBC$  сторона  $BC=B_1C_1$  и так далее. На ребрах пирамиды строят точки линии сечения  $1,2,3$ , которые соответствуют точкам  $1_0,2_0,3_2$ . К развертке боковой поверхности пристраивают натуральные величины сечения  $123$  и основания  $ABC$ .

Рис. 56. Развертка усеченной части пирамиды

### 3.7.2. Построение развертки наклонной призмы (наклонного цилиндра) способом нормального сечения

*Нормальным сечением* называется сечение, перпендикулярное к ребрам призмы или образующим цилиндра. На развертке нормальное сечение преобразуется в прямую линию (рис. 57). Нормальное сечение можно построить, если ребра призмы или образующие наклонного цилиндра параллельны плоскости проекций, т.е. являются линиями уровня.

#### Порядок построения

1. Проводят плоскость нормального сечения  $\alpha(\alpha_2)$  и строят его проекции.
2. Определяют натуральную величину нормального сечения треугольника  $123$  (в данном примере способом плоскопараллельного перемещения).
3. Натуральную величину линии сечения разворачивают в прямую  $1231$ , и от ее точек под прямым углом откладывают отрезки ребер в натуральную величину.

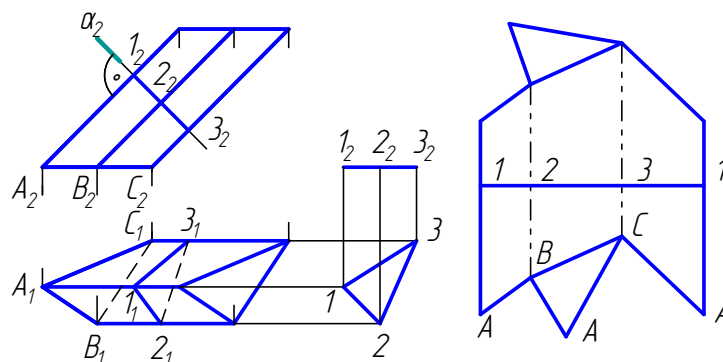


Рис. 57. Развертка наклонной призмы

### 3.7.3. Построение развертки наклонного цилиндра (наклонной призмы) способом раскатки

Построение развертки боковой поверхности наклонного цилиндра (наклонной призмы) способом раскатки возможно тогда, когда образующие цилиндра (ребра призмы) являются прямыми уровнями. Сущность способа раскатки состоит в том, что участки боковой поверхности между образующими цилиндра (ребрами призмы) совмещают с плоскостью проекций (рис. 58). Основание цилиндра разделяют на равные промежутки (вписывают в основание многоугольник), через точки деления проводят образующие (1,2,3, ...,8). В приведенном примере образующие цилиндра являются фронталями.

От конечных точек натуральной величины образующих к ним проведены перпендикуляры, на которых циркулем сделаны засечки, равные размеру хорды окружности основания (точки 4,3,2,1,8,7,6,5). Полученные точки обводят кривой линией (или для призмы соединяют отрезками прямых). Таким образом, развертка боковой поверхности наклонного цилиндра выполняется как развертка вписанной в него наклонной призмы.

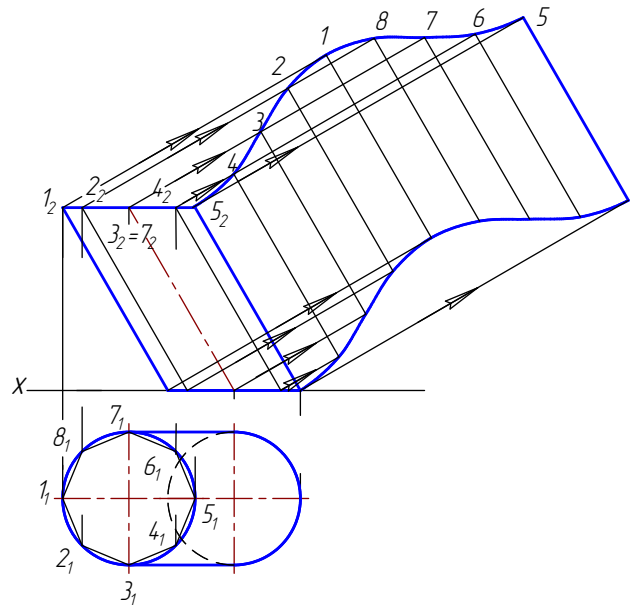
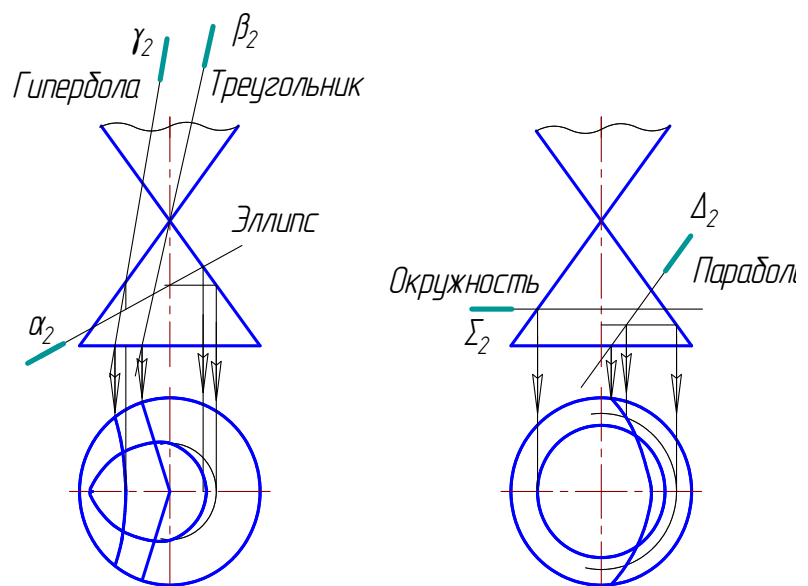


Рис. 58. Развертка боковой поверхности наклонного цилиндра

### 3.7.4. Сечение прямого кругового конуса плоскостью (конические сечения)

При сечении конуса плоскостью образуются кривые второго порядка: окружность, эллипс, парабола и гипербола (рис. 59).

Если секущая плоскость ( $\Sigma$ ) перпендикулярна оси конуса, образуется *окружность*; если плоскость ( $\alpha$ ) пересекает все образующие конуса под углом к оси вращения – *эллипс*; если плоскость параллельна одной образующей ( $\Delta$ ) – *парабола*; если плоскость параллельна двум обра-



зующим ( $\gamma$ ) – гипербола. Если плоскость проходит через вершину и основание ( $\beta$ ), в сечении получается треугольник.

Рис. 59. Линии сечения конуса плоскостью

**Пример 16.** Построить проекции линии сечения прямого кругового конуса проецирующей плоскостью  $\alpha(\alpha_2)$  и развертку боковой поверхности его усеченной части (рис. 60).

Фронтальная проекция линии сечения сливается со следом плоскости  $\alpha_2$ . Так как плоскость пересекает все образующие конуса, то в сечении образуется эллипс. Его построение сводится к построению точек пересечения образующих конуса с секущей плоскостью  $\alpha$  (рис. 60,а). Отрезок  $A_2B_2$  является большой осью эллипса. Для построения малой оси эллипса  $C_1D_1$  отрезок  $A_2B_2$  разделен пополам точкой  $O_2$ ; через нее проведена плоскость  $\beta$ , дающая в сечении окружность, диаметр которой равен малой оси эллипса  $CD$ . Точки  $C_2$  и  $D_2$ , лежащие на образующих  $S_23_2$  и  $S_27_2$ , на горизонтальную проекцию перенесены при помощи плоскости  $\gamma$ , которая пересекает конус по окружности. Развертка конуса выполнена приближенно, как развертка вписанной в конус равносторонней восьмигранной призмы (основание конуса разделено на 8 равных частей). Развертка боковой поверхности конуса представляет собой сектор круга с радиусом, равным длине натуральной величины образующей (очерковая образующая  $S_21_2$  или  $S_25_2$ ) (рис. 60,б). На этой окружности откладывают расстояния между точками  $1_12_1$ ,  $2_13_1$  и т. д. с окружности основания конуса. Так как все проекции образующих

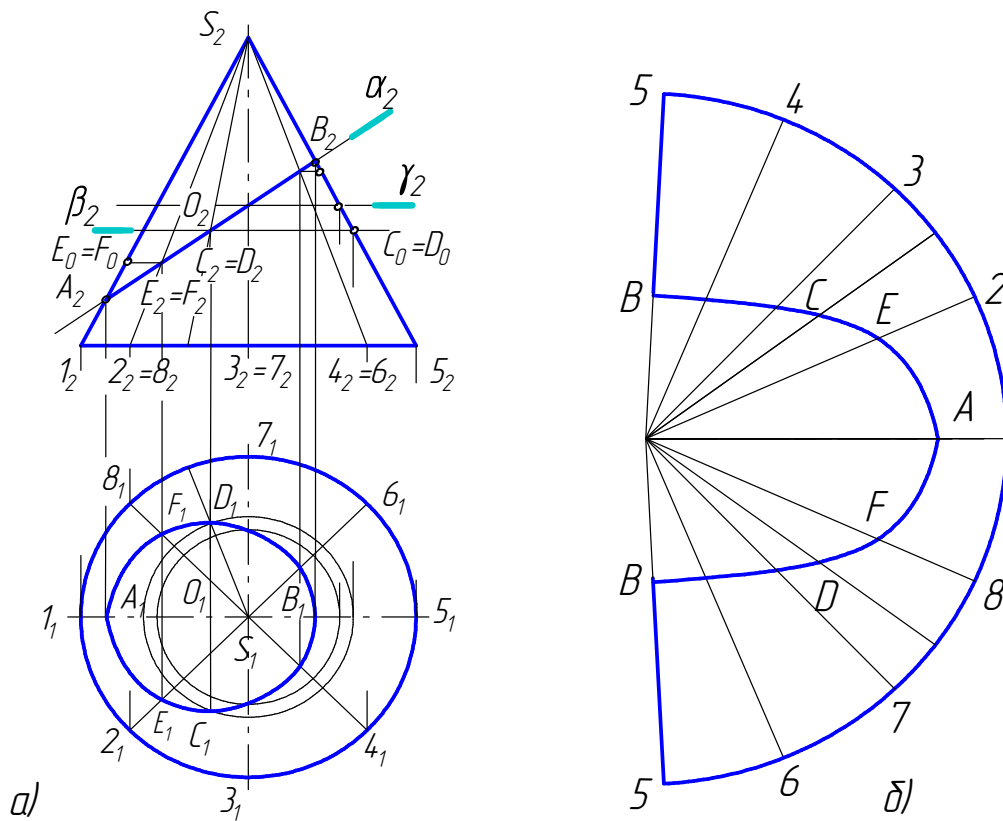


Рис. 60. Сечение конуса плоскостью и развертка его боковой поверхности

конуса, кроме очерковых  $S1$  и  $S5$ , меньше натуральной величины, то точки сечения, лежащие на этих образующих, параллельно перенесены на очерковые образующие ( $C_0, D_0, E_0, F_0$  и другие), чтобы на развертке отложить только натуральные величины отрезков образующих.

### 3.7.5. Сечение цилиндра плоскостью

При сечении цилиндра плоскостью образуются следующие линии (рис. 61, а, б): *окружность*, если секущая плоскость перпендикулярна оси цилиндра ( $\beta$ ); *эллипс*, если секущая плоскость наклонная ( $\alpha$ ); *прямые линии*, если секущая плоскость параллельна образующим цилиндра ( $\gamma$ ).

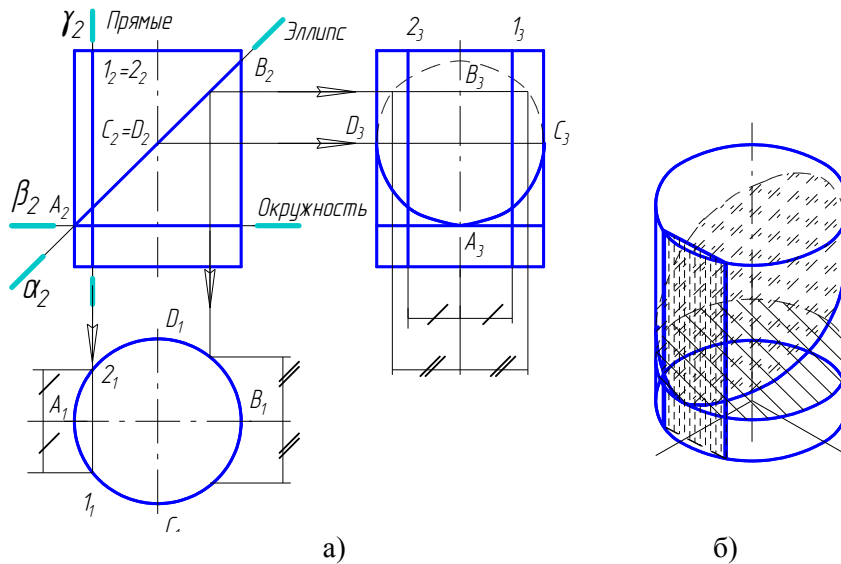


Рис. 61. Линии сечения цилиндра плоскостью

**Пример 17.** Построить проекции линии сечения наклонного цилиндра фронтально-проецирующей плоскостью  $\alpha(\alpha_2)$  (рис. 62).

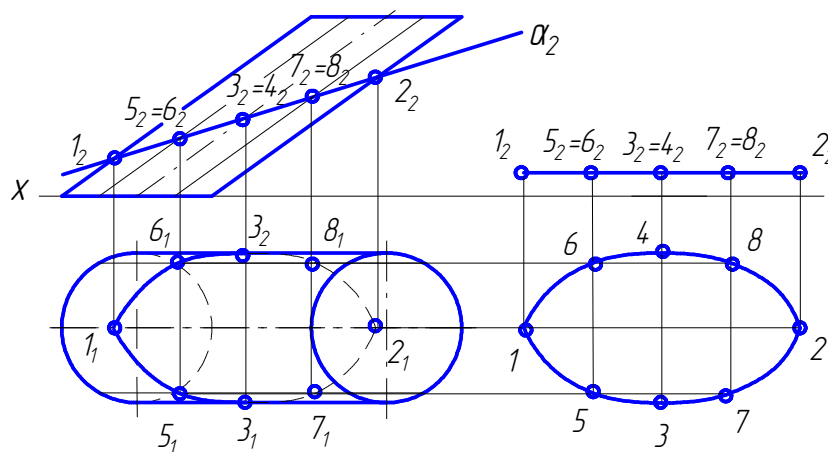
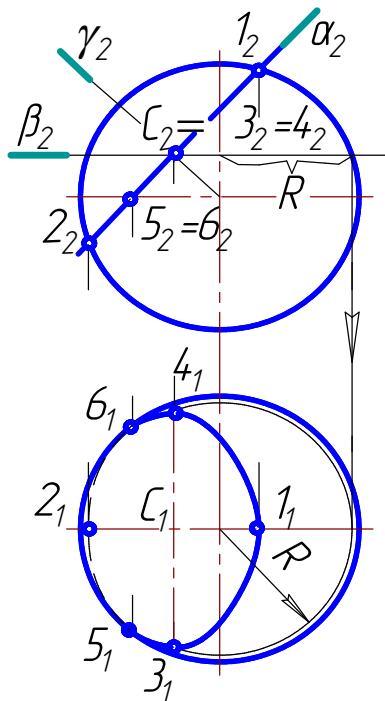


Рис. 62. Сечение цилиндра плоскостью

Точки линии сечения находят как точки пересечения образующих цилиндра со следом плоскости  $\alpha_2$  (фронтальная проекция). Для этого основание цилиндра разделено точками на 6 равных частей, через эти точки проведены образующие. Горизонтальные проекции этих точек строятся по линиям связи. Натуральная величина сечения построена способом плоскопараллельного перемещения.

### 3.7.6. Сечение сферы плоскостью

При сечении сферы плоскостью в сечении всегда образуется окружность, которая может проецироваться в отрезок прямой линии, эллипс или окружность. На рис. 63 построено сечение сферы фронтально-проецирующей плоскостью  $\alpha$ . На фронтальной проекции сечение проецируется в отрезок, на горизонтальной проекции оно проецируется в виде эллипса, для построения которого достаточно



построить характерные точки сечения: высшую и низшую точки (1 и 2), крайние левую и правую (3 и 4), точки видимости (5 и 6). На фронтальной проекции отмечают точки  $1_2$  и  $2_2$  пересечения плоскости  $\alpha$  с очерком сферы. По линиям связи эти точки переносят на горизонтальную проекцию ( $1_1$  и  $2_1$ ). Для построения проекций точек 3 и 4 к секущей плоскости  $\alpha$  проводят плоскость симметрии сечения ( $\gamma \perp \alpha$ ), которая пересекает плоскость  $\alpha$  по линии 3-4 ( $3_2=4_2$ ). Для построения горизонтальных проекций этих точек через точки  $3_2$  и  $4_2$  проводят вспомогательную плоскость  $\beta$  ( $\beta_2$ ), которая пересекает сферу по окружности радиусом  $R$ . Точки 5 и 6, определяющие границу видимости линии сечения на горизонтальной проекции, лежат на очерковой окружности. Натуральная величина линии сечения равна окружности радиусом  $1_2C_2$ .

Рис. 63. Сечение сферы плоскостью

### Вопросы для самопроверки

1. Что представляет собой линия сечения поверхности плоскостью?
2. Как построить линию сечения гранных поверхностей плоскостью?
3. Из каких элементов состоит развертка поверхности усеченной части пирамиды, призмы?
4. Какое сечение призмы называется нормальным?
5. Как построить развертку боковой поверхности призмы способами нормального сечения и раскатки?
6. Какие линии образуются при пересечении конуса и цилиндра плоскостями?

7. Как построить сечение сферы плоскостью?