***Свойства неопределенного интеграла***

1. 

2. 

3. ;

4. ; (k–постоянная);

5. .

Заметим, что последнее свойство справедливо для любого числа слагаемых в подынтегральной функции.

***Таблица основных неопределенных интегралов***

I. где ;

II. ;

III. ;

IV. ;

V. ;

VI. ;

VII. ;

VIII. ;

IX. ;

X. ;

XI. ;

XII. 

XIII. .

Интегралы этой таблицы принято называть табличными.

***Основные методы интегрирования***

***Непосредственное интегрирование***

Вычисление интегралов с использованием основных свойств неопределенных интегралов и таблицы основных неопределённых интегралов называется *непосредственным интегрированием*.

**Образцы решения задач**

**Пример 1*.***Найти **.

**Решение.** Преобразуем данный интеграл к табличному виду, воспользовавшись действиями со степенями: .

**Пример 2.** Найти *.*

**Решение.** Преобразуем данный интеграл к табличному виду,

 воспользовавшись свойствами 4 и 5

**



**Пример 3.** Найти

**Решение.** Разложим подынтегральную функцию на слагаемые, деля числитель на знаменатель. Затем интегрируем каждое слагаемое отдельно:



**Примеры для самостоятельного решения**

|  |  |
| --- | --- |
| 1.  | 2. |
| 3.  | 4.  |

***Замена переменной в неопределенном интеграле***

Замена переменной интегрирования является одним из самых эффективных приёмов сведения неопределённого интеграла к табличному. Такой приём называется также методом подстановки.

**Теорема 1.** Пусть функция  определена и дифференцируема на некотором промежутке , а - некоторое множество значений этой функции, на котором определена функция . Тогда если функция  имеет первообразную на множестве , то на множестве  справедлива формула

. (1.1)

Выражение (1.1) называется формулой замены переменной в неопределённом интеграле.

**Пример 4.** Найти **.

**Решение.** Умножаем и делим интеграл на 3 и вносим множитель 3 под знак интеграла, затем под знак дифференциала:

.

**Пример 5.** Найти .

**Решение.** Применим метод замены переменной. Обозначим , тогда  или . Получим

.

**Пример 6.** Найти 

**Решение.** Целесообразно ввести новую переменную . Тогда  или . Отсюда по формуле (1.1) получаем .

**Пример 7.** Найти .

**Решение.** Введём новую переменную . Тогда  или . В результате подстановки исходный интеграл преобразуется к табличному виду



**Пример 8.** Найти

**Решение.** С целью упрощения подынтегрального выражения положим . Отсюда , , , , , . Заменим под знаком интеграла ,  и , затем выполним преобразования и получаем



**Пример 9.** Найти 

**Решение.** Заметим, что  Целесообразно ввести переменную . Тогда , , . Заменив всюду под интегралом  на , на , получим



**Пример 10.** Найти 

**Решение.** Введём переменную . Тогда  . Заменив всюду под интегралом  на ,  на , получим



**Примеры для самостоятельного решения**

|  |  |
| --- | --- |
| 5. | 6. |
| 7. | 8.  |
| 9. | 10. |
| 11. | 12.  |

*Ответы*

1.. 2.. 3.. 4..

5. . 6. . 7. .

8. . 9. . 10. . 11..

12..