

1. Пример выполнения расчетно-графической работы «Определение реакций опор составной конструкции (система двух тел)»

На рис. 1 представлена конструкция из двух тел, которые соединены между собой в точке C шарниром.

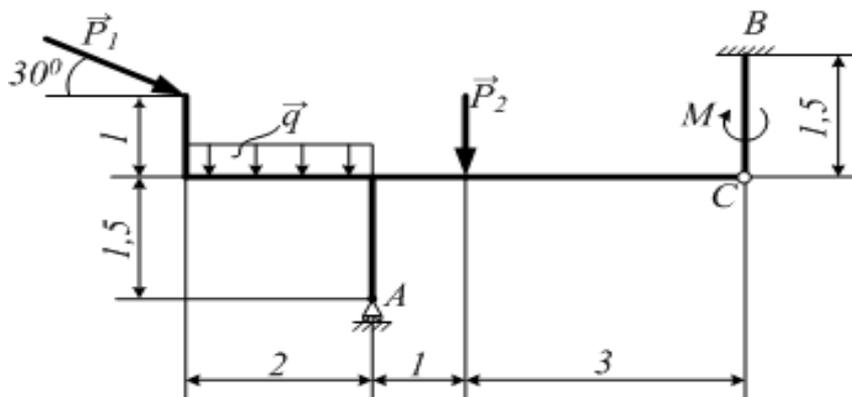


Рис. 1

Дано. $P_1=10$ кН; $P_2=12$ кН; $M=17$ кН·м; $q=1,6$ кН/м.

Определить реакции опор в точках A , B , C .

Равномерно распределенную нагрузку заменим сосредоточенной силой $Q=q \cdot 2=1,6 \cdot 2=3,2$ кН.

Рассмотрим систему уравнивающих сил, приложенных ко всей конструкции (рис. 2), включая реакции опор.

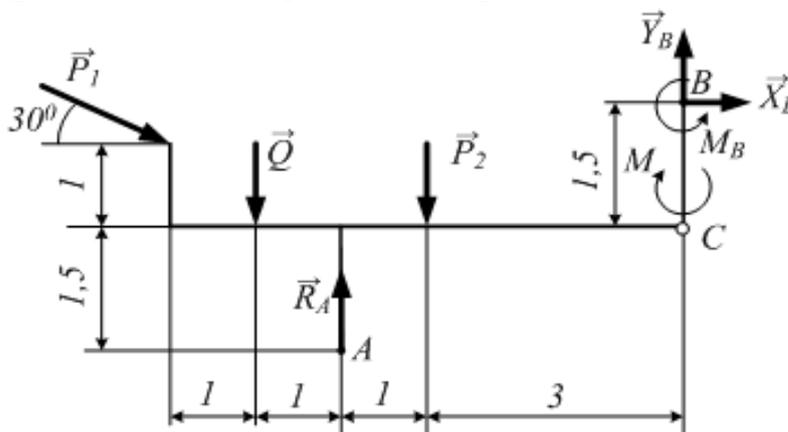


Рис. 2

Реакции в шарнире C – силы внутренние, поэтому они не показаны.

Составим три уравнения равновесия:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad P_1 \cos 30^\circ + X_B = 0; \quad (a)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad -P_1 \sin 30^\circ - Q + R_A - P_2 + Y_B = 0; \quad (b)$$

$$\sum_{i=1}^n M_{iB} = 0;$$

$$-M + P_1 \cos 30^\circ \cdot 0,5 + P_1 \sin 30^\circ \cdot 6 + Q \cdot 5 - R_A \cdot 4 + P_2 \cdot 3 + M_B = 0. \quad (в)$$

В систему трех уравнений (а, б, в) входят четыре неизвестных: X_B , Y_B , M_B , R_A , поэтому конструкцию расчленим на две части по нежесткой связи – шарниру С и рассмотрим равновесие каждой части (рис. 3, рис. 4).

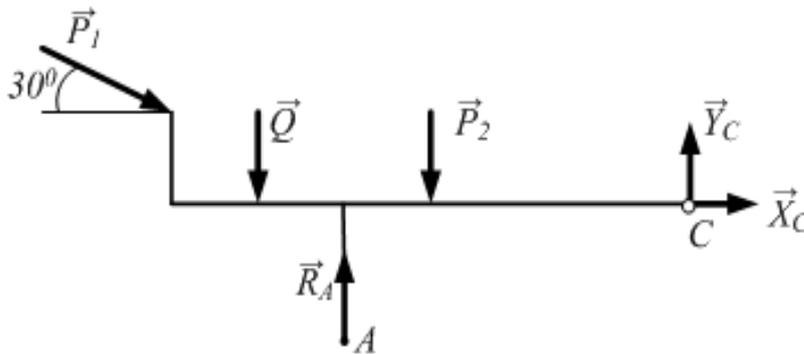


Рис. 3

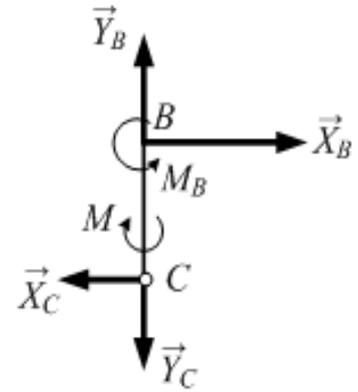


Рис. 4

На рис. 3 показаны все внешние силы, приложенные к левой части конструкции, на рис. 4 – к правой. Реакции в точке С из категории внутренних сил переходят в категорию внешних.

На рис. 3 направляем их вдоль координатных осей, на рис. 4, согласно закону о равенстве действия и противодействия – в противоположные стороны.

Составляем уравнения равновесия, согласно рис. 3:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad P_1 \cos 30^\circ + X_C = 0; \quad (з)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad -P_1 \sin 30^\circ - Q + R_A - P_2 + Y_C = 0; \quad (д)$$

$$\sum_{i=1}^n M_{iC} = 0; \quad -P_1 \cos 30^\circ \cdot 1 + P_1 \sin 30^\circ \cdot 6 + Q \cdot 5 - R_A \cdot 4 + P_2 \cdot 3 = 0. \quad (е)$$

Согласно рис. 4,

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad X_B - X_C = 0; \quad (ж)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad Y_B - Y_C = 0; \quad (з)$$

$$\sum_{i=1}^n M_{iB} = 0; \quad M_B - X_C \cdot 1,5 - M = 0. \quad (и)$$

Для нахождения шести неизвестных (X_B , Y_B , M_B , R_A , X_C , Y_C) достаточно было бы записать шесть любых уравнений равновесия, в которые вошли бы все эти неизвестные. В данном случае девять уравнений записаны для того, чтобы три из них использовать для проверки расчетов. Планы решений уравнений могут быть различными (желательно сначала решить уравнение с одним неизвестным).

Схематично покажем следующий план решения:

$$a) \rightarrow z) \rightarrow e) \rightarrow б) \rightarrow u) \rightarrow з)$$

$$X_B \quad X_C \quad R_A \quad Y_B \quad M_B \quad Y_C$$

$$\text{Из } (a) \quad X_B = -P_1 \cos 30^\circ = -10 \cdot 0,866 = -8,66 \text{ кН.}$$

$$\text{Из } (z) \quad X_C = -P_1 \cos 30^\circ = -10 \cdot 0,866 = -8,66 \text{ кН.}$$

$$\begin{aligned} \text{Из } (e) \quad R_A &= \frac{-P_1 \cos 30^\circ + P_1 \sin 30^\circ \cdot 6 + Q \cdot 5 + P_2 \cdot 3}{4} = \\ &= \frac{-10 \cdot 0,866 + 10 \cdot 0,5 \cdot 6 + 3,2 \cdot 5 + 12 \cdot 3}{4} = 18,335 \text{ кН.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Из } (б) \quad Y_B &= P_1 \sin 30^\circ + Q - R_A + P_2 = \\ &= 10 \cdot 0,5 + 3,2 - 18,335 + 12 = 1,865 \text{ кН.} \end{aligned}$$

$$\text{Из } (u) \quad M_B = X_C \cdot 1,5 + M = -8,66 \cdot 1,5 + 17 = 4,01 \text{ кН.}$$

$$\text{Из } (з) \quad Y_C = Y_B = 1,865 \text{ кН.}$$

Для проверки расчетов подставим в неиспользованные уравнения (в), (д), (ж) найденные значения параметров.

Проверка. Уравнение (в)

$$\begin{aligned} -M + P_1 \cos 30^\circ \cdot 0,5 + P_1 \sin 30^\circ \cdot 6 + Q \cdot 5 - R_A \cdot 4 + P_2 \cdot 3 + M_B &= \\ = -17 + 10 \cdot 0,866 \cdot 0,5 + 10 \cdot 0,5 \cdot 6 + 3,2 \cdot 5 - 18,335 \cdot 4 + 12 \cdot 3 + 4,01 &= 0. \end{aligned}$$

Уравнение (д)

$$-P_1 \sin 30^\circ - Q + R_A - P_2 + Y_C = -10 \cdot 0,5 - 3,2 + 18,335 - 12 + 1,865 = 0.$$

$$\text{Уравнение (ж)} \quad X_B - X_C = -8,66 - (-8,66) = 0.$$

Проверка подтвердила правильность решения.

Варианты расчетно-графической работы
«Определение реакций опор составной конструкции
(система двух тел)»

Конструкция состоит из двух тел. Определить реакции внешних связей, наложенных на составную конструкцию.

Варианты расчётных схем конструкций и приложенные к ним нагрузки приведены в табл.. Конструкции загружены активными нагрузками P_1 , P_2 , M , q , где P_1 , P_2 – сосредоточенные силы; M – алгебраический момент пары сил; q – интенсивность распределённой нагрузки.

Таблица 2.1

Номер варианта	Расчётная схема	Исходные данные	Определяемые величины
1	2	3	4
1		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$
2		$P_1 = 6 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $M = 12 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 1 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$

1	2	3	4
3		$P_1 = 8 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $M = 3 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$
4		$P_1 = 5 \text{ кН};$ $P_2 = 12 \text{ кН};$ $M = 4 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$
5		$P_1 = 6 \text{ кН};$ $P_2 = 8 \text{ кН};$ $M = 3 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$ $R_B = ?$
6		$P_1 = 4 \text{ кН};$ $P_2 = 6 \text{ кН};$ $M = 10 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$

1	2	3	4
7		$P_1 = 7 \text{ кН};$ $P_2 = 8 \text{ кН};$ $M = 15 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$R_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$ $M_B = ?$
8		$P_1 = 8 \text{ кН};$ $P_2 = 8 \text{ кН};$ $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$
9		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$
10		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 3 \text{ кН};$ $M = 9 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$

1	2	3	4
11		$P_1 = 12 \text{ кН};$ $P_2 = 5 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 1 \text{ кН/м}$	$R_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$ $M_B = ?$
12		$P_1 = 11 \text{ кН};$ $P_2 = 3 \text{ кН};$ $M = 8 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 4 \text{ кН/м}$	$R_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$ $M_B = ?$
13		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 12 \text{ кН};$ $M = 8 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$
14		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 2 \text{ кН};$ $M = 12 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$

1	2	3	4
15		$P_1 = 15 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $M = 5 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$ $R_B = ?$
16		$P_1 = 16 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $M = 4 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 1 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$ $R_B = ?$
17		$P_1 = 17 \text{ кН};$ $P_2 = 3 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 6 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$
18		$P_1 = 18 \text{ кН};$ $P_2 = 9 \text{ кН};$ $M = 4 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 8 \text{ кН/м}$	$X_A = ?$ $Y_A = ?$ $X_B = ?$ $Y_B = ?$

1	2	3	4
19		$P_1 = 19 \text{ кН};$ $P_2 = 7 \text{ кН};$ $M = 12 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$
20		$P_1 = 20 \text{ кН};$ $P_2 = 12 \text{ кН};$ $M = 8 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 4 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$ $R_B = ?$
21		$P_1 = 21 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $M = 12 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 6 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$
22		$P_1 = 22 \text{ кН};$ $P_2 = 12 \text{ кН};$ $M = 10 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 5 \text{ кН/м}$	$X_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$ $R_B = ?$

1	2	3	4
23		$P_1 = 23 \text{ кН};$ $P_2 = 9 \text{ кН};$ $M = 5 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 8 \text{ кН/м}$	$R_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$ $M_B = ?$
24		$P_1 = 24 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $M = 12 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$ $R_B = ?$
25		$P_1 = 25 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $M = 8 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$ $R_B = ?$
26		$P_1 = 26 \text{ кН};$ $P_2 = 16 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 6 \text{ кН/м}$	$R_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$ $M_B = ?$

1	2	3	4
27		$P_1 = 27 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $M = 4 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 3 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$
28		$P_1 = 28 \text{ кН};$ $P_2 = 18 \text{ кН};$ $M = 8 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$ $R_B = ?$
29		$P_1 = 28 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 2 \text{ кН/м}$	$Z_A = ?$ $Y_A = ?$ $M_A = ?$ $R_B = ?$
30		$P_1 = 30 \text{ кН};$ $P_2 = 20 \text{ кН};$ $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м};$ $q = 1 \text{ кН/м}$	$R_A = ?$ $Z_B = ?$ $Y_B = ?$ $M_B = ?$