2 Основы небесной механики

Изучение физики обычно начинают с классической механики. Статистическую физику или квантовую механику интуитивно понять трудно, а классическая механика — это то, что у нас постоянно происходит перед глазами: кирпичи падают, мячики летают. Законы механики мы ощущаем на уровне интуиции, потому что с нами, людьми, происходит то же самое: время от времени мы падаем, иногда даже летаем. Так что небесная механика, самая изящная часть астрономии, для физика должна быть тоже интуитивно понятной.

За одну лекцию изучить небесную механику — дело нереальное, поэтому знакомиться с ней мы будем бегло. Советую вам прочитать замечательную книжку «Очерки о движении космических тел» Владимира Васильевича Белецкого — это один из наших сильнейших небесных механиков. Картинки там прекрасные, формулы тоже, и вообще от ее чтения получаешь наслаждение.

Итак, сегодня мы будем знакомиться только с основными идеями и простейшими формулами. Есть, к примеру, у нас планета (или любое другое небесное тело). Она движется и развивается под действием каких-то сил (рис. 2.1): гравитационных и негравитационных (светового давления, прямых ударов других тел). Есть также внутренние силы, которые вызывают деятельность вулканов, движение материков. Но сегодня мы будем говорить только о гравитации. И тему гравитации мы поделим пополам.

Первая часть представляет самый простой подход к изучению движения небесных тел. Поскольку большие небесные тела практически шарообразны (о причинах этого я скажу ниже), их притяжение друг к другу можно описать притяжением материальных точек, расположенных в центрах тел и содержащих всю их массу (это мы тоже сегодня докажем). В этом случае неплохо работает очень простой, известный даже школьникам закон Ньютона. Правда, он не вполне правилен, общая теория относительности (ОТО) корректнее описывает гравитацию, но для нас это пока несущественно.

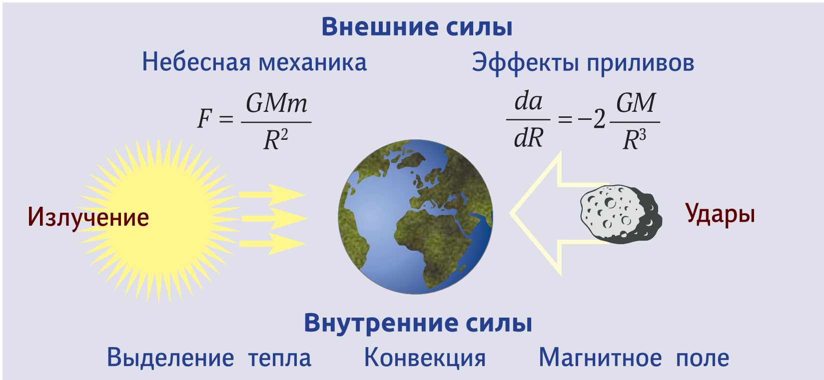


Рис. 2.1. Различные силы, воздействующие на планету.

Есть более тонкий подход. Он учитывает, что тела являются протяженными и что все их конкретные точки находятся на разных расстояниях от соседнего тела. Значит, в общем случае нельзя подставлять одно и то же расстояние в первую формулу (рис. 2.1), надо учитывать зависимость гравитационной силы от расстояния до притягивающего тела (вторая формула). Это уже второе приближение к истине, и называется оно *теорией приливов*. Приливы — вообще штука интересная и очень важная, но об этом — в одной из следующих лекций. А сегодня будем говорить только о небесной механике.

Самая слабая сила

Давайте посмотрим на запись закона всемирного тяготения Ньютона, связывающего силу притяжения F между двумя материальными точками, в которых сосредоточены массы M и m, разделяемые расстоянием R: $F = GMm/R^2$, — и осозна́ем одну неприятную вещь. А именно: значение коэффициента пропорциональности $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг², называемого гравитационной постоянной, очень мало́ в знакомых нам единицах измерения (метры, килограммы, ньютоны). Если сто граммов (столько весит полстакана воды) положить на ладошку — это будет сила тяжести в один ньютон.

Прикинем, каковы гравитационные силы. Пусть каждый из вас весит порядка ста килограммов (не хочу никого обидеть, а лишь округляю для простоты вычислений) и вы находитесь в аудитории на расстоянии 1 метра друг от друга. Подставляем эти значения в формулу и находим силу взаимного притяжения: $F \sim 10^{-10} \cdot 100 \cdot 100/1^2 = 10^{-6}$ Н, это одна миллионная от силы в 100 граммов, или $^1/_{10}$ миллиграмма.

Это притяжение друг к другу вы не ощущаете, хотя закон говорит, что оно есть. То есть гравитация — самая слабая из всех природных сил, она практически неощутима. Почему же мы чувствуем, что нас притягивает к сиденью?

Очень малое значение гравитационного коэффициента говорит о том, что только большие массы могут ощутимо взаимодействовать друг с другом. Например, масса всей Земли — большая, поэтому мы ощущаем притяжение к ней. А сидя рядом друг с другом, даже и не догадываемся, что существует сила гравитации.

Есть и другая особенность. Если сравнить значение этой физической константы с другими, например зарядом электрона $e = 1{,}60217739 \cdot 10^{-19}$ Кл, что сразу бросается в глаза? Огромная разница в количестве значащих цифр. Естественно задать вопрос: электроном, значит, физики интересуются, измерили его заряд до десяти значащих цифр, а гравитацию почему-то проигнорировали? Почему они не хотят измерить ее точно?

Отнюдь нет — хотят, но не могут. Ведь в формулу наряду с G входит величина M, но откуда мы можем знать массу Земли — кто-то ее взвешивал? Ее ведь на весы не положишь. Ускорение свободного падения $a = F/m$, а значит, и произведение $G \cdot M$ мы можем измерить точно. Но чтобы отделить их друг от друга, надо действовать как-то по-другому. Например, можно сначала взвесить тело на весах, а потом посмотреть, как оно притягивает соседей. Для этого «древний» английский физик Дж. Мичелл (1793) придумал крутильные весы (рис. 2.2, 2.3) — очень чувствительный прибор, с помощью которого другой английский физик, Г. Кавендиш (1798), впервые измерил си-

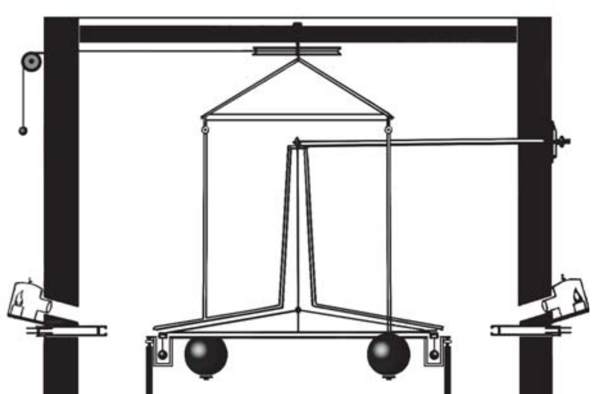


Рис. 2.2. **Схема крутильных весов, на которых Генри Кавендиш измерял гравитационную силу.**

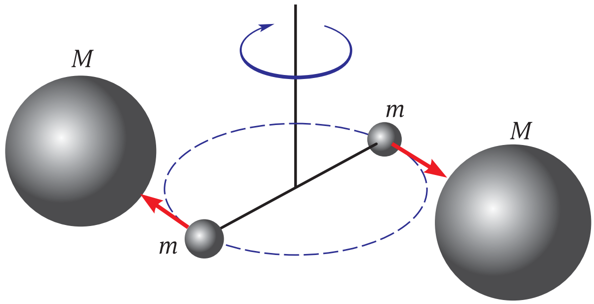


Рис. 2.3. Принципиальная схема крутильных весов.

лу гравитационного притяжения двух лабораторных тел и определил значение гравитационной постоянной Ньютона. В нашем институте (Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга, МГУ) сделали такую же и потом очень долго мучились, чтобы решить типичную для физиков проблему: отделить от изучаемого явления все паразитные эффекты.

Сначала в этой константе была уверенно измерена только одна значащая цифра, в XIX веке узнали вторую, в середине XX века появился третий знак, совсем недавно — четвертый. Пятый еще пока пытаются выяснить: даже при использовании самых лучших методов он у всех определяется по-разному, большей точности достичь не получается.

Движение двух тел

Единственное тело в абсолютной пустоте будет лететь по прямой, потому что никакие внешние силы на него не действуют, — это случай тривиальный и неинтересный. А простейшей задачей небесной механики считается задача двух гравитационно взаимодействующих тел. Но ее можно еще упростить, если взять одно тело очень массивное, а другое очень маленькое. Малое тело движется под влиянием центростремительного ускорения, а большому безразлично, что там вокруг него бегает, фактически оно не «чувствует» чужого присутствия и поэтому неподвижно. Эта ситуация называется задачей одно-

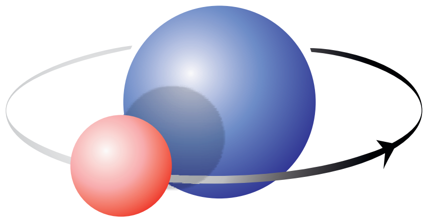


Рис. 2.4. Задача двух тел начинается с задачи о движении одного тела в центральном поле.

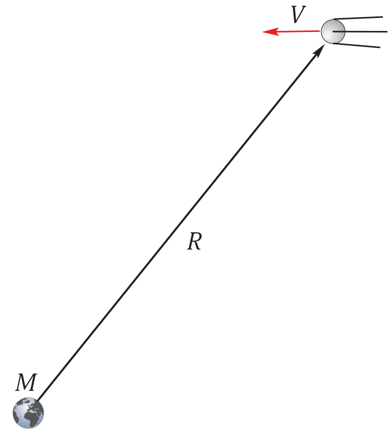


Рис. 2.5. **Легкий спутник на круговой орбите очень большого радиуса.**

го тела в центральном гравитационном поле (рис. 2.4).

Если начало системы координат совместить с массивным телом, то вследствие его неподвижности такая система координат будет инерциальной. И это может оказаться очень полезным. Например, для космического аппарата мы можем записать, что действующее на него центростремительное ускорение равно отношению силы гравитационного притяжения к его массе:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Если он обращается на достаточно дальней круговой орбите (рис. 2.5), то, выполнив простое преобразование этой формулы, можно однозначно связать орбитальный период с массой притягивающего тела. Собственно говоря, это единственный надежный метод для определения массы планеты:

$$\frac{V^2}{R} = \frac{GM}{R^2};$$

$$P = \frac{2\pi R}{V} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}};$$

$$M = \frac{R^3}{G(P/2\pi)^2}.$$

Но задача становится сложнее, когда спутник находится близко к планете: при этом уже нельзя пренебрегать ее размером и формой (рис. 2.6). Казалось бы, это задача очень сложная, потому что для решения надо вычислить притяжение спутника к каждой точке планеты и сложить векторы сил. Та же проблема у геофизика, который интересуется внутренностью планеты и хочет узнать, какова гравитация на нужной глубине: ему надо бы вычислить притяжение ко всем точкам внешней части и ко всем точкам внутренней части. К счастью, еще Ньютон доказал две простые, но очень полезные теоре-

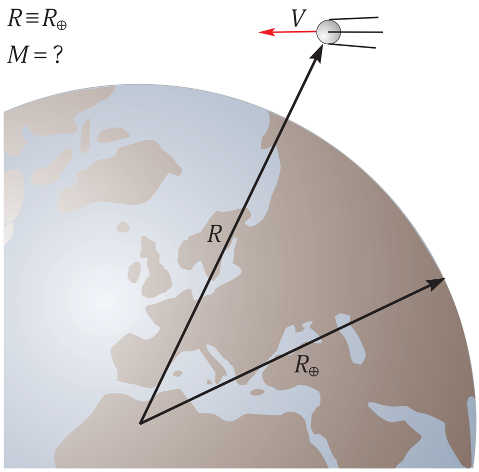


Рис. 2.6. **Легкий спутник на круговой орбите малого радиуса.**

мы, значительно облегчающие вычисления, — и за это ему спасибо.

Первая теорема говорит о том, что если у вас есть однородная по плотности сферическая оболочка, то внутри нее гравитация отсутствует и ускорение везде равно нулю. Доказательство можно продемонстрировать на пальцах. Для этого помещаем в произвольное место полости пробный шарик и смотрим, какие силы на него действуют со стороны двух диаметрально противоположных бесконечно малых сегментов (рис. 2.7, где сегменты для наглядности показаны большими):

$$S \sim R^2;$$

$$F \sim \frac{S}{R^2};$$

$$F_1 = F_2.$$

Площади и массы обоих сегментов прямо пропорциональны квадрату расстояния, а сила обратно пропорциональна квадрату расстояния, значит, оба оказывают на эту точку одинаковое по величине, но противоположно направленное влияние, то есть силы уравновешиваются. Таким образом, где бы ни находилось тело внутри оболочки, оно пребывает в состоянии невесомости. Более того: когда вы свободно падаете без опоры, вы тоже испытываете невесомость в течение короткого времени, пока не упали, а в полости вообще нет гравитационной силы, и «падать» там можно бесконечно долго.

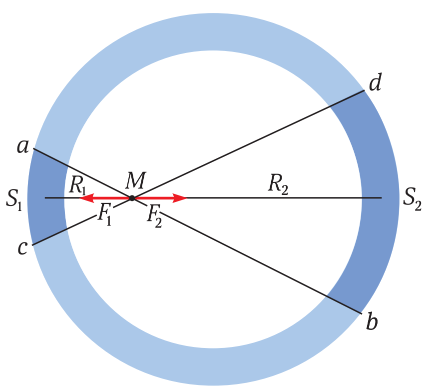
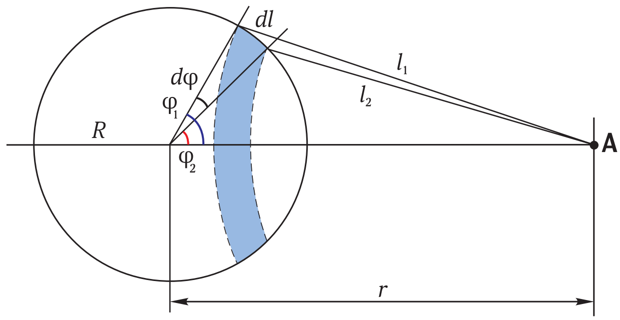


Рис. 2.7. **Теорема Ньютона о гравитации внутри однородной сферы.**

Рис. 2.8. Теорема Ньютона о гравитации вне однородной сферы (в точке А).



Теперь из последовательности таких оболочек мы можем собрать всю планету целиком и понять, что для вычисления ускорения свободного падения в какой-то внутренней точке достаточно учитывать только более глубокие слои. А принимать во внимание наружные по отношению к рассматриваемой точке слои, которые лежат поверх нее, т. е. ближе к поверхности, нет необходимости, потому что они никакого влияния не оказывают. В частности, это приближение верно для Земли, у которой плотность к центру растет, при этом на каждой выбранной глубине она под любой точкой поверхности почти одинакова. Геофизики «молятся» на эту теорему Ньютона, потому что она позволяет им легко вычислять гравитационное поле внутри шаровидных (сферически симметричных) космических тел. Но для тел другой формы это уже не справедливо.

Вторая теорема Ньютона касается притяжения однородной сферической оболочкой тела, расположенного снаружи. Оказывается, в этом случае оболочка действует на внешнее тело так же, как и материальная точка с той же массой в центре сферы. Для доказательства нужно вычислить гравитационную потенциальную энергию точечного тела единичной массы в зависимости от расстояния от этой точки до кольца, вырезанного в сфере (рис. 2.8). При этом ничего более сложного, чем теорема косинусов, не требуется.

Пусть у сферы единичная поверхностная плотность. Тогда потенциальная энергия в поле шарового пояса определяется так:

$$dU = -\frac{G 2\pi R^2 \sin\varphi \, d\varphi}{l};$$

$$l^2 = R^2 + r^2 - 2rR\cos\varphi;$$

$$l\,dl = rR\sin\varphi \, d\varphi.$$

$$dU = -\frac{2\pi GR}{r}dl;$$

$$\Delta l = 2R.$$

Потенциальная энергия в поле всей сферы:

$$U = -\frac{4\pi GR^2}{l} = -\frac{GM}{r};$$

Ускорение в точке А:

$$a = \frac{dU}{dr} = \frac{GM}{r^2}.$$

Из серии сферических оболочек можно собрать массивную шаровидную планету или звезду, а значит, в ее поле тяготения движение всех малых объектов — как спутников, так и тел, пролетающих мимо, — можно рассчитывать в приближении, будто вся масса шара сосредоточена в центральной точке. Этот факт очень важен для астрономов, потому что все достаточно крупные космические тела почти сферичны, если они не очень быстро вращаются (иначе они становятся эллипсоидами и эти теоремы перестают работать).

Теперь давайте представим себе мир, в котором гравитация устроена не по Ньютону. С помощью простенькой компьютерной программы интегрирования уравнений движения попробуем «поиграть» с законом гравитации, меняя показатель степени m при расстоянии R в формуле Ньютона (рис. 2.9). В классическом случае $m = 2$. Запускаем пробное тело вокруг точечной массы и получаем ожидаемый результат: пробное тело бегает по одному и тому же эллипсу.

Если сделаем зависимость гравитации от расстояния более жесткой, увеличив показатель степени чуть-чуть, всего на 10 %, то получится вот что: вроде бы движение происходит тоже по эллипсу, но он не остается неизменно ориентированным, его ось понемногу поворачивается — происходит прецессия оси. Теперь возьмем зави-

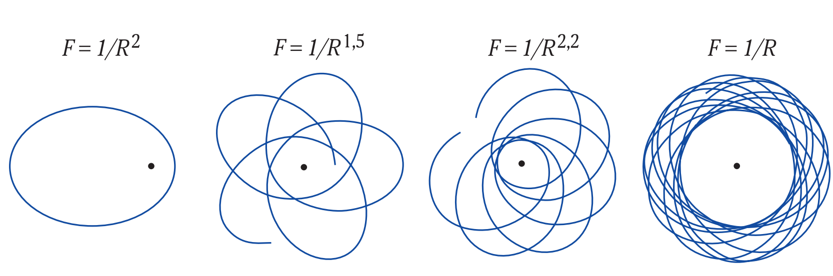


Рис. 2.9. Движение частицы в разных силовых полях.

симость $F(R)$ немного мягче ньютоновой, уменьшив m на 25%. При таком законе тоже вырисовывается похожий эллипс, только вращающийся в противоположном направлении. Интересно, что если задать совсем уж невообразимый вариант $m = 1$ (т. е. $F \sim 1/R$), то угловая скорость прецессии оси становится близкой к угловой скорости обращения спутника.

Несмотря на то что движение кажется хаотичным, можно заметить, что во всех рассмотренных случаях есть границы движения, за которые тело никогда не вылетает. Механики называют такое движение финитным, то есть ограниченным в пространстве. Если бы у нас, например, в законе Кулона показатель степени при расстоянии вдруг «поплыл», то электрон по крайней мере не убежал бы от ядра и не упал бы на него: ну, двигался бы немного более «хитро», чем в нашем мире, но с этим жить можно. Главное — что атом остался бы стабилен, не распался бы.

Эти численные эксперименты — вовсе не блажь. Дело в том, что Ньютонов закон действителен только в слабых гравитационных полях; он является, так сказать, лишь первым приближением к реальности. А если вы возьмете уравнения общей теории относительности и на их основе попытаетесь получить ньютоновское приближение, то к основному компоненту GM/R^2 добавятся поправки — слагаемые, растущие с увеличением потенциала гравитационного поля. То есть в общей теории относительности гравитация более круто зависит от расстояния, чем в теории Ньютона. Поэтому есть особенность приближения к объектам очень большой массы, но малого размера.

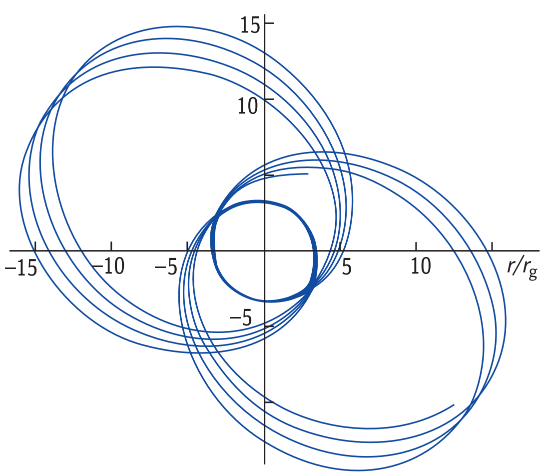


Рис. 2.10. Движение тела вблизи черной дыры. Расстояния по осям указаны в гравитационных радиусах черной дыры (r_g).

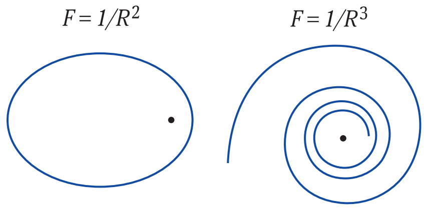


Рис. 2.11. Движение в поле $F \sim R^{-3}$ принципиально отличается от кеплеровского.

Вот как замысловато будут кружить объекты в окрестности черной дыры (рис. 2.10): на каждом обороте (от апоцентра до апоцентра) эллипс разворачивается на 180°. При этом происходит не медленный дрейф оси, как в ранее рассмотренных случаях, а прыжки сразу на полоборота. Так что наши «игры» с законом притяжения имеют смысл: они позволяют моделировать реальное гравитационное поле вблизи массивных, плотных объектов: нейтронных звезд и черных дыр.

А вот теперь я увеличил показатель на целую единицу ($m = 3$), сделав зависимость еще более жесткой по сравнению с ньютоновой: $F \sim 1/R^3$. Что мы видим: движение становится инфинитным, то есть пространственно неограниченным (рис. 2.11). Конечно, в принципе можно найти для частицы, находящейся на некотором расстоянии от тяготеющего центра, такую скорость, при которой частица пойдет по круговой орбите. Но это движение будет неустойчивым: стоит на какую-то мизерную долю изменить эту скорость, и частица, двигаясь по спирали, либо упадет на центр притяжения, либо навсегда уйдет от него. А в реальности какие-то случайные флуктуации всегда есть. Следовательно, в таком потенциальном поле ни атомов, ни планетных систем существовать не может.

Доказано (это довольно легко сделать), что в законах, описывающих силовые поля, показатель степени m связан с геометрической размерностью физического пространства: он во всех случаях на единицу меньше, чем размерность пространства. Отсюда следует, что из записи фактических законов Кулона и Ньютона мы можем сказать, что наше пространство трехмерное и что четвертого пространственного измерения у нас нет, иначе все давно потеряло бы устойчивость, потому что атомы развалились бы.

Орбитальные параметры

Когда небесные механики интересуются движением тел, они используют специальную систему координат. В принципе, можно было бы ничего не изобретать и взять декартовы координаты. Что нам нужно задать для частицы, чтобы потом рассчитывать движение по орбите? Начальное пространственное положение частицы и ее начальную скорость. Это векторные величины в пространстве, т. е. каждая их них имеет три компонента. Итого шесть чисел полностью описывают состояние частицы в пространстве. Больше ничего не требуется, у нас есть формула для вычисления гравитационной силы, действующей на небесное тело, и законы механики позволяют нам рассчитать, как она будет двигаться, т. е. положение и скорость в любой момент времени.

Но реально для небесной механики такой подход чаще всего не реализуется: он слишком сложен. Ведь если у нас есть только один тяготеющий центр, то любая отпущенная на свободу частица, какую бы скорость мы ей первоначально ни задали, под действием гравитации будет летать в плоскости и никуда из этой плоскости не выйдет. Иными словами, у любой частицы есть своя орбитальная плоскость. Вот с ней и любят работать небесные механики, потому что она сразу уменьшает количество пространственных измерений. По крайней мере на одно: если мы знаем, что тело движется в плоскости, то перпендикулярную ей компоненту скорости и расстояние можно отбросить. А чем меньше уравнений, тем легче решать.

Но надо задать, как орбитальная плоскость рассматриваемого объекта располагается в пространстве (рис. 2.12). Для этого, естественно, сначала выбирается базовая координатная плоскость, от которой ведется отсчет (обычно это плоскость эклиптики Солнечной системы). Чтобы описать, как в пространстве располагается орбитальная плоскость относительно базовой, надо определить угол, под которым они пересекаются. Этот угол называется *наклонением*.

Важно не запутаться в терминах, потому что астрономы употребляют два похожих слова: «наклонение» и «наклон», которые означают вовсе не одно и то же. В отличие от наклонения, *наклоном* назы-

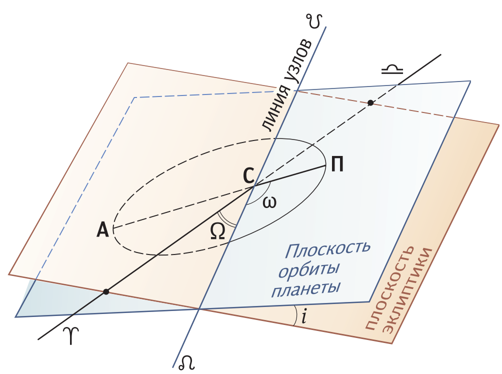


Рис 2.12. Элементы орбиты: ☊ и ☋ — восходящий и нисходящий узлы орбиты; *i* — наклонение; Ω — долгота восходлящего узла (из южного полушария в северное); ω — угловое расстояние от восходящего узла до перицентра.

вают угол между осью собственного вращения планеты и перпендикуляром к ее орбитальной плоскости (например, наклон земной оси равен 23,4°). Пересечение орбитальной и базовой плоскостей называется *линией узлов*. Эта прямая проходит через два узла: восходящий и нисходящий. *Восходящий узел* — точка, где планета из южной полусферы неба переходит в северную, а *нисходящий* — где планета «ныряет» из северного полушария в южное. Обозначаются они соответственно символами ☊ и ☋.

Второй параметр, который надо указать для небесных координат, определяет ориентацию линии узлов в пространстве. Базовое направление мы можем задать на точку весеннего равноденствия, Солнце проходит через нее каждый год. Угол Ω между линией узлов и базовым направлением называется *долготой восходящего узла*.

Итак, орбитальную плоскость, наклонение и ориентацию мы определили. Теперь надо определить характер движения планеты в этой плоскости. В простейшем случае, когда система состоит из одной звезды и одной планеты, она движется по эллипсу, а у эллипса есть лишь две характеристики: размер и форма. Размер — это длина большой оси, а форму можно определить через параметр *эксцентриситет*.

Четыре параметра у нас есть — вроде бы достаточно? Ан нет! Как ориентирован в орбитальной плоскости сам эллипс? Надо указать угол его ориентации — например, между линией узлов и направлением на перицентр П (точку орбиты, ближайшую к центру притяжения).

Итак, пять параметров указали; можем ли мы наконец произвести расчет движения планеты в будущее и в прошлое? Нет, нам надо знать, где планета на этом эллипсе находится в начальный момент времени, чтобы начать вычисления. Например, можно задать момент времени, когда она проходит через перицентр, апоцентр или какую-то другую определяемую точку, — это уже шестой параметр.

Таким образом, шесть величин задают полный набор начальных условий, ровно столько их было и в декартовых координатах. Но параметры в небесных координатах позволяют проще решать задачу, это можно сделать даже аналитически.

Как летают спутники

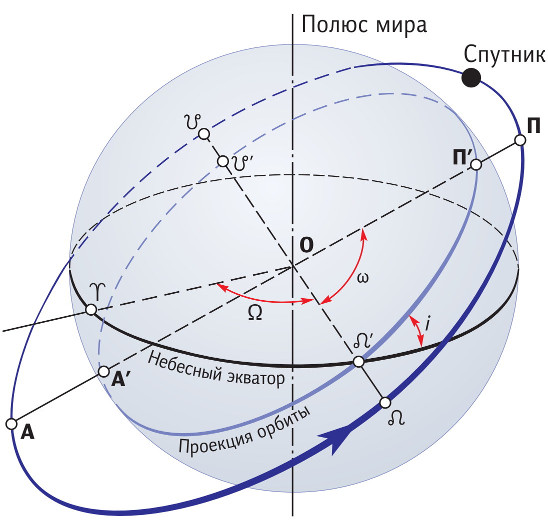
Если нам надо рассматривать движение искусственных спутников Земли, то определять базовую плоскость через эклиптику, т. е. брать в качестве базовой плоскость орбиты нашей планеты, особого смысла нет. Ведь спутники всегда летают не очень далеко от Земли, им нет никакого дела до того, как она сама движется вокруг Солнца. Поэтому наклонение плоскости орбиты спутников обычно отсчитывают от земного (он же — небесный) экватора (рис. 2.13). Плоскость земного экватора в этом отношении очень полезна, потому что планета у нас довольно симметрична относительно экватора, что упрощает математические расчеты. Остальные параметры определяют аналогично: например, направление линии узлов отсчитывают, как всегда, от точки весеннего равноденствия.

Теперь давайте посмотрим, как могут двигаться спутники после запуска. Подвешиваем тело над Землей и сообщаем ему импульс. Например, по какой линии движется камень, брошенный под углом к горизонту? Школьный учебник утверждает, что по параболе. Но так ли это?

По этой кривой тела движутся в однородном поле гравитации, когда ускорение свободного падения направлено везде одинаково. Но наша Земля — не плоскость бесконечной протяженности (как ее в древности представляли, лежащей на слонах и китах), а шар, т. е. она притягивает к своему центру как точка (выше мы говорили, что это следует из второй теоремы Ньютона). Поэтому, как бы мы ни кинули тело, оно полетит по эллипсу. Если с маленькой скоростью, то оно упадет, но все равно при этом будет двигаться по дуге эллипса.

Давайте теперь будем бросать тело горизонтально со всё большей и большей скоростью. Сначала оно будет ударяться о поверхность Земли, заканчивая свое эллиптическое движение, при этом

Рис. 2.13. **Геоцентрическая экваториальная система координат.**



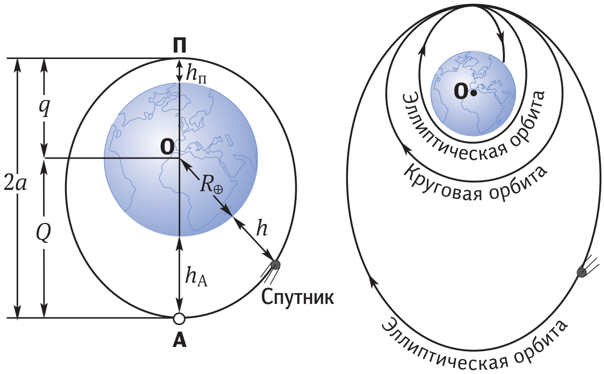


Рис. 2.14. Параметры орбиты искусственного спутника Земли.

точка старта будет апоцентром (наиболее удаленная от центра точка эллипса). При некоторой скорости мы в конце концов добиваемся, чтобы тело летало по круговой орбите. А если придать еще бóльшую начальную скорость, то оно также полетит по эллипсу, только теперь точка старта станет не апо-, а перицентром.

Кстати, в сообщениях ТАСС и других СМИ вам никогда не скажут, каково расстояние от перицентра или апоцентра орбиты того или иного спутника до центра Земли. У них своя особенность языка, они говорят в других терминах: «высота полета космического тела» — это расстояние от поверхности. На рис. 2.14 показана взаимосвязь этих величин. Но для физика важно знать истинные параметры эллипса — расстояние от центра тяготения, а значит, надо не забывать всегда прибавлять радиус Земли.

А что будет, если еще больше наращивать скорость (рис. 2.15)? При некоторой скорости мы получим параболическое движение: тело при этом отрывается, уходит в бесконечность и там замирает, потому что в пределе на бесконечном расстоянии скорость будет нулевой. А если задать еще бóльшую начальную скорость, то оно улетает по гиперболе и на бесконечности продолжает двигаться, потому что у него есть запас энергии. И, наконец, если мы метнули это тело с бесконечно большой скоростью, то оно уйдет по прямой линии, вообще «не ощущая» гравитации.

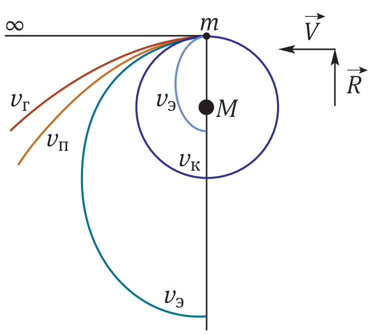


Рис. 2.15. Космические скорости.

Теперь подсчитаем, с какой скоростью надо запустить тело, чтобы оно вышло на круговую орбиту. Если тело движется по кругу, то надо приравнять центростремительное ускорение к отношению силы гравитации к массе тела:

$$\frac{mV^2}{R} = \frac{GMm}{R^2}.$$

Из этого уравнения получаем выражение для скорости, которая называется *первой космической* (V_1):

$$V_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Важно подчеркнуть, что это векторная величина, т. е. эту скорость надо сообщить спутнику обязательно в нужном направлении.

Однако в телерепортаже мы видим, что ракета стартует с космодрома всегда вертикально вверх, а потом говорят, что ракета набрала первую космическую скорость и вышла на круговую орбиту вокруг Земли. Что было бы дальше, если бы она набрала первую космическую в вертикальном направлении? Вышла бы она на круговую орбиту? Конечно, нет — она упала бы обратно.

Кстати, понятие первой космической скорости (называемой также круговой скоростью) v_1 определяют не только у поверхности планеты, поэтому всегда надо уточнять — в каком месте. В формулу входит расстояние до центра планеты; подставляйте сюда другие значения — и вы получите разные значения первой космической скорости. У поверхности Земли или на небольшой высоте (150–200 км), где уже почти нет воздуха, она составляет около 8 км/с, но при удалении от Земли уменьшается обратно пропорционально корню из расстояния.

Итак, если мы придали телу первую космическую скорость точно в направлении, перпендикулярном вектору расстояния, то оно выйдет на круговую орбиту (рис. 2.16). Но если вы ошиблись с направлением, то получите вовсе не круг, а эллипс, хотя модуль скорости и был правильным! Это очень большая проблема для инженеров, которые планируют космические запу-

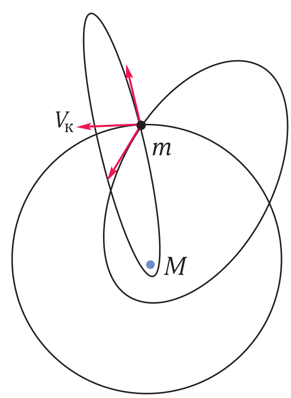


Рис. 2.16. Зависимость формы орбиты от направления начальной скорости (при модуле, равном круговой скорости).

ски: малейшее отклонение — и насмарку все труды: спутник может даже войти в атмосферу Земли и сгореть. Обратите внимание, когда запуск космической ракеты долго показывают: сначала она вертикально уходит в стратосферу, а потом постепенно поворачивает, поворачивает, поворачивает — и на высоте 50–70 км начинает двигаться уже параллельно поверхности Земли, и ей надо набрать соответствующую высоте первую космическую скорость, иначе она упадет обратно на планету.

Для тела, равномерно движущегося по круговой орбите, можно легко записать выражения для его кинетической и потенциальной (гравитационной) энергии:

$$E_k = \frac{mV_k^2}{2} = \frac{GMm}{2R}; \quad E_G = -\frac{GMm}{R};$$

$$E_k + E_G = -\frac{GMm}{2R}.$$

Потенциальная энергия отрицательна, потому что это энергия связи двух тел. Полная энергия тела, движущегося с первой космической скоростью, в точности равна кинетической по модулю, но они имеют разные знаки. Мы вывели эту формулу только для кругового движения, но оказывается, что при усреднении по времени она справедлива для движения по эллиптической орбите (при этом нужно заменить R на a) и для стационарной системы гравитационно взаимодействующих точек, — это называют *теоремой вириала*. Это очень важная теорема, особенно для тех, кто занимается изучением одновременного движения многих тел — скажем, в звездном скоплении, содержащем миллионы звезд. Просчитать их движение по отдельности невозможно, разве что на суперкомпьютерах. Но даже не зная индивидуальных траекторий и скоростей, мы всегда можем быть уверены, что полная и кинетическая энергии этой кучи звезд равны по модулю.

Раз уж речь зашла о космонавтике, я напоследок расскажу одну интересную вещь о том, каких трудов стоит развить первую космическую скорость. Вот космический корабль, на котором летают наши космонавты (рис. 2.17). Вес его 7 тонн, там сидят три человека — и их надо разогнать до скорости 8 км/с. Так вот, чтобы это сделать, приходится строить космический аппарат для одноразового использования весом более 300 тонн, и вся эта машина — только для того, чтобы маленький космический аппарат достиг устойчивой орбиты. А состо-

Рис. 2.17. **Соотношение масс ракеты-носителя и ее полезной нагрузки. Ракета весом более 300 тонн создается только для того, чтобы маленький космический аппарат достиг устойчивой орбиты.**

ит ракета из металлической конструкции и топлива. Их соотношение такое: сухой вес ракеты — 26 тонн, а залитого в нее топлива — почти 280 тонн. Таким образом, 90% веса ракеты на старте — это ее топливо! Легковой автомобиль, например, весит около 1,5 т, а топлива в его баке около 50 кг, т. е. топливо составляет всего лишь 3% веса автомобиля. При этом ракета не только несет в себе колоссальный объем взрывоопасного вещества, но и работает в гораздо более напряженных условиях, чем автомобиль. Рядом с сотнями тонн ее «взрывчатки» пылает гигантский факел реактивных двигателей. А на вершине этой «бочки с порохом» сидят отважные люди, желающие покинуть планету. И им это, как правило, удается. Одним словом, современная космическая ракета — удивительное творение инженерной мысли.