ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ И ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ АСТРОНОМИИ

1.1. Системы сферических координат и связь между ними

1.1.1. Основные разделы астрономии

Астрономия – одна из древнейших наук, которая изучает устройство Вселенной в целом. Астрономия является достаточно обширной наукой, поэтому в настоящее время она подразделяется на части, представляющие самостоятельные области знания.

Рассмотрим разделы астрономии.

Сферическая астрономия

Рассматривает видимые движения светил, происходящие в результате движения Земли вокруг Солнца и вращения ее вокруг своей оси, а также способы определения положений светил на небесной сфере с применением различных систем координат и закономерностей явлений, наблюдаемых с земной поверхности.

Астрометрия

Ее главнейшими задачами являются:

а) построение фундаментальной системы небесных координат;

б) изучение вращательного движения Земли, движения земных полюсов, астрономического определения времени, вывод значений некоторых астрономических постоянных;

в) определение координат звезд, тел солнечной системы, определение тригонометрических параллаксов, исследование фигуры Луны и планет;

г) астрономическая ориентация в космосе [8].

Геодезическая астрономия

Занимается определением географических координат точек поверхности Земли и азимутов направлений. Рассматривает методы и приемы астрономических измерений, инструменты, используемые для измерений, а также занимается совершенствованием методов обработки полученных результатов.

Теоретическая астрономия и небесная механика

Занимается изучением движения космических тел, установлением законов природы, управляющих этими движениями, решением математических задач, которые возникают в результате применения обобщенных законов природы к космическим объектам.

Астрофизика

Является наиболее обширным разделом. Изучает строение, физические свойства и химический состав небесных светил.

Звездная астрономия

Рассматривает закономерности в распределении и движении звезд, звездных систем, затрагивая их физические особенности.

Космогония и космология

Изучает вопросы происхождения и эволюции Вселенной, а также закономерности ее строения и развития.

1.1.2. Астрономические широты, долготы и азимуты

В астрономии применяются астрономические (географические) координаты, получаемые из астрономических определений.

На рисунке 1.1 схематически показана Земля. Точка O – центр Земли; PP_1 – ось вращения Земли; при пересечении с земной поверхностью она образует северный P и южный P_1 географические полюсы Земли; QQ_1 – плоскость, проходящая через центр Земли перпендикулярно к PP_1, которая называется экваториальной плоскостью.

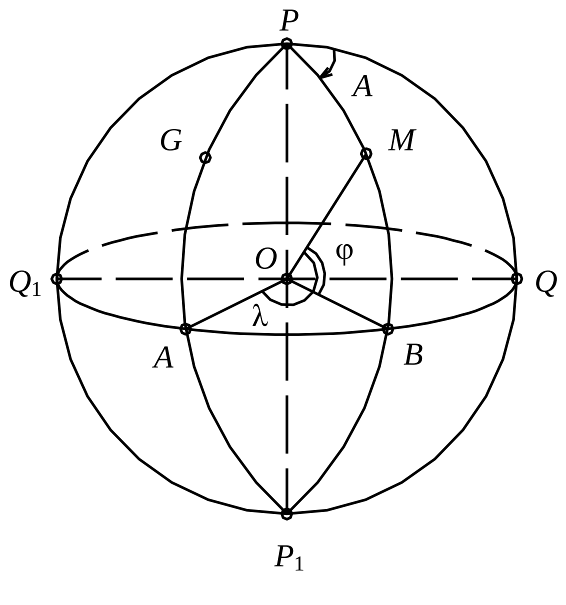

Рис. 1.1. Земной сфероид

Возьмем точку M на поверхности Земли. В такой шарообразной модели Земли радиусы, соединяющие центр сферы, представляют направления отвесных линий, следовательно, OM – отвесная линия.

Координаты любой точки на поверхности Земли определяются по отношению к двум взаимноперпендикулярным основным координатным кругам.

В географической системе координат основными кругами являются земной экватор и начальный (нулевой) меридиан. На международной конференции в Вашингтоне в 1884 году за начальный меридиан был принят географический меридиан астрономической обсерватории Гринвич [10].

Построим астрономический меридиан через точки PMP_1. Плоскость астрономического меридиана для любой точки, расположенной на земной поверхности, проходит через отвесную линию в данной точке и ориентирована параллельно оси вращения Земли (OB – линия пересечения плоскости астрономического меридиана с экватором).

Из изложенного следует, что положение точки на земной поверхности определяется двумя координатами: астрономической широтой φ и астрономической долготой λ.

Для последующего изложения дадим определения.

Астрономической широтой (φ) называется угол между отвесной линией, проведенной в точке наблюдения, и экваториальной плоскостью Земли [1].

Другими словами, астрономическую широту можно охарактеризовать как сферическое расстояние по дуге меридиана от экватора до данной точки. Широты отсчитываются от экватора к северу и к югу и измеряются от 0 до 90°. В северном полушарии широты положительные, а в южном – отрицательные.

Проведем плоскость начального астрономического меридиана через точку G (см. рис. 1.1) – Гринвичскую обсерваторию.

Астрономической долготой (λ) называется двухгранный угол между плоскостью астрономического меридиана, проходящего через данную точку, и плоскостью начального астрономического меридиана [1].

Долготы измеряют либо в часовой мере от 0^h до 24^h, либо в градусной мере от 0 до 360°. Различают долготы восточные (λ_E) к востоку от Гринвичского меридиана и западные (λ_W). Обычно применяют только восточные долготы.

Кроме широт и долгот определяют и астрономические азимуты.

Астрономический азимут – двухгранный угол между плоскостью астрономического меридиана данной точки и вертикальной плоскостью, ориентированной по данному направлению.

1.1.3. Область применения астрономических широт, долгот и азимутов

Астрономические измерения необходимы при решении научных и практических задач геодезии.

Астрономические координаты:

а) являются важной составной частью градусных измерений, которые необходимы при изучении размеров и фигуры Земли в целом;

б) определяют значения исходных географических координат для начальных пунктов геодезической сети, т.е. позволяют осуществить ориентировку референц-эллипсоида в теле Земли, а также определяют географическое положение триангуляции;

в) необходимы для осуществления редуцирования геодезических измерений на референц-эллипсоид.

Астрономические азимуты:

а) контролируют в триангуляции и полигонометрии угловые измерения;

б) используются в качестве независимого контроля измерений на точках теодолитных ходов и для эталонирования точных гироскопических приборов.

Все вышеперечисленные пункты обусловливают важность использования координат пунктов и азимутов направлений на земной поверхности.

1.1.4. Основные формулы сферической тригонометрии

В сферической астрономии используется небесная сфера. Все светила проектируются на поверхность сферы единичного радиуса. Сечение сферы плоскостью есть окружность. Если секущая плоскость проходит через центр сферы, то мы получим большой круг, все остальные сечения – малые круги [1].

Дуга большого круга является кратчайшим расстоянием на сфере между двумя точками.

Фигура на поверхности сферы, образованная тремя дугами больших кругов, соединяющими попарно три какие-либо точки на сфере, называется сферическим треугольником. Принято обозначать углы сферического треугольника большими буквами A, B, C, а противоположные им стороны – соответствующими малыми буквами a, $в$, c (рис. 1.2).

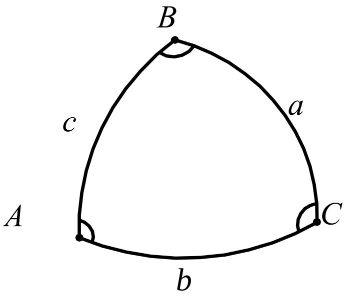

Рис. 1.2. Сферический треугольник

Угол сферического треугольника измеряется углом между касательными к сторонам треугольника, проведенными в вершине этого угла [3].

В сферической тригонометрии стороны и углы выражают в градусной мере, а сумма углов удовлетворяет условию:

$$180^\circ < A + B + C < 540^\circ.$$

Рассмотрим теоремы сферической астрономии.

Теорема синусов

В любом сферическом треугольнике отношения синусов сторон равны отношениям синусов противолежащих им углов:

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}. \tag{1.1}$$

Далее следуют теоремы для четырех элементов сферического треугольника.

Теорема косинусов сторон (три стороны и один угол)

Косинус стороны равен произведению косинусов двух других сторон плюс произведение синусов этих же сторон на косинус угла между ними:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A;$$

$$\cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B; \tag{1.2}$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C.$$

Теорема косинусов углов (три угла и одна сторона)

Во всяком сферическом треугольнике косинус угла равен произведению косинусов двух других углов, взятому с обратным знаком, плюс произведение синусов этих углов, умноженное на косинус стороны между ними.

Другими словами, здесь используются формулы (1.2), только вместо сторон записываются углы, и наоборот, и перед произведением косинусов ставится знак «минус»:

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a;$$

$$\cos B = -\cos A \cos C + \sin A \sin C \cos b; \tag{1.3}$$

$$\cos C = -\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c.$$

Теорема котангенсов (две стороны и два угла)

Прежде чем дать формулировку теоремы, выделим из четырех элементов сферического треугольника крайние и средние элементы.

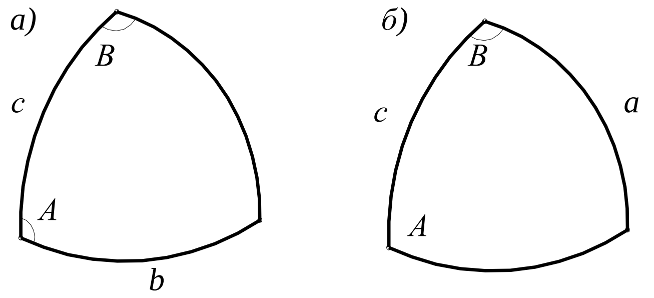

Рис. 1.3. Сферические треугольники

Например, на рисунке 1.3, *а* элементы b, B – крайние, а элементы A, c – средние. На рисунке 1.3, *б* элементы a, A – крайние, а B, c – средние.

А теперь сформулируем теорему.

Котангенс крайнего угла на синус среднего угла равен произведению котангенса крайней стороны на синус средней стороны минус произведение косинусов средних элементов [5].

Для рисунка 1.3, *а*: $\mathrm{ctg}B\sin A = \mathrm{ctg}b\sin c - \cos c\cos A.$

Для рисунка 1.3, *б*: $\mathrm{ctg}A\sin B = \mathrm{ctg}a\sin c - \cos c\cos B.$ (1.4)

Формулы пяти элементов (три стороны, два угла):

а) во всяком сферическом треугольнике произведение синуса стороны на косинус прилегающего к ней угла равно произведению косинуса на синус двух других сторон минус произведение синуса и косинуса этих же сторон, умноженное на косинус угла между ними:

$$\sin a\cos B = \cos b\sin c - \sin b\cos c\cos A;$$
$$\sin b\cos C = \cos c\sin a - \sin c\cos a\cos B; \qquad (1.5)$$
$$\sin c\cos A = \cos a\sin b - \sin a\cos b\cos C;$$

б) (три угла, две стороны). Здесь используются формулы (1.5), только вместо сторон записываются углы, и наоборот, и вместо знака «минус» перед вторым произведением ставится знак «плюс»:

$$\sin A\cos b = \cos B\sin C + \sin B\cos C\cos a;$$
$$\sin B\cos c = \cos C\sin A + \sin C\cos A\cos b; \qquad (1.6)$$
$$\sin C\cos a = \cos A\sin B + \sin A\cos B\cos c.$$

1.1.5. Основные круги и точки небесной сферы

На рисунке 1.4 показана небесная сфера, центр которой совмещен с наблюдателем.

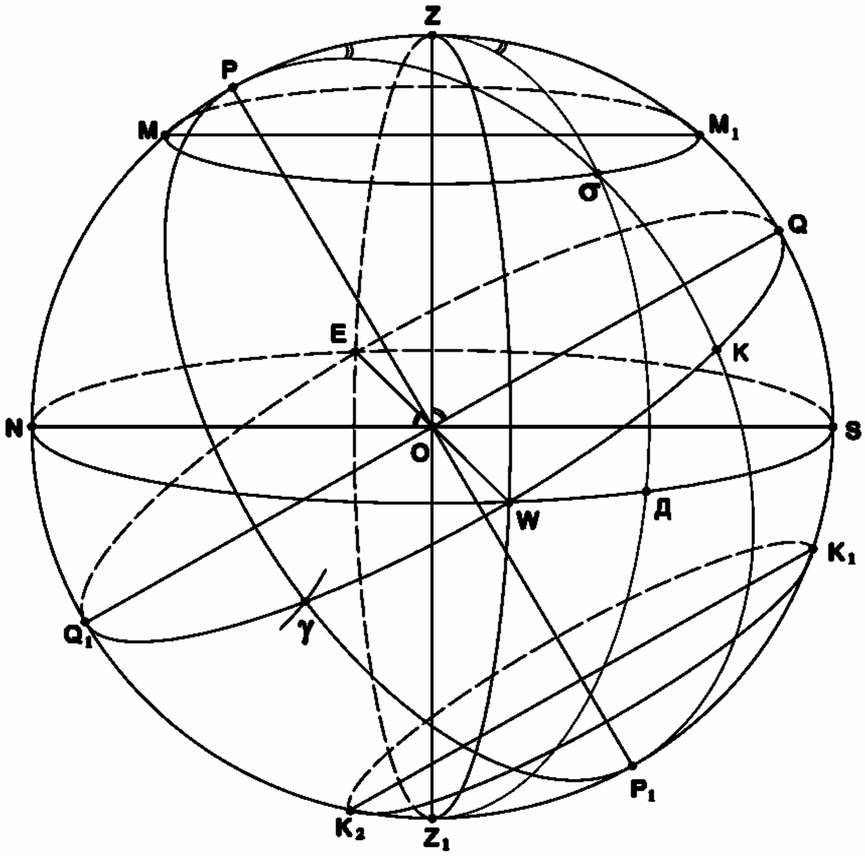

Рис. 1.4

Проведем через точку O отвесную линию ZOZ_1, где Z – зенит, Z_1 – надир. Проведем через точку O линию NOS перпендикулярно к ZZ_1, получим полуденную линию: N – север, S – юг. Большой круг, содержащий NS, называется астрономическим горизонтом. Большой круг $Z\sigma Z_1$ называется вертикалом или кругом высот. Линия POP_1, параллельная оси вращения, называется осью мира: P – северный, P_1 – южный полюсы мира. Перпендикулярно к PP_1 через точку O проходит плоскость QQ_1 – небесный экватор. На рисунке 1.4. видно, что некоторые звезды, лежащие на небесном экваторе и под ним, видны на небе, так как они расположены над астрономическим горизонтом. Пересечение небесного экватора и горизонта дают точки E – восток и W – запад.

Вертикал, проходящий через точку P, называется местным меридианом. Он проходит через точки $ZPNQ_1Z_1P_1SQ$. Вертикал, перпендикулярный к местному меридиану и проходящий через точки E ,W, называется первым вертикалом. Большой круг, проходящий через точки $P\sigma P_1$, называется кругом склонений или часовым кругом. Круг склонений, проходящий через Z, будет также местным меридианом.

На рисунке 1.5 показаны некоторые малые круги.

Малый круг K_1,K_2, параллельный астрономическому горизонту, называется альмуканторатом. Малый круг K_3,K_4, параллельный небесному экватору, называется суточной параллелью. По ней движется некоторое светило из-за вращения Земли. Точки K_3 – верхняя кульминация, K_4 – нижняя.

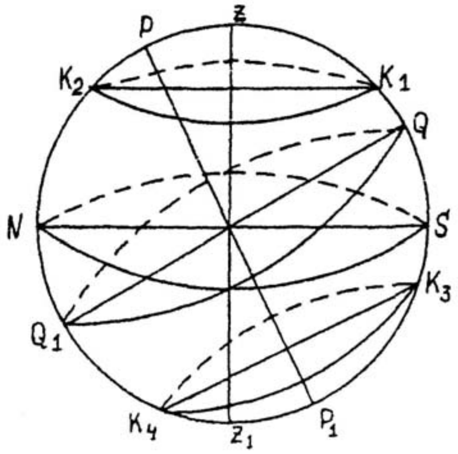

Рис. 1.5

На рисунке 1.6 K_1,K_2 – эклиптика – это большой круг, полученный пересечением небесной сферы с плоскостью, в которой совершается видимое годичное движение Солнца.

При этом K_1 – точка летнего солнцестояния (21 июня); K_2 – точка зимнего солнцестояния (22 декабря). Пересечение экватора с эклиптикой дает две точки: γ – точка весеннего равноденствия (21 марта); Ω – точка осеннего равноденствия (23 сентября). На рисунке 1.6 K_1K_3 – суточная параллель Солнца в момент летнего солнцестояния. Отсюда видно, что в северным широтах летом Солнце не заходит за горизонт. K_2K_4 – суточная параллель Солнца в момент зимнего солнцестояния. Очевидно, в северных широтах зимой Солнце находится под горизонтом. Угол ε примерно равен 23°27′.

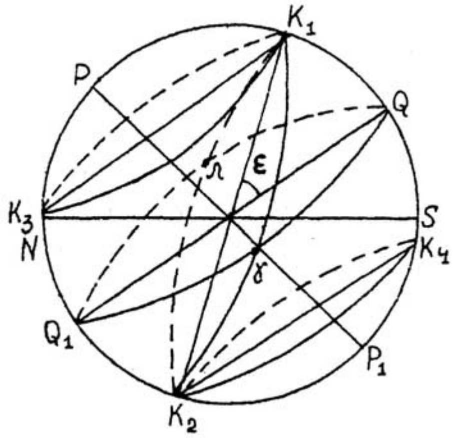

Рис. 1.6

1.1.6. Горизонтальная система координат

Системы координат необходимы для определения положения светил на небесной сфере.

Как видно из названия, в горизонтальной системе координат за основной круг принимают астрономический горизонт, а геометрическими полюсами горизонта являются зенит и надир, т.е. точки Z и Z_1 (рис. 1.7). Небесный меридиан PZP_1Z_1 будет начальным кругом.

Пусть дано светило σ. Для определения положения светила σ относительно горизонта проведем через него вертикал. При этом пересечение вертикала с плоскостью астрономического горизонта даст линию *OK*.

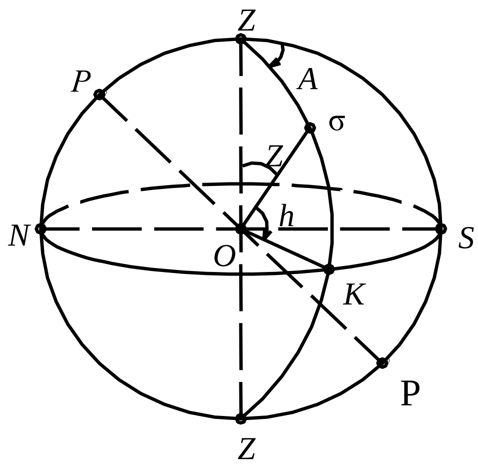

Рис. 1.7. Небесная сфера

Первой координатой будет дуга вертикала от астрономического горизонта до светила, т.е. дуга *K*σ. Эта дуга называется высотой светила и обозначается буквой *h*. Высота отсчитывается от горизонта к зениту от 0 до +90° и от горизонта к надиру от 0 до –90°.

Если вертикальный угол отсчитывать от зенита до *O*σ (дуга *Z*σ), то получим *Z* – зенитное расстояние, при этом из рисунка видно, что $Z = 90° - h$. Зенитное расстояние изменяется от 0 до 180°.

Второй координатой является двухгранный угол между плоскостью небесного меридиана и вертикалом светила. Этот угол называют азимутом светила и обозначают буквой *A*. Он отсчитывается от точки юга *S* по ходу часовой стрелки от 0 до 360°.

В геодезии азимуты отсчитываются от точки севера *N*. Следовательно, с некоторым приближением можно считать, что астрономический азимут отличается от геодезического на 180° [4].

Данная система координат применяется для определения видимых положений светил с помощью угломерных инструментов, имеющих вертикальную и горизонтальную оси вращения и связанные с ними точно разделенные вертикальный и горизонтальный круги.

Так как светила движутся по суточной параллели, то горизонтальные координаты σ (*Z*, *A*) непрерывно изменяются и их указывают на некоторый момент времени. Определение времени производится точными часами-хронометрами.

Координаты *Z* и *A* зависят также от положения точки наблюдения на земной поверхности. Отвесные линии в разных точках земной поверхности имеют разное направление, поэтому зениты, небесные горизонты и небесные меридианы в этих точках не совпадают между собой.

Таким образом, горизонтальные координаты являются функциями времени и географического положения пункта наблюдения.

1.1.7. Первая экваториальная система координат

В первой экваториальной системе координат основным кругом является небесный экватор, геометрическими полюсами которого являются северный и южный полюсы мира. Начальным кругом является небесный меридиан, а начальной точкой – верхняя точка *Q* экватора.

На рисунке 1.8. показано светило σ. Чтобы определить положение светила относительно небесного экватора, проведем через него круг склонений $P\sigma P_1$, перпендикулярный к экватору.

В данной системе координат положение светила определяется склонением светила (σ) и часовым углом светила (*t*).

Склонение светила – угол σ*OK* между направлением на светило из центра небесной сферы и плоскостью небесного экватора.

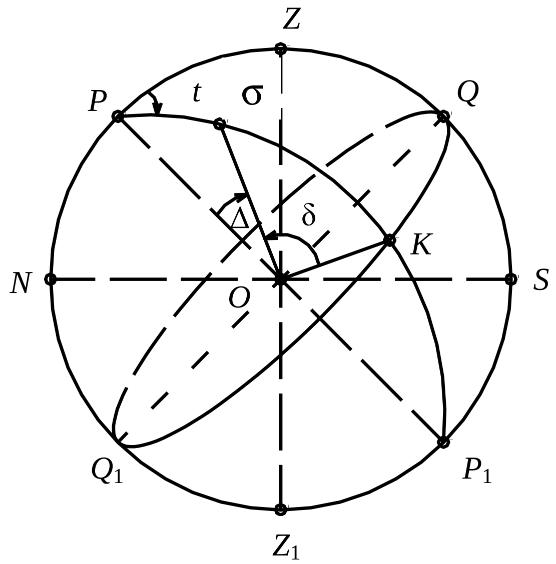

Рис. 1.8. Небесная сфера

Склонение отсчитывается от экватора к северному полюсу от 0 до +90° и к южному полюсу от 0 до –90°. Оно не зависит от положения точки на поверхности Земли.

Иногда вместо склонения удобнее пользоваться полярным расстоянием светила (дуга *P*σ). Оно обозначается буквой Δ и отсчитывается от северного полюса до светила, изменяется от 0 до 180°. При этом $\Delta = 90° - \delta$.

Часовой угол светила – двухгранный угол между плоскостью небесного меридиана и плоскостью круга склонений светила.

Часовой угол может быть измерен также дугой экватора *QK*. Он отсчитывается от верхней точки экватора *Q* и изменяется в течение звездных суток пропорционально суточному вращению Земли от 0^h до 24^h или от 0 до 360°.

Для перевода часовой меры в градусную и обратно используют такие соотношения:

24^h соответствует 360°;
1^h – 15^o;
1^m – 15´;
1^S – 15´´.

Движение светила по суточной параллели происходит параллельно небесному экватору. Следовательно, от суточного вращения небесной сферы и от географического положения наблюдателя склонение светила не зависит. Оно является величиной постоянной.

Часовой угол отсчитывается от небесного меридиана, положение которого определяется направлением отвесной линии в данном пункте. Следовательно, часовой угол зависит от географического положения пункта наблюдения на земной поверхности.

Таким образом, недостатком данной системы координат является то, что только одна координата есть величина постоянная.

1.1.8. Вторая экваториальная система координат

Во второй экваториальной системе координат, аналогично первой, основным кругом служит небесный экватор, первой координатой – склонение (δ) или полярное расстояние (Δ).

Чтобы определить вторую координату, выберем на сфере начальный круг и начальную точку, притом такие, чтобы вторая координата не зависела от времени и места наблюдения.

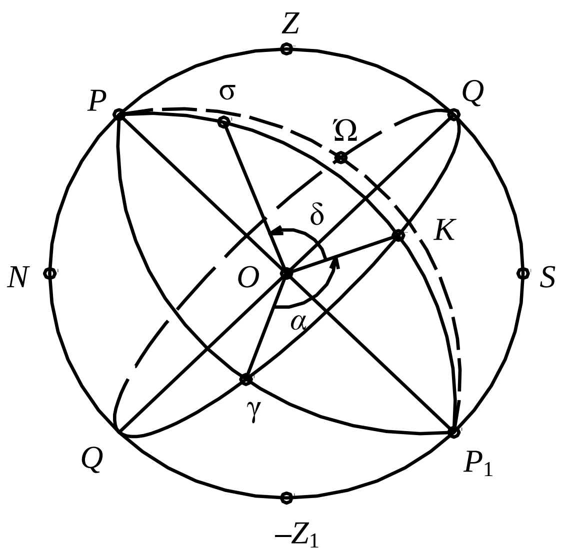

Рис. 1.9. Небесная сфера

Чтобы выполнялось поставленное условие, нужно, чтобы начальная точка находилась на экваторе и была неизменно связана со сферой.

На рисунке 1.9 показано светило σ, γ – точка весеннего равноденствия, Ω – точка осеннего равноденствия.

Проведем круг склонений через точку σ. Через ось мира PP_1 и точки весеннего и осеннего равноденствия проведем круг склонения равноденственных точек $P_\gamma P_1\Omega$. Этот большой круг носит название *колюр равноденствий.*

Таким образом, второй координатой будет дуга экватора γK. Она называется прямым восхождением светила и обозначается буквой α [3].

Прямое восхождение может быть также определено как двухгранный угол между колюром равноденствий и кругом склонений светила. Оно выражается в часовой мере от 0^h до 24^h и отсчитывается от точки весеннего равноденствия против хода часовой стрелки.

Координаты светила σ (α, δ) не зависят от суточного вращения Земли и от положения наблюдателя на Земле, поскольку точка γ также участвует в суточном вращении Земли [5].

Координаты α и δ определяются из специальных наблюдений на обсерваториях и публикуются в астрономических ежегодниках и звездных каталогах. При производстве астрономо-геодезических работ данные координаты считаются известными [8].

1.1.9. Общие представления об определении широты и разности долготы по звездам

На рисунке 1.10 показано сечение земной поверхности по меридиану точки наблюдения *M*. Точка *O* – центр Земли. Линия *OM* – отвесная линия. На ее продолжении находится зенит *Z*.

Касательная к меридиану в точке даст астрономический горизонт и полуденную линию *NS*. Проведем через точку *M* линию *MQ,* параллельную экватору. Сравнивая рисунки 1.1 и 1.10, видим, что угол *ZMQ* есть астрономическая широта. Проведем линию *MP*, параллельную оси вращения Земли. Так как угол *PMQ* прямой, то угол *PZM* равен 90 – φ. Так как угол *NMZ* прямой, то угол *NMP* равен φ. Следовательно, астрономическая широта в любой точке северного полушария на земной поверхности численно равна углу наклона в этой точке полюса мира. На рисунке 1.11 поясняется, как определяется по звездам разность долгот.

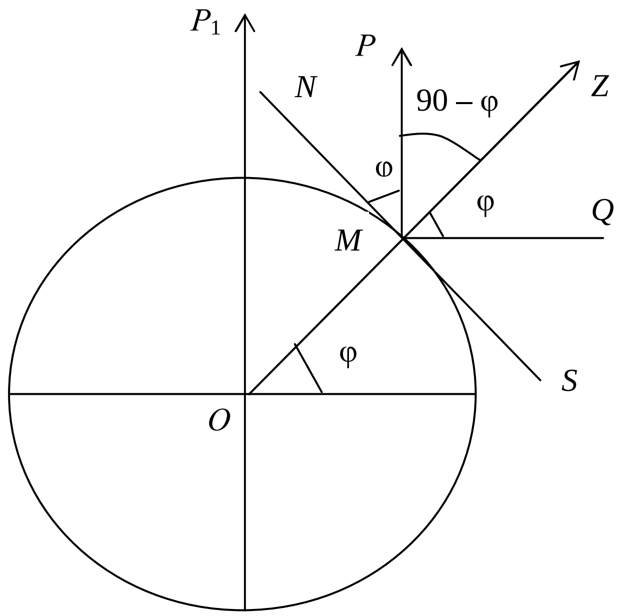

Рис. 1.10

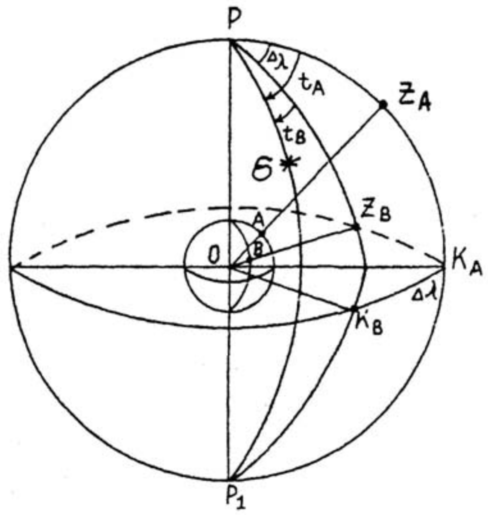

Рис. 1.11

В центре рисунке 1.11 показана Земля. Точка O – центр Земли, A и S – точки на Земле, в которых наблюдается в один момент звезда σ; Z_A и Z_B – зениты в точках A и B. Через них и точку P проходят местные меридианы PZ_AP_1 и PZ_BP_1. Двухгранный угол между плоскостями небесных меридианов равен разности долгот $\Delta\lambda = \lambda_A - \lambda_B$. Проведем через σ часовой круг. Ему соответствуют часовые углы t_A и t_B. На рисунке 1.11 видно, что разность определенных в один и тот же момент часовых углов равна разности долгот пунктов наблюдений. Следовательно,

$$\lambda_A - \lambda_B = t_A - t_B . \qquad (1.7)$$

1.1.10. Связь между горизонтальной, первой и второй экваториальной системами координат

Сферический треугольник, у которого вершинами являются зенит места наблюдения, полюс мира и светило (рис. 1.12), называется параллактическим треугольником. Три его стороны будут дугами больших кругов: $\cup PZ = 90 - \varphi$ (см. рис. 1.10); $\cup Z\sigma = Z$ (см. рис. 1.7); $\cup P\sigma = \Delta = 90 - \delta$ (см. рис. 1.8);

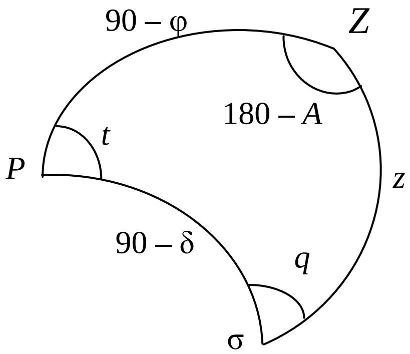

Рис. 1.12. Сферические углы:
t – часовой угол (см. рис. 1.8);
180 – A, где A – азимут светила (см. рис. 1.7);
q – параллактический угол

Решим задачу. Дано z, A, φ. Найти t и δ.

Используя формулу (1.1) для параллактического треугольника, имеем:

$$\frac{\sin Z}{\sin t} = \frac{\sin(90-\delta)}{\sin(108-A)},$$

или

$$\sin t \cos\delta = \sin Z \sin A . \qquad (1.8)$$

Используя формулу (1.5), запишем:

$$\sin(90-\delta)\cos t = \cos Z \sin(90-\varphi) - \sin Z \cos(90-\varphi)\cos(180-A),$$

или

$$\cos\delta\cos t = \cos Z\cos\varphi + \sin Z\sin\varphi\cos A . \qquad (1.9)$$

Найдем отношение выражений (1.8) и (1.9)

$$\mathrm{tg}t = \frac{\sin Z \sin A}{\cos Z \cos\varphi + \sin Z \sin\varphi \cos A}, \tag{1.10}$$

по которому можно найти часовой угол t.

Для определения склонения светила используем формулу (1.2)

$$\cos(90-\delta) = \cos(90-\varphi)\cos Z + \sin(90-\varphi)\sin Z \cos(180-A)$$

или

$$\sin\delta = \sin\varphi\cos Z - \cos\varphi\sin Z \cos A. \tag{1.11}$$

Забегая вперед, отметим, что часовой угол колюра равноденствия (см. рис. 1.9) численно равен местному звездному времени S. Следовательно, прямое восхождение светила (см. рис. 1.9) равно $\alpha = S - t$. Так осуществляется связь горизонтальной системы координат со второй экваториальной системой.

Решим обратную задачу. Дано t, δ и φ. Найти Z, A.

Используя формулу (1.5), запишем:

$$\sin Z \cos(180-A) = \cos(90-\delta)\sin(90-\varphi) - \sin(90-\delta)\cos(90-\varphi)\cos t,$$

или

$$\sin Z \cos A = -\sin\delta\cos\varphi + \cos\delta\sin\varphi\cos t. \tag{1.12}$$

Найдем отношение правого сомножителя из формулы (1.8) к левому сомножителю выражения (1.12)

$$\mathrm{tg}A = \frac{\sin t \cos\delta}{\cos\delta\sin\varphi\cos t - \sin\delta\cos\varphi}, \tag{1.13}$$

по которому можно найти азимут светила A.

Для определения зенитного расстояния светила используем формулу (1.2):

$$\cos Z = \cos(90-\varphi)\cos(90-\delta) + \sin(90-\varphi)\sin(90-\delta)\cos t,$$

или

$$\cos Z = \sin\varphi\sin\delta + \cos\varphi\cos\delta\cos t. \tag{1.14}$$