1.3. Определение географических координат и азимутов направлений

1.3.1. Общие принципы

Каждой точке физической поверхности Земли соответствует свое положение отвесной линии. При пересечении отвесной линии с небесной сферой получим точку зенита (Z).

Если в данный момент времени определить координаты точки $Z(\alpha_Z, \delta_Z)$, то по ним можно найти географические координаты точки наблюдения, т.к. $\varphi = \delta_Z$, $S = \alpha_Z$. Это видно из рисунка 1.18. Причем α_Z меняется из-за суточного вращения Земли.

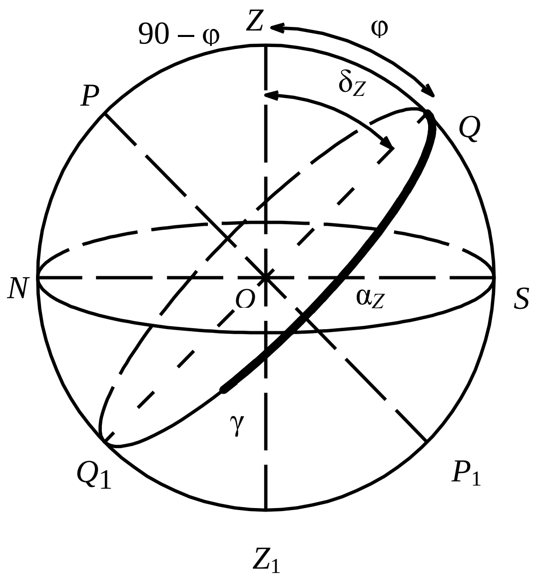

Рис. 1.18. Небесная сфера

В различных методах астрономических определений по-разному решается задача определения координат точки зенита.

Если положение точки Z известно, тогда известно положение плоскости истинного меридиана. А это делает возможным определение азимута любого направления на земные предметы из точки наблюдения.

Для нахождения координат точки Z сначала выполняют наблюдение звезд, координаты которых известны (α_σ и δ_σ), а затем, используя метод засечек, находят координаты точки Z.

Рассмотрим основные методы определения координат точки Z.

Зенитальные

В этих методах координаты точки Z определяют по зенитным расстояниям до двух звезд.

На рисунке 1.19 Z_1, Z_2 – измеренные зенитные расстояния (на небесной сфере это дуги больших кругов), т.е. получается линейная сферическая засечка.

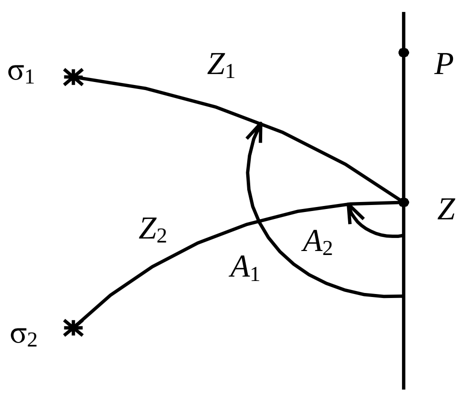

Рис. 1.19. Сферические засечки

Звезды σ_1, σ_2 выбирают так, чтобы угол засечки (угол при точке Z) был близким к 90°.

Азимутальные

Координаты точки Z получают по двум азимутам, измеренным до звезд σ_1 и σ_2 (см. рис. 1.19). Здесь получается прямая сферическая засечка. Разность азимутов есть угол засечки, он должен быть также близок к 90°.

Зенитально-азимутальные

Из наблюдения одной звезды получают Z и A, а затем находят координаты точки Z (линейно-угловая засечка). Но поскольку светила постоянно движутся, то одновременно наблюдать Z и A сложно, поэтому такая методика редко применяется на практике.

Известно, что географическая долгота пункта относительно начального меридиана численно равна разности одноименных местных времен, определенных одновременно как в пункте наблюдения, так и в пункте, расположенном на начальном меридиане, т.е.

$$\lambda = s - S = m - UT1, \tag{1.39}$$

где S – звездное время на Гринвиче в момент наблюдения T; $UT1$ – всемирное время в момент наблюдения T.

Момент времени T фиксируется по хронометрам, которые могут идти неправильно. Поэтому возникает задача определения поправки хронометра U. Зная поправку, можно записать:

$$s = T + U, \tag{1.40}$$

где T – показание хронометра, приближенно определяющее звездное время; U – поправка хронометра.

Итак, для определения широты φ и долготы λ в точке наблюдений необходимо измерять Z, A, T, а также знать поправку хронометра.

Задача определения азимута направления на земной предмет сводится обычно к определению азимута светила A и измерению горизонтального угла Q между светилом и местным предметом (рис. 1.20). В этом случае азимут направления на земной предмет определяется формулой

$$a = A + Q. \tag{1.41}$$

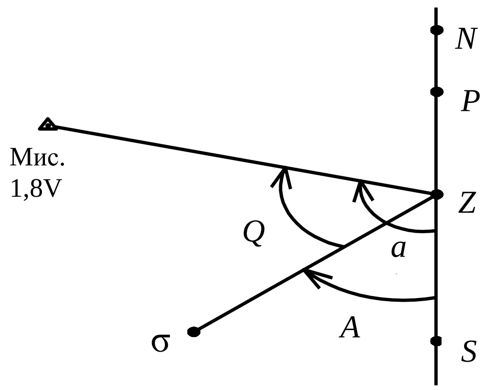

Рис. 1.20. Рабочая схема

1.3.2. Понятие о зенитальных способах астрономических определений

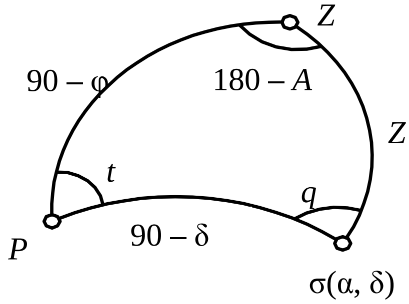

Рис. 1.21. Параллактический треугольник

Аналитическое обоснование различных способов определения широты, времени и азимута вытекает из решения параллактического треугольника $PZ\sigma$ (рис. 1.21), построенного для каждого наблюдаемого светила.

Параллактическим треугольником называется сферический треугольник, у которого вершинами являются зенит места наблюдения, полюс мира и светило (см. рис. 1.10). Три его стороны являются дугами больших кругов:

$$\cup PZ = 90 - \varphi;\ \cup Z\sigma = Z;\ \cup P\sigma = \Delta = 90° - \delta.$$

Сферические углы: t – часовой угол; $180° - A$, где A – азимут светила; q – параллактический угол.

В этой группе способов основным уравнением, вытекающим из параллактического треугольника $PZ\sigma$ и связывающим измеренную величину Z в некоторый момент T с определяемыми значениями широты φ и времени S, является известное уравнение связи

$$\cos Z = \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos t, \qquad (1.42)$$

где $t = s - \alpha = T + U - \alpha$.

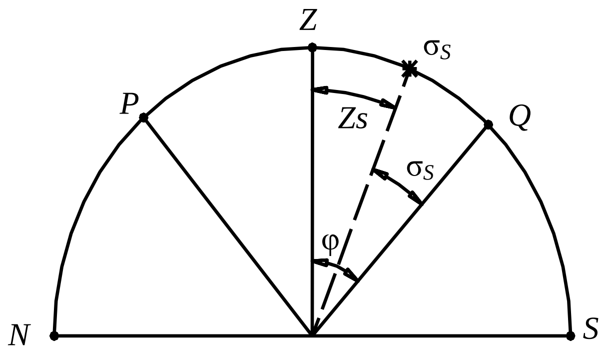

Рис. 1.22. Рабочая схема

Полагая, что Z и T известны из измерений, а значения экваториальных координат α и δ выбираются из АЕ на момент наблюдений, уравнение (1.42) будет иметь два неизвестных: φ и U [10].

Чтобы найти неизвестные, необходимо выполнить наблюдения не менее двух звезд или наблюдения одного и того же светила не менее двух раз.

Определение φ и U может быть выполнено как совместно, так и раздельно (рис. 1.22). Рассмотрим способы определения φ и U.

Раздельный способ

Наблюдаем светило в плоскости меридиана, тогда $t = 0$, а значит, основное уравнение (1.42) примет вид

$$\cos Z_S = \cos(\varphi - \delta_S). \quad (1.43)$$

Так как $\cos t = 1$, следовательно, можно записать:

$$Z_S = \varphi - \delta_S \text{ или } \varphi = Z_S + \delta_S. \quad (1.44)$$

Зная φ, будем иметь в уравнении (1.42) лишь одно неизвестное U. Для его определения нужно отнаблюдать звезду в момент T. Зная U, находим местное звездное время $s = T + U$ и затем – долготу $\lambda = s + S$ [6].

Способ совместного определения

Необходимо измерить зенитные расстояния минимум двух светил, расположенных в произвольных, но взаимно перпендикулярных вертикалах:

$$\begin{gathered}\cos Z_1 = \sin\varphi \sin\delta_1 + \cos\varphi \cos\delta_1 \cos(T_1 + U - \alpha_1) \\ \cos Z_2 = \sin\varphi \sin\delta_2 + \cos\varphi \cos\delta_2 \cos(T_2 + U - \alpha_2),\end{gathered} \quad (1.45)$$

Но зенитные расстояния измеряются не точно, особенно с увеличением широты. Поэтому рекомендуется наблюдать звезды на одном круге высот (альмукантарате).

В этом случае $Z_1 = Z_2$, поэтому

$$\begin{gathered}\sin\varphi \sin\delta_1 + \cos\varphi \cos\delta_1 \cos(T_1 + U - \alpha_1) = \\ = \sin\varphi \sin\delta_2 + \cos\varphi \cos\delta_2 \cos(T_2 + U + \alpha_2);\end{gathered}$$

$$\sin\varphi(\sin\delta_1 - \sin\delta_2) = \cos\varphi(\cos\delta_2 \cos(T_2 + U - \alpha_2) - \cos\delta_1 \cos(T_1 + U - \alpha_1).$$

Тогда φ найдем по формуле

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{\cos\delta_2 \cos(T_2 + U - \alpha_2) - \cos\delta_1 \cos(T_1 + U - \alpha_1)}{\sin\delta_1 - \sin\delta_2}. \quad (1.46)$$

Преимущества данного способа:

1. Не надо измерять Z, нужно только фиксировать момент прохождения звезд через горизонтальную нить, не изменяя наклон зрительной трубы. Таким образом, исключаются ошибки отсчитывания по вертикальному кругу.
2. Измененными величинами являются только моменты T_1, T_2 прохождения звезд через изображенный альмуканторат (см. рис. 1.21).

Единственным *недостатком* данного способа является то, что неизвестные φ и U находятся под знаками тригонометрических формул, т.е. уравнение нелинейно. Для повышения точности необходимо исходное уравнение (1.42) привести к линейному виду и отыскивать поправки $\Delta\varphi$ и ΔU из обработки многократных наблюдений:

$$\left.\begin{aligned}\varphi &= \varphi_0 + \Delta\varphi,\\ U &= U_0 + \Delta U.\end{aligned}\right\} \tag{1.47}$$

1.3.3. Наивыгоднейшие условия определения неизвестных величин в зенитальных способах

Зная основную формулу для зенитальных способов (1.46), можно получить путем дифференцирования следующее выражение:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta Z}{\cos A} - \frac{\cos\varphi}{\mathrm{ctg} A}\left(\Delta T + \Delta u\right), \tag{1.48}$$

где $\Delta\varphi$, ΔZ , ΔT , Δu – изменения в широте и в поправке часов за счет изменения времени и зенитного расстояния.

Чтобы $\Delta\varphi$ было минимальным, необходимо наблюдать звезды в плоскости меридиана, так как

при A = 0° cos A = 1; ctg A = $+\infty$; $\Delta\varphi = \Delta Z$;

A = 180° cos A = –1; ctg A = $-\infty$; $\Delta\varphi = -\Delta Z$.

Зная основную формулу (1.34), можно получить следующее выражение:

$$\Delta u = -\Delta T + \frac{\Delta Z}{\cos\varphi \sin A} - \frac{\Delta\phi}{\cos\varphi \,\mathrm{tg} A}, \tag{1.49}$$

Чтобы Δu было минимальным, необходимо звезды наблюдать в первом вертикале:

при A_W = 90° sin A_W = + 1; tg A_W = $+\infty$,

A_E = 270° sin A_E = –1; tg A_E = $-\infty$.

1.3.4. Понятие об азимутальных способах астрономических определений

Астрономический азимут направления определяется двухгранным углом, образованным плоскостью меридиана и плоскостью вертикала избранного направления.

Счет астрономических азимутов ведется от точки юга S к западу от 0° до 360°. Для согласования с геодезией принять отсчет азимута от точки N (рис. 1.23).

В азимутальных способах дано: λ, δ – экваториальные координаты наблюдаемых звезд; T – момент наблюдения; R_σ – отсчет по горизонтальному кругу при наблюдении на звезду.

Определить φ, u, A, (M_N) (рис. 1.24).

С помощью инструмента измеряют не азимут, а горизонтальный угол между местом севера M_N и звездой.

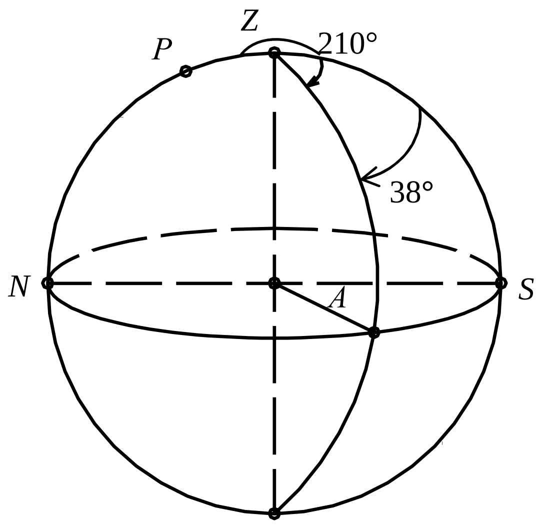

Рис. 1.23

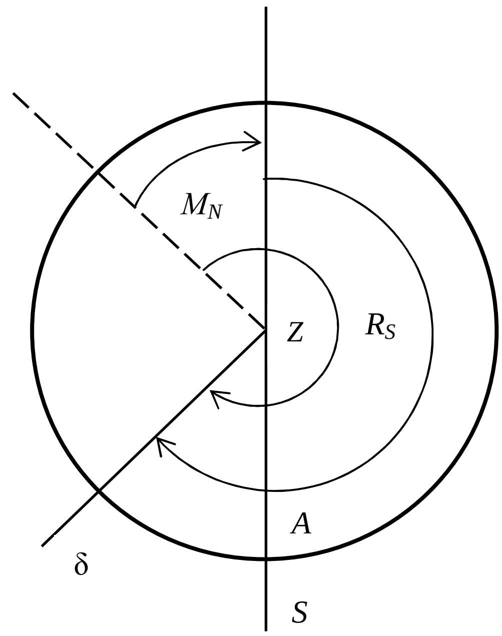

Рис. 1.24

$$A_N = R_\sigma - M_N,$$

где R_σ – отсчет по горизонтальному кругу; M_N – место севера.
$R_\sigma - M_N$ – как раз это нам неизвестно.

Так как неизвестных три – φ, u, M_N, то для их определения нужно отнаблюдать не менее трех звезд. Рассмотрим параллактический треугольник (рис. 1.25, 1.26).

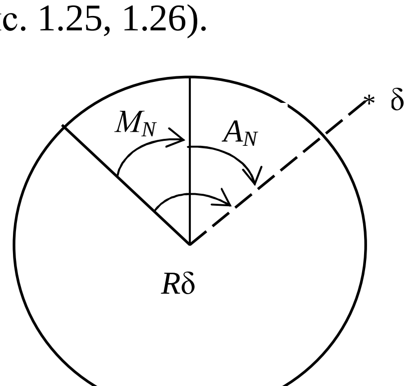

Рис. 1.25

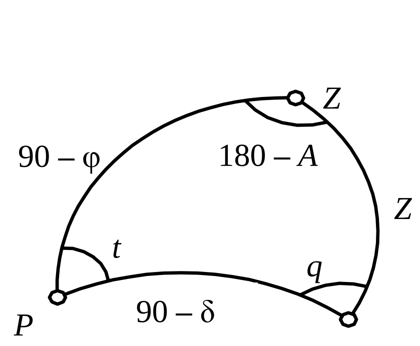

Рис. 1.26

Применим формулы четырех элементов:

$$\operatorname{ctg}(180-A)\sin t=\operatorname{ctg}(90-\delta)\sin(90-\varphi)-\cos t\cos(90-\varphi); \qquad (1.50)$$

$$t = T + u - \alpha; \qquad A = R_{\sigma} - M_N,$$

где T – время, отсчитанное по хронометру; u – поправки часов, тогда $T + u = S$ – местное звездное время;

$$-\operatorname{ctg}A\sin(T+u-\alpha)=ty\delta\cos\varphi-\cos(T+u-\alpha)\sin\varphi. \qquad (1.51)$$

Так же как и в зенитальных способах, в азимутальных существуют:

– раздельный способ (раздельно находят φ, u, M_N);
– совместные способы.

1.3.5. Наивыгоднейшие условия при определении φ, *u*, *A* в азимутальных способах

Зная основную формулу для азимутальных способов (1.50), можно получить путем дифференцирования следующее выражение:

$$-\frac{\cos Z}{\cos\delta}d\varphi+\frac{\cos\alpha}{\sin A}(dT+du)-\frac{\sin Z}{\sin A\cos\delta}dA=0. \qquad (1.52)$$

Заменим дифференциалы на поправки и выделим сначала $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi=\frac{\cos\alpha\cos\delta}{\sin A\cos Z}(\Delta T+\Delta u)-\frac{\operatorname{tg}Z}{\sin A}\Delta A.$$

Чтобы $\Delta\varphi$ было минимальным,

при $\cos Z = 1$; $Z = 0°$;

$\sin A = 1$; $A = 90°, 270°$.

Для получения φ необходимо наблюдать звезды в плоскости первого вертикала на малых зенитных расстояниях.

Аналогично для Δu получим:

$$\Delta u=-\Delta T+\frac{\sin Z}{\cos g\cos\delta}\Delta A+\frac{\cos Z\sin A}{\cos g\cos\delta}\Delta\varphi, \qquad (1.53)$$

при $Z = 0°$

$A = 0°, 180°$.

Зная условия наивысшей точности для Δu, делаем вывод: звезды надо наблюдать на любых зенитных расстояниях в плоскости истинного меридиана (способ Деллена).

Решим уравнение (1.53) относительно ΔA:

$$\Delta A=-\frac{\sin A}{\operatorname{tg}Z}\Delta\varphi+\frac{\cos q\cos\delta}{\sin Z}(\Delta T+\Delta u). \qquad (1.54)$$

Чтобы ΔA было наименьшим:

$$A = 0°, 180°$$

$$\delta = 90°.$$

Для метода Струве:

при $Z = 90°$; $\Delta A \cos g \cos\delta(\Delta T + \Delta u)$.

Способ определения геодезического азимута на больших зенитных расстояниях ($60° \le Z \ge 80°$) в плоскости истинного меридиана:

$$q = 90°;\ \Delta A = -\frac{\sin A}{\mathrm{tg} Z}\Delta\varphi .$$

Способ наблюдения звезд в элонгации предложил М. Ломоносов.

1.3.6. Принципы общей теории способов астроопределений

Общая теория способов астроопределений есть математическое обоснование задачи совместного определения географических координат пункта и азимута направления по наблюдениям n звезд ($n \ge 3$).

Так как в зенитальных и азимутальных способах искомые уравнения нелинейные, то в общей теории предлагается находить не сами определяемые величины φ, u, A, а лишь поправки к их приближенным значениям, приводя нелинейные уравнения к линейному виду.

Известно нелинейное уравнение для измеренного зенитного расстояния

$$\cos Z = \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos(T + u - \alpha), \tag{1.55}$$

для азимута

$$\mathrm{ctg} A = \frac{\sin\varphi\cos(T + u - \alpha) - \cos\varphi\,\mathrm{tg}\delta}{\sin(T + u - \alpha)}, \tag{1.56}$$

где α, δ – постоянные, T – время (известное),

$$Z = f_1(\varphi, u);$$

$$A = f_2(\varphi, u),$$

или

$$Z' + \Delta Z = f_1(\varphi_0 + \Delta\varphi, u_0 + \Delta u);$$

$$A' + \Delta A = f_2(\varphi_0 + \Delta\varphi, u_0 + \Delta u),$$

или, используя разложение в ряд Тейлора,

$$Z' + \Delta Z = f_1(\varphi_0, u_0) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial\varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_1}{\partial u}\right)\Delta u,$$

где $f_1(\varphi_0, u_0)$ – вычисленное значение зенитного расстояния по приближенным φ_0, u_0;

$$A' + \Delta A = f_2(\varphi_0, u_0) + \left(\frac{\partial f_2}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_2}{\partial u}\right)\Delta u,$$

или уравнения поправок в общем виде:

$$\Delta Z = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_1}{\partial u}\right)\Delta u + l_Z; \qquad l_Z = Z^{выч} - Z^{изм} = f_1(\varphi_0, u_0) - Z';$$

$$\Delta A = \left(\frac{\partial f_2}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_2}{\partial u}\right)\Delta u + l_A; \qquad l_A = A^{выч} - A^{изм} = f_2(\varphi_0, u_0) - A'.$$

Данные уравнения имеют линейный вид, так как Z и A – это направления, а не углы, то

$$\Delta Z = U_Z + \Delta M_Z; \qquad \Delta A = U_A + \Delta M_N;$$

$$U_Z = \left(\frac{\partial f_1}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_1}{\partial u}\right)\Delta u - \Delta M_Z + l_Z;$$

$$U_A = \left(\frac{\partial f_2}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial f_2}{\partial u}\right)\Delta u - \Delta M_Z + l_A.$$

При $n > 3$ применяют задачу уравнивания по МНК.

Такая методика совместного определения φ, u, A позволяет:

1) выполнять наблюдения по единой методике;
2) выполнять обработку по единому алгоритму (что облегчает программирование задачи).

Недостаток: в раздельных способах можно достичь наивысшей точности определения φ ,u, A за счет выбора наилучших условий для наблюдений.

1.3.7. Поправка и ход хронометра

Поправкой хронометра называется величина U, которую надо прибавить к показанию хронометра T, чтобы получить точное время в данный момент.

В зависимости от системы счета времени различают:

– поправку хронометра в системе местного звездного времени $U^* = s - T$;

– поправку хронометра в системе местного среднего времени $U = m - T$.

Поправки U^* и U определяют из наблюдений звезд или Солнца.

Если известна долгота пункта λ, то местное время можно вычислить на момент всемирного времени из приема радиосигналов времени:

$$u = M + \lambda - T,$$

где $M + \lambda$ – местное среднее время; T – показания среднего хронометра; M определяется по радиосигналам времени.

Существуют поправки хронометров в системе: гринвического – *UTI* (среднего) звездного времени и декретного времени.

Из-за неправильного хода хронометра поправка хронометра непостоянна. Изменение поправки хронометра за единицу времени называется ходом хронометра:

$$\omega = \frac{u_2 - u_1}{T_2 - T_1}$$

– ход хронометра на промежутке времени $T_2 - T_1$.

Различают суточный, часовой и десятиминутный ходы хронометров (в зависимости от того, в каких единицах измеряется разность $T_2 - T_1$).

Зная ω, можно предвычислить u на момент T по формуле

$$u = u_1 + \omega\,(T - T_1) \quad \text{или} \quad u = u_2 + \omega\,(T - T_2).$$

Между приемами радиосигналов промежуток времени наблюдения $\leq 2^h$ (для механических хронометров), для кварцевых хронометров – до и после астронаблюдений в данную ночь.

1.3.8. Особенности измерения зенитных расстояний светил

Точное измерение зенитных расстояний при наблюдении светил, имеющих видимые движения, задача сложная. Поэтому измерение зенитных расстояний светил необходимо производить в определенной системе счета времени. Вследствие этого процесс визирования на светило в общем случае связан с отсчетами показаний хронометра в моменты наведения горизонтальной нити на светило или в момент прохождения светила через горизонтальные нити установленной неподвижно по высоте трубы прибора.

Методы визирования

Визирование методом наведения

Наведение на светило горизонтальной нитью сопровождается снятием показаний хронометра (используются теодолиты ОТ-02, Т2 и др., имеющие одну горизонтальную нить). Благоприятные условия наблюдений, когда Z_σ изменяется медленно. Это положение в плоскости меридиана и вблизи его. При $\varphi > 60°$ углы между суточными параллелями светил и альмукантаратами малы, поэтому данная методика может быть применена не только при наблюдении светил в плоскости меридиана.

Визирование методом наблюдения прохождений светил

В случаях, когда скорость изменения Z велика, при высокоточных наблюдениях применяют сетку нитей с несколькими горизонтальными нитями и в моменты прохождения светила через них берут показания хронометра. Средний момент $T_{ср.}$ соответствует моменту прохождения звезды через среднюю нить к тому Z, под которым наклонена визирная ось трубы. Так как скорость движения светил различна, то при высокоточных наблюдениях учитывают поправку за зенитальное ускорение.

Кроме особенностей, связанных с методом визирования, при измерении зенитных расстояний светил для введения поправок за астрономическую рефракцию учитывают влияние внешних условий наблюдений – температуры, давления, влажности воздуха.

В астрономических теодолитах, применяемых для точных астрономических наблюдений, вертикальный круг вращается вместе с трубой и имеет подписи делений. Микроскопы вертикального круга крепятся в обоймах неподвижной рамы, на которую устанавливается также и накладной уровень.

Отсчет по вертикальному кругу, когда визирная ось трубы направлена точно в зенит, а пузырек уровня при алидаде вертикального круга находится на середине, называется местом зенита и обозначается *MZ*.

При астрономических наблюдениях *MZ* должно быть тщательно определено при наблюдениях на неподвижный объект при *КЛ* и *КП*.

Для теодолита ОТ-02 место зенита определяется по формуле

$$MZ = КЛ + КП \pm 180°. \qquad (1.57)$$

Тогда зенитное расстояние при наблюдении на неподвижный объект

$$Z' = КЛ - КП + 90°, \qquad (1.58)$$

на подвижный объект

$$Z' = 2КЛ - КZ - 90°,$$

или

$$Z' = MZ - 2КЛ - 90°, \qquad (1.59)$$

где *MZ* заранее известно.

Для теодолитов АУ2/10, Вильд Т4, ДКМ3-А, Т2 (они имеют несколько горизонтальных нитей) место зенита определяют по формуле

$$MZ = \frac{КЛ + КП}{2} \pm 180^\circ, \qquad (1.60)$$

тогда

$$Z' = КЛ - MZ \qquad \text{или} \qquad Z' = MZ - КП. \qquad (1.61)$$

У теодолита АУ2/10 и у других неоптических теодолитов лимб вертикального круга можно переставлять (для исключения ошибок нанесения делений на лимб). При перестановке лимба необходимо сразу же определить MZ.

Перед взятием отсчета по вертикальному кругу в оптических теодолитах совмещают изображение концов пузырька контактного уровня (при вертикальном круге).

При работе с теодолитами, не имеющими контактного уровня, пузырек уровня (при алидаде вертикального круга) обычно не приводят на середину, а берут отсчеты по концам пузырька уровня и исправляют отсчеты, сделанные по вертикальному кругу:

$$КЛ = КЛ' + i, \qquad КП = КП' + i, \qquad (1.62)$$

где i – угол наклона уровня при вертикальном круге.

Под углом наклона уровня при вертикальном круге (i) понимается угол, составленный осью уровня в момент наблюдений с тем ее направлением, которое она занимала бы при положении пузырька уровня точно на середине.

Очевидно, что величина этого угла определяется величиной смещения середины пузырька уровня относительно нуль-пункта (рис. 1.27).

Если шкала уровня оцифрована так, что на одном конце подписан нуль, а на другом – число делений, равное m, то наклонность оси уровня выразится так:

$$i'' = b\frac{\tau}{2}, \qquad (1.63)$$

где τ – цена деления уровня, определенная по результатам исследований;

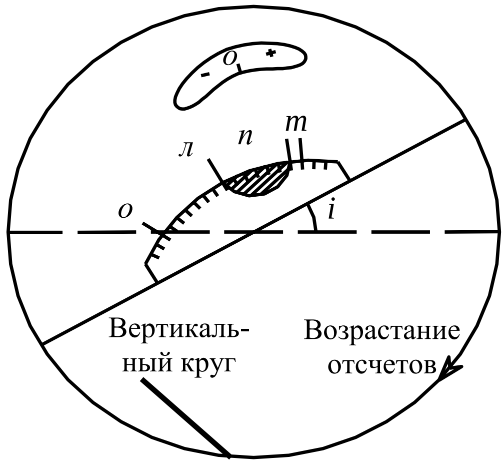

Рис. 1.27. Схема уровня

b = (*Л* + *П*) – m – отклонение пузырька уровня от его среднего положения в полуделениях уровня; *Л*, *П* – отсчеты по концам пузырька уровня.

Если шкала уровня оцифрована так, что в середине помещен нуль, а надписи делений возрастают в обе стороны, то наклон будет

$$i'' = b\frac{\tau}{2}, \tag{1.64}$$

где b = *Л* + *П*.

Знак поправки за наклон оси уровня определяется направлением возрастания подписей делений на лимбе и положением нуля (младшего деления) на шкале уровня. При возрастании подписей делений лимба по ходу часовой стрелки левому концу пузырька приписывают знак « – », а правому – знак « + ».

1.3.9. Ошибки, влияющие на точность измерения зенитных расстояний

Исследование влияния инструментальных (приборных) погрешностей на измеряемые зенитные расстояния светил представляет собой одну из важных проблем [10].

Рассмотрим очень кратко лишь некоторые основные погрешности, имеющие систематический характер и действующие на результаты измерений зенитных расстояний светил.

Наклон оси вращения трубы и коллимационная ошибка

Наклон оси вращения трубы и коллимационная ошибка выражаются формулой

$$\Delta z'' = \frac{i'' c''}{\rho'' \sin Z}, \tag{1.65}$$

где i'' – угол наклона оси вращения трубы (из-за неравенства подставок). В оптических теодолитах он мал, в теодолитах типа АУ 2/10 его можно регулировать исправительными винтами; c'' – коллимационная ошибка (визирная ось не перпендикулярна к оси вращения трубы); $\Delta z''$ – это величина второго порядка малости, поэтому ею можно пренебречь. Наибольшего значения она достигает при $Z = 0°$, поэтому ставится условие $Z > 10°$.

Гнутие трубы прибора

Сила тяжести, действуя на объективный и окулярный концы трубы прибора, сгибает их, причем вследствие различия массы и механических данных гнутие их происходит не в одинаковой степени. В результате оптическая ось смещается в вертикальной плоскости, что приводит к искажению наблюдаемого зенитного расстояния.

Очевидно, что наибольшее влияние гнутия бывает при горизонтальном положении трубы, следовательно, влияние гнутия приближенно может быть выражено формулой

$$\Delta Z = g \sin Z, \tag{1.66}$$

где g – коэффициент, зависящий от конструкции теодолита и размеров трубы.

Для оптических теодолитов значение ΔZ близко к нулю. В точных способах наблюдения производят так, чтобы ΔZ было с разными знаками.

Можно доказать, что $\Delta\varphi = +\Delta Z$ для южных звезд, $\Delta\varphi = -\Delta Z$ для северных звезд, поэтому для исключения ΔZ наблюдают пару звезд на равных высотах по обе стороны от зенита в плоскости меридиана.

При определении поправки часов U поступают аналогично, только в плоскости 1-го вертикала.

Остаточное влияние вертикальной рефракции и гнутия трубы

Если не применять способы равных высот, т.е. если наблюдать светила на различных зенитных расстояниях, то опыт показывает, что $\Delta Z = 1 - 2'$. Это в несколько раз превышает совокупное влияние всех остальных случайных погрешностей.

Поэтому в точных способах светила наблюдают на одном и том же альмукантарате при $10° < Z < 60°$, и разность Z расстояний звезд при наблюдениях – не более 5 – 7°. При таком выборе звезд совокупное остаточное влияние погрешностей рефракции и гнутия не превышает 0,2 – 0,3".

В астроопределениях средней точности пределы $10° < Z < 70°$. При $Z > 70°$ очень сильно сказывается влияние рефракции, которое точно учесть трудно.

Ошибки визирования и отсчитывания

Ошибка визирования зависит от разрешающей способности глаза, увеличения трубы и скорости движения светила. Если скорость мала, то, как и при наблюдении на неподвижный предмет, погрешность визирования выразится формулой

$$m'' = \frac{r''}{W\sqrt{k}}, \tag{1.67}$$

где r – разрешающая способность глаза ($30'' < r < 60''$); W – увеличение трубы; k – число наведений.

Если учитывать скорость движения светила V, то чем меньше скорость светила, тем больше ошибка фиксации момента его прохождения через горизонтальную нить

$$m_T = \frac{m^S}{V}, \qquad (1.68)$$

где m^S – средняя квадратическая погрешность визирования, выраженная в секундах.

Ошибка отсчитывания зависит от качества изображения штрихов лимба и ошибок нанесения делений на лимб.

1.3.10. Теоретические основы зенитальных способов астрономических определений

Основным уравнением в зенитальных способах, связывающих измеренное Z с неизвестными φ и u, является

$$\cos Z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos(T + u - \alpha), \qquad (1.69)$$

где φ – широта места работ; u – поправка часов; α и δ – координаты звезды.

При совместном определении неизвестных φ и u мы будем иметь общее решение по сравнению с раздельными методами определения неизвестных.

Решение системы нелинейных уравнений при обработке n измерений – задача сложная. Поэтому уравнение (1.69) приводят к линейному виду и находят не сами величины φ, u, а поправки к их приближенным значениям:

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi; \quad u = u_0 + \Delta u.$$

Тогда вместо (1.68) будем иметь следующее уравнение поправок:

$$U_Z = \left(\frac{\partial Z}{\partial \varphi}\right)\Delta\varphi + \left(\frac{\partial Z}{\partial u}\right)\Delta u - \Delta M_Z + l_Z,$$

где ΔM_Z – поправка в приближенное значение M_Z, которое определено заранее; $l = Z_{выч} - Z_{изм}$, – свободный член уравнения поправок.

Дифференцируем (1.69) по φ и u, найдем

$$\frac{\partial Z}{\partial \varphi} = \cos A; \quad \frac{\partial Z}{\partial \varphi} = \cos\varphi \sin A,$$

где A – азимут светил.

Тогда уравнение примет вид:

$$U''_Z = \cos A\Delta\varphi'' + 15\cos\varphi\sin A\Delta u - \Delta M''_Z + l''_Z,$$

где 15 – коэффициент, служит для перехода от единиц времени к единицам дуги (заданным в градусной мере).

Для совместного определения трех неизвестных, $\Delta\varphi$, Δu, ΔM_Z, необходимо измерить Z как минимум для трех светил.

Если $n = 3$, то не возникает задача уравнивания и $U_{Z1} = U_{Z2} = U_{Z3} = 0$.

При $n > 3$ систему решают по методу наименьших квадратов с учетом весов уравнений поправок.

Можно показать, что

$$u - U = \lambda,$$

где u – поправка хронометра относительно местного звездного времени в средний момент приема радиосигналов точного времени; U – поправка хронометра относительно гринвичского звездного времени, точно определяется по сигналам времени и не зависит от долготы пункта.

Отсюда видно, что

$$du = d\lambda \quad \text{или} \quad \Delta u = \Delta\lambda,$$

поэтому вместо Δu можно записать $\Delta\lambda$, то есть поправку к приближенному значению долготы пункта λ_0.

По уравнению поправок видно, что звезды надо наблюдать при различных азимутах, иначе коэффициенты будут одинаковыми. Следовательно, уравнения будут зависимыми и система уравнений может оказаться несовместной.

Мы заменили нелинейные уравнения линейными и отбросили вторые частные производные. Следовательно, приближенные значения φ_0, λ_0, MZ_0 необходимо знать с определенной точностью.

Анализируя вторые частные производные, можно прийти к выводу, что ими можно пренебречь, если ошибки в предварительных координатах не более 100″. С указанной точностью предварительные координаты пункта можно снять с карты масштаба 1: 1 000 000 и крупнее.

Если предварительные координаты с ошибкой не более 10″, то значения коэффициентов уравнений поправок достаточно знать до трех значащих цифр.

1.3.11. Классификация зенитальных способов астрономических определений

Классификация зенитальных способов представлена в виде блок-схемы на рисунке 1.28.

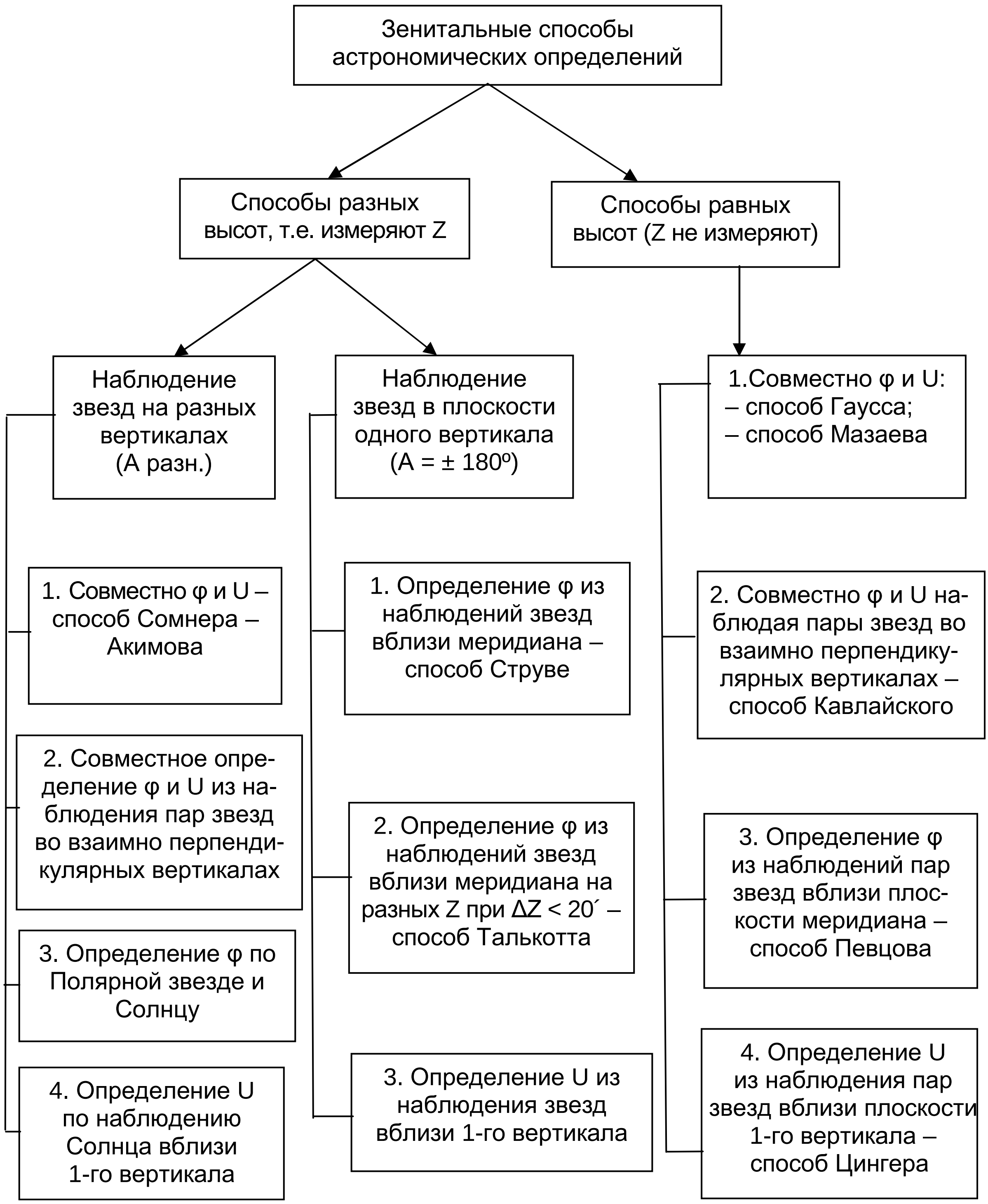

Рис. 1.28. Классификация зенитальных способов

Рассмотрим ***сущность основных зенитальных способов***.

1. Совместное определение широты и долготы по измеренным зенитальным расстояниям светил в разных вертикалах (способ Сомнера – Акимова)

Измеряются зенитные расстояния n светил ($n \geq 3$), равномерно расположенных по азимутам; при этом фиксируется звездное время наблюдений. Зенитные расстояния светил рекомендуется выбирать в пределах от 10 до 60°.

Зная начальные координаты пункта наблюдений φ_0, λ_0 для каждого измеренного значения Z, составляют уравнение поправок вида

$$V_Z = \cos Ax + \sin Ay - \Delta M_Z + l_Z, \quad \text{с весом } P = 1, \tag{1.70}$$

где x, y – значения условных составляющих уклонения отвесной линии; A – азимут, измеренный с точностью до минуты; ΔM_Z – поправка в приближенное значение M_Z, которое определено заранее; $l_Z = Z^{выч.} - Z^{изм.}$, $Z^{выч.}$ определяют по формуле

$$\cos Z^{выч.} = \sin\varphi_0 \sin\delta + \cos\varphi_0 \cos\delta \cos t, \tag{1.71}$$

где $t = T_H + U_0 - \alpha$.

Из формул видно, что при наблюдении на звезду снимают $Z^{изм.}$, A, T_H.

При этом звезды выбирают только те, координаты которых (α, δ) известны.

Из решения уравнений по методу наименьших квадратов находят значения x и y, а также значения широты и долготы:

$$\varphi = \varphi_0 + x; \qquad \lambda = \lambda_0 + \frac{y}{15\cos\varphi}. \tag{1.72}$$

Наблюдать можно не только звезды, но и Солнце или планеты.

Достоинства способа. Для приближенных астрономических определений способ имеет ряд преимуществ:

1. Простая программа наблюдений, позволяющая выбирать наиболее яркие звезды даже днем.
2. Простая методика наблюдений.
3. Высокие технико-экономические показатели при облачном небе.

Недостаток способа состоит в том, что зенитные расстояния измеряются, поэтому на конечные результаты сильно влияют как инструментальные ошибки, так и ошибки внешних условий. Поэтому данный способ не применяют при высокоточных наблюдениях.

2. Определение широты по измеренным малым разностям зенитных расстояний пар звезд в меридиане (способ Талькотта)

Наблюдают две звезды в плоскости меридиана данной точки.

Условия выбора звезд:

1) одна звезда к северу от зенита σ_N (α_N, δ_N), другая – к югу σ_S (α_S, δ_S);

2) звезды должны кульминировать (т.е. проходить местный меридиан) примерно в один и тот же момент;

3) разность зенитных расстояний должна быть $/Z_S - Z_N/ < 20'$ (измеряют окулярным микрометром).

При этом иметь место могут два случая.

Случай 1 (рис. 1.29)

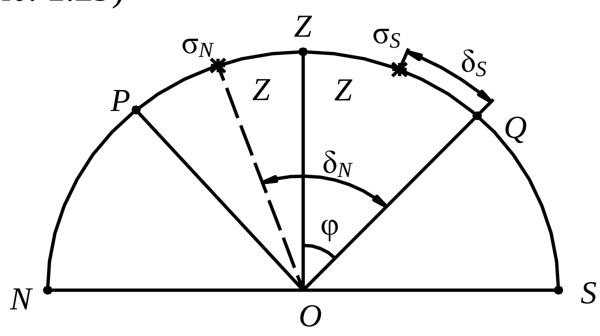

Рис. 1.29. Рабочая схема

Северная и южная звезды наблюдаются в верхней кульминации, значит,

$$\varphi_S = \delta_S + Z_S, \; \varphi_S = \delta_N + Z_N. \tag{1.73}$$

Тогда

$$\varphi_{cp} = \frac{\varphi_S + \varphi_N}{2} = \frac{1}{2}(\delta_S + \delta_N) + \frac{1}{2}(Z_S - Z_N). \tag{1.74}$$

Случай 2 (рис. 1.30)

Южная звезда – в верхней кульминации, северная звезда – в нижней кульминации, поэтому

$$\varphi_S = Z_S + \delta_S;$$

$$Z_N + \delta_N = 90° + 90° - \varphi_N \quad \text{или} \quad \varphi_N = 180° - (Z_N + \delta_N). \tag{1.75}$$

Тогда

$$\varphi_{cp} = 90^\circ + \frac{1}{2}(\delta_S - \delta_N + \frac{1}{2}(Z_S - Z_N). \tag{1.76}$$

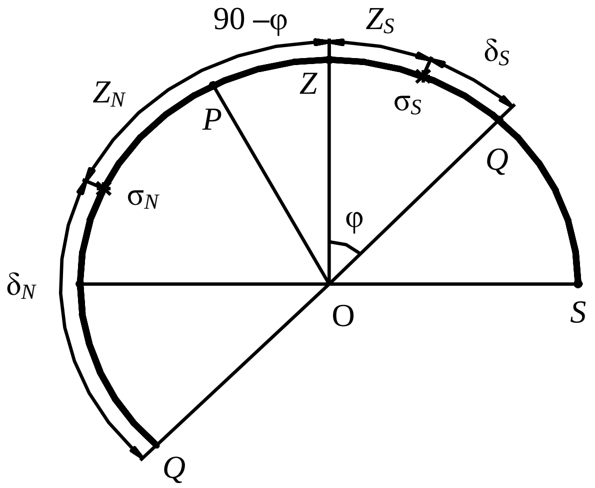

Рис. 1.30. Рабочая схема

Такую идею впервые предложил датский астроном П. Горребоу (1740 г.). Методика наблюдений при малой разности расстояний с помощью окулярного микрометра без изменения наклона трубы разработана американским геодезистом А. Талькоттом. Результаты этой работы опубликованы в 1857 г. С тех пор этот способ стал называться способом Горребоу – Талькотта, а чаще – способом Талькотта [9, 11].

Достоинства способа:

1. Наиболее полно исключаются ошибки измерения Z, влияния рефракции, гнутия трубы.
2. Простая методика наблюдений и математической обработки.
3. Средняя квадратическая погрешность определения широты:

$m_\varphi \approx 0{,}8''$ (из наблюдений 1-й пары звезд);

$m_\varphi \approx 0{,}3''$ (из наблюдений 10 – 12 пар звезд).

4. Является раздельным способом.

Недостатки способа:

1. Сильно влияют погрешности работы окулярного микрометра.
2. Плохой выбор звезд, приходится наблюдать звезды малой яркости.
3. Нельзя применять в летний период в высоких широтах, при $\varphi > 65^\circ$.

3. Совместные определения широты и долготы из наблюдений n звезд в одном альмукантарате (способ Мазаева).

Данный способ принадлежит к группе способов равных высот (рис. 1.31).

Первое решение задачи определения φ, λ по наблюдениям трех звезд на равной высоте дано Гауссом в 1808 г. Русский астроном Кнорре в 1832 г. предложил методику наблюдения и обработки n звезд ($n \geq 3$) на одном альмукантарате.

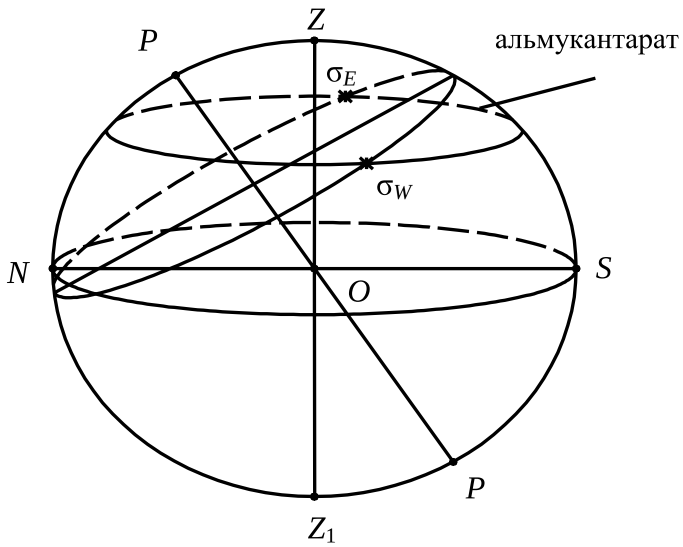

Рис. 1.31. Небесная сфера

В 1942 – 1945 гг. профессор А.В. Мазаев разработал методику наблюдения звезд астрономическим теодолитом и составил таблицы для поиска звезд.

В этом способе производится наблюдение 12 – 16 звезд на одном альмукантарате при $Z = 30°$ и $Z = 45°$.

Измеренной величиной является время прохождения звезды через альмукантарат. Наблюдения каждой серии из n звезд замыкают приемами радиосигналов точного времени. Для каждой наблюдаемой звезды данной серии составляется уравнение поправок вида

$$V_i = a_i\zeta' + b_i x + c_i y + l, \text{ с весом } P = 1, \tag{1.77}$$

где $a_i = -1$; $b_i = \pm\cos A$; $c_i = \pm\sin A$ (A – приближенный азимут); ζ' – совокупность постоянных для данного зенитного расстояния поправочных величин; x, y – значения условных составляющих уклонения отвесной линии; l – свободный член, вычисляемый по формуле

$$l = Z_0 - Z_{эф.}, \tag{1.78}$$

где $Z_{эф.}$ – установочное зенитное расстояние; $Z_0 = Z'_0$ + поправка за уровень, за ускорение движения звезды по зенитному расстоянию, за аберрацию;

$$\cos Z'_0 = \sin\varphi_0 \sin\delta_0 + \cos\varphi_0 \cos\delta_0 \cos\left[T_H + \Delta T + U_0 + w(T_H - X) - \alpha\right], \tag{1.79}$$

где T_H – момент наблюдения.

Из решения системы уравнений по методу наименьших квадратов находят неизвестные x, y, а также значения широты и долготы по формуле (1.71).

Достоинства способа:

1. Простая методика наблюдений.
2. Простая математическая обработка.
3. Исключение поправок за рефракцию и гнутие трубы.
4. Не влияют ошибки делений лимба вертикального круга.

Недостаток способа заключается в том, что он не имеет преимуществ перед раздельными способами определения широты и долготы.

4. Определение долготы (времени) из наблюдений пар звезд на равных высотах (способ Цингера)

Этот способ относится к группе способов равных высот. Задача состоит в определении времени из наблюдений двух звезд на одном альмукантарате в плоскости 1-го вертикала. Разрешается наблюдать звезды на удалении по азимуту от 1-го вертикала до 30°. Одна звезда наблюдается на востоке (σ_E), другая на западе (σ_W). Для упрощения математической обработки наблюдений пары звезд выбирают так, чтобы они были симметричны по азимуту относительно плоскости меридиана.

В функции азимутов звезд условие симметричности имеет вид

$$A_E = 360° - A_W. \tag{1.80}$$

Графическое изображение условий симметричного выбора звезд в парах относительно меридиана показано на рисунке 1.32.

Уравнения поправок для пары звезд:

$$V_E = -1\zeta' + \sin A_E y + (Z_E^{выч} - Z_E');$$

$$V_W = -1\zeta' + \sin A_W y + (Z_W^{выч} - Z_W'). \tag{1.81}$$

Значение y для каждой пары звезд при соблюдении условий симметричности

$$y_i = \frac{Z_E^{выч} - Z_W^{выч}}{\sin A_W - \sin A_E} \quad \text{с весом} \quad Py_i = 2\sin^2 A_W, \tag{1.82}$$

где A_W, A_E – азимуты западной и восточной звезд соответственно; $Z_E^{выч}, Z_W^{выч}$ – зенитальные расстояния, вычисленные по основному уравнению в зенитальных способах.

Из наблюдения n пар получаем уравненное значение y как средневесовое:

$$y_{cp} = \frac{P_i y_i}{[P_i]} \quad \text{с весом} \quad Py_{cp} = [Py_i]. \tag{1.83}$$

Значение долготы пункта

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{y_{cp}}{15\cos\varphi} \quad \text{с весом} \quad P_\lambda = Py_{cp}\cos^2\varphi. \tag{1.84}$$

В случае необходимости может быть вычислена поправка хронометра по формуле

$$U = U_0 + \frac{y_{cp}}{15\cos\varphi} \quad \text{с весом} \quad P_U = P_\lambda. \tag{1.85}$$

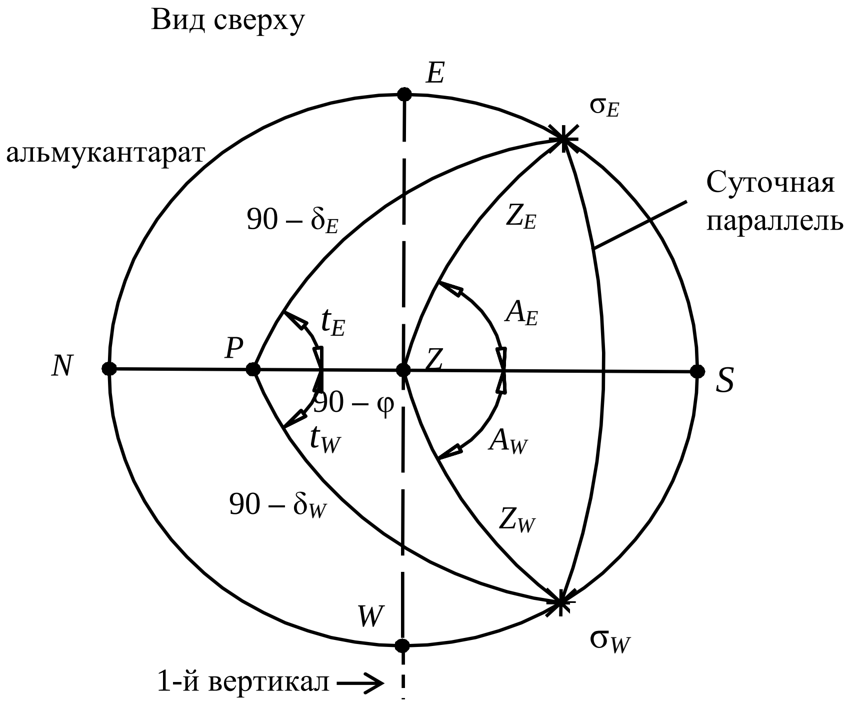

Рис. 1.32. Рабочая схема

В этом способе, как и в других способах астрономических определений, основанных на принципе равных высот, наиболее полно исключаются погрешности, связанные с рефракцией, гнутием трубы прибора и другими систематическими погрешностями, действующими на результаты измерений в функции зенитных расстояний светил [10].

Поскольку наблюдение пары звезд в данном способе производится довольно быстро, можно не опасаться значительных изменений как внешних условий, так и взаимного положения частей теодолита. Кроме того, при обработке наблюдений вся сумма систематических поправок к установочному зенитному расстоянию исключается в разности измеряемых зенитных расстояний звезд каждой пары.

Поэтому данный способ является одним из самых точных.

5. Определение широты из наблюдений пар звезд на равных высотах (способ Певцова)

При высокоточных работах разрешается определить широту либо способом Талькотта, либо способом Певцова (с применением фотоэлектрической регистрации). Способ Певцова не уступает по точности способу Талькотта и позволяет наблюдать более яркие звезды.

В способе предусмотрено наблюдение двух звезд на одном альмукантарате вблизи меридиана на угловых уравнениях от него 10 – 40°.

Одна звезда наблюдается к югу, другая – к северу от зенита на азимутах, симметричных относительно 1-го вертикала (рис. 1.33), измеряемой величиной является время прохождения звезды через альмукантарат.

Для упрощения математической обработки ставится условие

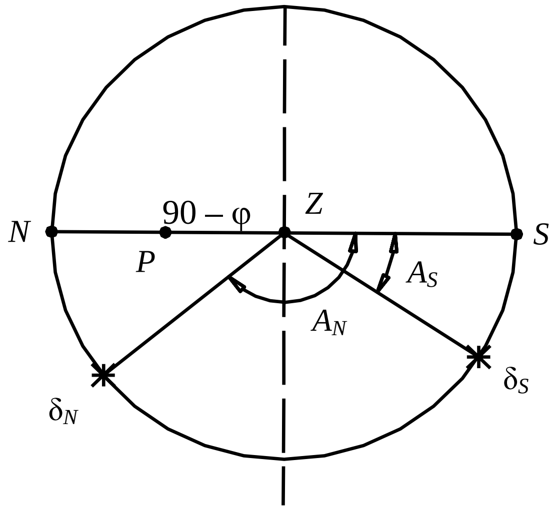

Рис. 1.33. Рабочая схема

$$A_N = 180° - A_S. \tag{1.86}$$

Численное значение веса P_X для каждой пары звезд определится формулой

$$P_X = \left[\cos^2 A\right] = 2\cos^2 A_N . \tag{1.87}$$

Уравнения поправок для пары звезд:

$$V_S = -1\zeta' + \cos A_S x + (Z_S^{выч} - Z_S^{'});$$

$$V_N = -1\zeta' + \cos A_N x + (Z_N^{выч} - Z_N^{'}). \tag{1.88}$$

Значение x для каждой пары звезд при соблюдении условий симметричности будет

$$x_i = \frac{Z_N^{выч} - Z_S^{выч}}{\cos A_S - \cos A_N} \quad \text{с весом } P_{x_i} = 2\cos^2 A_N , \tag{1.89}$$

где A_N, A_S – азимуты северной и южной звезд соответственно; $Z_N^{выч}, Z_S^{выч}$ – зенитальные расстояния, вычисленные по основному уравнению в зенитальных способах.

Из наблюдения n пар получаем уравненное значение x:

$$x_{ср} = \frac{[P_i x_i]}{[P_i]} \quad \text{с весом } P_{x_{ср}} = \left[P_{x_i}\right]. \tag{1.90}$$

Уравненное значение широты пункта

$$\varphi_{ур} = \varphi_0 + x_{ср} \quad \text{с весом } P_\varphi = P_{x_{ср}} . \tag{1.91}$$

Полученное значение широты приводится к центру пункта и к среднему полюсу.

Достоинства способа: исключаются погрешности, связанные с рефракцией, гнутием трубы и другими систематическими погрешностями, влияющими на результат определения зенитных расстояний.

Поэтому он является одним из самых точных способов определения широты.

К *недостаткам способа* следует отнести увеличение времени наблюдения каждой звезды и пары в целом до 15^m. Кроме того, при наблюдениях прохождений звезд (особенно южных) под острым углом к горизонтальным нитям приходится значительно смещать верхнюю часть теодолита по азимуту, что не может не отразиться на точности определения наклона оси уровня [10].

Однако влияние указанных недостатков можно ослабить, применяя окулярный микрометр с сеткой нитей, расстояния между которыми уменьшены до 50 – 60".