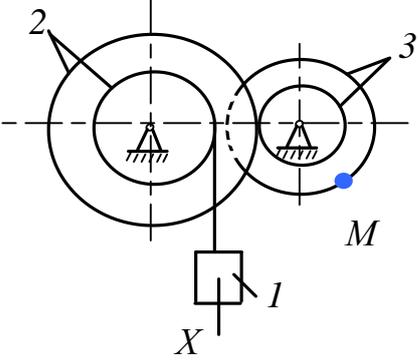


Расчетно-графическая работа 6
«Преобразование поступательных и вращательных движений»
ПРИМЕР 1

Расчётная схема механизма	Исходные данные для расчета	Определить
 <p align="center">Рисунок 1</p>	$X=15t^2+12t+2$, см; $R_2 = 60$ см; $r_2 = 45$ см; $R_3 = 36$ см; $r_3 = 20$ см $t_1 = 2$ с	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$

При оформлении все показать на **ОДНОМ рисунке**.

Дана механическая система, состоящая из трех тел: тело 1 и два ступенчатых барабана 2 и 3.

Груз 1 перемещается вниз по уравнению движения $X=15t^2+12t+2$, где X – величина перемещения груза в сантиметрах; t_1 – время в секундах.

Груз 1 перемещается вниз, совершает поступательно движение и приводит во вращательное движение ступенчатые барабаны 2 и 3.

Дано: уравнение движения тела 1, радиусы барабанов, время t_1 . На барабане 3 задана точка M .

Определить для точки M при времени t_1 : скорость V_M , ускорение центростремительное a_M^H , ускорение вращательное a_M^B , полное ускорение a_M .

Решение: Если известно уравнение движения груза 1, определим его скорость, как производную от уравнения движения по времени (в механике одна точка – первая производная, две точки – вторая производная)

$$V_1 = \dot{X} = 30t + 12 = 30 \cdot 2 + 12 = 72 \text{ см/с.} \quad (1)$$

Ускорение тела определяется как производная от скорости по времени

$$a_1 = \ddot{X} = \dot{V} = 30 = 30 \text{ см/с}^2. \quad (2)$$

Если тело совершает поступательное движение, то скорости, ускорения и перемещения всех точек тела одинаковые.

После вычисления видим, что величина скорости V_1 и величина ускорения a_1 являются положительными по знаку, т.е. движение тела является ускоренным. Скорость и ускорение на теле 1 показываются в одну сторону. Так как движение тела 1 ускоренное, то и вращение барабанов 2 и 3 является ускоренным.

Груз 1 на канате подвешен на ступенчатом барабане 2 на малом радиусе r_2 . Груз 1 вместе с канатом совершают поступательное движение, поэтому в грузовом канате и в точке A скорость равна скорости груза 1, т.е. $V_A = V_1 = 72$ см/с.

Ускорение в точке A равно ускорению груза 1 $a_A = a_1 = 120$ см/с². Поэтому переносим скорость V_1 и ускорение a_1 в точку A (рис. 2).

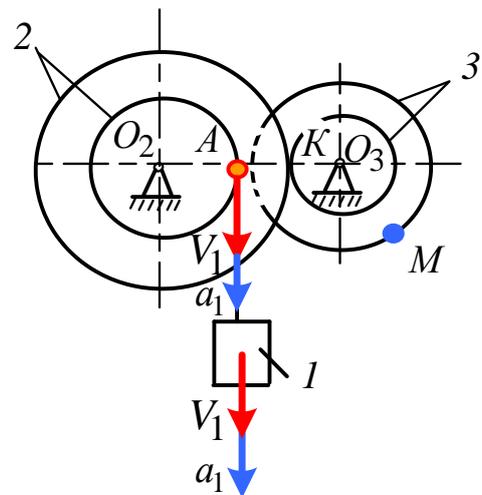


Рисунок 2

Найдём угловую скорость ω_2 вращения барабана 2, как отношение линейной скорости точки A к расстоянию от точки до оси вращения $AO_2 = r_2$.

Точка A вращается на малом радиусе (рис. 2):

$$\omega_2 = \frac{V_A}{r_2} = \frac{72}{45} = 1,6 \text{ рад/с.} \quad (3)$$

Найдём угловое ускорение ε_2 барабана 2, как отношение ускорения точки A к расстоянию от точки до оси вращения. Точка A вращается на малом радиусе (рис. 2):

$$\varepsilon_2 = \frac{a_A}{r_2} = \frac{30}{45} = 0,66 \text{ рад/с}^2. \quad (4)$$

Точка A со скоростью V_1 вращается на барабане по направлению вращения часовой стрелки, показываем ω_2 .

Барабаны 2 и 3 имеют общую точку контакта K (рис. 3). Такой вид зацепления называется внешним зацеплением. **При внешнем зацеплении барабаны вращаются в разные стороны.** Показываем угловую скорость ω_3 барабана 3 против вращения часовой стрелки. Т.е. угловые скорости ω_2 и ω_3 в разные стороны.

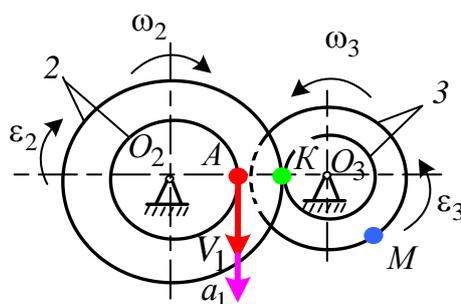


Рисунок 3

Вращение движение ускоренное, поэтому угловое ускорение ε_2 сонаправлено со скоростью ω_2 и угловое ускорение ε_3 сонаправлено со скоростью ω_3 .

У двух барабанов в точке контакта K имеется общая скорость V_K и общее ускорение вращательное a_K^B . Их показываем в точке K (рисунок 4).

Скорость V_K на барабане 2 равна скорости V_K на барабане 3.

Точка K на барабане 2 вращается на радиусе R_2 . Скорость V_K равна произведению угловой скорости ω_2 на расстояние от K до оси вращения $KO_2 = R_2$:

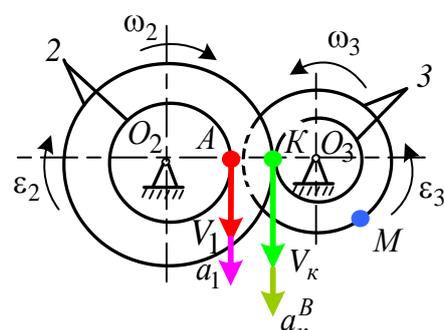


Рисунок 4

$$V_K = \omega_2 R_2. \quad (5)$$

Точка K на барабане 3 вращается на радиусе r_3 с угловой скоростью ω_3 .

Скорость V_K равна произведению угловой скорости ω_3 на расстояние от K до оси вращения $KO_3 = r_3$:

$$V_K = \omega_3 r_3. \quad (6)$$

Приравниваем уравнение (5) и (6)

$$\omega_2 R_2 = \omega_3 r_3. \quad (7)$$

Из уравнения (7) определим угловую скорость вращения барабана 3

$$\omega_3 = \frac{\omega_2 R_2}{r_3} = \frac{1,6 \cdot 60}{20} = 4,8 \text{ рад/с.} \quad (8)$$

В точке контакта K имеется общее ускорение вращательное a_K^B . Ускорение a_K^B на барабане 2 равно ускорению a_K^B на барабане 3.

Точка K на барабане 2 вращается на радиусе R_2 . Ускорение a_K^B равно произведению углового ускорения ε_2 на расстояние от K до оси вращения $KO_2 = R_2$:

$$a_K^B = \varepsilon_2 R_2. \quad (9)$$

Точка K на барабане 3 вращается на радиусе r_3 с угловым ускорением ε_3 .

Ускорение a_K^B равно произведению углового ускорения ε_3 на расстояние от K до оси вращения $KO_3 = r_3$:

$$a_K^B = \varepsilon_3 r_3. \quad (10)$$

Приравниваем уравнение (9) и (10)

$$\varepsilon_2 R_2 = \varepsilon_3 r_3. \quad (11)$$

Из уравнения (11) определим угловое ускорение вращения барабана 3

$$\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_2 R_2}{r_3} = \frac{0,66 \cdot 60}{20} = 1,98 \text{ рад/с}^2. \quad (12)$$

Точка M вращается на барабане 3 с угловой скоростью ω_3 и угловым ускорением ε_3 на расстоянии до оси вращения $MO_3 = R_3$.

Скорость V_M точки M равна

$$V_M = \omega_3 R_3 = 4,8 \cdot 36 = 172,8 \text{ см/с}. \quad (13)$$

Центростремительное ускорение a_M^H точки M равно

$$a_M^H = \omega_3^2 R_3 = 4,8^2 \cdot 36 = 829,44 \text{ см/с}^2. \quad (14)$$

Вращательное ускорение a_M^B точки M равно

$$a_M^B = \varepsilon_3 R_3 = 1,98 \cdot 36 = 71,28 \text{ см/с}^2. \quad (15)$$

Полное ускорение a_M точки M равно

$$a_M = \sqrt{(a_M^H)^2 + (a_M^B)^2} = \sqrt{829,44^2 + 71,28^2} = 832,45 \text{ см/с}^2. \quad (16)$$

Скорость – это векторная величина, направленная по касательной к траектории движения. Соединяем точку M с осью O_3 и строим перпендикуляр в сторону вращения барабана 3 (т.е. по ω_3) это и будет вектор V_M (рисунок 5).

Между ускорениями a_M^H и a_M^B 90 градусов. Ускорение вращательное a_M^B направлено по касательной к траектории движения, т.е. вместе с V_M .

Ускорение центростремительное a_M^H направлено к оси вращения к точке O_3

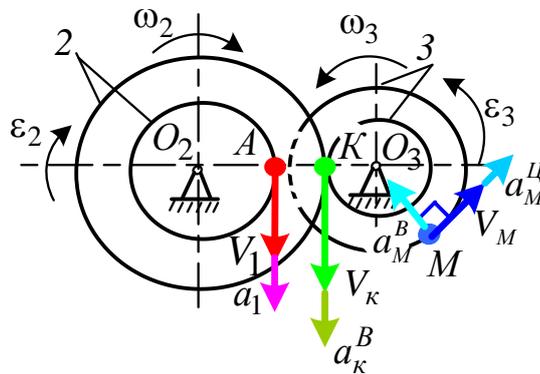
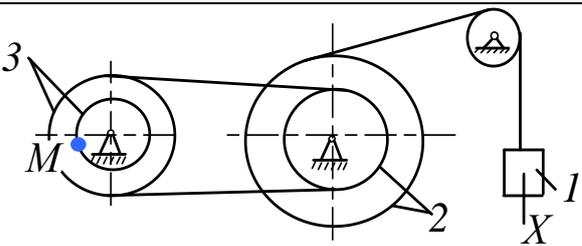


Рисунок 5

ПРИМЕР 2

Расчётная схема механизма	Исходные данные для расчёта	Определить
 <p style="text-align: center;">Рисунок 1</p>	$X = 15t^2 + 12t + 2$, см; $R_2 = 60$ см; $r_2 = 45$ см; $R_3 = 36$ см; $r_3 = 20$ см $t_1 = 2$ с	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$

При оформлении все показывать на **ОДНОМ** рисунке.

Дана механическая система, состоящая из трех тел: тело I и два ступенчатых барабана 2 и 3 . Барабаны 2 и 3 соединены канатом.

Груз I перемещается вниз по уравнению движения $X = 15t^2 + 12t + 2$, где X – величина перемещения груза в сантиметрах; t_1 – время в секундах.

Дано: уравнение движения тела I , радиусы барабанов, время t_1 . На барабане 3 задана точка M .

Определить для точки M при времени t_1 : скорость V_M , ускорение центростремительное a_M^H , ускорение вращательное a_M^B , полное ускорение a_M .

Решение: Если известно уравнение движения груза I , определим его скорость как производную от уравнения движения по времени (в механике одна точка – первая производная, две точки – вторая производная)

$$V_1 = \dot{X} = 30t + 12 = 30 \cdot 2 + 12 = 72 \text{ см/с.} \quad (1)$$

Ускорение тела, как производную от скорости по времени

$$a_1 = \ddot{X} = \dot{V} = 30 = 30 \text{ см/с}^2. \quad (2)$$

Если тело совершает поступательное движение, то скорости, ускорения и перемещения всех точек тела одинаковые. После вычисления видим, что величина скорости V_1 и величина ускорения a_1 являются положительными по знаку, т.е. движение тела является ускоренным. Скорость и ускорение на теле I показываются в одну сторону.

Так как движение тела I ускоренное, то и вращение барабанов 2 и 3 является ускоренным.

Груз I на канате подвешен на ступенчатом барабане 2 на большом радиусе R_2 . Груз I вместе с канатом совершают поступательное движение, поэтому в грузовом канате и в точке A скорость равна скорости груза I , т.е. $V_A = V_1 = 72$ см/с.

Ускорение в точке A равно ускорению груза I $a_A = a_1 = 120$ см/с². Поэтому переносим скорость V_1 и ускорение a_1 в точку A (рис. 2).

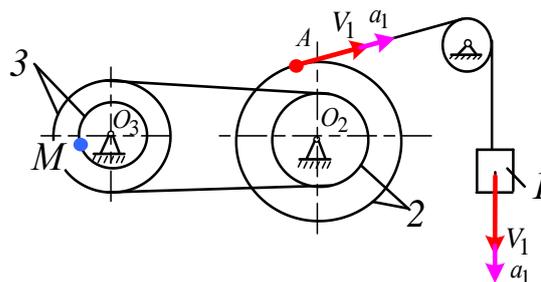


Рисунок 2

Найдём угловую скорость ω_2 вращения барабана 2 , как отношение линейной скорости точки A к расстоянию от точки до оси вращения $AO_2 = R_2$.

Точка A вращается на большом радиусе:

$$\omega_2 = \frac{V_A}{R_2} = \frac{72}{60} = 1,2 \text{ рад/с.} \quad (3)$$

Найдём угловое ускорение ε_2 барабана 2 , как отношение ускорения точки A к расстоянию от точки до оси вращения. Точка A вращается на большом радиусе:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_A}{R_2} = \frac{30}{60} = 0,5 \text{ рад/с}^2. \quad (4)$$

Если барабаны соединены канатом как на рисунке 2, то они вращаются в разные стороны.

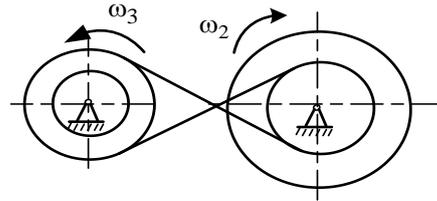


Рисунок 2

В данном примере барабаны вращаются в одну сторону (рис. 3). Точка A со скоростью V_1 вращается на барабане по направлению вращения часовой стрелки, показываем ω_2 . Угловая скорость барабана 3 ω_3 также по вращению часовой стрелки. Т.е. угловые скорости ω_2 и ω_3 в одну сторону.

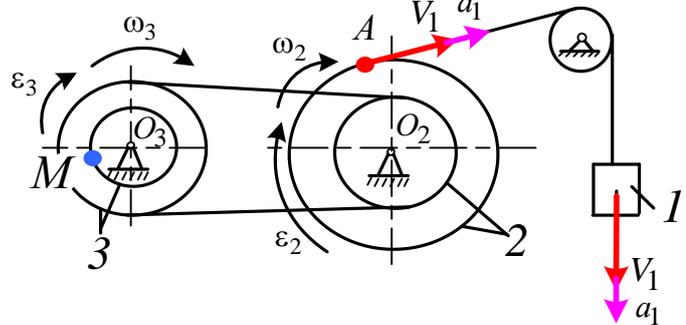


Рисунок 3

Вращательное движение ускоренное, поэтому угловое ускорение ε_2 сонаправлено со скоростью ω_2 и угловое ускорение ε_3 сонаправлено со скоростью ω_3 .

У барабанов 2 и 3 в соединительном канате одинаковая скорость V_K и одинаковое ускорение вращательное a_K^B . Их показываем в точках контакта K_2 и K_3 (рисунок 4).

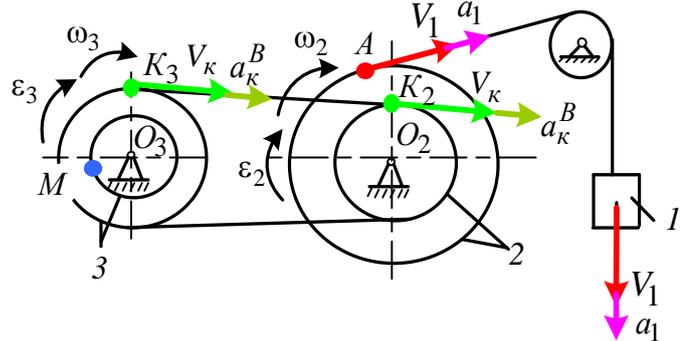


Рисунок 4

Скорость V_K на барабане 2 равна скорости V_K на барабане 3.

Точка K_2 на барабане 2 вращается на радиусе r_2 .

Скорость V_K равна произведению угловой скорости ω_2 на расстояние от K_2 до оси вращения $KO_2 = r_2$:

$$V_K = \omega_2 r_2. \quad (5)$$

Точка K_3 на барабане 3 вращается на радиусе R_3 с угловой скоростью ω_3 .

Скорость V_K равна произведению угловой скорости ω_3 на расстояние от K_3 до оси вращения $K_3O_3 = R_3$:

$$V_K = \omega_3 R_3. \quad (6)$$

Приравниваем уравнение (5) и (6)

$$\omega_2 r_2 = \omega_3 R_3. \quad (7)$$

Из уравнения (7) определим угловую скорость вращения барабана 3

$$\omega_3 = \frac{\omega_2 r_2}{R_3} = \frac{1,2 \cdot 45}{36} = 1,5 \text{ рад/с}. \quad (8)$$

В точке контакта K_2 и K_3 общее ускорение вращательное a_K^B . Ускорение a_K^B на барабане 2 равно ускорению a_K^B на барабане 3.

Точка K_2 на барабане 2 вращается на радиусе r_2 . Ускорение a_K^B равно произведению углового ускорения ε_2 на расстояние от K_2 до оси вращения $K_2O_2 = r_2$:

$$a_K^B = \varepsilon_2 r_2. \quad (9)$$

Точка K_3 на барабане 3 вращается на радиусе R_3 с угловым ускорением ε_3 .

Ускорение a_K^B равно произведению углового ускорения ε_3 на расстояние от K_3 до оси вращения $K_3O_3 = R_3$:

$$a_K^B = \varepsilon_3 R_3. \quad (10)$$

Приравниваем уравнение (9) и (10)

$$\varepsilon_2 r_2 = \varepsilon_3 R_3. \quad (11)$$

Из уравнения (11) определим угловое ускорение вращения барабана 3

$$\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_2 r_2}{R_3} = \frac{0,5 \cdot 45}{36} = 0,625 \text{ рад/с}^2. \quad (12)$$

Точка M вращается на барабане 3 с угловой скоростью ω_3 и угловым ускорением ε_3 на расстоянии до оси вращения $MO_3 = r_3$.

Скорость V_M точки M равна

$$V_M = \omega_3 r_3 = 1,5 \cdot 20 = 30 \text{ см/с}. \quad (13)$$

Центростремительное ускорение a_M^H точки M равно

$$a_M^H = \omega_3^2 r_3 = 1,5^2 \cdot 20 = 45 \text{ см/с}^2. \quad (14)$$

Вращательное ускорение a_M^B точки M равно

$$a_M^B = \varepsilon_3 r_3 = 0,625 \cdot 20 = 12,5 \text{ см/с}^2. \quad (15)$$

Полное ускорение a_M точки M равно

$$a_M = \sqrt{(a_M^H)^2 + (a_M^B)^2} = \sqrt{45^2 + 12,5^2} = 46,7 \text{ см/с}^2. \quad (16)$$

Скорость векторная величина, направленная по касательной к траектории движения. Соединяем точку M с осью O_3 и строим перпендикуляр в сторону вращения барабана 3 (т.е. по ω_3) это будет вектор V_M (рисунок 5). Между ускорениями a_M^H и a_M^B 90 градусов. Ускорение вращательное a_M^B направлено по касательной к траектории движения, т.е. вместе с V_M . Ускорение центростремительное a_M^H направлено к оси вращения к точке O_3 .

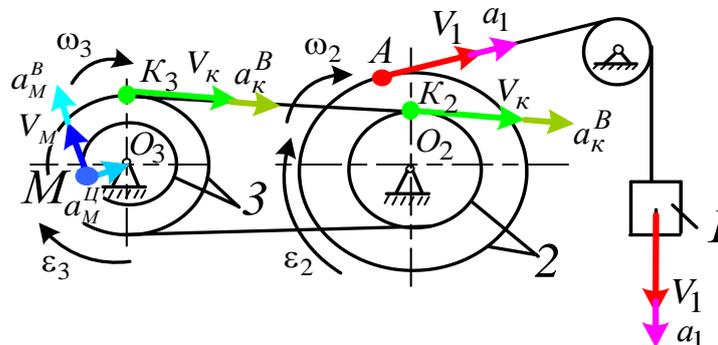
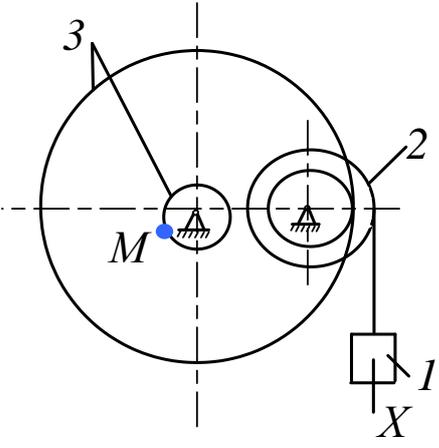


Рисунок 5

ПРИМЕР 3

Расчётная схема механизма	Исходные данные для расчета	Определить
 <p style="text-align: center;">Рисунок 1</p>	$X = 15t^2 + 12t + 2, \text{ см};$ $R_2 = 60 \text{ см};$ $r_2 = 45 \text{ см};$ $R_3 = 120 \text{ см};$ $r_3 = 20 \text{ см}$ $t_1 = 2 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$

При оформлении все показывать на **ОДНОМ рисунке**.

Дана механическая система, состоящая из трех тел: тело *1* и два ступенчатых барабана *2* и *3*. Барабаны *2* и *3* соединены канатом.

Груз *1* перемещается вниз согласно уравнению движения $X = 15t^2 + 12t + 2$, где X – величина перемещения груза в сантиметрах; t_1 – время в секундах.

Груз *1* перемещается вниз, совершает поступательное движение и приводит во вращательное движение ступенчатые барабаны *2* и *3*.

Дано: уравнение движения тела *1*, радиусы барабанов, время t_1 . На барабане *3* задана точка *M*.

Определить для точки *M* при времени t_1 : скорость V_M , ускорение центростремительное a_M^H , ускорение вращательное a_M^B , полное ускорение a_M .

Решение: Зная уравнение движения груза *1*, определим его скорость как производную от уравнения движения по времени (в механике одна точка – первая производная, две точки – вторая производная)

$$V_1 = \dot{X} = 30t + 12 = 30 \cdot 2 + 12 = 72 \text{ см/с.} \quad (1)$$

И ускорение как производную от скорости по времени

$$a_1 = \ddot{X} = \dot{V} = 30 = 30 \text{ см/с}^2. \quad (2)$$

Если тело совершает поступательное движение, то скорости, ускорения и перемещения всех точек тела одинаковые.

После вычисления видим, что величина скорости V_1 и величина ускорения a_1 являются положительными по знаку, это означает, что движение тела является ускоренным. Скорость и ускорение на теле *1* показываются в одну сторону.

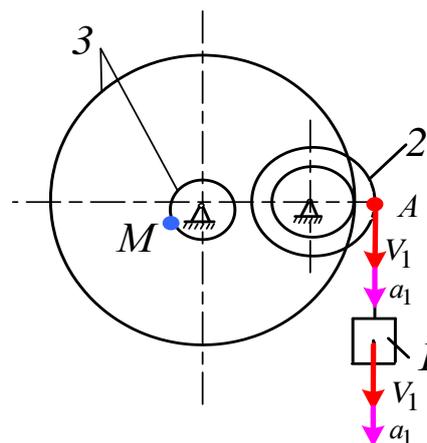


Рисунок 2

Так как движение тела *1* ускоренное, то и вращение барабанов *2* и *3* является ускоренным.

Груз *1* на канате подвешен на ступенчатом барабане *2* на большом радиусе R_2 . Груз *1* вместе с канатом совершают поступательное движение, поэтому в грузовом канате и в точке *A* скорость равна скорости груза *1*, т.е. $V_A = V_1 = 72 \text{ см/с}$.

Ускорение в точке A равно ускорению груза I $a_A = a_1 = 120 \text{ см/с}^2$. Поэтому переносим скорость V_1 и ускорение a_1 в точку A (рис. 2).

Найдём угловую скорость ω_2 вращения барабана 2, как отношение линейной скорости точки A к расстоянию от точки до оси вращения $AO_2 = R_2$.

Точка A вращается на большом радиусе:

$$\omega_2 = \frac{V_A}{R_2} = \frac{72}{60} = 1,2 \text{ рад/с.} \quad (3)$$

Найдём угловое ускорение ε_2 барабана 2, как отношение ускорения точки A к расстоянию от точки до оси вращения. Точка A вращается на большом радиусе:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_A}{R_2} = \frac{30}{60} = 0,5 \text{ рад/с}^2. \quad (4)$$

Точка A со скоростью V_1 вращается на барабане по направлению вращения часовой стрелки, показываем ω_2 .

Барабаны 2 и 3 имеют общую точку контакта K (рис. 3). Такой вид зацепления называется внутренним зацеплением. **При внутреннем зацеплении барабаны вращаются в одну сторону.** Точка A со скоростью V_1 вращается на барабане по направлению вращения часовой стрелки, показываем ω_2 .

Показываем угловую скорость барабана 3 ω_3 также по вращению часовой стрелки.

Вращение движение ускоренное, поэтому угловое ускорение ε_2 сонаправлено со скоростью ω_2 и угловое ускорение ε_3 сонаправлено со скоростью ω_3 .

У барабанов 2 и 3 в точке контакта K одинаковая скорость V_K и одинаковое ускорение вращательное a_K^B (рисунок 4).

Скорость V_K на барабане 2 равна скорости V_K на барабане 3. Точка K на барабане 2 вращается на радиусе r_2 . Скорость V_K равна произведению угловой скорости ω_2 на расстояние от K до оси вращения $KO_2 = r_2$

$$V_K = \omega_2 r_2. \quad (5)$$

Точка K на барабане 3 вращается на радиусе R_3 с угловой скоростью ω_3 .

Скорость V_K равна произведению угловой скорости ω_3 на расстояние от K до оси вращения $KO_3 = R_3$:

$$V_K = \omega_3 R_3. \quad (6)$$

Приравниваем уравнение (5) и (6)

$$\omega_2 r_2 = \omega_3 R_3. \quad (7)$$

Из уравнения (7) определим угловую скорость вращения барабана 3

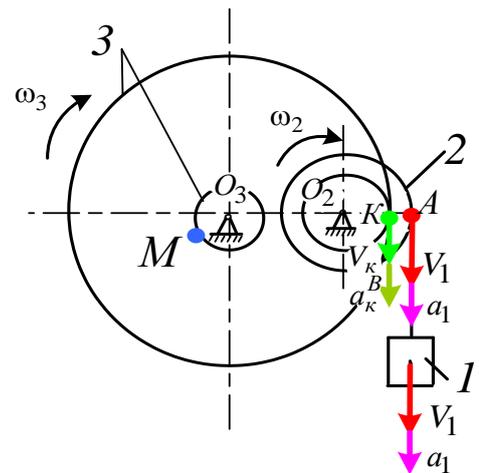


Рисунок 3

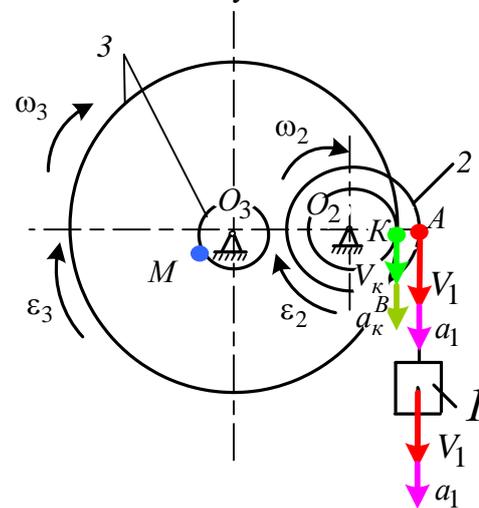


Рисунок 4

$$\omega_3 = \frac{\omega_2 r_2}{R_3} = \frac{1,2 \cdot 45}{120} = 0,45 \text{ рад/с.} \quad (8)$$

В точке контакта K_2 и K_3 имеется общее ускорение вращательное a_K^B .

Ускорение a_K^B на барабане 2 равно ускорению a_K^B на барабане 3.

Точка K на барабане 2 вращается на радиусе r_2 . Ускорение a_K^B равно произведению углового ускорения ε_2 на расстояние от K до оси вращения $KO_2 = r_2$:

$$a_K^B = \varepsilon_2 r_2. \quad (9)$$

Точка K на барабане 3 вращается на радиусе R_3 с угловым ускорением ε_3 .

Ускорение a_K^B равно произведению углового ускорения ε_3 на расстояние от K до оси вращения $KO_3 = R_3$:

$$a_K^B = \varepsilon_3 R_3. \quad (10)$$

Приравниваем уравнение (9) и (10)

$$\varepsilon_2 r_2 = \varepsilon_3 R_3. \quad (11)$$

Из уравнения (11) определим угловое ускорение вращения барабана 3

$$\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_2 r_2}{R_3} = \frac{0,5 \cdot 45}{120} = 0,1875 \text{ рад/с}^2. \quad (12)$$

Точка M вращается на барабане 3 с угловой скоростью ω_3 и угловым ускорением ε_3 на расстоянии до оси вращения $MO_3 = r_3$.

Скорость V_M точки M равна

$$V_M = \omega_3 r_3 = 0,45 \cdot 20 = 9 \text{ см/с.} \quad (13)$$

Центростремительное ускорение a_M^H точки M равно

$$a_M^H = \omega_3^2 r_3 = 0,45^2 \cdot 20 = 4,05 \text{ см/с}^2. \quad (14)$$

Вращательное ускорение a_M^B точки M равно

$$a_M^B = \varepsilon_3 r_3 = 0,1875 \cdot 20 = 3,75 \text{ см/с}^2. \quad (15)$$

Полное ускорение a_M точки M равно

$$a_M = \sqrt{(a_M^H)^2 + (a_M^B)^2} = \sqrt{4,05^2 + 3,75^2} = 5,519 \text{ см/с}^2.$$

Скорость векторная величина, направленная по касательной к траектории движения.

Соединяем точку M с осью O_3 и строим перпендикуляр в сторону вращения барабана 3 (т.е. по ω_3) это будет вектор V_M (рисунок 5). Между ускорениями a_M^H и a_M^B 90 градусов. Ускорение вращательное a_M^B направлено по касательной к траектории движения, т.е. вместе с V_M .

Ускорение центростремительное a_M^H направлено к оси вращения к точке O_3 .

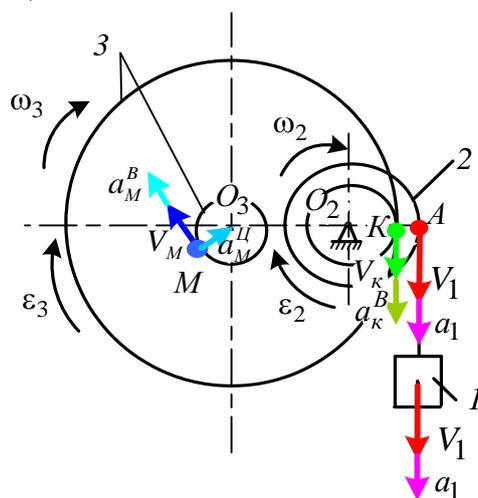


Рисунок 5

Пример 4

Дано: схема плоского механизма (рис. 1); уравнение движения груза 1: $X = 2 \cdot t^2 + 2$, см; радиусы колес: $R_2 = 50$ см; $r_2 = 30$ см; $R_3 = 60$ см; $r_3 = 40$ см.

Определить: кинематические характеристики точки M тела 3 в момент времени $t_1 = 1$ с ($V_M(t_1) = ?$; $a_M^n(t_1) = ?$; $a_M^{\tau}(t_1) = ?$; $a_M(t_1) = ?$).

Решение. В начальный момент времени при $t_0 = 0$ координата $X(t_0) = 2 \cdot (t_0)^2 + 2 = 2 \cdot 0^2 + 2 = 2$ см.

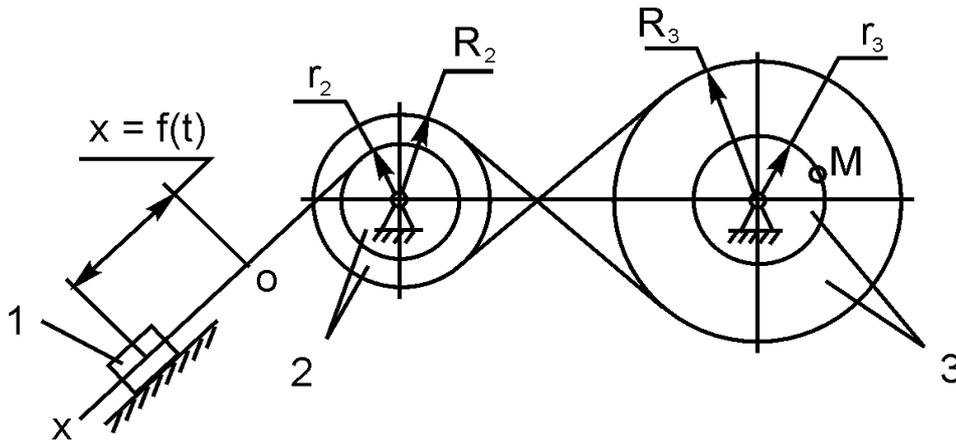


Рис. 1

Дифференцированием по времени уравнения движения груза 1 найдем проекцию \dot{X}_{C1} скорости его центра масс на ось OX :

$$\dot{X}_{C1} = \dot{X} = dX/dt = d(2t^2 + 2)/dt = 4 \cdot t.$$

Так как $\dot{X} = 4 \cdot t > 0$, то $\dot{X} = V$ и, следовательно, координата $X = f(t)$ с течением времени увеличивается.

Для графического построения определяемых кинематических характеристик изобразим механизм в произвольный момент времени t (рис. 2).

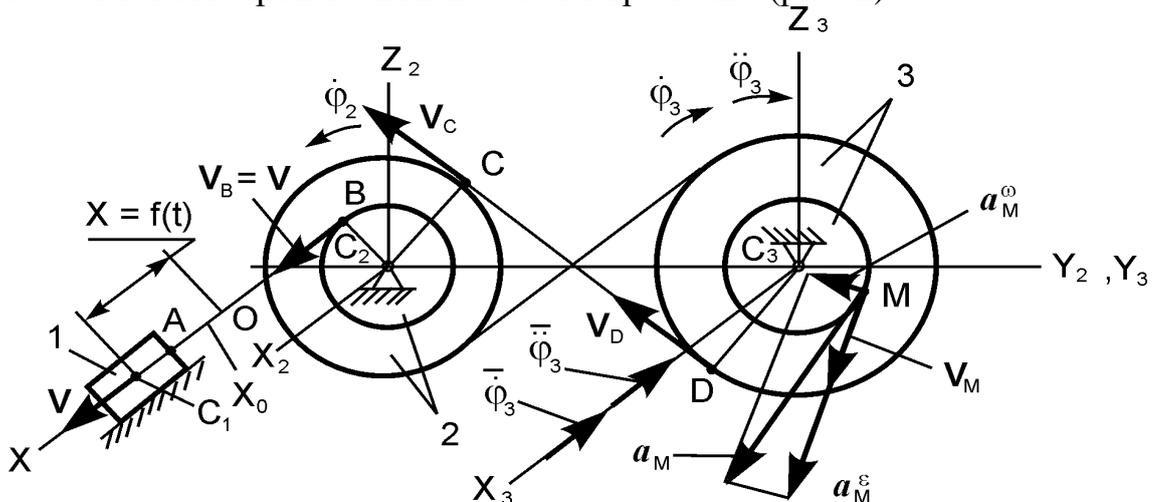


Рис. 2

Так как груз 1 и участок AB нити совершают поступательные движения, то справедливо равенство $V_B = V$.

Точка B принадлежит телу 2, совершающему вращательное движение в системе отсчёта $C_2X_2Y_2Z_2$, поэтому модуль скорости этой точки определится из формулы

$$V_B = \omega_2 \cdot BC_2 = \omega_2 \cdot r_2 = |\dot{\phi}_2| \cdot r_2,$$

где ω_2 – модуль угловой скорости $\dot{\phi}_2$ тела 2.

Согласно рис. 5 вращение тела 2 происходит против хода часовой стрелки. Определим модуль ω_2 угловой скорости $\dot{\phi}_2$ тела 2 по формуле

$$\omega_2 = V_B/r_2 = V/r_2.$$

По известному модулю ω_2 угловой скорости тела 2 определяется модуль V_C скорости точки C тела 2:

$$V_C = \omega_2 \cdot CC_2 = \omega_2 \cdot R_2 = (V/r_2) \cdot R_2 = V \cdot (R_2/r_2).$$

Так как участок нити CD совершает поступательное движение, то справедливо равенство

$$V_C = V_D = V \cdot (R_2/r_2).$$

С другой стороны, точка D принадлежит колесу 3. Исходя из условия принадлежности этой точки телу 3, имеем

$$V_D = \omega_3 \cdot R_3 = V \cdot (R_2/r_2),$$

где ω_3 – модуль угловой скорости $\dot{\phi}_3$ тела 3.

Тело 3 осуществляет вращение в направлении хода часовой стрелки с угловой скоростью, вычисляемой по формуле

$$\dot{\phi}_3 = \dot{X} \cdot (R_2/(r_2 \cdot R_3)) = (4 \cdot t) \cdot (R_2/(r_2 \cdot R_3)).$$

По известной угловой скорости $\dot{\phi}_3$ тела 3, находят его угловое ускорение $\ddot{\phi}_3$: $\ddot{\phi}_3 = d\dot{\phi}_3/dt = 4 \cdot (R_2/(r_2 \cdot R_3)) = \text{const} > 0$.

Так как $\dot{\phi}_3 > 0$ и $\ddot{\phi}_3 = \text{const} > 0$, то происходит равноускоренное вращение тела 3.

Определяем кинематические характеристики точки M тела 3 в момент времени (t_1). Модуль угловой скорости равен $\omega_3 = |\dot{\phi}_3| = (4 \cdot t_1) \cdot (R_2/(r_2 \cdot R_3))$.

Модуль углового ускорения $\varepsilon_3 = \ddot{\phi}_3 = 4 \cdot (R_2/(r_2 \cdot R_3))$.

Модуль скорости точки M равна

$$V_M = \omega_3 \cdot MC_3 = \omega_3 \cdot r_3 = (4 \cdot t_1) \cdot (R_2 \cdot r_3/(r_2 \cdot R_3)).$$

Модуль центростремительного ускорения точки M

$$a_M^n = \omega_3^2 \cdot MC_3 = \omega_3^2 \cdot r_3 = (4 \cdot t_1 \cdot (R_2/(r_2 \cdot R_3)))^2 \cdot r_3.$$

Модуль вращательного ускорения равен

$$a_M^\tau = \varepsilon_3 \cdot r_3 = 4 \cdot (R_2 \cdot r_3/(r_2 \cdot R_3)).$$

Модуль полного ускорения точки M : $a_M = \sqrt{(a_M^n)^2 + (a_M^\tau)^2}$.

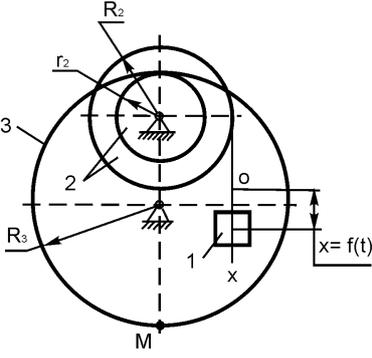
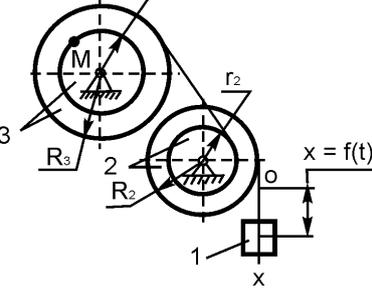
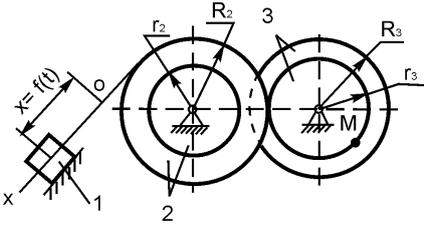
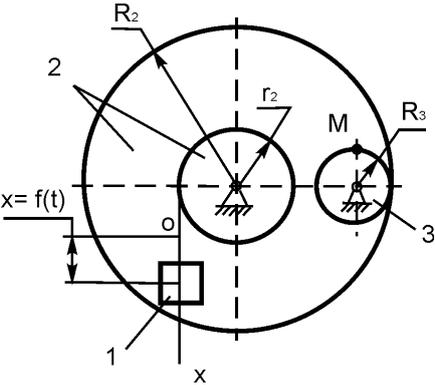
Произведём вычисления для момента времени $t_1 = 1$ с и полученные значения сведём в таблицу.

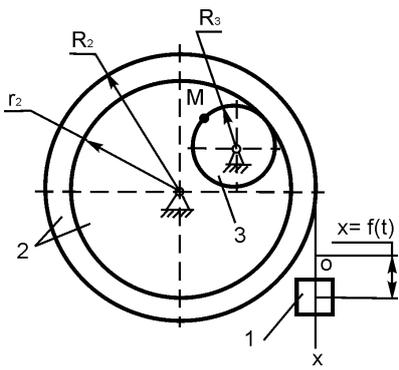
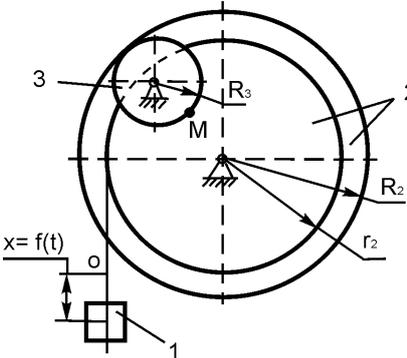
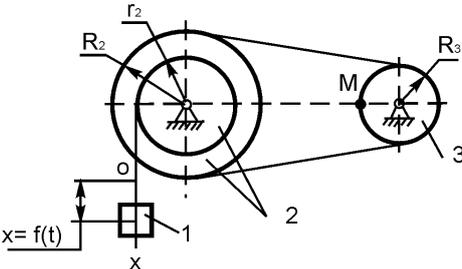
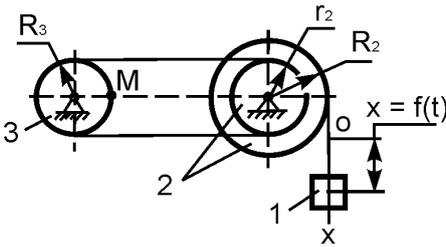
Таблица

$\omega_3(t_1)$, рад/с	$\varepsilon_3(t_1)$, рад/с ²	$V_M(t_1)$, см/с	$a_M^n(t_1)$, см/с ²	$a_M^\tau(t_1)$, см/с ²	$a_M(t_1)$, см/с ²
1,111	1,111	44,444	49,382	44,444	66,434

Варианты расчетно-графической работы 6
«Преобразование поступательных и вращательных движений»

Номер варианта	Расчётная схема механизма	Исходные данные для расчета	Определяемые величины
1	2	3	4
1		$X = 15t^2 + 12t + 2, \text{ см};$ $R_2 = 60 \text{ см};$ $r_2 = 45 \text{ см};$ $R_3 = 36 \text{ см};$ $t_1 = 2 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^I = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
2		$X = 4t^2 + 10t + 5, \text{ см};$ $R_2 = 80 \text{ см};$ $R_3 = 60 \text{ см};$ $r_3 = 45 \text{ см};$ $t_1 = 1 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^I = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
3		$X = 0,5t^2 + 6t + 8, \text{ см};$ $R_2 = 100 \text{ см};$ $r_2 = 60 \text{ см};$ $R_3 = 75 \text{ см};$ $t_1 = 2 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^I = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
4		$X = 9,5t^2 + 4t + 4, \text{ см};$ $R_2 = 58 \text{ см};$ $r_2 = 45 \text{ см};$ $R_3 = 40 \text{ см};$ $t_1 = 3 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^I = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$

1	2	3	4
5		$X = 6t^2 + 15t + 3, \text{ см};$ $R_2 = 45 \text{ см};$ $r_2 = 30 \text{ см};$ $R_3 = 80 \text{ см};$ $t_1 = 2 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^{II} = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
6		$X = 9t^2 + 16t + 7, \text{ см};$ $R_2 = 100 \text{ см};$ $r_2 = 45 \text{ см};$ $R_3 = 50 \text{ см};$ $t_1 = 2 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^{II} = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
7		$X = 15t^2 + 12t + 2, \text{ см};$ $R_2 = 45 \text{ см};$ $r_2 = 35 \text{ см};$ $R_3 = 105 \text{ см};$ $t_1 = 3 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^{II} = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
8		$X = 11t^2 + 10t + 10, \text{ см};$ $R_2 = 35 \text{ см};$ $r_2 = 15 \text{ см};$ $R_3 = 10 \text{ см};$ $t_1 = 2 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^{II} = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$

1	2	3	4
9		$X = 7t^2 + 3t + 5, \text{ cm};$ $R_2 = 60 \text{ cm};$ $r_2 = 45 \text{ cm};$ $R_3 = 20 \text{ cm};$ $t_1 = 1 \text{ c}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
10		$X = 6t^2 + 7t + 10, \text{ cm};$ $R_2 = 60 \text{ cm};$ $r_2 = 45 \text{ cm};$ $R_3 = 16 \text{ cm};$ $t_1 = 1 \text{ c}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
11		$X = 10t^2 + 8t + 9, \text{ cm};$ $R_2 = 40 \text{ cm};$ $r_2 = 25 \text{ cm};$ $R_3 = 20 \text{ cm};$ $t_1 = 1 \text{ c}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
12		$X = 16t^2 + 10t + 5, \text{ cm};$ $R_2 = 20 \text{ cm};$ $r_2 = 15 \text{ cm};$ $R_3 = 10 \text{ cm};$ $t_1 = 2 \text{ c}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$

1	2	3	4
13		$X = 22t^2 + 7, \text{ см};$ $R_2 = 30 \text{ см};$ $r_2 = 20 \text{ см};$ $R_3 = 40 \text{ см};$ $t_1 = 2 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
14		$X = 17t^2 + 3t + 6, \text{ см};$ $R_2 = 30 \text{ см};$ $r_2 = 20 \text{ см};$ $R_3 = 15 \text{ см};$ $t_1 = 1 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
15		$X = 11t^2 + 2t + 5, \text{ см};$ $R_2 = 15 \text{ см};$ $r_2 = 10 \text{ см};$ $R_3 = 15 \text{ см};$ $t_1 = 2 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
16		$X = 12t^2 + 6t + 4, \text{ см};$ $R_2 = 40 \text{ см};$ $r_2 = 20 \text{ см};$ $R_3 = 16 \text{ см};$ $t_1 = 3 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
17		$X = 7t^2 + 4t + 8, \text{ см};$ $R_2 = 15 \text{ см};$ $r_2 = 10 \text{ см};$ $R_3 = 15 \text{ см};$ $t_1 = 1 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$

1	2	3	4
18		$X=10t^2+12t+3, \text{ см};$ $R_2 = 20 \text{ см};$ $r_2 = 15 \text{ см};$ $R_3 = 20 \text{ см};$ $t_1 = 1 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
19		$X=18t^2+10t+5, \text{ см};$ $R_2 = 30 \text{ см};$ $r_2 = 20 \text{ см};$ $R_3 = 30 \text{ см};$ $t_1 = 2 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
20		$X=27t^2+8t+10, \text{ см};$ $R_2 = 40 \text{ см};$ $r_2 = 20 \text{ см};$ $R_3 = 45 \text{ см};$ $t_1 = 1 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
21		$X=13t^2+5t+6, \text{ см};$ $R_2 = 60 \text{ см};$ $r_2 = 45 \text{ см};$ $R_3 = 70 \text{ см};$ $r_3 = 40 \text{ см};$ $t_1 = 2 \text{ с}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$

1	2	3	4
22		$X = 21t^2 + 6t + 7, \text{ cm};$ $R_2 = 40 \text{ cm};$ $r_2 = 20 \text{ cm};$ $R_3 = 36 \text{ cm};$ $t_1 = 1 \text{ c}$	$V_M = ?$ $a_M^{II} = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
23		$X = 18t^2 + 9t + 5, \text{ cm};$ $R_2 = 60 \text{ cm};$ $r_2 = 45 \text{ cm};$ $R_3 = 40 \text{ cm};$ $r_3 = 25 \text{ cm};$ $t_1 = 1 \text{ c}$	$V_M = ?$ $a_M^{II} = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
24		$X = 4t^2 + 8t + 9, \text{ cm};$ $R_2 = 60 \text{ cm};$ $r_2 = 45 \text{ cm};$ $R_3 = 80 \text{ cm};$ $r_3 = 50 \text{ cm};$ $t_1 = 1 \text{ c}$	$V_M = ?$ $a_M^{II} = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
25		$X = 11t^2 + 4t + 8, \text{ cm};$ $R_2 = 60 \text{ cm};$ $r_2 = 45 \text{ cm};$ $R_3 = 50 \text{ cm};$ $t_1 = 1 \text{ c}$	$V_M(t_1) = ?$ $a_M^{\omega}(t_1) = ?$ $a_M^{\varepsilon}(t_1) = ?$ $a_M(t_1) = ?$
26		$X = 50t^2 + 14t + 6, \text{ cm};$ $R_2 = 60 \text{ cm};$ $r_2 = 45 \text{ cm};$ $R_3 = 60 \text{ cm};$ $r_3 = 45 \text{ cm};$ $t_1 = 1 \text{ c}$	$V_M = ?$ $a_M^{II} = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$

1	2	3	4
27		$X = 42t^2 + 10t + 5, \text{ cm};$ $R_2 = 60 \text{ cm};$ $r_2 = 45 \text{ cm};$ $R_3 = 70 \text{ cm};$ $r_3 = 40 \text{ cm};$ $t_1 = 1 \text{ c}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
28		$X = 36t^2 + 5t + 8, \text{ cm};$ $R_2 = 60 \text{ cm};$ $r_2 = 45 \text{ cm};$ $R_3 = 70 \text{ cm};$ $r_3 = 45 \text{ cm};$ $t_1 = 1 \text{ c}$	$V_M(t_1) = ?$ $a_M^\omega(t_1) = ?$ $a_M^\varepsilon(t_1) = ?$ $a_M(t_1) = ?$
29		$X = 4t^2 + 6t + 4, \text{ cm};$ $R_2 = 60 \text{ cm};$ $r_2 = 45 \text{ cm};$ $R_3 = 55 \text{ cm};$ $r_3 = 45 \text{ cm};$ $t_1 = 2 \text{ c}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$
30		$X = 26t^2 + 7t + 10, \text{ cm};$ $R_2 = 60 \text{ cm};$ $r_2 = 45 \text{ cm};$ $R_3 = 55 \text{ cm};$ $t_1 = 1 \text{ c}$	$V_M = ?$ $a_M^H = ?$ $a_M^B = ?$ $a_M = ?$