1. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ И ВРЕМЕНИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ

1.1. Классификация систем координат, применяемых в космической геодезии

Координатная система – теоретически заданная математическая модель, описываемая с помощью четырех основных признаков:

− форма задания координат;

− положение начала координат;

− ориентировка оси аппликат (Z) или основной координатной плоскости, содержащей ось абсцисс (X) и ординат (Y);

− ориентировка оси абсцисс (X).

В каждой системе положение точки может быть представлено в форме *прямоугольных (декартовых)* или *сферических* координат, а для систем, связанных с эллипсоидами, – также в форме *геодезических* (*сфероидических*, или *эллипсоидальных,* или *криволинейных*) координат.

Система координат, начало которой находится в центре планетарного тела, называется планетоцентрической (например, *гелиоцентрической, луноцентрической, геоцентрической* с началом в центре масс Солнца, Луны, Земли соответственно). Если же центр системы координат совмещен с центром референц-эллипсоида, то такие системы координат называются квазигеоцентрическими, или референцными. Система координат, начало которой совпадает с точкой наблюдения на поверхности Земли, называется *топоцентрической*.

В зависимости от выбранной основной координатной плоскости различают *экваториальную, эклиптическую* (плоскость эклиптики), *горизонтную* (плоскость горизонта) и *орбитальную* (плоскость орбиты небесного объекта) системы координат.

Направления осей системы координат задаются относительно некоторых точек небесной сферы или земной поверхности. По направлению осей координат относительно точек пространства системы координат делятся на *звездные (небесные)* и *земные* (оси координат ориентированы соответственно относительно звезд или точек на земной поверхности).

Направление координатных осей можно задавать относительно *фундаментальных векторов*. К этим векторам относят вектор кинетического момента Земли, направления мгновенной оси ее вращения, вектор направления силы тяжести, нормаль к орбите Земли (к эклиптике), вектор линии узлов земной орбиты (направление на точку весеннего равноденствия) и др. Координаты, связанные с отвесной линией, называют *астрономическими*.

Из-за прецессии и нутации оси вращения Земли основные плоскости и оси координат с течением времени изменяют положение и направление в пространстве. Поэтому планетарные координаты фиксируют на определенную эпоху. Координаты, связанные с положением оси вращения Земли на момент наблюдения, называются *мгновенными*, или *истинными*.

Вследствие того, что выбранные для ориентировки координатных систем точки могут изменять свое положение, обязательно учитывается *эпоха.*

Определение *эпохи* в астрономии – это определение точного фиксированного момента времени наблюдения, для которого определены астрономические координаты или орбитальные элементы. В настоящее время по решению МАС принята система экваториальных координат FR5 для эпохи равноденствия J2000.0, на которую фиксируется положение небесного экватора и эклиптики.

1.2. Системы времени

В космической геодезии рассматривают два аспекта времени: эпоха и интервал. Эпоха определяет момент события, а интервал – время, протекшее между двумя эпохами.

Обычно эпоха фиксируется днем, месяцем, годом (*григорианский стиль*). Однако вычитание более ранней даты одного события из более поздней даты может создать некоторые неудобства и привести к неуверенности в результате. Поэтому задача о числе суток, прошедших между двумя заданными датами, удобнее решается с помощью *юлианского периода*.

Юлианский период – это система счета времени в сутках, предложенная в 1583 г. французским ученым Ж. Скалигером для хронологических расчетов. Удобство юлианского периода заключается в том, что все дни в нем занумерованы по порядку, независимо от принятой календарной системы, номера года, месяца, недели. В хронологии юлианский период дает возможность связывать различные календарные эпохи, выражая их через дни юлианского периода – *юлианские дни*.

Началом каждого юлианского дня считается средний гринвичский полдень. В астрономических ежегодниках или в специальных таблицах даются целые числа юлианских дней, прошедших с начала счета до среднего гринвичского полудня определенной даты. Для перехода к средней гринвичской полночи от полученной даты следует отнять 0,5.

Юлианская дата (обозначим ее как *JD*), соответствующая рассматриваемому моменту времени, может быть также вычислена по формуле

$$JD = 1\,721\,013{,}5 + 367g - entier\left\{\frac{7}{4}\left[g + entier\left(\frac{m+9}{12}\right)\right]\right\} + entier\left(\frac{275}{9}m\right) + d,$$

где *entier* – целая часть значения алгебраического выражения; g – номер года; m – номер месяца в году; d – номер дня в месяце.

При решении задач космической геодезии время выполняет две функции:

1) показывает угол поворота земной системы координат относительно небесной;

2) выступает в качестве независимой переменной в уравнениях движения небесных тел.

В соответствии с решаемыми задачами космической геодезии применяются два типа систем времени: *астрономические* и *атомные*.

Системы астрономического времени основаны на суточном вращении Земли. Сутки – это единица времени, которая определяется как промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями избранной точки небесной сферы на одном и том же меридиане. Вследствие неравномерности суточного вращения Земли продолжительность звездных или солнечных суток неодинакова. *Истинным звездным* *временем s* называется часовой угол истинной точки весеннего равноденствия γ (рис. 1.1).

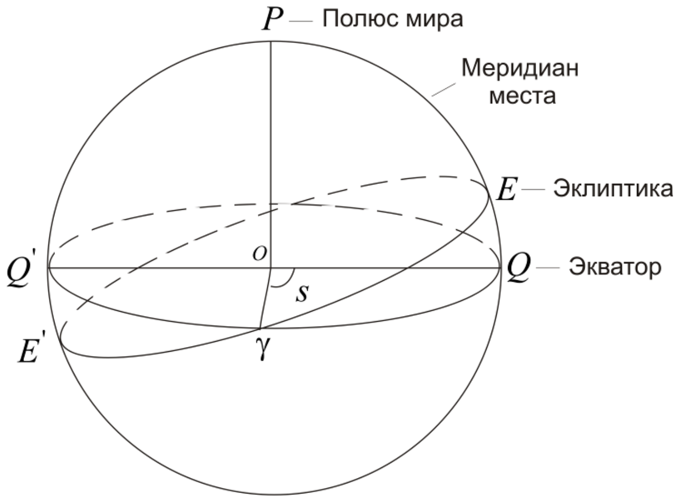


Рис. 1.1. Истинное звездное время

Местное звездное время s приводится к меридиану Гринвича:

$$S = s - \lambda,$$

где S – Гринвичское истинное звездное время; λ – астрономическая долгота наблюдательного пункта.

Среднее звездное время S_0 отличается от истинного звездного времени на величину полной нутации по прямому восхождению N_α:

$$S_0 = S - N_\alpha.$$

Нутация по прямому восхождению N_α является функцией нутации по долготе и нутации по наклону эклиптики, которые в свою очередь зависят от фундаментальных аргументов (переменные Делоне), определяющих среднее положение Луны и Солнца относительно центра Земли.

Гринвичское среднее звездное время $\tilde{S}_0$ в полночь по Всемирному времени определяется из выражения

$$\tilde{S}_0 = 6^h 41^m 50{,}548\,41^s + 8\,640\,184{,}812\,866^s \Delta T + 0{,}093\,104^s \Delta T^2 + 6{,}2 \cdot 10^{-6} \Delta T^3,$$

где $\Delta T = \dfrac{JD - 2\,451\,545{,}0}{36\,525}$ – промежуток времени, измеряемый в юлианских столетиях между фундаментальной эпохой 2000,0 ($JD = 2\,451\,545{,}0$) и рассматриваемым моментом (JD).

Среднее солнечное время, прошедшее от полуночи до текущего момента, называется *Всемирным временем* и обозначается как $UT0$:

$$UT0 = (S_0 - \tilde{S}_0) - \nu(S_0 - \tilde{S}_0).$$

Здесь $\nu = 0{,}002\,730\,433\,6$ – коэффициент перехода от звездного времени к среднему солнечному. Время $UT0$ определяется из наблюдений на обсерваториях Международной службы вращения Земли (МСВЗ).

После введения в $UT0$ поправки за движения полюса $\Delta\lambda_p$ получается Всемирное время $UT1$:

$$UT1 = UT0 - \Delta\lambda_p.$$

Время $UT1$ можно интерпретировать как угол между начальным меридианом счета долгот и средним экваториальным Солнцем – фиктивной точкой, равномерно движущейся по среднему экватору.

Связь между Гринвичским звездным временем $\tilde{S}_0$ в среднюю гринвичскую полночь, Гринвичским истинным звездным временем S и Всемирным временем $UT1$ устанавливается формулой

$$S = \tilde{S}_0 + N_\alpha + (1 + \nu)UT1.$$

Из-за неравномерности вращения Земли и постоянно возрастающих запросов науки и техники была введена шкала атомного времени *TAI*, не зависящего от вращения и движения Земли. За единицу атомного времени принята секунда, которая равна $9\,192\,631\,770$ периодам колебаний излучения, соответствующего периоду между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия-133. Точность атомных часов порядка 10^{-12}. Стабильность частоты современных квантовых генераторов на атомном водороде достигает $5 \cdot 10^{-14}$. В бюллетенях «Всемирное время и координаты полюса» (Серия E) регулярно публикуются значения разностей $UT1 - TAI$.

1.3. Понятие о пространственной прямоугольной системе координат

Положение точки в трехмерном пространстве может быть определено в пространственной системе координат. Если через некоторую точку O пространства (рис. 1.2) провести три взаимно перпендикулярные оси OX, OY, OZ, соответственно, ось абсцисс, ось ординат, ось аппликат, то относительно этих осей можно определить положение точки в пространстве.

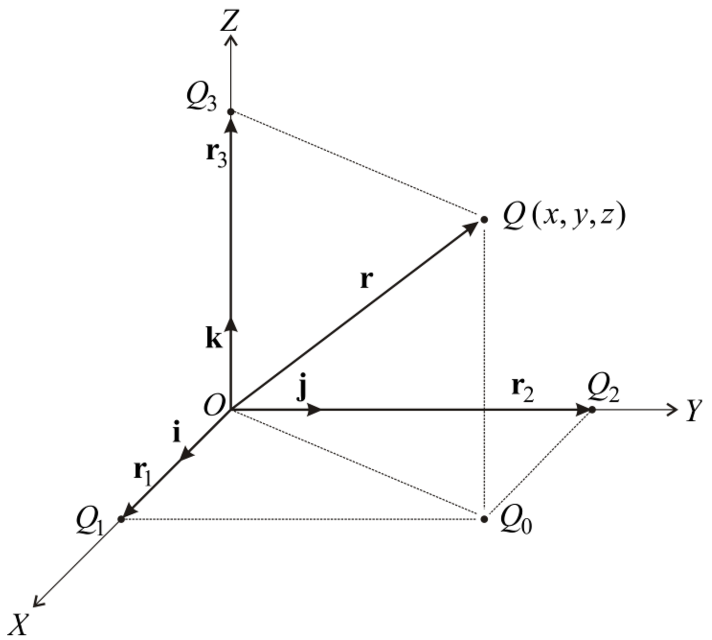


Рис. 1.2. Система пространственных прямоугольных координат

Пусть в принятой системе координат задан вектор $\mathbf{r}$, начало которого совпадает с началом координатной системы, а конец – с точкой $Q(x, y, z)$, имеющей координаты x, y, z.

Согласно правилу сложения векторов можно написать

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3. \quad (1.1)$$

Это равенство показывает, что всякий вектор можно разложить на составляющие, лежащие на осях координат. Слагаемые векторы $\mathbf{r}_1$, $\mathbf{r}_2$ и $\mathbf{r}_3$ называются компонентами, или составляющими данного вектора $\mathbf{r}$ относительно системы координат *OXYZ*. Отложив в положительном направлении каждой из осей координат (см. рис 1.2) по вектору **i**, **j** и **k**, длины которых равны единице, получим

$$\mathbf{r}_1 = x\mathbf{i}; \quad \mathbf{r}_2 = y\mathbf{j}; \quad \mathbf{r}_3 = z\mathbf{k}.$$

Таким образом, рассматривая проекции x, y и z вектора $\mathbf{r}$ на оси координат, на основании (1.1), имеем

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}, \tag{1.2}$$

или

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}. \tag{1.3}$$

Длина (модуль) вектора $\mathbf{r}$ определяется выражением

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Так как выбор начала системы координат и положительных направлений их осей произволен, то можно говорить о многообразии пространственных прямоугольных систем координат. Поэтому на практике нередко возникает необходимость в преобразовании одной системы прямоугольных координат в другую.

1.4. Преобразование пространственных прямоугольных координат

1.4.1. Параллельный перенос осей координат

Пусть x_1, y_1, z_1 – координаты произвольной точки Q относительно пространственной прямоугольной системы координат $O_1X_1Y_1Z_1$, а

x_2, y_2, z_2 – координаты той же точки относительно координатной системы $O_2X_2Y_2Z_2$. Обозначим через $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ координаты начала системы координат $O_2X_2Y_2Z_2$ в системе $O_1X_1Y_1Z_1$.

Если единицы масштаба по осям обозначенных систем координат совпадают и их оси параллельны, то согласно рис. 1.3 можно написать:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= \mathbf{r}_2 + \Delta\mathbf{r} \\ \mathbf{r}_2 &= \mathbf{r}_1 - \Delta\mathbf{r} \end{aligned}\right\}, \tag{1.4}$$

где

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}; \qquad \Delta\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}.$$

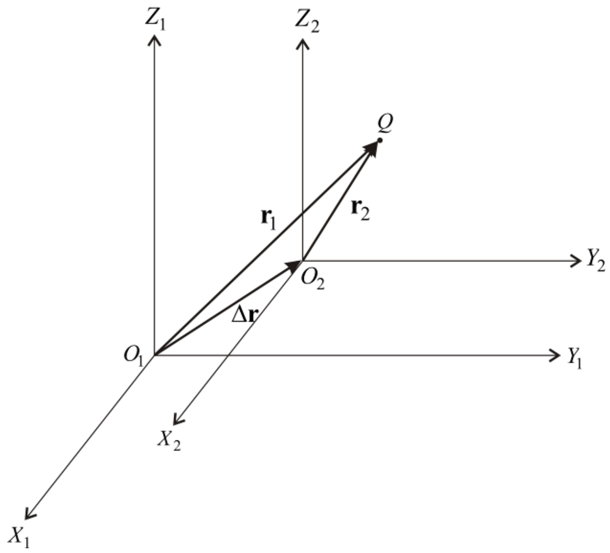


Рис. 1.3. Параллельный перенос осей координат

1.4.2. Поворот осей

Вектор $\mathbf{r}$ (рис. 1.4) может быть выражен в виде функции как первой $O_1X_1Y_1Z_1$, так и второй $O_2X_2Y_2Z_2$ системы координат:

$$\mathbf{r} = x_1\mathbf{i}_1 + y_1\mathbf{j}_1 + z_1\mathbf{k}_1 = x_2\mathbf{i}_2 + y_2\mathbf{j}_2 + z_2\mathbf{k}_2 . \qquad (1.5)$$

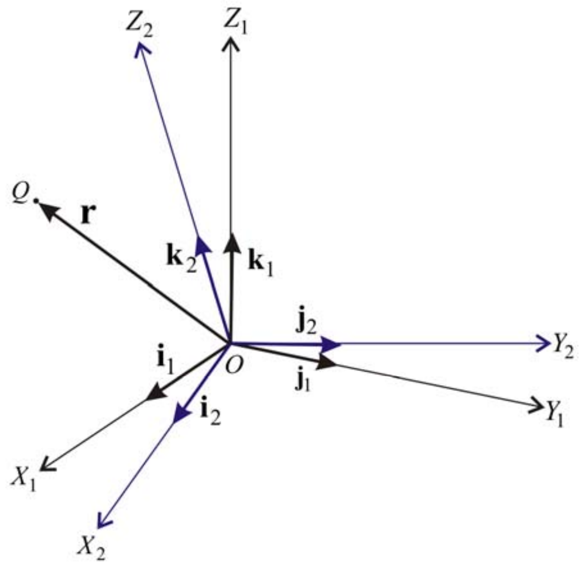


Рис. 1.4. Поворот осей пространственной системы координат

Умножая скалярно левые и правые части выражения (1.5) последовательно на орты $\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_1$ и $\mathbf{k}_1$, имеем

$$x_1(\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{i}_1) + y_1(\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{j}_1) + z_1(\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{k}_1) = x_2(\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{i}_2) + y_2(\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{j}_2) + z_2(\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{k}_2);$$
$$x_1(\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{i}_1) + y_1(\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{j}_1) + z_1(\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{k}_1) = x_2(\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{i}_2) + y_2(\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{j}_2) + z_2(\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{k}_2);$$
$$x_1(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{i}_1) + y_1(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{j}_1) + z_1(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_1) = x_2(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{i}_2) + y_2(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{j}_2) + z_2(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2).$$

Известно, что скалярные произведения ортогональных векторов равны нулю, а одноименных векторов – единице, т. е.

$$(\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{j}_1) = (\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{k}_1) = (\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{k}_1) = 0;$$
$$(\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{i}_1) = (\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{j}_1) = (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_1) = 1.$$

Тогда

$$x_1 = x_2(\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{i}_2) + y_2(\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{j}_2) + z_2(\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{k}_2);$$
$$y_1 = x_2(\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{i}_2) + y_2(\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{j}_2) + z_2(\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{k}_2);$$
$$z_1 = x_2(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{i}_2) + y_2(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{j}_2) + z_2(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2),$$

или, в матричном виде,

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{P}\mathbf{r}_2, \tag{1.6}$$

где

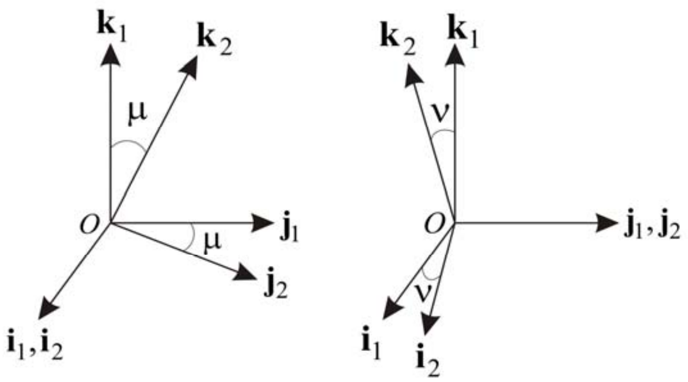
$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} (\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{i}_2) & (\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{j}_2) & (\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{k}_2) \\ (\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{i}_2) & (\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{j}_2) & (\mathbf{j}_1 \cdot \mathbf{k}_2) \\ (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{i}_2) & (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{j}_2) & (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2) \end{bmatrix};$$

P – матрица преобразований.

Заметим, что скалярное произведение двух единичных векторов равно косинусу угла между этими векторами. Поэтому выражение для матрицы $\mathbf{P}$ можно представить в виде

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cos(\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2) & \cos(\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_2) & \cos(\mathbf{i}_1, \mathbf{k}_2) \\ \cos(\mathbf{j}_1, \mathbf{i}_2) & \cos(\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2) & \cos(\mathbf{j}_1, \mathbf{k}_2) \\ \cos(\mathbf{k}_1, \mathbf{i}_2) & \cos(\mathbf{k}_1, \mathbf{j}_2) & \cos(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \end{bmatrix}. \tag{1.7}$$

Рассмотрим частные случаи. Пусть в двух системах координат начало и оси абсцисс совпадают, а оси ординат и аппликат лежат в плоскости $O_1Y_1Z_1$ и отстоят друг от друга на угол μ соответственно (рис. 1.5, *а*).



а) *б)* *в)*

Рис. 1.5. Частные случаи поворотов систем координат

Имеем:

$$\cos(\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2) = \cos(0°) = 1;$$
$$\cos(\mathbf{i}_1, \mathbf{j}_2) = \cos(\mathbf{i}_1, \mathbf{k}_2) = \cos(90°) = 0;$$
$$\cos(\mathbf{j}_1, \mathbf{i}_2) = \cos(\mathbf{k}_1, \mathbf{i}_2) = \cos(90°) = 0;$$
$$\cos(\mathbf{j}_1, \mathbf{j}_2) = \cos(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) = \cos(\mu);$$
$$\cos(\mathbf{j}_1, \mathbf{k}_2) = \cos(90° - \mu) = \sin(\mu);$$
$$\cos(\mathbf{k}_1, \mathbf{j}_2) = \cos(90° + \mu) = \sin(-\mu) = -\sin(\mu).$$

Теперь матрица преобразований $\mathbf{P}$ примет вид:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_X(\mu) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\mu) & \sin(\mu) \\ 0 & -\sin(\mu) & \cos(\mu) \end{bmatrix}. \tag{1.8}$$

По аналогии, когда оси ординат (рис. 1.5, *б*) и аппликат (рис. 1.5, *в*) двух координатных систем совпадают, можно написать:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_Y(\nu) = \begin{bmatrix} \cos(\nu) & 0 & -\sin(\nu) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\nu) & 0 & \cos(\nu) \end{bmatrix}; \tag{1.9}$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_Z(\omega) = \begin{bmatrix} \cos(\omega) & \sin(\omega) & 0 \\ -\sin(\omega) & \cos(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{1.10}$$

Матрицу $\mathbf{P}_u(\beta)$, где $u = X, Y, Z$, а $\beta = \mu, \nu, \omega$, называют *матрицей поворота*, или *матрицей вращения*. Матрица $\mathbf{P}_u(\beta)$ – ортогональная матрица, определитель которой равен единице. Для нее справедливы соотношения:

$$\mathbf{P}_u^{-1}(\beta) = \mathbf{P}_u^T(\beta) = \mathbf{P}_u(-\beta).$$

Выражения (1.8)–(1.10) соответствуют правой системе координат и положительным углам поворота при вращении против часовой стрелки, если смотреть с положительного конца оси вращения (u) по направлению к началу координат.

1.5. Небесные системы координат

В космической геодезии для определения положения небесных объектов часто используют небесную (звездную) систему координат. Такая система задается следующим образом (рис. 1.6):

– начало O расположено в центре масс Земли;

– ось Z совпадает с мгновенной осью вращения Земли по направлению к истинному северному полюсу P;

– ось X лежит в экваториальной плоскости QoQ' и направлена к истинной точке весеннего равноденствия γ (точке пересечения плоскости истинного экватора Земли с орбитой Земли $E\gamma E'$ (эклиптикой), наклоненной к экватору на угол ε);

– ось Y лежит в плоскости QoQ' и дополняет систему до правой.

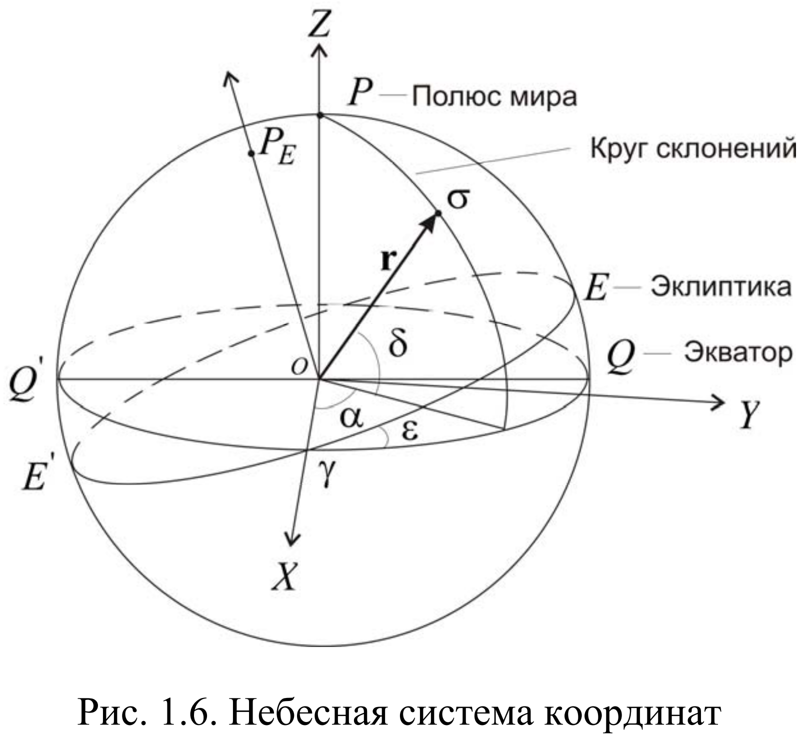


Рис. 1.6. Небесная система координат

В этой системе координат вектор $\mathbf{r}$ определяет положение небесного объекта σ. Компоненты вектора $\mathbf{r}$ могут быть заданы либо прямоугольными координатами x, y, z, либо сферическими координатами r, α, δ. Здесь r – расстояние от начала системы координат до небесного светила;

α, δ – прямое восхождение и склонение объекта наблюдений соответственно.

Прямое восхождение – это угол в экваториальной плоскости, измеренный против часовой стрелки от точки весеннего равноденствия до круга склонений. Склонение объекта – это острый угол, измеряемый от плоскости экватора до светила.

Прямоугольные и сферические координаты точки связаны соотношениями:

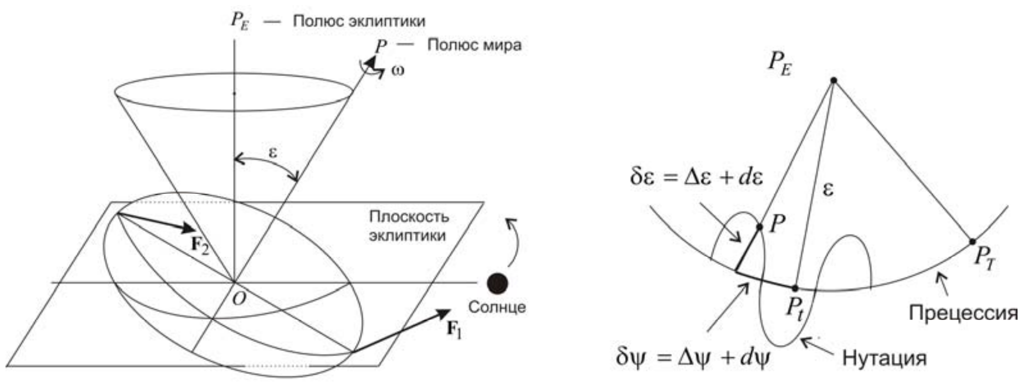
$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = r \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\delta \\ \sin\alpha\cos\delta \\ \sin\delta \end{bmatrix}; \qquad \alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right);$$

$$\delta = \arcsin\left(\frac{z}{r}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right); \qquad r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\ .$$

Описанная система координат называется *истинной небесной системой*. Истинная небесная система не является строго инерциальной. Ориентировка ее осей изменяется со временем в пространстве из-за лунно-солнечной прецессии и астрономической нутации земной оси. При этом истинный полюс P совершает вековое и колебательное движение вокруг полюса эклиптики P_E.

Причина прецессии и нутации (рис. 1.7) лежит в постоянно изменяющемся гравитационном притяжении Солнцем и Луной (в меньшей степени – планет) элементов масс Земли. Это происходит вследствие орбитального движения Земли и Луны.

Гравитационное притяжение несферической Земли Солнцем и Луной заставляет Землю колебаться в пространстве подобно волчку и при этом испытывать малые наклоны, называемые нутацией.



а) *б)*

Рис. 1.7. Изменение оси вращения Земли:

а) прецессия; *б*) нутация

Если в положении истинного полюса P учесть влияние нутации в данную эпоху t, то получится положение среднего полюса P_t на эту эпоху. Ему соответствует плоскость среднего небесного экватора Q_tOA_t и средняя точка весеннего равноденствия γ_t (рис. 1.8).

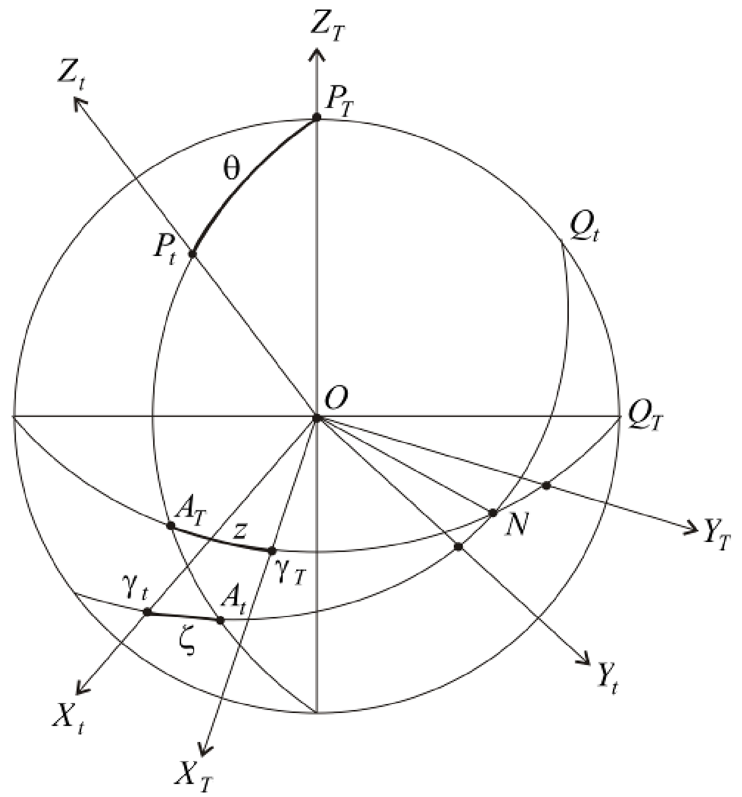


Рис. 1.8. Прецессионные углы

Такая система называется *средней небесной системой* в эпоху t.

Положение основной плоскости $Q_T OA_T$ и направление координатных осей X_T, Y_T, Z_T в пространстве для эпохи T, называемой фундаментальной эпохой, задаваемой обычно на начало юлианского года *J2000.0*, закрепляется в каталогах координатами α_T, δ_T звезд или других небесных объектов.

Связь между средними координатами x_t, y_t, z_t объекта на эпоху наблюдений t и средними координатами x_T, y_T, z_T фундаментальной эпохи T осуществляется с помощью прецессионных параметров ζ, z и θ (см. рис. 1.8) путем трех последовательных вращений: на угол z – в плоскости $OX_T Y_T$, на угол θ – в плоскости $OA_T Z_T$ и на угол ζ – в плоскости $OA_t Q_t$.

В результате имеем

$$\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \mathbf{P}_Z(\zeta)\mathbf{P}_Y(-\theta)\mathbf{P}_Z(z)\begin{bmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{bmatrix} = \mathbf{P}\begin{bmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{bmatrix},$$

где

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_Z(\zeta)\mathbf{P}_Y(-\theta)\mathbf{P}_Z(z).$$

Углы прецессии ζ, θ и z, выраженные в угловых секундах, вычисляются по формулам Ньюкома – Андуайе. С точностью до членов третьего порядка они представляются так:

$$\zeta = 2\,306{,}218\,1''\Delta T + 0{,}301\,88''\Delta T^2 + 0{,}017\,9983''\Delta T^3;$$
$$\theta = 2\,004{,}310\,9''\Delta T + 0{,}426\,65''\Delta T^2 + 0{,}041\,833''\Delta T^3;$$
$$z = 2\,306{,}218\,1''\Delta T + 1{,}094\,68''\Delta T^2 + 0{,}018\,203''\Delta T^3.$$

Переход от средних координат x_t, y_t, z_t в эпоху t к истинным координатам x, y, z этой же эпохи выполняется через матрицу нутации $\mathbf{N}$:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{N}\begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix},$$

где

$$\mathbf{N} = \mathbf{P}_X\left(-\varepsilon_t - \delta\varepsilon\right)\mathbf{P}_Z\left(-\delta\psi\right)\mathbf{P}_Z\left(\varepsilon_t\right);$$

ε_t – средней наклон эклиптики к экватору;

$\delta\varepsilon = \Delta\varepsilon + d\varepsilon$ – коротко- и долгопериодическая нутация наклона эклиптики;

$\delta\psi = \Delta\psi + d\psi$ – коротко- и долгопериодическая нутация по долготе.

Средний наклон эклиптики к экватору определяется соотношением

$$\varepsilon_t = 23°26'21{,}448'' - 46{,}8150''\Delta T - 0{,}000\,59''\Delta T^2 + 0{,}001\,813''\Delta T^3.$$

Полный переход от средних координат наблюдаемого объекта фундаментальной эпохи T к истинным координатам, согласно приведенным выше формулам, имеет вид:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{N}\cdot\mathbf{P}\cdot\begin{bmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \end{bmatrix}.$$

Небесная (инерциальная) система координат закрепляется координатами опорных звезд. Согласно решениям Международного астрономического союза (МАС) в качестве опорной небесной системы (ICRS) приняты каталоги экваториальных координат внегалактических радиоисточников.

Практической реализацией ICRS является Международная небесная система отсчета, ICRF (International Celestial Reference Frame). В настоящее время для вычисления эфемерид звезд используются фундаментальные каталоги FK6 и HIPPARCOS, привязанные к системе ICRS (International Celestial Reference System), в которой положения опорных звезд заданы в средней небесной системе координат на стандартную эпоху *2000.0*.

Небесная система координат используется при орбитальных и баллистических расчетах.

1.6. Земные геоцентрические системы координат

В земных геоцентрических системах координат началом является центр масс Земли, а направление осей связано с положением полюса

Земли, ее экватора и начального меридиана. Эти системы вращаются вместе с Землей при ее суточном движении в пространстве. В таких системах положение (координаты) точек на земной поверхности подвергаются только малым изменениям со временем из-за геофизических эффектов (тектонические и приливные деформации), которые можно достаточно точно учитывать.

Общеземная геоцентрическая прямоугольная система координат определяется следующим образом (рис. 1.9):

- начало системы координат (точка *O*) находится в центре масс Земли;
- ось *Z* проходит через полюс (точка *P*);
- ось *X* проходит через точку *G* пересечения плоскости экватора и начального меридиана;
- ось *Y* находится в экваториальной плоскости и дополняет систему до правой системы координат.

Рис. 1.9. Геоцентрическая земная система координат

Все геоцентрические системы связаны с определенными эллипсоидами, названия которых обычно совпадают с названием самой системы. В этом случае возможно использование не только декартовых, но и эллипсоидальных (сфероидических) координат: геодезической широты *B*, геодезической долготы *L* и высоты *H* точки *A* над эллипсоидом (отрезок $\overline{DA}$).

Геодезическая широта (*B*) – это острый угол между плоскостью экватора и нормалью к поверхности эллипсоида. *Геодезической долготой* называют двугранный угол между плоскостями начального меридиана и меридиана заданной точки.

Связь геодезических координат с прямоугольными координатами осуществляется по формулам

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+H)\cos B \cos L \\ (N+H)\cos B \sin L \\ [N(1-e^2)+H]\sin B \end{bmatrix},$$

где N – радиус кривизны первого вертикала (отрезок $\overline{CD}$), определяемый как

$$N = \frac{a}{\sqrt{1-e^2\sin^2 B}}.$$

Здесь a – большая полуось земного эллипсоида; e^2 – квадрат первого эксцентриситета.

В земной системе координат положение оси вращения Земли, ее полюса и экватора, а также начального меридиана связано с проблемой движения полюса.

По многолетним измерениям геодезических широт в различных пунктах Земли было замечено, что широты пунктов не остаются постоянными, а периодически меняются. Эти колебания широт объясняются тем, что тело Земли смещается относительно оси вращения и в разное время с полюсами вращения совпадают различные точки поверхности Земли. Таким образом, положение полюса Земли является функцией времени.

Для детального изучения явления движения полюса организована *Международная служба вращения Земли (МСВЗ)*. Одна из задач МСВЗ – установление координат x_p и y_p мгновенного полюса Земли относительно осредненного за период с 1900 по 1905 г. *условного земного полюса* (УЗП). Ось x_p направлена по начальному меридиану, а ось y_p – под углом 90° на запад (рис. 1.10). Средние квадратические погрешности определения x_p и y_p, по данным МСВЗ, составляют 0,000 3$''$ (~1 см).

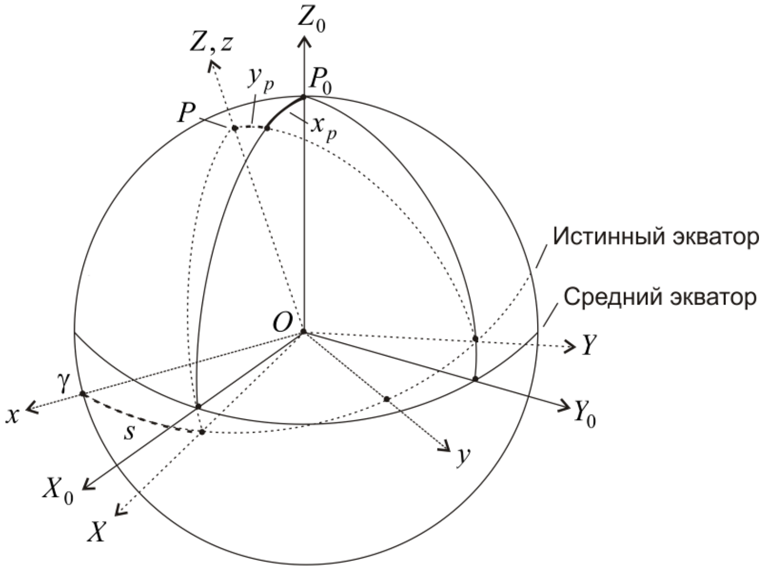


Рис. 1.10. Связь между истинной небесной и общеземной системами координат

Связь земных с небесными координатами возможна только через мгновенные земные (X, Y, Z) и истинные небесные (x, y, z) системы при условии, что плоскость небесного экватора совпадает с плоскостью земного экватора. Согласно рис. 1.10 имеем:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{P}_Z(-s)\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix},$$

где s – истинное звездное время.

Если координаты точки (X_0, Y_0, Z_0) на земной поверхности заданы относительно условного земного полюса P_0, то справедливо соотношение

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{P}_Z(-s)\mathbf{P}_Y(x_p)\,\mathbf{P}_X(y_p)\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}.$$

В силу ортогональности матриц вращения, обратная связь средней земной и истинной небесной систем координат имеет вид

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} = \mathbf{P}_X(-y_p)\,\mathbf{P}_Y(-x_p)\,\mathbf{P}_Z(s)\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

В соответствии с постановлением Правительства Российской Федерации, геоцентрической системе координат ПЗ-90, входящей в систему «Параметры Земли 1990 года», придан статус государственной при решении навигационных задач и задач геодезического обеспечения орбитальных полетов [6].

Первая модернизация геоцентрической системы координат «Параметры Земли 1990 года» (ПЗ-90) была выполнена в 2002 г. (ПЗ-90.02) с использованием большого объема измерительной информации космического геодезического комплекса ГЕО-ИК и высокоточных измерений на пунктах космической геодезической сети. При этом достигнуто существенное повышение точности установления государственной геоцентрической системы координат по отношению к системе координат ПЗ-90, точности геодезической привязки измерительных средств наземного комплекса управления ГЛОНАСС, расчета эфемерид КА ГЛОНАСС.

Уточненная версия государственной геоцентрической системы координат, входящая в систему «Параметры Земли 1990 года» (ПЗ-90.02), введена в действие в целях повышения тактико-технических характеристик глобальной навигационной спутниковой системы ГЛОНАСС, улучшения геодезического обеспечения орбитальных полетов и решения навигационных задач [7].

Уточнение государственной геоцентрической системы координат «Параметры Земли 1990 года» (ПЗ-90.02) выполнено в 2011 г. (ПЗ-90.11) с использованием большого объема высокоточных измерений ГЛОНАСС/GPS-пунктов космической геодезической сети и ряда пунктов сети IGS (Международная служба ГНСС). Общеземная геоцентрическая система координат «Параметры Земли 1990 года» (ПЗ-90.11) установлена в качестве государственной системы координат для использования в целях геодезического обеспечения орбитальных полетов и решения навигационных задач [8].

Геометрические и физические числовые геодезические параметры в отношении общеземной геоцентрической системы координат «Параметры Земли 1990 года» (ПЗ-90.11) утверждены приказом министра обороны Российской Федерации от 15 января 2014 г. № 11 [10].

Общеземные системы координат – Всемирная геодезическая система WGS-84 (США) и Международная земная опорная система ITRS (International Terrestrial Reference System), поддерживаемая и регулярно обновляемая Международной службой вращения Земли IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service). Практическим воплощением ITRS является Международная земная опорная сеть ITRF (International Terrestrial Reference Frame) [9].

1.7. Референцные системы координат

Отсчетной поверхностью в геодезических референцных системах координат, так же как и в общеземной системе координат, является эллипсоид вращения. Отличие заключается в том, что положение начала счета координат в этих системах и ориентировка их осей могут не совпадать.

С 1946 г. в России действует референцная система координат 1942 года (СК-42). С 1 июля 2002 г. введена геодезическая референцная система координат 1995 года (СК-95). Референцные системы координат СК-42 и СК-95 закреплены пунктами государственной геодезической сети. Постановлением Правительства Российской Федерации от 28 декабря 2012 г. № 1463 установлена геодезическая система координат ГСК-2011 в качестве государственной для использования при осуществлении геодезических и картографических работ [8].

Система координат 1942 года

За отсчетную поверхность в системе координат 1942 года принят эллипсоид Красовского с большой полуосью a = 6378 245 м и сжатием $\alpha = 1/298{,}3$. Центр эллипсоида Красовского совпадает с центром референцной системы координат. На эпоху создания СК-42 это обеспечивалось реализацией двух условий: параллельностью оси Z референцной системы координат средней оси вращения Земли и параллельностью плоскостей начальных астрономического и геодезического меридианов.

Из-за погрешностей измерений и ограниченных возможностей по их обработке (уравниванию) эти условия в то время не могли быть надежно проконтролированы, что привело к развороту осей референцной системы координат, который был впервые достоверно оценен в начале 1980-х гг. с использованием спутниковых данных.

Система координат 1995 года

Отсчетной поверхностью в системе координат 1995 года, так же как и в СК-42, является эллипсоид Красовского. Оси системы координат СК-95 установлены под условием параллельности осям общеземной системы координат ПЗ-90.

Геодезическая система координат ГСК-2011

Геодезическая система координат ГСК-2011 является практической реализацией земной пространственной системы координат с началом в центре масс Земли. Ось Z направлена к Условному земному полюсу, как определено рекомендациями Международной службы вращения Земли IERS, ось X – в точку пересечения плоскости экватора и начального меридиана, установленного IERS (Международная служба вращения Земли и опорных систем координат) и BIH (Bureau International de l'Heure, Международное бюро времени), ось Y дополняет систему до правой. Начало системы координат служит в качестве геометрического центра общеземного эллипсоида с параметрами: a = 6 378 136,5 м и α = 1/298,256 415 1. Система координат ГСК-2011 закреплена пунктами фундаментальной астрономо-геодезической сети (ФАГС) (порядка 50 пунктов) на эпоху *2011.0*.

1.8. Топоцентрические системы координат

Очень часто при построении геодезических сетей методами космической геодезии применяются топоцентрические системы координат, начало которых расположено в точке наблюдений A на земной поверхности. Если направления осей топоцентрической системы (X', Y', Z') параллельны осям (X, Y, Z) общеземной системы, то такая система называется *топоцентрической земной системой координат* (рис. 1.11).

Связь этих двух систем осуществляется переносом начала координат из точки O в точку A и наоборот (см. подраздел 1.4.1):

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}; \qquad \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix},$$

где X_A, Y_A, Z_A – координаты пункта A на поверхности Земли.

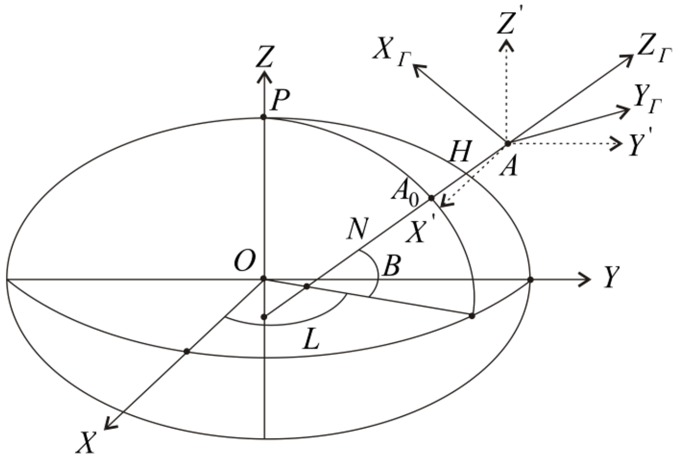


Рис. 1.11. Топоцентрическая система координат

Если основная плоскость топоцентрической системы координат совпадает с плоскостью геодезического горизонта, ось $Z_Г$ направлена в геодезический зенит пункта, ось $X_Г$ – на север, а ось $Y_Г$ – на восток, то такая система называется *топоцентрической горизонтной системой координат*. Связь координат X', Y', Z' с горизонтными $X_Г, Y_Г, Z_Г$ определяется формулой:

$$\begin{bmatrix} X_Г \\ Y_Г \\ Z_Г \end{bmatrix} = \mathbf{P}_Y(90 - B)\,\mathbf{P}_Z(90 + L) \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix}.$$

Сферическими координатами наблюдаемого пункта в этой системе являются его геодезический азимут A, зенитное расстояние z и расстояние ρ до наблюдаемого объекта. Связь сферических координат с прямоугольными координатами выполняется по формулам:

$$\begin{bmatrix} X_\Gamma \\ Y_\Gamma \\ Z_\Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \sin z \cos A \\ \rho \sin z \sin A \\ \rho \cos z \end{bmatrix};$$

$$\mathrm{tg}\, z = \frac{\sqrt{X_\Gamma + Y_\Gamma}}{Z_\Gamma}; \qquad \mathrm{tg}\, A = \frac{Y_\Gamma}{X_\Gamma}; \qquad \rho = \sqrt{X_\Gamma + Y_\Gamma + Z_\Gamma}\,.$$

Вопросы для самоконтроля

1. Классификация систем координат.
2. Земные системы координат.
3. Небесные системы координат.
4. Роль методов космической геодезии в решении координатной проблемы.
5. Преобразования систем координат.
6. Системы измерения времени.