УДК 53

Физика. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей: Учебное пособие / Д.Б. Ким, А.А. Кропотов, С.С. Рудя, Я.А. Падаманов, А.Г. Погодаев, И.Г. Махро. – Братск: ГОУ ВПО «БрГУ», 2007. – 166 с.

Приведены методические указания и контрольные задания для выполнения пяти контрольных работ по следующим разделам физики:

– физические основы классической механики;
– молекулярная физика и термодинамика;
– электростатика, постоянный электрический ток;
– электромагнетизм;
– оптика, элементы атомной и ядерной физики.

В помощь студенту-заочнику для успешного выполнения контрольных работ, помимо правил их оформления, предлагается перечень основных формул, приводятся примеры решения типовых задач, указывается литература, необходимая как для решения задач, так и для подготовки к экзаменам.

В конце пособия в приложении 1 можно найти необходимые справочные данные, а в приложении 2 – вопросы для подготовки к экзаменам.

Рецензенты:

В.К. Воронов, чл.-кор. РАЕН, д-р хим. наук, проф. (Иркутский гос. техн. ун-т),

А.Д. Афанасьев, д-р физ-мат. наук, проф. (Иркутский гос. ун-т)

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

Физика играет исключительно важную роль в теоретической подготовке современного инженера. Решение физических задач способствует формированию у студентов инженерного мышления, без которого невозможна успешная работа на транспорте, промышленных предприятиях и стройках.

Цель настоящих методических указаний – оказать помощь студентам заочной формы обучения всех инженерно-технических и экономических специальностей.

Общие указания к выполнению контрольных работ

1. В процессе изучения физики студент должен выполнить пять контрольных работ. Решение задач в контрольных работах является проверкой степени усвоения студентом теоретического курса, а рецензии на работу помогают доработать и правильно понять различные разделы курса физики. Перед выполнением контрольной работы студенту необходимо внимательно ознакомиться с примерами решения задач по данной контрольной работе, уравнениями и формулами, а также со справочным материалом, приведенным в конце методических указаний. В некоторых случаях преподаватель может дать студенту индивидуальное задание – задачи, не входящие в вариант студента.

2. Выбор задач производится по таблице вариантов, приведенных в каждом разделе (номером варианта является последняя цифра в номере зачетки или студенческого билета).

3. Правила оформления контрольных работ и решения задач изложены ниже.

Правила оформления контрольных работ и решения задач

1. Условия задач студенты переписывают полностью без сокращений.

2. Все значения величин, заданных в условиях и привлекаемых из справочных таблиц, записывают для наглядности сокращенно (столбиком) в тех единицах, которые заданы, и в еди-

ницах той системы, в которой выполняют решение (в единицах СИ).

Пример такой записи. В задаче указано: “Трехатомный газ, находившийся при температуре 17 ^{o}С, получил 5 ккал тепла”. Записывают:

t =17 ^{o}С; T = 273+17 = 290 К;

Q = 5 ккал = $5\cdot10^{3}\cdot4{,}19$ Дж = $2{,}1\cdot10^{4}$ Дж;

i = 6.

3. Все задачи следует решать в международной системе единиц (СИ).

4. К большей части задач необходимы чертежи или графики с обозначением всех величин. Чертежи следует выполнять аккуратно при помощи чертежных инструментов; объяснение решения должно быть согласовано с обозначениями на чертежах.

5. Необходимо указать физические законы, которые должны быть использованы, и аргументировать возможность их применения для решения данной задачи.

6. С помощью этих законов, учитывая условия задачи, получить необходимые расчетные формулы.

7. Вывод формул и решение задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями.

8. Использованные в формулах буквенные обозначения должны быть согласованы с обозначениями, приведенными в условии задач и на приведенном рисунке. Дополнительные буквенные обозначения следует сопровождать соответствующими объяснениями.

9. Получив расчетную формулу, необходимо проверить ее размерность.

Пример проверки размерности формулы для вычисления первой космической скорости:

$$[V]=\left[\sqrt{\gamma\frac{M}{R}}\right]=\sqrt{\frac{\text{м}^{3}}{\text{кг}\cdot\text{с}^{2}}\cdot\frac{\text{кг}}{\text{м}}}=\sqrt{\frac{\text{м}^{2}}{\text{с}^{2}}}=\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

<u>10. После проверки размерности полученных расчетных формул приводится численное решение задачи.</u>

11. Вычисления следует производить с точностью, соответствующей точности исходных числовых данных условия задачи. (Если исходные численные значения даны с точностью до одного знака, то и расчет выполняется с точностью до одного знака. Если они даны с точностью до двух (трех) знаков, то и расчет выполняется с точностью до двух (трех) знаков.) Числа следует записывать, используя множитель 10, например не 0,000347, а $3{,}47 \cdot 10^{-4}$.

Рекомендуемая литература

1. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1985, – 384 с.; 2002, – 327 с.
2. Все решения к "Сборнику задач по общему курсу физики" (по изданию 1985г.) В.С. Волькенштейн. (в 2-х кн.) *Изергина Е.Н., Петров Н.И.* М.: Олимп, 1999, Кн. 1. – 432 с.; Кн. 2. – 592 с. (см. http://www.alleng.ru/edu/phys9.htm).
3. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. М.: Высшая школа, 1988. – 527 с. (см. http://irodov.nm.ru/other/chertov/).
4. Сборник задач по курсу физики с решениями. *Трофимова Т.И., Павлова З.Г.* М.: Высш. шк., 1999. – 591 с. (см. http://irodov.nm.ru/other/trofimova.htm).
5. Решение задач по физике. Общие методы. *Беликов Б.С.* М.: Высш. шк., 1986. – 256 с. (см. http://www.alleng.ru/d/phys/phys18.htm).
6. Решение задач по физике. *Кириллов В.М., Давыдов В.А., Задерновский А.А. и др*. М.: КомКнига, 2006. – 248 с. (см. http://www.alleng.narod.ru/d/phys/kirillov.).
7. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5-ти кн. М.: АСТ, 2002.
8. Яворский Б.М., Детлаф А.А., Лебедев А.К. Справочник по физике, 8-е изд., М.: Оникс, Мир и образование, 2006. – 1056 с.
9. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Академия, 2007. – 560 с.
10. Трофимова Т.И. Краткий курс физики. М.: УРСС, 2005. – 352 с.
11. Трофимова Т.И. Курс физики. Оптика и атомная физика. Теория. Задачи и решения. М.: Высш. шк., 2003. – 288 с.

1. Физические основы классической механики

1.1. Перечень формул, которые можно использовать при решении задач без вывода

Мгновенная скорость материальной точки

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt},$$

где $\vec{r}$ – радиус–вектор материальной точки.

Средняя скорость материальной точки

$$\left\langle \vec{V} \right\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t},$$

где $\Delta\vec{r}$ – вектор перемещения материальной точки за интервал времени Δt.

Средняя путевая скорость

$$\left\langle V \right\rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt.

Ускорение материальной точки

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}; \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}.$$

Модуль нормального ускорения материальной точки при движении по криволинейной траектории

$$a_n = \frac{V^2}{R},$$

где R – радиус кривизны траектории в данной точке.

Модуль тангенциального ускорения материальной точки при движении по криволинейной траектории

$$a_\tau = \frac{dV}{dt}.$$

Модуль средней угловой скорости материальной точки, совершающей вращательное движение

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t},$$

где $\Delta \varphi$ – изменение угла поворота точки в радианах за интервал времени Δt.

Модуль мгновенной угловой скорости вращательного движения материальной точки

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Модуль углового ускорения материальной точки

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Формулы связи между модулями линейных и угловых величин, характеризующих движение точки по окружности:

$$V = \omega R, \qquad a_\tau = \varepsilon R, \qquad a_n = \omega^2 R,$$

где V – модуль линейной скорости; a_τ и a_n – модули тангенциального и нормального ускорений; ω – модуль угловой скорости; ε – модуль углового ускорения; R – радиус окружности.

Модуль полного ускорения

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}.$$

Первый закон Ньютона для замкнутой системы материальных точек:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{V} = const.$$

Второй Закон Ньютона для поступательного движения:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \qquad \text{или} \qquad \frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i,$$

где $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ – сумма сил, действующих на материальную точку массы m, $\vec{p}$ – импульс материальной точки.

Импульс материальной точки

$$\vec{p} = m\vec{V}.$$

Закон сохранения импульса для замкнутой системы материальных точек

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = const .$$

Силы, рассматриваемые в механике:

а) проекция упругой силы $\vec{F}_{упр}$ на ось x

$$F_x = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины жесткость); x– абсолютная деформация;

б) сила тяжести

$$\vec{P} = m\vec{g} ,$$

в) сила гравитационного взаимодействия (закон всемирного тяготения)

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} ,$$

где $\gamma = 6,672 \cdot 10^{-11}$ Н $\cdot$ м^2/кг^2 – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки). В случае гравитационного взаимодействия силу $\vec{F}$ можно выразить так же через напряженность $\vec{G}$ гравитационного поля:

$$\vec{F} = m\vec{G} .$$

Напряженность гравитационного поля, создаваемого Землей вблизи ее поверхности принято обозначать буквой $\vec{g}$. Модуль напряженности или ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли

$$g = \gamma \frac{M_З}{R_З^2} \approx 9,81 \text{ м/с}^2 ,$$

где $M_З$ – масса Земли, а $R_З$ – ее радиус;

г) сила трения (скольжения)

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения; N – сила нормального давления.

Работа силы $\vec{F}$ при элементарном перемещении $d\vec{r}$

$$dA = \left(\vec{F}, d\vec{r}\right) = Fdr\cos\alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов $\vec{F}$ и $d\vec{r}$.

Работа силы $\vec{F}$ при конечном перемещении точки из положения 1 в положение 2

$$A = \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{r}).$$

Работа A, совершаемая результирующей силой, определяется как мера изменения кинетической энергии материальной точки:

$$A = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}.$$

Кинетическая энергия материальной точки

$$E_k = \frac{mV^2}{2} \quad \text{или} \quad E_k = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины

$$E_n = \frac{kx^2}{2},$$

где k – жесткость пружины, x – абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия

$$E_n = -\gamma\frac{m_1 m_2}{r},$$

где γ – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между ними (тела рассматриваются как материальные точки);

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$E_n = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения; h – высота поднятия тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при $h << R_З$, где $R_З$ – радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии:

$$E = E_k + E_n = const,$$

где E – полная энергия замкнутой системы, взаимодействующих тел.

Момент силы $\vec{M}$ относительно произвольной точки О

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right],$$

где $\vec{r}$ – радиус–вектор, направленный от точки О к точке приложения силы и лежащий в плоскости действия силы.

$$M = rF\sin\alpha = Fd,$$

где α – угол между направлениями векторов $\vec{r}$ и $\vec{F}$; d – плечо силы – кратчайшее расстояние между точкой О и линией, вдоль которой действует сила.

Момент импульса материальной точки относительно произвольной точки О

$$\vec{L} = \left[\vec{r}, \vec{p}\right], \quad L = rmV\sin\alpha,$$

где $\vec{r}$ – радиус–вектор от точки О к материальной точке по перпендикуляру, опущенному из рассматриваемой точки на ось; $\vec{p}$ – импульс материальной точки; α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{p}$.

Момент инерции материальной точки массой m относительно оси вращения

$$J = mr^2,$$

где r – расстояние от точки до оси вращения.

Моменты инерции некоторых твердых тел массой m:

а) тонкого однородного стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его центр масс:

$$J_C = \frac{1}{12}ml^2;$$

б) обруча (тонкостенного полого цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью полого цилиндра)

$$J_C = mR^2,$$

где R – радиус обруча (цилиндра);

в) диска (сплошного однородного цилиндра) радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска (сплошного цилиндра) и проходящей через его центр масс:

$$J_C = \frac{1}{2} mR^2;$$

г) однородного шара радиусом R относительно оси, проходящей через центр масс шара

$$J_C = \frac{2}{5} mR^2.$$

Теорема Штейнера:

$$J = J_C + md^2,$$

где J – момент инерции тела относительно произвольной оси; J_C – момент инерции тела относительно оси, параллельной произвольной и проходящей через центр масс тела; d – расстояние между осями; m – масса тела.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси z:

$$M_z = J_z \varepsilon,$$

где M_z – результирующий момент внешних сил относительно оси z, действующих на тело; ε – угловое ускорение; J_z – момент инерции тела относительно оси вращения.

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси:

$$E_k = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

где J_z – момент инерции тела относительно оси z, ω – угловая скорость.

Закон сохранения момента импульса системы тел, вращающихся вокруг неподвижной оси:

$$\sum_i J_i \vec{\omega}_i = const\,.$$

Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)\,,$$

где x – смещение точки из положения равновесия; A – амплитуда (максимальное смещение); ω – циклическая частота; φ – начальная фаза колебаний.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$V = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi); \qquad a = \frac{dV}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi).$$

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

б) начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}.$$

Связь периода колебаний маятника с частотой n:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{n}.$$

Приведенная длина физического маятника

$$L = \frac{J}{md}\,,$$

где J – момент инерции физического маятника относительно оси вращения; d – расстояние от оси до центра масс тела.

Периоды колебаний:

а) физического маятника

$$T_ф = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}}\,,$$

где L – приведенная длина физического маятника; g – ускорение свободного падения; J – момент инерции маятника относительно оси вращения; d – расстояние между точкой подвеса, через которую проходит ось вращения, и центром масс маятника; m – масса маятника;

б) математического маятника

$$T_м = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,,$$

где l – длина математического маятника;

в) пружинного маятника

$$T_п = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\,,$$

где m – масса груза, k – коэффициент жесткости пружины.

Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания

$$E = \frac{m\omega^2 A^2}{2}\,.$$

Потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$E_п = \frac{1}{2}Fx = \frac{kx^2}{2}\,.$$

1.2. Примеры решения задач

Пример 1. Уравнение движения материальной точки имеет вид x =A+Bt+Ct^3, A = 2 м, B = 2 м/с, C = – 0,5 м/с^3. Найти координату, скорость и ускорение точки в момент времени t = 2 с.

Дано:
$x = A+Bt+Ct^3$
A = 2 м
B = 1 м/с
C = 1 м/с^3
t = 2 с

x = ?
V = ?
a = ?

Решение:

Координату x найдем, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A, B и C и времени t:

$$x = (2 + 1\cdot 2 - 0{,}5\cdot 2^3)\ \text{м} = 0$$

Мгновенная скорость относительно оси x есть первая производная координаты по времени:

$$V = \frac{dx}{dt} = B + 3Ct^2.$$

Ускорение – вторая производная координаты по времени:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dV}{dt} = 6Ct.$$

В момент времени t = 2 с

$$V = (1 - 3\cdot 0{,}5\cdot 2^2) = -5\ \text{м/с},$$

$$a = 6\cdot(-0{,}5)\cdot 2 = -6\ \text{м/с}^2.$$

Ответ: В момент времени t = 2 с координата x = 0; мгновенная скорость V = –5 м/с; ускорение a = –6 м/с^2. Знак минус показывает, что точка движется с ускорением в сторону, противоположную оси x.

Пример 2. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где A = 10 рад, B = 20 рад/с, C = –2 рад/с^2. Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии r = 0,1 м от оси вращения для момента времени t = 4 с.

Дано:
$\varphi = A+Bt+Ct^2$
A = 10 рад
B = 20 рад/с
C = 2 рад/с^2
r = 0,1 м

a = ?

Решение:

В векторной форме полное ускорение $\vec{a}$, может быть представлено, как геометрическая сумма тангенциального и нормального ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

В скалярной форме нормальное (центростремительное) ускорение может быть представлено, как

$$a_n = \omega^2 r\,, \tag{1.1}$$

где ω – угловая скорость, а r – радиус окружности по которой движется точка. Т.к. угловая скорость – есть первая производная угла по времени, то

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \mathrm{B} + 2\mathrm{C}t\,,$$

Тангенциальное (касательное) ускорение можно посчитать по формуле:

$$a_\tau = \varepsilon r\,, \tag{1.2}$$

где ε – угловое ускорение. По определению угловое ускорение – это вторая производная угла по времени или первая производная угловой скорости по времени, т.е.

$$\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = 2\mathrm{C}\,.$$

Учитывая, что вектор нормального ускорения всегда перпендикулярен вектору тангенциального ускорения $\left(\vec{a}_n \perp \vec{a}_\tau\right)$, можно записать, что модуль полного ускорения точки

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}\,.$$

Подставляя выражения для $\omega = \mathrm{B} + 2\mathrm{C}t$ и $\varepsilon = 2\mathrm{C}$ в формулы (1.1) и (1.2), получим

$$a_n = (\mathrm{B}{+}2\mathrm{C}t)^2\, r, \qquad\qquad a_\tau = 2\mathrm{C}r.$$

Тогда полное ускорение

$$a = r\sqrt{(\mathrm{B}{+}2\mathrm{C}t)^4 + (2\mathrm{C})^2}\,.$$

В момент времени t = 4 с полное ускорение

$$a = 0{,}1\sqrt{\left[20{+}2\cdot(-2)\cdot 4\right]^4 + \left[2\cdot(-2)\right]^2} = 1{,}65\ \text{м/с}^2.$$

Ответ: Полное ускорение точки в момент времени t = 4 с a = 1,65 м/с^2.

Пример 3. Шар массой $m_1 = 0{,}5$ кг, движущийся горизонтально с некоторой скоростью, столкнулся с неподвижным шаром массой $m_2 = 0{,}2$ кг (рис.1.1). Шары соударяются абсолютно упруго, удар прямой, центральный. Какую долю своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Дано:
$m_1 = 0{,}5$ кг
$m_2 = 0{,}2$ кг

$w = ?$

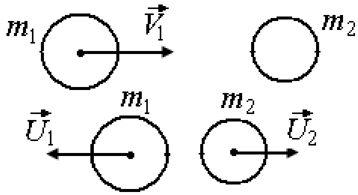

Рис.1.1

Решение:

Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением:

$$w = \frac{E_{K2}}{E_{K1}} = \frac{m_2 U_2^2}{m_1 V_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{U_2}{V_1}\right)^2, \quad (1.3)$$

где $E_{K1} = \dfrac{m_1 V_1^2}{2}$ – кинетическая энергия первого шара до удара;

U_2 и $E_{K2} = \dfrac{m_2 U_2^2}{2}$ – скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из формулы (1.3), для определения w надо найти U_2. Согласно условию задачи, сумма импульсов системы двух шаров относительно горизонтального направления не изменяется, и механическая энергия шаров в другие виды не переходит. Пользуясь этим, запишем:

$$m_1 \cdot V_1 = -m_1 \cdot U_1 + m_2 \cdot U_2, \quad (1.4)$$

$$\frac{m_1 \cdot V_1^2}{2} = \frac{m_1 \cdot U_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot U_2^2}{2}. \quad (1.5)$$

Решая совместно уравнения (1.4) и (1.5) найдем U_2:

$$U_2 = \frac{2m_1 \cdot V_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставив выражение U_2 в формулу (1.3) и сократив на V_1 и m_1, получим

$$w = \frac{m_2}{m_1} \cdot \left[\frac{2m_1 \cdot V_1}{V_1 \cdot (m_1 + m_2)} \right]^2 = \frac{4m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)^2}. \qquad (1.6)$$

Из найденного соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров.

Проверим размерность расчетной формулы:

$$[w] = \left[\frac{4m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)^2} \right] = \frac{\text{кг} \cdot \text{кг}}{\text{кг}^2} = 1.$$

Подставим в (1.6) числовые значения и рассчитаем:

$$w = \frac{4m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{4 \cdot 0,5 \cdot 0,2}{(0,5 + 0,2)^2} \approx 0,82$$

или

$$w = 82\%.$$

Ответ: Первый шар передал второму шару 82% своей первоначальной энергии.

Пример 4. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу m = 80 г, перекинута тонкая нить, к концам которой подвешены грузы с массами m_1=100 г и m_2=200 г. Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе. Трением в оси блока и массой нити пренебречь.

Дано:

m_1 =100 г = 0,1 кг
m_2 =200 г = 0,2 кг
m = 80 г = 0,08 кг

a = ?

Решение:

Рассмотрим силы, действующие на каждый груз и на блок в отдельности. На каждый груз действует две силы: сила тяжести и сила натяжения нити.

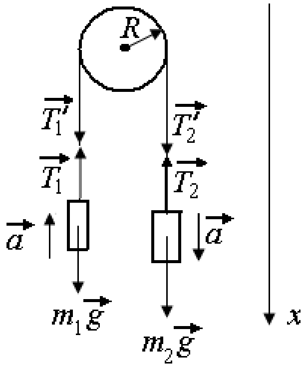

Рис. 1.2

Направим ось x вертикально вниз и напишем для каждого груза уравнение движения (второй закон Ньютона) в проекциях на эту ось. Для первого груза

$$m_1 g - T_1 = -m_1 a, \tag{1.7}$$

для второго груза

$$m_2 g - T_2 = m_2 a. \tag{1.8}$$

Под действием моментов сил $T_1^/$ и $T_2^/$ относительно оси z, перпендикулярной плоскости чертежа и направленной за чертеж, блок приобретает угловое ускорение ε. Согласно основному уравнению динамики вращательного движения

$$T_2^/ r - T_1^/ r = J_z \varepsilon, \tag{1.9}$$

где $J_z = \dfrac{mr^2}{2}$ – момент инерции блока (сплошного диска) относительно оси z, проходящей через середину диска перпендикулярно плоскости чертежа. Угловое ускорение ε блока выразим через тангенциальное ускорение a_τ и радиус r блока:

$$\varepsilon = a_\tau / r.$$

В нашем случае $a = a_\tau$.

Согласно третьему закону Ньютона, с учетом невесомости нити $T_1^/=T_1$, $T_2^/=T_2$. Воспользовавшись этим, подставим в уравнение (1.9) вместо $T_1^/$ и $T_2^/$ выражения T_1 и T_2, получив их предварительно из уравнений (1.7) и (1.8):

$$\left(m_2 g - m_2 a\right) r - \left(m_1 g + m_1 a\right) = mar^2 / \left(2r\right).$$

После сокращения на r и перегруппировки членов найдем:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \dfrac{m}{2}} g. \tag{1.10}$$

Проверим размерность:

$$[a]=\left[\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1+\dfrac{m}{2}}g\right]=\frac{\text{кг}}{\text{кг}}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2}=\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

После подстановки числовых значений в формулу (1.10) получим:

$$a=\frac{(200-100)}{\left(200+100+\dfrac{80}{2}\right)}\cdot 9{,}81\approx 2{,}89\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ответ: Грузы будут двигаться с ускорением a = 2,89 м/с^2.

Пример 5. Маховик в виде сплошного диска радиусом R = 0,2 м и массой m = 50 кг раскручен до частоты вращения n_1 = 480 мин$^{-1}$ и предоставлен сам себе (рис.1.3). Под действием сил трения маховик остановился через t = 50 с. Найти момент сил трения.

Дано:
R = 0,2 м
m = 50 кг
n_1 = 480 мин$^{-1}$= 8с$^{-1}$
t = 50 с

M = ?

Решение:

Для решения задачи воспользуемся основным уравнением динамики вращательного движения в виде:

$$\frac{dL_z}{dt}=M_z, \qquad (1.11)$$

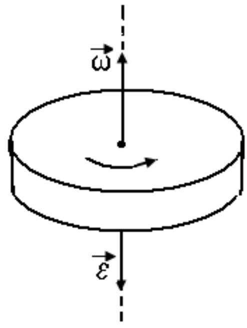

Рис. 1.3

где dL_z – изменение проекции момента импульса вращающегося маховика на ось z, совпадающей с его геометрической осью, за интервал времени dt; M_z – результирующий момент внешних сил (в данном случае момент силы трения), действующих на маховик относительно оси z.

Момент силы трения можно считать не изменяющимся с течением времени (M_z=$const$), поэтому интегрирование уравнения (1.11) приводит к выражению

$$\Delta L_z = M_z\Delta t\,. \qquad (1.12)$$

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси изменение проекции момента импульса равно:

$$\Delta L_z = J_z \Delta\omega, \tag{1.13}$$

где J_z – момент инерции маховика относительно оси z; $\Delta\omega$ – изменение угловой скорости маховика.

Приравнивая правые части равенств (1.12) и (1.13), получим:

$$M_z \Delta t = J_z \Delta\omega,$$

откуда

$$M_z = J_z \frac{\Delta\omega}{\Delta t}. \tag{1.14}$$

Момент инерции маховика (диска или сплошного однородного цилиндра) относительно оси, проходящей через его центр масс, определяется по формуле

$$J_z = J_C = \frac{1}{2} mR^2.$$

Изменение угловой скорости $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ выразим через конечную n_2 и начальную n_1 частоту вращения. Пользуясь соотношением $\omega = 2\pi \cdot n$, запишем

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi \cdot n_2 - 2\pi \cdot n_1 = 2\pi\left(n_2 - n_1\right).$$

Подставив в формулу (1.14) выражения для $\Delta\omega$ и J_z, получим:

$$M_z = \frac{\pi \cdot mR^2\left(n_2 - n_1\right)}{\Delta t}. \tag{1.15}$$

Проверим, дает ли расчетная формула единицу измерения момента силы (Н·м). Для этого в правую часть формулы вместо символов величин подставим их единицы:

$$\left[M_z\right] = \left[\frac{\pi \cdot mR^2 (n_2 - n_1)}{\Delta t}\right] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}}{\text{с}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} = \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Подставим в формулу (1.15) числовые значения величин и произведем вычисления:

$$M_z = \frac{\pi \cdot mR^2\left(n_2 - n_1\right)}{\Delta t} = \frac{3{,}14 \cdot 50 \cdot 0{,}2^2 \cdot \left(0 - 8\right)}{50} = -1 \text{ Н·м.}$$

Знак минус показывает, что момент силы трения оказывает на маховик тормозящее действие.

Ответ: Момент силы трения равен $M_z = -1$ Н·м.

Пример 6. Платформа в виде сплошного диска радиусом $R = 1{,}5$ м и массой $m_1 = 180$ кг вращается вокруг вертикальной оси с частотой $n = 10$ мин$^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой $m_2 = 60$ кг. Какую линейную скорость V относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы? Человека рассматривать как материальную точку.

Дано:
$R = 1{,}5$ м
$m_1 = 180$ кг
$n = 10$ мин$^{-1}$ = 1/6 с$^{-1}$
$m_2 = 60$ кг

$V = ?$

Решение:

Согласно условию задачи, момент внешних сил относительно оси вращения z, совпадающей с геометрической осью платформы, можно считать равным нулю. При этом условии проекция момента импульса системы “платформа – человек” остается постоянной:

$$L_z = J_z\omega = const\,, \tag{1.16}$$

где J_z – момент инерции платформы с человеком относительно оси z; ω – угловая скорость платформы.

Момент инерции системы равен сумме моментов инерции тел, входящих в состав системы, поэтому в начальном состоянии $J_z = J_1 + J_2$, а в конечном состоянии $J_z^{/} = J_1^{/} + J_2^{/}$. С учетом этого равенство (1.16) примет вид

$$\left(J_1 + J_2\right)\omega = \left(J_1^{/} + J_2^{/}\right)\omega^{/}\,, \tag{1.17}$$

где значения моментов инерции J_1 и J_2 платформы и человека соответственно относятся к начальному состоянию системы, $J_1^{/}$ и $J_2^{/}$ – к конечному.

Момент инерции платформы относительно оси при переходе человека не изменяется: $J_1 = J_1^{/} = m_1R^2/2$. Момент инерции человека относительно той же оси будет изменяться. Если рассматривать человека как материальную точку, то его момент инерции J_2 в начальном состоянии (в центре платформы) можно считать равным нулю. В конечном состоянии (на краю платформы) момент инерции человека $J_2^{/} = m_2R^2$.

Подставим в формулу (1.17) выражения моментов инерции, начальной угловой скорости вращения платформы с человеком ($\omega = 2\pi \cdot n$) и конечной угловой скорости ($\omega^{/} = V/R$, где V – скорость человека относительно пола):

$$\left(\frac{1}{2}m_1R^2 + 0\right)2\pi n = \left(\frac{1}{2}m_1R^2 + m_2R^2\right)\frac{V}{R}.$$

После сокращения на R^2 и простых преобразований находим скорость V

$$V = \frac{2\pi nRm_1}{m_1 + 2m_2}.$$

Проверка единиц измерения:

$$\left[V\right] = \left[\frac{2\pi Rm_1n}{m_1 + 2m_2}\right] = \frac{\text{с}^{-1}\cdot\text{м}\cdot\text{кг}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Произведем вычисления:

$$V = \frac{2\pi nRm_1}{m_1 + 2m_2} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 1/6\cdot 1{,}5\cdot 180}{180 + 20\cdot 60} = 1\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: При переходе человека на край платформы его скорость относительно пола помещения равна 1 м/с.

Пример 7. Ракета установлена на поверхности Земли для запуска в вертикальном положении. При какой минимальной скорости V_1, сообщенной ракете при запуске, она удалится от поверхности на расстояние, равное радиусу Земли ($R_З = 6{,}37\cdot 10^6$м)? Всеми силами, кроме силы гравитационного взаимодействия ракеты и Земли, пренебречь.

Дано:
$R_З = 6{,}37\cdot 10^6$ м
$g = 9{,}81$ м/с^2
$V_1 = ?$

Решение:

Со стороны Земли на ракету действует сила тяжести, являющейся потенциальной силой. При неработающем двигателе под действием потенциальной силы механическая энергия ракеты меняться не будет. Следовательно:

$$E_{K1} + E_{n1} = E_{K2} + E_{n2}, \qquad (1.18)$$

где E_{K1}, E_{n1} и E_{K2}, E_{n2} – кинетическая и потенциальная энергии ракеты после выключения двигателя в начальном (у поверхности Земли) и в конечном (на расстоянии, равном радиусу Земли) состояниях.

Согласно определению кинетической энергии:

$$E_{K1} = \frac{mV_1^2}{2}.$$

Потенциальная энергия ракеты в начальном состоянии:

$$E_{n1} = -\gamma \frac{mM_з}{R_з}.$$

По мере удаления ракеты от поверхности Земли потенциальная энергия возрастает, а кинетическая – убывает. В конечном состоянии кинетическая энергия E_{K2} станет равной нулю, а потенциальная – достигнет максимального значения

$$E_{n2} = -\gamma \frac{mM_з}{2R_з}.$$

Подставляя выражения E_{K1}, E_{n1}, E_{K2}, и E_{n2} в уравнение (1.18), получаем:

$$\frac{mV_1^2}{2} - \gamma \frac{mM_з}{R_з} = -\gamma \frac{mM_з}{2R_з}.$$

откуда

$$V_1 = \sqrt{\gamma \frac{M_з}{R_з}}.$$

Знаая, что $\gamma \dfrac{M_з}{R_з^2} = g$ (g – ускорение свободного падения у поверхности Земли), перепишем эту формулу в виде

$$V_1 = \sqrt{g \cdot R_з}\,,$$

что совпадает с выражением для первой космической скорости.

Сделаем проверку размерности:

$$\left[V_1\right] = \left[\sqrt{g \cdot R_з}\right] = \sqrt{\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Произведем вычисления:

$$V_1 = \sqrt{g \cdot R_з} = \sqrt{9{,}81 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6} \approx 7{,}9 \cdot 10^3 \text{ м}/\text{с} = 7{,}9 \text{ км}/\text{с}.$$

Ответ: Имея начальную скорость 7,9 км/с, ракета сможет удалиться от Земли на расстояние, равное радиусу Земли.

Пример 8. Сплошной однородный диск колеблется вокруг оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через край диска (рис.1.4 точка О). Найти радиус диска, если приведенная длина этого физического маятника равна 0,15 м.

Дано:
L = 0,15 м
R = ?

Решение:

Приведенная длина физического маятника

$$L = \frac{J}{md},$$

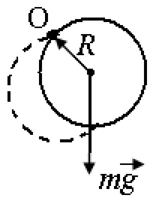

Рис. 1.4

где J – момент инерции диска относительно оси вращения, проходящей через точку О; d – расстояние от оси вращения до центра тяжести, в данном случае $d = R$.

По теореме Штейнера

$$J = J_C + md^2,$$

где J_C – момент инерции относительно оси, параллельной оси вращения и проходящий через центр масс. Для диска

$$J_C = \frac{mR^2}{2}.$$

Итак

$$L = \frac{J_C + md^2}{md} = \frac{\frac{mR^2}{2} + md^2}{md} = \frac{3}{2}R.$$

Откуда находим

$$R = \frac{2}{3}L.$$

Делаем расчет:

$$R = \frac{2}{3}L = \frac{2}{3} \cdot 0{,}15 = 0{,}10 \text{ м}.$$

Ответ: Радиус диска должен быть 0,10 м.

Пример 9. Верхний конец стержня закреплен неподвижно, к нижнему концу подвешен груз массой $m = 2000$ кг (рис.1.5). Длина стержня $l_0 = 5$ м, сечение $S = 4$ см^2. Определить механическое напряжение σ материала стержня, абсолютное Δl и относительное ε его удлинения и потенциальную энергию E_n растянутого стержня.

Дано:
$m = 2000$ кг $= 2 \cdot 10^3$ кг
$l_0 = 5$ м
$S = 4$ см^2 $= 4 \cdot 10^{-4}$ м^2
$E = 2 \cdot 10^{11}$ Н/м^2

$\sigma = ?$ $\Delta l = ?$ $\varepsilon = ?$ $E_n = ?$

Решение:

Нормальное напряжение материала растянутого стержня найдем по формуле

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

где F – сила, действующая вдоль оси стержня.

В нашем случае сила F равна весу груза $P = mg$, поэтому

$$\sigma = \frac{mg}{S}. \tag{1.19}$$

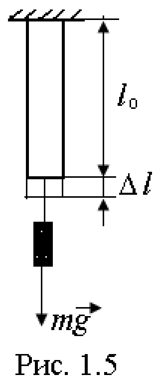

Рис. 1.5

Для нахождения относительного удлинения воспользуемся законом Гука

$$\sigma = \varepsilon \cdot E\,, \tag{1.20}$$

где E – модуль Юнга, откуда

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}\,. \tag{1.21}$$

Используя определение относительного удлинения, найдем абсолютное удлинение стержня

$$\Delta l = \varepsilon \cdot l_{\text{о}}\,. \tag{1.22}$$

Потенциальная энергия упруго деформированного стержня:

$$E_n = \frac{k\Delta l^2}{2} = \frac{F\Delta l}{2} = \frac{mg\Delta l}{2}\,. \tag{1.23}$$

Произведем проверку единиц измерения:

$$[\sigma] = \left[\frac{mg}{S}\right] = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{м}^2\cdot\text{с}^2} = \text{Н}/\text{м}^2\,; \qquad [\varepsilon] = \left[\frac{\sigma}{E}\right] = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{м}^2\cdot\text{Н}} = 1;$$

$$[\Delta l] = [\varepsilon \cdot l_{\text{о}}] = \text{м}; \qquad [E_n] = \left[\frac{mg\cdot\Delta l}{2}\right] = \text{кг}\cdot\text{м}/\text{с}^2\cdot\text{м} = \text{Дж}$$

Делаем расчет, используя уравнения (1.19, 1.21 – 1.23):

$$\sigma = \frac{mg}{S} = \frac{2\cdot 10^3\cdot 9{,}81}{4\cdot 10^{-4}} = 4{,}9\cdot 10^7\ \text{Н}/\text{м}^2\,;$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{4{,}9\cdot 10^7}{2\cdot 10^{11}} = 2{,}45\cdot 10^{-4}\,;$$

$$\Delta l = \varepsilon\cdot l_0 = 2{,}45\cdot 10^{-4}\cdot 5 \approx 1{,}23\cdot 10^{-3}\,\text{м}\,;$$

$$E_n = \frac{mg\Delta l}{2} = \frac{2\cdot 10^3\cdot 9{,}81\cdot 1{,}23\cdot 10^{-3}}{2} \approx 12{,}1\ \text{Дж}.$$

Ответ: Нормальное напряжение стержня σ = 4,9·10^7 Н/м^2 при абсолютной деформации Δl = 1,23·10^{-3} м. Относительное удлинение ε = 2,45·10^{-4} и потенциальная энергия E_n=12,1 Дж.

1.3. Задачи

Таблица вариантов к контрольной работе №1

Вариант	Номера задач							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	101	111	121	131	141	151	161	171
2	102	112	122	132	142	152	162	172
3	103	113	123	133	143	153	163	173
4	104	114	124	134	144	154	164	174
5	105	115	125	135	145	155	165	175
6	106	116	126	136	146	156	166	176
7	107	117	127	137	147	157	167	177
8	108	118	128	138	148	158	168	178
9	109	119	129	139	149	159	169	179
10	110	120	130	140	150	160	170	180

Темы задач (для каждого варианта): в первой задаче – кинематика поступательного движения; во второй – кинематика криволинейного движения; в третьей – динамика поступательного движения; в четвертой – закон сохранения импульса; в пятой – закон сохранения механической энергии, работа механической силы; в шестой – динамика вращательного движения; в седьмой – закон сохранения момента импульса, кинетическая энергия вращательного движения; в восьмой – механические гармонические колебания.

101. Материальная точка движется прямолинейно с ускорением 5м/с^2. Определить, на сколько путь, пройденный в n-ю секунду, будет больше пути, пройденного в предыдущую секунду.

102. Две автомашины движутся по дорогам, угол между которыми $\alpha = 90^o$. Скорость автомашин $V_1 = 20$ м/с и $V_2 = 30$ м/с. С какой скоростью V машины удаляются одна от другой?

103. Материальная точка движется в плоскости xy согласно уравнениям $x = A_1 + B_1t + C_1t^2$ и $y = A_2 + B_2t + C_2t^2$, где B_1=7 м/с,

$C_1 = -2$ м/с, $B_2 = -1$ м/с, $C_2 = 0{,}2$ м/с^2. Найти модули скорости и ускорения точки в момент времени $t = 5$ с.

104. Одну треть своего пути автомобиль прошел со скоростью 18 м/с, остальную часть пути со скоростью 24 м/с. Какова средняя путевая скорость $\langle V \rangle$ автомобиля?

105. Рядом с поездом на одной линии с передними буферами тепловоза стоит человек. В тот момент, когда поезд начал двигаться с ускорением $a = 0{,}1$ м/с^2, человек начал бежать в том же направлении со скоростью $V = 2{,}5$ м/с. Через какое время t поезд нагонит человека? Определить скорость поезда в этот момент и путь, пройденный человеком.

106. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = At + Bt^3$, где $A = 6$ м/с, $B = -0{,}125$ м/с^3. Определить среднюю путевую скорость точки в интервале времени от $t_1=3$ с до $t_2 =7$ с.

107. Найти скорость V и ускорение a точки, движущейся прямолинейно, в момент времени $t = 4$ с. Движение точки описывается уравнением $s = \left(2t^3 - 10t^2 + 8\right)$м.

108. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 0{,}14$ м/с^2 и $D = 0{,}01$ м/с^3. Через сколько времени после начала движения ускорение тела a станет равным 1 м/с^2?

109. Пистолетная пуля пробила два вертикально расположенных листа бумаги, расстояние L между которыми равно 30 м. Пробоина во втором листе оказалась на $h = 10$ см ниже, чем в первом. Определить скорость V пули, если к первому листу она подлетела, двигаясь горизонтально. Сопротивлением воздуха пренебречь.

110. Камень падает с высоты $h = 12$ м. Какой путь s пройдет камень за последнюю секунду своего падения?

111. Колесо радиусом $R = 0{,}4$ м вращается так, что зависимость угла поворота колеса от времени определяется уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 2{,}5$ рад, $B = 2$ рад/с, $C = 1$ рад/с^3. Для точек, лежащих на ободе колеса, через 2 с после начала движения найти: 1) угловую скорость, 2) линейную скорость, 3) угловое ускорение, 4) тангенциальное ускорение, 5) нормальное ускорение, 6) полное ускорение.

112. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону: $\varphi = \left(10 - 4t + t^3\right)$рад. В какой момент времени угловая скорость вращения ω будет равна 12 рад/с? Чему равно угловое ускорение ε в этот момент времени?

113. Вентилятор вращается с частотой n = 900 об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до полной остановки N=75 оборотов. Сколько времени прошло с момента выключения вентилятора до полной его остановки?

114. Колесо радиусом R = 10 см вращается так, что зависимость линейной скорости точек, лежащих на ободе колеса, от времени движения определяется уравнением $V = At + Bt$, где A = 3 см/с^2 и B = 1 см/с^2. Найти угол, составляемый вектором полного ускорения с радиусом колеса в момент времени t = 4 с после начала движения.

115. Диск радиусом R = 20 см вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где A = 3 рад, B = 1 рад/с, C = 0,1 рад/с^3. Для момента времени t = 10 с найти тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точек на ободе диска.

116. На цилиндр, который может вращаться около горизонтальной оси, намотана нить. К концу нити привязали грузик и предоставили ему возможность опускаться. Двигаясь равноускоренно, грузик за время t = 3 с опустился на h = 1,5 м. Определить угловое ускорение ε цилиндра, если его радиус r = 4 см.

117. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении с начальной скоростью V_0 = 30 м/с. Определить скорость V, тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения камня в конце второй секунды после начала движения.

118. Тело брошено под углом α = 30^0 к горизонту. Найти тангенциальное a_τ, нормальное a_n ускорения тела в начальный момент движения.

119. Маховик начал вращаться равноускоренно и за промежуток времени $t = 10$ с достиг частоты вращения $n = 300$ мин$^{-1}$. Определить угловое ускорение ε маховика и число N оборотов, которое он сделал за это время.

120. Колесо автомашины вращается равноускоренно. Сделав $N = 50$ полных оборотов, оно изменило частоту вращения от $n_1 = 4$ с$^{-1}$ до $n_2 = 6$ с$^{-1}$. Определить угловое ускорение ε колеса.

121. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^0$. Пройдя расстояние $s = 36{,}4$ см, тело приобретает скорость $V = 2$ м/с. Определить коэффициент трения μ тела о плоскость.

122. Тело скользит по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 45^0$. Зависимость пути, пройденного этим телом, от времени дается уравнением $s = Ct^2$, где $C = 1{,}73$ м/с^2. Найти коэффициент трения μ тела о плоскость.

123. Найти силу тяги, развиваемую мотором автомобиля, движущегося в гору с ускорением $a = 1$ м/с^2. Уклон горы составляет 1 м на каждые 25 м пути. Масса автомобиля $m = 9{,}8$ т. Коэффициент трения $\mu = 0{,}3$.

124. К нити подвешен груз массой $m = 1$ кг. Найти натяжение нити, если нить с грузом: 1) поднимать с ускорением 5 м/с^2, 2) опускать с тем же ускорением.

125. Масса пассажирского лифта вместе с пассажирами составляет $m = 800$ кг. Найти, с каким ускорением, и в каком направлении движется лифт, если известно, что сила натяжения троса, поддерживающего лифт, равна: 1) 12000 Н; 2) 6000 Н.

126. Какую силу надо приложить к вагону, стоящему на рельсах, чтобы вагон начал двигаться равноускоренно и за время $t = 30$ с прошел путь $s = 11$ км? Масса вагона $m = 16$ т. Во время движения вагона на него действует сила трения, равная 0,05 веса вагона.

127. Грузик, привязанный к нити длиной $l = 1$ м, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Определить период T обращения, если нить отклонена на угол $\varphi = 60^0$ от вертикали.

128. Автомобиль массой $m = 5$ т движется со скоростью $V = 10$ м/с по выпуклому мосту. Определить силу давления автомобиля на мост в его верхней части, если радиус кривизны моста $R = 50$ м.

129. Тело массой $m = 0{,}5$ кг движется прямолинейно, причем зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2 - Dt^3$, где $C = 5$ м/с^2 и $D = 1$ м/с^3. Найти модуль силы, действующей на тело в конце первой секунды движения.

130. Под действием постоянной силы $F = 10$ Н тело движется прямолинейно так, что зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где $C = 1$ м/с^2. Найти массу m тела.

131. При горизонтальном полете со скоростью $V = 250$ м/с снаряд массой $m = 8$ кг разорвался на две части. Большая часть массой $m_1 = 6$ кг получила скорость $V_1 = 400$ м/с в направлении полета снаряда. Определить модуль и направление скорости V_2 меньшей части снаряда.

132. Человек массой $m_1 = 70$ кг, бегущий со скоростью $V_1 = 9$ км/ч, догоняет тележку массой $m_2 = 190$ кг, движущуюся со скоростью $V_2 = 3{,}6$ км/ч, и вскакивает на нее. С какой скоростью станет двигаться тележка с человеком? С какой скоростью будет двигаться тележка с человеком, если человек до прыжка бежал навстречу тележке?

133. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает камень массой $m_1 = 2{,}5$ кг под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту со скоростью $V = 10$ м/с. Какой будет начальная скорость V_0 движения конькобежца, если масса его $m = 60$ кг? Перемещением конькобежца во время броска пренебречь.

134. На сколько переместится относительно берега лодка длиной $L = 3{,}5$ м и массой $m_1 = 200$ кг, если стоящий на корме человек массой $m_2 = 80$ кг переместится на нос лодки? Считать лодку расположенной перпендикулярно берегу.

135. В деревянный шар массой $m_1 = 8$ кг, подвешенный на нити длиной $l = 1{,}8$ м, попадает горизонтально летящая пуля массой $m_2 = 4$ г. С какой скоростью летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нем пулей отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 3^0$? Удар пули считать прямым, центральным.

136. Какое количество энергии пошло на деформацию двух столкнувшихся шаров массами по 4 кг, если они двигались навстречу друг другу со скоростями $V_1 = 3$ м/с и $V_2 = 8$ м/с, а удар был прямым и неупругим?

137. Шарик массой $m = 100$ г упал с высоты $h = 2{,}5$ м на горизонтальную плиту, масса которой много больше массы шарика и отскочил от нее вверх. Считая удар абсолютно упругим, определить импульс, полученный плитой.

138. Из орудия массой $M = 5000$ кг вылетает снаряд массой $m = 100$ кг. Кинетическая энергия снаряда при вылете составляет 7,5 МДж. Какую кинетическую энергию получает орудие вследствие отдачи?

139. Шар массой $m_1 = 3$ кг движется со скоростью $V_1 = 2$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2 = 5$ кг. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.

140. Из ствола автоматического пистолета вылетает пуля массой $m_1 = 10$ г со скоростью $V = 300$ м/с. Затвор пистолета массой $m_2 = 200$ г прижимается к стволу пружиной, жесткость которой $k = 25$ кН/м. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.

141. С какой наименьшей высоты h должен начать скатываться акробат на велосипеде (не работая ногами), чтобы проехать по дорожке, имеющей форму «мертвой петли» радиусом $R = 4$ м, и не оторваться от дорожки в верхней точке петли? Трением пренебречь.

142. На какую высоту h над поверхностью Земли поднимется ракета, пущенная вертикально вверх, если начальная скорость ракеты равна первой космической скорости $V_\text{I} = 7{,}9$ км/с?

143. Две пружины с жесткостями k_1=0,3 кН/м и k_2= 0,5 кН/м скреплены последовательно и растянуты так, что абсолютная деформация x_2 второй пружины равна 3 см. Вычислить работу A растяжения пружин.

144. Налетев на пружинный буфер, вагон массой m = 16 т, двигавшийся со скоростью V = 0,6 м/с, остановился, сжав пружину на x = 8 см. Найти общую жесткость k пружин буфера.

145. Вычислить работу A, совершаемую на пути s = 12 м, силой, изменяющейся по закону F = (10 + 3s)Н и совпадающей по направлению с перемещением.

146. Вычислить работу A, совершаемую при равноускоренном подъеме груза массой m = 100 кг на высоту h = 4 м за время t = 2 с.

147. Какую начальную скорость следует сообщить ракете, пущенной с поверхности Земли вертикально вверх, чтобы она поднялась на высоту h, равную двум радиусам Земли?

148. При подъеме груза массой m = 2 кг на высоту h = 1 м сила F совершает работу A = 78,5 Дж. С каким ускорением поднимается груз?

149. Пружина жесткостью k = 1 кН/м была сжата на x_1 = 4 см. Какую нужно совершить работу A, чтобы сжатие пружины увеличить до x_2 = 18 см?

150. Найти работу A подъема груза по наклонной плоскости длиной l = 2 м, если масса груза m = 100 кг, угол наклона φ = 30^0, коэффициент трения μ = 0,1 и груз движется с ускорением a = 1 м/с.

151. К ободу сплошного однородного диска радиусом R = 0,2 м приложена постоянная касательная сила F = 98 Н. При вращении на диск действует момент сил трения $M_{тр}$ = 5 Н·м. Найти массу m диска, если известно, что диск вращается с постоянным угловым ускорением ε = 10 $с^{-2}$.

152. На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом R = 5 см. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой m = 0,4 кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел расстояние $s = 1{,}8$ м за время $t = 3$ с. Определить момент инерции маховика. Массу шкива считать пренебрежимо малой.

153. Шар массой $m = 10$ кг и радиусом $R = 20$ см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение вращения шара имеет вид $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где $B = 4$ рад/с^2, $C = -1$рад/с^3. Определить момент сил, приложенных к шару, в момент времени $t = 2$ с.

154. Через неподвижный блок массой $m = 0{,}2$ кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами $m_1 = 0{,}3$ кг и $m_2 = 0{,}5$ кг. Определить силы натяжения шнура T_1 и T_2 по обе стороны блока во время движения грузов, если масса блока равномерно распределена по ободу.

155. Блок, имеющий форму диска массой $m = 0{,}4$ кг, вращается под действием сил натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами $m_1 = 0{,}3$ кг и $m_2 = 0{,}7$ кг. Определить силы натяжения T_1 и T_2 нити по обе стороны блока.

156. На обод маховика диаметром $D = 60$ см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m = 2$ кг. Определить момент инерции маховика J, если он, вращаясь равноускоренно, под действием силы тяжести груза, за время $t = 3$ с приобрел угловую скорость $\omega = 9$ рад/с.

157. Вал массой $m = 100$ кг и радиусом $R = 5$ см вращался с частотой $n = 8$ с$^{-1}$. К цилиндрической поверхности вала прижали с силой $F = 40$ Н тормозную колодку, под действием которой вал спустя 10 с остановился. Определить коэффициент трения μ между валом и тормозной колодкой.

158. Через блок в виде сплошного диска, имеющего массу $m = 1{,}5$ кг, перекинута невесомая нерастяжимая нить, к концам которой подвешены грузы массами $m_1 = 0{,}1$ кг и $m_2 = 0{,}2$ кг. Определить ускорение движения грузов, если их предоставить самим себе.

159. Однородный стержень длиной $l = 50$ см и массой $m = 400$ г вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 3$ с$^{-2}$ около оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент M.

160. На барабан массой $m_1 = 9$ кг намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m_2 = 2$ кг. Найти ускорение груза. Барабан считать однородным цилиндром. Трением пренебречь.

161. Шарик массой $m = 60$ г, привязанный к концу нити длиной $l_1 = 1,2$ м, вращается с частотой $n_1 = 2$ с$^{-1}$, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси до расстояния $l_2 = 0,6$ м. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь. Шарик рассматривать как материальную точку.

162. Платформа в виде диска радиусом $R = 1$ м вращается по инерции с частотой $n_1 = 6$ об/мин. На краю платформы стоит человек, масса которого $m = 80$ кг. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции J платформы равен 120 кг·м^2. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

163. Карандаш длиной $l = 15$ см поставленный вертикально, падает на стол без проскальзывания. Какую угловую скорость ω и линейную скорость V будет иметь в конце падения середина и верхний конец карандаша.

164. Горизонтальная платформа массой $m = 80$ кг и радиусом $R = 1$ м вращается с частотой $n_1 = 20$ об/мин. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. С какой частотой n_2, будет вращаться платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $J_1 = 3$ кг·м^2 до $J_2 = 1$ кг·м^2? Считать платформу однородным диском.

165. По горизонтальной плоскости катится сплошной однородный диск со скоростью V=8 м/с. Определить коэффициент трения μ, если диск, двигаясь по инерции, пройдет путь s=18 м.

166. Шар катится без скольжения по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия $E_к$ шара равна 14 Дж.

Определить кинетическую энергию $E_{к\ пост}$ поступательного и $E_{к\ вр}$ вращательного движения шара.

167. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную на платформе точку? Масса платформы m=280 кг, масса человека m_2 =80 кг.

168. С какой скоростью скатится без скольжения с наклонной плоскости высотой h = 2 м полый тонкостенный цилиндр?

169. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром D = 3,8 м и массой m_1 = 60 кг стоит человек массой m_2 = 60 кг. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой m = 0,5 кг со скоростью V = 5 м/с? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии r = 1,9 м от оси скамьи. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

170. Тонкий однородный стержень длиной l = 1,4 м может вращаться около горизонтальной оси, проходящей через конец стержня перпендикулярно его длине. Стержень отклонили на угол $\alpha = 90^0$ и отпустили. С какой угловой скоростью ω стержень будет проходить через положение равновесия?

171. Тело, подвешенное к цилиндрической пружине, растянуло ее на $x_о$ = 5 см. Затем тело было смещено из положения равновесия по вертикали и отпущено, в результате чего оно стало совершать колебания. Найти период этих колебаний.

172. Точка совершает гармонические колебания с максимальной скоростью V_{max} = 10 см/с и максимальным ускорением a_{max} = 100 см/с^2. Найти циклическую частоту колебаний ω, период T и амплитуду A. Написать уравнение колебания, приняв начальную фазу равной нулю.

173. Через какое время от начала движения точка, совершающая гармонические колебания, сместится от положения равновесия на половину амплитуды? Период колебаний T = 24 с, начальная фаза φ = 0.

174. Уравнение колебаний материальной точки массой $m = 16$ кг имеет вид $x = 0{,}1\cdot\sin(5\pi t/8+\pi/4)$ м. Найти величину максимальной силы F_{max}, действующей на точку, и полную энергию E колеблющейся точки.

175. Определить частоту n гармонических колебаний сплошного однородного диска радиусом $R = 20$ см около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

176. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки $A = 2$ см, а полная энергия колебаний $E = 0{,}3$ мкДж. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $F = 22{,}5$ мкН?

177. На гладком горизонтальном столе лежит шар массой $M = 200$ г, прикрепленный к горизонтально расположенной легкой пружине с жесткостью $k = 500$ Н/м. В шар попадает пуля массой $m = 10$ г, летящая со скоростью $V = 300$ м/с, и застревает в нем. Пренебрегая перемещением шара во время удара и сопротивлением воздуха, определить амплитуду A и период T колебаний шара.

178. Однородный диск радиусом $R = 30$ см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через одну из образующих цилиндрической поверхности диска. Определить приведенную длину L и период T колебаний маятника.

179. Два одинаково направленных гармонических колебания одного периода с амплитудами $A_1 = 10$ см и $A_2 = 6$ см складываются в одно колебание с амплитудой $A = 14$ см. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.

180. Найти амплитуду A и начальную фазу φ гармонического колебания, полученного от сложения одинаково направленных колебаний, данных уравнениями $x_1 = 0{,}02\cdot\sin(5\pi t+\pi/2)$ м и $x_2 = 0{,}03\cdot\sin(5\pi t+\pi/4)$ м. Написать уравнение результирующего колебания, полученного от сложения этих двух колебаний.

2. Молекулярная физика и термодинамика

2.1. Перечень формул, которые можно использовать при решении задач без вывода

Количество вещества – число структурных элементов (молекул, атомов и т.д.), содержащихся в теле (системе)

$$\nu = \frac{N}{N_A},$$

где N – число структурных элементов, N_A – число Авогадро.

Молярная масса вещества:

$$\mu = \frac{m}{\nu},$$

где m – масса тела.

Концентрация молекул

$$n = \frac{N}{\mathrm{V}},$$

где V – объем тела.

Уравнение состояния идеального газа

$$p\mathrm{V} = NkT,$$

где p – давление газа, V – его объем, N – количество молекул газа в данном объеме, T – термодинамическая температура, выраженная в кельвинах, k – постоянная Больцмана.

Уравнение Менделеева-Клапейрона

$$p\mathrm{V} = \frac{m}{\mu}RT = \nu RT,$$

где $R = 8{,}31\,\frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ – универсальная газовая постоянная.

Опытные газовые законы для двух состояний идеального газа:

1. Закон Бойля-Мариотта (изотермический процесс: $T = const,\ m = const$):

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = const\ .$$

2. Закон Гей-Люссака (изобарный процесс: $p = const$, $m = const$):

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = const\ .$$

3. Закон Шарля (изохорный процесс: $V = const$, $m = const$):

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = const\ .$$

4. Объединенный газовый закон ($m = const$):

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = const\ .$$

Закон Дальтона:

$$p = p_1 + p_2 + ... + p_n\ ,$$

где p – давление смеси газов; p_1, p_2, …, p_n – парциальные давления – давления каждой из компонентов смеси.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газа (уравнение, задающее связь между макро – и микропараметрами):

$$p = \frac{2}{3} n < \varepsilon_n >,$$

где p – давление газа; n – концентрация молекул газа (число молекул в единице объема); $<\varepsilon_n>$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия молекулы или полная энергия молекулы, приходящаяся на все степени свободы:

$$< \varepsilon > = \frac{i}{2} kT\ ,$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Зависимость давления газа от концентрации молекул

$$p = nkT\ .$$

Скорости молекул:

а) средняя квадратичная

$$< V_{кв} >= \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \, ,$$

б) средняя арифметическая

$$< V >= \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \, ,$$

в) наиболее вероятная

$$V_{в} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \, ,$$

где m_0 – масса одной молекулы; R – универсальная газовая постоянная; μ – молярная масса газа, k – постоянная Больцмана, T – термодинамическая температура.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$< \lambda >= \frac{1}{\sqrt{2}\pi n d^2} \, ,$$

где n – концентрация молекул, d – эффективный диаметр молекул газа.

Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени

$$< z >= \frac{< V >}{< \lambda >} = \sqrt{2}\pi d^2 n < V >,$$

где $< V >$ – средняя арифметическая скорость молекул.

Связь между удельной c и молярной C теплоемкостями газа

$$c = \frac{C}{\mu} \, .$$

Молярная теплоемкость газа при постоянном давлении C_p и постоянном объеме C_V

$$C_p = \frac{i+2}{2} R; \qquad C_V = \frac{i}{2} R \, ,$$

где i – число степеней свободы молекул идеального газа, R – универсальная газовая постоянная.

Уравнение Майера

$$C_p = C_V + R.$$

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – количество теплоты, сообщаемое системе, ΔU – изменение внутренней энергии системы, A – работа, совершаемая системой (идеальным газом) против внешних сил.

При бесконечно малом сообщении теплоты

$$dQ = dU + dA,$$

где dU – бесконечно малое изменение внутренней энергии системы, dA – элементарная работа, совершаемая газом.

Изменение внутренней энергии идеального газа

$$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T = C_V \nu \Delta T,$$

где i – число степеней свободы молекул; $\nu = m/\mu$ – количество вещества.

Работа при изменении объема газа в общем случае вычисляется по формуле

$$A = \int\limits_{V_1}^{V_2} p dV,$$

где V_1 – начальный объем газа, V_2 – его конечный объем.

Работа газа:

а) при изохорном процессе ($V = const$, $m = const$)

$$A = 0,$$

б) при изобарном процессе ($p = const$, $m = const$)

$$A = p\left(V_2 - V_1\right),$$

в) при изотермическом процессе ($T = const$, $m = const$)

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln\frac{V_2}{V_1},$$

г) при адиабатном процессе ($dQ = 0$)

$$A = \nu C_V \left(T_1 - T_2\right) = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\nu\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{p_1 V_1}{\left(\gamma - 1\right)}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right],$$

где $\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$ – показатель адиабаты.

Уравнения адиабатного процесса для двух состояний идеального газа (уравнения Пуассона):

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma},$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1},$$

$$T_1^{\gamma} p_1^{1-\gamma} = T_2^{\gamma} p_2^{1-\gamma}.$$

КПД цикла любой тепловой машины

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где A – работа, совершаемая газом за цикл, Q_1 – количество теплоты, получаемое рабочим телом (газом) за цикл от нагревателя, Q_2 – количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику.

Термический коэффициент полезного действия цикла Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 и T_2 – соответственно абсолютные температуры нагревателя и холодильника.

2.2. Примеры решения задач

Пример 1. Определить количество вещества и число молекул, содержащихся в 1г углекислого газа.

Дано:
$m = 1$ г $= 1\cdot10^{-3}$ кг
$\mu = 44\cdot10^{-3}$ кг/моль
$\nu = ?\quad N = ?$

Решение:
Количество вещества:

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{1\cdot10^{-3}}{44\cdot10^{-3}} = 2,27\cdot10^{-2}\,моль.$$

Число молекул:

$$N = \nu N_A = 2,27\cdot10^{-2}\cdot6,02\cdot10^{23} = 1,4\cdot10^{22}.$$

Ответ: В одном грамме углекислого газа содержится $2{,}27\cdot10^{-2}$ молей вещества и $1{,}4\cdot10^{22}$ молекул.

Пример 2. В баллоне объемом V = 25 л находится водород при температуре T = 290 К. После того как часть водорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на Δp = 0,4 МПа. Определить массу израсходованного водорода.

Дано:
V = 25 л = $25\cdot10^{-3}$ м^3
$\mu = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль
T = 290 К = const
Δp = 0,4 МПа $=0{,}4\cdot10^6$ Па
$\Delta m = ?$

Решение:
Масса израсходованного водорода:

$$\Delta m = m_1 - m_2,$$

где m_1, m_2 – масса водорода в начальном и конечном состояниях.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона найдем массу водорода в начальном и конечном состояниях:

$$m_1 = \frac{p_1 \mathrm{V}\mu}{RT};\quad m_2 = \frac{p_2 \mathrm{V}\mu}{RT}.$$

Тогда

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{\mathrm{V}\mu}{RT}(p_1 - p_2) = \frac{\mathrm{V}\mu}{RT}\Delta p.$$

Проверим размерность полученной формулы:

$$[\Delta m]=\left[\frac{V\mu}{RT}\Delta p\right]=\frac{\text{м}^3\cdot\text{кг}\cdot\text{моль}}{\text{моль}\cdot\text{Дж}\cdot\text{К}}\,\text{Па}=\frac{\text{м}^3\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^2}{\text{кг}\cdot\text{м}^2}\,\frac{\text{Н}}{\text{м}^2}=\frac{\text{с}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{м}\cdot\text{с}^2}=\text{кг}.$$

Делаем расчет:

$$\Delta m=\frac{V\mu}{RT}\Delta p=\frac{25\cdot10^{-3}\cdot2\cdot10^{-3}}{8,31\cdot290}\cdot0,4\cdot10^{6}=8,3\cdot10^{-3}\,\text{кг}=8,3\ \text{г}.$$

Ответ: Было израсходовано 8,3 грамма водорода.

Пример 3. Количество $\nu = 1$ кмоль многоатомного газа нагревается на ΔT=100 К в условиях свободного расширения. Найти количество теплоты Q, сообщенное газу, приращение его внутренней энергии ΔU и работу A, совершаемую газом при расширении.

Дано:

$\nu = 1$ кмоль $= 1\cdot10^3$ моль

$i = 6$

$\Delta T = 100$ К

$p = \text{const}$

$Q = ?$ $\Delta U = ?$ $A = ?$

Решение:

Количество теплоты, сообщенное газу при изобарном нагревании найдем по формуле:

$$Q=\nu C_p\Delta T,$$

где $C_p=\dfrac{i+2}{2}R$ – молярная теплоемкость газа при постоянном давлении, i – число степеней свободы молекулы. Исходя из этого

$$Q=\nu\frac{i+2}{2}R\Delta T.$$

Вычисляя, получим Q=33,24·10^5 Дж ≈3,32·10^6 Дж =3,32 МДж.

Приращение внутренней энергии газа

$$\Delta U=\nu C_V\Delta T,\quad \text{где}\quad C_V=\frac{i}{2}R\ –$$

молярная теплоемкость газа при постоянном объеме. Тогда

$$\Delta U=\nu\frac{i}{2}R\Delta T.$$

После вычислений: $\Delta U = 2,49$ МДж.

Согласно первому закону термодинамики: $A = Q - \Delta U$. Вычисляя, получим A = 0,83 МДж.

Ответ: Количество теплоты, сообщенное газу Q = 3,32 МДж; приращение его внутренней энергии ΔU = 2,49 МДж; работа, совершенная газом A = 0,83 МДж.

Пример 4. Тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл получает от нагревателя количество теплоты Q_1 = 2,5 кДж. Температура нагревателя T_1 = 400 К, температура холодильника T_2 = 300 К. Найти работу A, совершаемую за один цикл и количество теплоты Q_2, отдаваемое холодильнику за один цикл.

Дано:
Q_1 = 2,5 кДж
T_1 = 400 К
T_2 = 300 К

A = ? Q_2 = ?

Решение:

Термический КПД идеальной тепловой машины

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника.

С другой стороны $$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где A – работа, совершаемая газом за один цикл, Q_1 – количество теплоты, полученное от нагревателя; откуда

$$A = \eta \cdot Q_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} Q_1 .$$

Вычисляя, получим: A = 0,625 кДж.

Известно, что работа, совершаемая за один цикл $A = Q_1 - Q_2$, тогда

$$Q_2 = Q_1 - A .$$

Вычисляя, получим Q_2 = 1,875 кДж.

Ответ: Работа, совершаемая за один цикл A= 0,625 кДж; количество теплоты, отдаваемое холодильнику за один цикл Q_2 = 1,875 кДж.

2.3. Задачи

Таблица вариантов к контрольной работе №2

Вариант	Номера задач							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	201	211	221	231	241	251	261	271
2	202	212	222	232	242	252	262	272
3	203	213	223	233	243	253	263	273
4	204	214	224	234	244	254	264	274
5	205	215	225	235	245	255	265	275
6	206	216	226	236	246	256	266	276
7	207	217	227	237	247	257	267	277
8	208	218	228	238	248	258	268	278
9	209	219	229	239	249	259	269	279
10	210	220	230	240	250	260	270	280

Темы задач (для каждого варианта): в первой задаче – основные положения молекулярно-кинетической теории; во второй – уравнение состояния идеального газа; в третьей – теплоемкость газов; в четвертой – графическое представление изопроцессов идеального газа в параметрических координатах; в пятой – скорости молекул; в шестой – первое начало термодинамики; в седьмой – применение первого начала термодинамики к различным изопроцессам, адиабатный процесс; в восьмой – коэффициент полезного действия тепловых машин.

201. В сосуде вместимостью V = 1 л при нормальных условиях находится азот. Определить количество вещества ν и его концентрацию n.

202. В сосуде вместимостью V = 10 л находится кислород массой m = 10 г. Определить концентрацию молекул в сосуде.

203. Найти количество вещества ν и число молекул N в капле воды массой 0,1 г.

204. Сколько атомов железа содержится в заготовке массой 200 г?

205. Рассчитайте массу одной молекулы поваренной соли.

206. Рассчитайте массу одной молекулы воды.

207. Найти количество вещества и число атомов в капле ртути массой 1 г.

208. Найти количество вещества ν и концентрацию n молекул кислорода массой $m = 1$ г, занимающего сосуд объемом V = 0,5 л.

209. Определить массу водорода количеством вещества 1 кмоль.

210. Определить молярную массу и массу одной молекулы озона O_3.

211. Сосуд объемом $V_1 = 3$ л, содержащий газ под давлением $p_1 = 200$ кПа соединили с другим пустым сосудом объемом $V_2 = 5$ л. Определить установившееся давление при неизменной температуре.

212. Идеальный газ находится в закрытом сосуде при температуре $T_1 = 400$ К. До какой температуры необходимо охладить газ, чтобы уменьшить его давление в 1,5 раза?

213. В сосуде объемом 1 м^3 находится 4 г гелия при температуре 100 ^{o}С. Определить его давление.

214. 16 г кислорода при давлении $p_1 = 200$ кПа занимают объем $V_1 = 5$ л. Как изменилась температура газа, если при давлении $p_2 = 399$ кПа его объем уменьшился на 1 л?

215. Как изменится давление идеального газа при увеличении его объема в 2 раза и увеличении его абсолютной температуры в 2 раза?

216. Во сколько раз плотность воздуха зимой при температуре $t_1 = -13$ ^{o}С больше его плотности летом при температуре $t_2 = 27$ ^{o}С?

217. Найти плотность водорода при температуре 0 ^{o}С и давлении 100 кПа.

218. В баллоне находится газ массой $m_1 = 9$ кг при давлении $p_1 = 10$ МПа. Когда часть газа выпустили из баллона, давление газа уменьшилось вдвое. Какова масса выпущенного газа? Температуру считать неизменной.

219. Каково количество вещества ν газа в баллоне объемом $V = 10$ м^3 при давлении $p = 100$ кПа и температуре $T = 300$ К?

220. В баллоне объемом $V = 10$ л находится $m_1 = 5$ г азота и $m_2 = 4$ г кислорода при температуре $t = 27$ ^{o}C. Каково давление этой газовой смеси?

221. Найти удельные c_p и c_V и молярные C_p и C_V теплоемкости кислорода и азота.

222. Найти удельные c_p и c_V и молярные C_p и C_V теплоемкости гелия и неона.

223. Найти удельные c_p и c_V и молярные C_p и C_V теплоемкости углекислого газа.

224. Удельная теплоемкость двухатомного газа $c_V = 14,7\,\text{кДж}/\text{кг}\cdot\text{К}$, какова его молярная масса?

225. Найти молярные и удельные теплоемкости водяного пара для: а) $V = \text{const}$, б) $p = \text{const}$.

226. Найти показатель адиабаты для: а) неона, б) азота, в) углекислого газа.

227. Найти отношение удельных теплоемкостей c_p к c_V для кислорода.

228. Чему равны молярные теплоемкости некоторого газа, если его удельные теплоемкости $c_V = 10,4 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) и $c_p = 14,6 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К).

229. Найти число степеней свободы молекул газа, имеющего показатель адиабаты 1,4.

230. Найти удельные теплоемкости газа, молярная масса которого $\mu = 0,03$ кг/моль и показатель адиабаты $\gamma = 1,4$. Сколько атомов входит в состав молекулы этого газа?

231. На рис. 2.1 изображен график процесса, проведенного с идеальным газом, в координатах pV, участок 2–3 – гипербола. Изобразить этот процесс в координатах pT и VT.

232. На рис. 2.2 изображен график процесса, проведенного с идеальным газом в координатах pV, участки 2–3 и 4–1 – гиперболы. Изобразить этот процесс в координатах pT и VT.

233. На рис. 2.3 изображен график процесса, проведенного с идеальным газом, в координатах pV, участок 1–2 – гипербола. Изобразить этот процесс в координатах pT и VT.

234. На рис. 2.4 изображен в координатах pV график процесса, проведенного с идеальным газом, участки 1–2 и 3–4 – гиперболы. Изобразить этот процесс в координатах pT и VT.

235. На рис. 2.5 изображен в координатах pV график процесса, проведенного с идеальным газом, участки 1–2 и 3–4 – гиперболы. Изобразить этот процесс в координатах pT и VT.

236. На рис. 2.6 изображен в координатах TV график процесса, проведенного с идеальным газом. Изобразить этот процесс в координатах pV и pT.

237. На рис. 2.7 изображен в координатах VT график процесса, проведенного с идеальным газом. Изобразить этот процесс в координатах pV и pT.

238. На рис. 2.8 изображен в координатах VT график процесса, проведенного с идеальным газом. Изобразить этот процесс в координатах pV и pT.

239. На рис. 2.9 изображен в координатах Tp процесс, проведенный с идеальным газом. Изобразить этот процесс в координатах pV и VT.

240. На рис. 2.10 изображен в координатах TV процесс, проведенный с идеальным газом. Изобразить этот процесс в координатах pV и pT.

241. Найти среднюю квадратичную скорость молекул азота и кислорода при нормальных условиях.

242. Найти отношение средних квадратичных скоростей молекул азота и кислорода при одинаковых температурах.

243. Предполагая, что фотосфера Солнца состоит в основном из атомарного водорода и имеет температуру $T = 6000$ К, рассчитайте среднюю квадратичную скорость атомов водорода.

244. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота будет равна первой космической скорости ($V_{\mathrm{I}} = 7900$ м/с)?

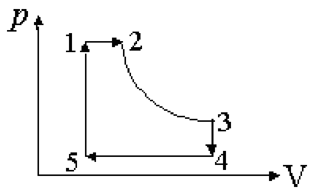

Рис. 2.1

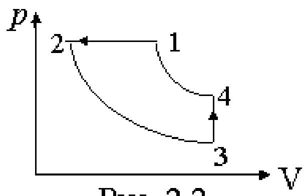

Рис. 2.2

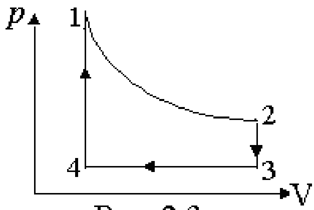

Рис. 2.3

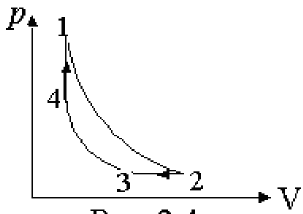

Рис. 2.4

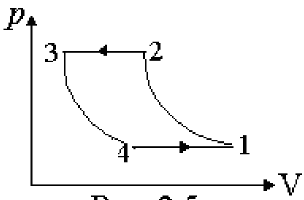

Рис. 2.5

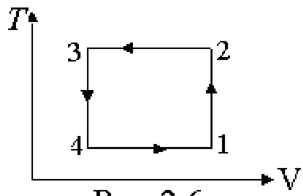

Рис. 2.6

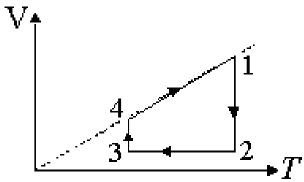

Рис. 2.7

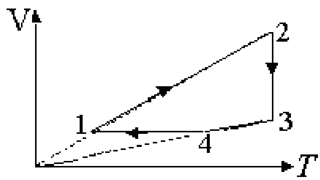

Рис. 2.8

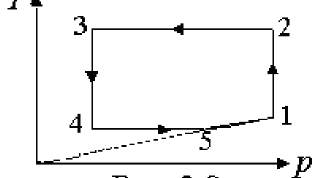

Рис. 2.9

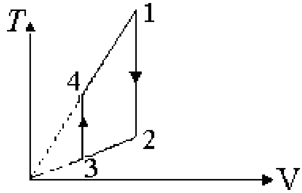

Рис. 2.10

245. Какой должна быть температура гелия, чтобы его молекулы имели такую же скорость, что и молекулы водорода при 0 °С?

246. Как изменится средняя квадратичная скорость и средняя кинетическая энергия теплового движения молекул идеального газа при возрастании абсолютной температуры в 2 раза?

247. Как изменится давление идеального газа, если концентрация его молекул и их средняя квадратичная скорость возрастут вдвое?

248. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа, имеющего плотность $\rho = 0{,}082$ кг/м^3 при нормальных условиях.

249. Определить температуру водорода и среднюю квадратичную скорость его молекул, если при концентрации молекул $n = 10^{25}$ м$^{-3}$ он создает давление $p = 120$ кПа.

250. Найти концентрацию n молекул водорода при давлении $p = 100$ кПа, если средняя квадратичная скорость его молекул $\langle V_{кв} \rangle = 500$ м/с.

251. Найти изменение внутренней энергии ΔU идеального газа при изобарном процессе, если газ получил от нагревателя $Q_1 = 20$ кДж тепловой энергии. Увеличилась или уменьшилась внутренняя энергия. Газ считать: 1) одноатомным; 2) двухатомным; 3) многоатомным.

252. Определить, какое количество теплоты было сообщено азоту, заключенному в сосуде объемом V = 200 л, если его давление повысилось на $\Delta p = 1$ МПа.

253. 10 г водорода, находящегося при температуре −73 °С при постоянном давлении, увеличивают свой объем вдвое за счет подведения к нему тепла извне. Найти количество подведенного тепла Q, изменение внутренней энергии ΔU и работу расширения A.

254. В закрытом сосуде объемом V = 1 л находится азот, имеющий плотность $\rho = 3$ кг/м^3. Какое количество теплоты необходимо сообщить азоту, чтобы нагреть его от 0 °С до 100 °С?

255. 2 кмоль углекислого газа изобарно нагреваются на 50 К. Найти количество теплоты, переданной газу, изменение внутренней энергии и работу расширения.

256. В закрытом сосуде находятся m_1 = 28 г азота и m_2 = 32 г кислорода. Найти изменение внутренней энергии ΔU при охлаждении газовой смеси на Δt =10 °С.

257. Азот массой m = 30 г находится при температуре T = 200 К. Какое количество теплоты необходимо сообщить азоту, чтобы повысить его абсолютную температуру вдвое при изобарном нагревании? Какую работу при этом совершит газ и как изменится его внутренняя энергия?

258. Какое количество теплоты необходимо сообщить азоту объемом V = 10 л, чтобы при его изохорном нагревании давление возросло на Δp = 100 кПа?

259. Какое количество теплоты необходимо сообщить азоту объемом V = 10 л, находящегося под давлением p = 1 МПа, чтобы изобарно увеличить его объем вдвое?

260. Какое количество теплоты необходимо сообщить азоту объемом V=10 л, находящегося под давлением p = 0,5 МПа, чтобы изохорно увеличить его давление вдвое?

261. Во сколько раз изменилось давление азота массой m = 10 г, находившегося при температуре T = 300 К, если при этом была совершена работа A = 1 кДж? Процесс протекал при постоянной температуре.

262. На сколько изменится температура газа при адиабатном сжатии 1 кмоль двухатомного газа, если при этом была совершена работа A = 146 кДж?

263. 10 г кислорода, находящегося при нормальных условиях, сжимаются до 1 л. Найти температуру и давление кислорода после изотермического сжатия.

264. 10 г азота, находящегося при нормальных условиях, адиабатно сжимаются до 1 л. Найти температуру и давление кислорода после адиабатного сжатия.

265. Кислород, занимающий объем $V_1 = 5$ л при давлении $p_1 = 1$ МПа, расширили в 3 раза. Определить установившееся давление и работу, совершенную газом, если процесс протекал изотермически.

266. Кислород, занимающий объем $V_1 = 5$ л при давлении $p_1 = 1$ МПа, расширили в 3 раза. Определить установившееся давление и работу, совершенную газом, если процесс протекал адиабатно.

267. Азот массой $m = 7$ г при температуре $t = 27\ ^{o}$C изотермически сжимают от давления $p_1 = 0{,}1$ МПа до давления $p_2 = 0{,}5$ МПа. Определить количество выделившейся теплоты Q, изменение внутренней энергии ΔU и работу сжатия A.

268. В результате адиабатного сжатия давление азота массой 1 кг увеличили в 3 раза. Найти конечный объем азота, изменение его внутренней энергии, если первоначальный объем азота был 0,5 м^3 и его температура 300 К.

269. Гелий, находившийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от $V_1 = 1$ л до $V_2 = 2$ л. Найти работу, совершенную газом при расширении и количество теплоты, сообщенное газу.

270. Работа расширения идеального двухатомного газа равна 2 кДж. Определить подведенное газу количество теплоты при изотермическом процессе.

271. Идеальный газ, совершающий цикл Карно совершил работу $A = 1$ кДж. Температура нагревателя $T_1 = 500$ К, температура холодильника T_2 на 200 К ниже температуры нагревателя. Определить КПД цикла и количество теплоты, отданное за цикл холодильнику.

272. Найти максимальное значение КПД идеальной тепловой машины, если в качестве нагревателя используется кипящая при нормальных условиях вода, а в качестве холодильника тающий лед?

273. На сколько изменится КПД идеальной тепловой машины при повышении температуры нагревателя в n раз, если температура холодильника останется прежней?

274. Температура нагревателя 400 К, холодильника 300 К. Во сколько раз увеличится КПД идеальной тепловой машины при повышении температуры нагревателя на 200 К?

275. Идеальная тепловая машина за один цикл получает от нагревателя 6 кДж теплоты, отдавая холодильнику 75% теплоты. Чему равен КПД этой машины? Какую работу она совершает за цикл?

276. Идеальная тепловая машина получает от нагревателя, имеющего температуру $T_1 = 500$ К, за один цикл $Q_1 = 3{,}4$ кДж теплоты. Найти работу машины за один цикл и количество теплоты, отдаваемое холодильнику, имеющему температуру $T_2 = 300$ К.

277. Идеальный газ, совершающий цикл Карно отдает холодильнику 70% количества теплоты, полученной от нагревателя. Определить термический КПД цикла и работу, совершаемую газом за один цикл, если количество теплоты, полученное от нагревателя равно 7 кДж.

278. Какой КПД имела бы идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, если бы ее нагреватель был нагрет до температуры T_1 = 2700 К, которая может быть получена при сгорании бензина, а холодильником служил бы окружающий воздух при температуре T_2 = 300 К?

279. Какую работу совершает идеальная тепловая машина, имеющая нагреватель при температуре $t_1 = 527\ ^{o}$C и холодильник с температурой $t_2 = 27\ ^{o}$C, если от нагревателя она получила Q_1 = 10 МДж теплоты?

280. В идеальной тепловой машине за счет каждого килоджоуля теплоты, получаемой от нагревателя, совершается работа, равная 300 Дж. Какую температуру имеет нагреватель такой машины, если ее холодильник имеет температуру 17 ^{o}C?

3. Электростатика. Постоянный электрический ток

3.1. Перечень формул, которые можно использовать при решении задач без вывода

Закон Кулона (сила F взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов Q_1 и Q_2)

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon r^2},$$

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – электрическая постоянная; r – расстояние между зарядами.

Линейная τ и поверхностная σ плотности заряда

$$\tau = \frac{dQ}{dl}, \qquad \sigma = \frac{dQ}{dS}.$$

Напряженность электрического поля:

а) через величину пробного заряда q, внесенного в электрическое поле

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на пробный заряд;

б) созданного точечным зарядом Q на расстоянии r от него

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2};$$

в) образованного бесконечной прямой равномерно заряженной нитью на расстоянии r от нее

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r},$$

где τ – линейная плотность заряда на нити;

г) образованного бесконечной равномерно заряженной плоскостью

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда;

д) образованного разноименно заряженными параллельными бесконечными плоскостями (поле плоского конденсатора)

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0};$$

е) образованного заряженной сферой радиуса R

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2},$$

где r – расстояние от центра сферы $(r \geq R)$.

Связь между напряженностью $\vec{E}$ электрического поля и электрической индукцией $\vec{D}$

$$\vec{D}=\varepsilon\varepsilon_0\vec{E}.$$

Теорема Гаусса (поток Φ_E вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность S, охватывающую точечные заряды Q_i)

$$\Phi_E=\oint_S \vec{E}d\vec{S}=\oint_S EdS\cos\alpha=\oint_S E_n dS=\frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N}Q_i.$$

Потенциал электрического поля

$$\varphi=\frac{W_n}{q},$$

где W_n – потенциальная энергия пробного заряда q, внесенного в это поле.

Потенциал электрического поля, созданного точечным зарядом Q

$$\varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}.$$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиусом R на расстоянии r от центра сферы а) $E = 0$, $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$ (при $r < R$);

б) $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R^2}$, $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$ (при $r = R$);

в) $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$, $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R}$ (при $r > R$),

где Q – заряд сферы.

Напряженность и потенциал поля, создаваемые системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i, \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i,$$

где $\vec{E}_i, \varphi_i$ – напряженность и потенциал в данной точке электрического поля, создаваемого зарядом.

Связь потенциала φ с напряженностью $\vec{E}$:

а) $\vec{E} = -grad\varphi$, или $\vec{E} = -\left(\vec{i}\,\dfrac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\,\dfrac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\,\dfrac{\partial\varphi}{\partial z} \right)$ в общем случае;

б) $E = \dfrac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \dfrac{U}{d}$ в случае однородного поля;

в) $E = -\dfrac{d\varphi}{dr}$ в случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией.

Напряженность и потенциал электрического поля, создаваемого распределенными зарядами:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{dQ}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}\vec{r}_0,$$

$$\varphi = \int d\varphi = \int \frac{dQ}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r},$$

где $\vec{r}_0$ – единичный вектор, направленный из точки, где находится заряд dQ, в рассматриваемую точку поля.

Работа перемещения заряда q в электрическом поле

$$A = q\int_1^2 E_n dr = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Энергия W взаимодействия системы точечных зарядов Q_1, Q_2, …, Q_n

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i\varphi_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1 \\ (j\neq i)}}^{n} \frac{Q_i Q_j}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_{ij}},$$

здесь φ_i – потенциал поля, создаваемого всеми $(n\!-\!1)$ зарядами (за исключением i–ого), где расположен заряд Q_i.

Электрический момент диполя

$$\vec{p} = |Q|\vec{l},$$

где $\vec{l}$ – плечо диполя (векторная величина, направленная от отрицательного заряда к положительному и численно равная расстоянию между зарядами).

Электрическая емкость уединенного проводника и конденсатора:

$$C = \frac{Q}{\varphi}, \qquad C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{U},$$

где Q – заряд, сообщенный проводнику (пластине конденсатора); φ – потенциал проводника; $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – разность потенциалов пластин конденсатора.

Электрическая емкость:

а) уединенной проводящей сферы радиуса R

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R;$$

б) плоского конденсатора

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d},$$

где S – площадь одной пластины; d – расстояние между пластинами.

Энергия уединенного заряженного проводника:

$$W = \frac{C\varphi^2}{2},$$

где C – емкость проводника; φ – потенциал проводника ($\varphi_\infty = 0$).

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2},$$

где U – разность потенциалов на обкладках конденсатора.

Электроемкость системы конденсаторов:

а) при параллельном соединении

$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n \quad \text{или} \quad C = \sum_{i=1}^{n} C_i\ ;$$

б) при последовательном соединении

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n} \quad \text{или} \quad \frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}.$$

Сила и плотность электрического тока

$$I = \frac{dQ}{dt}, \qquad j = \frac{dI}{dS},$$

где dQ – заряд, прошедший через конечное сечение проводника за время dt; dS – элемент площади поперечного сечения проводника.

Сопротивление R и проводимость G проводника

$$R = \rho\frac{l}{S}, \qquad G = \gamma\frac{S}{l},$$

где ρ –удельное сопротивление; l –длина проводника; γ – удельная проводимость; S – площадь поперечного сечения.

Сопротивление системы проводников:

а) $R = \sum_{i=1}^{n} R_i$ – при последовательном соединении;

б) $\dfrac{1}{R}=\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{R_i}$ – при параллельном соединении,

где R_i – сопротивление i – ого проводника.

Закон Ома:

а) $I=\dfrac{\varphi_1-\varphi_2}{R}=\dfrac{U}{R}$ – для участка цепи, не содержащего ЭДС, где $\varphi_1-\varphi_2=U$ – разность потенциалов на концах участка цепи; R – сопротивление участка цепи;

б) $I=\dfrac{(\varphi_1-\varphi_2)\pm\varepsilon}{R_{полн}}$ – для участка цепи, содержащего ЭДС,

где ε – ЭДС источника тока; $R_{полн}$ – полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

в) $I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}$ для замкнутой (полной) цепи, где R – внешнее сопротивление цепи; r – внутреннее сопротивление цепи.

Законы Кирхгофа:

а) $\sum\limits_{i=1}^{n}I_i=0$ – первый закон;

б) $\sum\limits_{i=1}^{n}I_iR_i=\sum\limits_{k=1}^{m}\varepsilon_k$ – второй закон,

где $\sum\limits_{i=1}^{n}I_i$ – алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле; $\sum\limits_{i=1}^{n}I_iR_i$ – алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления участков; $\sum\limits_{k=1}^{m}\varepsilon_k$ – алгебраическая сумма ЭДС.

Закон Джоуля – Ленца (количество теплоты Q, выделившееся на сопротивлении R за время t при прохождении через него электрического тока):

$$Q=\int_0^t I^2Rdt=\int_0^t \frac{U^2}{R}dt\,.$$

Полная мощность, развиваемая источником постоянного тока

$$P=I\varepsilon\,.$$

Полезная мощность P_R, выделяемая на внешнем сопротивлении R

$$P_R=IU=I^2R=\frac{U^2}{R}\,.$$

КПД источника тока

$$\eta=\frac{P_R}{P}\,.$$

3.2. Примеры решения задач

Пример 1. Два точечных электрических заряда Q_1 = 10 нКл и Q_2= –20 нКл находятся в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$ на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить напряженность E и потенциал φ поля, создаваемого этими зарядами в точке A, удаленной от заряда Q_1 на расстояние r_1=10 см и от заряда Q_2 на расстояние r_2 =7 см.

Дано:

Q_1=10 нКл =$10\cdot10^{-9}$ Кл

Q_2= –20 нКл = $-20\cdot10^{-9}$ Кл

d = 10 см = 0,1 м

$\varepsilon = 2$

r_1 = 10 см = 0,1 м

r_2 = 7 см = 0,07 м

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м

E = ? φ = ?

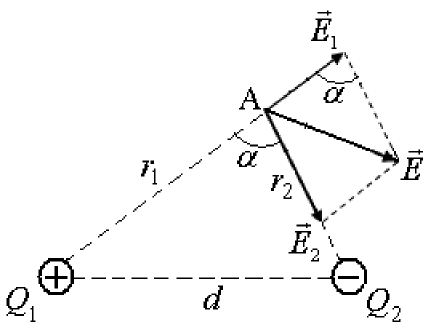

Рис. 3.1

Решение:

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, каждый заряд создает электрическое поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому напряженность $\vec{E}$ электрического поля в искомой точке может быть найдена, как геометрическая сумма напряженностей $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Модули напряженности электрических полей, создаваемых точечными зарядами Q_1 и Q_2 в среде с диэлектрической проницаемостью ε рассчитываются по формулам:

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1^2}, \tag{3.1}$$

$$E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2^2}. \tag{3.2}$$

Вектор $\vec{E}_1$ (рис. 3.1) направлен по силовой линии от заряда Q_1, так как этот заряд положителен; вектор $\vec{E}_2$ направлен также по силовой линии, но к заряду Q_2, так как этот заряд отрицателен.

Модуль вектора $\vec{E}$ найдем по теореме косинусов

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2\cos\alpha}, \tag{3.3}$$

где α –угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ в треугольнике $A\vec{E}_1\vec{E}$, который может быть найден из треугольника с известными сторонами r_1, r_2 и d:

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}.$$

В данном случае во избежание громоздких записей удобно значение $\cos\alpha$ вычислить отдельно:

$$\cos\alpha = \frac{0{,}1^2 + 0{,}07^2 - 0{,}1^2}{2\cdot 0{,}1\cdot 0{,}07} = 0{,}35.$$

Подставляя выражение E_1 из уравнения (3.1) и E_2 из уравнения (3.2) в (3.3) и вынося общий множитель $1/(4\pi\varepsilon\varepsilon_0)$ за знак корня, получаем

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} - 2\frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha}\,. \qquad (3.4)$$

В соответствии с принципом суперпозиции электрических полей потенциал φ результирующего поля, создаваемого двумя зарядами Q_1 и Q_2, равен алгебраической сумме потенциалов

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2\,. \qquad (3.5)$$

Потенциал электрического поля, создаваемого точечным зарядом Q на расстоянии r от него, выражается формулой

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}\,. \qquad (3.6)$$

В нашем случае согласно формулам (3.5) и (3.6) получим

$$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2} \qquad \text{или} \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right).$$

Произведем проверку единиц измерения:

$$[E] = \left[\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} - 2\frac{Q_1 Q_2}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha}\right] =$$

$$= \frac{1}{\text{Ф}/\text{м}}\sqrt{\frac{\text{Кл}^2}{\text{м}^4}} = \frac{\text{Кл}\cdot\text{м}}{\text{Ф}\cdot\text{м}^2} = \frac{\text{Кл}\cdot\text{В}}{\text{Кл}\cdot\text{м}} = \frac{\text{В}}{\text{м}};$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right) = \frac{1}{\text{Ф}/\text{м}}\cdot\frac{\text{Кл}}{\text{м}} = \frac{\text{Кл}\cdot\text{В}}{\text{Кл}} = \text{В}\,.$$

Произведем вычисления:

$$E = \frac{10^{-8}}{4\cdot 3{,}14\cdot 2\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\sqrt{\frac{1^2}{0{,}1^4} + \frac{2^2}{0{,}07^4} - 2\frac{2}{0{,}1^2\cdot 0{,}07^2}\cdot 0{,}35} \approx$$

$$\approx 5{,}6\cdot 10^4 \text{ В/м};$$

$$\varphi = \frac{10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \left(\frac{1}{0,1} + \frac{-2}{0,07} \right) \approx -835 \text{ В.}$$

Ответ: Напряженность и потенциал в точке A соответственно равны $E = 5,6 \cdot 10^4$ В/м, $\varphi = -835$ В.

Пример 2. На тонком стержне длиной $l = 40$ см находится равномерно распределенный электрический заряд. На продолжении оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от ближайшего конца находится точечный заряд $Q_1 = 4$ нКл, который взаимодействует со стержнем с силой $F = 10$ мкН. Определить линейную плотность τ заряда на стержне.

Дано:
$l = 40$ см $= 0,4$ м
$a = 20$ см $= 0,2$ м
$Q_1 = 4$ нКл $= 4 \cdot 10^{-9}$ Кл
$F = 10$ мкН $= 10 \cdot 10^{-6}$ Н
$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

$\tau = ?$

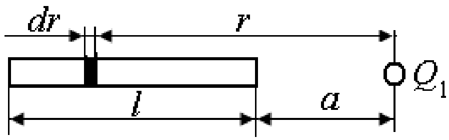

Рис. 3.2

Решение:

Выделим из стержня (рис. 3.2) малый участок dr с зарядом $dQ = \tau dr$, где τ – линейная плотность заряда. Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда, согласно закону Кулона для точечных зарядов в вакууме, сила взаимодействия

$$dF = \frac{Q_1 \tau dr}{4\pi\varepsilon_0 r^2}.$$

Интегрируя это выражение в пределах от a до $a+l$ получим,

$$F = \frac{Q_1 \tau}{4\pi\varepsilon_0} \int_a^{l+a} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q_1 \tau}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l} \right) = \frac{Q_1 \tau l}{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)}.$$

Откуда

$$\tau = \frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l) F}{Q_1 l}.$$

Произведем проверку единиц измерения:

$$[\tau]=\left[\frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F}{Q_1 l}\right]=\frac{\text{Ф/м}\cdot\text{м}\cdot\text{м}\cdot\text{Н}}{\text{Кл}\cdot\text{м}}=\frac{\text{Кл}\cdot\text{Н}}{\text{В}\cdot\text{Кл}}=\frac{\text{Н}}{\text{В}}=$$

$$=\frac{\text{Н}\cdot\text{Кл}}{\text{Дж}}=\frac{\text{Н}\cdot\text{Кл}}{\text{Н}\cdot\text{м}}=\frac{\text{Кл}}{\text{м}}.$$

Произведем вычисления:

$$\tau=\frac{4\pi\varepsilon_0 a(a+l)F}{Q_1 l}=\frac{0,2(0,2+0,4)10^{-5}}{9\cdot 10^{9}\cdot 4\cdot 10^{-9}0,4}\approx 83,3\cdot 10^{-9}\,\text{Кл/м}.$$

Ответ: Линейная плотность заряда на стержне $\tau = 83{,}3\cdot 10^{-9}$ Кл/м = 83,3 нКл/м.

Пример 3. Заряд $q = 2\cdot 10^{-9}$ Кл переносится из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r = 1$ см от поверхности заряженного шара радиусом $R = 9$ см. Поверхностная плотность положительного заряда $\sigma = 10^{-4}$ Кл/м^2. Определить совершаемую при этом работу, если диэлектрическая проницаемость среды ε = 9.

Дано:

ε = 9

$q = 1\cdot 10^{-9}$ Кл

$r = 1$ см = 0,01 м

$R = 9$ см = 0,09 м

$\sigma = 1\cdot 10^{-4}$ Кл/м^2

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м

A=?

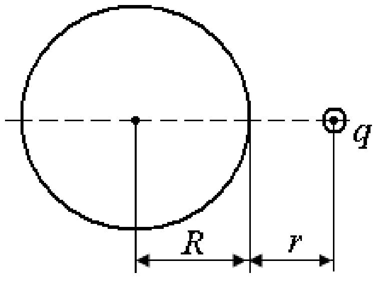

Рис. 3.3

Решение:

Работа A внешней силы по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в другую точку с потенциалом φ_2 равна по абсолютной величине, но противоположна по знаку работе A' сил поля по перемещению заряда между этими точками поля, то есть

$$A=-A'.$$

Работа сил электрического поля определяется по формуле

$$A' = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Тогда

$$A = q(\varphi_2 - \varphi_1), \qquad (3.7)$$

где φ_1 – потенциал в начальной точке; φ_2 – потенциал в конечной точке.

Потенциал, создаваемый заряженным шаром радиусом R в точке на расстоянии r от его поверхности, определяется по формуле

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0(R + r)}, \qquad (3.8)$$

где $Q = 4\sigma\pi R^2$ – заряд шара.

Потенциал φ_1 в бесконечно удаленной точке (при $r \to \infty$) будет равна нулю. Воспользуемся выражением (3.8) для потенциала φ_2 и подставим в формулу (3.7); после преобразований получим

$$A = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0(R + r)}.$$

Проверим единицы измерения:

$$[A] = \left[\frac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0(R + r)}\right] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{Кл/м}^2 \cdot \text{м}^2}{\text{Ф/м} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Кл} \cdot \text{Кл} \cdot \text{В}}{\text{Кл}} = \text{Дж}.$$

Расчет:

$$A = \frac{q\sigma R^2}{\varepsilon\varepsilon_0(R + r)} = \frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-4} \cdot 0,09^2}{9 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}(0,09 + 0,01)} \approx 2 \cdot 10^{-4}\,\text{Дж}.$$

Ответ: Работа перемещения заряда из бесконечности в данную точку поля равна $A = 2 \cdot 10^{-4}$ Дж.

Пример 4. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d_0 = 1$ см, приложена разность потенциалов $U_1 = 200$ В. К одной из пластин конденсатора прилегает плоскопараллельная стеклянная пластина ($\varepsilon_1 = 7$) толщиной $d_1 = 9$ мм. Конденсатор отключают от источника напряжения и после этого вынимают пластину. Определить разность потенциалов между пластинами конденсатора. Во сколько раз изменится энергия конденсатора?

Дано:
$d_0 = 1 см = 0,01$ м
$d_1 = 9 мм = 9 \cdot 10^{-3}$ м
$U_1 = 200$ В
$\varepsilon_1 = 7$
$\varepsilon_2 = 1$

$U_2 = ?$ $W_2/W_1 = ?$

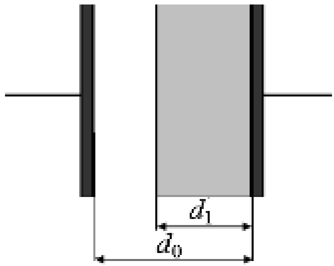

Рис. 3.4

Решение:

Разность потенциалов между пластинами конденсатора в случае отключения его от источника напряжения находится из условия, что заряд на его пластинах остается неизменным, то есть

$$C_1 U_1 = C_2 U_2, \qquad (3.9)$$

где C_1 и C_2 – емкости конденсатора; U_1 и U_2 – разности потенциалов.

В условиях данной задачи конденсатор вначале является слоистым и его емкость C_1 находится по формуле, используемой для определения емкости батареи последовательно соединенных конденсаторов

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1} + \dfrac{d_0 - d_1}{\varepsilon_2}}, \qquad (3.10)$$

где S – площадь пластин; ε_1 и ε_2 – диэлектрические проницаемости стекла и воздуха; d_1 – толщина стеклянной пластины; d_0 – зазор между пластинами.

После удаления стеклянной пластины из зазора конденсатор становится простейшим плоским конденсатором с емкостью

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S}{d_0}. \qquad (3.11)$$

Разность потенциалов U_2, которая устанавливается после удаления из зазора стеклянной пластины, определим из формулы (3.9), подставляя в нее формулы (3.10) и (3.11) и производя соответствующие преобразования:

$$U_2 = \frac{C_1}{C_2} U_1 = \frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1 \varepsilon_2 + (d_0 - d_1)\varepsilon_1} U_1. \qquad (3.12)$$

Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

Изменение энергии конденсатора найдем, узнав отношение энергии конденсаторов:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{C_2 U_2^2}{C_1 U_1^2}. \qquad (3.13)$$

Это отношение можно определить двумя способами:

1. Если подставить выражение для входящих в отношение (3.13) величин, то после преобразований и вычислений получим:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1 \varepsilon_2 + (d_0 - d_1)\varepsilon_1}.$$

2. Отношение (3.13) можно представить в виде

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{C_2 U_2 U_2}{C_1 U_1 U_1}.$$

Так как по условию $C_1U_1 = C_2U_2$ (см.(3.9)), то

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{U_2}{U_1}.$$

Делаем проверку единиц измерения:

$$[U_2] = \left[\frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1 \varepsilon_2 + (d_0 - d_1)\varepsilon_1} U_1\right] = \frac{\text{м}}{\text{м}}\text{В} = \text{В}.$$

Расчет:

$$U_2 = \frac{\varepsilon_1 d_0}{d_1\varepsilon_2 + \left(d_0 - d_1\right)\varepsilon_1} U_1 = \frac{7\cdot 1\cdot 10^{-2}}{9\cdot 10^{-3}\cdot 1 + (10^{-2} - 9\cdot 10^{-3})7} 200 = 875\text{В}.$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{875}{200} \approx 4,38.$$

Ответ: После выемки стеклянной пластины разность потенциалов между пластинами конденсатора станет равной 875 В, а энергия увеличится в 4,38 раза.

Пример 5. Определить максимальную мощность, которая может выделяться во внешней цепи, питаемой от батареи с ЭДС 12 В, если наибольшая сила тока, которую может дать батарея, равна $I_{\max}$ = 5 А.

Дано:
ε = 12 В
$I_{\max}$ = 5 А

$P_{\max}$ = ?

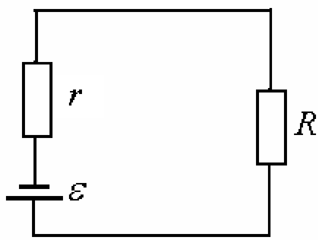

Рис. 3.5

Решение:

Используем Закон Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \tag{3.14}$$

где R – сопротивление внешней цепи; r – внутреннее сопротивление источника тока.

Мощность P, выделяемая во внешней цепи, определяется по формуле $P = I^2 R$. Преобразуем это выражение, используя формулу (3.14):

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{\left(R + r\right)^2}. \tag{3.15}$$

Таким образом, мощность зависит от внешнего сопротивления цепи R. Мощность будет максимальной при таком значении R, при котором производная dP/dR обращается в нуль.

Возьмем первую производную и приравняем к нулю:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{\varepsilon^2\left(r^2 - R^2\right)}{\left(R + r\right)^2} = 0. \qquad (3.16)$$

Тогда получим $R = r$. Определим r.

Максимальный ток возникает при коротком замыкании цепи, т.е. когда внешнее сопротивление $R = 0$. Исходя из этого, $I_{\max} = \varepsilon / r$, откуда $r = \varepsilon / I_{\max}$, значит

$$R = \frac{\varepsilon}{I_{\max}}. \qquad (3.17)$$

Подставив уравнение (3.17) в уравнение (3.15) и выполнив преобразования, получим:

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon I_{\max}}{4}. \qquad (3.18)$$

Проверка единиц измерения:

$$\left[P_{\max}\right] = \left[\frac{\varepsilon I_{\max}}{4}\right] = \text{В} \cdot \text{А} = \text{Вт}.$$

Расчет:

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon I_{\max}}{4} = \frac{12 \cdot 5}{4} = 15\ \text{Вт}.$$

Ответ: Максимальная мощность, выделяемая во внешней цепи, равна 15 Вт.

Пример 6. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом нарастает в течении времени $\Delta t = 2$ с по линейному закону от $I_0 = 0$ до $I = 6$ А (рис. 3.6). Определить теплоту Q, выделившуюся в этом проводнике за вторую секунду.

Дано:
$R = 20$ Ом
$\Delta t = 2$ с
$I_0 = 0$
$I = 6$ А

Q = ?

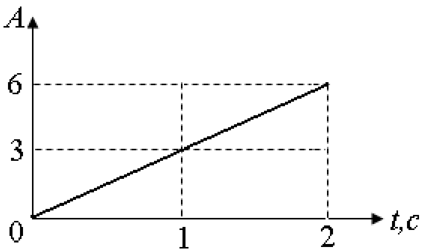

Рис. 3.6

Решение:

Закон Джоуля – Ленца в виде $Q = I^2Rt$ справедлив для постоянного тока ($I = const$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого интервала времени и записывается в виде

$$dQ = I^2Rdt\,. \qquad (3.19)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В данном случае

$$I = I_0 + kt\,, \qquad (3.20)$$

где $I_0 = 0$ – сила тока в начальный момент времени, k – коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость изменения силы тока. Как видно из рис. 3.6

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = 3\frac{A}{c}\,.$$

С учетом формулы (3.20) формула (3.19) примет вид

$$dQ = k^2Rt^2dt\,. \qquad (3.21)$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный интервал времени Δt, выражение (3.21) надо проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2:

$$Q = k^2R\int_{t_1}^{t_2} t^2dt = \frac{1}{3}k^2R\left(t_2^3 - t_1^3\right).$$

Проверка единиц измерения:

$$[Q] = \left[\frac{1}{3}k^2R\left(t_2^3 - t_1^3\right)\right] = \frac{\text{А}^2}{\text{с}^2}\text{Ом}\cdot\text{с}^3 = \text{А}\cdot\text{В}\cdot\text{с} = \text{Дж}\,.$$

Расчет:

$$Q = \frac{1}{3}k^2R\left(t_2^3 - t_1^3\right) = \frac{1}{3}3^2 \cdot 20(8-1) = 420 \text{ Дж.}$$

Ответ: За вторую секунду в проводнике выделится 420 Дж теплоты.

3.3. Задачи

Таблица вариантов к контрольной работе №3

Вариант	Номера задач					
	1	2	3	4	5	6
0	310	320	330	340	350	360
1	301	311	321	331	341	351
2	302	312	322	332	342	352
3	303	313	323	333	343	353
4	304	314	324	334	344	354
5	305	315	325	335	345	355
6	306	316	326	336	346	356
7	307	317	327	337	347	357
8	308	318	328	338	348	358
9	309	319	329	339	349	359

Темы задач (для каждого варианта): в первой задаче – взаимодействие зарядов, закон Кулона; во второй – напряженность электростатического поля; в третьей – потенциал, разность потенциалов электростатического поля, работа сил электростатического поля по перемещению зарядов; в четвертой – электроемкость, конденсаторы, энергия электростатического поля; в пятой – законы постоянного тока, соединение проводников; в шестой – работа и мощность тока, закон Джоуля-Ленца.

301. На расстоянии r = 20 см друг от друга расположены два точечных положительных заряда $Q_1 = 10 \cdot 10^{-8}$ Кл и $Q_2 = 15 \cdot 10^{-8}$ Кл. На каком расстоянии от меньшего заряда помещен пробный точечный заряд, если он находится в равновесии? Укажите, какой знак должен иметь этот заряд.

302. Точечные тела массами m_1 = 5 г и m_2 = 1 г заряжены. Заряд первого тела равен $Q_1 = 3 \cdot 10^{-12}$ Кл, заряд второго надо определить. Известно, что сила их кулоновского отталкивания уравновешивается силой гравитационного притяжения.

303. Два точечных заряда находятся в воде (ε_1 = 81) на некотором расстоянии друг от друга, взаимодействуя с некоторой силой. Во сколько раз необходимо изменить расстояние между ними, чтобы они взаимодействовали с такой же силой в среде с диэлектрической проницаемостью ε_2 = 6.

304. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a = 4 см находятся равные точечные заряды $Q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл. Найти равнодействующую сил, действующих на четвертый заряд $Q_4 = 10^{-9}$ Кл, помещенный на середине одной из сторон треугольника.

305. Два заряда взаимодействуют в вакууме на расстоянии r_1 = 0,2 м с такой же силой, как и в трансформаторном масле на расстоянии r_2 = 13,5 см. Какова диэлектрическая проницаемость трансформаторного масла?

306. Два шарика массами по m =1 мг подвешены на шелковых нитях длиной l = 1 м в одной точке. При сообщении шарикам зарядов они разошлись на r = 4 см. Определить заряд каждого шарика и силу их электростатического отталкивания.

307. На расстоянии d = 0,2 м находятся два точечных заряда: Q_1 = –25 нКл и Q_2 = 50 нКл. Определить силу F, действующую на заряд Q_3 = 10 нКл, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d.

308. В вершинах правильного треугольника со стороной a = 20 см находятся заряды Q_1 = 10 мкКл, Q_2 = 20 мкКл и

$Q_3 = -35$ мкКл. Определить силу F, действующую на заряд Q_1 со стороны двух других зарядов.

309. На шелковых нитях длиной $l = 1$ м висят, соприкасаясь друг с другом, два шарика малого диаметра; масса шариков по $m = 0{,}1$ г каждый. На какое расстояние разойдутся шарики, если каждому из них сообщить заряд $Q = 4\cdot10^{-9}$ Кл? Принять $g = 10$ м/с^2.

310. Два одинаково заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α. Шарики погружают в масло. Какова плотность ρ масла, если угол расхождения нитей при погружении в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho_0 = 1{,}5\cdot10^3$ кг/м^3, диэлектрическая проницаемость масла $\varepsilon = 2{,}2$.

311. Найти напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными зарядами $Q_1 = 18\cdot10^{-9}$ Кл и $Q_2 = 16\cdot10^{-9}$ Кл. Расстояние между зарядами равно $r = 0{,}2$ м.

312. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $Q_1 = 5$ нКл и $Q_2 = -10$ нКл. Расстояние между зарядами $d = 0{,}3$ м. Определить напряженность электрического поля в точке, удаленной на $r_1 = 0{,}4$ м от первого заряда и на $r_2 = 0{,}5$ м от второго заряда.

313. В трех вершинах квадрата со стороной $a = 0{,}5$ м находятся одинаковые положительные заряды по $Q = 5\cdot10^{-9}$ Кл каждый. Найти напряженность поля в четвертой вершине.

314. Найти напряженность электрического поля на расстоянии $r = 2\cdot10^{-8}$ см от одновалентного иона.

315. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $Q_1 = 40$ нКл и $Q_2 = -10$ нКл, находящимися на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность электрического поля в точке, удаленной от первого заряда на $r_1 = 12$ см и от второго заряда на $r_2 = 6$ см.

316. Тонкая нить несет равномерно распределенный по длине заряд ($\tau = 20$ мкКл/м). Вблизи средней части нити на расстоянии $r = 1$ см, малом по сравнению с ее длиной, находится точечный заряд q = 0,1 мкКл. Определить силу, действующую на заряд.

317. Расстояние между двумя длинными тонкими проволоками, расположенными параллельно друг другу, d = 20 см. Проволоки равномерно заряжены разноименными зарядами с линейной плотностью τ = 150 нКл/м. Какова напряженность поля в точке, удаленной на r = 30 см как от первой, так и от второй проволоки.

318. Тонкий стержень длиной l = 20 см имеет линейную плотность заряда τ = 200 нКл/м. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии r = 50 см от стержня против его середины.

319. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими одинаковый равномерно распределенный по площади заряд (σ = 10 нКл/м^2). Определить напряженность E электрического поля: 1) между пластинами, 2) вне пластин.

320. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями σ_1 = 10 нКл/м^2 и σ_2 = 30 нКл/м^2. Определить напряженность E электрического поля: 1) между пластинами; 2) вне пластин.

321. На окружности радиусом R = 20 см на одинаковом расстоянии расположены электрические заряды $Q_1 = 4{,}8 \cdot 10^{-6}$ Кл, $Q_2 = Q_3 = 1{,}6 \cdot 10^{-6}$ Кл, $Q_4 = -1{,}6 \cdot 10^{-6}$ Кл. Определить потенциал электрического поля, образованного всеми зарядами в центре окружности.

322. Два точечных электрических заряда $Q_1 = 2{,}64 \cdot 10^{-9}$ Кл и $Q_2 = 3{,}3 \cdot 10^{-9}$ Кл находятся в вакууме на расстоянии r_1 = 0,6 м друг от друга. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить эти заряды до расстояния r_2 = 25 см.

323. Определить потенциал электрического поля в точке, удаленной от зарядов Q_1 = – 0,2 мкКл и Q_2 = 0,5 мкКл соответственно на расстояния r_1 = 15 см и r_2 = 25 см.

324. На какое расстояние могут сблизиться два электрона, если они движутся навстречу друг другу с относительной скоростью 10^8 см/с?

325. Шарик массой m = 0,1 г и зарядом q =$10 \cdot 10^{-9}$ Кл перемещается из точки A с потенциалом φ_A = 1600 В, в точку $Б$, потенциал которой равен нулю. Чему равна его скорость в точке A, если в точке $Б$ она стала равной $V_Б$ = 40 см/с?

326. Бесконечная длинная тонкая нить несет равномерно распределенный по длине заряд с линейной плотностью τ = 0,1 мкКл/м. Определить разность потенциалов двух точек поля, удаленных от нити на расстояния r_1 = 3 см и r_2 = 5 см.

327. Вычислить потенциальную энергию системы двух точечных зарядов Q_1 = 10 нКл и Q_2 = 1 нКл, находящихся на расстоянии r = 1 см друг от друга.

328. Металлический шарик диаметром d = 2 см заряжен отрицательно до потенциала φ = 300 В. Сколько электронов находится на поверхности шарика?

329. 50 одинаковых капель ртути, заряженных до потенциала φ = 20 В, сливаются в одну большую каплю. Каков потенциал образовавшейся капли?

330. На расстоянии r_1 = 4 см от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд $q = 1 \cdot 10^{-9}$ Кл. Под действием поля заряд перемещается до расстояния r_2 = 2 см, при этом совершается работа $A = 5 \cdot 10^{-6}$ Дж. Найти линейную плотность заряда τ нити.

331. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора равна U = 90 В. Площадь каждой пластины S = 60 см^2, заряд $Q = 10^{-9}$ Кл. На каком расстоянии находятся пластины друг от друга?

332. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины к другой, приобретает скорость $V = 10^8$ см/с. Расстояние между пластинами d = 5,3 мм. Найти разность потенциалов между пластинами, напряженность электрического поля внутри конденсатора и поверхностную плотность заряда на пластинах.

333. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью $C = 100$ пФ каждый соединены в батарею последовательно. Определить, насколько изменится емкость батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить парафином с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$.

334. К плоскому воздушному конденсатору площадь пластин которого $S = 100$ см^2, приложено напряжение $U = 150$ В, при этом заряд конденсатора оказался равным $Q = 10^{-9}$ Кл. Определить емкость конденсатора, энергию, запасенную в нем, и расстояние между пластинами.

335. Между пластинами плоского конденсатора расстояние $d_1 = 2$ см, разность потенциалов $U_1 = 300$ В. Как изменится разность потенциалов, если пластины раздвинуть до расстояния $d_2 = 4$ см (поле считать однородным)?

336. Плоский конденсатор с площадью пластин $S = 200$ см^2 каждая заряжен до разности потенциалов $U = 2$ кВ. Расстояние между пластинами $d = 2$ см; диэлектрик – стекло имеет диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = 7$. Определить энергию поля конденсатора и плотность энергии поля.

337. Конденсатор емкостью $C = 30$ мкФ был заряжен до разности потенциалов $U = 60$ В. После отключения от источника питания конденсатор был параллельно соединен с другим незаряженным конденсатором емкостью $C_2 = 50$ мкФ. Какое количество энергии первого конденсатора израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

338. Плоский воздушный конденсатор емкостью $C = 1{,}1 \cdot 10^{-8}$ Ф заряжен до разности потенциалов $U = 300$ В. После отключения от источника напряжения расстояние между пластинами конденсатора увеличили в 2 раза. Определить: 1) разность потенциалов на обкладках конденсатора после их раздвигания; 2) работу внешних сил по раздвиганию пластин.

339. Вычислить энергию электростатического поля металлического шара, которому сообщен заряд Q = 10 нКл, если диаметр шара D = 20 см.

340. Пространство между пластинами плоского конденсатора объемом V = 20 см^3 заполнено диэлектриком (ε =7). Пластины конденсатора присоединены к источнику напряжения. При этом поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике $\sigma = 8 \cdot 10^{-6}$ Кл/м^2. Какую работу надо совершить против сил электрического поля, если удаление диэлектрика производится после отключения источника напряжения?

341. Определить плотность тока в железном проводе длиной l = 10 м, если провод находится под напряжением U = 120 В. Удельное сопротивление железа ρ = 9,8·10^{-8} Ом·м.

342. Участок электрической цепи составлен из трех кусков провода одинаковой длины, изготовленных из одного и того же материала, соединенных последовательно. Сечения кусков провода равны S_1 = 2 мм^2, S_2 = 4 мм^2 и S_3 = 6 мм^2. Разность потенциалов на концах участка U = 12 В. Найти разность потенциалов на каждом куске провода.

343. Аккумуляторная батарея, замкнутая на реостат сопротивлением R = 20 Ом, создает в нем ток I_1 = 1,5 А. Если сопротивление реостата увеличить в 4 раза, то ток станет равным I_2 = 0,5 А. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника, а также силу тока короткого замыкания.

344. Две группы из трех последовательно соединенных элементов соединены параллельно. ЭДС каждого элемента ε = 1,2 В, внутреннее сопротивление r = 0,2 Ом. Полученная батарея замкнута на внешнее сопротивление R = 1,5 Ом. Найти силу тока во внешней цепи.

345. Какое сопротивление R нужно подключить к n = 5 одинаковым последовательно соединенным источникам с внутренним сопротивлением r = 0,2 Ом, чтобы потребляемая полезная мощность была максимальной?

346. Источник постоянного тока с ЭДС ε =120 В и внутренним сопротивлением r = 1 Ом включен в цепь. Какую наибольшую мощность может развить источник во внешней части цепи? При каком сопротивлении внешней части цепи это происходит? Чему равен КПД источника в этом случае?

347. Определить число электронов, проходящих за время t = 10 с через поперечное сечение площадью S = 10 мм^2 железной проволоки с удельным сопротивлением $\rho = 9{,}8 \cdot 10^{-8}$ Ом, длиной l = 20 м при напряжении на ее концах U = 20 В, а также мощность тока.

348. ЭДС батареи ε = 12 В. При силе тока I = 4 А КПД батареи η = 0,6. Определить внутреннее сопротивление батареи.

349. ЭДС батареи ε = 6 В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, $I_{max} = 6$ А. Определить максимальную мощность, которая выделится во внешней цепи, и КПД батареи.

350. ЭДС батареи ε = 36 В, внутреннее сопротивление r = 3 Ом. Найти сопротивление внешней цепи, если известно, что в ней выделяется мощность P = 20 Вт. Определить КПД батареи.

351. Сила тока в проводнике сопротивлением R = 20 Ом нарастает в течение времени Δt = 2 с по линейному закону от I_1 = 0 до I_2 = 6 А. Определить количество теплоты Q_1, выделившееся в этом проводнике за первую секунду; количество теплоты Q_2, выделившееся за вторую секунду; а также количество теплоты Q, выделившееся за две секунды.

352. За время t = 30 с при равномерно возрастающей силе тока от нуля до некоторого максимума, в проводнике сопротивлением R = 5 Ом выделилось количество теплоты Q = 4 кДж. Определить скорость нарастания силы тока и заряд, протекающий в проводнике.

353. Сила тока в проводнике сопротивлением R = 8 Ом за время t = 20 с равномерно возрастает от I_1 = 2 А до I_2 = 10 А. Определить количество теплоты, выделившееся за это время и заряд, протекающий в проводнике.

354. В проводнике за время $t = 40$ с при равномерном возрастании силы тока от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 5$ А выделилось количество теплоты $Q = 5$ кДж. Найти сопротивление проводника и заряд, протекающий в проводнике.

355. За время $t = 8$ с при равномерно возрастающей силе тока в проводнике сопротивлением $R = 4$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 500$ Дж. Определить заряд q, протекающий в проводнике, если сила тока в момент времени $t = 0$ равна $I_0 = 0{,}5$ А.

356. Резистор сопротивлением $R = 8$ Ом подключен к двум параллельно соединенным источникам тока с ЭДС $\varepsilon_1 = 2{,}2$ В и $\varepsilon_2 = 2{,}4$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0{,}8$ Ом и $r_2 = 0{,}2$ Ом. Определить силу тока I в этом резисторе и напряжение U на зажимах второго источника тока.

357. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом изменяется со временем по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$, где $I_0 = 20$ А, $\alpha = 10^2$ с$^{-1}$. Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике за время $t = 10^{-2}$ с.

358. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Найти заряд Q, проходящий через поперечное сечение проводника за время t, равное половине периода T, если начальная сила тока $I_0 = 1$ А, циклическая частота $\omega = 50\pi$ с$^{-1}$.

359. Определить количество теплоты Q, выделившееся за время $t = 10$ с в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом, если сила тока в нем, равномерно уменьшаясь, изменилась от $I_1 = 10$ А до $I_2 = 0$.

360. Сила тока в цепи изменяется со временем по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$, где $I_0 = 2$ А. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 20$ Ом за время, в течение которого ток уменьшится в e раз. Коэффициент $\alpha = 2 \cdot 10^{-2}$ с$^{-1}$.

4. Электромагнетизм

4.1. Перечень формул, которые можно использовать при решении задач без вывода

Закон Био–Савара–Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[d\vec{l},\vec{r}\right]}{r^3} \quad \text{или} \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\alpha}{r^2},$$

где dB – величина индукции в произвольной точке магнитного поля, создаваемого элементом проводника длиной dl с током I; α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$; $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от середины элемента проводника в рассматриваемую точку поля; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость среды.

Индукция магнитного поля, создаваемого

а) бесконечно длинным прямым проводником с током I

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0},$$

где r_0 – расстояние от оси провода до точки, в которой определяется индукция;

б) отрезком проводника с током I

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right).$$

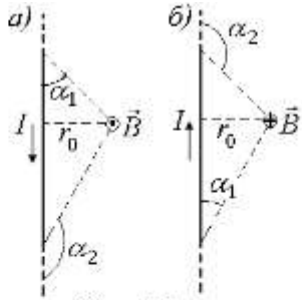

Рис. 4.1

Обозначения ясны из рис. 4.1. Вектор индукции $\vec{B}$ магнитного поля перпендикулярен плоскости рисунка и в зависимости от направления тока I направлен к нам ⊙ (*а*) или от нас ⊕ (*б*);

в) кольцевым проводником радиуса R в его центре

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

г) кольцевым проводником радиуса R на расстоянии h от центра витка до точки, лежащей на оси витка,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2 + h^2\right)^{3/2}},$$

д) бесконечно длинным соленоидом

$$B = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I,$$

где N – число витков на длине соленоида l.

Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля:

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}.$$

Индукция и напряженность результирующего магнитного поля при сложении магнитных полей:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i, \qquad \vec{H} = \sum_{i=1}^{n} \vec{H}_i.$$

Магнитный момент плоского контура с током

$$\vec{p}_m = IS\vec{n},$$

где S – площадь контура; $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к плоскости контура.

Сила, действующая на элемент тока в магнитном поле (закон Ампера),

$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right] \quad \text{или} \quad dF = IBdl\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле,

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m, \vec{B}\right] \quad \text{или} \quad M = p_m B\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Сила Лоренца, действующая на заряд q, движущийся в магнитном поле со скоростью V

$$\vec{F}_Л = q\left[\vec{V}, \vec{B}\right] \quad \text{или} \quad F_Л = qVB\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{V}$ и $\vec{B}$.

Магнитный поток:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности

$$\Phi = \vec{B}\vec{S} = BS\cos\alpha,$$

где α – угол между вектором индукции $\vec{B}$ магнитного поля и нормалью $\vec{n}$ к плоскости контура $\left(\vec{S} = \vec{n}S\right)$;

б) в случае неоднородного магнитного поля и произвольной поверхности

$$\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S} \qquad \text{или} \qquad \Phi = \int_S BdS\cos\alpha$$

(интегрирование ведется по всей поверхности).

Потокосцепление (полный магнитный поток, сцепленный со всеми N витками соленоида или тороида)

$$\Psi = N\Phi.$$

Работа силы Ампера при перемещении проводника и контура с током I в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi, \qquad A = I\Delta\Phi^{/},$$

где $\Delta\Phi$ – магнитный поток, пересеченный движущимся проводником; $\Delta\Phi^{/}$ – изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

Основной закон электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где ε_i – ЭДС индукции.

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}.$$

Разность потенциалов на концах проводника, движущегося со скоростью V в магнитном поле,

$$U = BlV\sin\alpha,$$

где l – длина проводника; α – угол между векторами $\vec{V}$ и $\vec{B}$.

Индуктивность контура

$$L = \Phi / I .$$

Индуктивность бесконечно длинного соленоида (когда его длина много больше диаметра витков)

$$L = \mu\mu_0 n^2 lS = \mu\mu_0 n^2 \mathrm{V} ,$$

где $n = \dfrac{N}{l}$ – плотность намотки (количество витков на единицу длины соленоида); l – длина соленоида; S – площадь сечения соленоида; V – объем соленоида.

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L,

а) при замыкании цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right),$$

где ε – ЭДС источника тока; t – время, прошедшее с момента замыкания цепи;

б) при размыкании цепи

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} ,$$

где I_0 – сила тока в цепи в начальный момент времени $t = 0$; t – время, прошедшее с момента размыкания цепи.

Энергия магнитного поля соленоида

$$W = \frac{LI^2}{2} .$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объему V)

$$w = \frac{W}{\mathrm{V}} \quad \text{или} \quad w = \frac{BH}{2} = \mu_0 \mu \frac{H^2}{2} ,$$

где B – магнитная индукция; H – напряженность магнитного поля; μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость среды.

4.2. Примеры решения задач

Пример 1. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C, по которым текут в одном направлении одинаковые токи (I = 60 А), расположены на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить индукцию магнитного поля, создаваемого проводниками с током в точке A (рис. 4.2), отстоящей от оси одного проводника на расстоянии r_1 = 5 см, от другого на расстоянии r_2 = 12 см.

Дано:

$I_1 = I_2 = I$ = 60 А

d = 10 см = 0,1 м

r_1 = 5 см = 0,05 м

r_2 = 12 см = 0,12 м

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

B = ?

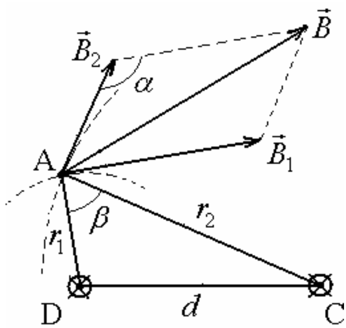

Рис. 4.2

Решение:

Для нахождения индукции $\vec{B}$ результирующего магнитного поля в точке A, воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

где $\vec{B}_1$ – вектор индукции магнитного поля, создаваемого проводом D на расстоянии r_1 в точке A; $\vec{B}_2$ – вектор индукции магнитного поля, создаваемого проводом C на расстоянии r_2 в точке A.

Провода D и C, по которым текут токи в одном направлении (обозначение ⊗ или ⊕ – токи текут от нас), расположены перпендикулярно рисунку и видны только их сечения.

Направления векторов $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ определим с помощью правила правого винта. Если вдоль тока I_1 расположить винт и вращать его по часовой стрелке, то он будет удаляться от нас. Вектор $\vec{B}_1$ направлен по касательной, проведенной через точку А на окружности радиуса r_1, в сторону вращения (пунктирная линия – часть этой окружности). Аналогично определяем направление вектора $\vec{B}_2$.

Модуль вектора $\vec{B}$ найдем, используя теорему косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2\cos\alpha}\,, \tag{4.1}$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ в треугольнике А$\vec{B}_2\ \vec{B}$.

Из рис. 4.2 видно, что

$$\alpha + \beta = \pi \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha = -\cos\beta\,. \tag{4.2}$$

Применив теорему косинусов к треугольнику с известными сторонами r_1, r_2 и d, найдем

$$\cos\beta = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}\,.$$

Во избежание громоздких записей удобно значение $\cos\beta$ вычислить отдельно:

$$\cos\beta = \frac{(0,05)^2 + (0,12)^2 - (0,1)^2}{2\cdot 0,05\cdot 0,12} = 0,575\,.$$

Таким образом, учитывая (4.2), $\cos\alpha = -\,0,575$.

Индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ магнитных полей, создаваемых прямыми токами I_1 и I_2, определяются по формулам:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}; \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}.$$

Учитывая, что $I_1 = I_2 = I$, подставим выражения B_1 и B_2 в формулу (4.1), и вынесем за знак корня общие члены:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} - \frac{2}{r_1r_2}\cos\alpha}\,. \tag{4.3}$$

Проверим единицы измерения:

$$[B]=\left[\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}-\frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}\right]=\frac{\text{Гн}\cdot\text{А}}{\text{м}}\sqrt{\frac{1}{\text{м}^2}}=$$

$$=\frac{\text{В}\cdot\text{с}\cdot\text{А}}{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{м}}=\frac{\text{Дж}}{\text{А}\cdot\text{м}^2}=\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{А}\cdot\text{м}^2}=\frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}=\text{Тл}.$$

Подставим в формулу (4.3) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{r_1^2}+\frac{1}{r_2^2}-\frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}=\frac{4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\cdot 60}{2\cdot 3{,}14}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{1}{(0{,}05)^2}+\frac{1}{(0{,}12)^2}-\frac{2}{0{,}05\cdot 0{,}12}(-0{,}575)}\approx 3{,}085\cdot 10^{-4}\,\text{Тл}.$$

Ответ: Индукция результирующего магнитного поля в точке А, создаваемого проводами с токами, B = 3,085$\cdot 10^{-4}$ Тл.

Пример 2. По двум прямым параллельным проводам длиной l = 2,5 м каждый, находящимся на расстоянии d = 20 см друг от друга, текут одинаковые токи I = 1 кА. Вычислить силу взаимодействия токов.

Дано:
$l_1 = l_2 = l$ = 2,5 м
d = 20 см = 0,2 м
I = 1 кА = 10^3 А
F = ?

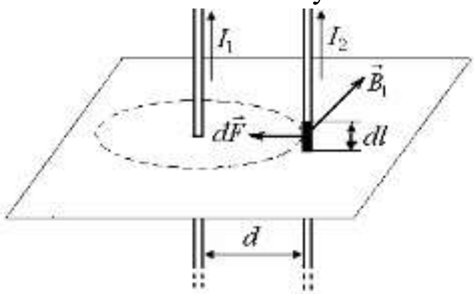

Рис. 4.3

Решение:

Взаимодействие двух проводов, по которым текут токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создает магнитное поле, которое действует на другой провод.

Предположим, что оба тока (обозначим их для удобства I_1 и I_2) текут в одном направлении. Ток I_1 создает в месте расположения второго провода (с током I_2) магнитное поле.

Направление вектора индукции магнитного поля в данной точке пространства определяется по правилу правого винта. Для этого проведем линию магнитной индукции вокруг первого тока радиуса d (пунктир на рис. 4.3) и по касательной к ней в сторону вращения винта (направления тока I_1) – вектор магнитной индукции $\vec{B}_1$. Модуль магнитной индукции B_1, создаваемой прямым бесконечно длинным проводом с током I_1 в вакууме ($\mu = 1$) на расстоянии d от его оси, определяется соотношением

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}. \qquad (4.4)$$

Согласно закону Ампера, на каждый элемент второго провода с током I_2 длиной dl действует в магнитном поле сила

$$dF = I_2 B_1 dl \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}_1$. Так как вектор $d\vec{l}$ перпендикулярен вектору $\vec{B}_1$, то $\sin\alpha = 1$ и, тогда

$$dF = I_2 B_1 dl.$$

Подставив в это выражение B_1, согласно соотношению (4.4), получим

$$dF = I_2 B_1 dl.$$

Направление силы определяется правилом левой руки. Силу взаимодействия проводов с током найдем интегрированием

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}\int_0^l dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l.$$

Согласно условию задачи $I_1 = I_2 = I$, тогда получим:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

Проверим размерность полученной формулы:

$$[F] = \left[\frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}\right] = \frac{\text{Гн} \cdot \text{А}^2 \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Гн} \cdot \text{А}^2}{\text{м}} = \frac{\text{В} \cdot \text{с} \cdot \text{А}^2}{\text{А} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{м}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}} = \text{Н}.$$

Расчет:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,2} = 2,5\,\text{Н}.$$

Ответ: Сила взаимодействия токов F = 2,5 Н.

Пример 3. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов U = 600 В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,3 Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить радиус R окружности.

Дано:
U = 600 В
$q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг
B = 0,3 Тл

R = ?

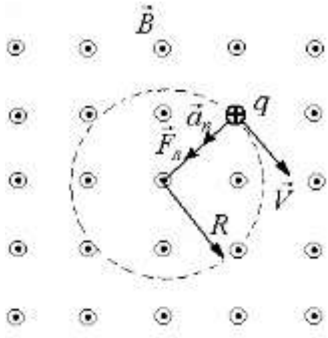

Рис. 4.4

Решение:

Движение заряженной частицы в однородном магнитном поле будет происходить по окружности только в том случае, когда частица влетит в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции $(\vec{V} \perp \vec{B})$. Так как сила Лоренца $\vec{F}_Л$ перпендикулярна вектору скорости $\vec{V}$, то она сообщит частице (протону) нормальное ускорение $\vec{a}_n$.

Согласно второму закону Ньютона:

$$\vec{F}_Л = m\vec{a}_n, \tag{4.5}$$

где m – масса протона.

На рис. 4.4 совмещена траектория протона, имеющего положительный заряд q, с плоскостью чертежа и дано (произвольно) направление вектора $\vec{V}$. Силу Лоренца $\vec{F}_Л$ направим перпендикулярно вектору $\vec{V}$ к центру окружности (векторы $\vec{a}_n$ и $\vec{F}_Л$ сонаправлены). Используя правило левой руки, определим направление магнитных силовых линий ($\odot$ –вектор $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости рисунка и направлен на нас).

Перепишем выражение (4.5) в скалярной форме (в проекции на радиус):

$$F_Л = ma_n. \tag{4.6}$$

В скалярной форме $F_Л = qVB\sin\alpha$. В нашем случае $\vec{V} \perp \vec{\mathrm{B}}$ и $sin\alpha = 1$, тогда $F_Л = qVB$. Так как нормальное ускорение $a_n = \dfrac{V^2}{R}$, то выражение (4.6) перепишем следующим образом:

$$qVB = \frac{mV^2}{R}.$$

Отсюда находим радиус окружности:

$$R = \frac{mV}{qB}.$$

Заметив, что mV есть импульс протона (p), это выражение можно записать в виде

$$R = \frac{p}{qB}. \tag{4.7}$$

Импульс протона найдем, воспользовавшись связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии протона, т.е.

$$A = \Delta W_k \quad \text{или} \quad q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = W_{k2} - W_{k1},$$

где $\left(\varphi_1 - \varphi_2\right)$ – ускоряющая разность потенциалов (или ускоряющее напряжение U); W_{k2} и W_{k1} – конечная и начальная кинетические энергии протона. Пренебрегая начальной кинетической энергией протона W_{k1} и выразив кинетическую энергию W_{k2} через импульс p, получим:

$$qU = \frac{p^2}{2m}.$$

Найдем из этого выражения импульс $p = \sqrt{2mqU}$ и подставим его в формулу (4.7):

$$R = \frac{\sqrt{2mqU}}{qB}, \quad \text{или} \quad R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}. \qquad (4.8)$$

Сделаем проверку единиц измерения:

$$[R] = \left[\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}}\right] = \frac{1}{\text{Тл}}\sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{В}}{\text{Кл}}} = \frac{\text{А}\cdot\text{м}}{\text{Н}}\sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{В}^2}{\text{А}\cdot\text{с}\cdot\text{В}}} = \frac{\text{А}\cdot\text{м}}{\text{Н}}\sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{В}^2}{\text{Дж}}} =$$

$$= \frac{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{В}}{\text{Н}}\sqrt{\frac{\text{кг}\cdot\text{с}^2}{\text{кг}\cdot\text{м}^2}} = \frac{\text{А}\cdot\text{м}\cdot\text{В}\cdot\text{с}}{\text{Н}\cdot\text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{Н}} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{Н}} = \text{м}.$$

Расчет:

$$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{q}} = \frac{1}{0,3}\sqrt{\frac{2\cdot 1,67\cdot 10^{-27}600}{1,6\cdot 10^{-19}}} \approx 1,18\cdot 10^{-2}\,\text{м} = 1,18\ \text{см}.$$

Ответ: Радиус окружности, по которой движется протон, R = 1,18 см.

Пример 4. Плоский квадратный контур со стороной a = 10 см, по которому течет ток I = 100 А, свободно установился в однородном магнитном поле (B_1 = 1 Тл). Определить работу A, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон на угол: 1) $\varphi_1 = 90^\circ$; 2) $\varphi_2 = 3^\circ$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Дано:

a = 10 см = 0,1 м
I = 100 А = const
B = 1 Тл
$\varphi_1 = 90^\circ$
$\varphi_2 = 3^\circ$

A_1 = ? A_2 = ?

Решение:

На контур с током в магнитном поле действует момент силы (рис. 4.5)

$$M = p_m B \sin\varphi, \qquad (4.9)$$

где $p_m = IS = Ia^2$ – магнитный момент контура; B – магнитная индукция; φ – угол между векторами $\vec{p}_m$ (направлен по нормали к контуру) и $\vec{B}$.

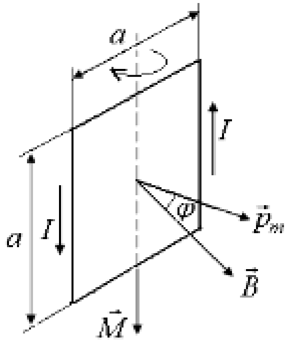

Рис. 4.5

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент силы равен нулю ($M = 0$), а значит, $\varphi = 0$, то есть векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ сонаправлены. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил $\vec{M}$ будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил $\vec{M}$ переменный (зависит от угла поворота φ), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальной форме $dA=Md\varphi$. Учитывая формулу (4.9), получим

$$dA = IBa^2 \sin\varphi d\varphi .$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin\varphi d\varphi . \qquad (4.10)$$

Работу при повороте на угол $\varphi_1 = 90^{\circ}$ определим по формуле

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi d\varphi = IBa^2 \left((-\cos\varphi)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} \right) = IBa^2 . \qquad (4.11)$$

Чтобы рассчитать работу внешних сил при повороте на угол $\varphi_2 = 3^{\circ}$, учтем, что угол φ_2 мал, и заменим в выражении (4.10) $\sin\varphi$ на φ ($\sin\varphi \approx \varphi$), выраженному в радианах:

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2 . \qquad (4.12)$$

Сделаем проверку единиц измерения:

$$[A] = \left[IBa^2\right] = \text{А} \cdot \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{А} \cdot \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} \cdot \text{м}^2 = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

Расчет:

$$A_1 = IBa^2 = 100 \cdot 1 \cdot 0{,}1^2 = 1 \text{ Дж};$$

$$A_2 = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 1 \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}0523^2 = 1{,}37 \cdot 10^{-3} \text{Дж}.$$

Задачу можно решить и другим способом.

Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока, пронизывающего контур:

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

где Φ_1 – магнитный поток, пронизывающий контур до перемещения; Φ_2 – то же, после перемещения.

Если φ_1 = 90°, то Φ_1=BS, Φ_2 = 0. Следовательно,

$$A = IBS = IBa^2,$$

что совпадает с уравнением (4.11).

Ответ: Работа, совершаемая внешними силами, по повороту рамки на угол 90° равна 1 Дж, а на 3° – $1{,}37 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Пример 5. В однородном магнитном поле (B = 0,1 Тл) равномерно с частотой n = 10 с$^{-1}$ вращается рамка, содержащая N = 1000 витков, плотно прилегающих друг к другу. Площадь рамки S = 150 см^2. Определить мгновенное значение ЭДС индукции, соответствующее углу φ поворота рамки, равному 30°.

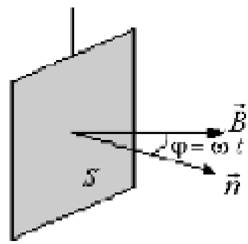

Рис. 4.6

Дано:
B = 0,1Тл
n = 10 с$^{-1}$
φ = 30°
N = 1000
S = 150 см^2 = 0,015 м^2

ε = ?

Решение:

Мгновенное значение ЭДС индукции ε определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея – Максвелла:

$$\varepsilon = -\frac{d\Psi}{dt}, \qquad (4.13)$$

где Ψ – потокосцепление.

Потокосцепление Ψ связано с магнитным потоком Ф и числом N витков, плотно прилегающих друг к другу, соотношением

$$\Psi = N\Phi . \qquad (4.14)$$

Подставляя выражение Ψ в формулу (4.13), получаем

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt} . \qquad (4.15)$$

При вращении рамки магнитный поток Ф, пронизывающий рамку в момент времени t, определяется соотношением

$$\Phi = BS\cos\omega t ,$$

где B – магнитная индукция; S – площадь рамки; ω – круговая (или циклическая) частота.

Подставив в формулу (4.15) выражение Ф и продифференцировав полученное выражение по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции

$$\varepsilon = NBS\omega\sin\omega t . \qquad (4.16)$$

Круговая частота ω связана с частотой вращения n соотношением

$$\omega = 2\pi n . \qquad (4.17)$$

Подставляя выражение (4.17) в формулу (4.16) и заменив ωt на φ, получим:

$$\varepsilon = 2\pi nNBS\sin\varphi .$$

Проверим единицы измерения:

$$\left[\varepsilon\right] = \left[2\pi nNBS\sin\varphi\right] = \frac{\text{Тл}\cdot\text{м}^2}{\text{с}} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{с}\cdot\text{А}\cdot\text{м}} = \frac{\text{Дж}}{\text{А}\cdot\text{с}} = \frac{\text{А}\cdot\text{В}\cdot\text{с}}{\text{А}\cdot\text{с}} = \text{В}.$$

Расчет:

$$\varepsilon = 2\pi nNBS\sin\varphi = 2\pi\cdot 10\cdot 1000\cdot 0{,}1\cdot 0{,}015\cdot 0{,}5 = 47{,}1\text{В}.$$

Ответ: При повороте рамки на угол $\varphi = 30^{\circ}$ к силовым линиям однородного магнитного поля, возникающая в ней ЭДС индукции, будет равна $\varepsilon = 47{,}1$ В.

Пример 6. Соленоид, сопротивление которого $R = 2$ Ом, подключается к аккумулятору с ЭДС $\varepsilon = 8$ В. Спустя время

t = 0,01 с, сила тока в цепи достигает значения I = 1 А. Определить коэффициент самоиндукции соленоида, если сопротивление аккумулятора ничтожно мало.

Дано:

R = 2 Ом

ε = 8 В

t = 0,01 с

I = 1 А;

r = 0

L = ?

Решение:

Зависимость силы тока от времени, прошедшего с момента замыкания соленоида, определяется соотношением

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

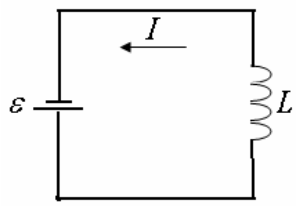

Рис. 4.7

Откуда находим

$$L = \frac{Rt}{\ln\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon - IR}}.$$

Проверим единицы измерения:

$$[L] = \left[\frac{Rt}{\ln\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon - IR}}\right] = \frac{\text{Ом}\cdot\text{с}}{\ln\dfrac{\text{В}}{\text{В} - \text{А}\cdot\text{Ом}}} = \text{Ом}\cdot\text{с} = \text{Гн}.$$

Расчет:

$$L = \frac{Rt}{\ln\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon - IR}} = \frac{2\cdot 0{,}01}{\ln\dfrac{8}{8 - 1\cdot 2}} \approx 0{,}07\ \text{Гн}.$$

Ответ: Индуктивность соленоида L = 0,07 Гн.

Пример 7. Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит N = 1200 витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока I … ток Ф = 6 мкВб. Определить индуктивнос… ию W магнитного поля соленоида.

Дано:

N = 1200

I = 4 А

Ф = 6 мкВб = $6\cdot 10^{-6}$ Вб

L = ?

W = ?

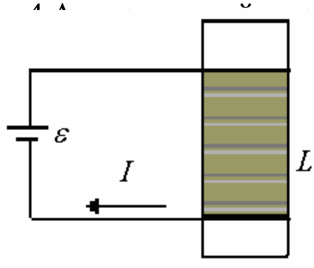

Рис. 4.8

Решение:

Индуктивность L связана с потокосцеплением Ψ и силой тока I соотношением

$$\Psi = LI\,. \qquad (4.18)$$

Потокосцепление, в свою очередь, может быть определено через поток Φ и число витков N (при условии, что витки плотно прилегают друг к другу)

$$\Psi = N\Phi\,. \qquad (4.19)$$

Из формул (4.18) и (4.19) находим индуктивность соленоида

$$L = \frac{N\Phi}{I}\,. \qquad (4.20)$$

Энергия магнитного поля соленоида

$$W = \frac{1}{2}LI^2\,.$$

Выразим L согласно (4.20), получим:

$$W = \frac{1}{2}N\Phi I\,. \qquad (4.21)$$

Проверим единицы измерения:

$$\left[L\right] = \left[\frac{N\Phi}{I}\right] = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \text{Гн}\,; \quad \left[W\right] = \left[\frac{N\Phi I}{2}\right] = \text{Вб}\cdot\text{А} = \text{В}\cdot\text{с}\cdot\text{А} = \text{Дж}.$$

Подставив в формулы (4.20) и (4.21) значения физических величин, произведем вычисления:

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{1,2\cdot 10^{3}\cdot 6\cdot 10^{-6}}{4} = 1,8\cdot 10^{-3}\,\text{Гн} = 1,8\ \text{мГн}\,;$$

$$\left[W\right] = \left[\frac{N\Phi I}{2}\right] = \frac{1,2{\cdot}10^{3}{\cdot}6{\cdot}10^{-6}{\cdot}4}{2} = 14,4\cdot 10^{-3}\text{Дж} = 14,4\ \text{мДж}.$$

Ответ: Индуктивность соленоида L = 1,8 мГн; энергия магнитного поля в нем W = 14,4 мДж.

4.3. Задачи

Таблица вариантов к контрольной работе №4

Вариант	Номера задач					
	1	2	3	4	5	6
0	410	420	430	440	450	460
1	401	411	421	431	441	451
2	402	412	422	432	442	452
3	403	413	423	433	443	453
4	404	414	424	434	444	454
5	405	415	425	435	445	455
6	406	416	426	436	446	456
7	407	417	427	437	447	457
8	408	418	428	438	448	458
9	409	419	429	439	449	459

Темы задач (для каждого варианта): в первой задаче – индукция магнитного поля, закон Био-Савара-Лапласа; во второй – сила, действующая на проводник с током в магнитном поле (сила Ампера); в третьей – сила, действующая на заряженную частицу, влетевшую в магнитное поле (сила Лоренца); в четвертой – поток вектора магнитной индукции, явление электромагнитной индукции, ЭДС индукции; в пятой – явление самоиндукции, экстратоки замыкания и размыкания цепи; в шестой – энергия магнитного поля.

401. По двум длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 15$ А. Расстояние между проводами $d = 10$ см. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в точке, удаленной от первого провода на расстояние $r_1 = 8$ см и от второго – на расстояние $r_2 = 6$ см.

402. По двум длинным параллельным проводам текут в противоположных направлениях токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 15$ А. Расстояние между проводами $d = 5$ см. Определить напряженность и индукцию магнитного поля в точке, удаленной от первого провода на расстояние $r_1 = 10$ см и от второго – на расстояние $r_2 = 10$ см.

403. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной $a = 10$ см, идет ток $I = 20$ А. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника.

404. Обмотка соленоида содержит два слоя, плотно прилегающих друг к другу витков провода диаметром $d = 0{,}2$ мм. Определить магнитную индукцию B и напряженность H на оси соленоида, если по проводу идет ток $I = 0{,}5$ А.

405. Какова напряженность и индукция магнитного поля в центре квадрата со стороной $a = 5$ см, если по его периметру протекает ток силой $I = 10$ А?

406. Ток силой $I = 20$ А идет по очень длинному проводу, согнутому под углом $\alpha = 120^0$. Какова напряженность магнитного поля в точке на биссектрисе угла на расстоянии $r = 8$ см от его вершины?

407. Проводник согнут в виде правильного треугольника со стороной $a = 20$ см. Какой ток протекает по периметру треугольника, если в его центре напряженность поля равна $H = 71{,}64$ А/м?

408. Сколько витков приходится на единицу длины соленоида, если при силе тока $I = 10$ А внутри соленоида образуется магнитное поле $H = 5 \cdot 10^4$ А/м?

409. Определить напряженность и индукцию магнитного поля внутри соленоида длиной $l = 0{,}08$ м при силе тока $I = 30$ А, если соленоид имеет $N = 160$ витков.

410. Два бесконечно длинных проводника скрещены под прямым углом. По проводам текут токи силой $I_1 = 100$ А и $I_2 = 50$ А. Расстояние между проводниками $d = 0{,}3$ м. Определить индукцию магнитного поля с точке, лежащей на середине перпендикуляра к проводникам.

411. По двум параллельным проводам, расположенным на расстоянии $d = 0{,}3$ м один от другого, протекают в одном направлении постоянные токи. Расстояние между опорами, на которых закреплены провода, $l = 50$ м. Сила тока в проводах

I = 150 А. Определить модуль и направление силы, с которой взаимодействуют провода.

412. На прямой провод длиной l = 0,5 м при силе тока в нем I = 4 А действует однородное магнитное поле с силой F = 2,8 Н, когда проводник образует угол 90^o с линиями индукции. Определить величину индукции поля. С какой силой будет действовать на проводник то же поле при угле $\alpha = 30^0$?

413. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,01 Тл помещен прямой проводник длиной l = 30 см (подводящие провода находятся вне поля). Определить силу F, действующую на проводник, если по нему течет ток силой I = 50 А, а угол между направлением тока и вектором магнитной индукции равен 30^0.

414. Рамка с током силой I = 5 А содержит N = 50 витков тонкого провода. Определить магнитный момент p_m рамки с током, если ее площадь S = 20 см^2.

415. По витку радиусом R = 10 см течет ток силой I = 10 А. Виток помещен в однородное магнитное поле (B = 0,2 Тл). Определить момент силы M, действующей на виток, если плоскость витка составляет угол $\varphi = 30^0$ с линиями индукции.

416. По двум параллельным проводам длиной l = 3 м каждый текут одинаковые токи силой I = 500 А. Определить силу взаимодействия проводников, если расстояние между проводниками: 1) d_1 = 1 см, 2) d_2 = 1 м.

417. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой I = 200 А. Определить силу F, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

418. Горизонтальные рельсы находятся в вертикальном однородном магнитном поле на расстоянии l = 0,5 м друг от друга. На них лежит стержень, перпендикулярный рельсам. Какой должна быть индукция магнитного поля для того, чтобы стержень начал равномерно двигаться вдоль рельсов, если по нему пропускать ток I = 100 А? Коэффициент трения стержня о рельсы k = 0,2, масса стержня m = 0,8 кг.

419. Два параллельных проводника с одинаковыми по силе токами находятся на расстоянии r = 10 см друг от друга и притягиваются с силой $F = 30 \cdot 10^{-2}$ Н. Определить силу тока в проводниках, если длина каждого из них l = 4 м, а токи направлены в одну сторону.

420. Напряженность магнитного поля в центре круглого витка равна H = 500 А/м. Магнитный момент витка $p_m = 6$ А·м^2. Вычислить силу тока I в витке и радиус R витка.

421. Протон влетел в магнитное поле перпендикулярно линиям индукции и описал дугу радиусом R = 10 см. определить скорость V протона, если магнитная индукция B = 1 Тл.

422. Определить частоту n обращения электрона по круговой орбите в магнитном поле (B = 1 Тл).

423. Протон, получивший скорость в результате прохождения разности потенциалов U = 1 кВ, попадает в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,2 Тл перпендикулярно линиям индукции. Определить радиус окружности, по которой будет двигаться протон, и период его вращения.

424. Перпендикулярно магнитному полю (B = 1 Тл) возбуждено электрическое поле ($E = 20 \cdot 10^4$ В/м). Перпендикулярно полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Определить скорость частицы.

425. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов, влетела в скрещенные под прямым углом электрическое (E = 400 В/м) и магнитное (B = 0,2 Тл) поля. Определить ускоряющую разность потенциалов U, если, двигаясь перпендикулярно полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории. Отношение заряда к массе частицы $\frac{e}{m} = 9{,}64 \cdot 10^7$ Кл/кг.

426. Плоский конденсатор, между пластинами которого создано электрическое поле (E = 100 В/м), помещен в магнитное поле так, что силовые линии полей взаимно перпендикулярны. Какова должна быть индукция B магнитного поля, чтобы электрон с начальной энергией W_K = 4 кэВ, влетевший в пространство между пластинами конденсатора перпендикулярно силовым линиям магнитного поля, не изменил направления скорости?

427. В области пространства одновременно существуют однородные и постоянные магнитное поле с индукцией B = 0,2 Тл и перпендикулярное ему электрическое поле напряженностью $E = 2 \cdot 10^5$ В/м. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, электрон. Какова скорость электрона?

428. Электрон движется по окружности радиусом R = 1 см в магнитном поле с индукцией B = 0,02 Тл. Какова кинетическая энергия электрона? Период обращения?

429. Заряженная частица с кинетической энергией W_K = 2 кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом R = 4 мм. Определить силу Лоренца $F_л$, действующую на частицу со стороны поля.

430. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью $H = 5 \cdot 10^3$ А/м. Определить частоту обращения электрона.

431. Проводник длиной 1м движется со скоростью 5 м/с перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля. Определить индукцию B магнитного поля, если на концах проводника возникает разность потенциалов U = 0,02 В.

432. Рамка площадью S = 50 см^2, содержащая N = 100 витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле (B = 40 мТл). Определить максимальную ЭДС индукции ε_m, если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка вращается с частотой n = 960 об/мин.

433. Плоский контур площадью S = 20 см^2 находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,03 Тл. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\varphi = 60^{\circ}$ с направлением линий индукции.

434. В средней части соленоида, содержащего $n = 8$ витков/см, помещен круговой виток диаметром $d = 4$ см. Плоскость витка расположена под углом $\varphi = 60^{\circ}$ к оси соленоида. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течет ток силой $I = 1$ А.

435. Квадратный контур со стороной $a = 10$ см, в котором течет ток силой $I = 6$ А, находится в магнитном поле с индукцией $B = 0{,}8$ Тл под углом $\alpha = 50^{\circ}$ к линиям индукции. Какую работу A нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму на окружность?

436. Плоский контур с током силой $I = 5$ А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}4$ Тл. Площадь контура $S = 200$ см^2. Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\alpha = 60^{\circ}$. Определить совершенную при этом работу.

437. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции расположен плоский контур площадью $S = 100$ см^2. Поддерживая в контуре постоянную силу тока $I = 50$ А, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить индукцию B магнитного поля, если при перемещении контура была совершена работа $A = 0{,}4$ Дж.

438. Рамка, содержащая $N = 100$ витков площадью $S = 100$ см^2, равномерно вращается с частотой $n = 10$ с$^{-1}$ в магнитном поле напряженностью $H = 10^4$ А/м. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряженности. Определить максимальную ЭДС индукции ε_m, возникающую в рамке.

439. В однородном магнитном поле ($B = 0{,}1$ Тл) равномерно с частотой $n = 5$ с$^{-1}$ вращается стержень длиной $l = 50$ см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям индукции, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов.

440. Проволочная рамка площадью $S = 400$ см^2 равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 2 \cdot 10^{-2}$ Тл вокруг оси, перпендикулярной направлению поля. Период вращения рамки $T = 0{,}05$ с. Рамка состоит из $N = 300$ витков. Определить максимальное значение ЭДС, возникающей в рамке.

441. Определить силу тока в цепи через $t = 0{,}01$ с после ее размыкания. Сопротивление цепи $R = 10$ Ом и индуктивность $L = 0{,}15$ Гн. Сила тока до размыкания цепи $I_0 = 10$ А.

442. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R = 20$ Ом. Через время $t = 0{,}1$ с сила тока I короткого замыкания достигла 0,95 предельного значения. Определить индуктивность L катушки.

443. Цепь состоит из катушки индуктивностью $L = 0{,}2$ Гн и источника тока. Источник тока отключили, не разрывая цепи. Время, через которое сила тока уменьшится до 0,01 первоначального значения, равно $t = 0{,}01$ с. Определить сопротивление катушки.

444. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R = 40$ Ом и индуктивностью $L = 0{,}2$ Гн. Через какое время сила тока в цепи достигнет 30% максимального значения?

445. Определить скорость изменения тока в катушке индуктивностью $L = 100$ мГн, если в ней возникла ЭДС самоиндукции $\varepsilon_s = 80$ В.

446. Силу тока в катушке равномерно увеличивают с помощью реостата на $\Delta I = 0{,}6$ А в секунду. Найти среднее значение ЭДС $\langle\varepsilon_s\rangle$ самоиндукции, если индуктивность катушки $L = 5$ мГн.

447. Соленоид содержит $N = 500$ витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) $S = 10$ см^2. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 8$ мТл. Определить среднее значение ЭДС, которая возникает на зажимах соленоида, если сила тока уменьшается практически до нуля за время $\Delta t = 0{,}8$ мс.

448. По катушке индуктивностью L = 8 мГн течет ток силой I = 6 А. При выключении тока его сила изменяется практически до нуля за время Δt = 5 мс. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в контуре.

449. В электрической цепи, содержащей сопротивление R = 10 Ом и индуктивность L = 0,06 Гн, течет ток силой I = 20 А. Определить силу тока в цепи через Δt = 0,2 мс, после ее размыкания.

450. По замкнутой цепи сопротивлением R = 30 Ом течет ток. Через время t = 8 мс после размыкания цепи сила тока в ней уменьшилась в 10 раз. Определить индуктивность L цепи.

451. Соленоид с сердечником из никеля на длине l = 0,5 м имеет N = 1000 витков с площадью поперечного сечения S = 50 см^2. Определить магнитный поток внутри соленоида и энергию магнитного поля, если сила тока в соленоиде I = 10 А и магнитная проницаемость никеля μ = 200.

452. В соленоиде сечением S = 5 см^2 создан магнитный поток Ф = 20 мкВб. Определить объемную плотность ω энергии магнитного поля соленоида. Сердечник отсутствует. Магнитное поле во всем объеме соленоида считать однородным.

453. Магнитный поток Ф в соленоиде, содержащем N = 1000 витков, равен 0,2 мВб. Определить энергию W магнитного поля соленоида, если сила тока, протекающего по виткам соленоида, I = 1 А. Сердечник отсутствует. Магнитное поле во всем объеме соленоида считать однородным.

454. Диаметр тороида (по средней линии) D = 50 см. Тороид содержит N = 2000 витков и имеет площадь сечения S = 20 см^2. Вычислить энергию W магнитного поля тороида при силе тока I = 5 А. Считать магнитное поле тороида однородным. Сердечник выполнен из немагнитного материала.

455. По проводнику, изогнутому в виде кольца радиусом R = 20 см, содержащему N = 500 витков, течет ток силой I = 1 А. Определить объемную плотность ω энергии магнитного поля в центре кольца.

456. При какой силе тока I в прямолинейном проводе бесконечной длины на расстоянии r = 5 см от него объемная плотность энергии магнитного поля будет ω = 1 мДж/м^3?

457. Обмотка тороида имеет n = 10 витков на каждый сантиметр длины (по средней линии тороида). Вычислить объемную плотность энергии ω магнитного поля при силе тока I = 10 А. Сердечник выполнен из немагнитного материала и магнитное поле во всем объеме однородно.

458. Обмотка соленоида содержит n = 20 витков на каждый сантиметр длины. При какой силе тока I объемная плотность энергии магнитного поля будет ω = 0,1 Дж/м^3? Сердечник выполнен из немагнитного материала и магнитное поле во всем объеме однородно.

459. Соленоид имеет длину l = 0,6 м и сечение S = 10 см^2. При некоторой силе тока, протекающей по обмотке, в соленоиде создается магнитный поток Ф = 0,1 мВб. Чему равна энергия W магнитного поля соленоида? Сердечник выполнен из немагнитного материала и магнитное поле во всем объеме однородно.

460. По обмотке соленоида индуктивностью L = 0,2 Гн течет ток силой I = 10 А. Определить энергию W магнитного поля соленоида.

5. Оптика. Элементы атомной и ядерной физики

5.1. Перечень формул, которые можно использовать при решении задач без вывода

Скорость света в среде

$$V = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме; n – абсолютный показатель преломления среды.

Закон преломления света

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1},$$

где i и r – углы падения и преломления световых волн; n_2 и n_1 – абсолютные показатели преломления второй и первой сред.

Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl,$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n.

Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_2 - L_1.$$

Зависимость разности фаз от оптической разности хода световых волн

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{\Delta}{\lambda}\right),$$

где λ – длина световой волны.

Условие максимального усиления света при интерференции (условие интерференционного максимума)

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2...),$$

где k – порядок интерференционного максимума.

Условие максимального ослабления света (условие интерференционного минимума)

$$\Delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, 1, 2...),$$

где k – порядок интерференционного минимума.

Оптическая разность хода световых волн, отраженных от верхней и нижней поверхностей тонкой пленки (пластинки),

– находящейся в воздухе ($n_{\text{возд}} \approx 1$) или в среде с $n_{\text{среды}} < n$

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}, \quad \text{или} \quad \Delta = 2dn\cos r - \frac{\lambda}{2},$$

– находящейся в среде с бóльшим значением показателя преломления, чем у пленки ($n_{\text{среды}} > n$)

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}, \quad \text{или} \quad \Delta = 2dn\cos r + \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пленки; n – абсолютный показатель преломления пленки; i – угол падения; r – угол преломления; λ – длина световой волны.

Радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете (или темных колец в проходящем свете)

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\frac{R\lambda}{2n}} \qquad (k = 1, 2, 3, \ldots),$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной пластинкой; n – показатель преломления среды между линзой и пластинкой.

Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете (или светлых колец в проходящем свете)

$$r_k = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}}\ .$$

Радиус m–й зоны Френеля:

– для плоской волны

$$r_m = \sqrt{bm\lambda},$$

– для сферической волны

$$r_m = \sqrt{\frac{mab\lambda}{a+b}}\ , \quad (m = 1,2,3,\ \ldots),$$

где m – номер зоны Френеля, a – расстояние от источника сферической волны до экрана с отверстием, b – расстояние от экрана до точки наблюдения.

Дифракция света на одной щели при нормальном падении лучей:

– условие минимумов интенсивности света

$$a\sin\varphi_k = \pm 2k\frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \ldots,$$

где a – ширина щели; φ_k – угол отклонения (угол дифракции) лучей; k – номер минимума; λ – длина волны;

– условие максимумов интенсивности света

$$a\sin\varphi_k = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \ldots,$$

где k – номер максимума.

Дифракция света на дифракционной решетке (на N – щелях) при нормальном падении лучей:

– условие главных максимумов интенсивности

$$d\sin\varphi_k = \pm k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, \ldots,$$

где d – период (постоянная) дифракционной решетки; k – номер главного максимума; φ_k – угол между нормалью к поверхности решетки и направлением дифрагированных волн;

– условие главных (прежних) минимумов интенсивности

$$a\sin\varphi_k = \pm 2k\frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \ldots,$$

где a – ширина щели; k – номер главного минимума;

– условие дополнительных минимумов интенсивности

$$d\sin\varphi_k = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \ldots,$$

где k – номер дополнительного минимума.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda+\Delta\lambda$), при которых эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – число щелей решетки; k – порядковый номер дифракционного максимума.

Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах (пространственной дифракционной решетке):

– условие максимумов интенсивности рентгеновского излучения (формула Вульфа-Брэггов)

$$2d\sin\vartheta = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \ldots,$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; ϑ – угол скольжения (угол между направлением пучка параллельных лучей, падающих на кристалл, и гранью кристалла); k – номер дифракционного максимума; λ – длина волны рентгеновского излучения.

Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ – максимальная и минимальная интенсивность света, соответствующая двум взаимно перпендикулярным направлениям световых колебаний в луче.

Закон Брюстера

$$tg i_{Бр} = n_{2,1},$$

где $i_{Бр}$ – угол падения, при котором отраженный луч полностью поляризован (угол Брюстера); $n_{2,1}$ – показатель преломления второй среды относительно первой.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I_0 – интенсивность поляризованного света, падающего на анализатор; I – интенсивность поляризованного света, прошедшего через анализатор; α – угол между направлением колебаний светового вектора волны, падающей на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора.

Угол вращения плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

– $\varphi = \alpha d$ (в кристаллах),
– $\varphi = [\alpha] C d$ (в растворах),

где α – постоянная вращения; C – концентрация раствора; d – длина пути в растворе (кристалле); $[\alpha]$ – удельное вращение.

Закон Стефана–Больцмана

$$R_e = \sigma T^4,$$

где R_e – энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела, т.е. энергия, излучаемая в единицу времени единицей поверхности абсолютно черного тела (тела, способного поглощать полностью при любой температуре всё падающее на него излучение любой частоты); σ – постоянная Стефана–Больцмана; T – термодинамическая температура.

Энергетическая светимость серого тела (тела, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела)

$$R_T^c = A_T \sigma T^4 = \sigma T_p^4,$$

где A_T – коэффициент теплового излучения (степень черноты) серого тела; T – термодинамическая (истинная) температура тела; T_p – радиационная температура.

Первый закон Ви́на (закон смещения Ви́на):

$$\lambda_{\max} = C_1 / T,$$

где $\lambda_{\max}$ – длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела; C_1 – постоянная закона смещения Ви́на.

Второй закон Ви́на:

$$r_{\lambda\ \max} = C_2 T^5,$$

где $r_{\lambda\ \max}$ – максимум испускательной (излучательной) способности абсолютно черного тела; C_2 – постоянная второго закона Ви́на.

Энергия фотона (кванта света)

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad \text{или} \quad \varepsilon = \hbar\omega,$$

где h – постоянная Планка; ν – частота фотона; c – скорость света в вакууме; λ – длина волны фотона; $\hbar$ – постоянная Планка, деленная на 2π; ω – циклическая частота $(\omega = 2\pi\nu)$.

Импульс и масса фотона

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \qquad m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}.$$

Формула Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$\varepsilon = A_{вых} + E_{к\,\max} \quad \text{или} \quad h\nu = A_{вых} + \frac{mV_{\max}^2}{2},$$

где $A_{вых}$ – работа выхода электронов из металла; $E_{к\,\max}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона; $V_{\max}$ – максимальная скорость вылетевшего электрона.

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_0 = \frac{A_{вых}}{h} \quad \text{или} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A_{вых}},$$

где ν_0 – минимальная частота света, при которой еще возможен фотоэффект; λ_0 – максимальная длина волны света, при которой еще возможен фотоэффект.

Формула Комптона:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta), \text{ или } \quad \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\frac{h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2},$$

где λ – длина волны фотона, встретившегося со свободным или слабосвязанным электроном; λ' – длина волны фотона, рассеянного на угол θ после столкновения с электроном; m_0 – масса покоящегося электрона.

Комптоновская длина волны

$$\Lambda = \frac{h}{m_0 c},$$

где h – постоянная Планка; m_0 – масса той частицы, при взаимодействии с которой происходит упругое рассеяние фотона (кванта рентгеновского или γ–излучения); c – скорость света в вакууме.

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho) = \omega(1 + \rho),$$

где E_e – энергетическая освещенность или облученность (энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени); ω – объемная плотность энергии излучения; ρ – коэффициент отражения.

Постулаты Бора:

1) первый постулат (постулат стационарных состояний):

в атоме существуют некоторые стационарные состояния, не изменяющиеся во времени без внешних воздействий. В этих состояниях атом не излучает электромагнитных волн;

2) второй постулат (правило частот):

при переходе атома из одного стационарного состояния в другое им испускается или поглощается один квант энергии

$$h\nu = E_n - E_k,$$

равный разности энергий соответствующих состояний (E_n и E_k – энергии стационарных состояний, между которыми совершается квантовый скачок электрона);

3) третий постулат (правило квантования орбит):

в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные значения момента импульса, удовлетворяющие условию:

$$mV_n r_n = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad (n = 1, 2, 3...),$$

где mV_n – импульс электрона на n-й орбите; r_n – радиус n-й орбиты; n – номер орбиты.

Сериальная формула, определяющая частоту ν света, излучаемого или поглощаемого атомом водорода или водородоподобных систем при переходе из одного стационарного состояния в другое,

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = RcZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

где c – скорость света в вакууме; λ –длина волны излученного или поглощенного фотона; R – постоянная Ридберга; Z – порядковый номер элемента (заряд в относительных единицах); n и k – целые числа; n – номер серии спектральных линий ($n = 1$ – серия Лаймана, $n = 2$ – серия Бальмера, $n = 3$ – серия Пашена и т.д.). Для данной серии $k = n+1, n+2, n+3$, и т.д.

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

где p – импульс частицы.

Взаимосвязь массы и энергии релятивистской частицы

$$E = mc^2, \text{ или } E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где m – масса частицы, движущейся со скоростью V; c – скорость света в вакууме; m_0 – масса покоя частицы; E_0 – энергия покоя частицы ($E_0 = m_0 c^2$); β – скорость частицы, выраженная в долях скорости света $\left(\beta = V/c\right)$.

Импульс частицы и его связь с кинетической энергией E_K частицы:

– для нерелятивистского случая (скорость частицы $V << c$, что приводит к неравенству: $E_K << E_0$)

$$p = m_0 V; \quad p = \sqrt{2m_0 E_K};$$

– для релятивистского случая

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0 + E_K)E_K}.$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$E_K = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right).$$

Полная энергия свободной частицы

$$E = E_0 + E_K.$$

Закон радиоактивного распада:

$$dN = -\lambda N dt, \quad \text{или} \quad N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где dN – число ядер, распавшихся за интервал времени dt; N – число ядер, не распавшихся к моменту времени t; N_0 – число ядер в начальный момент времени (t = 0); λ – постоянная радиоактивного распада.

Число ядер, распавшихся за время t,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 \left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

В случае если интервал времени Δt, за который определяется число распавшихся ядер, много меньше периода полураспада $T_{1/2}$ ($\Delta t << T_{1/2}$), то число распавшихся ядер можно определить по формуле:

$$\Delta N = \lambda N \Delta t.$$

Зависимость периода полураспада $T_{1/2}$ от постоянной радиоактивного распада λ:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

Среднее время τ жизни радиоактивного ядра, т.е. интервал времени, за который число нераспавшихся ядер уменьшается в e раз,

$$\tau = 1/\lambda.$$

Число N атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе,

$$N = mN_A/\mu,$$

где m – масса изотопа; μ – молярная масса; N_A – постоянная Авогадро.

Активность радиоактивного изотопа

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N, \quad \text{или} \quad A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t},$$

где dN – число ядер, распадающихся за интервал времени dt; A_0 – активность изотопа в начальный момент времени.

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я\,,$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре); A – массовое число (число нуклонов в ядре); $(A - Z)$ – число нейтронов в ядре; m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_я$ – масса ядра.

Энергия связи ядра

$$E_{св} = \Delta mc^2\,,$$

где Δm – дефект массы ядра; c – скорость света в вакууме.

Энергетический эффект ядерной реакции

$$Q = c^2\left(\sum m_{исх} - \sum m_{пол}\right),$$

где c – скорость света в вакууме; $\sum m_{исх}$ – сумма масс исходных ядер; $\sum m_{пол}$ – сумма масс продуктов реакции.

Массовое число ядра (число нуклонов в ядре)

$$A = Z + N\,,$$

где Z – зарядовое число (число протонов); N – число нейтронов.

При всех ядерных реакциях выполняются законы сохранения:

а) закон сохранения энергии;

б) закон сохранения электрического заряда;

в) закон сохранения массового числа;

г) закон сохранения импульса и другие законы сохранения.

5.2. Примеры решения задач

Пример 1. От двух когерентных источников S_1 и S_2 (λ = 0,8 мкм) лучи попадают на экран (т. P, рис. 5.1). На экране наблюдается интерференционная картина. Когда на пути одного из лу-

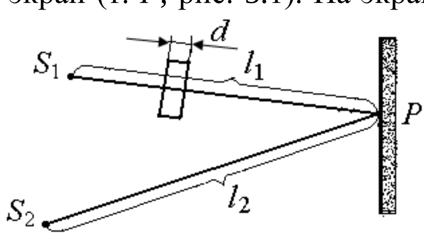

Рис. 5.1

чей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку (n = 1,33), интерференционная картина изменилась на противоположную, при какой наименьшей толщине $d_{\min}$ пленки это возможно?

Дано:

n = 1,33

λ = 0,8 мкм = $0{,}8 \cdot 10^{-6}$ м

$d_{\min}$ = ?

Решение:

Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались интерференционные максимумы, стали наблюдаться интерференционные минимумы. Такой сдвиг интерференционной картины происходит при изменении оптической разности хода на нечетное число полуволн, то есть

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad (5.1)$$

где Δ_1 – оптическая разность хода пучков световых волн до внесения пленки; Δ_2 – оптическая разность хода тех же пучков после внесения пленки; k – номер интерференционного максимума или минимума интенсивности пучков световых волн (k = 0, ±1, ±2, ±3, …) .

Наименьшей толщине пленки $d_{\min}$ соответствует номер k = 0. При этом формула (5.1) примет вид

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \frac{\lambda}{2}. \qquad (5.2)$$

Выразим оптические разности хода Δ_1 и Δ_2. Из рис. 5.1 следует:

$$\Delta_1 = l_1 - l_2;$$

$$\Delta_2 = \left[\left(l_1 - d_{\min}\right) + nd_{\min}\right] - l_2 = \left(l_1 - l_2\right) + d_{\min}(n-1)$$

Подставим выражения Δ_1 и Δ_2 в формулу (5.2)

$$\left(l_1 - l_2\right) + d_{\min}(n-1) - \left(l_1 - l_2\right) = \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2(n-1)}.$$

Произведем вычисления

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2(n-1)} = \frac{0{,}8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot (1{,}33-1)} \approx 1{,}21 \cdot 10^{-6}\,\text{м} = 1{,}21\ \text{мкм}.$$

Ответ: изменение интерференционной картины на противоположную возможно при минимальной толщине пленки, равной 1,21 мкм.

Пример 2. Плосковыпуклая линза положена на стеклянную пластинку, причем вследствие попадания пыли между линзой и пластинкой нет контакта (рис. 5.2). Радиусы пятого и пятнадцатого темных колец Ньютона, наблюдаемых в отраженном свете, равны $r_5 = 0{,}7$ мм и $r_{15} = 1{,}7$ мм. Определите радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, если система освещается светом с длиной волны $\lambda = 581$ нм.

Дано:
$\lambda = 581$ нм $= 581 \cdot 10^{-9}$ м
$k_5 = 5$
$k_{15} = 15$
$r_5 = 0{,}7$ мм $= 0{,}7 \cdot 10^{-3}$ м
$r_{15} = 1{,}7$ мм $= 1{,}7 \cdot 10^{-3}$ м
$R = ?$

Решение:

Если на систему, состоящую из линзы и пластинки, падает свет (для простоты будем считать, что свет падает нормально к поверхности пластинки), то происходит следующее (см. рис. 5.2): в точке A световой пучок частично отразится, а частично пройдет в воздушный зазор между линзой и пластинкой и отразится от поверхности пластинки в точке C. В точке A обе части пучка встречаются, имея

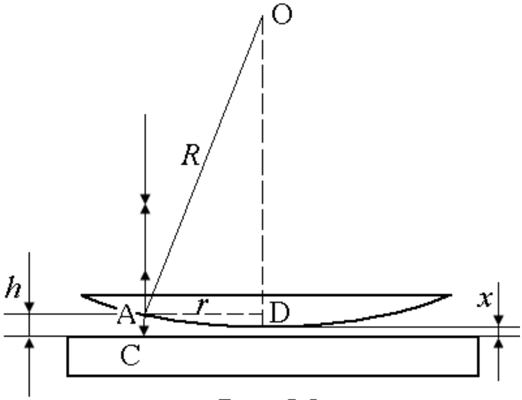

Рис. 5.2

разность хода $\Delta = 2h + \lambda/2$ (h – толщина зазора, соответствующего точке А), и в зависимости от того, равна ли эта разность нечетному числу полуволн или четному, в точке А получается минимум или максимум света.

Исходя из этого для толщины зазора, при котором наблюдается минимум света, получаем

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2} = \left(2k+1\right)\frac{\lambda}{2} \quad \Rightarrow \quad h = k\frac{\lambda}{2}.$$

Радиус r темного кольца для случая отсутствия оптического контакта можно выразить из треугольника AOD:

$$R^2 = \left[R-(h-x)\right]^2 + r^2,$$

где R – радиус кривизны поверхности линзы.

Поскольку $(h - x)^2$ мало по сравнению с $2R(h - x)$, то этим членом можно пренебречь, тогда формула примет вид

$$r^2 = 2R(h-x).$$

Подставляя значения h для темного кольца, получаем:

$$r^2 = 2R\left(\frac{k\lambda}{2} - x\right).$$

В условии задачи известны радиусы двух темных колец r_5 и r_{15}:

$$r_5^2 = R(k_5\lambda - 2x) \qquad \text{и} \qquad r_{15}^2 = R(k_{15}\lambda - 2x).$$

Взяв разность r_5^2 и r_{15}^2, можно исключить неизвестную величину зазора x:

$$r_{15}^2 - r_5^2 = R\lambda(k_{15} - k_5).$$

Отсюда

$$R = \frac{r_{15}^2 - r_5^2}{\lambda(k_{15} - k_5)}.$$

Подставляя числовые данные задачи, получаем:

$$R = \frac{r_{15}^2 - r_5^2}{\lambda(k_{15} - k_5)} = \frac{\left(1,7\cdot 10^{-3}\right)^2 - \left(0,7\cdot 10^{-3}\right)^2}{581\cdot 10^{-9}\cdot(15-5)} \approx 0,41 \text{ м}.$$

Ответ: радиус кривизны выпуклой поверхности линзы R = 0,41 м.

Пример 3. Сколько максимумов дает дифракционная решетка, имеющая N = 500 штрихов на l = 1 мм? Длина волны падающего нормально на решетку света равна λ = 0,598 мкм. Определить угол φ, соответствующий максимуму наибольшего порядка (рис. 5.3).

Дано:

$N = 500$
$l = 1$ мм $= 1\cdot10^{-3}$ м
$\lambda = 0{,}598$ мкм $= 0{,}598\cdot10^{-6}$ м

M = ? φ_{max} = ?

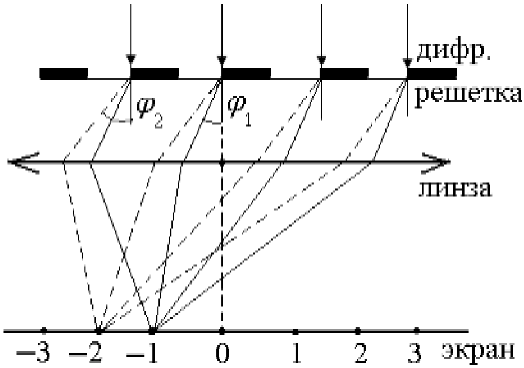

Рис. 5.3

Решение:

Для волновых максимумов, полученных с помощью дифракционной решетки, справедливо соотношение

$$d\sin\varphi_k = \pm k\lambda, \quad k = 0, 1, 2, 3, ..., \qquad (5.3)$$

где d – постоянная решетки; φ_k – угол отклонения лучей дифракционного максимума; k – порядок максимума; λ – длина волны.

Из соотношения (5.3) находим наибольший номер k или порядок высшего дифракционного максимума, который может дать данная дифракционная решетка. Для этого предельный угол дифракции должен быть равен

$$\varphi_{max} = \frac{\pi}{2}, \text{ а } \sin\varphi_{max} = 1.$$

Поэтому

$$k = \frac{d\sin\varphi_k}{\lambda}, \quad \text{или } k = \frac{d}{\lambda}. \qquad (5.4)$$

Постоянная дифракционной решетки

$$d = \frac{l}{N}. \qquad (5.5)$$

Решая совместно уравнения (5.4) и (5.5), имеем

$$k = \frac{l}{N\lambda}.$$

Делаем расчет

$$k = \frac{l}{N\lambda} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 0,598 \cdot 10^{-6}} \approx 3,34.$$

Так как k должно быть целым числом, то, следовательно, $k_{max} = 3$. Общее число главных максимумов, которое дает эта решетка на экране (см. рис. 5.3), $M = 2k+1 = 7$. Определим угол дифракции максимума третьего порядка по формуле:

$$\sin\varphi_k = \frac{k\lambda}{d} = \frac{k\lambda N}{l} \quad \text{или} \quad \varphi_k = \arcsin\left(\frac{k\lambda N}{l}\right)$$ и рассчитаем

$$\varphi_k = \arcsin\left(\frac{k\lambda N}{l}\right) = \arcsin\left(\frac{3 \cdot 0,598 \cdot 10^{-6} \cdot 500}{1 \cdot 10^{-3}}\right) \approx 63,8^0.$$

Ответ: освещая данную решетку монохроматическим светом с длиной волны 0,598 мкм, можно наблюдать на экране 7 главных максимумов; угол дифракции максимума наибольшего порядка равен приблизительно $63,8^{\circ}$.

Пример 4. Постоянная дифракционной решетки $d = 10$ мкм, ее ширина $l = 2$ см. В спектре какого порядка эта решетка может разрешить дуплет $\lambda_1 = 486$ нм и $\lambda_2 = 486,1$ нм?

Дано:

$d = 10$ мкм $= 1\cdot10^{-5}$ м

$l = 2$ см $= 2\cdot10^{-2}$ м

$\lambda_1 = 486$ нм $= 486\cdot10^{-9}$ м

$\lambda_2 = 486,1$ нм $= 486,1\cdot10^{-9}$ м

$k = ?$

Решение:

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN, \qquad (5.6)$$

где $\Delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий λ и $\lambda+\Delta\lambda$, разрешаемых решеткой; k – порядок спектра; N – число щелей решетки. Так как постоянная решетки d есть расстояние между серединами соседних щелей, то

$$N = \frac{l}{d}, \qquad (5.7)$$

где l – ширина решетки. Из формулы (5.6) с учетом формулы (5.7) находим:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{kN} = \frac{\lambda d}{kl}. \qquad (5.8)$$

Дублет спектральных линий λ_1 и λ_2 будет разрешен, если

$$\Delta\lambda \le \lambda_2 - \lambda_1. \qquad (5.9)$$

Подставляя уравнение (5.8) в уравнение (5.9), с учетом того, что $\lambda=\lambda_1$, получаем:

$$\frac{\lambda_1 d}{kl} \le \lambda_2 - \lambda_1. \qquad (5.10)$$

Из выражения (5.10) следует, что дублет λ_1 и λ_2 будет разрешен во всех спектрах с порядком

$$k \ge \frac{\lambda_1 d}{l(\lambda_2 - \lambda_1)}.$$

Проводя вычисления, получаем:

$$k = \frac{\lambda_1 d}{l(\lambda_2 - \lambda_1)} = \frac{486 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-2} \cdot (486{,}1 - 486) \cdot 10^{-9}} \approx 2{,}43.$$

Так как k – целое число, то $k \ge 3$.

Ответ: дублет может быть разрешен дифракционной решеткой в спектре третьего порядка и выше ($k \ge 3$).

Пример 5. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок образует угол

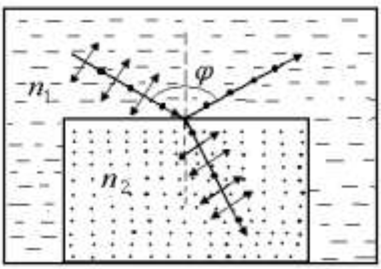

Рис. 5.4

$\varphi = 85^{o}$ с падающим пучком (рис. 5.4). Определить показатель преломления n_1 жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

Дано:
$\varphi = 85^{o}$
$n_2 = 1{,}5$
$n_1 = ?$

Решение:

Согласно закону Брюстера, пучок света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления:

$$tgi_{Бр} = n_{2,1},$$

где $n_{2,1}$ – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления:

$$tgi_{Бр} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Так как угол падения равен углу отражения, то, следовательно,

$$tg(\varphi/2) = n_2/n_1,$$

откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{tg(\varphi/2)}.$$

Произведем вычисления

$$n_1 = \frac{1{,}5}{tg(85^0/2)} \approx \frac{1{,}5}{0{,}92} \approx 1{,}64.$$

Ответ: показатель преломления жидкости $n_1 = 1{,}64$.

Пример 6. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два николя N_1

и N_2, плоскости поляризации которых составляют угол $\alpha = 60^o$. При прохождении каждого из николей потери на поглощение света составляют 10% света, падающего на него.

Дано:
$\alpha = 60^o$
$k = 10\% = 0,1$
$I_{\text{ест}}/I = ?$

Решение:

Естественный свет, попадая на грань николя N_1 (призма Николя), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний светового вектора $\vec{E}$ ($\updownarrow\updownarrow$) для необыкновенного пучка (e) лежит в плоскости главного сечения призмы ($ADBC$). Плоскость колебаний вектора $\vec{E}$ ($\bullet\ \bullet$) для обыкновенного пучка (o) перпендикулярна плоскости рисунка 5.5.

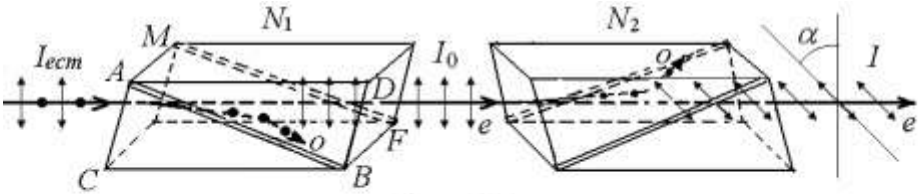

Рис. 5.5

Обыкновенный пучок (o) вследствие полного отражения от плоскости *AMFB* отклоняется в сторону нижней зачерненной поверхности призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок (e) проходит через николь N_1 почти без отклонения. При этом интенсивность света уменьшается вследствие поглощения в веществе николя.

Интенсивность света I_0, прошедшего через поляризатор (николь N_1),

$$I_0 = 0,5(1-k)I_{ест}, \tag{5.11}$$

где k – относительная потеря интенсивности света в николе; $0,5(1-k)$ – относительная интенсивность света, прошедшего через николь; $I_{ест}$ – интенсивность естественного света, падающего на николь N_1.

Поляризованный свет, войдя во второй николь N_2 (анализатор), также расщепляется на два пучка, но уже различной интенсивности в зависимости от значения угла α (см. ниже): обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный пучок полностью поглощается призмой, поэтому его интенсивность нас не интересует. Интенсивность I необыкновенного пучка, вышедшего из призмы N_2, определяется законом Малюса (без учета поглощения света во втором николе):

$$I = I_0 \cos^2 \alpha ,$$

где α – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания николя N_2.

Учитывая потери интенсивности во втором николе

$$I = \left(1-k\right) I_0 \cos^2 \alpha . \qquad (5.12)$$

С учетом формулы (5.11) получим

$$I = 0{,}5\left(1-k\right)^2 I_{ест} \cos^2 \alpha .$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность $I_{ест}$ естественного света на интенсивность I света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_{ест}}{I} = \frac{2}{\left(1-k\right)^2 \cos^2 \alpha}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_{ест}}{I} = \frac{2}{0{,}9^2 \cos^2 60^0} \approx 9{,}88.$$

Ответ: при прохождении двух николей интенсивность естественного света уменьшится примерно в 9,88 раза.

Пример 7. На металлическую пластинку падает монохроматический пучок света с длиной волны λ = 0,413 мкм. Поток фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, полностью задерживается разностью потенциалов $U_З$ = 1 В. Определить работу выхода и красную границу фотоэффекта.

Дано:

$U_З = 1$ В
$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл
$\lambda = 0{,}413$ мкм $= 0{,}413 \cdot 10^{-6}$ м

$A_{вых} = ?$ $\lambda_0 = ?$

Решение:

Для решения задачи воспользуемся уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта:

$$h\frac{c}{\lambda} = A_{вых} + E_K, \qquad (5.13)$$

где c – скорость света в вакууме; λ – длина волны падающего света; $A_{вых}$ – работа выхода электронов из металла; E_K – максимальная кинетическая энергия вылетевших электронов.

Так как поток электронов полностью задерживается разностью потенциалов $U_З$, то

$$E_K = eU_З, \qquad (5.14)$$

где e – заряд электрона.

Из уравнений (5.13) и (5.14) находим работу выхода

$$A_{вых} = h\frac{c}{\lambda} - eU_З.$$

Красная граница фотоэффекта определяет ту наибольшую длину волны λ_0 (или, соответственно, наименьшую частоту $\nu_0 = c/\lambda_0$), при которой фотоэффект еще возможен. Это должно соответствовать условию, когда $E_K = 0$. Тогда

$$A_{вых} = h\frac{c}{\lambda_0}, \quad \text{или} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A_{вых}}.$$

Делаем проверку единиц измерения:

$$\left[A_{вых}\right] = \left[h\frac{c}{\lambda} - eU_З\right] = \text{Дж}\cdot\text{с}\frac{\text{м}}{\text{с}\cdot\text{м}} - \text{Кл}\cdot\text{В} = \text{Дж},$$

$$\left[\lambda_0\right] = \left[\frac{hc}{A_{вых}}\right] = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}\cdot\text{м}}{\text{Дж}\cdot\text{с}} = \text{м}.$$

Расчет:

$$A_{вых} = h\frac{c}{\lambda} - eU_з = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} 3 \cdot 10^{8}}{0,413 \cdot 10^{-6}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \approx 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A_{вых}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{3,2 \cdot 10^{-19}} \approx 6,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Ответ: Работа выхода электронов из металла равна $A_{вых} = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж; а красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 6{,}2 \cdot 10^{-7}$ м.

Пример 8. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, $\lambda_m = 0{,}58$ мкм. Определить энергетическую светимость (излучательность) R_e поверхности тела.

Дано:

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$К^4)

$C_1 = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К

$\lambda_m = 0{,}58$ мкм $= 0{,}58 \cdot 10^{-6}$ м

$R_e = ?$

Решение:

Энергетическая светимость R_e абсолютно черного тела в соответствии с законом Стефана - Больцмана пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры и выражается формулой

$$R_e = \sigma T^4, \tag{5.15}$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана; T – термодинамическая температура.

Температуру T можно вычислить с помощью закона смещения Ви́на:

$$\lambda_{\max} = \frac{C_1}{T}, \tag{5.16}$$

где $\lambda_{\max}$ – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела; C_1 – постоянная закона смещения Ви́на.

Используя формулы (5.16) и (5.15), получим

$$R_e = \sigma\left(\frac{C_1}{\lambda_{\max}}\right)^4 .$$

Проверим единицы измерения:

$$\left[R_e\right] = \left[\sigma\left(\frac{C_1}{\lambda_{\max}}\right)^4\right] = \frac{\text{Вт}\cdot\text{м}^4\cdot\text{К}^4}{\text{м}^2\cdot\text{К}^4\cdot\text{м}^4} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} .$$

Произведем вычисления:

$$R_e = \sigma\left(\frac{C_1}{\lambda_{\max}}\right)^4 = 5,67\cdot 10^{-8}\left(\frac{2,9\cdot 10^{-3}}{0,58\cdot 10^{-6}}\right)^4 \approx 3,54\cdot 10^7\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} .$$

Ответ: энергетическая светимость поверхности абсолютно черного тела $R_e = 3{,}54\cdot 10^7$ Вт/м^2.

Пример 9. Вычислить для основного состояния (n = 1) атома водорода радиус круговой орбиты электрона и его скорость.

Дано:

$n = 1$

$|q_e| = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл

$q_я = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл

$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м

$m_e = 9{,}1\cdot 10^{-31}$ кг

$h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ Дж·с

r_n = ? V_n = ?

Решение:

Исходя из первого постулата Бора, определяем радиус круговой орбиты электрона:

$$mV_n r_n = n\,\frac{h}{2\pi},$$

откуда

$$r_n = \frac{nh}{2\pi m_e V_n}, \qquad (5.17)$$

где m_e – масса электрона; V_n – скорость движения электрона на n-ой орбите; n – порядковый номер орбиты; r_n – радиус орбиты электрона; h – постоянная Планка.

При движении электрона по орбите кулоновская сила взаимодействия электрона и ядра является центростремительной силой:

$$\frac{|q_e||q_я|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e V_n^2}{r_n},$$

откуда

$$r_n = \frac{|q_e||q_я|}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 m_e V_n^2}, \qquad (5.18)$$

где $|q_e| = |q_я| = q -$ заряд электрона или ядра атома водорода; $\varepsilon -$ относительная диэлектрическая проницаемость среды (для вакуума $\varepsilon = 1$); ε_0 – электрическая постоянная.

Из формул (5.17) и (5.18) следует

$$\frac{nh}{2\pi m_e V_n} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 m_e V_n^2},$$

тогда скорость электрона

$$V_n = \frac{q^2}{2nh\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Найденное значение скорости подставляем в уравнение (5.17) и определяем радиус орбиты

$$r_n = \frac{nh}{2\pi m_e V_n}.$$

Проверим единицы измерения:

$$[V_n] = \left[\frac{q^2}{2nh\varepsilon\varepsilon_0}\right] = \frac{\text{Кл}^2}{\text{Дж}\cdot\text{с}\cdot\frac{\text{Ф}}{\text{м}}} = \frac{\text{Кл}^2\cdot\text{м}\cdot\text{В}}{\text{Дж}\cdot\text{с}\cdot\text{Кл}} = \frac{\text{А}\cdot\text{с}\cdot\text{м}\cdot\text{В}}{\text{Дж}\cdot\text{с}} = \text{м/с};$$

$$[r_n] = \left[\frac{nh}{2\pi m_e V_n}\right] = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot\text{с}^2}{\text{с}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{м}} = \text{м}.$$

Подставляем числовые значения и делаем расчет ($\varepsilon = 1$):

$$V_n = \frac{q^2}{2nh\varepsilon_0} = \frac{\left(1,6\cdot10^{-19}\right)^2}{2\cdot1\cdot6,63\cdot10^{-34}\cdot8,85\cdot10^{-12}} \approx 2,18\cdot10^6 \text{ м/с};$$

$$r_n = \frac{nh}{2\pi m_e V_n} = \frac{1\cdot6,63\cdot10^{-34}}{2\cdot3,14\cdot9,1\cdot10^{-31}\cdot2,18\cdot10^6} \approx 5,3\cdot10^{-11} \text{ м}.$$

Ответ: электрон на первой орбите радиусом $r_1 = 5{,}3\cdot10^{-11}$ м имеет скорость $V_1 = 2{,}18\cdot10^6$ м/с.

Пример 10. Электрон в атоме водорода перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить энергию испущенного при этом фотона.

Дано:

$n = 2$

$k = 4$

$Z = 1$

$R = 1{,}1\cdot10^7$ м$^{-1}$

$c = 3\cdot10^8$ м/с

$h = 6{,}62\cdot10^{-34}$ Дж·с

$\varepsilon = ?$

Решение:

Для определения энергии фотона воспользуемся сериальной формулой для водородоподобных ионов:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right), \qquad (5.19)$$

где λ – длина волны фотона; R – постоянная Ридберга; Z – заряд ядра в относительных единицах (при $Z = 1$ формула переходит в сериальную формулу для водорода); n – номер орбиты, на которую перешел электрон; k – номер орбиты, с которой перешел электрон (n и k – главные квантовые числа).

Энергия фотона ε выражается формулой:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda},$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме.

Умножив обе части равенства (5.19) на hc, получим выражение для энергии фотона:

$$\varepsilon = RhcZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right).$$

Проверим единицы измерения:

$$\left[\varepsilon = RhcZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right)\right] = \frac{1}{\text{м}}\cdot\text{Дж}\cdot\text{с}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}} = \text{Дж}.$$

Выполним расчет:

$$\varepsilon = RhcZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right) = 1{,}1\cdot10^7 6{,}63\cdot10^{-34} 3\cdot10^8\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) \approx$$

$$\approx 4{,}1 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж} \approx 2{,}56\ \text{эВ}.$$

(1 эВ – внесистемная единица энергии, используемая в основном в атомной и ядерной физике, 1 эВ = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж).

Ответ: при переходе электрона в атоме водорода с четвертой орбиты на вторую испустился фотон с энергией $\varepsilon = 2{,}56$ эВ.

Пример 11. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U. Найти длину волны де Бройля электрона для двух случаев: 1) $U_1 = 51$ В; 2) $U_2 = 510$ кВ.

Дано:

$m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

$U_1 = 51$ В

$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

$U_2 = 510$ кВ $= 510 \cdot 10^3$ В

$\lambda_{Б1} = ?$ $\lambda_{Б2} = ?$

Решение:

Длина волны де Бройля для частицы зависит от ее импульса и определяется формулой

$$\lambda_Б = \frac{h}{p}, \tag{5.20}$$

где h – постоянная Планка.

Импульс частицы можно определить, если известна ее кинетическая энергия E_K. Связь импульса с кинетической энергией различна для нерелятивистского (когда кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя) и релятивистского случаев (когда кинетическая энергия сравнима с энергией покоя частицы).

В нерелятивистском случае

$$p = \sqrt{2m_0 E_K}, \tag{5.21}$$

где m_0 – масса покоя частицы.

В релятивистском случае

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{(2E_0 + E_K)E_K}, \tag{5.22}$$

где $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя частицы.

Формула (5.20) с учетом (5.21) и (5.22) запишется:

в нерелятивистском случае

$$\lambda_Б = \frac{h}{\sqrt{2m_0 E_K}}; \qquad (5.23)$$

в релятивистском случае

$$\lambda_Б = \frac{hc}{\sqrt{(2E_0 + E_k)E_K}}. \qquad (5.24)$$

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего заданные в условии задачи разности потенциалов $U_1 = 51$ В и $U_2 = 510$ кВ, с энергией покоя электрона и в зависимости от этого решим, какую формулу (5.23) или (5.24) следует применить для вычисления длины волны де Бройля.

Как известно, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U,

$$E_K = eU,$$

где e – заряд электрона ($|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл).

В первом случае

$$E_{K1} = eU_1 = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\text{ Кл} \cdot 51\text{ В} = 81{,}6 \cdot 10^{-19}\text{ Дж}.$$

В электрон-вольтах (1 эВ $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж), кинетическая энергия электрона будет равна

$$E_{K1} = 51\text{ эВ} = 0{,}51 \cdot 10^{-4}\text{ МэВ},$$

что много меньше энергии покоя электрона: $E_0 = m_0c^2 = 0{,}51$ МэВ (1 МэВ $= 10^6$ эВ). Следовательно, в этом случае можно применить формулу (5.23). Для упрощения расчетов заметим, что $E_{K1} = 10^{-4} m_0c^2$. Подставив это выражение в формулу (5.23), перепишем ее в виде

$$\lambda_{Б1} = \frac{h}{\sqrt{2m_0 10^{-4} m_0 c^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \frac{h}{m_0 c}.$$

Во втором случае кинетическая энергия

$$E_{K2} = eU_2 = 510\text{ кэВ} = 0{,}51\text{ МэВ},$$

то есть, равна энергии покоя электрона. В этом случае необходимо применять формулу (5.24). Учитывая, что $E_{K2} = m_0c^2$, по формуле (5.24) находим:

$$\lambda_{Б2} = \frac{hc}{\sqrt{\left(2m_0c^2 + m_0c^2\right)m_0c^2}} = \frac{h}{\sqrt{3}m_0c}.$$

Делаем проверку единиц измерения:

$$\left[\lambda_Б\right] = \left[\frac{10^2}{\sqrt{2}}\frac{h}{m_0c}\right] = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\text{кг}\cdot\dfrac{\text{м}}{\text{с}}} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2}\cdot\frac{\text{с}^2}{\text{кг}\cdot\text{м}} = \text{м}.$$

Расчет:

$$\lambda_{Б1} = \frac{10^2}{\sqrt{2}}\frac{h}{m_0c} = \frac{10^2\cdot 6,63\cdot 10^{-34}}{\sqrt{2}\cdot 9,1\cdot 10^{-31} 3\cdot 10^8} \approx 172\cdot 10^{-12}\ \text{м} = 172\ \text{пм};$$

$$\lambda_{Б2} = \frac{h}{\sqrt{3}\cdot m_0c} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}}{\sqrt{3}\cdot 9,1\cdot 10^{-31} 3\cdot 10^8} \approx 1,4\cdot 10^{-12}\,\text{м} = 1,4\ \text{пм}.$$

Ответ: при прохождении разности потенциалов U_1 и U_2 длины волн де Бройля для электрона соответственно равны 172 пм и 1,4 пм.

Пример 12. Определить начальную активность A_0 радиоактивного препарата магния $^{27}_{12}\text{Mg}$ массой 0,2 мкг, а также его активность A через 6 часов.

Дано:

m = 0,2 мкг = $0{,}2\cdot10^{-9}$ кг

t = 6 ч = 6·3600 с

$N_A = 6\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$

$T_{1/2}$ = 600 с

$\mu = 27\cdot10^{-3}$ кг/моль

A_0 = ? A = ?

Решение:

Активность A препарата определяет скорость радиоактивного распада и измеряется числом ядер, распадающихся в единицу времени,

$$A = -\frac{dN}{dt},$$

где dN – число ядер, распавшихся за время dt; знак минус означает, что активность препарата с течением времени убывает.

Закон радиоактивного распада в дифференциальной форме имеет вид:

$$-\frac{dN}{dt}=\lambda N,$$

где λ – постоянная радиоактивного распада.

В интегральной форме (для больших значений времени) получим:

$$N=N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 – число не распавшихся ядер в момент времени, принятый за начальный; e – основание натуральных логарифмов. Тогда активность

$$A=\lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Откуда следует, что начальная активность (при t = 0)

$$A_0=\lambda N_0. \qquad (5.25)$$

Следовательно, закон изменения активности по времени примет вид:

$$A=A_0 e^{-\lambda t}. \qquad (5.26)$$

За единицу измерения активности в системе СИ принят 1 распад в секунду (1 расп/с = 1 $с^{-1}$ = 1 Бк – Беккерель). На практике обычно активность измеряют во внесистемных единицах Кюри: 1 Ки = $3{,}7\cdot10^{10}$ Бк (1 Ки приблизительно соответствует активности 1 г радия ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}$).

Начальную активность определим по формуле (5.25). Входящая в эту формулу постоянная распада может быть выражена через период полураспада соотношением

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\frac{0{,}693}{T_{1/2}}.$$

Для ${}^{27}_{12}\mathrm{Mg}$ (см. табл. 16 в приложении 1) период полураспада $T_{1/2}$ = 10 мин = 600 с. Следовательно,

$$\lambda=\frac{0{,}693}{600}=1{,}155\cdot10^{-3}\,\text{с}^{-1}.$$

Число радиоактивных атомов N_0, содержащихся в массе препарата, равно произведению числа Авогадро N_A на число молей ν данного изотопа ($\nu = m/\mu$), где μ – молярная масса изотопа, то есть

$$N_0 = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A .$$

Итак, начальную активность A_0 можно представить в виде:

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{\lambda m N_A}{\mu} .$$

Проверим единицу измерения активности:

$$\left[A_0\right] = \left[\lambda \frac{m}{\mu} N_A\right] = \text{с}^{-1} \frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} \cdot \text{моль}^{-1} = \text{с}^{-1} .$$

Расчет:

$$A_0 = \lambda \frac{m}{\mu} N_A = 1{,}155 \cdot 10^{-3} \frac{0,2 \cdot 10^{-9}}{27 \cdot 10^{-3}} 6,02 \cdot 10^{23} = 5{,}15 \cdot 10^{12} c^{-1}$$

или $A_0 = 5{,}15 \cdot 10^{12}$ Бк.

В единицах Кюри

$$A_0 = \frac{5{,}15 \cdot 10^{12}}{3,7 \cdot 10^{10}} \approx 139 \text{ Ки.}$$

Значение активности изотопа магния $^{27}_{12}Mg$ через 6 часов (6 ч = $2{,}16 \cdot 10^4$ с) рассчитаем по формуле (5.26):

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = 5{,}15 \cdot 10^{12} \cdot e^{-1{,}155 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}16 \cdot 10^4} \approx 75,3 \text{ Бк.}$$

В единицах Кюри

$$A = \frac{75,3}{3,7 \cdot 10^{10}} \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ Ки.}$$

Ответ: начальная активность препарата 139 Ки, а через 6 часов уменьшится практически до нуля (в единицах Кюри) и составит примерно $2 \cdot 10^{-9}$ Ки.

Пример 13. Вычислить энергетический эффект ядерной реакции $^{4}_{2}\mathrm{He}+{}^{10}_{5}\mathrm{B}\rightarrow{}^{1}_{1}\mathrm{H}+{}^{13}_{6}\mathrm{C}$. Освобождается или поглощается энергия?

Дано:
m_{He}= 4,00260 а.е.м.
m_{B} = 10,01294 а.е.м.
m_{H} = 1,00783 а.е.м.
m_{C} = 13,10335 а.е.м.
c^2 = $9{\cdot}10^{16}$ м^2/с^2 = 931 МэВ/а.е.м.
Q = ?

Решение:

Энергетический эффект Q ядерной реакции определяется уравнением

$$Q=c^2\left(\sum m_{исх}-\sum m_{пол}\right). \qquad (5.27)$$

Здесь коэффициент пропорциональности c^2 удобней для расчетов выразить через внесистемные единицы:

$$c^2=\frac{\Delta E}{\Delta m}=9\cdot 10^{16}\ \text{Дж/кг}=931\ \text{МэВ}/\text{а.е.м.};$$

где $\Sigma m_{исх}$ и $\Sigma m_{пол}$ – суммы масс исходных ядер и полученных ядер – ядер продуктов реакции.

Для данной задачи уравнение (5.27) запишется в следующем виде:

$$Q=931\left[\left(m_{\mathrm{He}}+m_{\mathrm{B}}\right)-\left(m_{\mathrm{H}}+m_{\mathrm{C}}\right)\right]. \qquad (5.28)$$

При числовых подсчетах по этой формуле массы ядер заменяют массами нейтральных атомов. Возможность такой замены вытекает из следующих соображений.

Число электронов в электронной оболочке нейтрального атома равно его зарядовому числу Z. Сумма зарядовых чисел исходных ядер равна сумме зарядовых чисел ядер – продуктов реакции. Следовательно, электронные оболочки ядер гелия и бора содержат вместе столько же электронов, сколько их содержат электронные оболочки ядер углерода и водорода.

Очевидно, что при вычитании суммы масс нейтральных атомов углерода и водорода из сумм масс атомов гелия и бора массы электронов выпадут, и мы получим тот же результат, как если бы брали массы ядер. Подставив массы атомов в расчетную формулу, получим:

$$Q = 931\left[\left(4,0026 + 10,01294\right) - \left(1,00783 + 13,00335\right)\right] \approx 4,06 \text{ МэВ}.$$

Так как $Q > 0$, то реакция идет с выделением энергии.

Ответ: При совершении ядерной реакции выделится 4,06 МэВ энергии.

Пример 14. Определить порядковый номер и массовое число изотопа, который получается из ядер изотопа ${}^{233}_{91}\mathrm{Pa}$ в результате одного $\beta^{-}-$ и двух $\alpha-$превращений.

Решение:

$\beta^{-}-$частица – электрон (${}^{0}_{-1}e$), $\alpha-$частица – ядро атома гелия (${}^{4}_{2}\mathrm{He}$), тогда, используя законы сохранения массового числа и электрического заряда, запишем

$${}^{233}_{91}\mathrm{Pa} \to {}^{0}_{-1}e + 2\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{225}_{88}\mathrm{X}.$$

По таблице Менделеева определяем, что элемент X, стоящий под номером 88 – изотоп радия (${}^{225}_{88}\mathrm{Ra}$).

Ответ: после одного $\beta^{-}-$ превращения и двух $\alpha-$превращений изотоп протактиния Pa–233 превращается в изотоп радия Ra–225.

5.3. Задачи

Таблица вариантов к контрольной работе №5

Вариант	Номера задач									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1	501	511	521	531	541	551	561	571	581	591
2	502	512	522	532	542	552	562	572	582	592
3	503	513	523	533	543	553	563	573	583	593
4	504	514	524	534	544	554	564	574	584	594
5	505	515	525	535	545	555	565	575	585	595
6	506	516	526	536	546	556	566	576	586	596
7	507	517	527	537	547	557	567	577	587	597
8	508	518	528	538	548	558	568	578	588	598
9	509	519	529	539	549	559	569	579	589	599
10	510	520	530	540	550	560	570	580	590	600

Темы задач (для каждого варианта): в первой задаче – интерференция света; во второй – законы дифракции в параллельных пучках; в третьей – поляризация волн и вращение плоскости поляризации; в четвертой – внешний фотоэффект; в пятой – законы теплового излучения; в шестой – строение атома (постулаты Бора), закономерности линейчатых спектров; в седьмой – волны де Бройля; в восьмой – закономерности радиоактивного распада; в девятой – ядерные реакции, тепловой эффект ядерных реакций; в десятой – законы сохранения при ядерных реакциях, взаимное превращение частиц.

501. В опыте Юнга расстояние между щелями d = 0,7 мм, а расстояние от щелей до экрана L = 5 м. Определить: 1) положение второй темной полосы; 2) положение третьей темной полосы, если щели освещались монохроматическим светом с длиной волны λ = 0,6 мкм.

502. В опыте с зеркалами Френеля расстояние d между мнимыми изображениями источника света равно 0,5 мм, расстояние L от них до экрана равно 5 м, в желтом свете ширина интерференционных полос равна 6 мм. Определить длину волны желтого света.

503. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещают перпендикулярно этому лучу тонкую стеклянную пластинку (n = 1,6). При этом центральная светлая полоса смещается в положение, первоначально занимаемое четвертой светлой полосой. Длина волны монохроматического света $\lambda = 630$ нм. Определить толщину пластинки.

504. На тонкую прозрачную плоскопараллельную пластинку (n = 1,6) под углом 40^{o} падает белый свет. При какой наименьшей толщине пленки она в проходящем свете будет казаться красной ($\lambda = 700$ нм)?

505. Параллельный пучок монохроматического света (λ = 0,55 мкм) падает нормально на тонкую пленку, нанесенную на толстую стеклянную пластинку. Показатели преломления пленки и пластинки соответственно равны 1,46 и 1,54. Определить наименьшую толщину пленки, при которой отраженный свет будет максимально ослаблен.

506. На стеклянный клин (n = 1,6) с углом при вершине $\alpha = 2'$ падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 700$ нм. Угол падения равен 20^{o}. Определить расстояние между двумя соседними максимумами при наблюдении интерференционной картины в отраженном свете.

507. Найти радиус r центрального тёмного пятна колец Ньютона, если между линзой и пластинкой налит бензол (n = 1,5). Радиус кривизны линзы R = 1 м. Показатели преломления линзы и пластинки одинаковы. Наблюдение ведётся в отражённом монохроматическом свете ($\lambda = 589$ нм).

508. Зимой на стёклах трамвая и автобусов образуются тонкие плёнки наледи, окрашивающие всё видимое в них в зеленоватый цвет ($\lambda = 550$ нм). Оценить, какова наименьшая толщина этих плёнок (показатель преломления наледи n = 1,33).

509. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 450$ нм, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью с показателем преломления n = 1,48. Наблюдение ведется в проходящем свете. Определить радиус кривизны линзы, если радиус третьего светлого кольца равен 2,1 мм.

510. Определить длину волны света в опыте с интерферометром Майкельсона, если для смещения интерференционной картины на 500 полос зеркало пришлось переместить на расстояние L = 0,15 мм.

511. Посередине между экраном и точечным источником монохроматического света λ = 480 нм помещена диафрагма с круглым отверстием. Экран, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен на расстоянии 4,5 м от источника. Определить радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным.

512. На диафрагму с круглым отверстием радиусом r = 1,5 мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ = 0,5 мкм. Определить наибольшее расстояние между диафрагмой и экраном, при котором в центре дифракционной картины ещё будет наблюдаться темное пятно.

513. На экран с круглым отверстием радиусом r = 1,2 мм нормально падает пучок монохроматического света с длиной волны λ = 0,6 мкм. Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии 1 м от него. Определить: 1) число зон Френеля, укладывающихся в отверстие; 2) темное или светлое кольцо наблюдается в центре дифракционной картины, если в месте наблюдения помещен экран?

514. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет длиной волны λ = 600 нм. Решетка имеет 300 штрихов на миллиметр. Определить число дифракционных максимумов, возникающих в этом случае.

515. Пучок монохроматического света с длиной волны λ = 760 нм падает нормально на узкую щель, давая первый дифракционный минимум под углом 14°30′. Определить ширину щели.

516. На дифракционную решетку, имеющую 500 штрихов на сантиметр, нормально падает параллельный пучок белого света. Определить разность углов отклонения между началом спектра второго порядка и концом спектра первого порядка, используя значения длин волн соответствующие красному и фиолетовому цветам: $\lambda_{кр} = 0{,}76$ мкм и $\lambda_ф = 0{,}4$ мкм.

517. Свет от разрядной трубки, наполненной водородом, нормально падает на дифракционную решетку, имеющую 200 штрихов на миллиметр. Под каким наименьшим углом к первоначальному направлению световых лучей надо установить зрительную трубу гониометра, чтобы в поле зрения совместились линии, соответствующие длинам волн 656 нм и 410 нм?

518. Пучок белого света с длинами волн в интервале от 0,4 до 0,76 мкм падает нормально на дифракционную решетку. В спектре третьего порядка ($k = 3$) под углом φ наблюдается линия, соответствующая длине волны $\lambda = 0{,}48$ мкм. Будут ли видны под этим же углом ещё какие-нибудь спектральные линии?

519. Параллельный пучок рентгеновских лучей, которым соответствует длина волны $\lambda = 0{,}15$ нм, падает на грань кристалла каменной соли. Определить расстояние между атомными плоскостями кристалла, если дифракционный максимум второго порядка наблюдается при угле скольжения падающих лучей равном 30°.

520. Дифракционная решетка с периодом $d = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ мм имеет ширину $l = 5$ мм. Определить её наибольшую разрешающую способность для желтой линии натрия с $\lambda = 589{,}6$ нм.

521. Определить скорость света в алмазе, если угол полной поляризации при отражении света от поверхности алмаза $67^{\circ}37'$.

522. Определить степень поляризации светового луча, если известно, что минимальная интенсивность света, соответствующего двум взаимно перпендикулярным направлениям световых колебаний в луче, составляет 20% от максимальной интенсивности.

523. Пучок естественного света падает на стекло с показателем преломления $n = 1{,}64$. Определить угол преломления, при котором отраженный от стекла пучок света полностью поляризован.

524. Определить, во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего через поляризатор и анализатор, расположенные так, что угол между их главными плоскостями $\alpha = 35^{\circ}$ и в каждом из них теряется 5% интенсивности падающего на них света.

525. Плоскополяризованный свет, длина волны которого в вакууме $\lambda = 589$ нм, падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно его оптической оси. Показатели преломления этого кристалла для обыкновенного и необыкновенного лучей равны, соответственно, $n_0 = 1{,}658$ и $n_e = 1{,}468$. Определить длины волн в исландском шпате для обыкновенного и необыкновенного лучей.

526. Пластинка кварца толщиной 2 мм (удельное вращение кварца 15 град/мм), вырезанная перпендикулярно оси, помещена между двумя николями, плоскости пропускания которых параллельны. Пренебрегая потерями света в николях, определить, во сколько раз уменьшится интенсивность света, прошедшего через эту систему.

527. Определить удельное вращение сахарозы в соке сахарного тростника, если угол поворота плоскости колебаний поляризованного света составил 17° при длине трубки с раствором, равной 10 см. Концентрация раствора 0,25 г/см^3.

528. Зеленый свет был максимально ослаблен при прохождении через два скрещенных николя. Какой толщины пластинку из кварца надо поместить между николями, чтобы поле зрения стало максимально светлым, если удельное вращение кварца для зеленого света равно 463 рад/м?

529. Определить, под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы лучи, отраженные от поверхности озера ($n = 1{,}33$), были полностью поляризованы. Чему равен угол преломления лучей?

530. На сколько процентов уменьшится интенсивность света после прохождения через призму Николя, если потери света составляют 15%?

531. На поверхность серебряной пластинки падают ультрафиолетовые лучи ($\lambda = 0{,}3$ мкм). Работа выхода электронов из серебра 4,7 эВ. Будет ли иметь место фотоэффект?

532. Определить красную границу фотоэффекта для платины и цезия.

533. Определить длину волны света, который, будучи направлен на поверхность никеля, обеспечит фотоэлектронам скорость $3 \cdot 10^8$ см/с.

534. При фотоэффекте с поверхности платины величина задерживающего потенциала оказалась равной 0,8 В. Вычислить длину волны используемого света.

535. Цинковую пластинку освещают ультрафиолетовым светом длиной волны $\lambda = 30$ нм. Определить, на какое максимальное расстояние s от пластинки может удалиться фотоэлектрон, если вне пластины имеется задерживающее однородное электрическое поле напряженностью $E = 10$ В/см.

536. Задерживающее напряжение для платиновой пластинки составляет 3,7 В. При тех же условиях для другой пластинки задерживающее напряжение равной 5,3 В. Определить работу выхода электронов из этой пластинки.

537. Фотоны, энергия которых $\varepsilon = 5{,}5$ эВ, вырывают фотоэлектроны из металла с работой выхода $A_{вых} = 7{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж. Определить максимальный импульс p_{max}, передаваемый поверхности этого металла при вылете электрона.

538. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта равна $\lambda_0 = 650$ нм и кинетическая энергия фотоэлектрона $E_к = 4$ эВ?

539. Определить, во сколько раз максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов, вырываемых с поверхности цезия монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 155$ нм, превосходит среднюю энергию теплового движения электронов при 30°С.

540. На поверхность металла падает излучение с длинной волны 310 нм. Фототок прекращается при некотором задерживающем потенциале. При увеличении длины волны на 77,5 нм задерживающее напряжение пришлось уменьшить на 0,8 В, определить по этим данным постоянную Планка.

541. Длина волны, соответствующая максимуму излучения, равна для Солнца 0,47 мкм, для Полярной звезды 0,35 мкм и для Сириуса 0,29 мкм. Определить температуры поверхностей этих звезд.

542. Смотровое окно плавильной печи имеет площадь 6 см^2. Какое количество лучистой энергии уйдет из печи через это окно за 1 мин, если температура печи 1000 К?

543. Определить полную лучеиспускательную способность Земли и длину волны, соответствующую максимуму её излучения. Считать Землю абсолютно черным телом с температурой поверхности 7°С.

544. Считая Солнце абсолютно черным телом, определить, сколько энергии оно излучает за время t = 1 с. Температура солнечной поверхности T = 6000 К, радиус Солнца $r_C = 6{,}95 \cdot 10^8$ м.

545. Определить, во сколько раз необходимо уменьшить термодинамическую температуру абсолютно черного тела, чтобы его энергетическая светимость R_e ослабилась в 81 раз.

546. Определить, во сколько раз изменится мощность излучения абсолютно черного тела, если длина волны, соответствующая максимуму его спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с $\lambda_{\max 1}$ = 600 нм до $\lambda_{\max 2}$ = 400 нм.

547. Температура абсолютно черного тела T_1 = 4 кК. При остывании тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda$ = 6 мкм. Определить температуру T_2, до которой охладилось тело.

548. Считая никель абсолютно черным телом, определить мощность, необходимую для поддержания температуры расплавленного никеля T = 1453 °С неизменной, если площадь его поверхности S = 0,5 см^2. Потерями энергии пренебречь.

549. Отношение энергетической светимости R_T^c серого тела к энергетической светимости R_e абсолютно черного тела равно A_T. Вывести связь между истинной и радиационной температурами.

550. В результате нагревания абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с $\lambda_1 = 3{,}6$ мкм до $\lambda_2 = 0{,}9$ мкм. Определить, во сколько раз увеличилась: 1) энергетическая светимость тела; 2) максимальная спектральная плотность энергетической светимости тела.

551. Пользуясь теорией Бора, вычислить импульс электрона на второй стационарной орбите атома водорода.

552. Пользуясь теорией Бора, вычислить угловую скорость ω и период обращения T электрона на третьей стационарной орбите атома водорода.

553. Во сколько раз энергия фотона, соответствующая пятой линии серии Лаймана, больше энергии фотона, соответствующего пятой линии серии Бальмера?

554. Вычислить суммарную энергию четырех фотонов, соответствующих четырем линиям видимой части спектральной серии Бальмера.

555. Определить частотный интервал между первой линией серии Лаймана и коротковолновой границей серии Бальмера.

556. Определить интервал длин волн между коротковолновой границей серии Пашена и первой линией серии Бальмера.

557. Ион бериллия (Be^{+++}) излучает квант энергии в результате перехода электрона с четвертой орбиты на вторую. Определить длину волны излучения. Попадает ли соответствующая линия в видимую часть спектра?

558. Возбужденный ион гелия (He^{+}) испускает световой квант при переходе электрона с четвертой орбиты на вторую. Какому переходу электрона в атоме водорода это соответствует?

559. Какую энергию получил невозбужденный ион бериллия (Be^{+++}), если его электрон перешел с первого энергетического уровня на третий.

560. Пользуясь теорией Бора, определить для однократно ионизованного иона гелия (He^{+}) потенциал ионизации и первый потенциал возбуждения.

561. Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U = 20 В.

562. Определить длину волны де Бройля для электрона, находящегося в атоме водорода на пятой боровской орбите.

563. Определить длину волны де Бройля для нейтрона, движущегося со средней квадратичной скоростью при температуре T = 300 К.

564. α–частица движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 30 мТл по окружности радиусом R = 2,0 м. Определить длину волны де Бройля для α–частицы.

565. Определить температуру, при которой средняя энергия молекул двухатомного идеального газа равна энергии фотонов, соответствующих излучению с λ = 600 нм.

566. Определить, при каком значении кинетической энергии электрона длина волны де Бройля равна его комптоновской длине волны.

567. Определить, при каком значении скорости длина волны для протона равна его комптоновской длине волны.

568. Определить длину волны де Бройля, если кинетическая энергия электрона равна: 1) 2 кэВ; 2) 0,7 МэВ.

569. Частица движется слева направо в одномерном потенциальном поле (рис. 5.6). Левее барьера, высота которого U = 10 эВ, кинетическая энергия частицы E_K = 30 эВ. Во сколько раз и как изменится дебройлевская длина волны частицы при переходе через барьер?

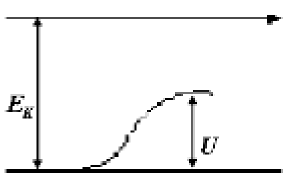

Рис. 5.6

570. Протон движется по окружности радиусом R =10 мм в однородном магнитном поле, напряженность которого $H = 20$ кА/м. Найти длину волны де Бройля для протона.

571. Определить, какая часть начального количества ядер радиоактивного изотопа распадается за время t, равное трем периодам полураспада.

572. Определить период полураспада радиоактивного изотопа, если 5/7 начального количества ядер этого изотопа распалось за время $t = 750$ с.

573. Период полураспада радиоактивного изотопа фосфора ${}^{32}_{15}\mathrm{P}$ составляет 14,3 суток. Определить время, за которое распадется 2/3 начального количества ядер фосфора.

574. Первоначальная масса радиоактивного изотопа натрия ${}^{24}_{11}\mathrm{Na}$ равна 5 г. Период полураспада ${}^{24}_{11}\mathrm{Na}$ – 14,8 часа. Определить активность изотопа через 5 часов.

575. Какая доля начального количества радиоактивного изотопа распадается за время, равное средней продолжительности жизни этого изотопа?

576. Кинетическая энергия α–частицы, испускаемой изотопом радона ${}^{222}_{86}\mathrm{Rn}$, $E_K = 5{,}5$ МэВ. Определить ее скорость.

577. В центре изолированного металлического шара с радиусом 20 см находится источник β–излучения, имеющий активность 1 мКи. До какого потенциала зарядится шар через 20 с, если все β–излучение поглощается шаром?

578. За $t = 8$ ч начальное количество радиоактивного изотопа уменьшилось в 3 раза. Во сколько раз оно уменьшится за сутки, считая от начального момента времени?

579. Радиоактивный изотоп йода ${}^{131}_{53}\mathrm{I}$ имеет период полураспада 8 суток. Определить постоянную распада λ этого изотопа, среднее время жизни τ его атома и активность A данного изотопа.

580. Начальная активность 1 г изотопа радия ${}^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ равна 1 Ки. Определить период полураспада этого изотопа.

581. Вычислить дефект массы, полную и удельную энергию связи ядра изотопа гелия ${}_{2}^{3}\mathrm{He}$.

582. Вычислить дефект массы, полную и удельную энергию связи ядра изотопа кислорода ${}_{8}^{16}\mathrm{O}$.

583. Вычислить энергетический эффект Q реакции ${}_{3}^{7}\mathrm{Li}+{}_{2}^{4}\mathrm{He}\rightarrow{}_{5}^{10}\mathrm{B}+{}_{0}^{1}n$.

584. Вычислить энергетический эффект Q реакции ${}_{1}^{2}\mathrm{H}+{}_{1}^{3}\mathrm{H}\rightarrow{}_{2}^{4}\mathrm{He}+{}_{0}^{1}n$. Освобождается или поглощается эта энергия?

585. Ядерная реакция протекает по уравнению ${}_{3}^{7}\mathrm{Li}+{}_{1}^{1}\mathrm{H}\rightarrow{}_{2}^{4}\mathrm{He}+{}_{2}^{4}\mathrm{He}$. Вычислить энергетический эффект Q реакции. Освобождается или поглощается эта энергия и в каком количестве?

586. Вычислить энергетический эффект Q реакции ${}_{3}^{7}\mathrm{Li}+{}_{1}^{1}\mathrm{H}\rightarrow{}_{4}^{7}\mathrm{Be}+{}_{0}^{1}n$. Освобождается или поглощается эта энергия?

587. Определить удельную энергию связи для ядра ${}_{8}^{17}\mathrm{O}$.

588. Найти энергию реакции ${}_{5}^{10}\mathrm{B}+{}_{0}^{1}n\rightarrow{}_{3}^{7}\mathrm{Li}+{}_{2}^{4}\mathrm{He}$, протекающей в результате взаимодействия медленных нейтронов с покоящимися ядрами бора.

589. Вычислить энергетический эффект Q реакции ${}_{4}^{9}\mathrm{Be}+{}_{1}^{1}\mathrm{H}\rightarrow{}_{2}^{4}\mathrm{He}+{}_{3}^{6}\mathrm{Li}$.

590. Определить энергию реакции ${}_{1}^{2}\mathrm{H}+{}_{1}^{2}\mathrm{H}\rightarrow{}_{2}^{4}\mathrm{He}$. Освобождается или поглощается эта энергия?

591. Радиоактивное атомное ядро, состоящее из одного протона и двух нейтронов, выбросило β^{-}– частицу. Какое ядро образовалось в результате β^{-}– распада данного ядра?

592. Электрон и позитрон, имевшие одинаковые кинетические энергии E_K = 0,51 МэВ, при взаимодействии превратились в два одинаковых фотона. Определить энергию ε каждого фотона и соответствующую ему длину волны λ.

593. Фотон с энергией ε=1,53 МэВ превратился в пару электрон-позитрон. Принимая, что кинетическая энергия частиц одинакова, определить кинетическую энергию каждой частицы.

594. В какие элементы превращаются $^{8}_{3}\mathrm{Li}$ и $^{10}_{4}\mathrm{Be}$ после одного $\alpha-$ распада и одного $\beta^{-}-$ распада?

595. В какой элемент превращается изотоп урана $^{238}_{92}\mathrm{U}$ после трех α–распадов и двух β^{-}–превращений? Написать и объяснить реакции превращения.

596. Ядро $^{238}_{92}\mathrm{U}$, захватывая быстрый нейтрон, превращается в радиоактивный изотоп урана, который в результате двух β^{-}–превращений образует новый элемент. Определить название, массовое и зарядовое число нового элемента. Написать и объяснить реакции превращения.

597. В какой элемент превращается изотоп висмута $^{213}_{83}\mathrm{Bi}$ после одного α–распада и двух β^{-}–распадов? Написать и объяснить реакции распада.

598. Ядро атома состоит из одного протона и одного нейтрона. Энергия связи ядра $E_{св}$ = 2,18 МэВ. Определить массу ядра, а также массу нейтрального атома, имеющего такое ядро.

599. Нейтральный π–мезон (π^0), распадаясь, превращается в два одинаковых γ–фотона. Определить энергию фотона (кинетической энергией и импульсом мезона можно пренебречь).

600. Напишите ядерную реакцию и определите неизвестный элемент, образующийся при бомбардировке ядер изотопа алюминия $^{27}_{13}\mathrm{Al}$ α–частицами, если известно, что при этом вылетает нейтрон.

Приложение 1

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Таблица 1

Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая величина	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	9,81 м/с^2
Гравитационная постоянная	γ	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Постоянная Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд	e	$1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана - Больцмана	σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная первого закона смещения Вина	C_1	$2{,}90\cdot10^{-3}$ м·К
Постоянная второго закона смещения Вина	C_2	$1{,}30\cdot10^{-5}$ Вт/(м^3·К^5)
Постоянная Планка	h $\hbar$	$6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с $1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга	R	$1{,}10\cdot10^{7}$ м$^{-1}$
Комптоновская длина волны: электрона протона	Λ	$2{,}43\cdot10^{-12}$ м $1{,}32\cdot10^{-15}$ м
Атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}660\cdot10^{-27}$ кг
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

Таблица 2

Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6{,}37\cdot10^{6}$ м
Масса Земли	$5{,}98\cdot10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95\cdot10^{8}$ м
Масса Солнца	$1{,}98\cdot10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74\cdot10^{6}$ м
Масса Луны	$7{,}33\cdot10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49\cdot10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84\cdot10^{8}$ м

Таблица 3

Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м^3	Твердое тело	Плотность, кг/м^3
Алюминий	$2{,}70\cdot10^{3}$	Железо	$7{,}88\cdot10^{3}$
Барий	$3{,}50\cdot10^{3}$	Литий	$0{,}53\cdot10^{3}$
Ванадий	$6{,}02\cdot10^{3}$	Медь	$8{,}93\cdot10^{3}$
Висмут	$9{,}80\cdot10^{3}$	Никель	$8{,}90\cdot10^{3}$
Свинец	$11{,}3\cdot10^{3}$	Цезий	$1{,}90\cdot10^{3}$
Серебро	$10{,}5\cdot10^{3}$	Цинк	$7{,}15\cdot10^{3}$

Таблица 4

Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Жидкость	Плотность, кг/м^3
Вода (при 4 ^{o}C)	$1{,}0\cdot10^{3}$	Ртуть	$13{,}6\cdot10^{3}$
Глицерин	$1{,}26\cdot10^{3}$	Спирт	$0{,}8\cdot10^{3}$

Таблица 5

Плотность газов при нормальных условиях:
T = 273 К (0 °С), $p = 1{,}013 \cdot 10^5$ Па (760 мм рт ст)

Газ	Плотность, кг/м^3	Газ	Плотность, кг/м^3
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

Таблица 6

Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей при 20 °С

Жидкость	Коэффициент, Н/м	Жидкость	Коэффициент, Н/м
Вода	$72{,}5 \cdot 10^{-3}$	Ртуть	$472 \cdot 10^{-3}$
Мыльная пена	$40 \cdot 10^{-3}$	Спирт	$22 \cdot 10^{-3}$

Таблица 7

Эффективный диаметр молекул при 20 °С

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1{,}9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2{,}3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2{,}7 \cdot 10^{-10}$

Таблица 8

Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницае-мость	Вещество	Проницае-мость
Вода	81	Парафин	2,0
Масло трансформа-торное	2,2	Стекло	7,0
Слюда	7,0	Фарфор	5,0
Воск	7,8	Керосин	2,0
Глицерин	42,4	Эбонит	3
Кварц	4	Текстолит	8

Таблица 9

Удельное электрическое сопротивление металлов при 20 °C

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Железо	$9{,}8\cdot10^{-8}$	Нихром	$1{,}12\cdot10^{-6}$
Медь	$1{,}72\cdot10^{-8}$	Серебро	$1{,}6\cdot10^{-8}$
Алюминий	$2{,}7\cdot10^{-8}$	Вольфрам	$5{,}5\cdot10^{-8}$
Цинк	$5{,}9\cdot10^{-8}$	Никель	$8{,}7\cdot10^{-8}$
Золото	$2{,}2\cdot10^{-8}$	Олово	$1{,}2\cdot10^{-6}$

Таблица 10

Энергия ионизации

Вещество	E_i, Дж	E_i, эВ
Водород	$2{,}18\cdot10^{-18}$	13,6
Гелий	$3{,}94\cdot10^{-18}$	24,6
Литий	$1{,}21\cdot10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1{,}66\cdot10^{-18}$	10,4

Таблица 11

Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,5
Этиловый спирт	1,36	Скипидар	1,47
Каменная соль	1,54	Кварцевое стекло	1,46
Бензол	1,50	Анилин	1,59

Таблица 12

Работа выхода электронов

Металл	$A_{вых}$, Дж	$A_{вых}$, эВ
Калий	$3{,}5\cdot10^{-19}$	2,2
Литий	$3{,}7\cdot10^{-19}$	2,3
Натрий	$4{,}0\cdot10^{-19}$	2,5
Платина	$10{,}1\cdot10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3{,}4\cdot10^{-19}$	2,1
Серебро	$7{,}5\cdot10^{-19}$	4,7
Цезий	$3{,}2\cdot10^{-19}$	2,0
Цинк	$6{,}4\cdot10^{-19}$	4,0

Таблица 13

Относительные атомные массы (округленные значения) A_r и порядковые номера Z некоторых элементов

Элемент	Символ	A_r	Z	Элемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелий	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	U	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

Таблица 14

Массы атомов легких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.	Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
Нейтрон	${}^{1}_{0}n$	1,00867	Бериллий	${}^{7}_{4}\mathrm{Be}$ ${}^{9}_{4}\mathrm{Be}$	7,01693 9,01219
Водород	${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$ ${}^{3}_{1}\mathrm{H}$	1,00783 2,01410 3,01605	Бор	${}^{10}_{5}\mathrm{B}$ ${}^{11}_{5}\mathrm{B}$	10,0129 11,00930
Гелий	${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$	3,01603 4,00260	Углерод	${}^{12}_{6}\mathrm{C}$ ${}^{13}_{6}\mathrm{C}$ ${}^{14}_{6}\mathrm{C}$	12,00000 13,00335 14,00324
Литий	${}^{6}_{3}\mathrm{Li}$ ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$	6,01513 7,01601	Азот	${}^{13}_{7}\mathrm{N}$ ${}^{14}_{7}\mathrm{N}$	13,00574 14,00307
			Кислород	${}^{16}_{8}\mathrm{O}$ ${}^{17}_{8}\mathrm{O}$	15,99491 16,99913

Таблица 15

Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_0		E_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9{,}11\cdot10^{-31}$	0,00055	$8{,}16\cdot10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}672\cdot10^{-27}$	1,00728	$1{,}50\cdot10^{-10}$	938
Нейтрон	$1{,}675\cdot10^{-27}$	1,00867	$1{,}51\cdot10^{-10}$	939
Дейтрон	$3{,}35\cdot10^{-27}$	2,01355	$3{,}00\cdot10^{-10}$	1876
α–частица	$6{,}64\cdot10^{-27}$	4,00149	$5{,}96\cdot10^{-10}$	3733
Нейтральный π - мезон	$2{,}41\cdot10^{-28}$	0,14498	$2{,}16\cdot10^{-11}$	135

Таблица 16

Периоды полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	Символ	Тип распада	Период полураспада
Актиний	$^{225}_{89}Ac$	α	10 сут
Висмут	$^{210}_{83}Bi$	β^-	5 сут
Висмут	$^{214}_{83}Bi$	β^-	19,9 мин
Иод	$^{131}_{53}I$	β^-, γ	8 сут
Иридий	$^{192}_{77}Ir$	β^-, γ	75 сут
Кальций	$^{45}_{20}Ca$		164 сут
Кобальт	$^{60}_{27}Co$	β^-, γ	5,3 года
Магний	$^{27}_{12}Mg$	β^-	10 мин
Натрий	$^{22}_{11}Na$	γ	2,6 года
Полоний	$^{210}_{84}Po$	α	138 сут
Полоний	$^{214}_{84}Po$	α	$1{,}64 \cdot 10^{-3}$ с
Полоний	$^{218}_{84}Po$	α	3,05 мин
Радий	$^{219}_{88}Ra$	α	10^{-3} с
Радий	$^{226}_{88}Ra$	α, γ	1600 лет
Радон	$^{222}_{86}Rn$	α	3,8 сут
Свинец	$^{210}_{82}Pb$	β^-	22,3 года
Стронций	$^{90}_{38}Sr$	β^-	28 лет
Торий	$^{229}_{90}Th$	α, γ	$7 \cdot 10^{3}$ лет
Уран	$^{235}_{92}U$	α, γ	$7{,}1 \cdot 10^{8}$ лет
Уран	$^{238}_{92}U$	α, γ	$4{,}5 \cdot 10^{9}$ лет
Фосфор	$^{32}_{15}P$	β^-	14,3 сут
Церий	$^{144}_{58}Ce$		285 сут

Приложение 2

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНАМ

Механика

1. Кинематика поступательного движения: материальная точка, траектория, путь, вектор перемещения, скорость, ускорение.

2. Кинематика вращательного движения: угловая скорость, угловое ускорение. Связь между линейными и угловыми величинами.

3. Нормальное, тангенциальное и полное ускорения.

4. Масса тела. Сила. Законы Ньютона.

5. Импульс тела, импульс силы. Закон сохранения импульса.

6. Работа и мощность механической силы. Кинетическая энергия.

7. Поле сил. Консервативные и диссипативные силы и системы. Потенциальная энергия.

8. Классификация сил. Виды трения. Силы трения.

9. Виды деформации. Упругие силы. Закон Гука.

10. Закон сохранения полной энергии в механике.

11. Гравитационные силы. Закон всемирного тяготения. Космические скорости.

12. Момент силы, момент инерции и момент импульса. Основной закон динамики вращательного движения.

13. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия тела при вращательном движении.

14. Работа сил при вращательном движении.

Механические колебания

15. Основные характеристики колебательного движения: частота, фаза, период и амплитуда. Уравнение гармонического осциллятора.

16. Скорость, ускорение и энергия частицы, совершающей гармонические колебания.

17. Сложение двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты. Биение.

18. Сложение двух взаимно-перпендикулярных колебаний одинаковой частоты. Фигуры Лиссажу.

19. Пружинный маятник. Период колебания пружинного маятника.

20. Физический и математический маятники. Периоды их колебаний. Приведенная длина физического маятника.

21. Затухающие колебания. Логарифмический декремент затухания. Добротность системы. Апериодические колебания.

22. Вынужденные колебания. Амплитуда и фаза при вынужденных колебаниях. Резонанс и его роль в технике.

23. Параметрические колебания.

Волны

24. Продольные и поперечные волны. Длина волны. Уравнение бегущей плоской волны.

25. Фазовая и групповая скорости. Скорость распространения упругих волн в твердом теле.

26. Энергия упругой волны.

27. Интерференция волн. Стоячие волны.

28. Звук, высота звука, тон звука. Скорость звука в газах. Интенсивность звука. Ультразвук и его применение.

29. Звуковой эффект Доплера.

Молекулярно-кинетическая теория

30. Два метода исследования свойств системы: термодинамический и молекулярно-кинетический процессы, состояние системы.

31. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов. Давление идеального газа.

32. Молекулярно-кинетическая теория температуры.

33. Уравнение состояния идеального газа. Физический смысл универсальной газовой постоянной.

34. Газовые законы и их графики.

35. Число степеней свободы. Теорема о равнораспределении энергии. Внутренняя энергия идеального газа.

36. Распределение Максвелла. Опыт Штерна.

37. Распределение Больцмана. Барометрическая формула.

38. Явление переноса. Число столкновений. Эффективное сечение, средняя длина свободного пробега.

39. Теплопроводность газов. Коэффициент теплопроводности.

40. Диффузия газов. Коэффициент диффузии.

41. Вязкость (внутреннее трение). Коэффициент вязкости.

42. Ламинарное и турбулентное течение. Течение жидкости в круглой трубке.

Термодинамика

43. Количество теплоты. I-й закон термодинамики.

44. Применение первого закона термодинамики к изотермическому процессу.

45. Применение первого закона термодинамики к изобарическому процессу.

46. Применение первого закона термодинамики к изохорическому процессу.

47. Адиабатный процесс. Уравнение Пуассона.

48. Теплоемкость вещества. МКТ теплоемкости идеального газа.

49. Обратимые и необратимые процессы. Круговые процессы. Принцип работы тепловой и холодильной машин.

50. Цикл Карно. КПД цикла Карно. Теорема Карно.

51. II-й закон термодинамики.

52. Энтропия и ее физический смысл.

53. Неравенство Клаузиуса.

54. Реальные газы. Изотермы реального газа. Уравнение Ван-дер-Ваальса.

55. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса. Кривая фазового равновесия. Тройная точка.

56. Жидкости. Поверхностное натяжение, поверхностная сила. Явление смачивания.

57. Твердые тела. Симметрия твердого тела. Теплоемкость твердого тела. Теория теплоемкости твердого тела Дебая и Эйнштейна.

Электростатика

58. Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Дискретность заряда.

59. Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Силовые линии электрического поля. Электрический диполь.

60. Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса.

61. Применение теоремы Гаусса для расчета напряженностей электрических полей: напряженность заряженной бесконечной плоскости, сферы и бесконечно длинной нити.

62. Работа электростатического поля. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.

63. Потенциал и разность потенциалов. Поле диполя.

64. Расчет потенциала и разности потенциалов для заряженной сферы, для плоского, сферического и цилиндрического конденсаторов.

65. Связь потенциала с напряженностью электростатического поля. Эквипотенциальные поверхности и их свойства.

66. Проводники в электрическом поле. Электрическая защита. Граничные условия.

67. Электрический диполь в электростатическом поле.

Электрическое поле в веществе

68. Диэлектрики. Свободные и связанные заряды. Поляризация диэлектрика. Вектор $\vec{P}$ поляризации.

69. Электронная, ориентационная, ионная поляризация.

70. Объемные и поверхностные связанные заряды. Поле внутри диэлектрика.

71. Энергия диполя во внешнем электростатическом поле.

72. Основные уравнения электростатики. Электрическое смещение.

73. Граничные условия на границе раздела ”диэлектрик-диэлектрик” и “проводник-диэлектрик”.

74. Сегнетоэлектрики и их свойства.

75. Пьезоэффект и его применение. Электреты.

76. Электроемкость проводников и конденсаторов. Соединение конденсаторов.

77. Энергия взаимодействия электрических зарядов. Энергия заряженных проводников и конденсаторов.

78. Плотность энергии электростатического поля. Зарядка конденсатора.

Постоянный электрический ток

79. Электрический ток. Условия существования тока. Сила и плотность тока.

80. Уравнения непрерывности тока.

81. Закон Ома для однородной цепи в интегральной и дифференциальной формах.

82. Сопротивление проводника. Соединение проводников. Сверхпроводники и их свойства.

83. Разность потенциалов. ЭДС и напряжение. Закон Ома для неоднородного участка цепи и для замкнутой цепи.

84. Законы Кирхгофа.

85. Работа сил тока. Мощность тока. КПД источника тока. Закон Джоуля – Ленца.

86. Классическая электронная теория металлов. Объяснение законов Ома, Джоуля−Ленца, Видемана−Франца.

87. Затруднения классической электронной теории.

88. Расчет проводимости конденсаторов.

89. Электрический ток в газах и в жидкостях. Законы Фарадея при электролизе.

90. Ионизация газов. Несамостоятельный и самостоятельный газовый разряд.

91. Плазма и ее свойства.

Магнитное поле в вакууме

92. Магнитное поле токов. Вектор магнитной индукции.

93. Закон Био-Савара-Лапласа. Поле прямолинейного тока проводника конечной и бесконечной длины.

94. Поле кругового тока.

95. Сила Ампера. Сила Лоренца.

96. Движение заряженной частицы в электрических и магнитных полях.

97. Магнитный момент кругового тока. Рамка стоком в магнитном поле.

98. Магнитный поток. Работа проводника с током в магнитном поле.

99. Основное уравнение магнитостатики в вакууме.

100. Поле соленоида и тороида.

101. Магнетрон, циклотрон.

102. Эффект Холла.

Магнитное поле в веществе

103. Молекулярные токи. Намагниченность.

104. Напряженность магнитного поля.

105. Основные уравнения магнитостатики в веществе.

106. Граничные условия магнитостатики.

107. Применение уравнения магнитостатики.

108. Типы магнетиков и их свойства.

109. Теория диа– и парамагнетизма.

110. Гиромагнитное соотношение. Опыты Борнета и Эйнштейна – де Гааза.

111. Теория ферромагнетизма.

112. Кривая намагничивания.

Электромагнитные явления

113. Явление электромагнитной индукции. Правило Ленца.

114. Вывод уравнения Фарадея-Максвелла для ЭДС.

115. Самоиндукция .Индуктивность.

116. Токи Фуко и их применение.

117. Токи при размыкании и замыкании цепи.

118. Энергия магнитного поля.

119. Токи смещения.

120. Вихревое электрическое поле.

121. Уравнения Максвелла и их физический смысл.

122. Шкала электромагнитных волн. Энергия электромагнитного поля. Вектор Умова-Пойнтинга.

123. Свободные электрические колебания. Колебательный контур. Формула Томсона.

124. Затухающие электрические колебания. Добротность. Время релаксации.

125. Вынужденные электрические колебания. Резонанс.

126. Закон Ома для переменного тока. Импеданс. Генератор переменного тока.

Волновая оптика

127. Интерференция световых волн. Условия минимума и максимума интерференции.

128. Интерференция от когерентных источников. Оптический путь. Оптическая разность хода волн.

129. Способы получения интерференции: бизеркало и бипризма Френеля; опыт Юнга; билинза Бийе; зеркало Ллойда.

130. Интерференция от тонких пластин.

131. Полосы равного наклона и равной толщины. Кольца Ньютона.

132. Применение интерференции: интерферометры Жамена, Майкельсона, Линника. Просветленная оптика.

133. Законы геометрической оптики.

134. Смысл абсолютного и относительного показателя преломления. Законы отражения. Явление полного внутреннего отражения.

Дифракция света

135. Принцип Гюйгенса, Гюйгенса-Френеля.

136. Зоны Френеля. Зонная пластинка.

137. Дифракция от круглого отверстия и диска.

138. Дифракционная решетка. Пространственная решетка.

139. Дифракция от щели.

140. Характеристики спектральных приборов и аппаратов: дисперсия и разрешающая сила.

141. Дифракция рентгеновских лучей. Формула Лауэ.

142. Формула Вульфа-Брэггов. Рентгеноструктурный анализ.

143. Принцип голографии.

Поляризация света

144. Естественный и поляризованный свет. Поляроид.

145. Закон Малюса.

146. Поляризация света при отражении и преломлении. (Закон Брюстера).

147. Двойное лучепреломление. Поляризационные приборы.

148. Интерференция поляризованных лучей.

149. Искусственное двойное лучепреломление.

150. Оптически активные вещества. Вращение плоскости поляризации. Взаимодействие света с веществом. Дисперсия света.

151. Дисперсия света. Элементарная теория дисперсии света.

152. Поглощение света. Закон Бугера.

153. Рассеивание света. Закон Релея.

154. Эффект Вавилова-Черенкова.

Квантовая оптика

155. Виды излучений. Основные характеристики теплового излучения.

156. Законы Кирхгофа, Стефана-Больцмана, Вина и Релея-Джинса.

157. Формула Планка. Объяснение законов Стефана-Больцмана, Вина и Релея-Джинса.

158. Оптическая пирометрия.

159. Световое давление. Опыт Лебедева.

160. Эффект Комптона.

161. Законы внешнего фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна. Красная граница фотоэффекта.

162. Корпускулярно-волновая двойственность света.

Элементы квантовой механики

163. Ядерная модель атома Резерфорда. Постулаты Бора.

164. Опыты Франка-Герца.

165. Теория Бора водородоподобного атома.

166. Недостатки теории Бора. Гипотеза де Бройля.

167. Опыт Дэвисона-Джермера.

168. Уравнение Шредингера. Физический смысл $\psi-$ функции.

169. Соотношение Гейзенберга.

170. Электрон в потенциальной яме.

171. Спин электрона. Квантовые числа. Принцип Паули.

172. Излучение и поглощение света. Коэффициенты Эйнштейна.

173. Оптические квантовые генераторы (лазеры).

Строение и важнейшие свойства ядер

174. Основные свойства и строение ядер.

175. Энергия связи ядер, дефект масс.

176. Ядерные силы.

177. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада.

178. Правила смещения.

179. α-распад.

180. β-распад. Нейтрино.

181. γ-излучение.

182. Типы ядерных реакций.

183. Деление ядер. Цепная реакция. Критические параметры.

184. Ядерный реактор, атомная электростанция.

185. Термоядерный синтез. Проблемы и перспективы управляемого термоядерного синтеза.

Основы квантовой теории твердого тела

186. Недостатки классической электронной теории твердого тела.

187. Основное положение квантовой теории твердого тела.

188. Образование энергетических зон твердого тела.

189. Деление твердого тела на проводники, полупроводники и диэлектрики.

190. Энергия и уровень Ферми. Функция распределения Ферми-Дирака.

191. Температурная зависимость функции распределения Ферми-Дирака.

192. Квантовая теория теплоемкости твердого тела.

193. Квантовая теория теплопроводности твердого тела.

194. Квантовая теория электропроводности твердого тела

195. Теория сверхпроводимости.

196. Полупроводники. Собственная и примесная p–n проводимость.

197. Контакт двух полупроводников p– и n–типа. Полупроводниковый диод и триод.

198. Применение полупроводников.

199. Контактные явления. Контактная разность потенциалов. Эффект Зеебека.

200. Эффекты Пельтье и Томсона и их применение.