



К антиподам: на спутнике или на метро?

Есть одна интересная задача, которую я традиционно предлагаю на экзамене. Пусть нам требуется послать груз или пассажиров из одной точки Земли в точку, ей противоположную (т. е. к антиподам, потому что с нашей точки зрения все там ходят вверх ногами, притягиваясь к центру Земли). Как это сделать быстрее?

Казалось бы, самый быстрый способ — лететь по круговой орбите спутника. С первой космической скоростью спутник облетает Землю за полтора часа, значит, мы можем прилететь к антиподам через 45 минут плюс время на разгон и торможение. Быстрее не получится: если мы добавим спутнику скорости, он пойдет по дальней орбите и лететь будет дольше. К тому же для реализации этого способа потребуется много денег: надо каждый раз сооружать огромную ракету, тратить очень много энергии на запуск.

А вот представьте себе, что мы просверлили Землю насквозь и без начальной скорости просто отпустили снаряд. Он начнет уско-

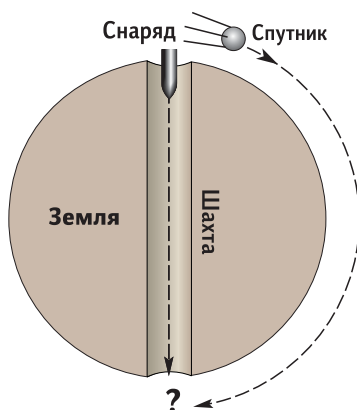


Рис. 3.1. Схема «метро» сквозь земной шар.

ренно падать к центру Земли, затем, набрав скорость, по инерции пролетит через центр и выпрыгнет как раз в антиподальной точке — останется только его вовремя поймать. Такой канал потребует сделать только один раз, откачать из него воздух, чтобы не замедлял движение, а потом совершенно бесплатно запускать кабину с людьми на ту сторону земного шара и обратно. Вопрос задачи: какое путешествие займет меньше времени — по низкой околоземной орбите искусственного спутника или через центр Земли?

Геостационарная орбита и космический лифт

Среди всех круговых орбит особенно интересна геостационарная орбита, на которой орбитальный период длится столько же, сколько оборот Земли вокруг своей оси, т. е. 23 часа 56 минут и примерно 4 секунды. Если вы запустили спутник на круговую орбиту, лежащую в экваториальной плоскости Земли на расстоянии примерно 36 тыс. км от земной поверхности (от центра планеты это будет 42 тыс. км), то, двигаясь в плоскости экватора с периодом в одни звездные сутки, он всегда будет висеть над одной и той же точкой земного шара (рис. 3.2). Таких спутников летают сотни. А зачем они нужны?

Это, например, спутники прямого телевизионного вещания, их специально запустили на геостационарную орбиту, чтобы нам не приходилось в течение суток крутить домашнюю антенну туда-сюда. Мы один раз нацеливаем свою спутниковую «тарелку» на такой спутник и уверены, что он всегда будет в одной и той же точке неба и никуда не денется.

Интересно, что эта особенность геостационарной орбиты открывает нам совершенно фантастические перспективы для космонавтики. С такого спутника можно протянуть на Землю трос, и он не будет наматываться на Землю, потому что спутник относительно земной поверхности не движется. Вдоль этого шнура или каната можно организовать космический лифт. Заметьте: не ракету, которая 98% своей массы выбрасывает, чтобы отправить в полет оставшиеся 2% массы в виде космического корабля, а просто электрический лифт. Прикиньте, сколько в этом случае киловатт-часов электроэнергии потребуется, чтобы подняться в космос: стоить это будет считанные копейки.

Есть, правда, одна неприятная особенность такого спутника: вот запустили мы его на геостационарную орбиту, протянули канатик, но вдруг какая-то случайная небрежность заставила спутник немного опуститься. Что тогда произойдет? Спутник окажется ближе к центру Земли, его орбитальный период станет короче, т. е. спутник начнет опережать ту точку поверх-

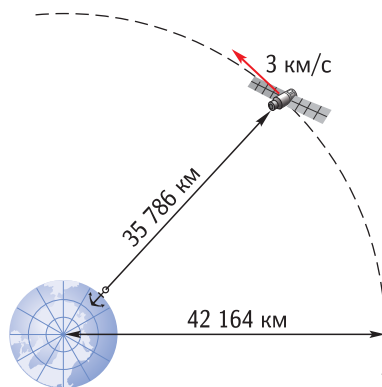


Рис. 3.2. Геостационарная орбита. Спутник виден в одной и той же точке неба.

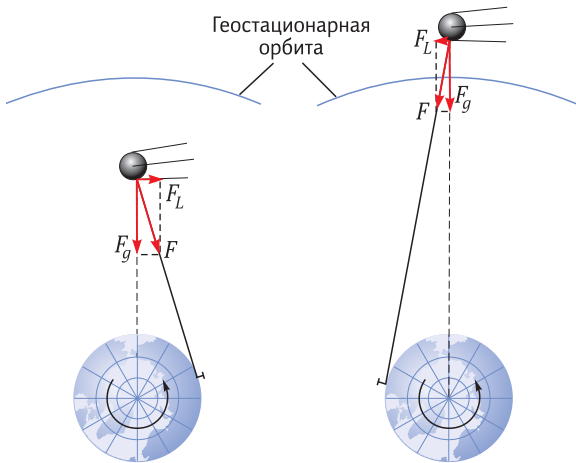


Рис. 3.3. Если привязанный к поверхности спутник опустился ниже геостационарной орбиты, то Земля начнет отставать, наматывает на себя канат, затормозит спутник еще сильнее, и он упадет. А что случится, если спутник поднимется выше геостационара?

ности, к которой привязан, канат будет наматываться на Землю и тянуть спутник вниз. Тот начнет крутиться еще быстрее — и понятно, что закончится это нехорошо (рис. 3.3). Если привязанный к поверхности спутник опустился ниже геостационарной орбиты, то Земля начнет отставать, наматывает на себя канат, затормозит спутник еще сильнее, и он свалится с небес.

А что случится, если спутник поднимется выше геостационара? Если немного подтолкнуть спутник вверх, он начнет отставать от поверхности Земли: чем больше расстояние, тем меньше скорость обращения и тем больше орбитальный период. Но будет ли это движение устойчивым, не станет ли Земля наматывать канат в обратную сторону? Это простая механическая задача, которую должен быть способен решить любой физик. Вычисления показывают такое развитие событий: если привязанный спутник окажется на чуть большей высоте, чем геостационарная орбита, и начнет отставать от

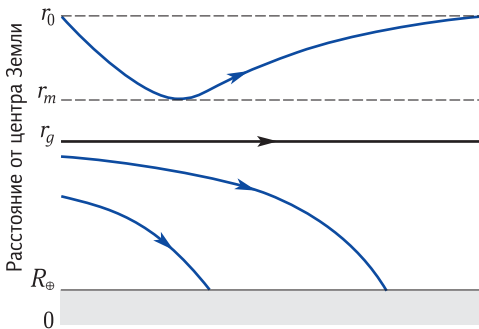


Рис. 3.4. Так будет меняться со временем высота привязанного к Земле спутника на орбите, близкой к геостационарной (r_g).



Рис. 3.5. Одна из многочисленных художественных иллюстраций, демонстрирующих возможную конструкцию космического лифта.

Земли, она сначала за канатик немного подтянет его вперед, а потом он снова отойдет на исходное расстояние от поверхности. Но после этого спутник уже не отстанет от вращения Земли, потому что наряду с гравитацией добавляется сила, которая тянет его вперед, в сумме они создают более сильное центростремительное ускорение, чем одна только гравитация, и эта более высокая орбита становится геостационарной.

Так что идея космического лифта может быть прекрасно реализована. Осталось только найти материал для каната, чтобы 36-тысячекилометровый трос выдерживал свой вес плюс вес поднимаемого груза (железо для этого не годится, а вот нанотрубки могут быть перспективными: плотность их меньше, а прочность больше), – и тогда каждому человеку можно будет подняться на геостационарную орбиту за несколько тысяч рублей; по деньгам это все равно что слетать в соседний город на самолете. И это сразу изменит нашу космонавтику.

К другим мирам

Итак, чтобы оторваться от поверхности Земли и выйти в околоземное пространство, надо набрать первую космическую скорость. Следующая задача космонавтики – улететь от планеты. Для этого необходимо достичь скорости, которая называется второй косми-

ческой (обозначается V_2 , или V_p , или V_∞ , или V_{II}). Чтобы рассчитать эту величину, используем закон сохранения энергии: кинетическую энергию тела приравняем к гравитационной энергии его связи с планетой и находим отсюда значение второй космической скорости:

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{GMm}{R};$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2} V_1.$$

Как видим, она всего лишь в $\sqrt{2}$ раз больше первой космической, т. е. у поверхности Земли немногим превышает 11 км/с.

Кинетическая энергия – величина скалярная, она не зависит от того, куда направлен вектор скорости, т. е., полетев в любую сторону с такой начальной скоростью, мы покинем планету по параболической траектории.

Если мы уже на околоземной орбите, а нам надо привести корабль на Марс или на более дальнюю планету, мы его просто «пинаем», т. е. добавляем ему такой импульс, чтобы корабль с круговой орбиты Земли вокруг Солнца вышел на эллиптическую орбиту, в апоцентре которой коснулся бы орбиты планеты назначения. Если мы правильно рассчитали время старта, планета приходит в ту же точку одновременно с нашим аппаратом (рис. 3.7). Но встречаются они с разными скоростями: планета движется быстрее, и если ничего не предпринять, то космический корабль тут же отстанет от нее. Значит, надо еще раз включить двигатели и уравнять скорость. Таким образом, надо придать всего два импульса – и вы оказались у соседней планеты.

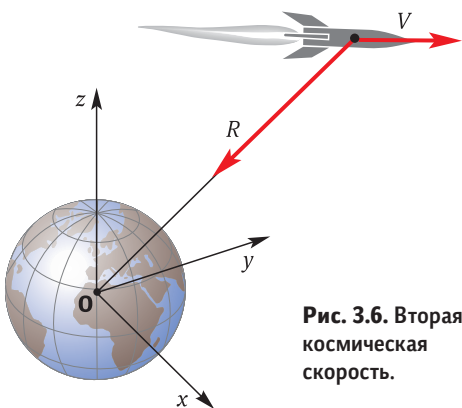


Рис. 3.6. Вторая космическая скорость.

Такая траектория между планетами называется полуэллипсом Гомана–Цандера (по именам инженеров, рассчитавших эту орбиту).

Казалось бы, эта простая классическая орбита должна быть энергетически оптимальной, т. е. наилучшей с точки зрения того, как меньше топлива потратить и при этом подалее улететь.

Но — удивительное дело — оказалось, что есть более экономичные орбиты. Открыл их Ари Штернфельд, который увидел, что иногда выгоднее совершить трехимпульсный перелет: сначала улететь дальше той орбиты, куда собираемся попасть, затем еще немного добавить и спуститься к ней и потом уже уравнять скорость (рис. 3.8). Траектория, несомненно, более сложная. Но в сумме эти три импульса (а значит, и затраты топлива) иногда оказываются меньше, чем те два для простой полуэллиптической орбиты. Орбиты Штернфельда лучше, чем полуэллипсы Гомана—Цандера, лишь при большом отношении радиусов орбит планет старта и цели. Для большинства межпланетных перелетов в Солнечной системе они не годятся, но оказываются экономичными для полетов на Луну с околоземной орбиты и для «падения» с земной орбиты в околосолнечную область. Это удивительное открытие в небесной механике Штернфельд сделал, сидя у себя дома: это вообще был очень интересный человек и гениальный космический инженер.

Орбиты спутников

Рассуждения об эллиптической орбите спутников хороши, но природа на самом деле устроена сложнее: та же Земля — не идеальный шар, а сплюснутый, т. е. эллипсоид вращения. Из-за этого сила гравитации вблизи Земли обратно пропорциональна отнюдь не r^2 , а более сложной зависимости от r . Значит, если мы запустили спутник на полярную орбиту (проходящую над Южным и Северным по-

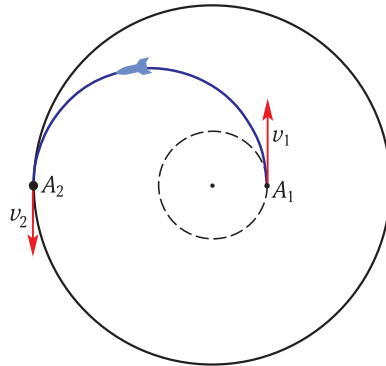


Рис. 3.7. Полуэллипс Гомана—Цандера. Показаны точки приложения импульсов.

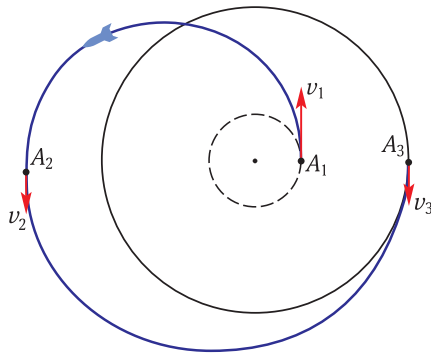


Рис. 3.8. Траектория перелета Штернфельда. Чтобы долететь с земной орбиты до орбиты вокруг дальней планеты, достаточно в нужные моменты сообщить кораблю три правильных импульса.

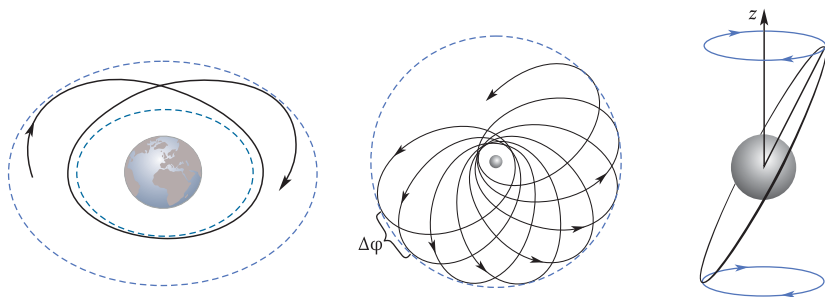


Рис. 3.9. Из-за сплюснутой формы Земли полярная орбита спутника отличается от эллиптической.

люсами), то в таком силовом поле, как мы уже видели в предыдущей лекции, эллипс орбиты постепенно поворачивается: происходит прецессия его оси вокруг центра тяготения (рис. 3.9).

Если орбитальная плоскость расположена под косым углом к экваториальной плоскости Земли, то реальные траектории спутников получаются намного более сложными. Россия обычно запускает спутники на орбиту со средним наклоном к экватору около 60° (например, спутник телевизионного вещания «Молния»). При этом сама орбитальная плоскость тоже прецессирует, т. е. поворачивается

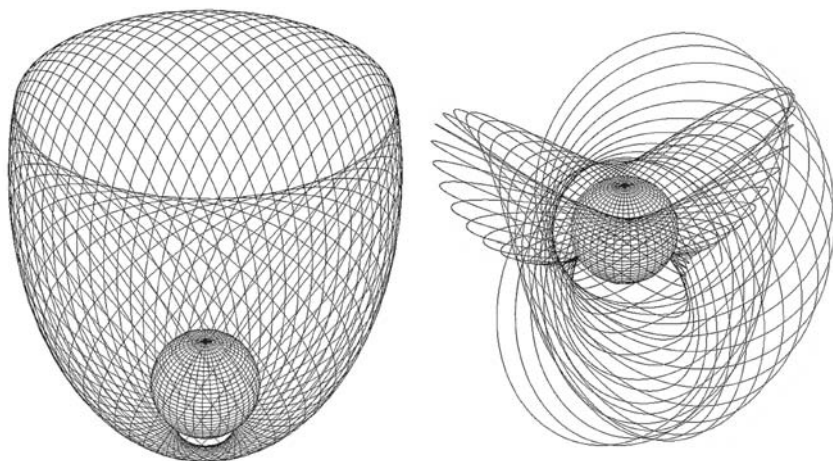


Рис. 3.10. Слева – орбита ИСЗ «Молния» (спутник связи). Наклон плоскости орбиты к экватору – около 63° . При таком наклоне отсутствует поворот линии апсид, поэтому спутник на высокоэллиптической орбите всегда «висит» над одним полушарием Земли (в данном случае – над северным). Орбитальная плоскость поворачивается вокруг полярной оси. Справа – орбита типичного ИСЗ. Расстояния между витками на рисунках увеличены для наглядности.

вокруг земной оси. Для точного расчета их орбиты приходится отказываться от теорем Ньютона и все время учитывать неидеальную форму планеты.

Движение двойных звезд

Законы небесной механики описывают движение не только планет и их спутников. Задача двух тел также может быть применена к двойным звездам, которых на небе очень много, больше, чем одиночных. Солнце среди них является скорее исключением. Ближайшая к нам звезда, Альфа Кентавра, тоже двойная.

Наблюдая двойную звезду (рис. 3.11) в течение 12 лет: 1908, 1915, 1920 гг., — мы видим, как происходит орбитальное обращение: оба компонента движутся относительно друг друга.



Рис. 3.11. Изменение взаимного расположения компонентов двойной звезды Крюгер 60 (вверху слева) с 1908 по 1920 г. Фото: Йерксская обсерватория, США.

Астрономы всегда измеряют положения близких друг к другу звезд не в какой-то единой системе координат, а просто друг относительно друга — так получается проще и точнее. Навели телескоп на одну звезду, более яркую, теперь она у нас всегда в центре отсчета (в начале координат), а вторая кружится по орбите (рис. 3.12). Но на самом-то деле они обе «бегают» вокруг общего центра масс, который невидим и поэтому навестись на него невозможно. Значит, нам надо модифицировать уравнения небесной механики, из инерциальной системы отсчета перевести в неинерциальную, связанную с одним массивным компонентом. Взяли выражения для векторов обеих скоростей и нашли их разницу, т. е. относительную скорость, — и оказалось, что она точно так же зависит от всех параметров, как и в зако-

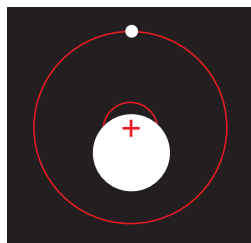


Рис. 3.12. Движение компонентов двойной звезды; невидимый центр масс отмечен крестом.

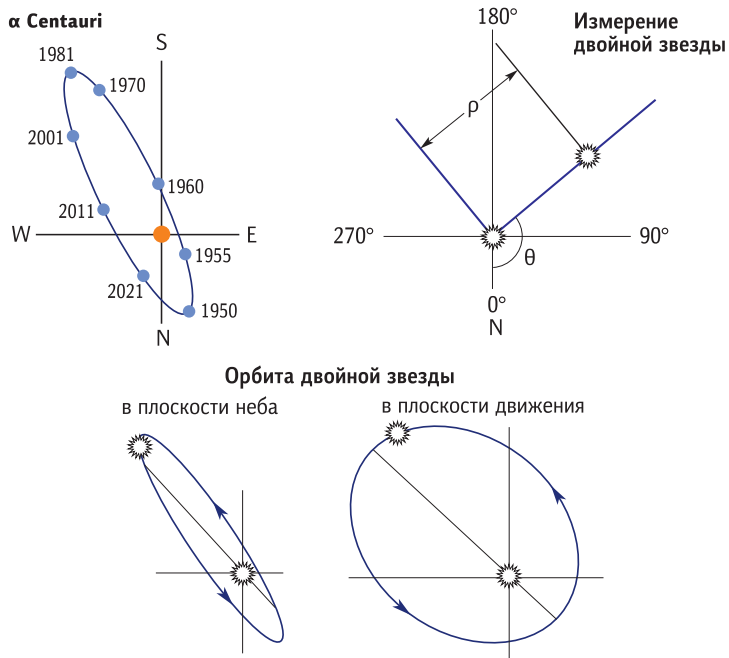


Рис. 3.13. Характеристики движения двойных звезд. θ – позиционный угол; ρ – разделение (расстояние). Вверху слева – относительная орбита одной из звезд двойной системы Альфа Кентавра в системе отсчёта другой звезды.

не Ньютона: обратно пропорциональна квадрату расстояния, только теперь в качестве параметра массы фигурирует сумма масс этих двух объектов:

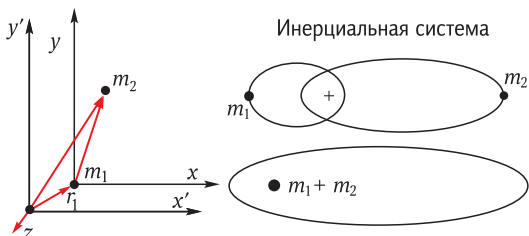
$$m_1 \frac{d\mathbf{V}_1}{dt} \equiv \frac{Gm_1m_2}{r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r} \quad \text{и} \quad m_2 \frac{d\mathbf{V}_2}{dt} \equiv \frac{Gm_1m_2}{r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r};$$

$$\frac{d(\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1)}{dt} = - \frac{G(m_1 + m_2)}{r^3} \mathbf{r};$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{GM}{r^3} \mathbf{r}.$$

Таким образом, при переносе системы координат в одно из тел гравитационно связанной пары все законы небесной механики сохраняются и прекрасно работают, но только при допущении, что в этом теле сосредоточена суммарная масса обоих тел, и именно эту суммарную величину мы из наблюдений можем рассчитать по форме

Рис. 3.14. Движение тела m_2 относительно m_1 в неинерциальной системе отсчета происходит так же, как в инерциальной, при условии, что поле создает неподвижное тело $M = m_1 + m_2$.



относительной орбиты. Это не очень удобно: хотелось бы «взвесить» каждое из тел пары отдельно от другого. Редко, но иногда это можно сделать, если удастся проследить, как каждое из них выписывает свою траекторию на небе. Например, известная звезда Сириус – тоже двойная, у нее есть яркий компонент (Сириус А) и тусклый спутник (Сириус В). Астрономы отследили на небе их траектории относительно центра масс, который движется практически по прямой. По соотношению расстояний звезд от центра масс нетрудно вычислить, что меньший компонент Сириуса вдвое легче более массивного.

Вот еще интересная проблема для размышления и хорошая задача для физиков: представим, что в Солнечной системе вдруг пропал центральный объект, Солнце. Убежать оно, конечно, не может,

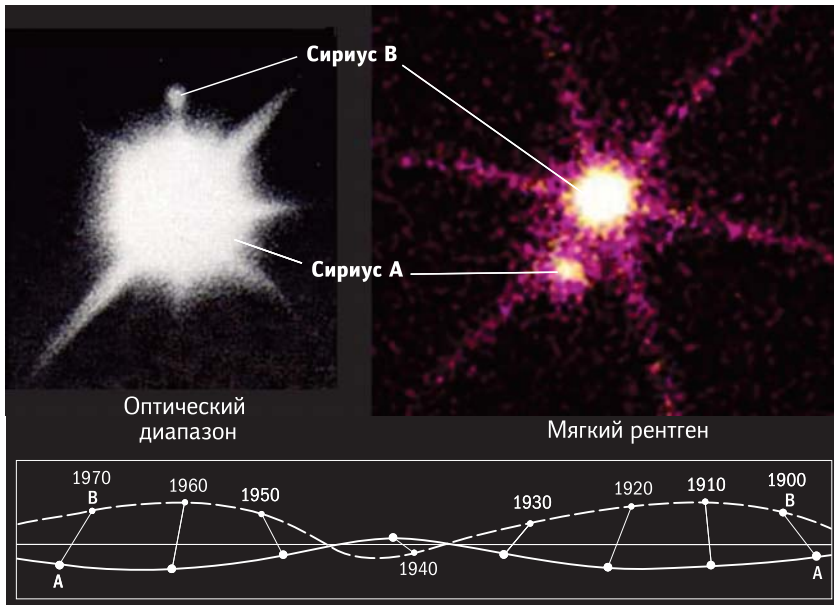
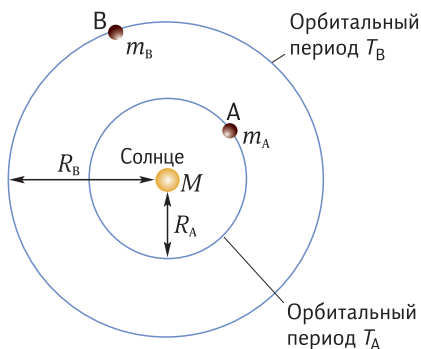


Рис. 3.15. Траектории движения обоих компонентов звезды Сириус на небосклоне.



Третий закон Кеплера (гармонический)

$$\frac{T_A^2}{T_B^2} = \frac{R_A^3}{R_B^3}$$

Третий закон Кеплера (уточненный Ньютоном)

$$\frac{T_A^2}{T_B^2} \cdot \frac{M+m_A}{M+m_B} = \frac{R_A^3}{R_B^3}$$

Рис. 3.16. Третий закон Кеплера связывает относительный орбитальный период обращения планет с относительным расстоянием до центра притяжения.

поэтому предположим, что оно взорвалось (вообще-то взрыв Солнца маловероятен, но отнюдь не исключен) и моментально раскидало свою массу во все стороны далеко-далеко. Вопрос: а сохранится ли Солнечная система? Или планеты разлетятся на все четыре стороны?

Небесная троица

До этого мы говорили только про два взаимодействующих тела, а теперь перешли к более сложной проблеме: три тела. Ну и, казалось бы, что тут такого особенного, что может измениться? Но небесные механики несколько столетий работали над тем, чтобы создать аналитическую теорию движения трех тел... Работали-работали — и доказали, что это невозможно. Аналитическая теория — это комплекс уравнений, в которые вы подставляете свои параметры и момент времени, какой вас интересует, и вычисления по ним выдают вам координаты, где ваши тела находятся и с какими скоростями они движутся.

Но нашелся человек, Карл Зундман, который создал-таки эту теорию. Казалось бы, ура — Нобелевскую премию ему надо дать! Однако не дали, и вот почему. Он записал эти уравнения в виде бесконечных рядов, которые сходятся так медленно, что для того, чтобы рассчитать положения Луны, Земли и Солнца хотя бы на год вперед, надо просуммировать $10^{8000000}$ членов. Представьте, что это за фантастическое число: всем компьютерам мира не под силу обработать такое количество данных, потому что в доступной нашему наблюдению Вселенной примерно 10^{88} протонов, а здесь в показателе сте-

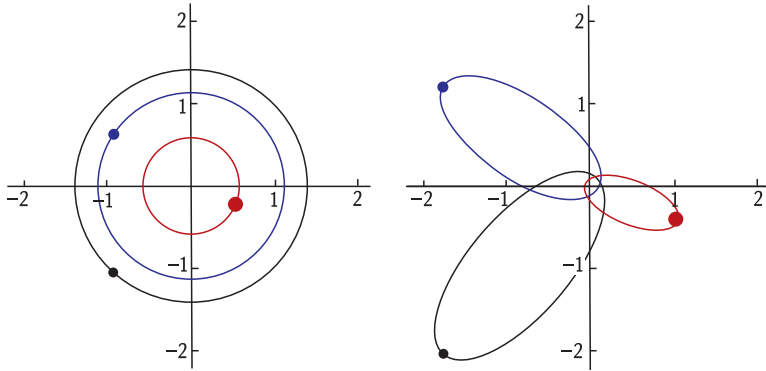


Рис. 3.17. Существуют стационарные орбиты, по которым три тела разной массы могут двигаться бесконечно долго вокруг общего центра масс.

пени миллионы! Так что хоть теория и есть, пользоваться ею совершенно невозможно.

Вообще-то можно найти конфигурации из трех тел, эволюцию которых можно предсказать: например, создать искусственно троицу, которая совершает периодическое движение (рис. 3.17, 3.18). И тогда посмотрел на один период – и потом копируй его на бесконечное количество последующих периодов. Недавно придумали очень изящную конфигурацию из трех тел одинаковой массы, которые будут летать друг за другом по «восьмерке» (рис. 3.18). Формально во всех этих случаях тела будут бесконечно долго повторять свой циклический путь, но движение это очень неустойчиво: стоит чуть-чуть, на мизерную величину, его нарушить – и система начнет раз-

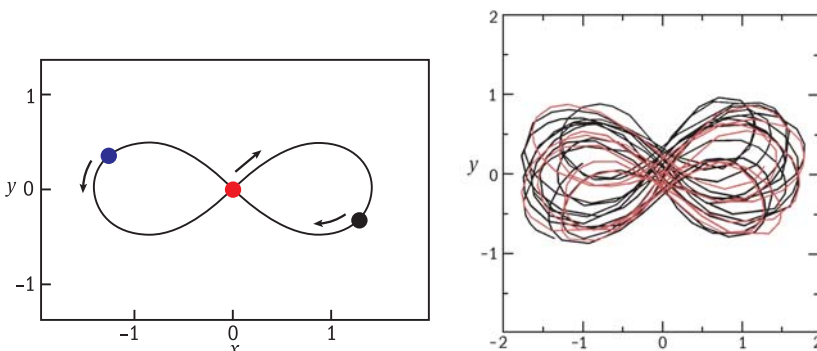


Рис. 3.18. Движение трех тел одинаковой массы по единой «хореографической» орбите (слева). Но это движение неустойчиво, что демонстрирует результат численного расчета (справа).

Периодические хореографические системы N тел

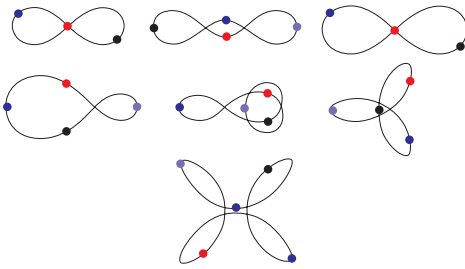
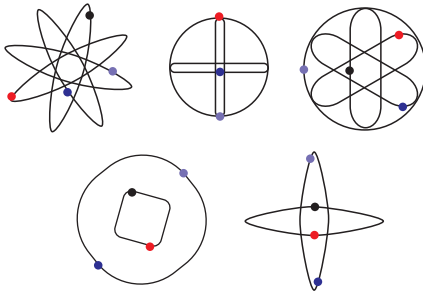


Рис. 3.19. Периодическое движение тел количеством больше двух (Alain Chenciner, 2007). Движение системы трех и более тел сравнимой массы в собственном гравитационном поле всегда неустойчиво: малейшее возмущение приводит к неограниченному разбалтыванию системы.

Периодические нехореографические системы N тел

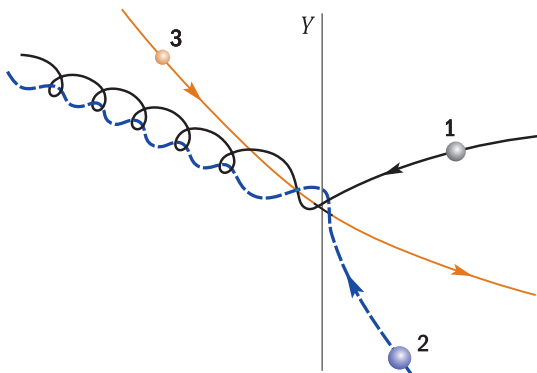


балтываться и придет к хаотическому состоянию. Даже ошибки компьютерного счета приводят к тому, что траектории начинают расходиться и через несколько периодов обращения система рассыпается. А устойчивого периодического движения тел, количество которых больше двух, не бывает.

В общем случае реализуется такая ситуация: берем три массивных тела и отпускаем навстречу друг другу. Сближаясь, они, естественно, сильнее притягиваются друг к другу и в небольшой окрестности бурно взаимодействуют. В большинстве случаев при этом два тела объединяются в двойную систему и начинают летать по стабильным эллиптическим орбитам бесконечно долго, а третье тело уносит избыток энергии: два тела связались, а потенциальная энергия связи перешла в виде кинетической к третьему телу, которое, как из пушки, вылетает из системы (рис. 3.20). Это обычный результат гравитационного взаимодействия трех тел.

Хотя все системы из трех тел рано или поздно распадаются, время их жизни очень сильно зависит от начальной конфигурации. Например, если два тела образуют тесную двойную систему, а третье обращается на большом расстоянии от них, то оно «воспринимает» двойную систему практически как точечную массу и движется весь

Рис. 3.20 Если встречаются вместе три тела, то лишь два из них могут образовать устойчивую систему, передав энергию своей связи третьему.



ма устойчиво почти по кеплеровской орбите. В свою очередь, на движение тел в тесной двойной системе наличие далекого третьего тела почти не влияет. Тройные и более сложные системы такого типа называют *иерархическими*, в отличие от *хаотических* систем, в которых расстояния между всеми компонентами одного порядка. При сравнимой массе тел переход к иерархическому строению происходит, когда характерное расстояние между компонентами соседних уровней различается в $5 \div 10$ раз. Пример четырехкратной иерархической системы дает Эпсилон Лиры, в которой четыре звезды объединены в две тесные системы, обращающиеся вокруг общего центра масс.

Почему задача трех тел очень важна? Это задача жизненная: с Земли продолжают запускать космические аппараты на Луну (например, фотографировать обратную сторону Луны), и надо рассчитывать траекторию полета такого космического аппарата. Решают

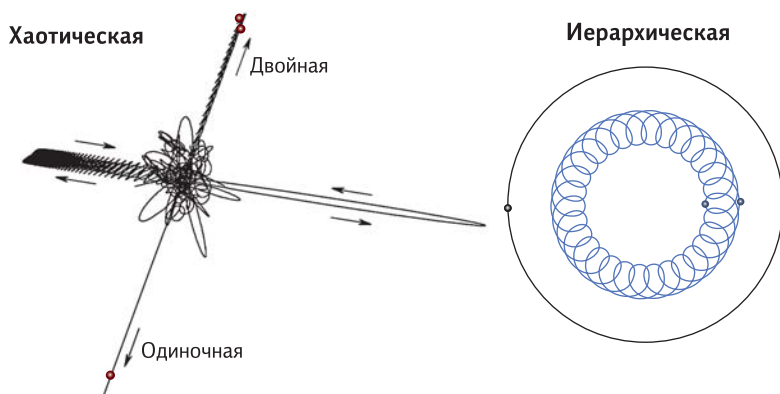


Рис. 3.21. Тройные системы: хаотическая и иерархическая (условно устойчивая).

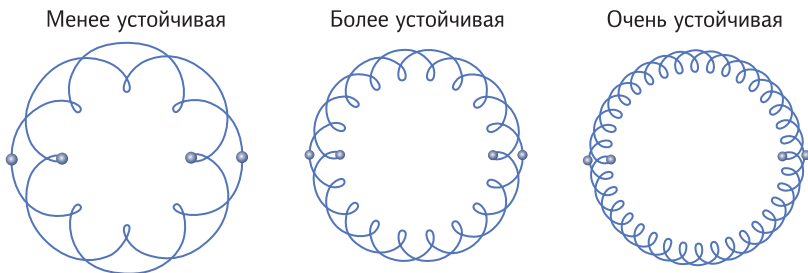


Рис. 3.22. Иерархические четырехкратные системы разной степени устойчивости.

ее только численно, на компьютерах, шаг за шагом. Правда, очень часто можно сделать упрощающие предположения. Например, разумно предположить, что среди этих трех тел только два массивные, а третье по сравнению с ними невесомое, т. е. они его притягивают, а оно на них не влияет. Второе упрощение: пусть все они движутся в одной плоскости, то есть легкое тело летает в орбитальной плоскости первых двух. Третье упрощение: пусть массивные тела относительно своего центра массы движутся по круговым орбитам. И вот

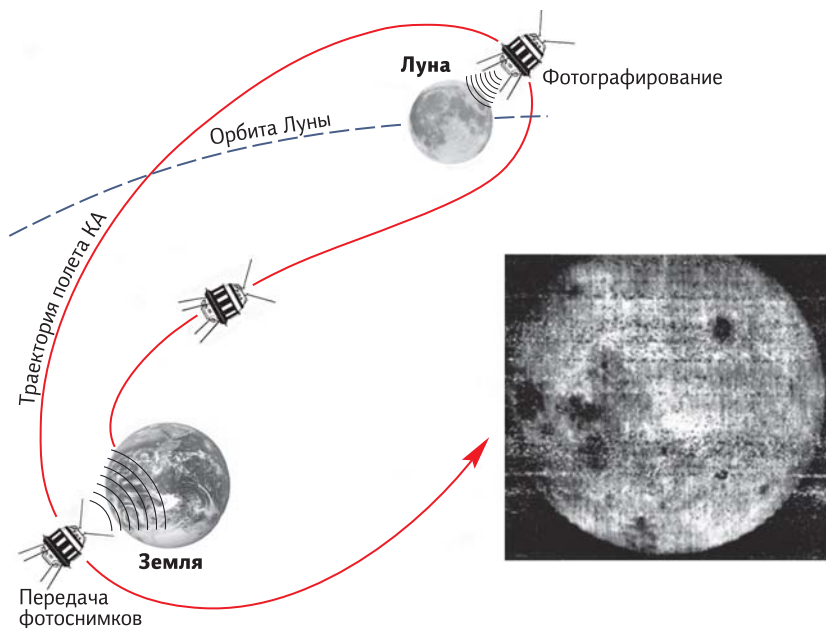


Рис. 3.23. В задачи космического аппарата «Луна-3» входило фотографирование Луны с орбиты и последующая передача фотоснимков на Землю.

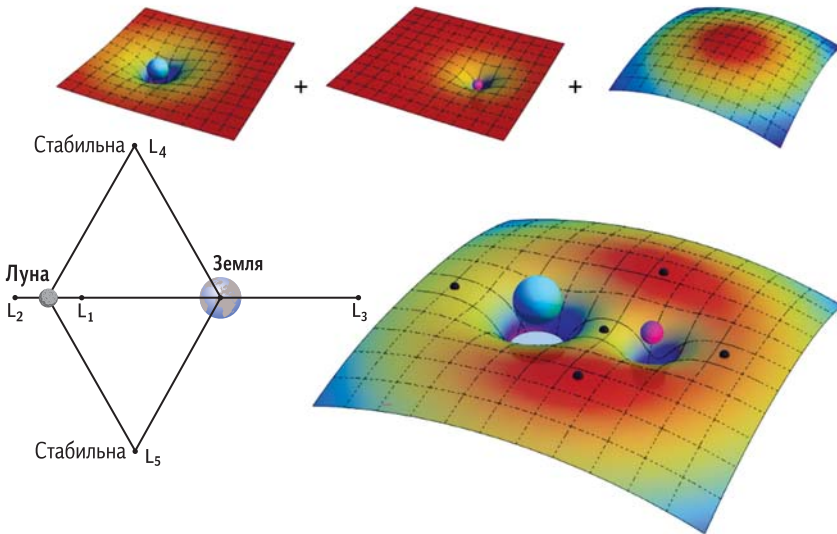


Рис. 3.24. Пять точек Лагранжа в системе «Земля–Луна».

когда мы принимаем во внимание все эти упрощения, получается задача, которую уже можно решать аналитически; она называется ограниченной круговой задачей трех тел. Тогда можно перейти в систему координат, связанную с вращением двух массивных тел, чтобы они в этой системе оставались на месте, а вся остальная Вселенная крутилась вокруг них.

Но если вращается система координат, то в ней появляются центробежная и кориолисова силы, их надо ввести в эту систему соответствующими слагаемыми в уравнениях. И оказывается, что в такой системе есть 5 точек, где третье – легкое – тело может оставаться неподвижным относительно двух массивных (это означает, что в обычной системе координат оно будет обращаться вокруг центра масс синхронно с ними). Три из этих точек – на соединяющей массивные тела линии – обнаружил еще Эйлер, а две другие – при вершинах равносторонних треугольников – Лагранж, но все их называют точками Лагранжа и обозначают буквой L (рис. 3.24).

Если нанести на плоскость линии равного потенциала (гравитационного плюс центробежного), то на такой картине мы сразу увидим области контроля гравитации одного и другого тела, область их совместного «контроля», а также области всех пяти точек Лагранжа. Лучше посмотреть на это в объемном эскизе: для этого надо построить эквипотенциальную поверхность, в которой будет две гравита-

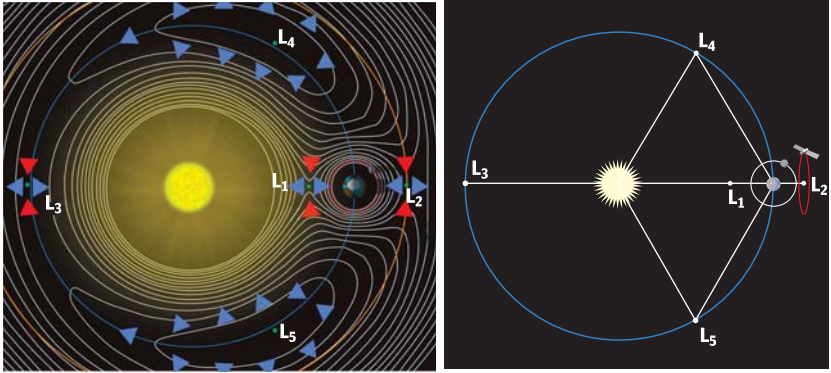


Рис. 3.25. Направления действующих сил в окрестности точек Лагранжа системы Солнце–Земля. Во второй точке Эйлера–Лагранжа космический аппарат постоянно виден с ночного полушария Земли.

ционные ямы, вокруг которых центробежный потенциал дает скат по всем направлениям, потому что если вы отделились от массивных тел, то центробежная сила выкинет вас из этой системы. Точки Лагранжа – это точки равновесия, но оно не всегда устойчиво. В линейных точках L_1 , L_2 и L_3 оно вообще неустойчиво: чуть отклонился – и уже не вернешься. А в окрестности треугольных точек L_4 и L_5 слабая устойчивость есть лишь при большом отношении масс двух главных объектов – не менее 25:1.

Тем не менее в природе, да и в технике тоже, все пять точек Лагранжа довольно часто играют большую роль. Луна движется

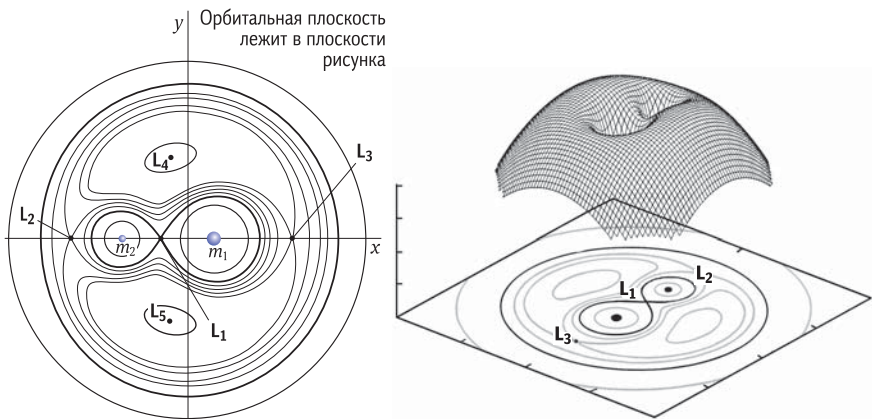


Рис. 3.26. Поверхности нулевой скорости (эквипотенциальные) в плоской круговой ограниченной ($m_3 \ll m_1$ и m_2) задаче трех тел.

внутри области гравитационного контроля Земли, но не очень далеко от пограничной линии (рис. 3.26), так что устойчивость Луны не слишком велика, она не очень сильно привязана к Земле. С другой стороны, космические аппараты часто запускают в разные точки Лагранжа, потому что там очень удобно «подвесить» аппарат. Так, в точке L_1 он будет всегда смотреть на Солнце, а антенна для связи с Землей при этом постоянно будет направлена на Землю, в точке L_4 он одновременно будет видеть и Солнце, и Землю с Луной и в то же время находиться подальше от них, т. е. разные точки играют разную роль. Точка L_3 — единственная, которая пока не используется, хотя она очень интересна: если туда поместить спутник, то он будет наблюдать ту полусферу Солнца, которую с Земли не видно. Но как с ним связываться? Радиосигнал сквозь Солнце не проходит, поэтому надо будет запускать еще и отдельный ретранслятор.

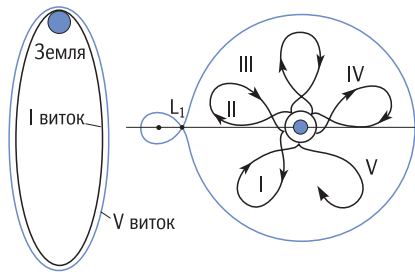


Рис. 3.27. Траектория космического аппарата в неинерциальной системе отсчета, в которой два массивных небесных тела неподвижны.

Эквипотенциальная поверхность системы двух массивных тел, проходящая через точку L_1 , ограничивает две области пространства, контролируемые соответствующим центром притяжения. Их называют *полостями Роша*, по имени французского математика, который выполнил расчеты. Если легкое тело приближается к окрестности этой точки, то оно будет двигаться по довольно замысловатой траектории (рис. 3.27). Например, мы запустили спутник к Луне, он перескакивает в область контроля Луны, делает там несколько пирюэтов, а затем снова оказывается спутником Земли. Но за границы эквипотенциальной поверхности он выйти не может, потому что энергии ему для этого не хватает, он заперт в совместном гравитационном поле двух тел.

В нашей планетной системе два самых массивных тела — Солнце и Юпитер. В точках Лагранжа этой пары реализовалась интересная ситуация: в них скопилось очень много астероидов. Попадая в эту область относительной устойчивости, астероиды остаются там надолго, на миллионы лет, а уходят оттуда очень медленно, поэтому их концентрация там весьма высока. Эти две группы астероидов пос-

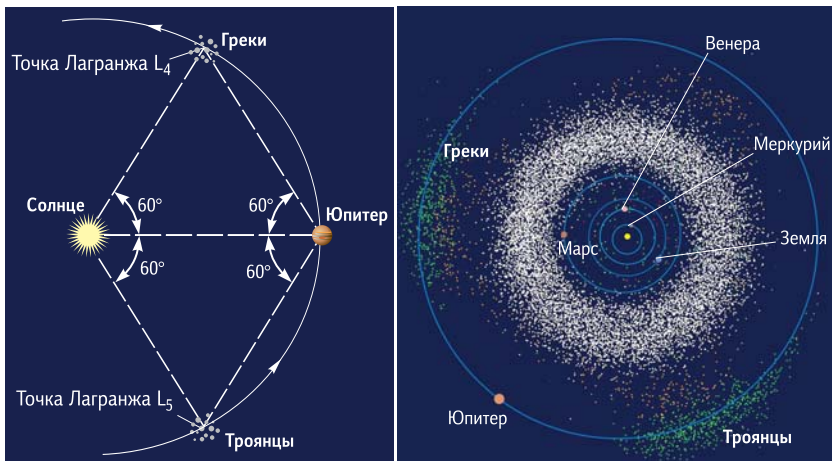


Рис. 3.28. Впереди и позади Юпитера по его орбите летят астероиды, накопившиеся в окрестности точек Лагранжа L_4 и L_5 .

тоянно сопровождают Юпитер на его орбите, доказывая, что Лагранж правильно сделал свои вычисления: одна группа (условно названная «Греки») движется на 60° впереди Юпитера, другая («Троянцы») — на 60° позади него, и в каждой по несколько тысяч астероидов (рис. 3.28).

Гравитационная праща

Есть еще одна важная вещь, связанная с задачей трех тел: гравитационный маневр, который часто используют для доразгона космических аппаратов. Например, чтобы забросить зонд к дальним планетам — Нептуну, Урану, Плутону и дальше, — используют гравитационное притяжение встречающейся по пути планеты. В принципе идея та же, что и в обычной механике: если вы катнете маленький мячик навстречу катящемуся тяжелому, при отскоке скорость маленького увеличится — это следствие закона сохранения импульса. То же самое случается, когда планета летит вперед, а зонд, приближаясь к ней, облетает ее и при этом приобретает дополнительный импульс. Чтобы осознать причину этого, можно рассуждать так: находясь на этой планете, мы увидим, что зонд приближается к нам на большой относительной скорости (равной сумме скоростей планеты и зонда), потом он разворачивает свой вектор скорости и удаляется с таким же модулем относительной скорости. Но в неподвижной системе координат получается, что скорость планеты добавилась к нему два раза: сначала на встречном курсе, потом на уходящем.

Рис. 3.29. Космические аппараты «Вояджер». Рисунок: NASA.



Значит, при разумном планировании траектории можно увеличить скорость зонда в пределе на удвоенную орбитальную скорость планеты, хотя удастся такое редко. Так, в 1977 г. запустили два космических аппарата, «Вояджер-1» и «Вояджер-2», — очень красивый был эксперимент. Оба зонда облетели Юпитер и Сатурн, получив от этих планет такие толчки (и, кстати, подходящие направления скорости), что и тот и другой вылетели из Солнечной системы. Ракета их так разогнать не могла, именно влияние Юпитера и Сатурна позволило одному сразу покинуть Солнечную систему, а другому по пути еще посетить Уран и Нептун (рис. 3.30). Вот такой грандиозный тур они совершили — а все благодаря точному расчету траектории полета. Кстати, первый зонд запустили без надежды на точный расчет, он посетил только Юпитер и Сатурн, но к Урану и Нептуну не попал. А со вторым уже стало ясно, что можно рискнуть, просто его надо было круче завернуть. Чтобы сильнее повернуть вектор скорости, надо пролететь ближе к планете (чем больше рискуешь, приближаясь на опасное расстояние к планете, тем больше прибавка в скорости при удачном гравитационном маневре). И чтобы она сильнее притягивала, куда, вы думаете, его запустили? Его направили в щель между внутренним кольцом Сатурна и поверхностью планеты. Тогда еще не знали, что это место тоже заполнено веществом, думали, что там пустота. А теперь мы понимаем, что риск был огромный: он там

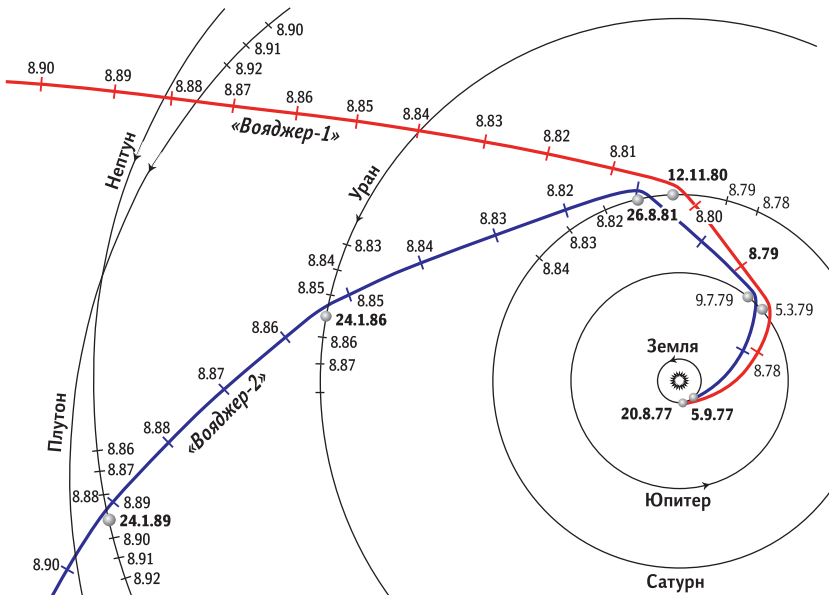


Рис. 3.30. Траектории аппаратов «Вояджер-1» и «Вояджер-2» в Солнечной системе с отметками дат.

запросто мог обо что-нибудь стукнуться. Но зонду повезло, он беспрепятственно проскочил в эту щель, под действием планеты разогнался, сильно повернул — и дальше полетел куда надо.

Траектория Луны

Обычно в учебниках говорится: Луна обращается вокруг Земли, а Земля — вокруг Солнца, поэтому траектория Луны вдоль орбиты Земли выглядит так — и рисуют циклоиду. Начинаящий астроном именно так изобразил бы траекторию Луны, как она ходит вокруг Земли и наворачивает петельки (рис. 3.31, 3.32). Но на самом деле это неверно, и мы можем легко опровергнуть подобную картину, сделав простой расчет.

Для физиков не должно быть сомнений в том, что траектория любого тела всегда вогнута туда, куда его тянет равнодействующая (суммарный вектор) всех сил. Давайте проверим, что сильнее притягивает Луну — Земля или Солнце. Это очень просто: сравниваем две гравитационные силы, они равны отношению массы к квадрату расстояния (см. предыдущую лекцию). Луна примерно в 390 раз ближе к Земле, чем к Солнцу. А отношение масс Земли и Солнца — около $3 \cdot 10^{-6}$, т. е.

Земля в 333 тыс. раз легче Солнца. Подставляем в формулу — и получаем, что сила притяжения Луны к Солнцу вдвое больше, чем к Земле. Факт неожиданный: ведь если Солнце притягивает сильнее, чем Земля, то Луна должна быть спутником Солнца, а не Земли, разве не так? Отчего же тогда она «бегает» вокруг нас, если Солнце ее притягивает вдвое сильнее? С этим надо разобраться.

Если мы построим график движения Земли и Луны в реальном масштабе, то увидим, что знак кривизны траектории Луны никогда не меняется: кривая всегда вогнута внутрь, поскольку равнодействующая сила всегда направлена внутрь орбиты, т. е. в сторону Солнца. Почему же Луна не отрывается от Земли и не становится спутником Солнца? Да потому, что и Земля, и Луна притягиваются Солнцем почти одинаково, но чтобы оно было способно оторвать Луну от Земли, нужно, чтобы разница между ускорениями Земли и Луны к Солнцу была больше, чем ускорение Луны к Земле. Вот если бы радиус лунной орбиты был, скажем, всего лишь четверо меньше, чем радиус орбиты Земли, то Луна действительно выписывала бы «школьные» пируэты. А когда мы начинаем увеличивать размеры земной орбиты, удалять Солнце, приближая отношение параметров к истинным, дело постепенно приходит к тому, что орбиты Луны и Земли становятся практически неразличимыми — обе они спутники Солнца. И лишь потому, что они находятся близко друг к другу, Земля не отпускает от себя

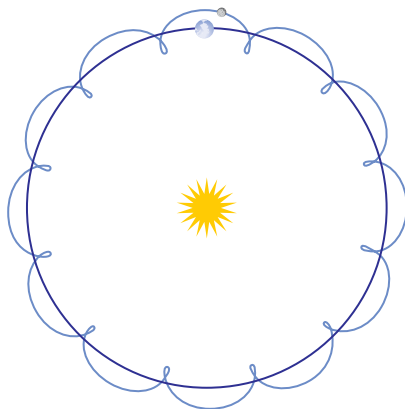


Рис. 3.31. На первый взгляд, так должна выглядеть траектория Луны, но это неправильно.

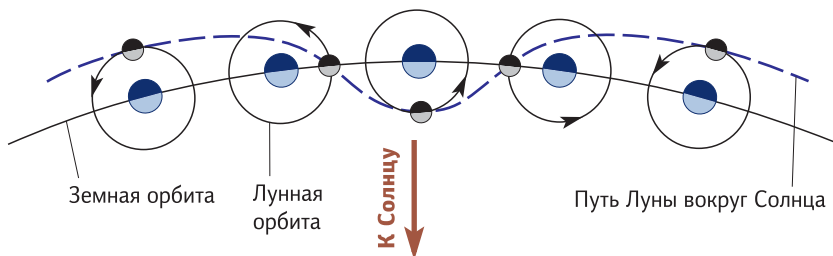


Рис. 3.32. Траектория Луны, как ее часто неверно изображают.

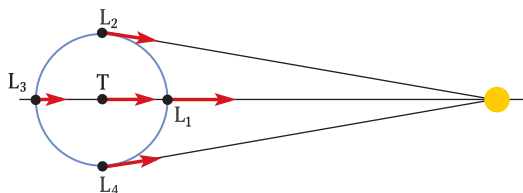


Рис. 3.33. Вмещающее влияние Солнца на орбитальное движение Луны. Луну сильнее притягивает Солнце, чем Земля.

Луну; обе эти планеты (Луна – тоже планета, точнее, планета-спутник) практически одинаково «падают» на Солнце, т. е. почти с одинаковым ускорением движутся относительно Солнца, а разница этих ускорений так мала, что Земля способна контролировать положение Луны рядом с собой:

$$\frac{R_{\odot}}{R_{\oplus}} = 390;$$

$$\frac{F_{\odot}}{F_{\oplus}} = \frac{M_{\oplus} R_{\odot}^2}{R_{\odot}^2 M_{\oplus}} = \frac{333\,000}{390^2} = 2,2\dots$$

В заключение рассказа хочу посоветовать вам книги для дополнительного чтения. Самые простые для понимания – это «Парадоксы космонавтики» вышеупомянутого А. А. Штернфельда и «Цели и пути покорения космоса» Р. Г. Перельмана (не Якова Исидоровича, который написал «Занимательную физику», и не Григория Яковлевича – знаменитого математика, а другого Перельмана, Романа Григорьевича, инженера). Следующая пара книг – уже с математическими формулами: это «Механика космического полета» В. И. Левантовского и «Основы космонавтики» М. Фертретта. Далее идут серьезные справочники по небесной механике – «Введение в астронавтику» Г. Руппе и «Космонавтика» Е. В. Тарасова. И, наконец, вышедший в двух издани-

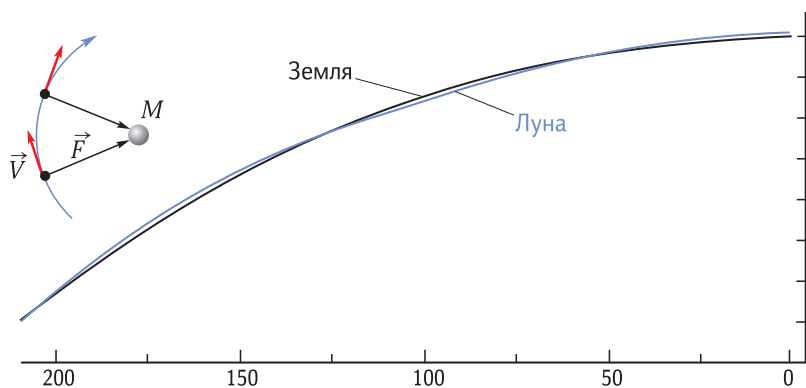


Рис. 3.34. Часть орбиты Земли и Луны в натуральном масштабе.