

ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Основы теории. Методика выполнения эксперимента и описание установки

Цель работы: – определять период, коэффициент затухания и логарифмический декремент затухания колебаний стальной пластины, прикрепленной одним своим концом к массивной плите. Вид колебаний записывается на ленте вибрографа.

Приборы и принадлежности: виброграф ВР-1, виброграмма, линейка с миллиметровой шкалой.

Свободными называются колебания, которые происходят за счет энергии, полученной телом в момент начала колебания. В реальных условиях эта энергия расходуется на преодоление сил сопротивления, что приводит к постепенному уменьшению амплитуды, т.е. колебания становятся затухающими (рис. 5.1).

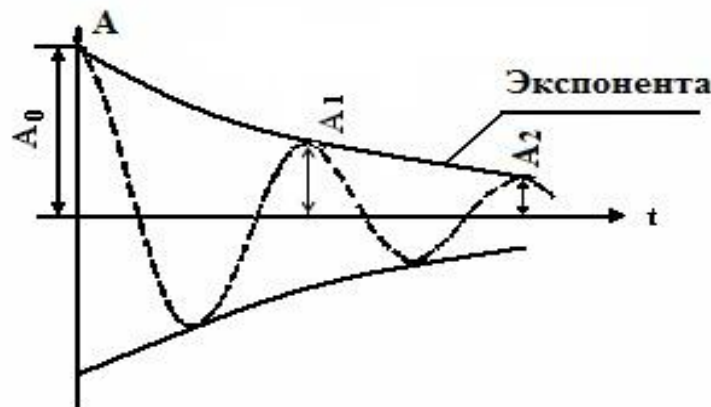


Рис.5.1. Затухающее колебание

В большинстве случаев силы сопротивления пропорциональны скорости колеблющегося объекта $v = \dot{x}$:

$$F_{mp} = -r\dot{x},$$

где r – коэффициент сопротивления среды.

Дифференциальное уравнение колебательного движения с учетом данной силы примет вид

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

где δ – коэффициент затухания колебаний.

Решение данного уравнения имеет вид

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Если A_0 – начальная амплитуда, то амплитуда затухающего колебания в момент времени t равна

$$A_t = A_0 e^{-\delta t},$$

где e – основание натурального логарифма; δ – коэффициент затухания, характеризующий быстроту убывания амплитуды, и зависящий от коэффициента сопротивления среды и массы колеблющегося тела

$$\delta = \frac{r}{2m}.$$

Коэффициент затухания – физическая величина, обратная промежутку времени, в течение которого амплитуда убывает в e раз.

Другим важным параметром затухающего колебания является логарифмический декремент затухания λ , равный логарифму отношения двух амплитуд, разделенных отрезком времени в один период T :

$$\lambda = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}} = \ln \frac{A_0 e^{-\delta t}}{A_0 e^{-\delta(t+T)}} = \delta T.$$

Логарифмический декремент затухания – физическая величина, обратная числу колебаний, по истечении которых амплитуда убывает в e раз.

Период колебаний T определяет время одного полного колебания и равен

$$T = \frac{t'}{N}, \quad (5.1)$$

где t' – время, за которое совершено N полных колебаний.

Основные характеристики затухающих колебаний этой пластины могут быть определены на основе анализа записанной вибрографом кривой колебания (рис. 5.2).

Эта кривая позволяет найти за время t' число N полных колебаний, которое было совершено, и отношение амплитуд (или размахов колебаний) $A_t / A_{t+t'}$, разделенных этим отрезком времени.

Тогда период колебаний можно рассчитать по формуле (5.1), а коэффициент затухания определить по найденному отношению амплитуд из следующих соображений:

$$\ln \frac{A_t}{A_{t+t'}} = \ln \frac{A_0 e^{-\delta t}}{A_0 e^{-\delta(t+t')}} = \delta t'.$$

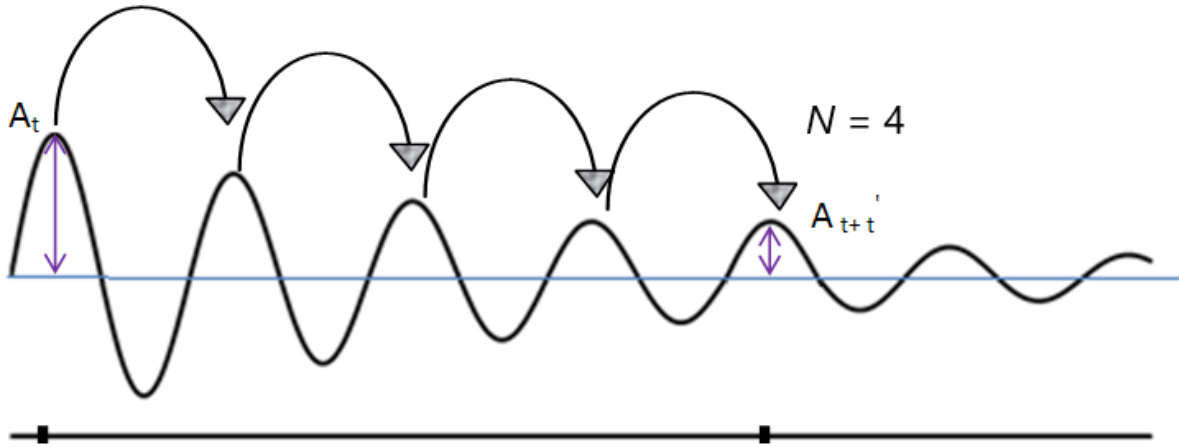


Рис.5.2. Амплитуды (A_t и $A_{t+t'}$) и количество колебаний N

Можно также записать

$$\delta = \frac{\ln \frac{A_t}{A_{t+t'}}}{t'}. \quad (5.2)$$

Логарифмический декремент затухания связан с коэффициентом затухания формулой (5.3), поэтому может быть вычислен из соотношения

$$\lambda = \delta T = \frac{\ln \frac{A_t}{A_{t+t'}}}{t'} \cdot \frac{t'}{N} = \frac{\ln \frac{A_t}{A_{t+t'}}}{N}. \quad (5.3)$$

Виброграф ВР-1 применяется для определения частоты и амплитуды колебаний при работе механизмов, машин, приборов и других объектов без необходимости создавать опору для его установки (рис.5.3). Виброграф ВР-1 служит для записи кривой вибрации на ленте. Лента ВР-1 передвигается с определенной скоростью при помощи часового механизма с пружинным заводом. Виброграф ВР-1 состоит из передающего колебания рычажного механизма, который позволяет измерять вибрации в любых направлениях, реле времени и механизма для протягивания ленты, на которой записываются колебания.

Виброграф ВР-1 измеряет вибрации с амплитудой от 0,05 до 6 мм и частотой от 5 до 100 Гц. При замере рукоятку вибрографа ВР-1 ставят в положение «Выключено», вращением второй рукоятки против часовой стрелки заводят пружину до отказа, заправляют ленту для виброграммы между роликами и вкладывают механизм записи в корпус, прижимают наконечником к поверхности механизма и рукоятку поворачивают в положение «Включено». После записи ленту с виброграммой вынимают из прибора.



Рис.5.3. Фото вибрографа ВР-1

Выполнение работы

1. По виброграмме определите число полных колебаний N за время t' (значение времени определяется преподавателем).
2. Измерьте с помощью линейки размахи колебаний, соответствующие началу A_t и концу избранного отрезка времени $A_{t+t'}$.
3. Данные измерений занести в табл. 5.1.
4. Определить период колебаний по формуле (5.1).

5. Определить значение коэффициента затухания по формуле (5.2).

6. Определить значение логарифмического декремента затухания по формуле (5.3).

7. Данные расчетов занести в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Результаты измерений

t', c	$N,$ кол	A_t	$A_{t+t'}$	$\frac{A_t}{A_{t+t'}}$	$\ln \frac{A_t}{A_{t+t'}}$	T, c	δ, c^{-1}	λ
		мм						

8. Подсчитать погрешности в определении величин T, δ, λ .

Контрольные вопросы и задания

1. Какие колебания называются свободными? В чем причина затухания свободных колебаний?

2. Второй закон Ньютона для затухающих колебаний.

3. Уравнение затухающего колебания.

4. Какие основные параметры характеризуют затухающее колебание?

5. Каков физический смысл коэффициента затухания и логарифмического декремента затухания?