

### Пример выполнения расчетно-графической работы 3 «Расчет фермы»

Требуется определить силы в стержнях 4, 5, 8. По методу Риттера каждая сила должна быть определена из отдельного уравнения и не должна выражаться через силы в других стержнях. Сначала определим силы  $\vec{S}_4$  и  $\vec{S}_5$ , мысленно разрезав ферму сечением 1–1 (рис.1).

Рассматриваем равновесие сил, приложенных к верхней части фермы. Действие отброшенной нижней части на верхнюю представлено силами  $\vec{S}_4$ ,  $\vec{S}_5$  и  $\vec{S}_6$ . По-прежнему предполагаем, что все стержни растянуты. Знак минус в ответе укажет на то, что стержень сжат.

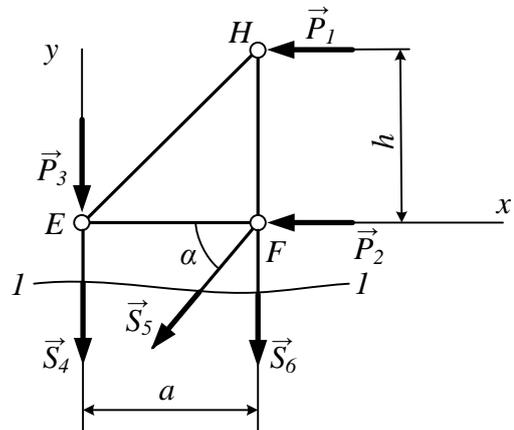


Рис. 1

Для определения силы  $\vec{S}_4$  составим уравнение моментов сил относительно точки  $F$ , где пересекаются линии действия сил  $\vec{S}_5$  и  $\vec{S}_6$  (точка Риттера для стержня 4):

$$\sum_{i=1}^n M_{iF} = 0; \quad S_4 \cdot a + P_3 \cdot a + P_1 \cdot h = 0,$$

отсюда получим  $S_4 = -7,5$  кН.

Для определения силы  $\vec{S}_5$  проецируем силы на ось  $x$ , чтобы исключить из уравнения усилия  $\vec{S}_4$  и  $\vec{S}_6$ :

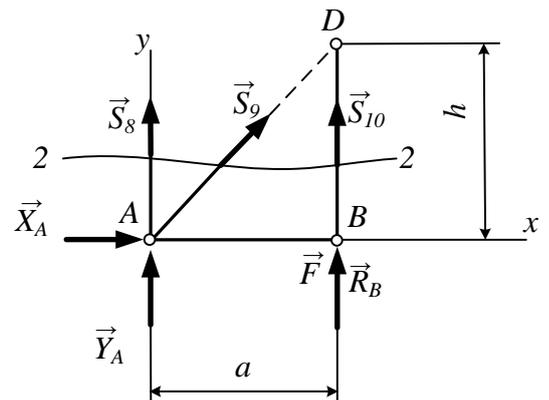
$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad -P_1 - P_2 - S_5 \cdot \cos \alpha = 0,$$

отсюда получим  $S_5 = -7,5$  кН.

Для определения силы  $\vec{S}_8$  проводим сечение 2–2 рассекая стержни 8, 9, 10 (рис. 2). Рассмотрим равновесие сил, приложенных к нижней части фермы (рис. 2).

Точкой Риттера для стержня 8 является узел  $D$ , где пересекаются линии действия сил  $\vec{S}_9$  и  $\vec{S}_{10}$ , исключаемых из уравнения,  $\sum_{i=1}^n M_{iD} = 0$ ;

$$-S_8 \cdot a - Y_A \cdot a + X_A \cdot h = 0, \quad \text{отсюда получим } S_8 = -12,0 \text{ кН.}$$



## Леммы о нулевых стержнях

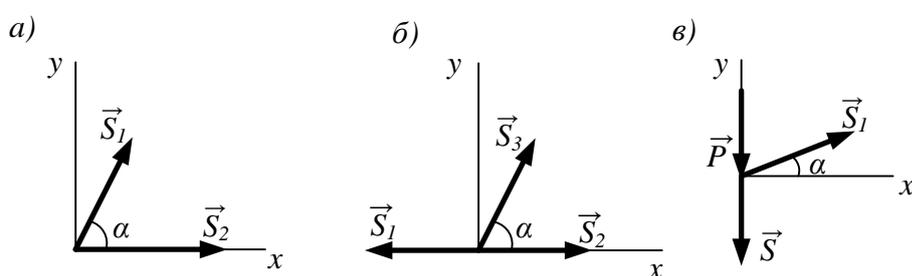
Усилия в отдельных стержнях фермы могут оказаться равными нулю. Такие стержни принято называть *нулевыми*. Рассмотрим леммы, пользуясь которыми, можно определять нулевые стержни плоской фермы, не производя её расчёта (рис. 3).

*Лемма 1.*

Если в незагруженном узле плоской фермы сходятся два стержня, то усилия в них равны нулю (рис. 3,а):

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad S_2 + S_1 \cos \alpha = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad S_1 \sin \alpha = 0; \quad S_1 = 0; \quad S_2 = 0.$$



*Лемма 2.*

Если в незагруженном узле плоской фермы сходятся три стержня, из которых два расположены на одной прямой, то усилие в третьем стержне равно нулю. Усилия в первых двух стержнях равны между собой (рис. 3,б):

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad -S_1 + S_2 + S_3 \cos \alpha = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad S_3 \sin \alpha = 0; \quad S_3 = 0 \quad \text{и} \quad S_1 = S_2.$$

*Лемма 3.*

Если в загруженном узле плоской фермы сходятся два стержня и к узлу приложена внешняя сила, линия действия которой совпадает с осью одного из стержней, то усилие в этом стержне равно по модулю приложенной силе, а усилие в другом стержне равно нулю (рис. 3,в):

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} = 0; \quad S_1 \cos \alpha = 0; \quad S_1 = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iy} = 0; \quad -P - S + S_1 \sin \alpha = 0; \quad S = -P.$$





1	2	3	4	5
9		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 8 \text{ кН};$ $\alpha = 60^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_B; Y_B; R_A;$ $S_1 - S_9$	$S_4;$ $S_5;$ $S_6$
10		$P_1 = 3 \text{ кН};$ $P_2 = 4 \text{ кН};$ $\alpha = 45^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_A; Y_A; R_B;$ $S_1 - S_7$	$S_1;$ $S_5;$ $S_6$
11		$P_1 = 2 \text{ кН};$ $P_2 = 6 \text{ кН};$ $\alpha = 45^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_A; Y_A; R_B;$ $S_1 - S_7$	$S_2;$ $S_3;$ $S_7$
12		$P_1 = 5 \text{ кН};$ $P_2 = 7 \text{ кН};$ $\alpha = 45^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_B; Y_B; R_A;$ $S_1 - S_7$	$S_4;$ $S_5;$ $S_6$

1	2	3	4	5
13		<p> <math>P_1 = 4 \text{ кН};</math>  <math>P_2 = 6 \text{ кН};</math>  <math>\alpha = 45^\circ;</math>  <math>b = 2 \text{ м}</math> </p>	<p> <math>X_A; Y_A; R_B;</math>  <math>S_1 - S_7</math> </p>	<p> <math>S_4;</math>  <math>S_5;</math>  <math>S_6</math> </p>
14		<p> <math>P_1 = 3 \text{ кН};</math>  <math>P_2 = 5 \text{ кН};</math>  <math>\alpha = 30^\circ;</math>  <math>b = 2 \text{ м}</math> </p>	<p> <math>X_A; Y_A; R_B;</math>  <math>S_1 - S_7</math> </p>	<p> <math>S_4;</math>  <math>S_5;</math>  <math>S_6</math> </p>
15		<p> <math>P_1 = 2 \text{ кН};</math>  <math>P_2 = 2 \text{ кН};</math>  <math>\alpha = 60^\circ;</math>  <math>b = 2 \text{ м}</math> </p>	<p> <math>X_A; Y_A; R_B;</math>  <math>S_1 - S_7</math> </p>	<p> <math>S_4;</math>  <math>S_5;</math>  <math>S_6</math> </p>
16		<p> <math>P_1 = 5 \text{ кН};</math>  <math>P_2 = 6 \text{ кН};</math>  <math>\alpha = 60^\circ;</math>  <math>b = 2 \text{ м}</math> </p>	<p> <math>X_A; Y_A; R_B;</math>  <math>S_1 - S_5</math> </p>	<p> <math>S_2;</math>  <math>S_3;</math>  <math>S_4</math> </p>



1	2	3	4	5
21		$P_1 = 3 \text{ кН};$ $P_2 = 2 \text{ кН};$ $\alpha = 45^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_B; Y_B; R_A;$ $S_1 - S_7$	$S_4;$ $S_5;$ $S_6$
22		$P_1 = 2 \text{ кН};$ $P_2 = 4 \text{ кН};$ $\alpha = 45^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_A; Y_A; R_B;$ $S_1 - S_9$	$S_2;$ $S_7;$ $S_8$
23		$P_1 = 5 \text{ кН};$ $P_2 = 8 \text{ кН};$ $\alpha = 30^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_A; Y_A; R_B;$ $S_1 - S_7$	$S_2;$ $S_3;$ $S_4$
24		$P_1 = 6 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $\alpha = 45^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_A; Y_A; R_B;$ $S_1 - S_7$	$S_4;$ $S_5;$ $S_6$

1	2	3	4	5
25		$P_1 = 7 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $\alpha = 45^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_B; Y_B; R_A;$ $S_1 - S_7$	$S_4;$ $S_5;$ $S_6$
26		$P_1 = 8 \text{ кН};$ $P_2 = 12 \text{ кН};$ $\alpha = 30^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_A; Y_A; R_B;$ $S_1 - S_7$	$S_4;$ $S_5;$ $S_6$
27		$P_1 = 9 \text{ кН};$ $P_2 = 14 \text{ кН};$ $\alpha = 45^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_A; Y_A; R_B;$ $S_1 - S_7$	$S_4;$ $S_6;$ $S_7$
28		$P_1 = 10 \text{ кН};$ $P_2 = 5 \text{ кН};$ $\alpha = 30^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_A; Y_A; R_B;$ $S_1 - S_7$	$S_2;$ $S_3;$ $S_4$

1	2	3	4	5
29		$P_1 = 12 \text{ кН};$ $P_2 = 8 \text{ кН};$ $\alpha = 45^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_B; Y_B; R_A;$ $S_1 - S_7$	$S_4;$ $S_5;$ $S_6$
30		$P_1 = 5 \text{ кН};$ $P_2 = 10 \text{ кН};$ $\alpha = 45^\circ;$ $b = 2 \text{ м}$	$X_A; Y_A; R_B;$ $S_1 - S_7$	$S_4;$ $S_5;$ $S_6$