

# ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

## 2.1. Обобщенная структура спутниковой навигационной системы

Спутниковые навигационные системы GPS и ГЛОНАСС создавались исходя из определенных требований, соответствующих их прямому назначению. Подразумевалась их глобальность; независимость от метеорологических условий, рельефа местности, степени подвижности объекта; непрерывность работы и круглосуточная доступность; помехозащищенность; компактность аппаратуры потребителя и др.

Гражданские применения СНС, развившиеся уже после разработки концепции систем ГЛОНАСС и GPS, особенно такие, как управление гражданским воздушным движением, навигацией судов, спасательные работы, предъявляют к СНС повышенные требования в плане *доступности, целостности и непрерывности обслуживания*. Дадим определения этим важным терминам:

- *доступность (готовность)* – степень вероятности работоспособности СНС перед ее применением и в процессе применения;
- *целостность* – степень вероятности выявления отказа системы в течение заданного времени или быстрее;
- *непрерывность обслуживания* – степень вероятности сохранения непрерывной работоспособности системы на заданном промежутке времени.

Под заданным промежутком времени, как правило, подразумевается отрезок времени, наиболее важный с практической точки зрения, например, время захода авиалайнера на посадку. В настоящее время среди гражданских применений наиболее критичным к работоспособности СНС является управление воздушным движением, включая навигационное обеспечение воздушных судов. Требования к доступности зависят от этапов полета и интенсивности воздушного движения [2]. Доступность при маршрутном полете

---

должна быть не хуже 0,999 ... 0,99999; при полете в зоне аэродрома и некатегорированном заходе на посадку не хуже 0,99999. Требования к целостности достигают, согласно требованиям ИКАО, значения 0,9999999995 при допустимом времени предупреждения не более 1 с. Приведенные данные показывают, насколько велики требования, предъявляемые к надежности СНС потребителями.

В СНС GPS и ГЛОНАСС высокие эксплуатационные характеристики на структурном уровне достигаются путем совместного функционирования трех основных сегментов:

- космического сегмента;
- сегмента управления;
- сегмента потребителей.

Кроме основных сегментов существует такое функциональное дополнение, как дифференциальная подсистема (DGPS), и ряд вспомогательных элементов: специальные каналы наземной и космической связи, средства вывода спутников на орбиту и т.п.

Основу концепции СНС GPS и ГЛОНАСС составили *независимость* и *беззапросность* навигационных определений. Независимость подразумевает определение искомым навигационных данных непосредственно в аппаратуре потребителя. Это несколько усложняет потребительское оборудование, но при современном уровне развития электроники подобное усложнение уже не имеет значения. Беззапросность системы означает, что все вычисления в аппаратуре потребителя вычисляются только на основе пассивно принятых сигналов от НКА с заранее точно известными орбитальными координатами. В свою очередь, отсутствие необходимости передавать запрос от потребителя к НКА позволяет сделать оборудование потребителя весьма компактным и экономичным.

### **2.1.1 Космический сегмент**

Точность местоопределения и стабильность функционирования СНС в большой степени зависит от взаимного орбитального расположения спутников и параметров их сигналов. Как правило, требуется, чтобы в зоне видимости потребителя находились не менее 3 – 5 НКА. На практике орбитальная структура строится таким образом, что для большинства потребителей постоянно видны более 6 НКА и потребитель имеет возможность выбирать оптимальное созвездие по определенному алгоритму, заложенному в вычислитель приемника. Кроме действующих НКА, завершенная СНС имеет в своем составе несколько резервных спутников, которые могут быть оперативно введены для замены вышедших из строя либо для уве-

## Общие принципы функционирования спутниковых НС

личения степени покрытия определенного региона. Действующие НКА могут быть перегруппированы (в ограниченных пределах) по команде с наземной станции управления. Действующие в настоящее время средневысотные орбиты с высотой около 20 000 км позволяют принимать сигналы каждого НКА почти на половине поверхности Земли, что обеспечивает *непрерывность радионавигационного поля* и достаточную избыточность при выборе оптимального созвездия НКА. Системы GPS и ГЛОНАСС часто называют *сетевыми СНС*, поскольку принципиальное значение для их функционирования имеет взаимная синхронизация НКА по орбитальным координатам и параметрам излучаемых сигналов, т.е. объединение группы НКА в сеть.

Основное назначение НКА – формирование и излучение сигналов, необходимых для решения потребителем задачи позиционирования и контроля исправности самого НКА. В состав стандартного НКА входят: радиопередающее оборудование для передачи навигационного сигнала и телеметрической информации; радиоприемное оборудование для приема команд наземного комплекса управления; антенны; бортовая ЭВМ; бортовой эталон времени и частоты; солнечные батареи; аккумуляторные батареи; системы ориентации на орбите и т.д. Современные НКА могут нести сопутствующее оборудование, такое как детекторы для обнаружения наземных ядерных взрывов и элементы систем боевого управления [12].

Излучаемые НКА сигналы содержат дальномерную и служебную составляющие. Дальномерная составляющая используется потребителями непосредственно для определения навигационных параметров – дальности до НКА, вектора скорости потребителя, его пространственной ориентации и т.п. Служебная составляющая содержит информацию о координатах спутников, шкале времени, векторах скоростей НКА, исправности и т.д. В основном служебная информация готовится командно-измерительным комплексом и закладывается в бортовую память НКА во время сеанса связи. И лишь незначительная ее часть формируется бортовой аппаратурой. Процедура переноса служебной информации из командного комплекса в память бортовой ЭВМ часто называется *загрузкой данных*.

Дальномерная составляющая содержит компоненты *стандартной* и *высокой точности*. Стандартная точность измерений доступна всем потребителям, а высокая – только авторизованным, т.е. имеющим разрешение военных контролирующих органов. *Разграничение доступа* достигается путем кодирования сигналов высокой точности.

---

В условиях военных действий возможны попытки как постановки преднамеренных помех с целью *подавления* сигнала СНС (джаминг, jamming), так и попытки *навязывания* (спуфинг, spoofing), т.е. подмены сигнала и ввода в приемную аппаратуру противника заведомо ложной информации при помощи сторонних передатчиков. Поскольку в литературе весьма редко встречается четкое толкование термина "антиспуфинг" применительно к СНС, следует особо подчеркнуть, что речь идет именно о защите от навязывания. В зарубежной литературе [12] и др. в понятие антиспуфинга зачастую включают и применение помехоустойчивых кодов, так как в условиях радиоэлектронной войны попытки навязывания обычно начинаются с постановки активных помех с целью прервать нормальную работу и дезориентировать противника.

### 2.1.2. Сегмент управления

Сегмент управления состоит из главной станции, совмещенной с вычислительным центром; группы контрольно-измерительных станций (КИС), связанных с главной станцией и между собой каналами связи; наземного эталона времени и частоты. Контрольно-измерительные станции стараются размещать как можно равномернее по поверхности Земли, соотносясь с геополитическими факторами и экономической целесообразностью. Координаты КИС (фазового центра антенны) определены в трех измерениях с максимально доступной точностью. При пролете НКА в зоне видимости КИС, она осуществляет наблюдение за спутником, принимает навигационные сигналы, осуществляет первичную обработку информации и производит обмен данными с главной станцией. На главной станции происходит сбор информации от всех КИС, ее математическая обработка и вычисление различных координатных и корректирующих данных, подлежащих загрузке в бортовую ЭВМ НКА.

Данные, подлежащие загрузке, подразделяются на оперативные, обновляемые при каждом сеансе связи, и долговременные. В случае возникновения нештатной ситуации возможно проведение внеплановых сеансов связи и загрузки данных при условии нахождения НКА в зоне видимости одной из КИС.

Наземный эталон времени и частоты имеет более высокую точность, чем бортовые эталоны и предназначен для синхронизации всех процессов, происходящих в СНС и коррекции бортовых эталонов.

Сочетание независимости и безапросности придает СНС неограниченную пропускную способность – произвольное число потребителей может использовать сигналы СНС в любой момент времени.

### 2.1.3 Сегмент потребителей

Сегмент потребителей можно условно разбить на три части: военные организации, гражданские организации, частные лица. Независимо от назначения потребительского оборудования, в нем присутствуют *радиочастотный тракт*, в котором происходит прием радиосигналов НКА и их первичная обработка, и *вычислитель*, предназначенный для вторичной обработки сигнала, выделения навигационной информации, реализации алгоритма выбора оптимального созвездия и вычисления пространственных координат и вектора скорости потребителя. Обычно сначала определяются текущие координаты НКА и дальности до них, затем вычисляются географические координаты потребителя. Вектор скорости потребителя вычисляется путем измерения доплеровских сдвигов частоты НКА при известных векторах скорости спутников. Для некритичных транспортных применений вектор скорости может рассчитываться по разности координат в два фиксированных момента времени. Далее, в зависимости от назначения приемника, информация может поступать на устройство отображения, в канал передачи, либо на блок управления внешними исполнительными механизмами.

### 2.1.4. Определение текущих координат НКА

Несмотря на некоторое сходство с радиомаячными навигационными системами (беззапросность, дальномерный метод), СНС имеют также и существенные отличия. Координаты радиомаяков неизменны и заранее известны, тогда как координаты НКА необходимо постоянно находить. Определение текущих координат НКА, движущихся с большими и непостоянными относительно потребителя скоростями представляет собой сложную техническую и вычислительную задачу.

При существующем подходе к построению СНС максимально возможный объем вычислений стараются перенести на наземный комплекс управления. Контрольно-измерительные станции расположены на ограниченных территориях и не обеспечивают непрерывное наблюдение за НКА. По результатам доступных наблюдений в вычислительном центре главной командной станции вычисляются параметры орбит НКА. Они подвергаются математической обработке по алгоритмам устранения погрешностей. Затем на основании обработанных данных составляется прогноз параметров орбиты в фиксированные (*опорные*) моменты времени вплоть до выработки следующего прогноза.

---

Спрогнозированные параметры орбиты и их производные называются *эфемеридами*. Во время сеанса связи эфемериды передаются на НКА, а затем в виде *навигационного сообщения*, содержащего эфемериды и соответствующие метки времени – потребителям. Зная предполагаемые параметры орбиты и точные координаты НКА в опорные моменты времени, потребитель может вычислить координаты НКА в произвольный момент времени. Кроме эфемерид в навигационное сообщение закладывается *альманах* – набор сведений о текущем состоянии СНС в целом, включая *загрубленные эфемериды*, применяемые для поиска видимых НКА и выбора оптимального созвездия.

## 2.2. Общепринятые единицы мер времени

Рассмотрение принципов построения и функционирования спутниковых навигационных систем невозможно без предварительного ознакомления с основными понятиями, относящимися к единицам мер времени. Эти единицы применяются для определения пространственного положения НКА, привязки сигналов НКА к единой шкале времени и т.д.

Принято различать две группы единиц отсчета времени:

- астрономические;
- неастрономические.

Основной астрономической единицей отсчета являются *сутки*, разбитые на 86400 с и равные интервалу времени, за который Земля делает один полный оборот вокруг своей оси относительно некой фиксированной точки отсчета на небесной сфере, для неподвижного наблюдателя, находящегося на поверхности Земли. Характерной особенностью астрономических суток является то, что в зависимости от выбранной точки отсчета (центр видимого диска Солнца, точка весеннего равноденствия и т.д.), сутки имеют *разную длительность* и различаются по названию.

**Звездные сутки.** Интервал времени, отмеренный между двумя последовательными верхними кульминациями точки весеннего равноденствия, называется *звездными сутками*  $T_3$ , или, иначе, звездным периодом обращения Земли. Время, измеренное на определенном меридиане, называется *местным временем данного меридиана*. Поэтому, в случае со звездными сутками, говорят о *местном звездном времени меридиана*. Рассмотрим рис. 2.1, представляющий собой вид сверху на северное полушарие небесной сферы, где  $P_N$  – Северный полюс [2].



Рис. 2.1. Местное звездное время

Местное звездное время измеряется часовым углом  $t$  положения точки весеннего равноденствия  $\gamma$  относительно небесного меридиана  $L$ . Под небесным меридианом подразумевается проекция земного меридиана на условную поверхность небесной сферы, поэтому часовой угол аналогичен географической долготе, отсчитывается от часового меридиана наблюдателя по часовой стрелке и измеряется в часах, минутах и секундах. Очевидно, что за один звездный час Земля поворачивается на  $15^\circ$ , и звездное время может быть выражено в угловых значениях.

Известно, что ось вращения Земли совершает медленные периодические движения, состоящие из движения по конусу – *прецессии*, и небольших колебаний – *нутацй*. Прецессия и нутации вносят погрешность в определение звездного времени, поскольку из-за них перемещается точка весеннего равноденствия. Если при расчетах учитывают только прецессию, то получают *среднее звездное время*. Когда совместно с прецессией учтена и нутация, то получается *истинное звездное время* [2]. Звездное время, измеренное на Гринвичском меридиане, называется *гринвичским звездным временем*.

**Солнечные сутки.** Интервал времени, отсчитанный по нижним кульминациям центра видимого диска Солнца (истинного Солнца) называют *истинными солнечными сутками*  $T_{и}$ . Поскольку в течение года продолжительность  $T_{и}$  непостоянна, в повседневной жизни за основную единицу времени принимают *средние солнечные су-*

---

тки  $T_{\text{ср}}$ , которые отмеряются по нижним кульминациям "среднего Солнца" – воображаемой точки, рассчитанной в предположении ее равномерного движения по орбите. Предполагается, что воображаемое "среднее Солнце" совершает один полный оборот по экватору за такое же время, как и настоящее Солнце по эклиптике и проходит точку весеннего равноденствия одновременно с Солнцем [2]. Значение  $T_{\text{ср}}$  соответствует значению  $T_{\text{и}}$ , усредненному за год.

*Среднее солнечное время* (или *среднее время*) отмеряется от момента нижней кульминации "среднего Солнца" и выражается в долях  $T_{\text{ср}}$ . *Местное среднее время* измеряется часовым углом направления на "среднее Солнце" относительно местного меридиана, плюс 12 ч.

Между звездным и средним временем существует следующее соотношение: 24 ч звездного времени приблизительно равны 23 ч 56 мин 4,091 с среднего времени.

**Эфемеридное (предвычисленное) время.** Из-за упомянутой выше неравномерности суточного вращения Земли продолжительность звездных и солнечных суток незначительно меняется. Для реализации точных расчетов было введено равномерно текущее время - *эфемеридное время ET*, где единицей измерения времени является *эфемеридная секунда*, рассчитываемая, как 1/86400 доля средней продолжительности суток в определенный день 1900 г. [2].

**Неастрономическое время.** Очевидно, что использование меры вращения Земли в качестве базиса для всеобщей меры времени сопряжено со множеством неудобств и в ряде случаев порождает значительные погрешности. После того, как в 60-х годах прошлого столетия были созданы атомные стандарты частоты (времени), появилась возможность перейти к неастрономическому базису меры времени.

В 1967 г., на XIII Генеральной конференции по мерам и весам была принята искусственная единица меры времени, не зависящая от вращения Земли – *атомная секунда*. Атомная секунда равна интервалу времени, в течение которого совершается 9 192 631 770 колебаний, соответствующих резонансной частоте энергетического перехода между уровнями сверхтонкой структуры основного состояния атома цезия-133 при отсутствии внешних воздействий (цезиевый стандарт частоты). В настоящее время атомная секунда принята за единицу времени в системе СИ вместо применявшейся ранее эфемеридной секунды. Шкала международного атомного времени TAI включает в себя осредненные показания нескольких различных атомных эталонов частоты (времени).



### 2.3. Системы отсчета времени, применяемые в СНС

В перечень систем отсчета времени, используемых в СНС входят как системы, на которых базируется работа активной стороны СНС (сегмент управления и НКА), так и системы, применяемые пассивной стороной - потребителем. Во многих случаях потребителю более интересны параметры времени применительно к местным условиям, поэтому далее мы рассмотрим как всемирные, так и местные системы отсчета времени.

**Всемирное время UT (Universal Time).** Это время иначе называется гринвичским средним солнечным и содержит год, месяц, число, час, минуту и секунду. Система введена в 1928 г. III Генеральной ассамблеей Международного астрономического союза. Год, месяц и число отсчитываются по Григорианскому календарю, остальные величины – по местному среднему времени  $t_{UT}$  на Гринвичском меридиане. Время  $t_{UT}$  измеряется по часовому углу среднего Солнца относительно Гринвичского меридиана плюс 12 ч. Так как существует движение полюсов Земли, то происходит изменение положения меридианов, и, в зависимости от того, какие поправки внесены, различают следующие разновидности всемирного времени:

- $UT_0$  – всемирное время, получаемое в результате текущих астрономических измерений относительно неуточненного Гринвичского меридиана;
- $UT_1$  – всемирное время среднего Гринвичского меридиана с учетом движения полюсов. Это время является основой для измерения времени в повседневной жизни;
- $UT_2$  – то же, что и  $UT_1$ , но с сезонными поправками;
- $UT_1R$  – отличается от  $UT_2$  поправками на приливы.

Зная долготу места наблюдателя  $L$ , можно легко вычислить местное среднее время из равенства  $UT = t - L$ , где  $t$  – местное среднее время; откуда  $t = UT + L$ . Восточная долгота  $L$  при этом положительна, а западная отрицательна. Аналогично, гринвичское звездное время  $S_{гр} = S - L$ , где  $S$  – местное звездное время; соответственно  $S = S_{гр} + L$ .

**Всемирное координированное время UTC.** Это время после введения атомного стандарта частоты (времени) наиболее часто используется в повседневной жизни и измеряется по атомным часам. Именно сигналы UTC передаются по радиовещательным сетям, в составе телевизионного сигнала и выдаются серверами точного времени в Интернет. Показания атомных часов периодически, с периодом от 0,5 до 2,5 с, корректируются на 1 с так, чтобы раз-

---

ность UT-UTC не превышала 0,9 с. Поскольку в системах спутниковой навигации также применяется атомный стандарт частоты, синхронизируемый со стандартом UTC, при секундной коррекции UTC в системах СНС также производится коррекция и возникает событие "leap second" (секундный скачок). Информация об этом событии передается потребителю в соответствии с интерфейсом конкретной системы. По состоянию на 1 января 1990 г разность TAI-UTC составляла +25 с.

**Поясное время ZT.** В состав этого времени входят год, месяц и число, которые отсчитываются аналогично всемирному времени, а часы, минуты и секунды как местное среднее время центрального (основного) географического меридиана данного часового пояса  $t_n$  по формуле  $ZT = UTC + \Delta n$ , где  $\Delta n$  – номер часового пояса. Поверхность Земли разделена на 24 часовых пояса, центральные меридианы которых различаются на  $15^0$ . Поясное время впервые введено в ряде стран с 1884 г, в России с 1919 г. Поясное время удобно использовать в повседневной жизни, так как не требуется уточнять время при перемещениях вдоль параллели.

**Местное декретное время.** Отличается от поясного времени ZT на величину декретной поправки  $\Delta t_{\text{дек}}$ , устанавливаемой законодательно. Это время использовалось в СССР до 1981 г, в настоящее время в России действует система летнего времени.

**Летнее время.** Вычисляется относительно поясного времени, как  $t_n = ZT + 2$  ч. Как правило, летнее время вводится с 2 ч ночи последнего воскресенья марта до 3 ч ночи последнего воскресенья сентября. Время, действующее после отмены летнего, называется зимним  $t_3$ . Оно соответствует существовавшему ранее декретному времени с добавкой  $\Delta t_{\text{дек}} = 1$  ч, таким образом,  $t_3 = ZT + 1$  ч.

**Юлианский период.** С точки зрения вычислений использование перечисленных выше систем отсчета не всегда удобно, так как требует использования как минимум четырех чисел: год, месяц, число и часы с долями. Поэтому на практике применяют систему отсчета, именуемую юлианским периодом, в которой счет текущего времени ведется в днях, равных средним солнечным суткам с десятичными долями. Все дни периода нумеруются по порядку.

Счет юлианских дней JD ведется от полудня 1 января 4713 г. до н.э. до заданного момента времени. Общая длительность юлианского периода составляет 7980 лет, а юлианское столетие содержит 36525 средних солнечных суток. Любой момент времени в этой системе выражается числом, в котором целая часть – число юлианских дней, прошедших до последнего среднего гринвичского по-

лудня, а дробная часть – интервал времени в долях средних солнечных суток  $T_c$ , прошедший от этого полудня, до заданного момента времени [2]. Пересчет календарной даты в юлианскую дату производится по формулам или справочным таблицам. Для разных периодов времени определяются различные справочные константы. Расчетная формула имеет обобщенный вид  $t_{JD} = A + g_{kl} + n + t_{UT} - 0,5$ , где  $A$  – константа для определенного периода времени;  $t_{UT}$  – часы, минуты и секунды всемирного времени на заданный момент, пересчитанные в доли  $T_c$ ;  $k$ ,  $l$ ,  $n$  – год, месяц и число по общепринятому календарю;  $g_{kl}$  – число, определяемое на начало каждого месяца по справочной таблице.

Для удобства начало отсчета юлианских дней иногда смещают на некоторую величину. Наиболее часто используются следующие начальные моменты:

- Ноль часов всемирного времени 1 января 1900 г. ( $JD = 2\,415\,020,0$ );
- Полночь 17 ноября 1858 г. ( $JD = 2\,400\,000,5$ ) – начало модифицированного юлианского периода, обозначаемого MJD;
- Полдень 1 января 2000 г. ( $JD = 2\,451\,545$ ), обозначается как J20-00.

### **2.4. Шкалы времени СНС и их синхронизация**

Спутниковая навигационная система представляет собой комплекс орбитальных объектов, контрольных станций и приемников потребителей, имеющих жесткую привязку по пространственно-временным параметрам. Более того, большинство параметров орбитального движения НКА с точки зрения потребителя выражается через функции от времени. Применение пассивных (беззапросных) дальномерных методов подразумевает взаимную синхронизацию по времени излучения всех НКА. При этом все компоненты СНС должны использовать единую шкалу времени.

Очевидно, что реализовать эти требования в полной мере невозможно, так как для этого потребуются оснастить идентичными высокоточными эталонами частоты (времени) все составляющие системы, включая аппаратуру потребителей. Поэтому на практике применяют три шкалы времени – системную шкалу, бортовую шкалу и шкалу потребителя, перечисленные в порядке снижения доступной точности.

Основной шкалой времени СНС является системная, поскольку она оказывает прямое или косвенное влияние на синхронизацию всех подсистем СНС. Для ее формирования используются наибо-

---

лее точные квантовые эталоны времени и частоты, расположенные в наземных командно-измерительных станциях и обеспеченные специальными техническими и алгоритмическими решениями.

Бортовая шкала времени формируется квантовым эталоном ("атомными часами") расположенным на борту НКА. К этому эталону привязываются все навигационные сигналы, излучаемые НКА. Бортовые эталоны работают в гораздо более жестких условиях и технически менее обеспечены, поэтому имеют меньшую стабильность, чем системные эталоны. Между бортовой и системной шкалой неизбежно возникает расхождение, которое измеряется и периодически устраняется наземным сегментом управления. Для определения величины ухода бортовой шкалы относительно системной наземный комплекс управления производит сверку шкал. В процессе сверки по принятым наземной станцией навигационным сигналам НКА измеряется значение времени по бортовой шкале на момент начала излучения сигнала  $t_{изл}$ . В момент начала его приема наземной станцией время по бортовой шкале вычисляется, как [2]

$$t_{БШВ} = t_{изл} + \Delta t_{распр} + \Delta t_{рз} + \Delta t_{ат} + \Delta t_{апп} ,$$

где  $\Delta t_{распр}$  – время распространения от фазового центра передающей антенны НКА до фазового центра приемной антенны измерительной станции;  $\Delta t_{рз}$  – уход бортовой шкалы времени из-за релятивистских эффектов, определяемый с точностью до единиц наносекунд;  $\Delta t_{ат}$  – сдвиг бортовой шкалы на величину задержек распространения в атмосфере;  $\Delta t_{апп}$  – аппаратурные и метрологические погрешности. Уход бортовой шкалы времени относительно системной определяется, как разность между вычисленным значением  $t_{БШВ}$  и эталонным временем системы. Существуют активный (запросный) и пассивный (беззапросный) методы измерения величины дальности до НКА для вычисления параметра  $t_{распр}$ . Активный метод более прост и позволяет получать более точные результаты, но требует применения дополнительной аппаратуры. В настоящее время система ГЛОНАСС использует активный метод, а GPS – пассивный.

Обычно коррекция бортовой шкалы времени происходит эпизодически, при ее уходе относительно системной шкалы больше допустимого значения. Существует два вида коррекции. В случае обнаружения смещения временных интервалов шкал (разность фаз кодовых последовательностей) производится фазирование бортовой шкалы, позволяющее совместить шкалы с точностью до десятков наносекунд. Совместно с фазированием либо независимо от

него может проводиться изменение оцифровки (коррекции кода на целое число секунд).

В настоящее время все СНС управляются с ограниченных территорий и коррекцию бортовых шкал времени удается производить лишь эпизодически. Поэтому применяется прогнозирование ухода бортовой шкалы. По результатам длительных наблюдений за уходом бортовой шкалы составляется математическая модель и вычисляется систематическая составляющая ухода. Предсказание систематической составляющей позволяет загрузить в бортовую память каждого НКА соответствующие частотно-временные поправки, которые затем передаются потребителю в составе эфемеридной информации.

Наиболее нестабильной и смещенной относительно системной шкалы является шкала времени потребителя, которая формируется кварцевым генератором приемника. Шкала времени потребителя корректируется при помощи соответствующей части навигационной информации, принимаемой с НКА. Существует несколько способов синхронизации шкалы времени потребителя. В первом способе информация, принятая потребителем, используется как для расчета текущего ухода бортовой шкалы времени относительно системной, так и для привязки шкалы времени потребителя к системной шкале при нахождении *временной координаты  $t'$* . Этот способ наиболее распространен и обеспечивает точность привязки не менее 1 мкс.

Второй способ основан на том, что потребителю в навигационном сообщении передаются метка времени НКА и частотно-временные поправки. Точность привязки в этом случае ниже и зависит от знания дальности до НКА (т.е. времени распространения сигнала  $\Delta t_{\text{распр}}$ ). Третий способ аналогичен второму, но в качестве источника информации используются дальномерные коды.

### **2.5. Системы координат, применяемые в СНС**

Движение НКА, как и любого небесного тела, описывается законами небесной механики и происходит под действием сил инерции и притяжения Земли. Соответственно, движение спутника рассматривается в системе координат с центром, расположенном в центре масс Земли. На рис. 2.2 схематически показаны геоцентрические системы координат, применяемые в СНС [2].

**Геоцентрическая инерциальная система координат.** Классической системой координат, в которой описывается траекторное движение НКА, является геоцентрическая инерциальная система координат  $OX_0 Y_0 Z_0$ . Начало координат расположено в центре масс Земли.

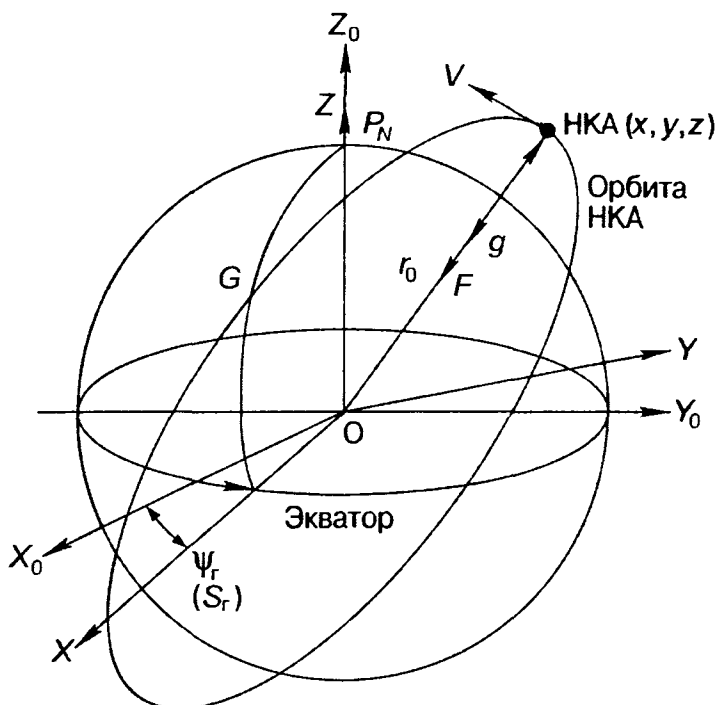


Рис. 2.2. Геоцентрические системы координат

Ось  $OX_0$  лежит в плоскости экватора и направлена в точку весеннего равноденствия (точка Весны или точка Овна, обозначаемая знаком созвездия Овна –  $\gamma$ ). Ось  $OZ_0$  направлена вдоль оси вращения Земли в сторону Северного полюса  $P_N$ , а ось  $OY_0$  дополняет систему координат до правой.

**Геоцентрическая подвижная система координат.** Центр геоцентрической подвижной системы координат  $OXYZ$  также совпадает с центром масс Земли  $O$ , а ось  $OZ$  совпадает с осью  $OZ_0$ . Ось  $OX$  лежит в плоскости экватора и проходит через Гринвичский меридиан. Ось  $OY$  дополняет систему до правой. Плоскость  $OXZ$  образует на поверхности Земли линию сечения, соответствующую нулю-пункту принятой системы отсчета долгот. В процессе суточного вращения ось  $OX$  периодически проходит через точку  $\gamma$ . Интервал между такими последовательными моментами соответствует одним звездным суткам. Солнечные сутки, отсчитываемые по движению Солнца, имеют большую продолжительность из-за движения Земли по орбите.

Угол  $\psi_r$  между осями  $OX$  и  $OX_0$  соответствует гринвичскому звездному времени и рассчитывается с учетом звездной даты и времени на Гринвичском меридиане:

$$\psi_r = S_r = S_0 + \omega_3 t(1 + u_3),$$

## Общие принципы функционирования спутниковых НС

где  $\omega_3 = 15^\circ/\text{ч} = 7,292115 \cdot 10^5$  рад/ч – угловая скорость вращения Земли;  $S_0$  – гринвичское звездное время (угол между осями  $OX_0$  и  $OX$  на момент ноля часов всемирного времени) в заданный день;  $t$  – всемирное время заданной даты, на которое рассчитывается угол  $\psi_t$ ;  $U_3 = 0,002737909$  – коэффициент связи звездных и солнечных суток.

В свою очередь, гринвичское звездное время  $S_0$  на момент  $t_0$  вычисляется при помощи формулы Ньюкома

$$S_0 = 64,15_{\text{мин}}0,54841_c + 8640184,812866_c T + 0,093104_c T^2 - 6,2_c 10^{-6} T^3,$$

где  $T = (JD0 - 2451545)/36525$  – время, измеренное в долях юлианского столетия и отсчитываемое от момента времени (эпохи) 12 ч всемирного времени  $UT1$  на 1 января 2000 г. до момента  $t_0$ ;  $JD0$  – время  $t_0$ , выраженное в юлианских днях.

Наземный сегмент управления формирует информацию о движении НКА в геоцентрической подвижной системе координат, которая затем передается потребителю в навигационном сообщении. После вторичной обработки информации в этой же системе координат определяется положение самого потребителя. Но подавляющее большинство потребителей в повседневном применении интересуют геодезические координаты – широта, долгота и высота.

**Геодезическая система координат.** Геодезические координаты точки описывают ее расположение относительно поверхности Земли. Физическая модель Земли представляет собой эллипсоид (рис. 2.3) с большой полуосью  $a$ , лежащей в экваториальной плоскости, и малой полуосью  $b$ .

**Геодезическая широта** точки  $U$  – величина угла  $B$  между нормалью к поверхности эллипсоида и плоскостью экватора. **Геодезическая долгота** точки  $U$  – величина угла  $L$  между плоскостью начального меридиана и плоскостью меридиана, проходящего через точку  $U$ . Положительное направление отсчета долгот – от начального меридиана к востоку. **Геодезическая высота** – расстояние  $H$  по нормали от точки  $U$  до поверхности эллипсоида.

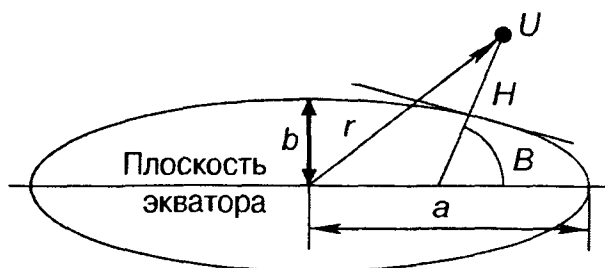


Рис. 2.3. Земной эллипсоид

---

Прямоугольные геоцентрические координаты  $\{x, y, z\}$ , вычисленные в ходе навигационных определений, затем подлежат преобразованию в геодезические координаты  $\{B, L, H\}$  с использованием соотношений

$$x = (N + H) \cos B \cos L;$$

$$y = (N + H) \cos B \sin L;$$

$$z = [(1 - e^2)N + H] \sin B,$$

где  $N = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$ ;  $e = \sqrt{1 - b^2 / a^2} = \sqrt{2\alpha - \alpha^2}$  – эксцентриситет эллипсоида;  $\alpha = 1 - b / a$  – параметр сжатия эллипсоида.

## 2.6. Движение спутника в инерциальной системе координат

Если при определении траектории движения спутника подразумевают его движение под действием только силы притяжения Земли, с одним притягивающим центром в центре масс Земли, то такое движение называют *невозмущенным* или *кеплеровым*.

Если при определении траекторного движения спутника учитывают возмущающие силы, такие как притяжение Луны и Солнца, давление светового излучения, неравномерность гравитационного поля Земли и другие, то такое движение называется *возмущенным*.

### 2.6.1. Невозмущенное (кеплерово) орбитальное движение

В соответствии со вторым законом Ньютона движение центра масс спутника в инерциальной системе координат  $OX_0 Y_0 Z_0$  описывается уравнением

$$F = mg, \tag{2.1}$$

где  $m$  – масса спутника;  $g$  – вектор центростремительного ускорения;  $F$  – вектор силы земного притяжения.

В свою очередь, сила земного притяжения

$$F = kMm/r^2 = \mu m/r^2,$$

где  $k = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кгс}^2$  – универсальная гравитационная постоянная;  $M = 5,974242 \cdot 10^{24} \text{ кг}$  – масса Земли;  $r$  – расстояние от центра Земли до спутника;  $\mu = kM = 3,9860044 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$  – геоцентрическая гравитационная постоянная Земли.

Если вектор центростремительного ускорения  $g$  выразить через производную по времени от  $r$



$$g = d^2 r / dt^2 ,$$

то уравнение движения (2.1) примет вид

$$F = m(d^2 r / dt^2) .$$

Траекторию движения спутника в пространстве, иначе называемую *орбитой*, можно описать через проекции на оси инерциальной системы координат [2]:

$$\frac{d^2 x_0}{dt^2} = -\mu \frac{x_0}{r^3}; \quad \frac{d^2 y_0}{dt^2} = -\mu \frac{y_0}{r^3}; \quad \frac{d^2 z_0}{dt^2} = -\mu \frac{z_0}{r^3} . \quad (2.2)$$

Здесь  $x_0, y_0, z_0$  – текущие координаты спутника в проекциях радиус-вектора  $r$  на оси координат,  $r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$ .

Первый закон Кеплера гласит, что *любая траектория спутника, движущегося в центральном поле тяготения, лежит в неподвижной относительно инерциальной системы координат плоскости, проходящей через центр тяготения, и представляет собой кривую второго порядка, в одном из фокусов которой находится центр притяжения*. Плоскость, в которой лежит траектория движения спутника, называется *орбитальной плоскостью* (рис. 2.4) [2].

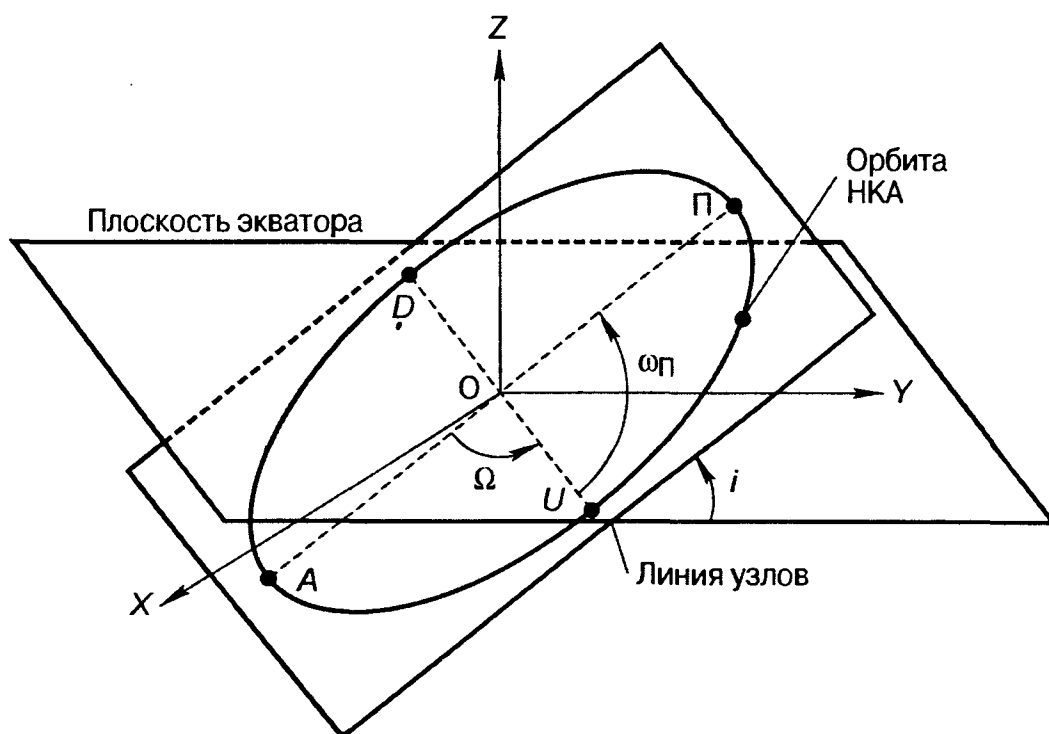


Рис. 2.4. Элементы кеплеровой орбиты спутника

Проходящая через экватор плоскость  $XOY$  называется *экваториальной плоскостью*. Ориентация орбитальной плоскости характеризуется ее положением относительно экваториальной плоскости. Линия пересечения этих плоскостей называется *линией узлов*, а *узлами орбиты* спутника являются точки пересечения орбиты с экваториальной плоскостью. Узел  $U$ , образующийся при движении спутника из южной небесной полусферы в северную, называют *восходящим*, а узел  $D$ , образующийся при движении из северной небесной полусферы в южную – *нисходящим*.

Для однозначного определения положения орбитальной плоскости относительно экваториальной применяются два орбитальных элемента: *долгота восходящего узла*  $\Omega$  и *наклонение орбиты*  $i$ . Угол  $\Omega$  отсчитывают в экваториальной плоскости от оси  $OX$  до линии узлов, в диапазоне от 0 до  $360^\circ$ . Угол  $i$  отсчитывают, как угол между экваториальной и орбитальной плоскостями в диапазоне от 0 до  $180^\circ$ . В зависимости от величины  $i$  применяются следующие наименования орбиты:

$i = 90^\circ$  – *полярная*;

$i \approx 90^\circ$  – *приполярная*;

$i = 0^\circ$  – *экваториальная*;

$0 < i < 90^\circ$  – *наклонная*.

Орбита спутника в полярной системе координат  $(r, \vartheta)$  с центром, совпадающим с центром масс Земли описывается уравнением кривой второго порядка, один из фокусов которой совпадает с центром координат:

$$r = \frac{\rho}{1 + e \cos(\vartheta - \vartheta_0)}, \quad (2.3)$$

где  $\rho$  – фокальный параметр;  $e$  – эксцентриситет;  $\vartheta$  – угол между положительным направлением полярной оси и фокальной осью. При  $\vartheta = 0$  полярная ось направлена от центра к ближайшей вершине кривой, а при  $\vartheta = \pi$  в противоположную сторону. Для определенности примем,  $\vartheta_0 = 0$ . Угол  $\vartheta$  называется *истинной аномалией* (рис. 2.5).

Эксцентриситет  $e$  определяет форму орбиты. При  $e = 0$  орбита является круговой; при  $0 < e < 1$  эллиптической, с вытянутостью, зависящей от  $e$  и  $\rho$ ; при  $e = 1$  параболической; при  $e > 1$  орбита имеет форму гиперболы. Навигационные спутники как правило движутся по эллиптическим орбитам, в одном из фокусов орбиты находится Земля.

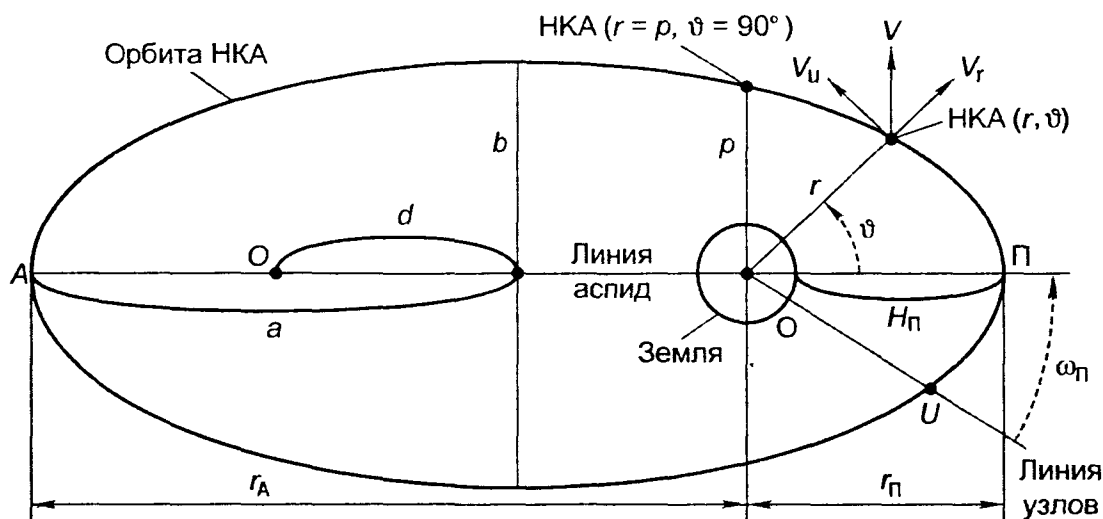


Рис. 2.5. Параметры эллиптической орбиты

Прямую линию, проходящую через фокусы эллипса  $O$ , называют *линией аспид*, а точки пересечения этой линии с эллипсом – *апсидами*. Ближайшую к центру полярной системы координат вершину (точка  $\Pi$ ) называют *перигентром*, а удаленную вершину (точка  $A$ ) – *апоцентром*. Это обобщенные термины. Если спутник вращается по эллиптической орбите вокруг Земли, то эти точки называются соответственно *перигей* и *апогей*. Заметим, что точку апоцентра имеют только эллиптические орбиты.

Поскольку радиус Земли известен ( $R_З = 6371$  км), то расстояния апогея и перигея иногда выражают как  $r_А = R_З + H_А$ ;  $r_П = R_З + H_П$ , где  $H_А$  и  $H_П$  – высоты апогея и перигея относительно поверхности Земли.

Параметр  $\omega_П$  – это *угол перигея (аргумент)* между направлением на перигей и линией узлов, характеризующий *ориентацию орбиты* в орбитальной плоскости.

Ориентация невозмущенной орбиты и ее геометрические параметры неизменны во времени, поэтому параметры  $e$ ,  $p$ ,  $i$ ,  $\omega_П$ ,  $\Omega$  не меняются при движении спутника по орбите. И лишь истинная аномалия  $\vartheta$  указывает положение спутника на орбите в заданный момент времени  $t_k$ . Время, в которое спутник оказывается в заданной точке орбиты, обычно называют *эпохой*. Чтобы установить некую условную точку отсчета при движении спутника по замкнутой орбите, фиксируют время  $\tau$  прохождения спутником характерной точки орбиты. Например, время прохождения точки перигея  $\tau = t_П$  называют *временем перигея*. Когда время прохождения опорной точки известно, можно определить положение спутника на орбите в произвольный момент времени  $t$  при помощи уравнения Кеплера:

$$t - \tau = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} (E - e \sin E), \quad (2.4)$$

где  $E$  – эксцентрическая аномалия, определяемая из соотношения [2]

$$\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{\vartheta}{2}.$$

Геометрический смысл параметра  $E$  проиллюстрирован на рис. 2.6, где кроме эллиптической орбиты спутника приведена гипотетическая круговая орбита. На ней фиксируется точка  $H_1$ , имеющая одинаковую со спутником абсциссу, и для этой точки определяется угловой параметр  $E$ .

Когда спутник движется по эллиптической орбите, его угловая скорость непостоянна и зависит от положения на орбите. Для вычислений удобнее использовать равномерное движение с постоянной угловой скоростью. С этой целью вводится угловой параметр  $M$  – средняя аномалия для момента времени  $t$ , или средняя аномалия эпохи  $t$ .

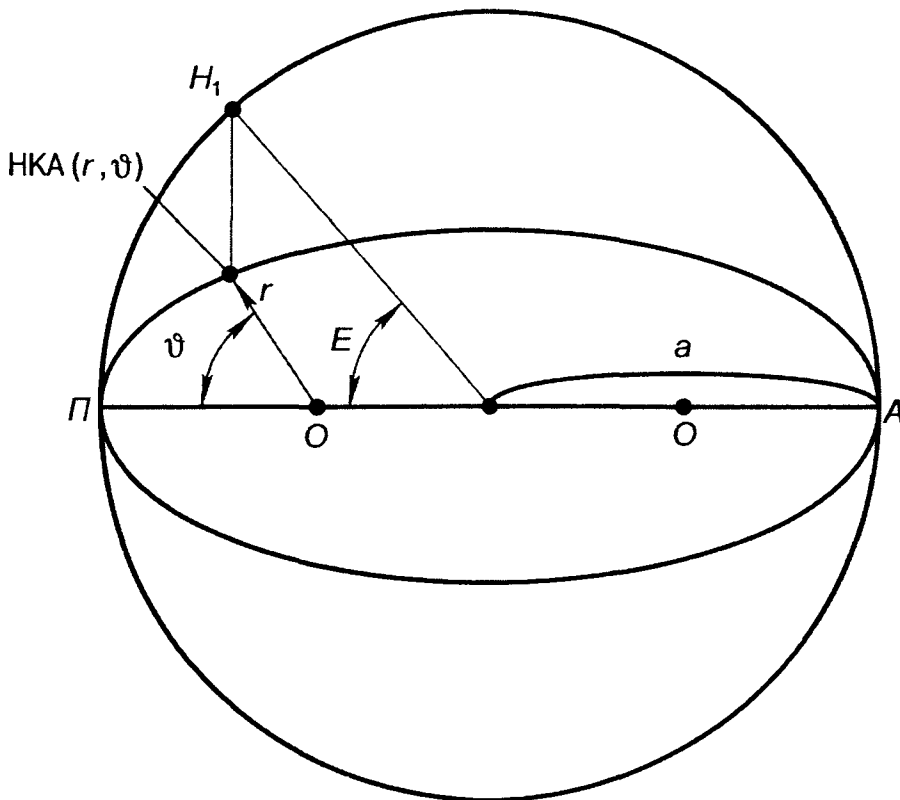


Рис. 2.6. Геометрический смысл эксцентрической аномалии

## Общие принципы функционирования спутниковых НС

$$M = 360^\circ(t - t_0)/T = n(t - \tau), \quad (2.5)$$

где  $t_0$  – некоторый начальный момент времени;  $n = 360^\circ / T = \sqrt{\mu/a^3}$  – средняя угловая скорость (среднее движение).

Среднюю угловую скорость можно определить иначе, дифференцируя (2.5) по времени:

$$n = dM/dt.$$

Геометрический смысл параметра  $M$  состоит в том, что он характеризует гипотетическое положение спутника, равномерно движущегося по орбите с угловой скоростью, равной средней угловой скорости  $n$ . Чем ближе истинная орбита спутника к круговой, тем больше значение  $M$  приближается к значению  $\vartheta$ , и тем ближе параметр  $n$  к истинной угловой скорости.

С учетом (2.5) уравнение Кеплера (2.4) можно представить в виде

$$M = E - e \sin E.$$

В [2] отмечено, что при движении спутников по почти круговым орбитам  $e \rightarrow 0$  и возникают вычислительные трудности, для устранения которых используются преобразованные параметры. Например, вместо элементов  $e$ ,  $\omega_n$  используются параметры  $q = e \cos \omega_n$ ,  $k = e \sin \omega_n$ .

От орбитальных координат ( $r$ ,  $\vartheta$ ) можно перейти к инерциальным, для чего необходимо осуществить три последовательных поворота орбитальной системы координат на углы  $\omega_n$ ,  $i$ ,  $\Omega$ . В результате преобразования получаем уравнения:

$$\begin{aligned} x_0 &= r[\cos(\vartheta + \omega_n)\cos\Omega - \sin(\vartheta + \omega_n)\sin\Omega\cos i]; \\ y_0 &= r[\cos(\vartheta + \omega_n)\sin\Omega - \sin(\vartheta + \omega_n)\cos\Omega\cos i]; \\ z_0 &= r\sin(\vartheta + \omega_n)\sin i. \end{aligned} \quad (2.6)$$

где значение  $r$  вычисляется из (2.3). Как уже отмечалось, параметры  $e$ ,  $p$ ,  $i$ ,  $\omega_n$ ,  $\Omega$  неизменны во времени и описывают форму и размеры орбиты и ее ориентацию в пространстве. Мгновенное положение спутника на орбите характеризуется истинной аномалией  $\vartheta$ . Из (2.6) следует, что можно ввести иной параметр, описывающий положение спутника на орбите – *аргумент широты* спутника  $u = \vartheta + \omega_n$ . Как и  $\omega_n$ , он отмеряется от восходящего узла орбиты.

Дифференцируя (2.6) по времени, получаем

$$\begin{aligned}\frac{dx_0}{dt} &= V_{x0} = V_{r0} \frac{x_0}{r} - V_u (\sin u \cos \Omega + \cos u \sin \Omega \cos i); \\ \frac{dy_0}{dt} &= V_{y0} = V_{r0} \frac{y_0}{r} - V_u (\sin u \sin \Omega + \cos u \cos \Omega \cos i); \\ \frac{dz_0}{dt} &= V_{z0} = V_{r0} \frac{z_0}{r} + V_u \cos u \sin i.\end{aligned}\quad (2.7)$$

где

$V_{r0} = \frac{dr}{dt} = \sqrt{V_{x0}^2 + V_{y0}^2 + V_{z0}^2} = \sqrt{\mu/p} e \sin \vartheta$  – радиальная составляющая вектора  $V$  скорости спутника (рис. 2.5);

$V_u = r \frac{d\vartheta}{dt} = \sqrt{\mu/p} (1 + e \cos \vartheta)$  – поперечная составляющая вектора  $V$  скорости спутника (рис. 2.5).

Часто употребляемым параметром является *секториальная скорость*  $V_{ск}$ , под которой подразумевается площадь сектора эллипса, описываемого радиус-вектором спутника за единицу времени. Это величина, постоянная для любой точки орбиты что соответствует *второму закону Кеплера*:

$$V_{ск} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{1}{2} \sqrt{p\mu}.$$

Вычислив площадь эллипса, как  $S_{эл} = \pi ab$ , можно вычислить время, за которое радиус-вектор совершает полный оборот:

$$T = S_{эл} k / V_{ск} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}. \quad (2.8)$$

Время полного оборота радиус-вектора называют *сидерическим* или *звездным* периодом. Период времени между двумя последовательными прохождениями спутником одного и того же меридиана называется *синодическим периодом*. Вследствие вращения Земли сидерический и синодический периоды не совпадают.

*Третий закон Кеплера* устанавливает соотношение между периодами обращения двух спутников и большими полуосями их орбит:

$$T_1^2 / T_2^2 = a_1^3 / a_2^3$$

## Общие принципы функционирования спутниковых НС

Если период обращения спутника равен звездным суткам ( $T = T_3$ ), такие спутник относят к суточным, а при периоде обращения кратном  $T_3$  к синхронным. Если площадь орбиты суточного спутника лежит в плоскости экватора, такой спутник называют *геостационарным*, так как он неподвижен относительно экватора.

Период обращения НКА ГЛОНАСС 11,2 ч; НКА GPS NAVSTAR 12 ч. Таким образом, спутник GPS один раз в сутки проходит над одной и той же точкой на поверхности земли. Период обращения геостационарных спутников 23 ч 56 мин. 4,091 с.

Форма орбиты спутника и ориентация орбитальной плоскости в инерциальной системе координат определяется начальными условиями вывода на орбиту. Начальная точка орбиты и вектор скорости спутника должны лежать в орбитальной плоскости. Для движения спутника по круговой орбите необходимо, чтобы возникающая центробежная сила была равна силе тяготения, или, иначе, чтобы начальная скорость соответствовала круговой скорости  $V_{кр}$  на заданной высоте  $H_A$  и была направлена перпендикулярно радиус-вектору  $r$ .

Начальная скорость определяется равенством  $V_{кр} = \sqrt{\mu / p}$ , где  $p$  определяется из выражения (2.3), при условии, что  $r = R_3 + H_A$ . Если принять  $r = R_3$  то получим  $V_{кр} = V_1 = 28500 \text{ км/ч} = 7,91 \text{ км/с}$  - первая космическая скорость. Для GPS NAVSTAR и ГЛОНАСС  $V_{кр} \approx 3,95 \text{ км/с}$ .

Для вывода спутника на эллиптическую орбиту необходимо ускорить его до второй космической скорости  $V_{II} = 40300 \text{ км/ч} = 11,2 \text{ км/с}$ . Скорость движения спутника по эллиптической орбите максимальна в перигее и минимальна в апогее, в соответствии с выражением

$$V_{лэ} = \sqrt{\mu(2/r - 1/a)}.$$

При использовании в навигационной системе круговых орбит спутники движутся с постоянной угловой скоростью, что значительно упрощает расчеты и прогнозирование координат спутников в приемниках потребителей и наземных контрольных станций. С другой стороны, использование вытянутых эллиптических орбит с апогеем, расположенным над заданным районом, позволяет спутнику находиться максимальное время именно над этим районом. Но в этом случае в процессе движения спутника будет значительно изменяться расстояние до потребителя и условия прохождения сигнала, что приводит к значительному расширению динамического диапазона и усложнению аппаратуры потребителя. Кроме того, эллиптические орбиты менее стабильны. В навигационных системах GPS NAVSTAR и ГЛОНАСС применяются круговые орбиты.

---

## 2.6.2. Орбитальное движение с учетом возмущающих факторов

В реальных условиях при движении спутника по орбите на него, кроме притяжения Земли, воздействуют разнообразные дополнительные силы, называемые *возмущающими*:

- притяжение Луны и Солнца;
- давление светового излучения Солнца ("солнечный ветер");
- неравномерность гравитационного поля Земли;
- сопротивление среды при движении спутника.

Они малы по сравнению с центральной силой притяжения, но их длительное воздействие приводит к отклонениям орбиты спутника от расчетной кеплеровой. Поскольку точность определения местоположения спутника на орбите чрезвычайно важна для навигационных систем, возмущениями орбиты пренебрегать нельзя.

При расчете возмущенного орбитального движения принято считать [2], что спутник в каждый момент времени находится на той невозмущенной (эллиптической) орбите, которая рассчитана с учетом прекращения в этот момент действия возмущающих сил. Сказанное справедливо и для круговой орбиты, которую в данной ситуации можно рассматривать как частный случай эллиптической. В отличие от идеального невозмущенного движения, элементы возмущенной орбиты непостоянны. Каждой точке возмущенной орбиты соответствует своя кеплерова орбита, которая называется *оскулирующей*, а ее орбитальные параметры - *оскулирующими*. Следовательно, истинную орбиту спутника можно представить в виде огибающей набора оскулирующих траекторий, построенных для различных моментов времени. При стремлении к нулю интервала между расчетными моментами времени количество оскулирующих орбит стремится к бесконечности, а огибающая приближается к истинной орбите.

Возмущающие воздействия различаются по своей периодичности. *Вековые* возмущения приводят к постоянному медленному изменению параметров орбиты. Периодические возмущения повторяются через определенный интервал времени и подразделяются на *кратко-* и *долгопериодические*. Периодичность возмущений обусловлена периодическим характером движения спутника и аппроксимацией ряда возмущающих факторов. Изменения периода обращения спутника характеризуются *драконическим периодом*  $T_{др}$ , который представляет собой время полета от экватора до экватора. При наклоне орбиты  $i = 60^\circ$  или  $i = 120^\circ$  получаем  $T_{др} = T$ .



## Общие принципы функционирования спутниковых НС

Установлено, что при определенных допущениях вековые изменения параметров  $i$ ,  $p$ ,  $e$  пренебрежимо малы, но периодические изменения должны быть учтены. Величина изменений разных орбитальных параметров зависит от ориентации орбиты. Так, амплитуда колебаний параметра  $i$  максимальна при  $i = 45^\circ$  или  $i = 135^\circ$ , для полярной и экваториальной орбит изменениями  $i$  можно пренебречь. Амплитуда колебаний  $p$  максимальна для полярных орбит и отсутствует для экваториальных. Колебания параметра  $e$  носят сложный гармонический характер, параметру  $a$  присущи небольшие вековые уходы, пропорциональные уходу точки перигея, и небольшие периодические возмущения.

Орбитальная плоскость и сама орбита вращаются (прецессируют) в инерциальной системе координат). Скорость прецессии орбиты зависит от наклона  $i$  и фокального параметра  $p$ . Вековой уход долготы восходящего узла  $\Omega$  в первом приближении у полярных орбит отсутствует, а у экваториальных максимален. Периодическими возмущениями  $\Omega$ , как правило, отсутствуют. Вековой уход аргумента перигея  $\omega_p$  в первом приближении составляет  $\Delta\omega_p = -\pi\varepsilon(5\cos^2 i - 1)/(\mu p^2)$ , где  $\varepsilon = 2,634 \cdot 10^{25} \text{ м}^5/\text{с}$  – коэффициент, учитывающий конфигурацию Земли. Из выражения следует, что вековой уход перигея максимален при  $i = 0$  и  $i = 180^\circ$ . Наиболее стабильные в орбитальной плоскости орбиты получаются при  $i = 63^\circ 29' 06''$  или  $i = 116^\circ 35' 54''$ , когда  $\Delta\omega \approx 0$ .

Описанные возмущения параметров орбиты, обусловленные нецентральной гравитацией Земли, влияют на величину радиус-вектора и приводят к интересному эффекту: над экватором высота полета спутника увеличивается, а над полюсами уменьшается.

Анализируя возникающие возмущения орбитальных параметров, можно сделать выводы:

- экваториальные орбиты имеют наиболее стабильную форму, но нестабильное положение орбитальной плоскости и самой орбиты в этой плоскости;
- полярные орбиты имеют стабильную орбитальную плоскость, но сравнительно большие изменения формы орбиты и ее ориентации в орбитальной плоскости;
- наклонные орбиты с  $i \approx 60^\circ$  имеют компромиссную стабильность параметров, особенно высока стабильность перигея, характеризующего положение орбиты в орбитальной плоскости и период обращения.

В навигационных системах GPS и ГЛОНАСС применяются средневисотные наклонные ( $i \approx 60^\circ$ ) орбиты. Практические исследова-

---

ния возмущений, присущих этим орбитам, показали, что периоды колебаний параметров  $i$  и  $\Omega$  составляют от десятков до сотен лет, в зависимости от начальных параметров. Влияние атмосферного торможения для спутников с орбитой выше 1000 км практически отсутствует. Влияние притяжения Луны примерно вдвое больше влияния Солнца, причем возмущения из-за влияния Луны и Солнца превосходят возмущения, возникающие из-за неравномерности поля притяжения Земли.

Для правильного определения истинных пространственных координат спутника в составе навигационного сообщения передаются регулярно обновляемые оскулирующие параметры и поправки к ним.

Рассмотрение параметров истинной орбиты и возмущенного орбитального движения – это лишь первый шаг в формировании теоретической базы, соответствующей требованиям потребителя. Как известно, координаты потребителей навигационных систем определяются не в инерциальной, а в подвижной системе координат, жестко связанной с Землей. Для ГЛОНАСС это ПЗ-90, для GPS – WGS-84. Соответственно, координаты и составляющие вектора скорости НКА должны определяться в той же системе координат, что и координаты потребителя.

Положение спутника (центра его масс) на орбите определяется радиус-вектором  $r$ . Координаты его конца в геоцентрической инерциальной системе координат  $Ox_0Y_0Z_0$  обозначим как  $x_0, y_0, z_0$ ; в геоцентрической подвижной системе координат  $OXYZ$  как  $x, y, z$ . Уравнения, описывающие движение конца радиус-вектора в разных системах координат, отличаются вследствие различного нахождения производной по времени. Производная по времени радиус-вектора  $r$  в любой геоцентрической системе координат определяется, как вектор, проекции которого на оси этой системы координат равны производным по времени от проекций самого радиус-вектора на эти же оси.

Согласно принятым обозначениям, в геоцентрической инерциальной системе координат

$$V_{r0} = \frac{dr_0}{dt} = \left\{ \frac{dx_0}{dt}, \frac{dy_0}{dt}, \frac{dz_0}{dt} \right\};$$

в геоцентрической подвижной системе координат

$$V_r = \frac{dr}{dt} = \left\{ \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right\}.$$

## Общие принципы функционирования спутниковых НС

Производная радиус-вектора в инерциальной системе координат называется *полной*, в других системах – *локальной*. Полная производная определяет вектор  $V_0$  *абсолютной скорости* в инерциальной системе координат.

Локальная производная определяет вектор *относительной скорости* в некоторой подвижной системе координат, например, в системе координат  $OXYZ$ .

Обозначим полную производную как  $dr/dt$ , локальную производную как  $\tilde{d}r/dt$  и установим между ними связь:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\tilde{d}r}{dt} + \omega_m \times r \quad (2.9)$$

где  $\omega_m$  – вектор абсолютной угловой скорости подвижной системы координат относительно инерциальной;  $\times$  – символ операции векторного умножения.

В соответствии с выражением (2.9) для описания траекторного движения в геоцентрической подвижной системе координат необходимо в уравнениях движения (2.7) приведенных для инерциальной системы перейти от полной второй производной к локальной:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{\tilde{d}V_r}{dt} + 2\omega_m \times V_r + \omega_m \times (\omega_m \times r). \quad (2.10)$$

Три слагаемых в правой части (2.10) представляют собой соответственно относительное ускорение (ускорение в подвижной системе координат), кориолисово ускорение и переносное ускорение от вращательного движения подвижной системы координат относительно инерциальной.

Выражение (2.1) в подвижной системе координат, с учетом (2.10) принимает вид

$$\frac{F}{m} = \frac{\tilde{d}V_r}{dt} + 2\omega_m \times V_r + \omega_m \times (\omega_m \times r), \quad (2.11)$$

где  $F$  – вектор внешних сил, действующих на спутник. В случае невозмущенного движения он соответствует вектору силы земного притяжения.

Ниже приведены уравнения возмущенного движения, используемые при расчетах в навигационной системе ГЛОНАСС:

$$\begin{aligned}
\frac{\tilde{d}x}{dt} &= V_x; \quad \frac{\tilde{d}y}{dt} = V_y; \quad \frac{\tilde{d}z}{dt} = V_z; \\
\frac{\tilde{d}V_x}{dt} &= -\frac{\mu}{r^3}x + \frac{3}{2}C_{20}\frac{\mu a_e^2}{r^5}x\left(1 - \frac{5z^2}{r^2}\right) + \omega_3^2x + 2\omega_3V_y + \ddot{x}_{\text{лс}}; \\
\frac{\tilde{d}V_y}{dt} &= -\frac{\mu}{r^3}y + \frac{3}{2}C_{20}\frac{\mu a_e^2}{r^5}y\left(1 - \frac{5z^2}{r^2}\right) + \omega_3^2y + 2\omega_3V_x + \ddot{y}_{\text{лс}}; \\
\frac{\tilde{d}V_z}{dt} &= -\frac{\mu}{r^3}z + \frac{3}{2}C_{20}\frac{\mu a_e^2}{r^5}z\left(1 - \frac{5z^2}{r^2}\right) + \ddot{z}_{\text{лс}},
\end{aligned}
\tag{2.12}$$

где  $a_e$  – экваториальный радиус Земли;  $C_{20}$  – гармоника, характеризующая дополнительную силу, обусловленную полярным сжатием Земли;  $\ddot{x}_{\text{лс}}, \ddot{y}_{\text{лс}}, \ddot{z}_{\text{лс}}$  – лунно-солнечные гравитационные ускорения.