6. ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ

6.1. Приведение плоской системы сил к равнодействующей

1. *Если при приведении плоской системы сил к какому-либо центру окажется, что главный вектор* $\vec{R} \neq 0$*, а главный момент* $M_O = 0$*, то такая плоская система сил приводится к одной силе* $\vec{R}^*$*– равнодействующей системы сил.* Равнодействующая сила $\vec{R}^*$ в этом случае проходит через центр приведения, а по величине и направлению совпадает с главным вектором $\vec{R}$.

2. *Если при приведении плоской системы сил главный вектор* $\vec{R} \neq 0$ *и главный момент* $M_O \neq 0$*, то такую систему можно упростить и привести к одной равнодействующей силе* $\vec{R}^*$ (рис. 6.1).

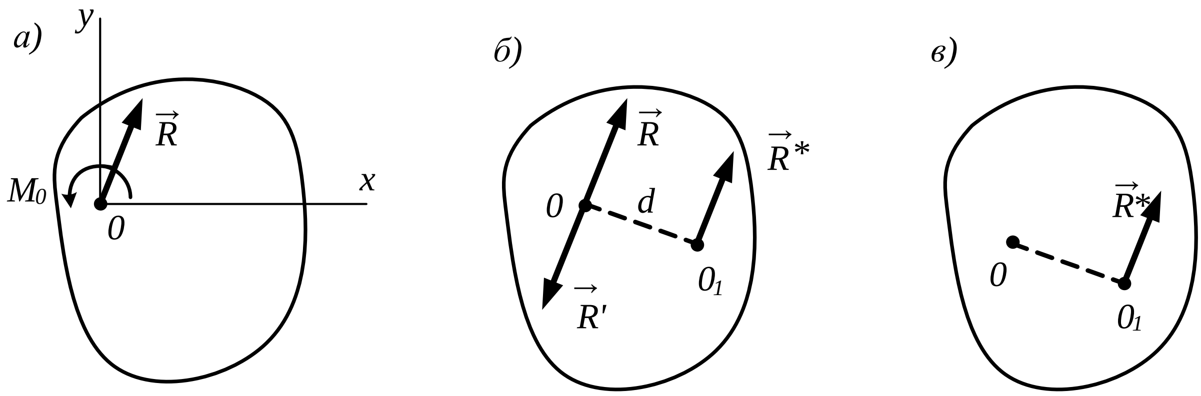

Рис. 6.1

На рис. 6.1, *а* показано тело, для которого все действующие на него силы заменены главным вектором $\vec{R}$, приложенным в точке *O,* и главным моментом M_O всех сил относительно центра приведения *O*.

По теореме об эквивалентности пар сил, расположенных в плоскости её действия, пару сил M_O можно преобразовывать, меняя силы и плечо пары, но сохраняя при этом момент пары. Заменим момент M_O парой сил ($\vec{R}'$, $\vec{R}^*$), в которой $R = R' = R^*$. Плечо d пары сил ($\vec{R}'$, $\vec{R}^*$) определим по формуле

$$d = \frac{M_O}{R}. \tag{6.1}$$

Повернем эту пару сил так, чтобы силы $\vec{R}'$ и $\vec{R}$ в точке *O* расположились на одной линии действия противоположно друг другу.

Тогда система трех сил на рис. 6.1, *б* будет эквивалентна исходной совокупности главного вектора $\vec{R}$ и главного момента M_O (см. рис. 6.1, *а*). Поскольку силы $\vec{R}'$ и $\vec{R}$ являются уравновешенными, их можно исключить из рассмотрения. Тогда остается одна сила $\vec{R}^*$ на рис. 6.1, *в*, которая и является эквивалентной исходной совокупности ($\vec{R}$, $\vec{M}_O$). В данном случае сила $\vec{R}^*$ является равнодействующей, т.к. заменяет исходную систему сил без присоединенной пары сил. Модуль равнодействующей силы R^* совпадает с модулем главного вектора R. Отличаются эти векторы только точками приложения.

Точка приложения равнодействующей O_1 находится от центра приведения на расстоянии, равном $OO_1 = d$.

6.2. Случай приведения плоской системы сил к паре сил

Если при приведении плоской системы сил к какому-либо центру окажется, что главный вектор $\vec{R} = 0$, а главный момент $M_O \neq 0$, то такая плоская система сил приводится к одной паре сил, алгебраический момент которой равен главному моменту системы сил относительно центра приведения, и в этом случае главный момент не зависит от выбора центра приведения. Если главный вектор равен нулю при приведении к одному какому-либо центру, то он равен нулю и при приведении к любому другому центру, т.к. главный вектор, являясь векторной суммой сил системы, не зависит от выбора центра приведения. Главный момент не зависит от центра приведения только в том случае, когда $R = 0$. В других случаях главный момент системы зависит от выбора центра приведения.

6.3. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей

Момент равнодействующей плоской системы сходящихся сил относительно любой точки равен алгебраической сумме моментов слагаемых сил относительно этой же точки:

$$M_O(\vec{R}) = M_O(\vec{F}_1) + M_O(\vec{F}_2) + \ldots + M_O(\vec{F}_n) = \sum M_O(\vec{F}_i). \qquad (6.2)$$

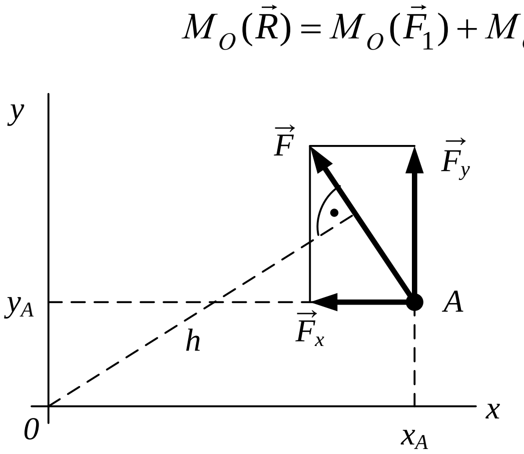

Рис. 6.2

Здесь $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = \sum \vec{F}_i$.

Например, момент силы $M_O(\overline{F})$ (рис. 6.2) определяется относительно начала координат по формуле $M_O(F) = F \cdot h$, где h неизвестно.

Воспользуемся теоремой Вариньона:

$$M_O(\bar{F}) = M_O(\vec{F}_x) + M_O(\vec{F}_y) = F_x y_A + F_y x_A.$$

Использование теоремы Вариньона позволяет в подобных случаях не определять неизвестное плечо h и упростить решение задачи.

6.4. Три формы записи уравнений равновесия плоской системы сил

В разделе 5 получены общие уравнения равновесия плоской системы сил, действующих на твердое тело, в следующей форме:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} M_O(\vec{F}_i) = 0. \qquad (6.3)$$

Уравнения (6.3) называют *уравнениями равновесия плоской системы сил в первой форме*.

Уравнения равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, можно записывать в других эквивалентных формах.

Уравнения равновесия плоской системы сил можно сформулировать иначе: *для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы алгебраических моментов сил относительно двух любых точек и алгебраическая сумма проекций этих сил на ось плоскости, не перпендикулярную прямой, проходящей через две моментные точки, были равны нулю, т.е.*

$$\sum_{i=1}^{n} M_A(\vec{F}_i) = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} M_B(\vec{F}_i) = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0, \qquad (6.4)$$

где за ось Ox принята любая прямая, не перпендикулярная AB.

Уравнения (6.4) представляют *вторую форму записи уравнений равновесия плоской произвольной системы сил*.

Возможна третья форма записи уравнений равновесия.

Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы алгебраических моментов сил системы относительно трех любых точек, расположенных в плоскости действия сил и не лежащих на одной прямой, были равны нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} M_A(\vec{F}_i) = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} M_B(\vec{F}_i) = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} M_C(\vec{F}_i) = 0. \qquad (6.5)$$

Точки A, B, C не должны лежать на одной прямой.

Уравнения (6.5) являются *третьей формой записи уравнений равновесия плоской произвольной системы сил*.

В частном случае плоской системы параллельных сил можно сформулировать другую форму уравнений равновесия этой системы сил: *для равновесия плоской системы параллельных сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы алгебраических моментов сил относительно двух любых точек были равны нулю, т.е.*

$$\sum_{i=1}^{n} M_A(\vec{F_i}) = 0; \qquad \sum_{i=1}^{n} M_B(\vec{F_i}) = 0. \tag{6.6}$$

Точки A и B нельзя брать на прямой линии, параллельной силам.

6.5. Статически определимые и статически неопределимые задачи

Для любой системы сил, находящейся в равновесии, всегда имеются два условия равновесия в векторной форме (5.10) или эти же условия равновесия в аналитической форме (5.11). При этом для разных систем сил из этих условий получают различное число уравнений равновесия (скалярных условий равновесия).

Для любой плоской системы сил, действующих на твердое тело, имеется только три независимых уравнения равновесия, каждое из которых не является следствием двух других. Независимые уравнения равновесия можно брать в трех различных формах.

Следовательно, для любой плоской системы сил из уравнений равновесия можно найти не более трех неизвестных, а для плоских систем параллельных и сходящихся сил – не более двух неизвестных. Если в какой-либо задаче число неизвестных окажется больше числа независимых уравнений равновесия, то такую задачу нельзя решить методами статики без рассмотрения прежде всего деформаций тела, т.е. без отказа от основной гипотезы статики об абсолютно твердом теле.

Задачи, в которых число неизвестных не больше числа независимых уравнений равновесия для данной системы сил, приложенных к твердому телу, называют *статически определимыми*. В статически определимой задаче для плоской системы сил число неизвестных должно быть не больше трех, а для плоских систем параллельных и сходящихся сил – не больше двух.

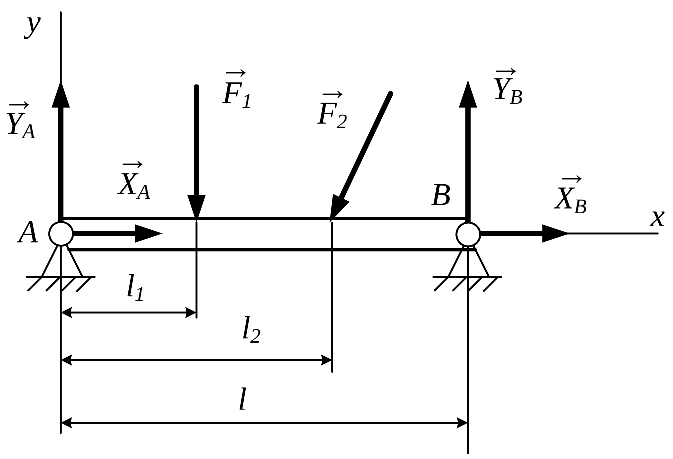

Рис. 6.3

Пример простейшей *статически неопределимой* задачи приведен на рис. 6.3, где представлена балка заданной длины, закрепленная на концах с помощью двух неподвижных цилиндрических шарниров A и B. На балку действуют активные силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Известны также и точки приложения этих сил. Так как для цилиндрического шарнира имеются две неизвестные, например составляющие силы реакции по осям координат, то число неизвестных будет четыре, а независимых уравнений равновесия можно составить только три. Чтобы решить статически неопределимую задачу (см. рис. 6.3), необходимо к трем уравнениям статики присоединить дополнительное уравнение. Для данной системы сил таким уравнением может быть уравнение, учитывающее прогиб балки под действием сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$. Такие задачи решают методами сопротивления материалов.

6.6. Равновесие системы тел

Рассмотрим равновесие сил, приложенных к системе нескольких взаимодействующих между собой тел. Тела могут быть соединены между собой различными нежесткими связями (шарнир, гладкое касание, нить и т.д.).

При рассмотрении равновесия сил, приложенных к системе тел, можно мысленно расчленить систему тел по нежестким связям на отдельные твердые тела и к силам, действующим на эти тела, применить уравнения равновесия, полученные для одного тела.

В эти уравнения равновесия войдут как внешние, так и внутренние силы системы тел.

На рис. 6.4, *а* показана система двух тел, имеющая внешние шарнирные цилиндрические опоры в точках *B* и *C* и внутренний шарнир в точке *A*.

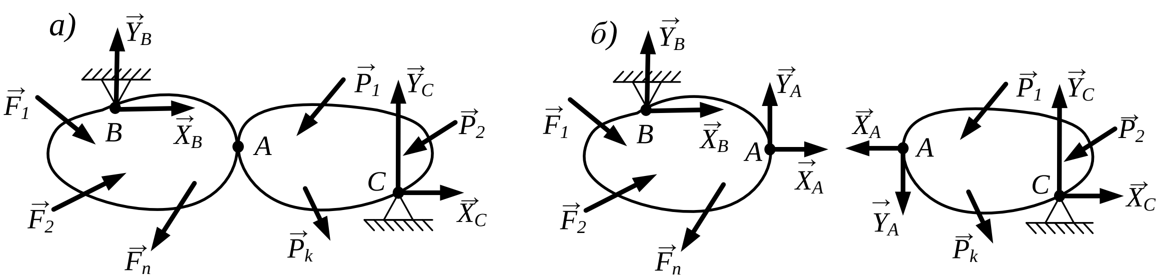

Рис. 6.4

На тела действуют соответственно системы сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n$; $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2, \ldots, \vec{P}_K$. Известны точки приложения этих сил. Неизвестными являются реакции внешних опор в точках *B* и *C* и реакция во внутреннем шарнире этих тел в точке *A*. В шарнире *A* для всей системы внутренние силы в точке *A* (см. рис. 6.4, *а*) уравновешены и их обычно не показывают.

В точке *A* для расчлененной системы тел (см. рис. 6.4, *б*) имеем две составляющие реакции X_A, Y_A, которые становятся внешними силами.

По третьему закону Ньютона (аксиома равенства действия и противодействия) в точке *A* для второго тела показывают эти реакции направленными противоположно.

Таким образом, внешние силы, действующие на систему тел (см. рис. 6.4, *а*) вместе с реакциями в опорах *B* и *C* без внутренних сил образуют уравновешенную систему сил, для которой можно записать систему трех уравнений равновесия как для единой плоской системы сил.

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} F_{ix} + \sum\limits_{k=1}^{n} P_{kx} + X_B + X_C = 0; \\ \sum\limits_{i=1}^{n} F_{iy} + \sum\limits_{k=1}^{n} P_{ky} + Y_B + Y_C = 0; \\ \sum\limits_{i=1}^{n} M_B(\vec{F}_k, \vec{P}_k, \vec{X}_c, \vec{Y}_c) = 0. \end{cases} \tag{6.7}$$

Однако сразу можно заметить, что система трех уравнений (6.7) содержит четыре неизвестные величины. Такая задача оказывается статически определимой, если расчленить систему тел на отдельные системы тел (см. рис. 6.4,*б*), которые представляют собой автономные уравновешенные системы сил. Теперь для плоской системы сил левого тела имеем три уравнения равновесия

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} F_{ix} + X_A + X_B = 0; \\ \sum\limits_{i=1}^{n} F_{iy} + Y_A + Y_B = 0; \\ \sum\limits_{i=1}^{n} M_A(\vec{F}_i, \vec{X}_B, \vec{Y}_B) = 0. \end{cases} \tag{6.8}$$

Для плоской системы сил правого тела имеем три независимых уравнения равновесия

$$\begin{cases} \sum\limits_{k=1}^{n} P_{kx} - X_A + X_C = 0; \\ \sum\limits_{k=1}^{n} P_{ky} - Y_A + Y_C = 0; \\ \sum\limits_{k=1}^{n} M_c(\vec{P}_k, \vec{X}_A, \vec{Y}_A) = 0. \end{cases} \tag{6.9}$$

Внутренние силы в шарнире *A* переведены в разряд внешних сил в уравнениях (6.8) и (6.9). Таким образом, получены уравнения равновесия, содержащие 6 неизвестных реакций в точках *A*, *B*, *C,* которые оказываются статически определимыми и позволяют решить задачу. Для системы *N* тел в том случае, когда на каждое тело действует произвольная плоская система сил, можно составить $3N$ уравнений равновесия и, следовательно, определить $3N$ неизвестных. Если число неизвестных больше $3N$, то задача является статически неопределимой. В случае статически определимой задачи $3N$ уравнений равновесия можно получить, если составлять их для каждого тела отдельно, учитывая и силы взаимодействия тел, или составлять уравнения равновесия для любых комбинаций групп тел, в том числе и для всей рассматриваемой системы тел. При этом внутренние силы для отдельных групп тел не учитывают.

6.7. Устойчивость тел при опрокидывании

Понятие устойчивости равновесия тел при опрокидывании используют в прикладных дисциплинах. Используем понятие рычага Архимеда: *рычагом называют твердое тело, имеющее ось вращения и находящееся под действием сил тяжести, опрокидывающих и удерживающих сил, перпендикулярных оси вращения рычага*.

Рассмотрим однородное тело прямоугольной формы весом $\vec{G}$, лежащее на горизонтальной шероховатой поверхности (рис. 6.5).

К телу приложена горизонтальная сила $\vec{P}$, которая стремится сдвинуть тело и опрокинуть его вокруг опорной точки A. Рассматривая тело как рычаг, сформулируем условие его равновесия: *для равновесия рычага необходимо, чтобы сумма моментов всех сил, приложенных к рычагу, относительно опорной точки равнялось нулю*. В случае предельного равновесия имеем уравнение равновесия тела

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iA} = 0; \quad G \cdot a - P \cdot d = 0, \text{ откуда } G \cdot a = P \cdot d.$$

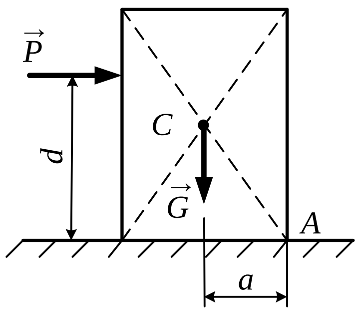

Рис. 6.5

Момент силы $\vec{P}$, стремящийся опрокинуть тело, называют *опрокидывающим моментом* $M_{опр} = P \cdot d$. Момент силы $\vec{G}$, стремящийся удержать тело от опрокидывания, называют *удерживающим моментом* $M_y = G \cdot a$. На границе устойчивости, т.е. в случае предельного равновесия, $M_y = M_{опр}$. Если тело находится в устойчивом состоянии, $M_y > M_{опр}$. Отношение абсолютных значений моментов удерживающего и опрокидывающего называют *коэффициентом устойчивости*: $k = M_y / M_{опр}$. В случае предельной устойчивости k = 1, в случае k < 1 тело опрокидывается. Состояние, при котором k > 1, называют *запасом устойчивости при опрокидывании*.

6.8. Определение реакций опор механической системы

Погрузочно-транспортная машина с грузом в ковше с позиций теоретической механики представляет собой твердое тело, имеющее силу тяжести $\vec{P}$, приложенную в точке C_1 (рис. 6.6). Сила $\vec{P}$ является равнодействующей системы параллельных сил всех тел механической системы, а точка C_1 является точкой приложения равнодействующей. Для превращения несвободного твердого тела в свободное необходимо освободить его от связей. В данном случае связью является горизонтальная поверхность. Поэтому реакции опорной поверхности $\vec{R}_A$ и $\vec{R}_B$ тоже являются параллельными силами.

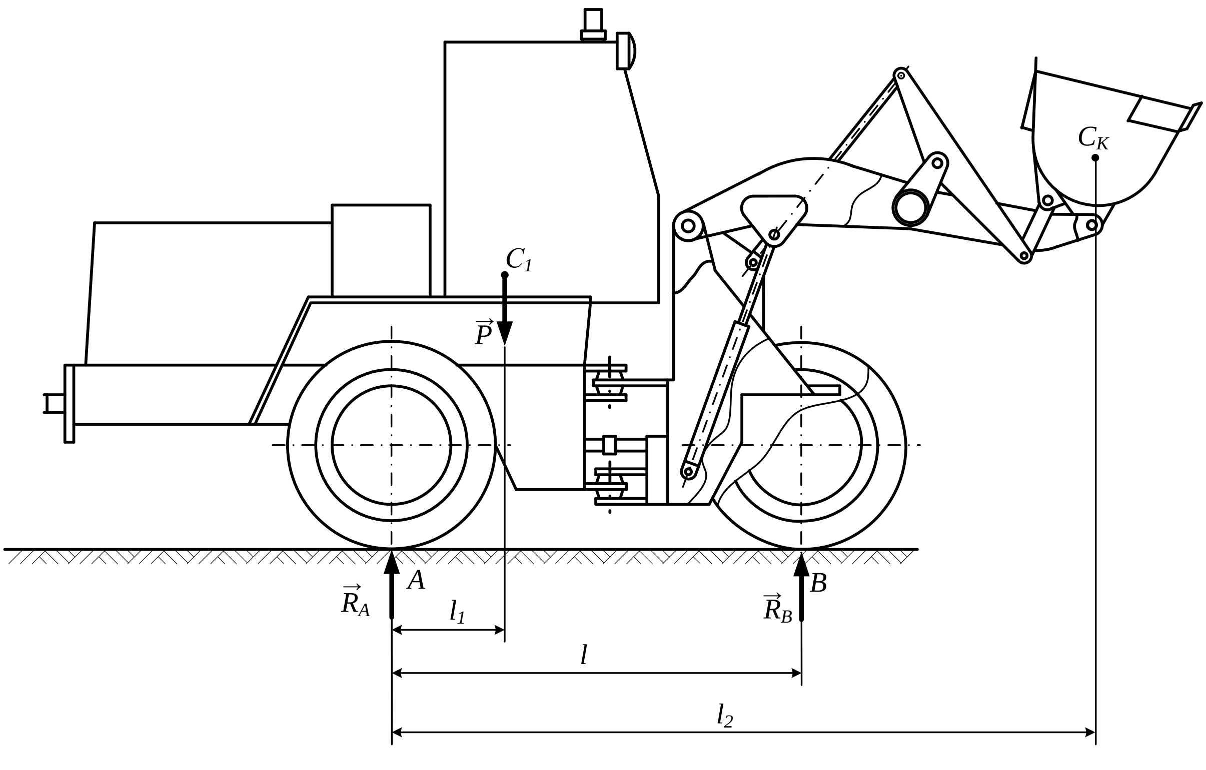

Рис.6.6

Таким образом, рассматриваемое твердое тело находится в равновесии под действием силы тяжести $\vec{P}$ и двух реакций $\vec{R}_A$, $\vec{R}_B$. Для системы параллельных сил опорную реакцию $\vec{R}_A$ определим из уравнения моментов сил относительно точки B $\sum_{i=1}^{n} M_{iB} = 0$; $P(l - l_1) - R_A \cdot l = 0$, откуда

$$R_A = \frac{P(l - l_1)}{l}.$$

Реакцию R_B определим из уравнения проекций сил на вертикальную ось $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0$; $-P + R_A + R_B = 0$; $R_B = P - R_A$.

6.9. Определение реакций опор твердого тела

На рис. 6.7 показаны три разных способа закрепления твердого тела в плоскости. На рис. 6.7, *а* твердое тело имеет одну опору, называемую плоской жесткой заделкой; на рис. 6.7, *б* твердое тело имеет две опоры; на рис. 6.7,*в* твердое тело имеет три опоры. Задаваемая нагрузка и размеры в метрах во всех трех случаях одинаковые.

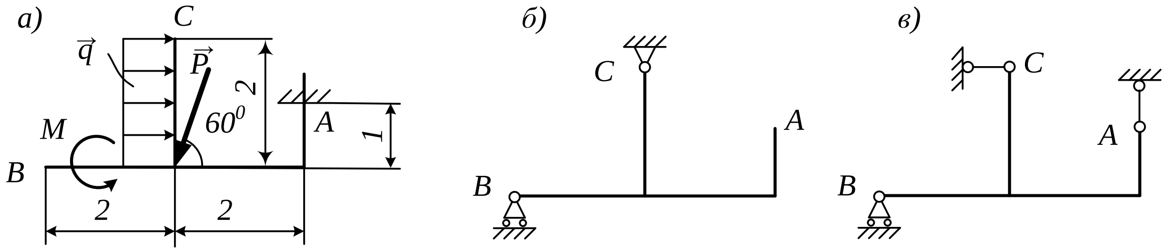

Рис. 6.7

Дано. Сила P = 20 кН; момент пары сил M = 10 кН·м; интенсивность равномерно распределенной нагрузки q = 2 кН/м.

Определить реакции опор для каждого способа закрепления бруса.

6.9.1. Тело с одной опорой

Равномерно распределенную нагрузку заменяем равнодействующей силой $Q = 2q = 2 \cdot 2 = 4$ кН.

Отбрасываем связи и заменяем их реакциями связей.

На рис. 6.8 показана расчетная схема и направления координатных осей Ox и Oy.

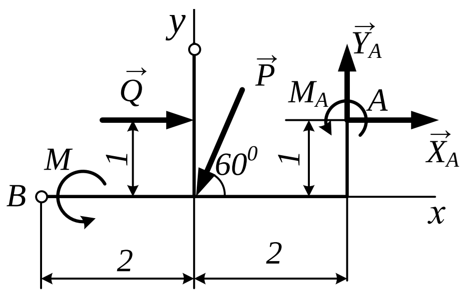

Рис. 6.8

Используем первую форму записи уравнений равновесия произвольной плоской системы сил

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0; \quad Q - P\cos 60° + X_A = 0; \quad \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0; \quad -P\sin 60° + Y_A = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iA} = 0; \quad M_A + M + P\sin 60° \cdot 2 - P\cos 60° \cdot 1 = 0.$$

Из первого уравнения $X_A = P\cos 60° - Q = 20 \cdot 0{,}5 - 4 = 6$ кН.

Из второго уравнения $Y_A = P\sin 60^\circ = 20 \cdot \sin 60 = 17{,}3$ кН.

Из третьего уравнения находим момент в заделке

$$M_A = -M - P\sin 60^0 \cdot 2 + P\cos 60^0 =$$

$$= -10 - 20 \cdot 0{,}866 \cdot 2 + 20 \cdot 0{,}5 = -34{,}36 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

6.9.2. Тело с двумя опорами

Для определения реакций опор (рис. 6.9) используем третью форму записи уравнений равновесия.

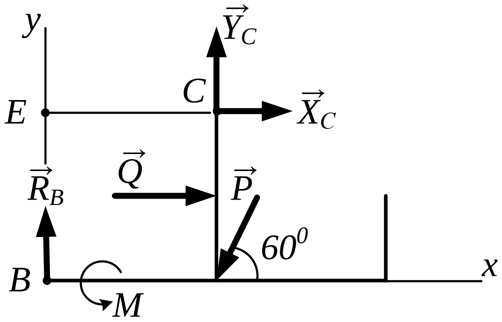

Рис. 6.9

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iC} = 0;$$

$$-R_B \cdot 2 + M + Q \cdot 1 - P\cos 60^\circ \cdot 2 = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iE} = 0;$$

$$M + Q \cdot 1 - P\sin 60^\circ \cdot 2 - P\cos 60^o \cdot 2 + Y_C \cdot 2 = 0.$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iB} = 0;$$

$$M - Q \cdot 1 - P\sin 60^\circ \cdot 2 - X_C \cdot 2 + Y_C \cdot 2 = 0;$$

Из первого уравнения находим

$$R_B = \frac{M + Q - P\cos 60^\circ \cdot 2}{2} = \frac{10 + 4 - 20 \cdot 0{,}5 \cdot 2}{2} = -3 \text{ кН}.$$

Из второго уравнения находим

$$Y_C = \frac{-M - Q + P\sin 60^\circ \cdot 2 + P\cos 60^\circ \cdot 2}{2} =$$

$$= \frac{-10 - 4 + 20 \cdot 0{,}866 \cdot 2 + 20 \cdot 0{,}5 \cdot 2}{2} = 20{,}32 \text{ кН}.$$

Из третьего уравнения

$$X_C = \frac{M - Q - P\sin 60^\circ \cdot 2 + Y_C \cdot 2}{2} =$$

$$= \frac{10 - 4 - 20 \cdot 0{,}866 \cdot 2 + 20{,}32 \cdot 2}{2} = 6 \text{ кН}.$$

6.9.3. Тело с тремя опорами

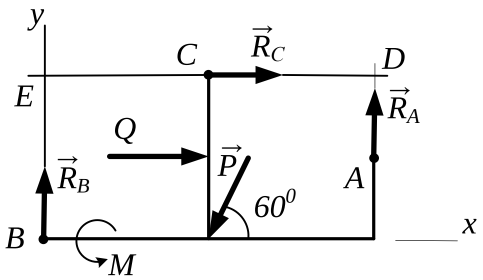

Рис. 6.10

Для определения реакций опор (рис. 6.10) используем вторую форму записи уравнений равновесия, причем точки D и E, относительно которых будут записываться уравнения моментов сил, находятся на пересечении двух неизвестных опорных реакций (размеры определяем по рис. 6.7, *а*):

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0; \quad Q + R_C - P\cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iD} = 0; \quad -R_B 4 + M + Q\cdot 1 + P\sin 60^\circ \cdot 2 - P\cos 60^\circ \cdot 2 = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iE} = 0; \quad M + Q\cdot 1 - P\sin 60^\circ \cdot 2 - P\cos 60^\circ \cdot 2 + R_A \cdot 4 = 0.$$

Из первого уравнения $R_C = -Q + P\cos 60^\circ = -4 + 20\cdot 0{,}5 = 6$ кН.

Из второго

$$R_B = \frac{M + Q + P\sin 60^\circ \cdot 2 - P\cos 60^\circ \cdot 2}{4} =$$

$$= \frac{10 + 4 + 20\cdot 0{,}866\cdot 2 - 20\cdot 0{,}5\cdot 2}{4} = 7{,}16 \text{ кН.}$$

Из третьего

$$R_A = \frac{-M - Q + P\sin 60^\circ \cdot 2 + P\cos 60^\circ \cdot 2}{4} =$$

$$= \frac{-10 - 4 + 20\cdot 0{,}866\cdot 2 + 20\cdot 0{,}5\cdot 2}{4} = 10{,}16 \text{ кН.}$$

Для проверки можно записать уравнение проекций сил на ось Y и подставить в него численные значения найденных реакций.

Проверка: $\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = R_A + R_B - P\sin 60^\circ = 10{,}16 + 7{,}16 - 20\cdot 0{,}866 = 0$.

Результаты расчетов представлены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

Таблица результатов расчета

Схема на рис. 6.7	Силы, кН							
	X_A	Y_A	M_A	R_B	X_C	Y_C	R_A	R_C
а	6	17,3	–34,64	–			–	–
б	–	–	–	–3	6	20,32	–	–
в	–	–	–	7,16	–	–	10,16	6

6.10. Определение реакций опор составной конструкции – системы двух тел

На рис. 6.11 представлена конструкция из двух тел, которые соединены между собой в точке C шарниром.

Дано. P_1=10 кН; P_2=12 кН; M = 17 кН·м; q = 1,6 кН/м.

Определить реакции опор в точках A , B, C. Равномерно распределенную нагрузку заменим сосредоточенной силой $Q = q \cdot 2 = 1{,}6 \cdot 2 = 3{,}2$ кН.

Рассмотрим систему уравновешивающихся сил, приложенных ко всей конструкции (рис. 6.12), включая реакции опор.

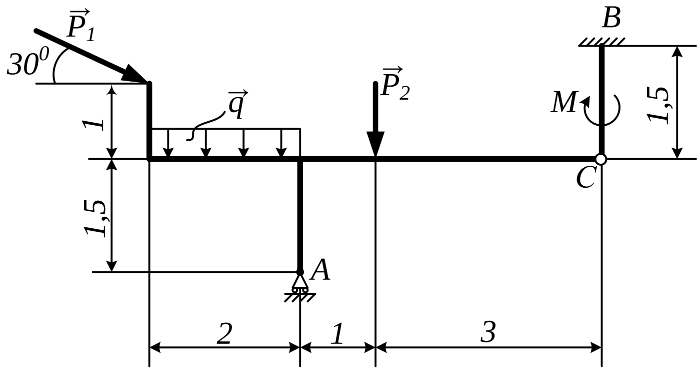

Рис. 6.11

Реакции в шарнире C – силы внутренние, поэтому они не показаны.

Составим три уравнения равновесия:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0;$$

$$P_1 \cos 30° + X_B = 0; \qquad (а)$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0;$$

$$-P_1 \sin 30° - Q + R_A - P_2 + Y_B = 0; \qquad (б)$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iB} = 0;$$

$$-M + P_1 \cos 30° \cdot 0{,}5 + P_1 \sin 30° \cdot 6 + Q \cdot 5 - R_A \cdot 4 + P_2 \cdot 3 + M_B = 0. \qquad (в)$$

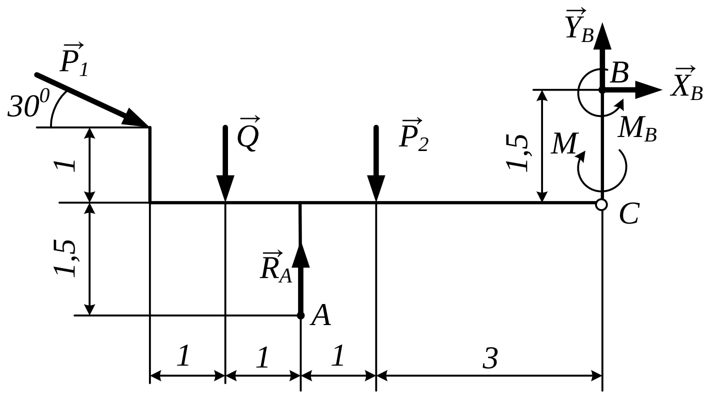

Рис. 6.12

В систему трех уравнений входят четыре неизвестных: X_B, Y_B, M_B, R_A, поэтому конструкцию расчленим на две части по нежесткой связи – шарниру C и рассмотрим равновесие каждой части.

На рис. 6.13 показаны все внешние силы, приложенные к левой части конструкции, на рис. 6.14 – к правой. Реакции в точке C из категории внутренних сил переходят в категорию внешних. На рис. 6.13 направляем их вдоль координатных осей, на рис. 6.14, согласно закону о равенстве действия и противодействия – в противоположные стороны.

Составляем уравнения равновесия, согласно рис. 6.13:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0; \qquad P_1 \cos 30^\circ + X_C = 0; \tag{г}$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0; \qquad -P_1 \sin 30^\circ - Q + R_A - P_2 + Y_C = 0; \tag{д}$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iC} = 0; \; -P_1 \cos 30^\circ \cdot 1 + P_1 \sin 30^\circ \cdot 6 + Q \cdot 5 - R_A \cdot 4 + P_2 \cdot 3 = 0. \tag{е}$$

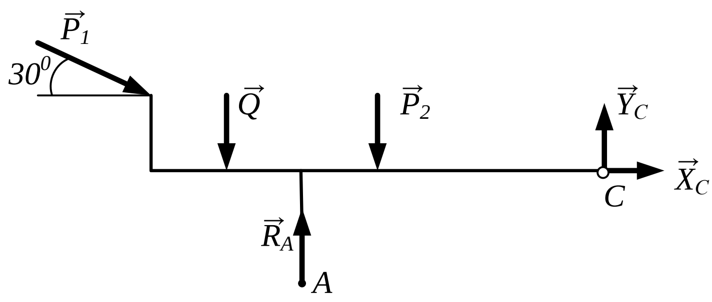

Рис. 6.13

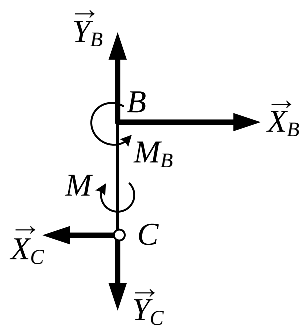

Рис. 6.14

Согласно рис. 6.14,

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0; \quad X_B - X_C = 0; \tag{ж}$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0; \quad Y_B - Y_C = 0; \tag{з}$$

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iB} = 0; \quad M_B - X_C \cdot 1{,}5 - M = 0. \tag{и}$$

Для нахождения шести неизвестных (X_B, Y_B, M_B, R_A, X_C, Y_C) достаточно было бы записать шесть любых уравнений равновесия, в которые вошли бы все эти неизвестные. В данном случае девять уравнений записаны для того, чтобы три из них использовать для проверки расчетов. Планы решений уравнений могут быть различными (желательно сначала решить уравнение с одним неизвестным).

Схематично покажем следующий план решения:

$$\begin{array}{ccccccccccc} \text{а)} & \to & \text{г)} & \to & \text{е)} & \to & \text{б)} & \to & \text{и)} & \to & \text{з)} \\ X_B & & X_C & & R_A & & Y_B & & M_B & & Y_C \end{array}$$

Из (а) $\quad X_B = -P_1 \cos 30^\circ = -10 \cdot 0{,}866 = -8{,}66$ кН.

Из (г) $\quad X_C = -P_1 \cos 30^\circ = -10 \cdot 0{,}866 = -8{,}66$ кН.

Из (е) $\quad R_A = \dfrac{-P_1 \cos 30^\circ + P_1 \sin 30^\circ \cdot 6 + Q \cdot 5 + P_2 \cdot 3}{4} =$

$$= \frac{-10 \cdot 0{,}866 + 10 \cdot 0{,}5 \cdot 6 + 3{,}2 \cdot 5 + 12 \cdot 3}{4} = 18{,}335 \text{ кН.}$$

Из (б) $Y_B = P_1 \sin 30^\circ + Q - R_A + P_2 =$

$= 10 \cdot 0{,}5 + 3{,}2 - 18{,}335 + 12 = 1{,}865$ кН.

Из (и) $M_B = X_C \cdot 1{,}5 + M = -8{,}66 \cdot 1{,}5 + 17 = 4{,}01$ кН.

Из (з) $Y_C = Y_B = 1{,}865$ кН.

Для проверки расчетов подставим в неиспользованные уравнения (в), (д), (ж) найденные значения параметров.

Проверка.

Уравнение (в)

$$-M + P_1 \cos 30^\circ \cdot 0{,}5 + P_1 \sin 30^\circ \cdot 6 + Q \cdot 5 - R_A \cdot 4 + P_2 \cdot 3 + M_B =$$

$$= -17 + 10 \cdot 0{,}866 \cdot 0{,}5 + 10 \cdot 0{,}5 \cdot 6 + 3{,}2 \cdot 5 - 18{,}335 \cdot 4 + 12 \cdot 3 + 4{,}01 = 0.$$

Уравнение (д)

$$-P_1 \sin 30^\circ - Q + R_A - P_2 + Y_C = -10 \cdot 0{,}5 - 3{,}2 + 18{,}335 - 12 + 1{,}865 = 0.$$

Уравнение (ж) $X_B - X_C = -8{,}66 - (-8{,}66) = 0$.

Проверка подтвердила правильность расчетов.